

**Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника (м. Івано-Франківськ)
Вінницький національний технічний університет
AGH науково-технологічний університет (Польща)
Інститут кібернетики НАН України
Національний технічний університет України "КПІ"
Інститут інженерів з електротехніки та електроніки (IEEE),
Українська секція
Новий університет Лісабона, Португалія
Люблінська політехніка, Польща
Азербайджанська державна нафтова академія
Об'єднаний інститут проблем інформатики НАН Білорусі
Асоціація "Інформаційні технології України"**

"Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія"

**МАТЕРІАЛИ
п'ятої міжнародної
науково-практичної конференції
27-29 травня 2015 року
Івано-Франківськ – Вінниця**

**"Information Technology and Computer Engineering"
PROCEEDINGS
of the 5th International Scientific Conference
2015, May, 27th to 29th
Ivano-Frankivsk - Vinnytsia**

Івано-Франківськ
2015

МОДЕЛІ ПСЕВДОНЕДЕТЕРМІНОВАНИХ КРИПТОГРАФІЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ Баришев Ю. В.	189
ПРАКТИЧНА ЕФЕКТИВНІСТЬ Р-МЕТОДУ ФАКТОРИЗАЦІЇ ПОЛЛАРДА ЗА ШВИДКОДІЄЮ ДЛЯ ПАРАЛЕЛЬНОЇ МОДЕЛІ ОБЧИСЛЕНЬ: ВИБІР КРОКОВОЇ ФУНКЦІЇ Селюх П.В.	191

СЕКЦІЯ 6. Математичне та імітаційне моделювання систем 193

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ВИПАДКОВИХ НЕГАУСОВИХ КОРЕЛЬОВАНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДОМ МАКСИМІЗАЦІЇ ПОЛІНОМА Палагін В.В., Івченко О.В.	193
ЗАГАЛЬНА ПЕРША КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ З КУСКОВО- НЕПЕРЕРВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ Тацій Р.М., Карабин О.О., Чмир О.Ю.	196
СИНТЕЗ ТРІЙКОВИХ КВАНТОВИХ/ЗВОРОТНИХ ПРИСТРОЇВ Дейбук В.Г.	198
ЗАГАЛЬНА ТРЕТЯ КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З КУСКОВО- НЕПЕРЕРВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ТА СТАЦІОНАРНОЮ НЕОДНОРІДНІСТЮ Пазен О.Ю., Стасюк М.Ф., Тацій Р.М.	201
ГЕНЕТИЧНИЙ СИНТЕЗ ЗВОРОТНОГО АРИФМЕТИКО-ЛОГІЧНОГО ПРИСТРОЮ В БАЗИСІ ЕЛЕМЕНТІВ ФРЕДКІНА Вакалюк А.В., Дейбук В.Г.	203
MODEL OF MAGNETIC FILTER IN FLUID CLEANING SYSTEMS Andrii Safonyk, Andrii Koval	206
ІНДУКТИВНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ФОРМИ ТЕРМІЧНИХ КРИВИХ ОХОЛОДЖЕННЯ ЛИВАРНИХ РОЗПЛАВІВ Е.В.Захарченко, К.А.Сіренко, О.В. Богдан, О.Л.Гончаров, В.П.Кравченко, О.В.Кравченко	208
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ У БАГАТОШАРОВІЙ ПЛИТІ Власій О.О., Кусій М. І., Стасюк М.Ф.	210
УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ СИНТЕЗУ ВБУДОВАНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНИХ СПОСОБІВ УПРАВЛІННЯ ДЛЯ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ НЕПЕРЕРВНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ Коваленко К.О., Воробець Г.І.	212
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПУЛЬСАЦІЇ РІДИННОГО МЕНІСКА В ОКОЛІ МАКСИМАЛЬНОГО ТИСКУ Малько О. Г., Малько А. О.	214
РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ПРОТОТИПА ИНТЕРАКТИВНОГО ИНТЕРФЕЙСА ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА СУДОВЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ Шибяева Н.О., Рудниченко Н.Д., Бойко В.Д.	217
ОЦІНКА ПЕРСПЕКТИВНОСТІ АРТЕЗІАНСЬКОЇ СВЕРДЛОВИНИ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕКСПЕРТНИХ ЗНАНЬ Кондратенко Н.Р., Снігур О.О.	219
АЛГОРИТМ ОЦІНКИ ЕМІСІЇ ВУГЛЕКИСЛОГО ГАЗУ ПРИ ЗНЕЛІСНЕННІ БОЛОТИСТИХ ГРУНТІВ ДЛЯ ГЛОБАЛЬНОЇ ГЕОПРОСТОРОВОЇ МОДЕЛІ ЛІСУ Густі М.І.	222
СИТУАЦІЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА МЕТОДИ, ЩО ГРУНТУЮТЬСЯ НА РОЗПІЗНАВАННІ СТРУКТУРИ ВХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ В КОМБІНАТОРНІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ Тимофієва Н.К.	224
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У НЕОДНОРІДНИХ НАФТОГАЗОВИХ ПЛАСТАХ Гладка О.М.	226

