

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

# ВІСНИК

НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Збірник наукових праць

*Голова Редакційно-видавничої ради –  
д-р екон. наук, професор Н. І. Чухрай*

*Засновано 1964 р.*

**№ 826**

**СЕРІЯ:**

**КОМП’ЮТЕРНІ НАУКИ  
ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ**

Львів  
Видавництво Львівської політехніки  
2015

До збірника наукових проць Національного університету “Львівська політехніка” “Комп’ютерні науки та інформаційні технології” увійшли статті за результатами досліджень з актуальних питань комп’ютерних наук та інформаційних технологій, виконаних професорсько-викладацьким складом Національного університету “Львівська політехніка”, провідними вченими України і зарубіжними вченими в галузі проектування архітектури і компонентів комп’ютерних систем, моделювання складних об’єктів, процесів і систем та розроблення і використання новітніх інформаційних технологій.

Для науковців, викладачів вищих закладів освіти, інженерів, що спеціалізуються у сфері новітніх обчислювальних систем, мереж, комп’ютеризованих засобів розв’язання задач цифрового опрацювання сигналів і зображень, автоматизованого проектування та керування, а також докторантів, аспірантів та студентів старших курсів відповідних спеціальностей.

***Рекомендувала Вчена рада Національного університету “Львівська політехніка”  
(протокол № 11 від 24.03.2015 р.)***

***Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації  
(серія КВ № 13038-1922Р від 20.07.2007 р.)***

**Редакційно-видавнича рада Національного університету “Львівська політехніка”:**  
проф., д-р екон. наук Н. І. Чухрай (голова);  
О. Я. Юрків (відповідальний секретар)

**Редакційна колегія серії “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”:**  
проф., д-р техн. наук Ю. М. Рашкевич (відп. редактор);  
проф., д-р техн. наук Р. А. Мельник (заст. відп. редактора);  
проф., д-р техн. наук Д. Д. Пелешко (відп. секретар);  
проф., д-р наук Вінфрід Ауцінгер;  
проф., д-р наук Тадеуш Кватер;  
проф., д-р техн. наук М. В. Лобур;  
проф., д-р техн. наук М. О. Медиковський;  
проф., д-р техн. наук В. В. Пасічник;  
проф., д-р наук Томаш Сабол;  
проф., д-р техн. наук Р. О. Ткаченко;  
проф., д-р техн. наук Д. В. Федасюк;  
проф., д-р техн. наук І. Г. Цмоць;  
проф., д-р наук Тадеуш Чаховський;  
проф., д-р наук Здзіслав Шиманьскі

**Входить до переліку фахових видань (технічні науки), затвердженого МОН України**

***Адреса редколегії:***

*Національний університет “Львівська політехніка”  
вул. С. Бандери, 12, Львів-13, 79013,  
корп. № 5, кімн. 515.  
akt805@ukr.net*

*За можливі технічні збіги з іншими науковими працями  
автори відповідають персонально*

# АРХІТЕКТУРА ТА КОМПОНЕНТИ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

УДК 004.032.026

П. Тимощук

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра систем автоматизованого проектування

## АНАЛОГОВА НЕЙРОННА СХЕМА ІДЕНТИФІКАЦІЇ НАЙБІЛЬШИХ ЗА ВЕЛИЧИНОЮ З МНОЖИНИ СИГНАЛІВ З НЕВІДОМОГО ДІАПАЗОНУ

© Тимощук П., 2015

Пропонується аналогова нейронна схема неперервного часу, придатна для ідентифікації  $K$  найбільших серед  $N$  невідомих сигналів, де  $1 \leq K < N$ , які можна розрізнити, із скінченними значеннями, розмішених у невідомому діапазоні. Модель схеми описано рівнянням стану і вихідним рівнянням. Відповідну структурно-функціональну схему наведено у вигляді  $N$  жорсткообмежувальних нейронів прямого поширення і двох нейронів зворотного поширення, що використовуються для визначення динамічного зсуву входів. Схема поєднує такі властивості, як висока точність і швидкодія, низька складність схемотехнічної реалізації і незалежність від початкових умов. Представлено приклад моделювання, який демонструє, що траєкторії змінної стану схеми є глобально стійкими і глобально збіжними до КWТА-режиму з довільних початкових умов.

**Ключові слова:** модель неперервного часу, аналогова нейронна схема, структурно-функціональна схема, жорстко обмежувальний нейрон прямого поширення, складність схемотехнічної реалізації, КWТА-режим.

**A continuous-time analogue neural circuit which is capable of identifying the  $K$  largest of unknown finite value  $N$  distinct inputs, where  $1 \leq K < N$ , located in an unknown range is proposed. The circuit model is described by a state equation and by an output equation. A corresponding functional block diagram of the circuit is presented as  $N$  feed-forward hard-limiting neurons and two feedback neurons, which are used to determine the dynamic shift of inputs. The circuit combines such properties as high accuracy and speed, low hardware implementation complexity, and independency of initial conditions. Simulation example demonstrates that the circuit state variable trajectories are globally stable and globally convergent to the KWT operation from each initial value.**

**Key words:** continuous-time model, analogue neural circuit, functional block diagram, feed-forward hard-limiting neuron, hardware implementation complexity, KWT operation.

### 1. Вступ

Схеми типу “K-winners-take all” (KWTA), як відомо, забезпечують вибір  $K$  найбільших з множини  $N$  входів, де  $1 \leq K < N$  є позитивним цілим [1]. У частковому випадку, коли  $K$  дорівнює одиниці, KWTA-мережа є мережею типу “winner-takes-all” (WTA), що вибирає максимальний серед  $N$  входів [2, 3].

KWTA-нейронні мережі мають різноманітні застосування, зокрема, в обробці даних і сигналів, у прийнятті рішень, для розпізнавання образів, у конкуруючому навчанні і сортуванні [4–6]. KWTA-мережі використовуються у телекомунікаціях [7] і візуальних системах [8], для

розв'язання задач фільтрування [9], декодування [10], обробки зображень [11], кластеризації [12] і класифікації [13, 14]. КВТА-процеси застосовують у машинному навчанні, навігації мобільних роботів, для видобування ознак [15], [16]. КВТА-механізми використовують для моделювання пізнавальних феноменів і нейронних мереж, які формують сигнали у формі спалахів [17, 18].

Порівняно з цифровими аналогами, КВТА-нейронні мережі неперервного часу, реалізовані в аналоговому апаратному забезпеченні, можуть мати вищу швидкість, бути компактнішими і ефективними за потужністю [19]. Для розв'язання КВТА-задачі було запропоновано багато різних аналогових нейронних мереж [1, 5, 20–22]. Зокрема модель неперервного часу КВТА-нейронної схеми, придатна до вибору  $K$  найбільших серед  $N$  невідомих входів, де  $1 \leq K < N$ , розміщених у визначеному діапазоні зміни, було наведено в [21]. Функціонування моделі залежить від початкових умов змінної стану. Було отримано і змодельовано модифікацію цієї схеми [23]. На відміну від попередньої, модифікована схема є незалежною від початкових умов і використовує спрощену різницеву функцію. Комп'ютерне моделювання показує, що швидкість збіжності станів схеми до КВТА-режиму є близькою до такої швидкості однієї з найшвидших аналогових КВТА-нейронних мереж типу Хопфілда, тоді як обчислювальна складність і складність схемотехнічної реалізації схеми є нижчою, ніж така складність цієї мережі. Складність схемотехнічної реалізації схеми є близькою до такої складності однієї з найпростіших КВТА-мереж неперервного часу, однак час збіжності станів схеми до КВТА-режиму є нижчим, ніж такий час такої мережі. В [24] було запропоновано модель схеми дискретного часу і відповідну цифрову структурно-функціональну нейронну схему.

Описано узагальнену модель аналогової КВТА-нейронної схеми неперервного часу і відповідну структурно-функціональну схему. На відміну від попередніх версій, запропонованих у [21, 23], схема придатна до вибору  $K$  найбільших серед  $N$  невідомих входних сигналів, де  $1 \leq K < N$ , розміщених у невідомому діапазоні їх зміни. Схема описується диференціальним рівнянням з розривною правою частиною і вихідним рівнянням. Результати комп'ютерного моделювання свідчать про те, що траєкторії змінної стану схеми є глобально стійкими і глобально збіжними до КВТА-режиму з будь-яких початкових значень.

## 2. Модель неперервного часу схеми

Узагальнимо модель неперервного часу аналогової КВТА-нейронної схеми, описаної в [23], на випадок ідентифікації  $K$  максимальних серед  $N$  невідомих сигналів, де  $1 \leq K < N$ , розміщених у невідомому діапазоні. Покладемо, що існує вхідний вектор  $\mathbf{a} = (a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_N})^T \in \mathfrak{R}^n$ ,  $1 < N < \infty$  з невідомими елементами зі скінченними значеннями, ці входи є такими, що їх можна розрізнити і вони можуть бути впорядковані у спадному порядку за величиною, задовольняючи нерівності

$$\infty > a_{n_1} > a_{n_2} > \dots > a_{n_N} > -\infty, \quad (1)$$

де  $n_1, n_2, \dots, n_N$  – невідомі величини першого найбільшого входу, другого найбільшого входу і т. д. аж до  $N$ -го найбільшого входу включно. Спроекуємо модель неперервного часу аналогової нейронної схеми, яка повинна ідентифікувати  $K$  найбільших з цих входів, які називаються переможцями. Отримана модель повинна обробляти вхідний вектор  $\mathbf{a}$  так, щоб після скінченного часу збіжності отримувався такий вихідний вектор  $\mathbf{b} = (b_{n_1}, b_{n_2}, \dots, b_{n_N})^T$ , який задовольняє таку КВТА-властивість:

$$b_{n_i} > 0, i = 1, 2, \dots, K; \quad b_{n_j} < 0, j = K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (2)$$

Покладемо, що виходи моделі представляються у вигляді:

$$\begin{aligned} b_{n_i} &= a_{n_i} - x > 0, i = 1, 2, \dots, K; \\ b_{n_j} &= a_{n_j} - x < 0, j = K + 1, K + 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $x$  – скалярний динамічний зсув входів [21].



Опишемо модель проєктованої КВТА-нейронної схеми таким рівнянням стану:

$$dx/dt = a(|x| + p) \left( \sum_{k=1}^N S_k(x) - K \right), \quad (4)$$

і вихідним рівнянням

$$b_{n_k} = a_{n_k} - x, k = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

де

$$R(x) = \sum_{k=1}^N S_k(x) - K \quad (6)$$

– різницева функція,

$$S_k(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } a_{n_k} - x > 0; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

– ступінчаста функція,  $\sum_{k=1}^N S_k(x)$  – кількість позитивних виходів моделі;  $a$  – коефіцієнт, який можна використовувати для керування швидкістю збіжності траєкторій змінної стану моделі до КВТА-режиму;  $p$  – постійний параметр;  $-\infty < x_0 < \infty$  – початкова умова. Рівняння стану (4) також можна подати у такому вигляді:

$$dx/dt = g(|x| + c) \operatorname{sgn}(R(x)), \quad (8)$$

де

$$\operatorname{sgn}(R(x)) = \begin{cases} 1, & \text{if } R(x) > 0; \\ 0, & \text{if } R(x) = 0; \\ -1, & \text{if } R(x) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

– знакова (жорсткообмежувальна) функція;  $g$  – коефіцієнт підсилення;  $c$  – постійний параметр.

### 3. Аналогова структурно-функціональна схема

Структурно-функціональну схему узагальненої КВТА-нейронної схеми, отриманої на основі моделі, що описується рівнянням стану (4) і вихідним рівнянням (5), показано на рис. 1. Схема містить входи  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , суматори  $\sum$ , інтегратор  $I$  з коефіцієнтом підсилення  $a$ , зовнішні джерела постійних сигналів  $K, x_0, p$ , блоки  $S_1, S_2, \dots, S_N$  ступінчастих функцій  $S_k(x)$ ,  $k=1, 2, 3, \dots, N$ , виходи  $b_1, b_2, \dots, b_N$ , блок перемноження  $\times$  і блок функції модуля  $Abs$ . Зазначимо, що виходи блоків  $S_1, S_2, \dots, S_N$  можна використовувати як виходи схеми. Однак, у цьому випадку будуть ідентифікуватись лише  $K$  переможців з-поміж  $N$  входів. Інформації стосовно впорядкування входів за величиною, корисної для певних застосувань, отримуватись не буде [25].

Отже, щодо складності схемотехнічної реалізації в аналоговій елементній базі схема з рис. 1 містить  $N+2$  суматорів,  $N$  перемикачів, один інтегратор, один помножувач, один блок видобування абсолютного значення  $Abs$  і три джерела постійних сигналів (або два джерела постійних сигналів, якщо  $x_0 = 0$ ). Зазначимо, що блок  $Abs$  можна реалізувати, наприклад, за допомогою перемикача та інвертора. Тому цю схему можна реалізувати у сучасному апаратному забезпеченні, використовуючи такі електронні компоненти, як аналогові суматори, помножувач, інвертор, перемикачі, інтегратор і джерела постійних напруги або струму. Попередня модель неперервного часу аналогової КВТА-нейронної схеми, описаної в [23], потребує  $N+2$  суматорів,  $N+2$  перемикачів, одного інтегратора і чотирьох джерел постійних сигналів (або трьох джерел постійних сигналів, якщо  $x_0 = 0$ ). Реалізація однієї з найпростіших КВТА-мереж з однією змінною стану і ступінчастою активаційною функцією Хевісайда, наведеної в [20], вимагає  $N+1$  суматорів,  $N$  перемикачів, одного інтегратора і одного джерела постійних сигналів. Отже, складність схемотехнічної реалізації схеми, описаної рівнянням стану (4) і вихідним рівнянням (5), є близькою до такої складності цих аналогів.

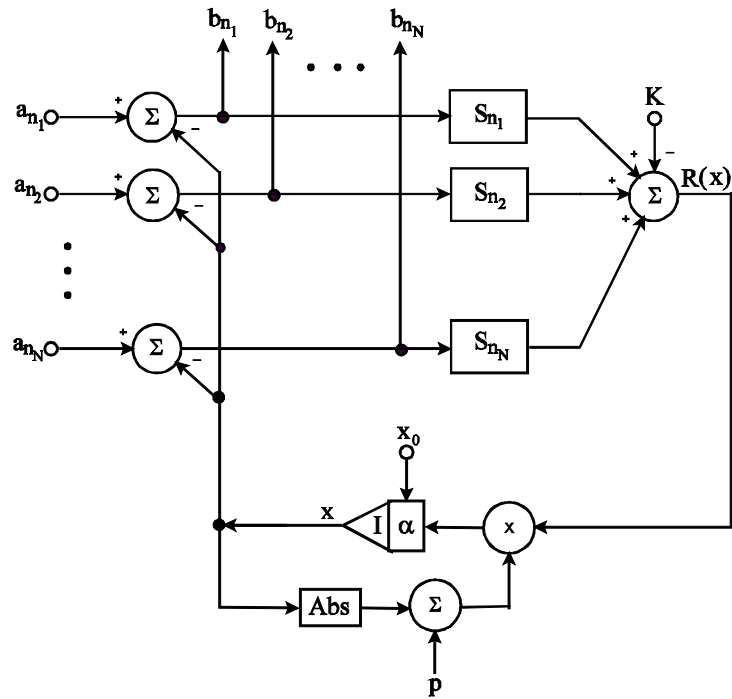


Рис. 1. Архітектура KWTANейронної схеми, що описується рівнянням стану (4) і вихідним рівнянням (5)

Роздільна здатність схеми є теоретично необмеженою і не залежить від значень її параметрів. Оскільки схема спроможна коректно обробляти входи довільних значень, які можна розрізняти, її роздільна здатність є такою самою, як і в інших нейронних мережах з такою самою властивістю [1, 20, 21, 23].

Оскільки ця схема здатна коректно функціонувати з довільною початковою умовою  $-\infty < x_0 < \infty$ , вона для повторної обробки вхідних множин не потребує ні періодичного відновлення, ні відповідної аналогової керуючої схеми, ні витрачання додаткового часу на обробку. Це спрощує апаратне забезпечення і зменшує час збіжності до KWTANейронного режиму.

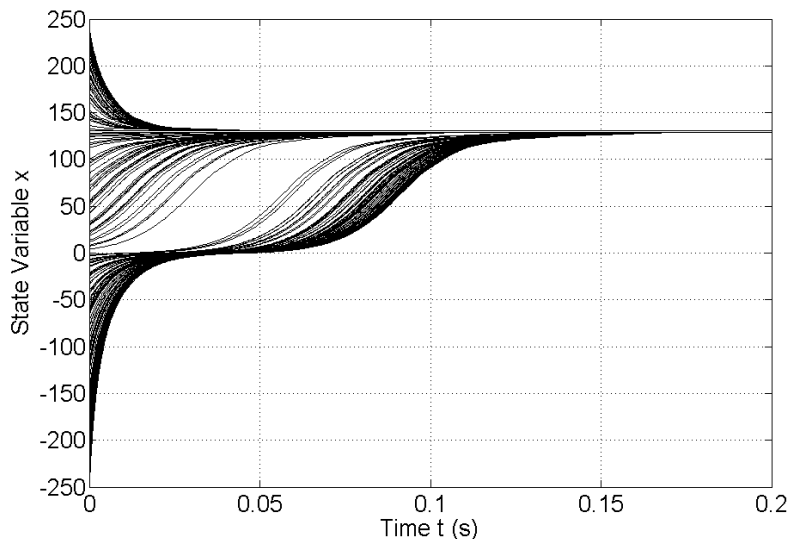


Рис. 2. Траєкторія збіжності змінної стану  $x$  моделі (4), (5) KWTANейронної схеми з входами  $a_{n_k}$ ,  $k=1,2,3,\dots,N$ , однорідно розподіленими на інтервалі  $[-250,250]$ ,

де  $N=400$ ,  $K=100$ ,  $a=10^6$ , що стартує з 200 однорідно розподілених випадкових початкових значень  $x_0 \in [-250,250]$

#### 4. Результати комп'ютерного моделювання

Розглянемо приклад з відповідним комп'ютерним моделюванням, який ілюструє ефективність описаної аналогової КВТА-нейронної схеми.

*Приклад.* Задамо 200 однорідно розподілених випадкових початкових значень  $x_0 \in [-250, 250]$ , входи  $a_{nk}$ ,  $k=1, 2, 3, \dots, N$ , однорідно розподілені на інтервалі  $[-250, 250]$  для  $N=400$ ,  $K=100$ ,  $a = 10^6$  і  $p=1$ . Використаємо 1.81 ГГц ПК і розв'язувач нежорстких диференційних рівнянь Адамса-Башфорта-Мултона змінного порядку ODE113 з відносною і абсолютною похибками, що дорівнюють  $10^{-5}$ . На рис. 2 у нормалізованих одиницях представлено перехідну динаміку змінної стану. Траєкторії змінної стану є глобально стабільними і глобально збіжними до КВТА-режиму з довільних початкових умов.

#### 5. Висновки

Наведено математичну модель неперервного часу і відповідну структурно-функціональну схему аналогової нейронної схеми типу "K-winners-take-all neural circuit". На відміну до попередньої схеми, запропонована КВТА-нейронна схема є придатною для вибору  $K$  максимальних серед  $N$  невідомих вхідних сигналів, де  $1 \leq K < N$ , які можна розрізнити, розміщених у невідомому діапазоні. Складність схемотехнічної реалізації описаної КВТА-схеми є близькою до такої складності інших близьких аналогів. Комп'ютерне моделювання показує, що стани схеми є глобально стійкими і глобально збіжними до КВТА-режиму з довільних початкових умов.

1. E. Majani, R. Erlanson, and Y. Abu-Mostafa, "On the k-winners-take-all network", In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 1, D. S. Touretzky, Ed. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1989, pp. 634–642. 2. R. P. Lippmann, "An introduction to computing with neural nets", *IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Magazine*, vol. 3, no. 4, pp. 4–22, Apr. 1987. 3. P. Tymoshchuk and E. Kaszkurewicz, "A Winner-take-all circuit based on second order Hopfield neural networks as building blocks", in *Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks*, Portland OR, vol. 2, 2003, pp. 891–896. 4. M. Atkins, "Sorting by Hopfield nets", in *Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks*, Washington DC, vol. 2, 1989, pp. 65–68. 5. K. Urahama and T. Nagao, "K-winners-take-all circuit with  $O(N)$  complexity", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 6, pp. 776–778, May 1995. 6. T. M. Kwon and M. Zervakis, "KWTA networks and their applications". *Multidimensional Syst. and Signal Processing*, vol. 6, pp. 333–346, Apr. 1995. 7. L. N. Binh and H. C. Chong, "A neural-network contention controller for packet switching networks", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 6, no. 6, pp. 1402–1410, Nov. 1995. 8. L. Itti, C. Koch, and E. Niebur, "A model of saliency-based visual attention for rapid scene analysis", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, no. 11, pp. 1254–1259, Nov. 1998. 9. U. Cilingiroglu and T. L. E. Dake, "Rank-order filter design with a sampled-analog multiple-winners-take-all core", *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 2, pp. 978–984, Aug. 2002. 10. R. Erlanson and Y. Abu-Mostafa, "Analog neural networks as decoders", In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 1, D. S. Touretzky, Ed. San Francisco, FL: Morgan Kaufmann, 1991, pp. 585–588. 11. A. Fish, D. Akselrod, and O. Yadid-Pecht, "High precision image centroid computation via an adaptive k-winner-take-all circuit in conjunction with a dynamic element matching algorithm for star tracking applications", *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 39, pp. 251–266, June 2004. 12. B. J. Jain and F. Wysotzki, "Central clustering of attributed graphs", *Machine Learning*, vol. 56, pp. 169–207, July 2004. 13. S. Chartier, G. Giguere, D. Langlois, and R. Sioufi, "Bidirectional associative memories, self-organizing maps and k-winners-take-all; uniting feature extraction and topological principles", in *Proc. IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks*, Atlanta GA, 2009, pp. 503–510. 14. B. G. Jain and F. Wysotzki, "A k-winner-takes-all classifier for structured data", in *Proc. 26th Int. Conf. AI LNAI 2821*, Hamburg, 2003, pp. 342–354. 15. S. Liu and J. Wang, "A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTA application", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 17, no. 6, pp. 1500–1510, Nov. 2006. 16. G. N. DeSouza and A. C. Zak, "Vision for mobile robot navigation: a survey", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 24, no. 2, pp. 237–267, Feb. 2002.

17. R. C. O'Reilly and Y. Munakata, *Computational explorations in cognitive neuroscience: understanding the mind by simulating the brain*. Cambridge, MA: MIT Press, 2000. 18. A. Lazar, G. Pipa, and J. Triesch, *Fading memory and time series prediction in recurrent networks with different forms of plasticity*. *Neural Networks*, vol. 20, no. 3, pp. 312–322, Apr. 2007. 19. A. Cichocki and R. Unbehauen, *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. Chichester: Wiley, 1993. 20. J. Wang, "Analysis and design of a  $k$ -winners-take-all model with a single state variable and the Heaviside step activation function", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 21, no. 9, pp. 1496–1506, Sept. 2010. 21. P. V. Tymoshchuk, "A dynamic  $K$ -winners take all analog neural circuit," in *Proc. IVth IEEE Int. Conf. Perspective technologies and methods in MEMS design, L'viv, 2008*, pp. 13–18. 22. Q. Liu and J. Wang, "Two  $k$ -winners-take-all networks with discontinuous activation functions", *Neural Networks*, vol. 21, pp. 406–413, Mar. – Apr. 2008. 23. Тимощук П. Аналогова структурно-функціональна нейронна схема визначення максимальних сигналів // *Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. – 2012. – № 744. – С. 10–17. (*Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка"*). 24. Тимощук П. Математична модель нейронної схеми типу "K-Winners-Take-All" обробки дискретизованих сигналів // *Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка"* "Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика". – 2010. – № 685. – С. 45–50 (). 25. B. D. Calvert and C. A. Marinov, "Another  $K$ -winners-take-all analog neural network", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 4, no. 1, pp. 829–838, Jul. 2000.

UDC 004.032.26

I. Perova, Ye. Bodyanskiy  
Kharkiv National University of Radio Electronics

## ADAPTIVE FUZZY CLUSTERING BASED ON MANHATTAN METRICS IN MEDICAL AND BIOLOGICAL APPLICATIONS

© Perova I., Bodyanskiy Ye., 2015

Розглянуто алгоритм нечіткої кластеризації даних за наявності аномальних спостережень. Запропонований рекурсивний алгоритм нечіткої кластеризації даних ґрунтується на використанні манхеттенської метрики, що забезпечує високу швидкість обробки інформації та просту обчислювальну реалізацію. Результат апробації на даних медико-біологічних досліджень підтверджує ефективність запропонованого підходу.

**Ключові слова:** алгоритм нечіткої кластеризації, манхеттенська метрика, функція Лагранжа.

**The problem of fuzzy clustering on the basis of the probabilistic fuzzy approach under the presence of outliers in data is considered. Recursive fuzzy clustering algorithm is proposed, which optimizes the objective function based on Manhattan metrics provides high speed of information processing and simple computational realization. The results of real data clustering confirm the effectiveness of proposed approach in medical data mining tasks.**

**Key words:** fuzzy clustering algorithm, Manhattan metrics, Lagrange function

### Introduction

Clustering and classification of datasets of different nature are now key problems of data mining, and effective solving of this tasks is important for knowledge acquisition by analysis of observations.

Generally, cluster analysis is algorithmic basis of data classification by means of separation of the available data into a number of classes (clusters) without a priori defined membership of any observation sample to one of the class (unsupervised learning). In the traditional (crisp) approach it is assumed that every observation belongs to only one class. The  $k$ -means algorithm [1] and the nearest-neighbor rule [2] are most popular examples of this approach. It is much more natural to assume that every observation may

belong to several clusters at same time with certain degrees of membership. This assumption is the basis of fuzzy cluster analysis [3, 4]. At present time many fuzzy clustering approaches are widely used, such as Bezdek's fuzzy c-means [3], the Gustafson-Kessel algorithm [5], fuzzy k-nearest neighbors [6], fuzzy shell cluster analysis by Klawonn-Kruse-Timm [7], mountain clustering by Yager and Filev [8] e.a. The approaches mentioned above are capable of efficient data clustering when the clusters are overlapping, but only with the assumption that the clusters are compact, i.e. they do not have abrupt (anomalous) outliers. Whereas real datasets usually contain up to 20% of outliers [9-11], the assumption of clusters compactness may sometimes become inadequate.

This situation often happens when processing medical and biological data sets because human subjective factor plays important role in these tasks.

The source information for all the mentioned algorithms is the data set of  $N$   $n$ -dimensional feature vectors  $X = \{x(1), x(2), \dots, x(N)\}$ ,  $x(k) \in R^n$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . The output of the algorithm is the separation of the original data into  $m$  clusters with some degree of membership  $m_q(x(k))$  of the  $k$ -th vector to the  $q$ -th cluster.

In this paper, we make an attempt to derive an adaptive computationally simple stable fuzzy clustering algorithm for recursive data processing in online mode as more and more data become available, using Manhattan metrics.

### Stable probabilistic fuzzy clustering algorithm

Probabilistic fuzzy-clustering approach belong to a class of objective function based algorithm [3] that are designed to solve fuzzy clustering problem via the optimization of a certain predetermined clustering criterion, and are the best-grounded from the mathematical point of view.

For pre-standardized feature vector (the standartization is performed component-wise so that all the feature vectors belong to the hypercube  $[-1, 1]^n$ ), the objective function is

$$E^k = \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m m_q^\beta(x(k)) d(x(k), c_q) \quad (1)$$

subject to constraints

$$\sum_{q=1}^m m_q(x(k)) = 1, \quad k = 1, \dots, N, \quad (2)$$

$$0 < \sum_{k=1}^N m_q(x(k)) < N, \quad q = 1, \dots, m \quad (3)$$

Here  $m_q(x(k)) \in [0, 1]$  is the degree of membership of the vector  $x(k)$  to the  $q$ -th cluster,  $c_q$  is the prototype (center) of the  $q$ -th cluster,  $\beta$  is a non-negative parameter, referred to "fuzzifier" (usually  $\beta=2$ ),  $d(x(k), c_q)$  is the distance between  $x(k)$  and  $c_q$  in the adopted metrics. The result of clustering is assumed to be  $N \times m$  matrix  $W = \{m_q(x(k))\}$ , referred to as "fuzzy partition matrix".

Note that since the elements of the matrix  $W$  can be regarded as the probabilities of the hypotheses of data vector membership to certain clusters, the procedures generated from (1) subject to constraints (2), (3) are referred to as the "probabilistic clustering algorithms".

The distance function  $d(x(k), c_q)$  is usually assumed to be Minkowski  $L^p$  metrics [17]

$$d(x(k), c_q) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i(k) - c_{qi}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad p \geq 1 \quad (4)$$

where  $x_i(k)$ ,  $c_{qi}$  are  $i$ -th components of  $(n \times 1)$ -vectors  $x(k)$ ,  $c_q$  respectively. Assuming  $\beta=p=2$  leads to the most popular, simple and quite effective Bezdek's fuzzy c-means algorithm [3]

$$\mathbf{m}_q(x(k)) = \frac{\|x(k) - c_q\|^{-2}}{\sum_{l=1}^N \|x(k) - c_l\|^{-2}}, \quad (5)$$

$$c_q = \frac{\sum_{k=1}^N \mathbf{m}_q^2(x(k))x(k)}{\sum_{k=1}^N \mathbf{m}_q^2(x(k))}. \quad (6)$$

Simplicity of (5) and (6) is determined by using of Euclidean (quadratic) metrics, those derivatives on the estimated parameters are linear forms. It allows to obtain a solution in simple analytic form.

At the same time in medical tasks it is more naturally to use Manhattan metrics ( $p=1$  in (4)), i.e.

$$d(x(k), c_q) = \sum_{i=1}^n |x_i(k) - c_{qi}| = |x(k) - c_q| \quad (7)$$

whose gradient respectively  $c_q$  has the form

$$\nabla_{c_q} d(x(k), c_q) = -\text{sign}(x(k) - c_q) \quad (8)$$

where

$$\text{sign}(x(k) - c_q) = \left( \text{sign}(x_1(k) - c_{q1}), \dots, \text{sign}(x_i(k) - c_{qi}), \dots, \text{sign}(x_n(k) - c_{qn}) \right)^T.$$

By introducing the goal function of probabilistic fuzzy clustering

$$\begin{aligned} E(\mathbf{m}_q(k), c_q) &= \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m \mathbf{m}_q^b(x(k)) \sum_{i=1}^n |x_i(k) - c_{qi}| = \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m \mathbf{m}_q^b(x(k)) |x(k) - c_q| = \\ &= \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m \mathbf{m}_q^b(x(k)) d(x(k), c_q) \end{aligned} \quad (9)$$

and taking into consideration the constraints (2) we can write the Lagrange function

$$L(\mathbf{m}_q(k), c_q, I(k)) = \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m \mathbf{m}_q^b(x(k)) \sum_{i=1}^n |x_i(k) - c_{qi}| + \sum_{k=1}^N I(k) \left( \sum_{q=1}^m \mathbf{m}_q(k) - 1 \right), \quad (10)$$

where  $\lambda(k)$  is an undetermined Lagrange multiplier that guarantees the fulfillment of the constraints (2), (3). The saddle point of the Lagrange function (10) could be found solving the following system of Karush-Kuhn-Tucker equations

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L(\mathbf{m}_q(k), c_q, I(k))}{\partial \mathbf{m}_q(k)} = 0, \\ \frac{\partial L(\mathbf{m}_q(k), c_q, I(k))}{\partial I(k)} = 0, \\ \nabla_{c_q} L(\mathbf{m}_q(k), c_q, I(k)) = \mathbf{0}. \end{array} \right. \quad (11)$$

Solving the first and the second equations of the system (11) leads to well-known result

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{m}_q(x(k)) \frac{d(x(k), c_q)^{\frac{1}{1-b}}}{\sum_{l=1}^m (d(x(k), c_l))^{\frac{1}{1-b}}} = 0, \\ I(k) = - \left( \sum_{l=1}^m (b d(x(k), c_l))^{\frac{1}{1-b}} \right)^{1-b}. \end{array} \right. \quad (12)$$

but the third one

$$\nabla_{c_q} L(\mathbf{m}(x(k)), c_q, I(k)) = \sum_{k=1}^N \mathbf{m}_q^b(x(k)) \nabla_{c_q} d(x(k), c_q) = \mathbf{0} \quad (13)$$

obviously has no analytical solution. The solution of (13) could be computed with use of a local modification of Lagrange function [12] and the recursive fuzzy clustering algorithms [22]. Furthermore, searching the saddle point of the local Lagrange function

$$L(\mathbf{m}_q(x(k)), c_q, I(k)) = \sum_{q=1}^m \mathbf{m}_q^b(x(k)) d(x(k), c_q) + I(k) \left( \sum_{q=1}^m \mathbf{m}_q(x(k)) - 1 \right) \quad (14)$$

using the Arrow-Hurwitz-Uzawa procedure gives the following algorithm:

$$\begin{cases} \mathbf{m}_q(x(k)) = \frac{d(x(k), c_q^{(k)})^{\frac{1}{1-b}}}{\sum_{l=1}^m (d(x(k), c_l^{(k)}))^{\frac{1}{1-b}}}, \\ c_{qi}(k+1) = c_{qi}(k) - \mathbf{h}(k) \frac{\partial L_k(\mathbf{m}_q(x(k)), c_q, I(k))}{\partial c_{qi}} = \\ = c_{qi}(k) + \mathbf{h}(k) \mathbf{m}_q^b(x(k)) \text{sign}(x_i(k) - c_{qi}(k)) \end{cases} \quad (15)$$

where  $\mathbf{h}(k)$  is the learning rate parameter,  $c_{qi}(k)$  is the  $i$ -th component of the  $q$ -th prototype vector calculated at the  $k$ -th step, or the same in vector form

$$\begin{cases} \mathbf{m}_q(x(k)) = \frac{d(x(k), c_q(k))^{\frac{1}{1-b}}}{\sum_{l=1}^m (d(x(k), c_l(k)))^{\frac{1}{1-b}}}, \\ c_q(k+1) = c_q(k) + \mathbf{h}(k) \mathbf{m}_q^b(x(k)) \text{sign}(x(k) - c_q(k)), \end{cases} \quad (16)$$

that from computational point of view is essentially simpler than the robust fuzzy clustering algorithm, proposed in [23].

Especially simple form this algorithm obtains when  $\beta=2$

$$\begin{cases} \mathbf{m}_q(x(k)) = \frac{|x(k) - c_q(k)|^{-1}}{\sum_{l=1}^m |x(k) - c_l(k)|^{-1}}, \\ c_q(k+1) = c_q(k) + \mathbf{h}(k) \mathbf{m}_q^2(x(k)) \text{sign}(x(k) - c_q(k)). \end{cases} \quad (17)$$

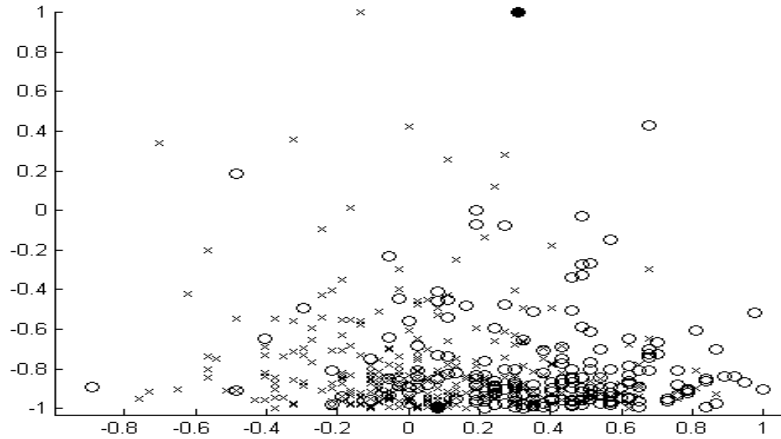


Fig. 1

## Experiments

We have used the proposed algorithm in the problem of data clustering of data set from the UCI machine learning database: "heart-disease" [24]. This data set contains 2 clusters. On fig.1 the results of clustering labeled as 'o' and 'x' are shown using two-dimensional projection from nine-dimensional of 1 and 3 properties. Centers of clusters was labeled as '•'. Using adaptive fuzzy clustering based on Manhattan metrics provides satisfactory quality of clustering that is better than quality of clustering based on standard fuzzy-c-means algorithm.

## Conclusion

In the paper stable adaptive probabilistic fuzzy clustering algorithm based on the objective function of a special form (Manhattan metrics), suitable for heavy-tailed data distribution with outliers, is proposed. The algorithm could be used in a wide range of applications, such as medical data mining, fault detection, pattern recognition in self-organizing mode when the size of the data set is not known a priori, and the data must be processed in sequential mode, those is typical for medical and biological research.

1. MacQueen, J. On convergence of  $k$ -means and partitions with minimum average variance. – *Ann. Math. Statist.*, 36, 1965. – 1084 p. 2. Cover, T.M. Estimates by the nearest-neighbor rule. *IEEE Trans. on Information Theory*, 14, 1968. – 50–55 p. 3. Bezdek, J.C.: *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. – Plenum Press, New York, 1981. 4. Höppner, F., Klawonn, F., Kruse, R.: *Fuzzy-Clusteranalyse. Verfahren für die Bilderkennung, Klassifikation und Datenanalyse*. – Vieweg, Braunschweig, 1996. 5. Gustafson, E.E., Kessel, W.C.: Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix. – *Proc. IEEE CDC, San Diego, California*, 1979. – 761–766 p. 6. Keller, J.M., Gray, M.R., Givens, J.A., Jr.: A fuzzy  $k$ -nearest neighbor algorithm. – *IEEE Trans. on Syst., Man and Cybern.* 3, 1985. – 32–57 p. 7. Klawonn, F., Kruse, R., Timm, H.: Fuzzy Shell Cluster Analysis. In: Della Riccia, G., Lenz, H.J., Kruse, R. (eds.): *Learning, Networks and Statistics*. – Springer-Verlag, Wien, 1997. – 105–120 p. 8. Yager, R.R., Filev, D.P.: Approximate clustering via the mountain method. – *IEEE Trans. on Syst., Man and Cybern.* 24, 1994. – 1279–1284 p. 9. Barnett, V., Lewis, T.: *Outliers in Statistical Data*. – John Wiley & Sons, Chichester-New York-Brisbane-Toronto, 1978. 10. Rey, W.J.J.: *Robust Statistical Methods. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 690*. – Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1978. 11. Huber, P.J. *Robust Statistics*. – John Wiley & Sons, New York, 1981. 12. Looney, C.G. A fuzzy clustering and fuzzy merging algorithm. – *Technical Report, CS-UNR-101-1999*. – URL: <http://sherry.ifi.unizh.ch/looney99fuzzy.html> 13. Looney, C.G. A fuzzy classifier with ellipsoidal Epanechnikovs. – *Technical Report, Computer Science Department, University of Nevada, Reno, NV, 2001*. – URL: <http://sherry.ifi.unizh.ch/looney01fuzzy.html> 14. Tsuda, K., Senda, S., Minoh, M., Ikeda, K.: Sequential fuzzy cluster extraction and its robustness against noise. – *Systems and Computers in Japan*, 28, 1997. – 10-17p. 15. Höppner, F., Klawonn, F.: Fuzzy clustering of sampled functions. *Proc. 19th Int. Conf. of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), Atlanta, USA, 2000*. – 251–255 p. 16. Georgieva, O., Klawonn, F.: A clustering algorithm for identification of single clusters in large data sets. – *Proc. 11th East-West Fuzzy Colloquium*. – HS Zittau-Görlitz, 2004. – 118–125 p. 17. Pau, L.F.: *Failure Diagnosis and Performance Monitoring*. – Marcel Dekker Inc., NY, 1981. 18. Tsympkin, Ya.Z.: *Foundations of Information Theory of Identification*. – Nauka, Moscow, 1984. 19. Holland, P.W., Welsh, R.E.: Robust regression using iteratively re-weighted least squares. – *Comm. Statist. Theory and Methods A6*, 1977. – 813-827p. 20. Welsh, R.E. *Nonlinear statistical data analysis*. – *Proc. Comp. Sci. and Statist. Tenth Ann. Symp. Interface. Nat'l Bur. Stds. Gaithersburg, MD, 1977*. – 77–86 p. 21. Chichocki, A., Unbehauen, R.: *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. Teubner, Stuttgart (1993). 22. Bodyanskiy, Ye., Kolodyazhniy, V., Stephan, A.: Recursive fuzzy clustering algorithms. *Proc. 10th East-West Fuzzy Colloquium. HS Zittau-Görlitz, 2002*. – 276–283 p. 23. Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kokshenev I., Kolodyazhniy V. Outlier resistant recursive fuzzy clustering algorithms. – *Proc. 12-th East-West Fuzzy Colloquium. HS Zittau-Görlitz, 2005*. – 301–308 p. 24. David W. Aha *UCI Repository of machine learning databases*. – URL: <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Heart+Disease> CA: University of California, Department of Information and Computer Science, 1988.



## ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОЕКТУ СТРАТЕГІЧНОГО РОЗВИТКУ ТУРИЗМУ В РЕГІОНІ УКРАЇНСЬКИХ КАРПАТ

© Грицюк М., Грицюк Ю., 2015

Розроблено методику розв’язання задачі багатокритеріальної оптимізації проекту стратегічного розвитку туризму в регіоні Українських Карпат з урахуванням різних обмежень при заданих альтернативах виконання робіт, поданих у вигляді мережевих моделей. Для розв’язання задачі використано метод послідовних поступок з врахуванням умови, коли будь-яка робота подальшого етапу в проекті починається після завершення всіх робіт попереднього етапу. Розроблена математична модель задачі враховує шість критеріїв, є динамічною з булевими змінними, алгоритмічними і аналітичними цільовими функціями та відповідними обмеженнями.

**Ключові слова:** стратегічний розвиток туризму, структура проекту, критерії оптимізації, багатокритеріальна оптимізація, математична модель, метод послідовних поступок.

The author has developed the method of solving the task of multi-criterion optimization the project of strategic tourism development in Ukrainian Carpathian region taking into account the various limitations under the given alternatives of execution the works, submitted in the form of network models. For solving the task, we used the method of successive concessions taking into account the condition where any work of further stage in the project begins after completing all work of the previous stage. The developed mathematical model of task takes into account the six criteria, is dynamic with Boolean variables, algorithmically and analytical objective functions and appropriate limitations.

**Key words:** strategic tourism development, project structure, optimization criteria, multi-criterion optimization, mathematical model, the method of successive concessions.

### Вступ

Важливим чинником суспільно-економічного розвитку певної території є ефективне впровадження регіональної політики стратегічного розвитку туризму, яка ґрунтується на принципах збалансованості природокористування та сталого розвитку [2]. У роботі [6] розглянуто особливості процесу моделювання оптимальної траєкторії сталого розвитку туризму в регіоні Українських Карпат. З’ясовано, що особливу увагу при цьому необхідно звертати на тимчасові параметри (наприклад, терміни початку етапів впровадження проектів, терміни їх реалізації та здавання в експлуатацію), визначальними чинниками яких є динаміка кон’юнктури ринку і доступність фінансових ресурсів. Розроблена математична модель проекту стратегічного розвитку туризму (СРТ) враховує ймовірнісну природу походження фінансових надходжень з можливими відхиленнями, що забезпечує адекватність отриманих результатів реальним ситуаціям.

Проблема розроблення довготермінової стратегії сталого розвитку туризму в регіоні Українських Карпат вимагає складних і багатопланових розрахунків [2, 11]. Більшість наукових публікацій на цю тематику мають описовий характер, у яких здебільшого висвітлюється суть і наводиться класифікація допустимих стратегій [13, 16, 17]. Однак тільки у незначній частині таких робіт розглядаються економіко-математичні моделі та алгоритми, які дають змогу обґрунтовано формувати більш-менш адекватні стратегії [1, 2, 4, 10, 15, 18]. Проте проблеми багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ на регіональному рівні розкриті недостатньо і потребують подальшого опрацювання, що і визначає актуальність цієї роботи.