Загальна перша крайова задача для рівняння гіперболічного типу з кусково-неперервними коефіцієнтами

Тацій Р.М.¹, Карабин О.О.², Чмир О.Ю.³

¹Проф., д.ф.-м.н., завідувач кафедри прикладної математики і механіки, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, вул. Клепарівська 35, м. Львів, Україна,

²Доц., к.ф.-м.н., доцент кафедри прикладної математики і механіки, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, вул. Клепарівська 35, м. Львів, Україна, tosjakarabyn@gmail.com,

³Доц., к.ф.-м.н., доцент кафедри прикладної математики і механіки, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, вул. Клепарівська 35, м. Львів, Україна, o_chmyr@yahoo.com

Анотація – Запропоновано та обґрунтовано нову схему розв’язування загальної першої крайової задачі для рівняння гіперболічного типу з кусково-неперервними коефіцієнтами. В основу схеми розв’язування покладено концепцію квазіпохідних, сучасну теорію систем лінійних диференціальних рівнянь, а також класичний метод Фур’є та метод редукції. Перевагою методу є можливість розглянути задачу на кожному відрізку розбиття, а потім на основі матричного числення об’єднати отримані розв’язки. Такий підхід дозволяє застосувати програмні засоби до процесу вирішення задачі та графічної ілюстрації розв’язку.

Ключові слова: квазидиференціальне рівняння, крайова задача, матриця Коші, задача на власні значення, метод Фур’є та метод власних функцій.

The total first boundary value problem for equation of hiperbolic type with piecewise continuous coefficients

Tatsij R.M.¹, Karabyn O.O.², Chmyr O.Yu.³

¹Prof., Head of Department of Applied Mathematics and Mechanics, Lviv State University of vital activity safety, Kleparivska str., 35, Lviv, Ukraine,

²Doc., Docent of Department of Applied Mathematics and Mechanics, Lviv State University of vital activity safety, Kleparivska str., 35, Lviv, Ukraine, tosjakarabyn@gmail.com,

³Doc., Docent of Department of Applied Mathematics and Mechanics, Lviv State University of vital activity safety, Kleparivska str., 35, Lviv, Ukraine, o_chmyr@yahoo.com

Abstract – A new solving scheme of the general first boundary value problem for a hyperbolic type equation with piecewise continuous coefficients was proposed and justified. In the basis of the solving scheme is a concept of quasi-derivatives. A modern theory of systems of linear differential equations, the classical Fourier method and a reduction method. The advantage of this method is a possibility to examine a problem on each breakdown segment and then to combine obtained solutions on the basis of matrix calculation. Such an approach allows to use software tools for the solution.

Keywords: kvazidifferential equation, the boundary value problem, the Cauchy matrix, the eigenvalues problem, the method of Fourier and the method of eigenfunctions

Розглядається мішана задача для рівняння гіперболічного типу

$$r \ x \ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \ x \ \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad x \in [0; l], \quad t \in (0; +\infty) \quad (1)$$

з крайовими умовами

$$\begin{cases} u(x_0, t) = \psi_0(t), \\ u(x_n, t) = \psi_n(t), \end{cases} \quad t \in [0; +\infty) \quad (2)$$

та початковими умовами

$$\begin{cases} u(x, 0) = \varphi_0(x), \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \varphi_1(x), \end{cases} \quad x \in [0; l], \quad (3)$$

де $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = l$ – довільне розбиття відрізка $[0; l]$ дійсної осі Ox на n частин, функції $\psi_n(t) \in C^2(0; \infty)$, $\varphi_0(x)$, $\varphi_1(x)$ – кусково-неперервні на $(0; l)$.