Проте, у роботах [7, 8] розглянуто постановку задачі багатокритеріальної оптимізації змісту проекту з урахуванням обмежень при заданих альтернативах виконання робіт, а також її математична модель за такими критеріями, як прибуток, тривалість, вартість, якість та ризику реалізації проекту. Процес оптимізації задачі автором поділено на етапи, на кожному з яких можливі альтернативи виконання окремих робіт подано у вигляді мережевих моделей. Оскільки в задачах оптимізації процедура встановлення значень вагових коефіцієнтів для різних критеріїв викликає у експертів, як правило, великі труднощі, то для кожного критерію набагато простіше задати тільки їхні пріоритети. Тому в роботі [7] наведено методику багатокритеріальної оптимізації змісту проекту, який базується на методі послідовних поступок, яку приймемо за основу для розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ у регіоні Українських Карпат.

**Мета роботи** полягає в розробленні методики розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ з урахуванням різних обмежень при заданих альтернативах виконання робіт, результати якої забезпечать дотримання принципів збалансованості природокористування та сталого розвитку. Для реалізації зазначеної мети потрібно вирішити такі основні завдання: з'ясувати особливості застосування методу послідовних поступок стосовно відносної важливості часткових критеріїв; реалізувати методику розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації методом послідовних поступок; навести приклади вибору оптимальних варіантів СРТ; зробити відповідні висновки.

#### Застосування методу послідовних поступок для вибору оптимального проекту СРТ

Метод послідовних поступок [1, 4, 9, 11, 12] застосовується тоді, коли на основі часткових критеріїв можна проводити якісний аналіз їхньої відносної важливості. На підставі такого аналізу частковим критерієм надаються деякі переваги, після чого вони впорядковуються за убаванням їхньої важливості. Сутність методу полягає в розв'язанні послідовності підзадач (1)–(4), при цьому визначається на кожному кроці величина поступки  $\Delta_k$  ( $\forall k \in K$ ) за рахунок багаторазового повторення процедури розв'язання кожної підзадачі шляхом задавання пробних значень і аналізу отриманих результатів розв'язання, які залежать від цих значень. Шуканим розв'язком буде результат розв'язання підзадачі (4), а саме:

$$f_1^{\max} = \max_{x \in X^0} \{f_1(x)\}; \quad (1)$$

$$f_2^{\text{КОМ}} = \max_{x \in X^0} \{f_2(x)\}, f_1(x) \geq (1 - \Delta_1) \cdot f_1^{\max}; \quad (2)$$

$$f_k^{\text{КОМ}} = \max_{x \in X^0} \{f_k(x)\}, f_j(x) \geq (1 - \Delta_j) \cdot f_j^{\max}, j = \overline{1, k-1}; \quad (3)$$

$$f_K^{\text{КОМ}} = \max_{x \in X^0} \{f_K(x)\}, f_j(x) \geq (1 - \Delta_j) \cdot f_j^{\max}, j = \overline{1, K-1}, \quad (4)$$

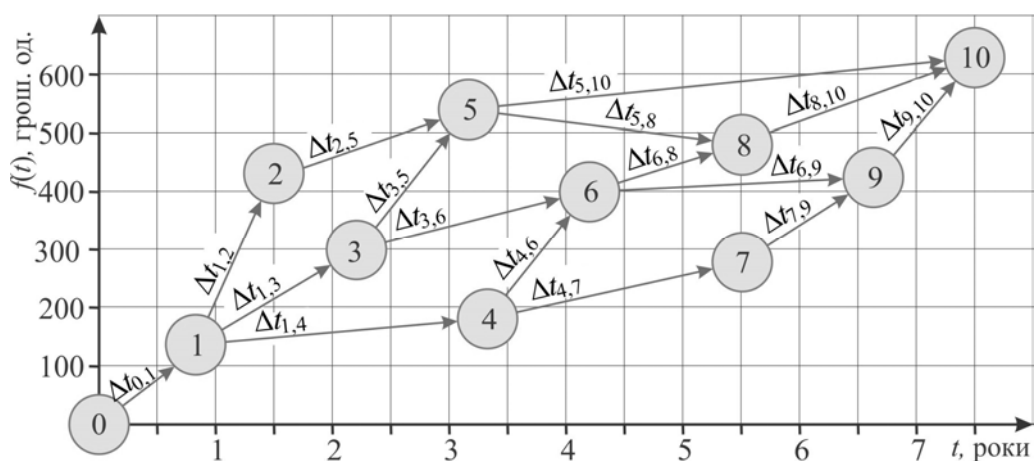
де  $K$  – загальна кількість критеріїв;  $f_k(x) = \{f_k(x), k = \overline{1, K}\}$  – натуральне значення  $k$ -го критерію;  $f_k^{\max} = \{f_k^{\max}, k = \overline{2, K}\}$ ,  $f_k^{\text{КОМ}} = \{f_k^{\text{КОМ}}, k = \overline{2, K}\}$  – відповідно максимальне та компромісне значення  $k$ -го критерію;  $X^0 = \{\Delta_k, k = \overline{1, K}\}$  – величина  $k$ -ї поступки.

Процедура розв'язання задачі оптимізації методом послідовних поступок, при невдалому підборі початкових значень поступок  $\Delta_k$  ( $\forall k \in K$ ), призводить у деяких випадках до значних витрат часу, що є основним його недоліком [4]. Однак метод може використовуватися для будь-яких часткових цільових функцій і обмежень, що мають різну розмірність. Він не вимагає монотонних перетворень [12] часткових критеріїв і порівняння їх значень. Тому зазначений вище його недолік втрачає свою актуальність навіть для двокритеріальної задачі. Окрім цього, він простий у використанні й зручний для аналізу.

Тому з урахуванням цієї обставини і зазначених переваг методу послідовних поступок якраз і використаємо його для розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ у регіоні Українських Карпат.

### Розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації методом послідовних поступок

Адаптуємо наведену в роботі [7] математичну модель для розв'язання задачі оптимізації проекту СРТ у Карпатському регіоні за такими критеріями: вартість, тривалість і ризику реалізації проекту СРТ; витрати на надання та прибуток від надання, а також якість надання туристичних послуг. Як і в роботі [6], вважатимемо, що структуру проекту СРТ задано у вигляді мережевої моделі, в якій види виконуваних робіт подано у вигляді вершин, а зв'язки між ними – у вигляді направлених дуг. Процес реалізації проекту СРТ поділено на декілька етапів (рисунок), на кожному з яких можливі альтернативи виконання окремих видів робіт. Кожний етап – це проект або програма, сукупність яких формує довготермінову стратегію сталого розвитку туризму у встановлені терміни за наявні ресурси.



Етапи стратегічного розвитку туризму, де  $\Delta t_{ij}$  – тривалість переходу з одного стану розвитку туризму в інший

Для розв'язання цієї задачі використаємо один з варіантів реалізації методу послідовних поступок, який наведено в роботі [5]. Для цього виконаємо якісний аналіз відносної важливості часткових критеріїв задачі, а також надамо пріоритети кожному з них, тобто проранжуємо критерії від найбільш важливого до найменш затребуваного. Стосовно нашої задачі, то критерії розташуємо в такому порядку убывання пріоритетів: прогнозований прибуток від надання туристичних послуг, поточні витрати на їх надання, а також їхня якість; вартість, тривалість і ризику реалізації проекту СРТ. Методика розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ у регіоні Українських Карпат складається також з окремих кроків їх реалізації.

**Крок 1.** Оптимізуємо значення першого критерію за наданням пріоритету, який характеризує прогнозований прибуток від надання туристичних послуг з урахуванням відповідних обмежень. Для цього розв'яжемо таку задачу: потрібно знайти максимальний прогнозований прибуток від надання туристичних послуг

$$P = P(C, D, E, I, W, X, G) = \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^{L_t} c_{tl} d_{tl} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} (e_{hj} - w_{hj}) \cdot x_{hj} - \sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} u_t(G, x_{hj}) \rightarrow \max_{x_{hj}} \quad (5)$$

при дотриманні таких обмежень на:

- позитивний залишок грошових коштів після виконання робіт певного виду на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ

$$s_h = s_{h-1} + k_h - \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj}; s_h \geq 0, h = \overline{1, H}; \quad (6)$$

- тривалість виконання робіт при реалізації проекту СРТ протягом інвестиційної фази

$$T_p = T_p(G, X) = \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} j_{\tau}(G, x_{hj}) \leq T^{\max}; \quad (7)$$

- кількість варіантів одночасного виконання робіт певного виду на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, H}; \quad x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad (8)$$

де  $T$  – тривалість життєвого циклу проекту СРТ надання туристичних послуг;

- $L_t^0 = \{L_t, t = \overline{1, T}\}$  – кількість видів туристичних послуг, наданих у  $t$ -му році їх життєвого циклу;
- $C_t^0 = \{C_t^0 = \{c_{il}, l = \overline{1, L_t}\}, t = \overline{1, T}\}$  – вартість надання туристичних послуг  $l$ -го виду в  $t$ -му році їх життєвого циклу;
- $D_t^0 = \left\{ D_t^0 = \left\{ d_{il} = \begin{cases} a_{il}, & \text{якщо } a_{il} \leq b_{il}; \\ b_{il}, & \text{якщо } a_{il} > b_{il}, \end{cases} l = \overline{1, L_t}, t = \overline{1, T} \right\} \right\}$  – кількість наданих туристичних послуг  $l$ -го виду в  $t$ -му році їх життєвого циклу;
- $B_t^0 = \{B_t^0 = \{b_{il}^{\pm \Delta_{il}}, l = \overline{1, L_t}\}, t = \overline{1, T}\}$  – прогнозований попит на надання туристичних послуг  $l$ -го виду в  $t$ -му році їх життєвого циклу;
- $A_t^0 = \left\{ A_t^0 = \left\{ a_{il} = \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} a_{il}(\mathbf{G}, x_{hj}), l = \overline{1, L_t}, t = \overline{1, T} \right\} \right\}$  – виробнича потужність туристичних об'єктів з надання послуг  $l$ -го виду в  $t$ -му році їх життєвого циклу;
- $H$  – кількість етапів реалізації проекту СРТ;
- $M_h^0 = \{M_h, h = \overline{1, H}\}$  – кількість варіантів мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $X_h^0 = \{X_h^0 = \{x_{hj} \in \{0, 1\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – залучення до виконання роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $W_h^0 = \{W_h^0 = \{w_{hj}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – вартість виконання роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ (може складатися з декількох видів робіт);
- $S_h^0 = \{s_h, h = \overline{1, H}\}$  – обсяг грошових коштів, що залишилися після виконання робіт на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $K_h^0 = \{k_h, h = \overline{1, H}\}$  – обсяг грошових коштів, що виділяють для виконання робіт на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $E_h^0 = \{E_h^0 = \{e_{hj}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – залишкова вартість основних фондів, що вибувають при виконанні роботи за  $j$ -им варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $T^{\max}$  – максимальна тривалість інвестиційної фази реалізації проекту СРТ;
- $U_t^0 = \{u_t = u_t(\mathbf{G}, x_{hj}), t = \overline{1, T}\}$  – поточні витрати, пов'язані з наданням туристичних послуг в  $t$ -му році їх життєвого циклу.

Обмеження (6) припускає, що після завершення кожного етапу реалізації проекту СРТ мають бути відсутні фінансові заборгованості щодо виконання попередніх видів робіт. Обмеження (7) означає, що тривалість інвестиційної фази реалізації проекту СРТ має бути не більшою від її максимального терміну  $T^{\max}$ , який заздалегідь вказує замовник. Обмеження (8) означає, що на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ мають виконуватися тільки роботи одного виду.

У моделі (5)–(8) можуть бути й інші обмеження, наприклад, на витрату деяких ресурсів, на потребу відповідних кадрів, устаткування, сировини і комплектних матеріалів, на послідовність виконання різних варіантів робіт тощо.

Мережева модель (орієнтований граф) виконання робіт при реалізації проекту СРТ, що містить їхні альтернативи, має такий вигляд:

$$\mathbf{G} = \{A^0, Z^0, E^0, W^0\}, \quad (9)$$

де  $A^0 = \{A_h^0 = \{A_{hj}^0 = \{a_{hjk}, k = \overline{1, N_{hj}}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – множина вузлів орієнтованого графу, де  $a_{hjk}$  – робота  $k$ -го виду, яка виконується за  $j$ -м варіантом (альтернативою) мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;

- $\mathcal{N}_h = \{N_{hj} = \{N_{hj}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – кількість видів робіт, які виконуються за  $j$ -м варіантом (альтернативою) мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $\mathcal{Z}_h = \left\{ \mathcal{Z}_h = \left\{ \mathcal{Z}_{hj} = \left\{ \begin{matrix} (m) z_{hj}^{(k)}, & k = \overline{1, N_{hj}} \\ pf z_{hj}^{(k)}, & m = \overline{1, N_{pf}} \end{matrix} \right\}, j = \overline{1, M_h} \right\}, h = \overline{1, H} \right\}$  – множина направлених дуг графу, де  $(m) z_{hj}^{(k)}$  – дуга, яка виходить з  $k$ -го вузла (роботи  $k$ -го виду) за  $j$ -м варіантом (альтернативою) мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ і входить у  $m$ -й вузол (роботу  $m$ -го виду) за  $f$ -м варіантом мережевої моделі на  $p$ -му етапі реалізації проекту СРТ;  $k \neq m$  при  $p = h$ ;  $p \geq h$ ;
- $\mathcal{T}_h = \{t_{hj} = \{t_{hjk}, k = \overline{1, N_{hj}}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – множина термінів виконання робіт у вузлах орієнтованого графу, де  $t_{hjk}$  – термін виконання роботи  $k$ -го виду за  $j$ -м варіантом (альтернативою) мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $\mathcal{W}_h = \{w_{hj} = \{w_{hjk}, k = \overline{1, N_{hj}}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – множина вартостей виконання робіт у вузлах орієнтованого графу, де  $w_{hjk}$  – вартість виконання роботи  $k$ -го виду за  $j$ -м варіантом (альтернативою) мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ.

Якщо розв'язок задачі (5)–(8) отримано (позначимо його через  $P^{\max}$ ), то переходимо до кроку 2. Якщо ж задача розв'язку не має, то початкова задача також не має розв'язку.

**Крок 2.** Призначаємо поступку  $\Delta p$  в частках від набутого значення критерію, який характеризує прогнозований прибуток від надання туристичних послуг. Формуємо таке обмеження:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^{L_t} c_{tl} d_{tl} + \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} (e_{hj} - w_{hj}) \cdot x_{hj} - \sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} u_t(\mathbf{G}, x_{hj}) \geq (1 - \Delta p) \cdot P^{\max}. \quad (10)$$

**Крок 3.** Оптимізуємо значення другого за важливістю критерію, який характеризує прогнозовані поточні витрати на надання туристичних послуг, враховуючи обмеження та поступку за критерієм, що характеризує прогнозований прибуток від надання туристичних послуг (5). Для цього розв'яжемо таку задачу: потрібно знайти мінімальні поточні витрати на надання туристичних послуг

$$U = U(\mathbf{G}, \mathcal{X}) = \sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} u_t(\mathbf{G}, x_{hj}) \rightarrow \min_{x_{hj}} \quad (11)$$

при дотриманні обмежень (6)–(8) і (10). Значення функції мети (11) вказує на поточні витрати туристичної галузі внаслідок реалізації проекту СРТ протягом його життєвого циклу.

Якщо розв'язок задачі (11), (6)–(8) і (10) отримано (позначимо його через  $U^{\min}$ ), то переходимо до кроку 4. Якщо ж задача розв'язку не має, то повертаємося до кроку 2 і збільшуємо поступку  $\Delta p$  за критерієм, який характеризує прогнозований прибуток від надання туристичних послуг.

**Крок 4.** Призначаємо поступку  $\Delta u$  в частках набутого значення критерію, який характеризує поточні витрати на надання туристичних послуг. Формуємо обмеження такого вигляду:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} u_t(\mathbf{G}, x_{hj}) \leq (1 + \Delta u) \cdot U^{\min}. \quad (12)$$

**Крок 5.** Оптимізуємо значення третього за важливістю критерію, який характеризує прогнозовану якість надання туристичних послуг, враховуючи обмеження та раніше зроблені поступки за критеріями, що характеризують прогнозований прибуток від надання (5) та поточні витрати на надання туристичних послуг (11). Для цього розв'яжемо таку задачу: потрібно знайти мінімальну прогнозовану якість надання туристичних послуг

$$Q = Q(\mathcal{B}, \mathcal{W}^a, \mathcal{X}) = \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_{hr} w_{hjr}^a x_{hj} \rightarrow \min_{x_{hj}} \quad (13)$$

при дотриманні обмежень (6)–(8), (10) і (12). Значення функції мети (13) вказує на ту якість надання туристичних послуг, нижче якої реалізація проекту СРТ є не придатною для потенційних клієнтів.

У виразі (13) введено такі позначення:

- $\mathbb{B} = \{b_{hr} = \{b_{hr}, r = \overline{1, R_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – ваговий коефіцієнт  $r$ -го показника якості надання туристичних послуг внаслідок реалізації проекту СРТ:  $0 < \beta_{rh} < 1, \sum_{r=1}^{R_h} b_{hr} = 1, h = \overline{1, H}$ ;
- $\mathbb{W}^h = \{w_{hjr}^h = \{w_{hjr}^h, r = \overline{1, R_h}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – нормоване значення  $r$ -го показника якості надання туристичних послуг, яке стосується виконання роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ, визначається за такими формулами:
$$w_{hjr}^h = \frac{w_{hjr}^{\max} - w_{hjr}^{\min}}{w_{hjr}^{\max} - w_{hjr}^{\min}}, \forall r \in R_h^{(1)}; w_{hjr}^h = \frac{w_{hjr} - w_{hjr}^{\min}}{w_{hjr}^{\max} - w_{hjr}^{\min}}, \forall r \in R_h^{(2)}, h \in H; \quad (14)$$
- $\mathbb{W} = \{w_{hjr} = \{w_{hjr}, r = \overline{1, R_h}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – натуральне значення  $r$ -го показника якості надання туристичних послуг, яке стосується виконання роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $\mathbb{W}^{\min} = \{w_{hjr}^{\min} = \{w_{hjr}^{\min}, r = \overline{1, R_h}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – мінімально можливе значення  $r$ -го показника якості надання туристичних послуг, яке стосується виконання роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $\mathbb{W}^{\max} = \{w_{hjr}^{\max} = \{w_{hjr}^{\max}, r = \overline{1, R_h}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – максимально можливе значення  $r$ -го показника якості надання туристичних послуг, яке стосується виконання роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $\mathbb{R} = \{R_h, h = \overline{1, H}\}$  – загальна кількість показників якості надання туристичних послуг, які потрібно врахувати на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $R_h^{(1)}, R_h^{(2)}, h \in H$  – кількість показників якості надання туристичних послуг, які потрібно відповідно максимізувати та мінімізувати на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ.

Нагадаємо, що до основних параметрів оцінювання якості та споживчої вартості надання туристичних послуг належать показники, що визначають технічну, функціональну та етичну вартість окремих видів послуг і комплексного туристичного продукту, а також показники їхньої суспільно-політичної та економічної вартості. Забезпечення відповідного рівня якості надання туристичних послуг вимагає узагальнення бажань клієнтів та їх реалізації, а також порівняння реального стану задоволення потреб клієнта зі станом, на який він очікує.

Значення функції мети (13) є узагальненою оцінкою якості надання туристичних послуг внаслідок реалізації проекту СРТ протягом його життєвого циклу. Що воно менше, то вища прогнозована якість надання туристичних послуг.

Якщо розв'язок задачі (13), (6)–(8), (10) і (12) отримано (позначимо його через  $Q^{\min}$ ), то переходимо до кроку 6. Якщо ж задача розв'язку не має, то повертаємося до кроку 4 і збільшуємо поступку  $\Delta u$  за критерієм, який характеризує поточні витрати на надання туристичних послуг.

**Крок 6.** Призначаємо поступку  $\Delta q$  у частках набутого значення критерію, який характеризує прогнозовану якість надання туристичних послуг. Формуємо обмеження такого вигляду:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{r=1}^{R_h} b_r w_{hjr}^h x_{hj} \leq (1 + \Delta q) \cdot Q^{\min}. \quad (15)$$

**Крок 7.** Оптимізуємо значення четвертого за важливістю критерію, який характеризує вартість реалізації проекту СРТ, враховуючи обмеження та раніше зроблені поступки за критеріями, що характеризують прогнозований прибуток від надання (5) та поточні витрати на надання туристичних послуг (11), а також їх прогнозовану якість (13). Для цього розв'яжемо таку задачу: потрібно знайти мінімальну вартість реалізації проекту СРТ

$$F = F(\mathbb{W}, \mathbb{X}) = \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} \rightarrow \min_{x_{hj}} \quad (16)$$

при дотриманні обмежень (6)–(8), (10), (12) і (15). Значення функції мети (16) вказує на одноразові витрати на реалізацію проекту СРТ протягом його життєвого циклу.

Якщо розв'язок задачі (16), (6)–(8), (10), (12) і (15) отримано (позначимо його через  $F^{\min}$ ), то переходимо до кроку 8. Якщо ж задача розв'язку не має, то повертаємося до кроку 6 і збільшуємо поступку  $\Delta q$  за критерієм, який характеризує прогнозовану якість надання туристичних послуг.

**Крок 8.** Призначаємо поступку  $\Delta f$  у частках набутого значення критерію, який характеризує вартість реалізації проекту СРТ. Формуємо обмеження такого вигляду:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} \leq (1 + \Delta f) \cdot F^{\min}. \quad (17)$$

**Крок 9.** Знаходимо оптимальне значення п'ятого за важливістю критерію, який характеризує тривалість реалізації проекту СРТ, враховуючи обмеження та раніше зроблені поступки за критеріями, що характеризують прогнозований прибуток від надання (5) та поточні витрати на надання туристичних послуг (11), а також прогнозовану їх якість (13) та вартість реалізації проекту СРТ (16). Для цього розв'яжемо таку задачу: потрібно знайти мінімальну тривалість реалізації проекту СРТ

$$T_p = T_p(\mathbf{G}, \mathbf{X}) = \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} j_{\tau}(\mathbf{G}, x_{hj}) \rightarrow \min_{x_{hj}} \quad (18)$$

при дотриманні обмежень (6)–(8), (10), (12), (15) і (17). Значення функції мети (18) вказує на тривалість інвестиційної фази реалізації проекту СРТ, яка розраховується за допомогою методу критичного шляху [15] або іншого методу в мережевій моделі (9).

Якщо розв'язок задачі (18), (6)–(8), (10), (12), (15) і (17) отримано (позначимо його через  $T^{\min}$ ), то переходимо до кроку 10. Якщо ж задача розв'язку не має, то повертаємося до кроку 8 і збільшуємо поступку  $\Delta f$  за критерієм, який характеризує вартість реалізації проекту СРТ.

**Крок 10.** Призначаємо поступку  $\Delta t$  у частках набутого значення критерію, який характеризує тривалість реалізації проекту СРТ. Формуємо обмеження такого вигляду:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} j_{\tau}(\mathbf{G}, x_{hj}) \leq (1 + \Delta t) \cdot T^{\min}. \quad (19)$$

**Крок 11.** Знаходимо оптимальне значення шостого за важливістю критерію, який характеризує прогнозовані ризики реалізації проекту СРТ, враховуючи обмеження та раніше зроблені поступки за критеріями, що характеризують прогнозований прибуток від надання (5) та поточні витрати на надання туристичних послуг (11), а також їх прогнозовану якість (13), вартість (16) та тривалість реалізації проекту СРТ (18). Для цього розв'яжемо таку задачу: потрібно знайти мінімальні ризики реалізації проекту СРТ

$$R = R(\mathbf{P}, \mathbf{V}, \mathbf{K}, \mathbf{X}) = \sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{k=1}^{K_{hj}} p_{hrk} v_{hrk} x_{hj} \rightarrow \min_{x_{hj}} \quad (20)$$

при дотриманні обмежень (6)–(8), (10), (12), (15), (17) і (19). Значення функції мети (20) вказує на ту оцінку ризику, нижче якої реалізація проекту СРТ є недоцільною.

У виразі (20) введено такі позначення:

- $\mathbf{P} = \{P_h = \{P_{hj} = \{p_{hjk}, k = \overline{1, K_{hj}}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – ймовірність настання  $k$ -ї ризикової ситуації при виконанні роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $\mathbf{V} = \{V_h = \{V_{hj} = \{v_{hjk}, k = \overline{1, K_{hj}}\}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – негативні наслідки у вартісному еквіваленті від настання  $k$ -ї ризикової ситуації при виконанні роботи за  $j$ -м варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ;
- $\mathbf{K} = \{K_h = \{K_{hj}, j = \overline{1, M_h}\}, h = \overline{1, H}\}$  – кількість ризикових ситуацій, які можуть настати при виконанні роботи за  $j$ -им варіантом мережевої моделі на  $h$ -му етапі реалізації проекту СРТ.

Якщо розв'язок задачі (20), (6)–(8), (10), (12), (15), (17) і (19) отримано (позначимо його через  $R^{\min}$ ), то переходимо до кроку 12. Якщо ж задача розв'язку не має, то повертаємося до кроку 10 і збільшуємо поступку  $\Delta t$  за критерієм, який характеризує тривалість реалізації проекту СРТ.

**Крок 12.** Призначаємо поступку  $\Delta r$  у частках набутого значення критерію, який характеризує прогнозовані ризики реалізації проекту СРТ. Формуємо обмеження такого вигляду:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} \sum_{i=1}^{I_h} p_{hri} v_{hri} x_{hj} \leq (1 + \Delta r) \cdot R^{\min}. \quad (21)$$

Якщо задача (20), (6)–(8), (10), (12), (15), (17), (19) і (21) має розв'язок, то його можна розглядати як результат розв'язання початкової задачі багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ при заданих пріоритетах критеріїв з урахуванням поступок за декількома критеріями. Якщо ж задача розв'язку не має, то повертаємося до кроку 12 і збільшуємо поступку  $\Delta r$  за критерієм, який характеризує прогнозовані ризики реалізації проекту СРТ.

Наведена вище математична модель задачі оптимізації проекту СРТ враховує шість критеріїв, є динамічною в часі та з булевими змінними стосовно залучення видів виконуваних робіт, алгоритмічними і аналітичними цільовими функціями та відповідними обмеженнями. Для розв'язання цієї задачі також наведено методіку багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ за наявності обмежень та заданих альтернативах виконання робіт певного виду, поданих у вигляді мережевої моделі. Пошук оптимального розв'язку задачі передбачає застосування узагальненого критерію ефективності проекту СРТ у поєднанні з методом неявного перебору допустимих його варіантів і методу послідовних поступок, який враховує умови, коли будь-які види робіт з подальшого етапу реалізації проекту СРТ можуть починатися після завершення всіх робіт на попередньому етапі.

Результати числового експерименту за різними вхідними даними, їхня графічна інтерпретація, а також їхній детальний аналіз стосовно динаміки життєвого циклу та етапів реалізації проекту СРТ буде наведено в подальших публікаціях за цією тематикою дослідження.

### Висновки

1. Встановлено, що у багатьох наукових дослідженнях недостатньо висвітлено проблему оптимізації проекту СРТ на регіональному рівні, результати якої мали б забезпечити дотримання принципів збалансованості природокористування та сталого розвитку.

2. Розроблено методіку розв'язання задачі оптимізації проекту СРТ за шістьма критеріями при таких заданих пріоритетах: прогнозований прибуток від надання туристичних послуг, поточні витрати на їх надання, а також їхня якість; вартість, тривалість і ризики реалізації проекту СРТ. При цьому враховувалися різні обмеження із заданими альтернативами виконання робіт, поданими у вигляді мережевих моделей.

3. Використаний метод послідовних поступок для розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації проекту СРТ враховує умови, згідно з якими будь-які види виконуваних робіт з подальшого етапу в проекті можуть починатися тільки після завершення всіх робіт на попередньому етапі.

4. Розроблена математична модель задачі оптимізації проекту СРТ є багатокритеріальною, динамічною, з булевими змінними, алгоритмічними і аналітичними цільовими функціями та відповідними обмеженнями.

1. Бейко И. В. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации / И. В. Бейко, Б. Н. Бублик, П. Н. Зинько. – К. : Вища шк., 1983. – 512 с. 2. Боруцак М. Проблеми формування стратегії розвитку туристичних регіонів : монографія / М. Боруцак. – Львів : Вид-во ІРД НАН України, 2006. – 288 с. 3. Бурков В. Н. Экономико-математические модели управления развитием отраслевого производства / В. Н. Бурков, Г. С. Джавахадзе. – М. : Изд-во ИПУ РАН, 1997. – 64 с. 4. Волошин О. Ф. Теорія прийняття рішень : навч. посібн. / О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2006. – 304 с. 5. Грицюк М. Ю. Багатокритеріальна оптимізація структури проекту СРТ на регіональному рівні / М. Ю. Грицюк // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2015. – Вип. 25.2. – С. 324–343. 6. Грицюк М. Ю. Моделирование оптимальной траектории сталого розвитку туризму в регіоні Українських Карпат / М. Ю. Грицюк // Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності : зб. наук.



праць. – Львів : Вид-во ЛДУ БЖД. – 2013. – № 7. – С. 18–27. 7. Кононенко И. В. Многокритериальная оптимизация содержания проекта при заданных приоритетах для критериев / И. В. Кононенко, Е. В. Лобач, А. В. Харазий // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2013. – № 59. – С. 6–13. [Электронный ресурс]. – Доступный с <http://www.khai.edu/csp/nauchportal/Arhiv/OIKIT/2013/OIKIT59/p6-13.pdf> 8. Кононенко И. В. Оптимизация содержания проекта по критериям прибыль, время, стоимость, качество, риски / И. В. Кононенко, М. Э. Колесник // Восточно-Европейский журнал передовых технологий : сб. науч. тр. – 2012. – Вып. 1/10 (55). – С. 13–15. 9. Корнеев В. П. Методы оптимизации: методы решения многокритериальных задач / В. П. Корнеев, О. А. Рамеев. – М. : Изд-во ИКСИ, 2007. – 380 с. 10. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. – М. : Изд-во "Логос", 2000. – 296 с. 11. Любіцева О. О. Туристичні ресурси України / О. О. Любіцева, Є. В. Панкова, В. І. Стафійчук. – К. : Вид-во "Альтерпрес", 2007. – 369 с. 12. Машунин Ю. К. Методы и модели векторной оптимизации / Ю. К. Машунин. – М. : Изд-во "Наука". – 1986. – 143 с. 13. Мілашовська О. Регіональна політика соціально-економічного розвитку прикордонних регіонів : монографія / О. Мілашовська. – Ужгород : Вид-во "Карпати", 2008. – 512 с. 14. Подиновский В. В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В. В. Подиновский, В. Д. Ногин. – М. : Изд-во "Наука", 1982. – 256 с. 15. Пономаренко О. І. Системні методи в економіці, менеджменті та бізнесі : навч. посібн. / О. І. Пономаренко, В. О. Пономаренко. – К. : Вид-во "Либідь", 1995. – 240 с. 16. Свида І.В. Сучасний стан, актуальні проблеми та перспективи розвитку вітчизняного ринку туристичних послуг / І. В. Свида // Науковий вісник Ужгородського університету : зб. наук. праць. – 2009. – Вип. 28 (7). – С. 64–69. 17. Ткаченко Т. І. Сталий розвиток туризму: теорія, методологія, реалії бізнесу: монографія / Т. І. Ткаченко. – К. : Вид-во КНТЕУ, 2006. – 537 с. 18. Фролов Ю. В. Интеллектуальные системы и управленческие решения / Ю. В. Фролов. – М. : Изд-во МГПУ, 2000. – 294 с.

**УДК 681.3**

**А. Ігнатович, Я. Парамуд**

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра електронних обчислювальних машин

## **МЕТОДИ ШИФРУВАННЯ ІНФОРМАЦІЇ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МАСКУВАЛЬНИХ СИМВОЛІВ**

© Ігнатович А., Парамуд Я., 2015

**Проаналізовано ефективність та надійність найвідоміших блокових шифрів. Запропоновано метод шифрування інформації із статичним включенням маскувальних символів. Запропоновано метод шифрування інформації із динамічним включенням маскувальних символів. Обґрунтовано високі показники надійності та ефективності запропонованих методів шифрування.**

**Ключові слова: метод шифрування інформації, маскувальні символи.**

**In this article the analysis of effectiveness of the most known block codes is done. Information encryption method with static inclusion of masking symbols is introduced. Also information encryption method with dynamic inclusion of masking symbols is founded. High reliability index and effectiveness of the introduced methods is justified.**

**Key words: information encryption method, masking symbols.**

### **Вступ**

Ефективність та надійність шифрів необхідно розглядати крізь призму часу. Є багато цікавих шифрів, розроблених у минулі століття, але їх вважали неефективними через трудність і складність виконання арифметичних перетворень, низьку продуктивність роботи криптографа тощо. На

сучасному етапі розвитку криптографії необхідно у всіх питаннях враховувати, що шифрують та дешифрують інформацію з використанням обчислювальної техніки. Необхідно також враховувати, що з великою ймовірністю шифрований текст може отримати зловмисник і також використовувати засоби обчислювальної техніки для його дешифрування. Ефективність криптосистеми (алгоритм шифрування та дешифрування, або шифр) визначається трудомісткістю і часом, який затрачується на шифрування та дешифрування тексту. Надійність криптосистеми визначається часом, який зловмисник затратить для того, щоб розкрити алгоритм шифрування і дешифрування та знайти ключ шифру. Очевидно, що ефективність і надійність забезпечити одночасно важко – ідеальних шифрів не існує. Необхідно врахувати, що часто є конкретні ситуації, які диктують вимоги до криптосистеми. Наприклад, біржова інформація перестає бути таємною через пару десятків хвилин, але має бути зашифрована і передана за лічені секунди. А іноді інформація повинна зберігатися десятиліттями, зате немає вимог до швидкості шифрування [5].

### **Аналіз літературних джерел**

Під час аналізу розглянемо блокові шифри з погляду ефективності та надійності. До блокових належать такі шифри, в яких за один період шифрування перетворюються певна кількість символів в блоку –  $k$ . Такий шифр має доволі високі показники надійності. До найвідоміших блокових шифрів належать такі шифри: шифр мережа Фейстеля [1], шифр Хілла [2,3], шифр Віженера [1, 4, 5] та інші. Шифр мережа Фейстеля – це сучасний комп'ютерний шифр, переваги та якості якого відомі. Шифри Хілла і Віженера – це ручні шифри, які мають давню історію. Історично їм приписують багато недоліків: примітивні, неефективні, ручні шифри. В цій статті детальніше розглянемо шифр Хілла. Розглянемо його з погляду ефективності і надійності. Якщо розглядати шифр Хілла як ручний шифр – він є доволі трудомісткий і тому неефективний. Шифрують інформацію так. Кожній букві відкритого тексту присвоюється число. Для латинського алфавіту часто використовують найпростішу схему:  $A = 0, B = 1, \dots, Z = 25$ , але це не є істотною властивістю шифру. Блок з  $n$  букв розглядається як  $n$ -мірний вектор і множиться на  $n \times n$  матрицю по модулю 26. (Якщо крім букв в алфавіт включають розділові знаки, то як модуль використовують число, більше за 26.) Ключем для шифру Хілла є матриця, яка представляється словом чи довільним набором букв. Для шифрування використовують числову квадратну матрицю ( $3 \times 3, 4 \times 4, 5 \times 5, 6 \times 6, \dots$ ). Матриця повинна мати обернену матрицю, щоб було можливим розшифрування.

Відомий спосіб шифрування інформації Віженера [1, 4, 5] на основі поліалфавітних перетворень елементів відкритого тексту (ВТ). Суть цього способу полягає в заміні кожного елемента ВТ на елемент шифрованого тексту (ШТ) згідно з буквою ключа, причому для кожної букви ключа є відповідний алфавіт заміни елементів ВТ. Якщо довжина ключа менша за довжину ВТ, то ключ повторюється стільки разів, щоб весь масив ВТ мав певний елемент ключа для перетворення.

Недоліком цього способу шифрування інформації є те, що при великих обсягах ВТ можна знаходити повторення в ШТ, які будуть розташовуватись на віддальх, кратних довжині ключа  $k$ .

### **Постановка задачі дослідження**

Дослідити засоби криптографії, які можна використовувати для розроблення криптографічних систем захисту інформації, засобів захисту інформації в комп'ютерних системах та мережах.

### **Основні результати дослідження**

Розглянемо особливості блокового способу шифрування інформації на основі шифру Хілла [2–5], коли блок з  $k$  символів перетворюється на послідовність чисел (наприклад, відповідно до порядкового номера символу в алфавіті) і перший блок завдовжки  $k$  (починаючи з першого символу ВТ) утворює матрицю-стовпчик і множиться квадратна матриця ключа  $A$  (розміром  $k \times k$ ) на матрицю-стовпчик  $B$  з  $k$  чисел, які відповідають  $k$  першим символам ВТ. Наступні символи ВТ послідовно діляться на наступні блоки по  $k$  символів, і процес шифрування закінчується, коли всі букви ВТ будуть зашифровані. Ключ  $k$  може бути довільним, і його тримають у таємниці. Для

розшифрування ШТ необхідно обчислити обернену матрицю  $A^{-1}$  (причому  $A \times A^{-1} = 1$ , де 1 – це одинична матриця) і послідовно помножити  $k$  символів ШТ на обернену матрицю, і процес дешифрування завершається тоді, коли всі символи (по  $k$  символів у блоці) будуть розшифровані в процесі множення кожного блоку ШТ на обернену матрицю  $A^{-1}$ . При обчисленнях (при перемноженні двох матриць) можуть бути великі числа – тоді використовують засоби пониження значень шкали чисел за допомогою модулярної арифметики. Величина модуля переважно дорівнює кількості символів в алфавіті ВТ.

Спосіб шифрування на основі шифру Хілла – поліграмний блоковий шифр підстановки, оснований на лінійній алгебрі. Цей спосіб шифрування давав можливість зашифрувати більш ніж три символи за один цикл. Шифрують інформацію так. Кожній букві відкритого тексту присвоюється число. Для латинського алфавіту часто використовують найпростішу схему:  $A = 0, B = 1, \dots, Z = 25$ , але це не є істотною властивістю шифру. Блок з  $n$  букв розглядають як  $n$ -мірний вектор і множать на  $n \times n$  матрицю за модулем 26. Якщо як підставу модуля використовується число, більше за 26, то можна використовувати іншу числову схему – крім букв в алфавіт включають розділові знаки. Ключем для шифру Хілла є матриця, яка представляється словом чи довільним набором букв. Для шифрування використовується числова квадратна матриця ( $3 \times 3, 4 \times 4, 5 \times 5, \dots$ ). Матриця повинна мати обернену матрицю, щоб була можлива операція дешифрування.

Щоб розшифрувати повідомлення, необхідно звернути шифротекст назад у вектор і потім просто помножити на обернену матрицю ключа. Необхідно обговорити деякі складнощі, пов'язані з вибором шифрувальної матриці. Не всі матриці мають обернену. Отже, якщо ми працюємо з основою модуля 26, то детермінант повинен бути ненульовим і не ділитися на 2 і 13. Якщо детермінант матриці дорівнює нулю або має спільні дільники з основою модуля, то таку матрицю не можна використовувати в шифрі Хілла і необхідно обрати іншу матрицю (в іншому випадку шифротекст буде неможливо розшифрувати). Тим не менш, матриць, які задовольняють вищенаведені умови, достатньо.

**Шифрування.** Кожній букві латинського алфавіту відповідає число :  $A = 0, B = 1, \dots, Z = 25$ . Блок з  $n$  букв представляється як  $n$ -мірний вектор і множиться  $n \times n$  матрицю за модулем 26. (Якщо використовується число, більше за 26, то можна використовувати іншу числову схему і додати розділові знаки.) Матриця є ключем шифру. Матриця повинна мати обернену матрицю, щоби стала можливою процедура розшифрування.

У наступних прикладах використано латинські букви від  $A$  до  $Z$ , відповідні їм числові значення наведено в таблиці.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>U</b>	<b>V</b>	<b>W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Розглянемо процес зашифрування слова 'BCD' за допомогою ключа (GYBNQKURP у буквеному представленні) і відповідному числовому представленні у вигляді матриці розміром  $3 \times 3$ :

$$\begin{vmatrix} 6 & 24 & 1 \\ 13 & 16 & 10 \\ 20 & 17 & 15 \end{vmatrix}$$

Оскільки букві 'B' відповідає число 1, 'C' — 2, 'D' — 3, то повідомлення можна подати як матрицю стовпець (або вектор):

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

У цьому випадку зашифрований вектор буде:

$$\begin{vmatrix} 6 & 24 & 1 \\ 13 & 16 & 10 \\ 20 & 17 & 15 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 57 \\ 75 \\ 99 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 \\ 23 \\ 21 \end{vmatrix} \pmod{26}$$

що відповідає шифрованому тексту 'FXG'. Ми бачимо, що кожна буква ШТ змінилася. Шифр Хілла досяг дифузії за Шенноном, і n-розмірний шифр Хілла може досягти дифузії n символів за раз.

**Розшифрування.** Для того, щоби розшифрувати повідомлення, необхідно перетворити символи шифрованого тексту на вектор і перемножити на обернену матрицю ключа (IFKVIVVMІ у буквеному представленні). Існують стандартні методи обчислення обернених матриць, які широко використовуються у матричному численні. Обернена матриця в нашому прикладі буде

$$\begin{vmatrix} 8 & 5 & 10 \\ 21 & 8 & 21 \\ 21 & 12 & 10 \end{vmatrix}$$

Якщо перемножити матрицю-ключ на матрицю-стовпчик ШТ 'WLY', то отримаємо

$$\begin{vmatrix} 8 & 5 & 10 \\ 21 & 8 & 21 \\ 21 & 12 & 10 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 \\ 23 \\ 21 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 365 \\ 730 \\ 549 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} \pmod{26}$$

Результуюча матриця-стовпчик дає можливість відновити символи відкритого тексту 'BCD'.

Необхідно зазначити деякі особливості вибору матриці ключа і оберненої матриці. Матриця матиме обернену тільки в тому випадку, коли її детермінант не дорівнює нулю і не має спільних дільників з числом, яке є основою модуля.

У запропонованому способі шифрування інформації [6] використовують маскувальні символи, які встановлюються серед символів відкритого тексту (ВТ), що ускладнює процедуру розпізнавання ВТ при переборі можливих варіантів шифрів і переборі ключів до кожного шифру та приводить до підвищення криптостійкості.

Поставлену задачу розв'язують так, що і в запропонованому способі шифрування інформації [6], коли поділяють символи відкритого тексту (ВТ) на блоки по  $\mu$  символів у блоці, які утворюють матрицю-стовпчик, а ключ утворюють з  $\mu^2$  кількості символів, які записують як квадратну матрицю  $\mu \times \mu$  і символи шифрованого тексту (ШТ) формують в процесі перемноження поблоково матриці-стовпчика і квадратної матриці-ключа шифрування, які попередньо перетворюють на відповідні числа за модулем  $n$ , де  $n$  – кількість символів ВТ. Дешифрують текст поділом символів ШТ на блоки (по  $\mu$  символів у блоку) і перемноженням матриці-стовпчика і квадратної матриці ключа дешифрування, які перетворюють на відповідні числа за модулем  $n$ , де  $n$  – кількість символів ВТ, згідно з винаходом, перед множенням на матрицю, ключ шифрування у відкритий текст перед і після кожного символу ВТ вставляють додаткові маскувальні символи, причому маскувальні символи на кожному кроці вставлення визначаються найменшою частотою вживання цього символу (з врахуванням вставлених маскувальних символів) у відкритому тексті з маскувальними символами, а при дешифруванні вилучають маскувальні символи в такому порядку, як вони вставлялися перед множенням на матрицю-ключ шифрування.