Покладемо, що $\lambda x = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i(x)\theta_i$,

$r x = \sum_{i=0}^{n-1} r_i(x)\theta_i$, де $\lambda_i(x)$, $r_i(x) \in C[x_i, x_{i+1}]$,

$\lambda_i(x) > 0$, $r_i(x) > 0$, θ_i – характеристична функція проміжку $[x_i; x_{i+1}]$.

Розв'язок задачі (1)-(3) шукаємо у вигляді

$$u(x, t) = w(x, t) + v(x, t).$$

Розглянемо функцію $w(x, t)$. Ця функція є розв'язком однорідного рівняння

$$(\lambda w_x')_x' = 0 \quad (4)$$

з неоднорідними крайовими умовами

$$\begin{cases} w(x_0, t) = \psi_0(t), \\ w(x_n, t) = \psi_n(t). \end{cases} \quad (5)$$

Рівняння (4) є квазидиференціальним рівнянням. Побудова розв'язку $w(x, t)$ квазидиференціальної задачі (4), (5) на основі властивостей матриці Коші детально описана в [1]

$$w(x, t) = \sum_{i=0}^{n-1} w_i(x, t)\theta_i,$$

де $w_i(x, t) = \psi_0(t) + \frac{\psi_n(t) - \psi_0(t)}{\sigma_n} (b_i(x, x_i) + \sigma_i)$,

$$b_i(x, x_i) = \int_{x_i}^x \frac{1}{\lambda_i(z)} dz, \quad \sigma_i = \sum_{m=0}^{i-1} b_m(x_{m+1}, x_m).$$

Функцію $v(x, t)$ шукаємо як розв'язок мішаної неоднорідної задачі

$$r x \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda x \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -r x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} v(x, 0) = \Phi_0(x), \\ \frac{\partial v}{\partial t}(x, 0) = \Phi_1(x), \end{cases} \quad (7)$$

де $\Phi_0(x) = \varphi_0(x) - w(x, 0)$, $\Phi_1(x) = \varphi_1(x) - \frac{\partial w}{\partial t}(x, 0)$,

з однорідними крайовими умовами

$$\begin{cases} v(x_0, t) = 0, \\ v(x_n, t) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Розв'язок задачі (6)-(8) шукаємо методом Фур'є у вигляді

$$v(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) X_k(x, \omega_k). \quad (9)$$

Власні функції $X_k(x, \omega_k)$ є розв'язком задачі на власні значення ω_k :

$$(\lambda X')' + \omega^2 r X = 0,$$

$$\begin{cases} X(x_0) = 0, \\ X(x_n) = 0. \end{cases}$$

Підставляючи функцію $v(x, t)$ у вигляді (9) в рівняння (6) та розвинувши праву частину рівняння

$$(6) \text{ за власними функціями } \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(t) X_k(x, \omega_k),$$

приходимо до диференціального рівняння

$$T_k''(t) + \omega_k^2 T_k(t) = -w_k(t),$$

загальний розв'язок якого має вигляд

$$\begin{aligned} T_k(t) &= a_k \cos \omega_k t + d_k \sin \omega_k t - \\ &- \frac{1}{\omega_k} \int_0^t \sin \omega_k(t-s) w_k(s) ds, \end{aligned} \quad (10)$$

де a_k , d_k – невідомі сталі.

Розвиваємо праві частини початкових умов (7) в ряди за власними функціями $X_k(x, \omega_k)$ та підставляємо (9) в (7). Це дозволяє отримати $a_k = \Phi_{0k}$, $d_k = \frac{\Phi_{1k}}{\omega_k}$, де Φ_{0k} , Φ_{1k} – коефіцієнти розвинень за власними функціями правих частин початкових умов (7).

Підставляючи (10) в (9), остаточно отримуємо розв'язок задачі (6)-(8)

$$\begin{aligned} v(x, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} \left[\Phi_{0k} \cos \omega_k t + \frac{\Phi_{1k}}{\omega_k} \sin \omega_k t - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\omega_k} \int_0^t \sin \omega_k(t-s) w_k(s) ds \right] X_k(x, \omega_k). \end{aligned}$$

Сума функцій $w(x, t)$ та $v(x, t)$ дають розв'язок задачі (1)-(3).

[1] Тацій Р. М. Загальна перша крайова задача для рівняння теплопровідності з кусково-змінними коефіцієнтами / Р. М. Тацій, О. О. Власій, М. Ф. Стасюк // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Фізико-математичні науки. - 2014. - № 804. - С. 64-69.