Встановлення перед процедурою шифрування перед кожним символом і після кожного символу ВТ додаткових маскувальних символів, причому при довжині блоку шифрування  $\mu$  необхідно вставляти таку кількість маскувальних символів (перед і після символу ВТ), щоб до кожного блоку шифрування потрапляв хоча би один символ ВТ. Хоча ця вимога не є критичною для виконання, занадто багато маскувальних символів вставляти недоцільно, оскільки досягти результату можна за незначного збільшення кількості символів шифрованого тексту (ШТ). Додаткові маскувальні символи вибираються керованим генератором випадкових чисел таким

чином, щоб статистичний аналіз ВТ до вставлення і після вставлення маскувальних символів змінювався в бік рівномірної частоти вживання символів. Генератор випадкових чисел на кожному кроці вставлення символу вибирає такий символ, який має найменшу частоту вживання символів. І ця частота вживання символів визначається на кожному кроці, і з кожним кроком частотна характеристика ВТ з маскувальними символами стає все більш рівномірною, що унеможливорює отримання однозначного результату під час обробки статистичних параметрів тексту.

Матриці ключів для шифрування і розшифрування формують аналогічно, як в шифрі Хілла. Формат матриць ключа і вектора відкритого тексту для шифрування може бути 2, 3, 4, 5, 6... Зараз немає технічних проблем для апаратного, програмного чи комбінованого способу перемноження матриць розміром 2×2, 3×3, 4×4, 5×5, 6×6, ...

Частоту вживання символів у відкритому тексті (ВТ) також нескладно визначити за допомогою клічильників, які визначатимуть, скільки разів вжили кожний символ у ВТ. Тобто маскувальні символи будуть вставлятися перед і після символів ВТ залежно від частоти вживаності, причому в зворотній залежності. Що рідше вживається окремий символ ВТ, то частіше він буде вставлятися як маскувальний символ. Якщо підрахунок частот вживання символів здійснювати після кожного циклу вставлення (перед і після окремого символу ВТ), то очевидно: що більше циклів вставлення маскувальних символів, то рівномірнішою буде частотна характеристика вживання символів.

Основними прийомами для розпізнавання способу шифрування, визначення довжини ключа є статистична обробка тексту, яка визначає частоту повторення символів і повторення групи символів ШТ, що може допогти визначити довжину ключа. Маскувальні символи, які вставляються перед і після кожного символу ВТ (процедура їх вставлення певною мірою має випадковий характер), фактично стають додатковим шифрувальним ключем. Річ у тім, що якщо при перемноженні матриць у матрицю символів ВТ вставляється хоча би один маскувальний символ, то при перемноженні змінюються всі результуючі символи ШТ. Якщо перемножимо матрицю-ключ на матрицю-вектор ВТ, то отримаємо

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 \\ 11 \\ 6 \end{vmatrix} \pmod{26}$$

Якщо в матриці вектор ВТ замінимо один символ (11 поміняємо на 5), то отримаємо

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 \\ 5 \\ 12 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ 7 \\ 10 \end{vmatrix} \pmod{26}$$

Як бачимо, заміна одного символу у векторі ВТ (11 замінили на 5) призвела до того, що всі інші символи також змінилися. Тобто введення маскувальних символів навіть у невеликій кількості (наприклад, вводиться один маскувальний символ перед символом відкритого тексту при форматі матриці ключа 3×3, і матрицю-вектор ВТ – буде змінено так: один маскувальний символ і два символи ВТ і так у всіх блоках шифрування) призведе до кардинальної зміни символів ШТ, і це тільки від введення маскувальних символів. А ще відбувається процедура перемноження матриці-ключа на матрицю-вектор ВТ. Тобто, всі закономірності ШТ (з погляду статистичних характеристик і методик їх обробки) будуть суттєво змінені.

Особливо складно зламувати короткі тексти, які зашифровані запропонованим способом шифрування, тому що статистика для таких паролів, кодів, умовних команд чи інших кодових слів, які означають режими роботи тощо, не відповідає статистиці природної мови ВТ. Тому запропонований спосіб шифрування має потенційно високі параметри криптостійкості, особливо при використанні його в системах безпеки для збереження конфіденційної інформації.

Шифрують інформацію запропонованим способом так. Символи відкритого тексту ВТ доповнюються маскувальними символами в такій послідовності. Частоту вживання символів у відкритому тексті (ВТ) також визначають за допомогою  $k$ -лічильників, які визначатимуть, скільки разів вживався кожний символ у ВТ. Ця процедура виконується перед початком вставляння маскувальних символів і після кожного циклу вставляння маскувальних символів. Один цикл – це виконана процедура вставляння маскувальних символів перед і після кожного символу ВТ. Що рідше вживається окремий символ ВТ, то частіше він буде вставлятися як маскувальний символ, то рівномірнішою стане частотна характеристика вживання символів.

Так готують ВТ до процедури шифрування. Потім поділяють символи відкритого тексту з маскувальними символами (ВТ+М) на блоки по  $\mu$  символів у блоку, ці  $\mu$  символів утворюють матрицю-стовпчик, а ключ утворюється з  $\mu^2$  кількості символів, які записуються як квадратна матриця  $\mu \times \mu$  і символи шифрованого тексту (ШТ) формуються в процесі перемноження поблоково матриці стовпчика і квадратної матриці, що попередньо перетворюються на відповідні числа за модулем  $n$ , де  $n$  – кількість символів ВТ. Процедура розшифрування відбувається в зворотному порядку. Символи ШТ поділяються на блоки по  $\mu$  символів у блоці і по черзі перемножуються на обернену матрицю-ключ – отримуємо ВТ+М. Остання дія, яку необхідно виконати – це з розшифрованого тексту ВТ+М видалити всі маскувальні символи у такій послідовності, в якій вони вставлялися і отримаємо ВТ.

Запропонований спосіб шифрування інформації [6] має високі параметри криптостійкості, нескладно реалізується апаратним чи програмним або комбінованим способами.

Шифр Хілла при  $\mu = 6$  було реалізовано у вигляді механічної шифрувальної машинки, описаній в патенті [3], який мнів матриці у форматі  $6 \times 6$  за модулем 26 за допомогою системи шестерень і ланцюгів.

За необхідності отримати високі параметри за криптостійкістю необхідно вставляти достатньо маскувальних символів, кількість яких може в декілька разів перевищувати кількість символів відкритого тексту ВТ. Якщо приймається алгоритм вставляння маскувальних символів, вставляється один маскувальний символ перед кожним символом ВТ і один маскувальний символ після символу ВТ. У цьому випадку ВТ з маскувальними символами матиме таку конфігурацію: в кожному блоці (якщо  $\mu = 3$ ) буде один маскувальний символ перед символом відкритого тексту, символ ВТ і один маскувальний символ після символу ВТ. Блок має такий вигляд:  $\{m_i; v_i; m_i\}$ , де  $m_i$  – маскувальний символ,  $v_i$  – символ ВТ. Якщо конфігурація ВТ з маскувальними символами буде така, як розглянуто вище, а  $\mu = 4$ , тоді перший блок матиме такий вигляд  $\{m_i; v_i; m_i; m_i\}$ , другий –  $\{v_i; m_i; m_i; v_i\}$ , третій –  $\{m_i; m_i; v_i; m_i\}$ , четвертий –  $\{m_i; v_i; m_i; m_i\}$ , а п'ятий буде такий, як перший і весь цикл з періодом чотири повторятиметься. Якщо приймається алгоритм вставляння маскувальних символів: вставляється два маскувальні символи перед кожним символом ВТ і нуль маскувальних символів після символу ВТ при  $\mu = 3$ . В цьому випадку блок має такий вигляд:  $\{m_i; m_i; v_i\}$ , де  $m_i$  – маскувальний символ,  $v_i$  – символ ВТ. Всі блоки матимуть такий вигляд, тому що кількість вставлених маскувальних символів, які припадають на один символ ВТ, дорівнює  $\mu - 1$ . Варіантів, які визначають конфігурацію ВТ із маскувальними символами, може бути багато. Вибирати необхідно такі, які забезпечують рівномірність частотної характеристики вживання окремих символів для ШТ. Дослідження частотних характеристик вживання окремих символів ШТ навіть при  $m_i = 1$  підтверджує ефективність запропонованого способу шифрування інформації [6].

За результатами дослідження запропоновано метод шифрування інформації із статичним включенням маскувальних символів. Метод оснований на статичній функції встановлення маскувальних символів, за якої маскувальні символи завжди вставляються у наперед визначені місця відносно символів відкритого тексту. Запропоновано метод шифрування інформації із динамічним включенням маскувальних символів. Метод оснований на динамічній функції встановлення маскувальних символів, коли їх вставляють за кількістю і позицією залежно від номера символу відкритого тексту, а їх кількість змінюватиметься на кожному етапі процедури вставляння. Динамічна функція вставляння маскувальних символів дає додатковий ефект. Якщо у звичайному шифрі Хілла повторення в тексті можуть з'являтися на відстанях, які кратні довжині ключа (число

$\mu$  не може бути дуже велике), то у встановленні маскувальних символів після кожного символу відкритого тексту у кількості від 0 до 5 при  $\mu = 5$  період повторення буде 105 символів (взамін 5). Сама процедура вставляння маскувальних символів та їх вилучення є процедурою, яка суттєво не зменшує продуктивності роботи криптографічних засобів. При цьому доцільно врахувати, що маскувальні символи підбираються за допомогою генератора випадкових чисел з найменш вживаних символів у шифрованому тексті. Такий алгоритм підбору маскувальних символів можна вважати додатковим ключем для формування шифрованого тексту. Складність вилучення маскувальних символів не визначається їх номером чи назвою, оскільки вилучаються символи на відповідних позиціях шифрованого тексту. Якщо кількість маскувальних символів понад 50 %, то частотний розподіл символів у шифрованому тексті наближається до рівномірного. Відомий математик Клод Шеннон довів, що із наближенням розподілу частоти вживання символів у ШТ до рівномірного закону такий шифр наближається до абсолютно стійких шифрів [7]. Тобто, спосіб використання маскувальних символів [6] має перспективу для створення шифрів підвищеної стійкості.

Якщо раніше всю роботу з криптографії виконували вручну і було небажано збільшувати довжину ШТ, то за сьогоdnішнього стану шифрувальної техніки ця особливість не є визначальною. При використанні шифрувальних машин, спеціалізованих приладів, комп'ютеризованих пристроїв чи комп'ютерів збільшення ШТ і видалення маскувальних символів виконуються дуже швидко і не зменшують продуктивності праці оператора при шифруванні чи дешифруванні інформації.

### Висновки

Проведений аналіз ефективності та надійності найвідоміших блокових шифрів показав доцільність та можливість вдосконалення шифру Хілла. Доведено доцільність та перспективу застосування способу шифрування інформації, що використовує маскувальні символи, які встановлюються серед символів відкритого тексту (ВТ). Такі засоби ускладнюють процедуру розпізнавання ВТ при переборі можливих варіантів шифрів і переборі ключів для кожного шифра та приводять до підвищення крипостійкості системи. Запропоновано метод шифрування інформації із статичним включенням маскувальних символів. Запропоновано метод шифрування інформації із динамічним включенням маскувальних символів. Обгрунтовано високі показники надійності та ефективності запропонованих методів шифрування. Показано покращену ефективність методу шифрування інформації із динамічним включенням маскувальних символів.

1. Fred Cohen . *A Short History of Cryptography // Introductory Information Protection*. – 1987. – ISBN 1-878109-05-7. 2. Lester S. Hill . *Cryptography in an Algebraic Alphabet. The American Mathematical Monthly*. – 1929. 3. U.S. Patent 1 845 947. Лестер С. Хілл. Пристрій для шифрування. 1929. 4. Ємець В. Сучасна криптографія: основні поняття / В. Ємець, А. Мельник, Р. Попович. – Львів: БАК. – 2003. – 144 с. 5. Вербицький О.В. Вступ до криптології. – Львів, Видавництво науково-технічної літератури, 1998. ISBN 966-7148-03-3. 6. Ігнатович А. О., Іванців В. Р., Іванців Р.-А. Д., Павич Н. Я. Спосіб шифрування інформації. Патент України на корисну модель № 99073. Бюл. № 9 від 12.05.2015. 7. Shannon C. E. *Communication Theory of Secrecy Systems // Bell System Technical Journal*. – 1949.

## ІНТЕГРОВАНА АВТОМАТИЗОВАНА СИСТЕМА ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ СПОЖИВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ У ЛЬВІВСЬКІЙ ОБЛАСТІ

© Павлюк О., 2015

Розроблено ІАС “Прогноз” для прогнозування споживання електричної енергії в реальних виробничих умовах ПАТ “Львівобленерго”. Для цього застосовано статистичні та нейромережні методи верифікації вхідних даних; вдосконалено методи розширення розмірності простору вхідних даних для застосування їх в ШНМ з неітераційним навчанням.

**Ключові слова:** ШНМ, прогноз, електрична енергія.

**The IAS "Forecast" is developed for forecasting the electricity consumption in the original production conditions at PJSC "Lvivoblenergo." The statistical and neural network methods are used for the input data verification; is enhanced the space dimensions extending methods for the incoming data to use them with the ANN with non-iterative training.**

**Key words:** ANN, prediction, forecasting, electricity consumption.

### Вступ

Ефективність управління у ринкових умовах для більшості українських підприємств стала однією з умов їх успішного функціонування. Прийняття ефективних рішень неможливе без уміння передбачати майбутній ймовірний стан підприємства і середовища, у якому воно існує, вчасно попереджати можливі збої в його роботі. В галузі електроенергетики функціонування електроенергетичних систем можливе лише за умов дотримання неперервності та нероздільності єдинопов'язаного технологічного процесу “виробництва – пересилання – використання” електричної енергії (ЕЕ). Однак, ефективне регулювання виробництва ЕЕ та економне використання енергоресурсів можливе на підставі прогнозів її споживання.

У 2000-х роках було розроблено такі програмні реалізації методів статистичного аналізу і прогнозу часових послідовностей: CatePillar, MathLab, ForExSale, NCSS97. Всі вони є універсальними і не спеціалізовані під конкретну предметну область, тому не можуть бути використані диспетчером як дорадча інтегрована автоматизована система (ІАС) у галузі електроенергетики. Існує і низка нейромережних програмних комплексів з прогнозування (Neuro Office, WinNN, AiNet, HfNet, CasCor, NetTeach), але вони теж є неспеціалізованими. Після прив'язки цих програм до предметної галузі електроенергетики результати розрахунків в них значно залежать від вибраних моделей елементів енергосистеми і набору врахованих параметрів. Правильність моделювання часто оцінюється порівняно з працюючою у користувача моделлю, точність якої в загальному випадку є невідомою.

MAED, яка належить до інструментів, розроблених МАГАТЕ для аналізу енергетичних систем, є більш спеціалізованою для здійснення середньо- і довготермінових прогнозів у галузі електроенергетики. Вона включає модель аналізу ЕЕ. Застосування моделі припускає її налаштування на основі даних для базового року і розроблення сценарію зміни параметрів на перспективу. Розраховують прогнозовані потреби в ЕЕ для кожного користувача як результат зміни параметрів, що управляють визначеним сценарієм. Виділяють чотири групи параметрів: макроекономічні показники, демографічні показники, показники життєвого рівня, технологічні показники. Модель MAED має такі переваги: прогнозування потреб в умовах структурних



перетворень економіки і змін життєвого рівня, можливість заміщення енергоджерел, аналіз впливу на енергоспоживання різних національних програм, сумісність з іншими моделями комплексу програмних засобів МАГАТЕ. Але ця модель не може бути пристосована для реальних виробничих умов електроенергетичної галузі України.

Широкого промислового впровадження та ефективного використання для розрахунків усталених режимів та перехідних процесів набув “Діалоговий автоматизований комплекс аналізу режимів” (ДАКАР), розроблений групою співробітників кафедри електричних мереж і систем Національного університету “Львівська політехніка” під керівництвом д-ра техн. наук О. І. Скрипника [5,1]. В основу цього програмного модуля покладено математичну модель, де рівняння стану електроенергетичної системи сформовано на основі методу компенсувальних електрорушійних сил. Модель визначає значення координат, за яких забезпечуватиметься режимна рівновага, тому й не можна використати як робоче знаряддя диспетчера.

### Опис алгоритму

Отже, виникла необхідність програмної реалізації інтегрованої автоматизованої системи (ІАС) для прогнозування споживання ЕЕ на основі наявної бази даних. Для розв’язання цієї задачі запропоновано розробити нейромережний комплекс для прогнозування споживання ЕЕ з можливістю попередньої обробки даних як статистичними, так і нейромережними методами із врахуванням виробничих умов [6].

У розробленій ІАС “Прогноз” [2] здійснено спробу використати переваги інформаційних і аналітичних задач. Ця система є автоматизованою, оскільки керівні рішення здійснює диспетчер, а програма є лише дорадчою. Тому її можна вважати окремим типом інформаційно-аналітичних задач оперативного керування. Основною перевагою ІАС “Прогноз” є можливість її функціонування в “on-line” або “on-demand” режимі, що є суттєвим для розв’язання задач оперативного керування режимами енергосистеми. Задачі оперативного прогнозування є найактуальнішими в галузі електроенергетики, оскільки більшість процесів є практично миттєвими (наприклад, коротке замикання, падіння частоти в електромережі тощо).



Рис. 1. Дерево цілей ІАС “Прогноз”

ІАС “Прогноз” має дружній інтерфейс і зручні засоби візуалізації для забезпечення диспетчера необхідною інформацією. На основі вихідної інформації, що формує ІАС “Прогноз”, диспетчер: робить висновки про допустимість чи недопустимість режиму; приймає рішення стосовно оптимальної траєкторії зміни режиму з метою досягнення максимального економічного ефекту; визначає обсяг керівних дій і місце їх прикладання; передає керівну дію на об’єкт керування.

На рис.1 показано дерево цілей з розв’язання задач, які було поставлено перед ІАС “Прогноз”. Основні блоки ІАС “Прогноз” розробляли на основі системного підходу, в основу якого покладено принцип цілісності, що набув нових якостей відносно властивостей його елементів. Глобальною ціллю ставили розроблення простої, надійної в експлуатації дорадчої диспетчерської системи нейромережного прогнозування споживання ЕЕ із можливістю попередньої обробки даних.

Основною проблемою, яка виникла перед розробленням ІАС “Прогноз”, була її інтеграція у вже існуючий комплекс ПАТ “Львівобленерго”. Результати телевимірів, параметри ручного введення та розраховані параметри, що характеризують роботу електроенергетичної системи, зібрані із хвилинною дискретністю за кожну добу і зберігаються у архівному файлі в двійковому форматі. Тому було створено окремий програмний модуль (див. рис. 1, вітка “Видобування вхідної інформації”) для конвертування даних з двійкового формату бази даних телеметрії ПАТ “Львівобленерго” до формату програмного прогнозуючого комплексу ІАС “Прогноз”, для подальшого відбору інформації для тестових випробувань. За необхідності файл конвертованих вхідних даних для ІАС “Прогноз” можна відкрити, зберегти та конвертувати у зворотному напрямку.

### **Результати досліджень**

Оскільки інформаційна система збирання цих параметрів не працювала у неперервному режимі, при аналізі файлів було виявлено відсутність інформації у певні проміжки часу (інколи в межах декількох годин). Це відбувалось внаслідок відключення електроенергії, збоїв та перевантаження сервера бази даних телеметрії та з інших причин. У такому випадку у базі даних була відсутня інформація. Траплялись і такі випадки, коли під час передавання даних каналами зв’язку відбувались спотворення, і інформація в базі даних телеметрії ПАТ “Львівобленерго” була наявна, але неінформативна, оскільки не відповідала реальним значенням параметрів електромережі. Тому виникла необхідність у попередній обробці вхідної інформації (див. рис. 1, вітка “Попередня обробка вхідної інформації”). Для виявлення втрачених даних програмно реалізовано методику, яка враховує добовий хід регулярної складової часового ряду процесу споживання ЕЕ, в основу якої покладену адитивну модель сигналу. За гістограмою й оцінкою розподілу густини ймовірності центрованого сигналу виявляємо втрачені дані вважаючи їх мінімально ймовірними. У випадках коротких реалізацій (менших або однакових з періодом сигналу) запропоновано використати метод, який ґрунтується на квазістаціонарній адитивній моделі процесу споживання ЕЕ.

Після виявлення втрачених даних виникла необхідність їх опрацювання. Для усунення шумової складової сигналу було використано статистичні методи. Для цього було побудовано алгоритми з використанням згладжувальних фільтрів: ковзного середнього, фільтра Хемінга з вікном Ганна, ковзної медіани, сплайн інтерполяції, полінома Лагранжа. Експериментально було встановлено, що найточнішими методами із найменшою дисперсією в задачах прогнозування споживання ЕЕ виявилися методи, що використовують ковзне середнє і ковзну медіану, хоча в режимі налаштування ІАС “Прогноз” передбачено переключення між всіма перерахованими методами [3].

Після попередньої обробки даних передбачено два нейромережні методи верифікації вхідних даних для сигналу малої розмірності. Перший метод “околу точки” оснований на принципі

“найближчого сусіда”. Щоб прогнозувати споживання ЕЕ методом “околу точки”, необхідно створити комітет неітераційних штучних нейронних мереж (ШНМ) з радіальними базовими функціями, причому їх кількість дорівнює кількості прогнозованих точок. Для навчання ШНМ з радіальними базовими функціями використовують не всю передісторію процесу, а лише найближчий окіл точки з передісторії за критерієм мінімальної евклідової відстані. Завдяки цьому ми врахуємо критерій старіння даних, відфільтруємо втрачені дані і збільшуємо кількість входів цієї ШНМ. Другий метод “ $k$  найближчих сусідів” [7] побудований на основі методу “околу точки” і вимагає архітектурної модифікації ШНМ введенням додаткових входів, які дають змогу збільшити простір вхідних даних. Особливістю методу “ $k$  найближчих сусідів” є те, що на вхід ШНМ будемо подавати не лише вектор  $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$  ( $\mathbf{X}$  – деяка множина опірних точок), а весь кластер  $\mathbf{X}^*$ , ( $\mathbf{X}^*$  – множина вхідних векторів, отримана методом “ $k$  найближчих сусідів”). У режимі навчання для кожної опорної точки  $\mathbf{x} \in \overline{\mathbf{X}}^T$ , ( $\overline{\mathbf{X}}^T$  – множина елементів тренувальної вибірки  $k$ ), виберемо підмножину  $k$  найближчих точок:  $\overline{\mathbf{X}} = \{\overline{\mathbf{x}}_i, i = \overline{1, K}\}$ ,  $\overline{\mathbf{X}} \subset \overline{\mathbf{X}}^T$ . У режимі прогнозування нейромережі для кожної опорної точки  $\mathbf{x} \in \overline{\mathbf{X}}^U$ , де  $\overline{\mathbf{X}}^U$  – множина прогнозованих елементів,  $\overline{\mathbf{X}}^U \in \mathbb{R}^N$ , виберемо підмножину  $k$  найближчих точок:  $\overline{\mathbf{X}} = \{\overline{\mathbf{x}}_i, i = \overline{1, K}\}$ ,  $\overline{\mathbf{X}} \subset \overline{\mathbf{X}}^T$ . Відстань  $r_i(\mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}}_i)$  між двома векторами вхідних параметрів  $\mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}}_i$  обчислюємо за допомогою евклідової метрики.

$$Z = \begin{vmatrix} z_{1,1} z_{1,2} \dots z_{1,col} \\ z_{2,1} z_{2,2} \dots z_{2,col} \\ \dots \\ z_{row,1} z_{row,2} \dots z_{row,col} \end{vmatrix} \quad (1)$$

Також було вдосконалено архітектуру прогнозувальної ШНМ з розширенням кількості входів на основі фазифікації вхідних даних [8]. Нехай задано часовий ряд  $X(t)$  відліками процесу  $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_i)$  у дискретні моменти часу  $t$  методом “часових вікон”. Сформуємо матрицю реалізацій  $Z[N, i]$ , де  $N = \overline{1, \dots, Col}$  – реалізації, або рядки;  $i = \overline{1, \dots, Row}$  – компоненти, або стовпці, лише за вхідними значеннями часового вікна ШНМ.

Основна ідея методу фазифікації полягає у перетворенні масиву  $Z[N, i]$  на масив  $X[N, j]$ ,  $j = \overline{1, \dots, J_{\max}}$ ,  $J_{\max} \geq i_{\max}$  і відповідно збільшенні кількості входів ШНМ. Введемо змінну  $CD$  – кількість ділянок за найдовшою компонентою, при  $CD = 1$ ,  $J_{\max} = i_{\max}$ ,  $X[N, j] \equiv Z[N, i]$ . Нехай кількість входів ШНМ дорівнює  $n$ , тоді на  $k$ -й вхід подаватимуться точки сигналу із номерами

$$\begin{cases} n^*(k-1) + i \bmod n, n \neq k \\ n^*k, n = k \end{cases}, \quad (2)$$

де  $i$  – рухомий номер точки  $i = \overline{1, \dots, M}$ .

Особливістю методу фазифікації даних вхідного часового вікна є те, що отримані дані стають зведеними до діапазону  $[0;1]$ . Завдяки використанню моделі ШНМ запропонований метод прогнозування, окрім підвищення точності, дозволяє обробляти невеликі навчальні вибірки, причому в темпі її надходження.

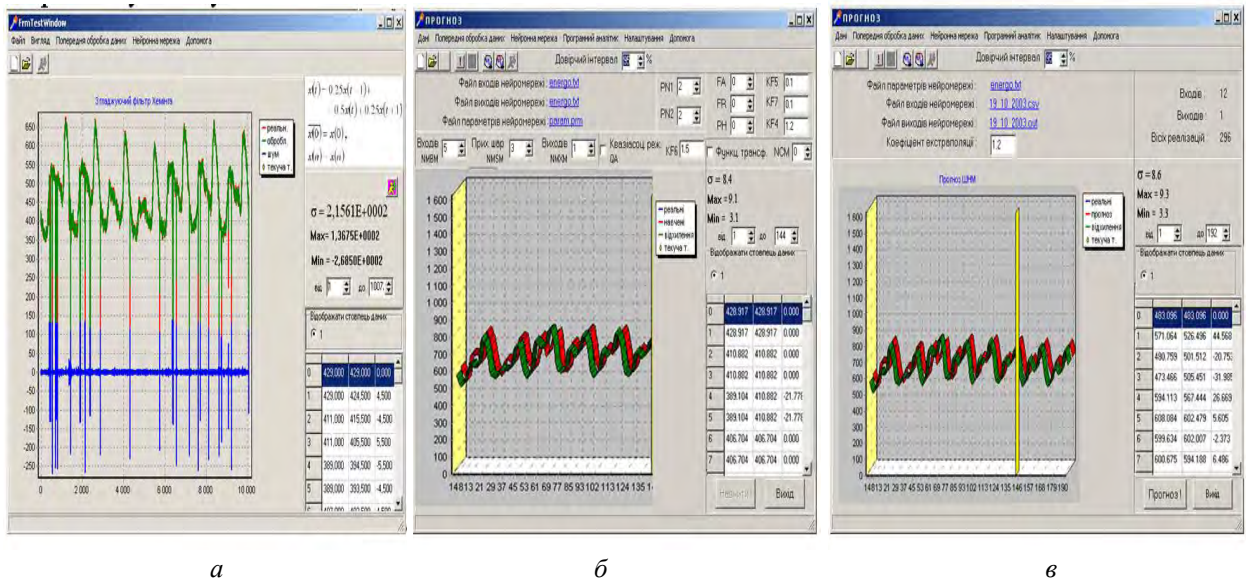


Рис. 2. Три основні діалогові вікна ІАС “Прогноз”: а – попередньої обробки вхідних даних; б – навчання ШМН; в – прогнозування ШМН

Програма ІАС “Прогноз” може виконуватись на персональному комп’ютері з процесором, не нижчим Pentium II або сумісному в операційному середовищі Windows. Для нормального функціонування програми необхідно не менше 128 МВ оперативної пам’яті і не менше 100 МВ вільного дискового простору. Для інсталяції програми необхідно 1.5 МВ вільного місця на жорсткому диску. На рис. 2 наведено три основні вікна ІАС “Прогноз”.



Рис. 3. Узагальнена класифікація прогнозів споживання ЕЕ

Доступ до вікон а та б, зображених на рис. 2, можливий лише в режимі налаштування програми. У цьому режимі можна переналаштовувати всі параметри і записати їх у файл

конфігурації ІАС “Прогноз”. Диспетчеру доступний лише режим використання програми, тобто здійснення нейромережного прогнозу (див. рис. 2, вікно *в*).

У ІАС “Прогноз” закладено п’ять видів календарних прогнозів (див. рис. 3). У файлі підтримки роботи ІАС “Прогноз” для кожного виду прогнозу передбачено параметри налаштувань нейромережі. Зміна цих параметрів можлива лише в режимі налаштування програми і є недоступною для диспетчера. Диспетчер лише може у верхньому меню вибрати прогноз споживання ЕЕ для будь-якого телемеханізованого району Львова та Львівської області, вказавши при цьому, наскільки необхідно спрогнозувати цей параметр. При цьому запускається нейромережа з параметрами, які записані у службовому файлі підтримки роботи ІАС “Прогноз”. Після цього прогноують споживання ЕЕ, на що дав запит диспетчер, і на екрані відображається результат. Прогноз споживання ЕЕ подають у вигляді графіка і таблицки та виводять середньоквадратичну приведену до діапазона значень похибку обчислень, а також мінімальні та максимальні відхилення сигналу.

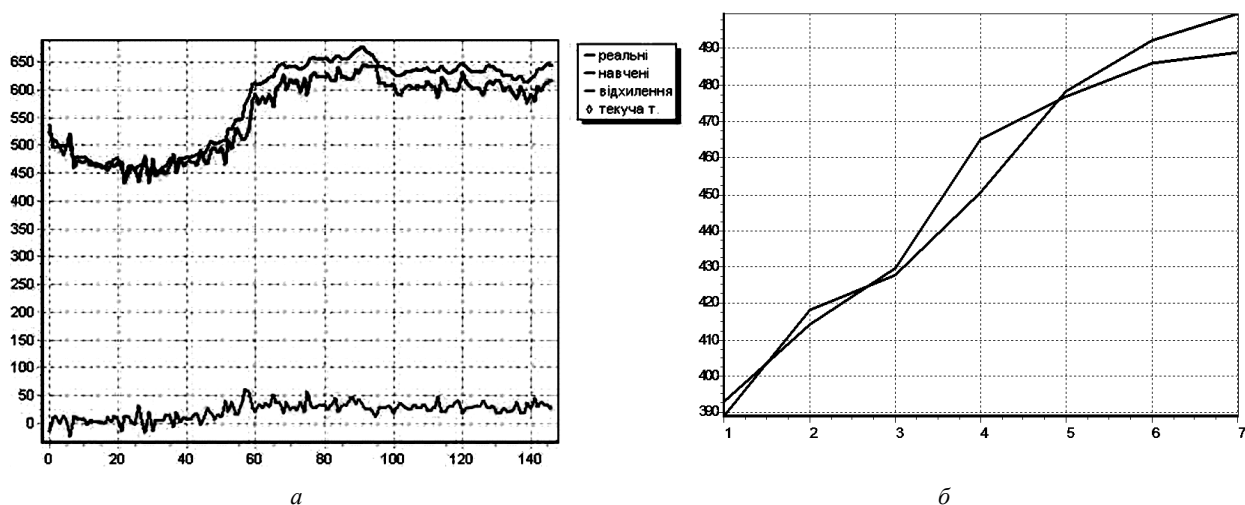


Рис. 4. Нейромережеве прогнозування спожитої ЕЕ з попередньою обробкою вхідних даних:  
*а* – короткотермінове; *б* – оперативне

Через об’єктивні обмеження довжини часового ряду при навчанні ШНМ для коротко-, середньо-, довго- та наддовготерміновіших прогнозувань передбачено можливість усереднення вхідних даних за певний часовий проміжок. Наведемо приклад короткотермінового прогнозування процесу споживання ЕЕ, знятого засобами телеметрії з попередньою обробкою даних, за допомогою неітераційної ШНМ з додатковими впорядкованими зв’язками між нейронами прихованого прошарку. ШНМ складається з 7, 6, 5 нейронів на вхідному, прихованому, вихідному прошарках відповідно. Вона навчалася на 140 значеннях, прогнозувались наступні 7 точок із середньоквадратичною похибкою 3.97 % і максимальною 7.35 %. Такі результати прогнозу вже можуть бути використані у виробничих умовах [4]. Результат прогнозу показано на рис. 4, а.

Наведемо приклад використання ІАС “Прогноз” для оперативного прогнозу споживання ЕЕ. Навчальна вибірка сформована із застосування методу “*k* найближчих сусідів”. Кількість нейронів на вхідному, прихованому і вихідному прошарках ШНМ дорівнює: 47, 19, 1 відповідно. У цьому випадку навчальну вибірку підібрано оптимально – вона містить малу кількість суперечливих даних, а її довжина є достатньою для якісного навчання. Середньоквадратична похибка прогнозу 1.52 %, а максимальна 2.97 %. Результат прогнозу показано на рис. 4, б.

## Висновки

1. Адаптовано методику системного аналізу побудови ІАС до задач прогнозу споживання ЕЕ на основі застосування нейромережних засобів моделювання та прогнозування, що дало змогу

підвищити точність короткотермінового нейромережного прогнозу на 30–50 %, середньотермінового на 20–30 % та ефективно використовувати її в задачах “реального часу”.

2. Створено програмну ІАС “Прогноз” і застосовано її в енергопостачальній компанії ПАТ “Львівобленерго”, що забезпечило підвищення ефективності управлінських рішень диспетчера завдяки можливості опрацювання і представлення прогнозів споживання ЕЕ в режимі реального часу.

3. Розроблені програмні модулі верифікації вхідної інформації знайшли практичне застосування й впроваджені у ПАТ “Львівобленерго” як окремі функціональні блоки експлуатаційно-дослідного варіанта оперативно-інформаційного керівного комплексу підсистеми оперативно-диспетчерського керування режимами споживання електричної енергії.

1. Данилюк О. В., Дяченко С. В., Майоров А. Ю., Павлюк О. М. Математична модель оцінювання стану електричних мереж електроенергетичних систем // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Електроенергетичні та електромеханічні системи”. – Львів, 2002. – №4 49. – С. 75–82. 2. Медиковський М. О., Цмоць І. Г., Павлюк О. М. Інтелектуальні компоненти інтегрованих автоматизованих систем управління для виявлення втрачених даних. // Моделювання та інформаційні технології: збірник наукових праць. – К., 2014. – С. 51–79. 3. Павлюк О. М. Верифікація даних у задачах прогнозування в електроенергетиці // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”. – 2004. – № 496. – С. 189–194 с. 4. Павлюк О. М. Короткотермінове прогнозування споживання електричної енергії у Львівській області // Збірник тез доповідей XVIII відкритої науково-технічної конференції молодих науковців і спеціалістів Фізико-механічного інституту ім. Г. В. Карпенка НАН України КМН-2003. – Львів, 2003. – С. 263–266. 5. Скрипник О. І. ДАКАР – обчислювальний комплекс аналізу режимів і процесів електроенергетичних систем // Технічна електродинаміка: спеціальний випуск. – К., 1998. – С. 56–61. 6. Ткаченко Р., Павлюк О. Підходи до прогнозу споживання електричної енергії в енергопостачальних компаніях // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології” – 2002. – №468. – С. 145–151. 7. Ткаченко Р. О., Павлюк О. М., Ткаченко П. Р. Особливості тренування нейромереж прямого поширення за методом “к найближчих сусідів” // Міжвідомчий збірник статей ФМІ “Відбір і обробка інформації”. – Львів, 2004. – №20(96). – С. 121–126. 8. Ткаченко Р. О., Павлюк О. М., Козут Р. М. Лінеаризація задач передбачення шляхом фазифікації // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”. – 2004. – №521. – С. 214–219.

## ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ МОНІТОРИНГУ ТА АНАЛІЗУ ТРАФІКУ У КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖАХ

© Кордяк В., Дронюк І., Федевич О., 2015

Проаналізовано методи моніторингу трафіку комп'ютерних мереж. Розглянуто методи моніторингу, орієнтовані на маршрутизатори та активні і пасивні методи моніторингу, які не орієнтовані на маршрутизатори. Описано розроблену інформаційну технологію моніторингу трафіку. Здійснено класифікацію DDoS-атак, а також запропоновано методи запобігання їм. Ефективність запропонованих методів доведено експериментально, на основі моделювання DDoS-атак та моніторингу мережі за допомогою розробленої інформаційної технології аналізу трафіку. Показано, що завдяки застосуванню запропонованих алгоритмів запобігання хакерським атакам досягають значного зменшення (приблизно у 4 рази) шкідливого трафіку на мережевому обладнанні. Експерименти проілюстровано рисунками та графіками.

**Ключові слова:** трафік, комп'ютерна мережа, моніторинг мережі, швидкість передавання даних, DDoS-атаки.

This article analyzes the methods of monitoring traffic of computer networks. The methods of monitoring, focused on routers, and active and passive monitoring techniques that are not focused on routers were reviewed. Developed information technology for traffic monitoring is described. Classification of DDoS-attacks, as well as the methods to preventing them were made. The effectiveness of the proposed methods was proved experimentally, by modeling of DDoS-attacks and network monitoring, with the help of developed information technology for traffic analysis. It is shown, that using of the proposed hack preventing algorithms, a significant reduction (approximately in 4 times) of harmful traffic on the network equipment is achieved. The experiments are illustrated with figures and graphics.

**Key words:** traffic, computer network, network monitoring, bit rate, DDoS-attacks.

### Вступ

Кількість великих і малих комп'ютерних мереж неухильно збільшується. Для якісної та безперебійної роботи мережі адміністраторам доводиться невпинно за нею стежити. Моніторинг мережі – це складне завдання, яке потребує великих витрат сил та є життєво важливою частиною роботи мережевих адміністраторів. Моніторинг та аналіз трафіку необхідні для того, щоб ефективніше діагностувати та вирішувати проблеми, не доводячи мережеві сервіси до простою протягом тривалого часу. Сьогодні відомі [1] методи моніторингу, орієнтовані на маршрутизатори і методи моніторингу, які не орієнтовані на маршрутизатори; останні поділяються на активні і пасивні. Моніторинг, який вбудований в маршрутизатори і не вимагає додаткового встановлення програмного або апаратного забезпечення, називають методами, основаними на маршрутизаторах. На противагу їм є методи, що не ґрунтуються на маршрутизаторах, але вимагають встановлення спеціального апаратного та програмного забезпечення. Методи моніторингу тісно пов'язані зі завданнями забезпечення ефективного завантаження обладнання, безперебійної роботи мережі та запобігання несанкціонованим атакам на мережу.

### Постановка проблеми

Моніторинг мережі – важливе практичне завдання. Адміністратори постійно прагнуть підтримувати безперебійну роботу своєї мережі. Якщо мережа “впаде” хоча б на короткий період

часу, продуктивність компанії скоротиться і (у випадках організацій, які надають державні послуги) сама можливість надання основних послуг буде поставлена під загрозу. Тому адміністратори мають стежити за рухом мережевого трафіку і продуктивністю на всій мережі, перевіряти та знаходити прогалини в мережевій безпеці.

Одне зі завдань моніторингу – це своєчасне знешкодження DDoS-атак. Проблема боротьби з DDoS-атаками є актуальною, оскільки глобальна мережа Інтернет дедалі ширше використовується у діяльності людини. Розвиток ІТ-індустрії, розширення комп'ютерних мереж та зростання їх швидкостей спричинили збільшення кількості комп'ютерних атак, зокрема DDoS атак. Із суто інформаційної мережі, призначеної для обміну інформацією електронною поштою і забезпечення доступу до різноманітних віддалених файлових архівів, Інтернет стрімко перетворюється на серйозний ринок послуг, в який інвестуються великі суми грошей. В результаті атаки порушується або повністю блокується обслуговування законних користувачів, мереж, систем та інших ресурсів. Більшість DDoS-атак використовують уразливості в основному протоколі Internet (TCP / IP), а саме спосіб обробки системами запиту, що здійснюється від користувачів.

### Аналіз публікацій

Розглянемо моніторинг мережі у поєднанні з запобіганням DDoS-атакам. Моніторинг трафіку розглянуто у [1, 3, 4]. Методи моніторингу засновані на маршрутизаторі – жорстко задані (вшиті) в маршрутизаторах і, отже, мають низьку гнучкість. Стислий опис методів такого моніторингу наведено нижче. Кожен метод розвивався багато років, перш ніж стати стандартизованим способом моніторингу.

Одним з найпоширеніших є протокол простого мережевого моніторингу Simple Network Management Protocol (SNMP), RFC 1157. SNMP – протокол прикладного рівня, який є частиною протоколу TCP / IP. Він дозволяє адміністраторам керувати продуктивністю мережі, знаходити і усувати мережеві проблеми, планувати зростання мережі. Він збирає статистику по трафіку до кінцевого хоста через пасивні датчики, які реалізуються разом з маршрутизатором.

Іншим методом є віддалений моніторинг Remote Network MONitoring (RMON), RFS 1757. RMON містить різні мережеві монітори та консольні системи для зміни даних, отриманих під час моніторингу мережі. Це розширення для SNMP інформаційної бази даних з управління (MIB). На відміну від SNMP, який повинен посилати запити про надання інформації, RMON може настроювати сигнали, які будуть “моніторити” мережу, основу на певному критерії. RMON надає адміністраторам можливості управляти локальними мережами так само добре, як віддаленими. RMON використовує 9 різних груп моніторингу для отримання інформації про мережу, а саме: Statistics – статистика, виміряна датчиком для кожного інтерфейсу моніторингу для цього пристрою; History – облік періодичних статистичних вибірок з мережі і зберігання їх для пошуку; Alarm – періодично бере статистичні зразки і порівнює їх з набором порогових значень для генерації події; Host – містить статистичні дані, пов'язані з кожним хостом, що є в мережі; HostTopN – готує таблиці, які описують головний хост; Filters – передбачає фільтрацію пакетів, ґрунтуючись на фільтровому рівнянні для захоплення подій; Packet capture – захоплення пакетів після їх проходження через канал; Events – контроль генерації та реєстрація подій від пристрою; Token ring – підтримка кільцевих лексем.

Хоча RMON будується на протоколі SNMP, моніторинг трафіку виконаний за допомогою цих методів, дані, отримані SNMP і RMON, мають низьку продуктивність. Набагато продуктивнішою є утиліта Netflow, яка представлена в маршрутизаторах Cisco. Утиліта Netflow дає можливість збирати мережевий IP трафік, працює успішно з багатьма пакетами аналітичного програмного забезпечення, щоб зробити моніторинг трафіку набагато простішим. Netflow містить 3 компоненти: FlowCaching (кеш потоку), FlowCollector (збирач інформації про потоки) і Data Analyzer (аналізатор даних). З Netflow-пакетів можна отримати таку інформацію: адресу джерела і одержувача; адресу вхідного і вихідного пристрою; номер порту джерела і приймача; Протокол 4-го рівня; кількість пакетів в потоці; кількість байтів у потоці; номер автономної системи джерела і приймача.



Перевага Netflow порівняно з іншими способами моніторингу, такими як SNMP і RMON, в тому, що в ньому є програмний пакет Netflow Analyzer, призначений для різного аналізу трафіку, отримання даних від Netflow-пакетів та подання їх у більш зрозумілому для користувача вигляді. Найбільша перевага використання Netflow у можливості побудови численних графіків, що описують активність мережі в будь-який момент часу.

Тепер опишемо методи, що не ґрунтуються на маршрутизаторах. Хоча технології, не вбудовані в маршрутизатор, все ж обмежені у своїх можливостях, вони пропонують більшу гнучкість, ніж технології вбудовані. Ці методи класифікуються як активні і пасивні [1].

Активним моніторингом повідомляють про проблеми в мережі, збираючи вимірювання між двома кінцевими точками. Система активного вимірювання має справу з такими метриками, як: корисність, маршрутизатори або маршрути, затримка пакетів, повтор пакетів, втрати пакетів, вимірювання пропускної здатності. Для вимірювань використовуються інструменти: команда ping, яка вимірює затримку і втрати пакетів, і traceroute, яка допомагає визначити топологію мережі. Ці команди є прикладом основних активних інструментів вимірювання.

На відміну від активного моніторингу, за допомогою пасивного збирають інформацію тільки про одну точку в мережі. Пасивні вимірювання мають справу з такою інформацією, як: трафік і кількість протоколів, кількість бітів, синхронізація пакетів і час між прибуттям. Хоча пасивний моніторинг не має часових витрат, які має активний моніторинг, він має свої недоліки. З пасивним моніторингом вимірювання можуть бути проаналізовані тільки оф-лайн. Створюється проблема, пов'язана з обробкою великих наборів даних, які зібрані під час вимірювання.

Пасивний моніторинг може бути кращим за активний тим, що дані службових сигналів не додаються в мережу, але пост-обробка може викликати велику кількість тимчасових витрат. Тому на практиці використовують комбінацію цих двох методів моніторингу – так званий комбінований моніторинг. У комбінованих технологіях використано переваги пасивного, і активного моніторингу середовищ. Ці засоби можуть бути використані для захисту від DDoS-атак.

Аналіз DDoS-атак зроблено у роботах [5, 6]. Всі DDoS-атаки можна поділити на три великі групи[5]:

#### ***Атаки, спрямовані на обсяг***

Ця категорія атак спрямована на насичення смуги пропускання, відповідно, силу атаки вимірюють у бітах на секунду. До цієї категорії належать різні види флуд-атак: UDP, ICMP та інші потоки сфальсифікованих пакетів. Сила атаки зростає з кожним роком, і якщо в далекому 2000 році 400 Мбіт/с здавалося чимось незвичайним, то зараз окремі атаки перевищують 100 Гбіт/с і здатні “покласти” навіть деякі дата-центри. Єдиний спосіб боротьби з такими атаками – фільтрація на рівні дата-центру (якщо він надає таку послугу) або спеціалізованих сервісів захисту. Вони володіють достатніми каналними потужностями і обчислювальними ресурсами, щоб поглинути обсяг сфальсифікованих пакетів і передати на сервер користувача вже відфільтрований трафік.

#### ***• Атаки на рівні протоколів***

Ця категорія спрямована на обмеження устаткування або уразливості різних протоколів. Такі атаки забивають ресурси сервера або проміжного обладнання (фаєрволи, балансувальник навантаження і т.п.) паразитними пакетами, в результаті чого системи не здатні обробляти корисні запити. Сила атаки вимірюється в пакетах в секунду. До цієї категорії належать SYN та ICMP флуд, атаки з фрагментованими пакетами та інші. На цьому рівні апаратний захист стає відчутно ефективніший. Спеціально розроблені виробниками таких пристроїв алгоритми допомагають впорядкувати і відфільтрувати трафік. Природно, будь-які алгоритми недосконалі, і якась частина паразитного трафіку все-таки прорветься, а якась частина корисного може бути втрачена.

#### ***• Атаки на рівні додатків***

Як можна зрозуміти з назви, атаки спрямовані на уразливості в додатках і операційних системах (Apache, Windows OpenBSD і т.п.). Вони призводять до непрацездатності будь-якої програми або ОС загалом. Серед таких атак: Slowloris, атаки нульового дня та інші. Як правило, складаються з цілком невинних запитів і блокують роботу веб-сервера. Інтенсивність вимірюється в

запитах на секунду. Цей тип атак найбільш “вбивчий”. Вони надзвичайно вузько спрямовані, завдяки чому можуть створити вельми серйозні проблеми для жертви за малих витрат ресурсів атакуючого. Останні 3–4 роки цей тип атак переважає. До арсеналу боротьби з цією категорією атак, крім згаданих вище зовнішніх сервісів і апаратного захисту, можна також зарахувати вбудовані програмні алгоритми, що аналізують запити і створюють правила для фаєрвола за результатами такого аналізу.

Отже, існує чимало видів DDoS-атак – у кожній свій почерк і способи подолання. Не всі атаки можна послабити або поборотися. Іноді навіть немає сенсу намагатися, і простіше перечекати, поки атака закінчиться. Викласти детально механізми протистояння кожному типу неможливо, оскільки атак і методів боротьби з ними є чимало. Розглянемо найпоширеніші.

**UDP флуд** [7] – це один з найбільш дієвих і водночас простих видів атак. Використовується UDP протокол, де не потрібно встановлення сесії з відправкою відповіді. У випадковому порядку зловмисник атакує порти сервера, відсилаючи величезну кількість пакетів даних. У результаті машина починає перевіряти, чи використовується порт, на який приходить пакет, яким-небудь додатком. А оскільки таких пакетів маса, то машина будь-якої потужності просто не справляється із завданням. У результаті всі ресурси машини використано, і сервер перестає працювати. Найпростіший спосіб захисту від такого типу атак – це блокування UDP трафіку (звісно, якщо програмне забезпечення не використовує цей протокол).

**MAC флуд** [8] – це незвичайний тип атаки, в якому об’єктом стає мережеве обладнання багатьох типів. Зловмисник починає відправляти велику кількість Ethernet-пакетів з абсолютно різними MAC-адресами. У результаті світч починає резервувати під кожен з пакетів певну кількість ресурсів, і якщо пакетів багато, то світч виділяє всю доступну пам’ять і перестає працювати. Найгірший варіант – збій таблиці маршрутизації.

**ICMP флуд** [9] – це тип атаки, коли зловмисник постійно пінгує сервер жертви, у результаті чого останній постійно віддає відповіді. Пінгів величезна кількість, отже у результаті результат – з’їдаються ресурси сервера, і машина стає недоступною. Які запобіжний захист можна використовувати блокування ICMP-запитів на рівні брандмауера. Відбити такого роду атаку можна лише заміною обладнання на інше, в якому цю проблему вирішено. Сьогодні більшість виробників включили фільтр у програмне забезпечення свого обладнання.

**PING OF DEATH** – це атака, сенс якої – переповнення буфера пам’яті через перевищення максимально доступного розміру IP-пакета, результатом чого є відмова сервера і мережевого устаткування від обслуговування будь-якого типу пакетів. Зараз цей тип атак не є серйозною проблемою, хоча раніше це був поширений варіант атаки.

**SLOWLORIS** – атака, яка дозволяє малими силами домогтися великих результатів. Інакше кажучи, використовуючи не найпотужніший сервер, можна поламати набагато продуктивніше обладнання. При цьому не потрібно задіювати інші протоколи. При такому типі атак сервер зловмисника відкриває максимальну кількість HTTP-з’єднань і намагається тримати їх відкритими якомога довше. Кількість підключень на сервері закінчується, і корисні запити перестають прийматися і оброблятися. Атака ефективна лише на сервери, що обслуговують веб-сайти або ПЗ, що використовує HTTP протокол.

**ДЕГРАДАЦІЯ** – це такий тип атаки, коли сервер зловмисника симулює дії реальної людини або цілої аудиторії. Як приклад найпростішого варіанта: можна відсилати запити до однієї і тієї самої сторінки ресурсу, причому робити це тисячі разів. Найпростіший спосіб вирішення проблеми – тимчасове повідомлення про помилки з блокуванням сторінки, що піддається атаці. Також можна обмежити доступ до сторінки лише певною аудиторією користувачів (наприклад лише зареєстрованим). Складніший тип атаки – запит великої кількості різних ресурсів сервера, враховуючи мультимедійні дані, сторінки тощо, в результаті чого сервер-жертва перестає працювати. Складні атаки такого типу доволі складно відфільтрувати, отже, доводиться використовувати спеціалізовані програми та сервіси.

## Формулювання цілі статті

Метою роботи є експериментальне дослідження, моніторинг і аналіз трафіку та аналіз типів DDoS атак й методів боротьби з ними. У публікації розглянемо типові види DDoS атак, покажемо, як їх моделювати і викривати та розробимо методи захисту від них, відобразимо візуально навантаження на кінцевому обладнанні.

Під час виконання роботи буде використано такі інструменти:

- hping3 – програма для генерації DoS та DDoS атак різних типів.
- Wireshark – програмне забезпечення для аналізу мережових пакетів Ethernet та інших мереж (сніфер) із вільним вихідним кодом.
- iptraf – невелика програма, яка вміє моніторити всю мережеву активність комп'ютера.
- iptables – утиліта для командного рядка, стандартизований інтерфейс керування роботою міжмережевого екрана (брандмауєру) Netfilter для ядер Linux від версії 2.4.
- netfilter – це міжмережевий екран (брандмауєр), вбудований в ядро Linux з версії 2.4.

Аналізувати навантаження мережевого інтерфейсу планується для перевірки достовірності розроблених методів математичного моделювання мережі.

## Основна частина

Створено аналізатор роботи комп'ютерної мережі, який призначений для автоматизованого збирання інформації з мережових пристроїв та контролю роботи каналів зв'язку. Він передбачає автоматизацію процесів збирання та аналізу характеристик мережі та їх відображення у зручному для адміністратора форматі.

Використання системи моніторингу комп'ютерної мережі дає змогу:

- а) значно економити час;
- б) автоматично і цілодобово збирати дані (джитер, затримка, швидкість) з пристроїв мережі;
- в) у режимі реального часу слідкувати за роботою мережі.

Мережевий аналізатор складається із серверної (PHP, HTML, CSS, JS) та клієнтської (C++/QT) частин. Серверна частина займається аналізом даних та відображенням результатів. В свою чергу клієнтська – збором, обробкою даних мережі. Цей програмний продукт створено на C++ і розповсюджується за ліцензією GNU GPL.

Змоделюємо UDP флуд за допомогою програми hping3, виконавши команду у терміналі (bash) Linux (див. рис. 1):

```
sudo hping3 --udp --rand-source -p 10000 --destport 10000 --flood 192.168.1.151,
```

де UDP – протокол; rand-source – випадкова IP-адреса відправника; destport – порт, який атакується, flood – режим флуду.

Для захисту від таких атак (рис. 2) скористаємося iptables та заблокуємо UDP пакети на всіх портах сервера (маршрутизатора), попередньо дозволивши DNS (що знаходиться на 53 порту). Для цього напишемо спеціальні правила блокування, використовуючи стандарти netfilter [2]:

```
iptables -A INPUT -p udp --sport 53 -j ACCEPT
iptables -A INPUT -p udp --dport 53 -j ACCEPT
iptables -A OUTPUT -p udp --sport 53 -j ACCEPT
iptables -A OUTPUT -p udp --dport 53 -j ACCEPT
iptables -A INPUT -p udp -j DROP
iptables -A OUTPUT -p udp -j DROP,
```

де INPUT, OUTPUT – вхідний та вихідний трафік, ACCEPT, DROP – дозволяє або забороняє проходження трафіку, sport, dport – порт джерела і призначення.

Аналогічно проведемо моніторинг мережевого порту сервера за допомогою Wireshark та поглянемо, чи проходять UDP пакети через наше з'єднання (рис. 4). Як можна побачити з програми, на комп'ютер проходить TCP, ICMP та інший трафік, окрім UDP.

Повторимо моделювання UDP флуду та поглянемо на результат iptraf (рис. 3).

```

vetal: bash - Konsole
Файл  Зміни  Перегляд  Закладки  Параметри  Довідка
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$
vetal@vetal-PC:~$ sudo hping3 --udp --rand-source -p 10000 --destport 10000
--flood 192.168.1.151
HPING 192.168.1.151 (eth0 192.168.1.151): udp mode set, 28 headers + 0 data b
ytes
hping in flood mode, no replies will be shown
^C
--- 192.168.1.151 hping statistic ---
5461443 packets transmitted, 0 packets received, 100% packet loss
round-trip min/avg/max = 0.0/0.0/0.0 ms
vetal@vetal-PC:~$

```

Рис. 1. Виконання програми hping3

```

IPTraf
-----
192.168.1.151:50090      => 14      6338      -PA-      eth0
95.213.4.196:443      => 4        4685      -PA-      eth0
178.237.19.22:443     => 7        8129      -PA-      eth0
192.168.1.151:41166   => 2        778       -A-       eth0
192.168.1.151:51255   => 4        228       -A-      eth0
178.237.19.129:443   => 4        423       -PA-      eth0
192.168.1.151:48742   => 1         32        -A-      eth0
173.194.65.168:5228  => 1         52        -A-      eth0
192.168.1.151:58128   => 1         52        -A-      eth0
95.213.4.196:443     => 8         0         ----     eth0
192.168.1.151:57705   => 4        184       -PA-      eth0
178.237.19.227:443   => 8         0         ----     eth0
192.168.1.151:35712   => 2         92        -PA-      eth0
178.237.19.127:443   => 8         0         ----     eth0
192.168.1.151:38778   => 1        161       -PA-      eth0
97.240.131.119:443   => 9         0         ----     eth0

TCP: 0
-----
Active

UDP (28 bytes) From 203.237.253.156:5536 to 192.168.1.151:10000 on lo
UDP (28 bytes) From 192.206.176.230:5539 to 192.168.1.151:10000 on lo
UDP (28 bytes) From 39.182.67.95:5542 to 192.168.1.151:10000 on lo
UDP (28 bytes) from 6.30.24.216:5545 to 192.168.1.151:10000 on lo
UDP (28 bytes) From 3.17.3.60:5548 to 192.168.1.151:10000 on lo
UDP (44 bytes) From 192.166.1.151:10000 to 194.129.114.63:3768 on eth0
UDP (28 bytes) From 55.223.58.80:5554 to 192.168.1.151:10000 on lo
UDP (44 bytes) From 192.168.1.151:10000 to 124.98.223.140:3774 on eth0
UDP (28 bytes) From 96.55.108.138:5560 to 192.168.1.151:10000 on lo
UDP (28 bytes) From 9.60.194.119:5563 to 192.168.1.151:10000 on lo

TCP flow rates: 0.00 packets/s
-----
Packets captured (all interfaces): 0
TCP flow rates: 0.00 packets/s
Up/Down/PgUp/PgDn-scroll M-more TCP info M-chg actv win S-sort TCP X-quit

```

Рис. 2. Виконання програми iptraf

```

IPTraf
-----
213.199.179.150:40021 => 34      2594      +-A-      eth0
192.168.1.151:40410   => 27      9146      -PA-      eth0
188.160.169.185:443  => 2        351       -A-      eth0
192.168.1.151:40972   => 1        446       -PA-      eth0
192.168.1.151:60040   => 70      5102      -PA-      eth0
516.58.205.208:443   => 23      1848      -A-      eth0
192.168.1.151:53026   => 1         46        -PA-      eth0
178.237.19.129:443   => 1         45        -A-      eth0
192.168.1.151:34992   => 1         46        -PA-      eth0
178.237.19.227:443   => 1         46        +-A-      eth0
192.168.1.151:40727   => 1         46        -PA-      eth0
178.237.19.22:443    => 1         46        +-A-      eth0
192.168.1.151:37622   => 1         46        -PA-      eth0
178.237.19.127:443   => 1         46        -A-      eth0
192.168.1.151:38093   => 1         46        -PA-      eth0
178.237.19.227:443   => 1         46        -A-      eth0
192.168.1.151:41111   => 1         46        -PA-      eth0
178.237.19.118:443   => 1         46        -A-      eth0
187.168.1.89:57243   => 2        261       -PA-      eth0
188.172.204.20:5938  => 2        129       -A-      eth0
TCP: 0
-----
Active

ICMP echo req (64 bytes) from 192.168.1.151 to 8.8.8.8 on eth0
ICMP echo req (64 bytes) from 192.168.1.151 to 8.8.8.8 on eth0
ICMP echo req (64 bytes) from 192.168.1.151 to 8.8.8.8 on eth0
ICMP echo req (64 bytes) from 192.168.1.151 to 8.8.8.8 on eth0

TCP flow rates: 0.00 packets/s
-----
Packets captured (all interfaces): 0
TCP flow rates: 0.00 packets/s
Up/Down/PgUp/PgDn-scroll M-more TCP info M-chg actv win S-sort TCP X-quit

```

Рис.3. Виконання програми iptraf після ввімкнення фільтра UDP

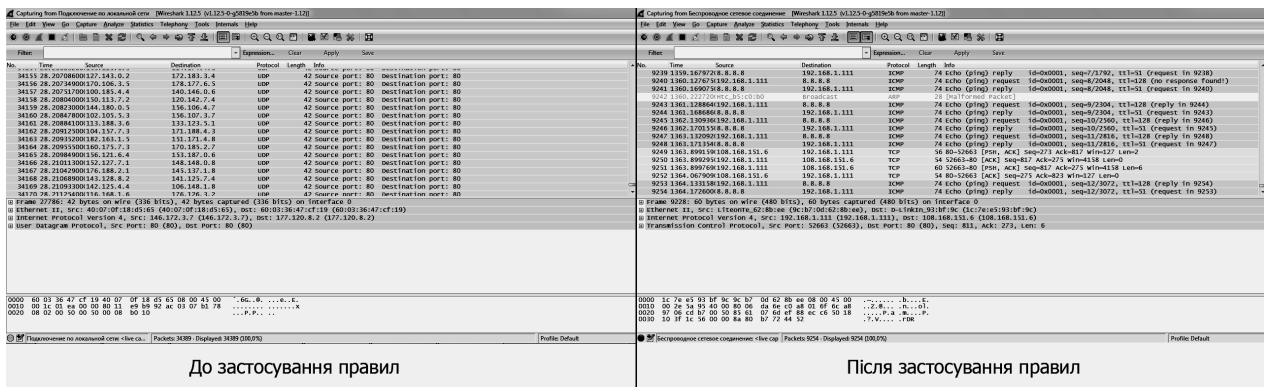


Рис. 4. Моніторинг трафіку до і після застосування правил

Отже, пакети UDP більше не доходять до сервера, тобто не можуть заподіяти шкоди програмному забезпеченню, що там працює, а навантаження мережі на кінцевому обладнанні значно зменшилось (рис. 5).

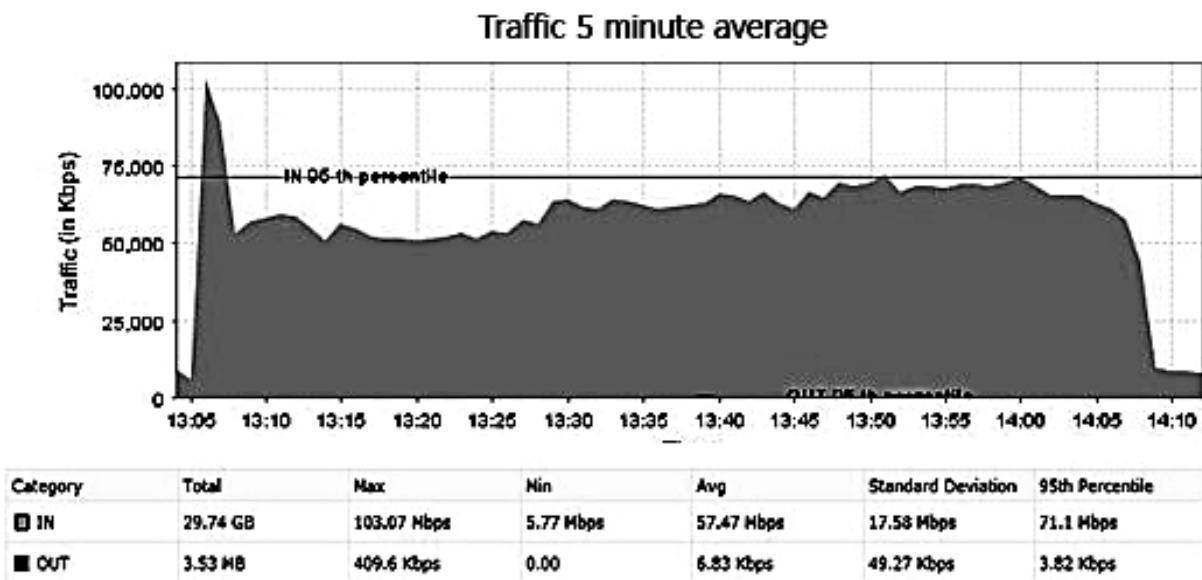


Рис. 5. Візуалізація навантаження на мережевий порт кінцевого обладнання (веб-сервер у внутрішній мережі)

**SYN флуд** – це тип атаки, коли використовується відправка SYN-пакета серверу жертви. Згідно з процесом з'єднання за протоколом TCP, клієнт посиляє пакет зі встановленим прапором SYN (synchronize). На нього сервер повинен відповісти комбінацією прапорів SYN + ACK (acknowledges). Після цього клієнт повинен відповісти пакетом з прапором ACK, після чого з'єднання вважається встановленим.

У результаті під час атаки сервер відповідає пакетом SYN-ACK, а машина зловмисника повинна відправити ACK-відповідь, але не відправляє. Результат: відкриття і підвісання величезної кількості активних з'єднань, які закриваються тільки після закінчення таймаута. При перевищенні граничної кількості запитів / відповідей сервер жертви перестає приймати пакети будь-якого типу і стає недоступним. Цей тип DDoS атаки важко відфільтрувати, оскільки не зрозуміло, яке із з'єднань потрібно розірвати, щоб не нашкодити реальним користувачам. У більшості випадків ефективно відбити таку атаку можна лише за допомогою спеціального обладнання CISCO, Mikrotik або спеціально налаштованого кластера. Однак можна спробувати зменшити атаку за допомогою iptables. Наприклад, виконати правило:

```
iptables -A INPUT -p tcp --syn -m limit --limit 1/s --limit-burst 3 -j RETURN,
```

де --limit 1/s: максимальна кількість з'єднань в секунду; --limit-burst 3: максимальна початкова кількість пакетів для відповіді.

Так ми обмежимо кількість спроб з'єднань для одного бота мережі, що використовуються для атаки.

Як і у випадку з SYN-флудом таку атаку важко відбити, якщо вона здійснюється за допомогою ботнет мережі. Зменшити силу атаки можна аналогічно, обмеживши кількість нових з'єднань на секунду. Так обладнання працюватиме з обмеженою кількістю користувачів. Все ж менша кількість користувачів (які достукаються до сервера) краще, ніж ніхто. Обмежити можна також iptables правилом:

```
iptables -A INPUT -p tcp --syn --dport 80 -m connlimit --connlimit-above 20 -j REJECT --reject-with tcp-reset
```

Сучасні програми для роботи веб-сервера (nginx, apache) мають влаштований фільтр від такого роду атаки, який працює за принципом: лімітування кількості з'єднань на хвилину чи для одного ір- з'єднання.

### Висновки

Описано та проаналізовано основні сучасні способи моніторингу та аналізу трафіку комп'ютерних мереж. Для ефективного моніторингу мережі створено власний аналізатор роботи комп'ютерної мережі, який призначений для автоматизованого збирання інформації з мережевих пристроїв та забезпеченню процесу контролю роботи каналів зв'язку. Розглянуто та проаналізовано види DDoS атак, методи їх моделювання та вивчено проблеми, що виникають у разі їх використання. Проведено моніторинг мережевого обладнання та розроблені правила для боротьби з DDoS атаками. В результаті роботи дані кінцевого обладнання візуально зображено на графіку, де можемо спостерігати значне зменшення (більше ніж у 4 рази) трафіку після його фільтрування сервером (маршрутизатором) з налаштованим фаєрволом згідно з розробленими правилами. На основі аналізу трафіку безкоштовного програмного забезпечення показано, як боротися та моніторити деякі види атак DDoS'у. Не існує універсальної панацеї від усіх видів атак, а тому насамперед ефективніше ліквідувати причину атаки, а не її результат.

Класифіковано та описано види DDoS атак та показано, як звести до мінімуму простої та збитки, завдані таким втручанням в мережу. Запропоновано декілька алгоритмів, які допоможуть вберегтися від атак або значно знизити їх негативний вплив. Ефективність запропонованих методів підтверджено експериментальними дослідженнями на основі розробленої інформаційної технології.

1. Alisha Cecil, "A summary of Network Traffic Monitoring and Analysis Techniques Whitepaper", 2006, [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://www.cs.wustl.edu/~jain/cse567-06/ftp/net\\_monitoring/index.html](http://www.cs.wustl.edu/~jain/cse567-06/ftp/net_monitoring/index.html) 2. Jan Engelhardt and Nicolas Bouliane. *Writing Netfilter modules. Revised, February 07, 2011.* 3. Ed Wilson, "Network Monitoring and Analysis: A Protocol Approach to Troubleshooting", Prentice Hall PTR, 2013. 4. Laura Chappell. "Wireshark (R) 101: Essential Skills for Network Analysis". Laura Chappell University, 2013. 5. Shui Yu, "Distributed Denial of Service Attack and Defense" (SpringerBriefs in Computer Science), Springer-Verlag New York, 2014. 6. Tee Huu, "Evaluation of a Multi-Agent System for Simulation and Analysis of Distributed Denial-of-Service Attacks. New edition", 2013, [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a420448.pdf> 7. Lysenko S. *Botnet detection technique for corporate area network* / Lysenko S., Savenko O., Kryshchuk A., Kljots Y. *Proceedings of the 2013 IEEE 7th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS), Berlin, DE, IEEE.* – 2013. – P. 315-320. 8. Pomorova O. *Multi-agent based approach for botnet detection in a corporate area network using fuzzy logic* / Pomorova O., Savenko O., Lysenko S., Kryshchuk A. // *Computer Networks 20th International Conference, CN 2013, Lwówek Śląski, Poland, June 17–21.* – 2013. – P. 243–254 9. Juniper Official Website, [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.juniper.net/techpubs/software/junos-es/junos-es93/junos-es-swconfig-security/understanding-icmp-flood-attacks.html>.

Б. Мандзій\*, М. Сенів, В. Яковина, Н. Мосьондз  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра програмного забезпечення,

\*кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювання

## ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ УДОСКОНАЛЕНОЇ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНОЇ РЕЗЕРВОВАНОЇ СИСТЕМИ З ОБМЕЖЕНОЮ КІЛЬКІСТЮ ВІДНОВЛЕНЬ

© Мандзій Б., Сенів М., Яковина В., Мосьондз Н., 2015

Описано алгоритм та програмну реалізацію удосконаленої моделі надійності технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень. Досліджено взаємозв'язок між кількістю елементів, допустимою кількістю їх відновлень, кількістю станів системи і часом, потрібним на формування моделі та обчислення результатів.

**Ключові слова:** програмне забезпечення, надійність, технічна система.

**This paper describes an algorithm and software implementation of improved reliability model of technical redundant system with a limited number of restorations. The correlation between the number of elements, the number of their restorations and the number of states of the system, time required for their formation, and calculations of results were investigated.**

**Key words:** software, reliability, technical system.

### Вступ

Важливою складовою якості складних технічних систем є їхня надійність, тобто властивість системи виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення експлуатаційних показників у певних межах, що відповідають умовам використання та заданим режимам, технічного обслуговування, збереження і транспортування [1–3].

Для аналізу показників надійності технічних систем широко використовують математичний апарат марковських випадкових процесів, який вимагає попередньої побудови математичної моделі надійності у вигляді системи диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена [1, 2]. Основною складністю побудови згаданої моделі є її велика розмірність, яка може сягати сотень тисяч навіть у випадку систем з невеликою кількістю елементів, особливо, якщо ці елементи є відновлюваними з обмеженою кількістю відновлень.

Подолати згадану складність можливо, використовуючи обчислювальні можливості сучасних комп'ютерних засобів для автоматизованої побудови графу станів і переходів системи та формування рівнянь Колмогорова–Чепмена. Розв'язанню цієї задачі присвячено цю роботу.

### Проблематика та розв'язання задачі

В роботі як приклад розглянуто модель системи з навантаженим резервуванням та обмеженою кількістю відновлень елементів.

Для розрахунку надійності резервованих відновлювальних систем необхідно також врахувати дисципліну обслуговування. У роботі використано прямий пріоритет відновлення, тобто елемент, який відмовив першим, першим і ремонтується.

Основна проблема – велика кількість станів системи, яка залежить від:

- кількості резервних елементів;
- кількості відновлень елемента;
- кількості та наявності ремонтних бригад;
- пріоритету роботи ремонтних бригад.

У цій роботі прийнято, що у тестовій моделі системи наявний резерв, декілька ремонтних бригад з прямим пріоритетом і враховуються усі можливі стани вузла системи, принципову схему якого подано в [4].

Формування станів системи відбувається послідовним перебором комбінацій станів елементів вузла, з врахуванням кількості можливих відновлень, здійснених відновлень та пріоритету відновлення. Граф станів для вузла системи з кратністю резерву 1, з одним ремонтом і однією ремонтною бригадою прямого пріоритету показано на рис.1, де прийнято, що працездатний елемент позначається – 0, елемент, який відмовив, – 1, символом [] зображається кількість здійснених відновлень, а символом {} – пріоритет в черзі на ремонт.

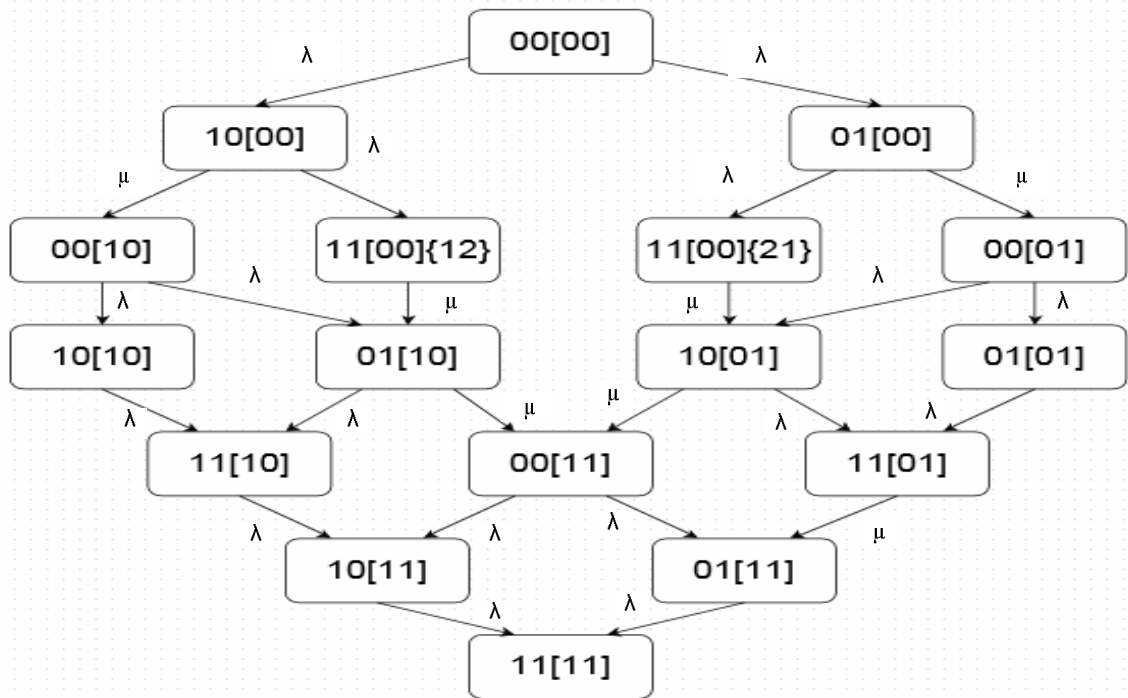


Рис. 1. Граф станів

Вхідними даними для побудови моделі надійності є кількість елементів у вузлі, кількість відновлень та ремонтних бригад, а також інтенсивності відмов  $I$  і відновлень  $m$ . Після обробки вхідних даних відбувається побудова всіх станів системи. Відтак формується система рівнянь Колмогорова–Чепмена, яку розв’язують за допомогою числових методів. Після цього переходимо до відображення графу станів і переходів.

Під час проектування удосконаленої моделі надійності було обрано багаторівневу архітектуру, оскільки програма передбачає взаємодію з MatLab.

При проектуванні архітектури було виділено класи, які представляють елемент вузла, стан вузла та сам вузол (рис. 2).

Було виконано такі завдання:

- формування станів системи;
- відображення часткового графу станів та переходів;
- обчислення показників надійності та їх відображення у вигляді графіків ймовірності готовності, простою та критичної відмови.

Як основне досягнення можна назвати розроблення алгоритму побудови графу станів удосконаленої моделі надійності технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень (рис. 3), на основі якого було розроблено програмну реалізацію у вигляді Windows Form Application (рис. 4).



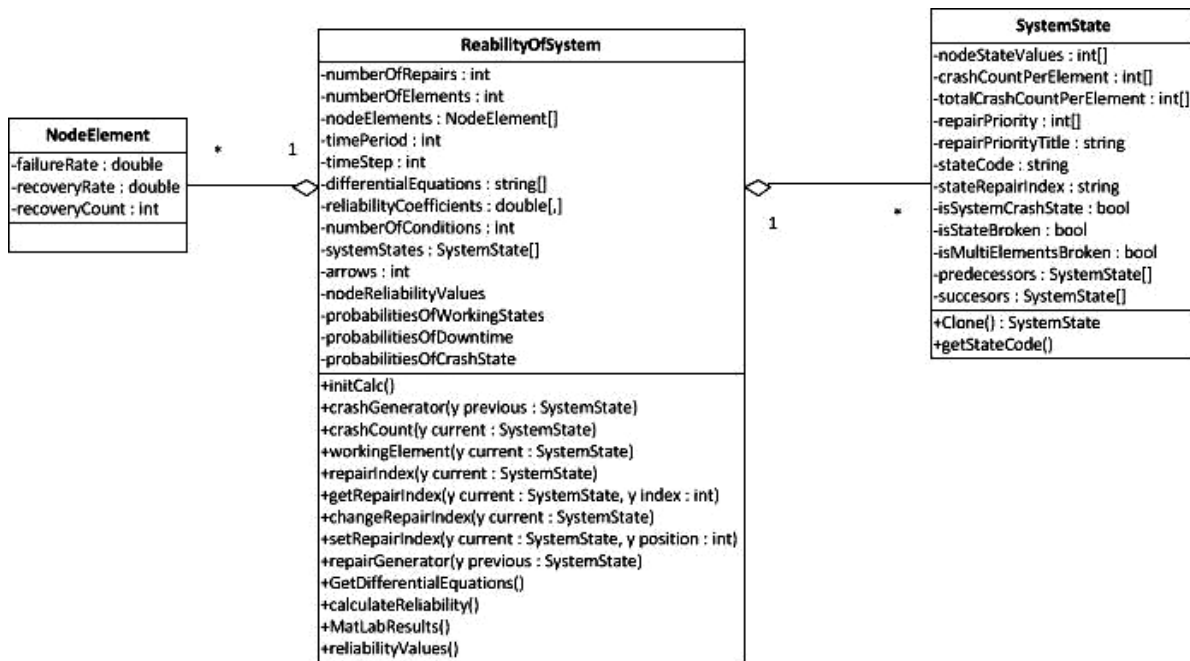


Рис. 2. Діаграма класів програмної реалізації

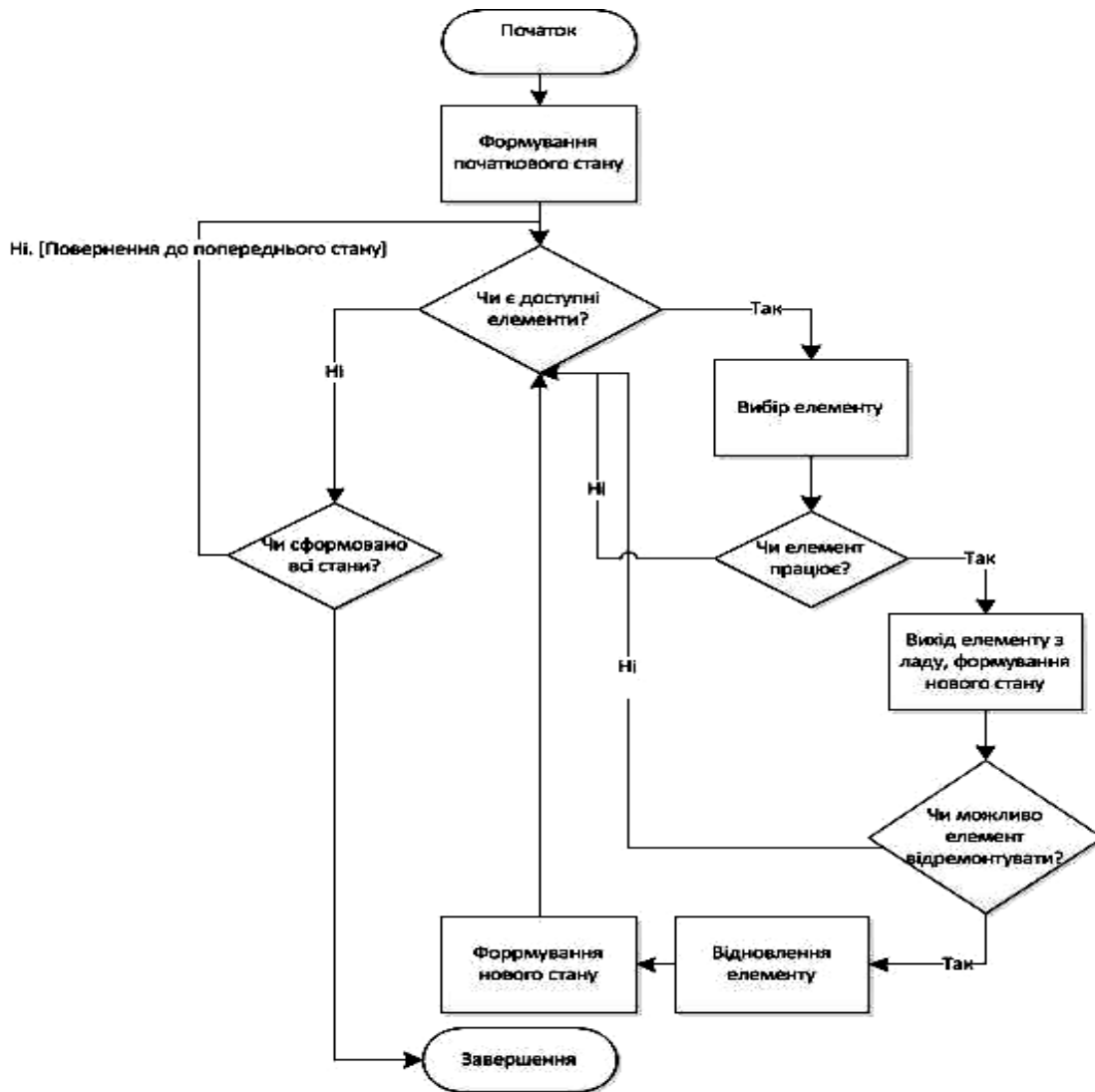


Рис. 3. Алгоритм побудови графу станів

Для отримання результатів залишилося модифікувати алгоритм для можливості роботи з системами з більшою кількістю елементів у вузлі та проаналізувати числові методи, обравши той, який забезпечив би необхідні швидкість та точність обчислень.

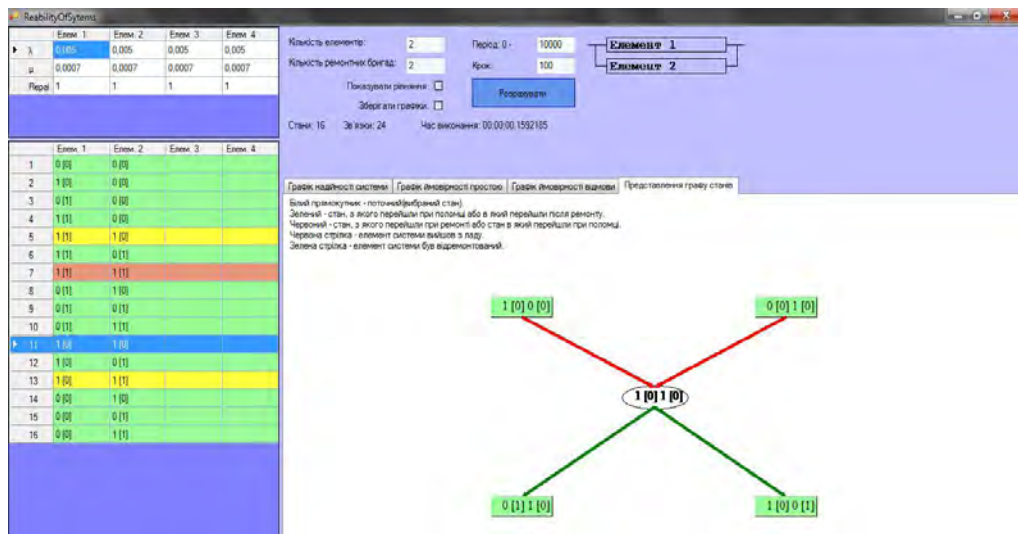


Рис. 4. Головне вікно програми із частковим графом станів

Програма генерує всі стани технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень та обчислює характеристики надійності. Після проведення ряду експериментів було визначено, що програма генерує стани для 5 елементів у системі, але що більше елементів, то менше відновлень доступно.

Кількість елементів та кількість станів для них і найбільшу кількість можливих відновлень подано у табл. 1.

Таблиця 1

**Кількість елементів, кількість станів для них і найбільша кількість можливих відновлень**

Кількість елементів	Стани	Найбільша можлива кількість відновлень (в сумі)
1	482	240
2	584	20
3	570	8
4	393	4
5	786	4

Як видно з табл. 1, із збільшенням кількості елементів та відновлень кількість станів системи значно збільшується. Відповідність часу опрацювання елементів при одному відновленні і за максимально можливої кількості відновлень наведено у табл. 2.

Також було досліджено, як залежить стан опрацювання та кількість станів від збільшення кількості ремонтних бригад. У табл. 3 подано результати для різної кількості елементів, припускаючи, що кількість відновлень для кожного елемента дорівнює одиниці.

Числові показники надійності можна переглянути у вигляді графіків для заданого часового діапазону (рис. 5).

Як видно з наведених графіків, ймовірність безвідмовної роботи системи збільшується непропорційно до кількості елементів: якщо для 2-х елементів вона збільшилася суттєво, то з подальшим збільшенням кількості елементів приріст надійності все менший. Водночас ймовірність простою сильно зменшилася у разі додавання другого елемента, а далі з додаванням наступних коливалася в невеликих межах. Із збільшенням кількості відновлень для сталої кількості елементів приріст надійності значно більший, що відображено на рис. 6, 7:

**Часові характеристики опрацювання елементів при одному відновленні  
і при максимально можливій кількості відновлень**

Кількість елементів	Час опрацювання при одному відновленні (для елемента)	Час опрацювання при максимальній кількості відновлень
1	< 1 с	6:20 хв
2	< 1 с	12:20 хв
3	1.4 с	15 хв
4	1:43 хв	1:43 хв
5	-	14 хв

Таблиця 3

**Часові характеристики при різних кількостях елементів та ремонтних бригад**

Кількість елементів	Ремонтні бригади			
	1	2	3	4
1	<1 с, 4 стани	—	—	—
2	<1 с, 17 станів	<1 с, 16 станів	—	—
3	1.4 с, 78 станів	1,6 с, 78 станів	1,3 с, 64 стани	—
4	2 хв, 393 стани	2 хв, 393 стани	2 хв, 393 стани	1,5 хв 256 станів

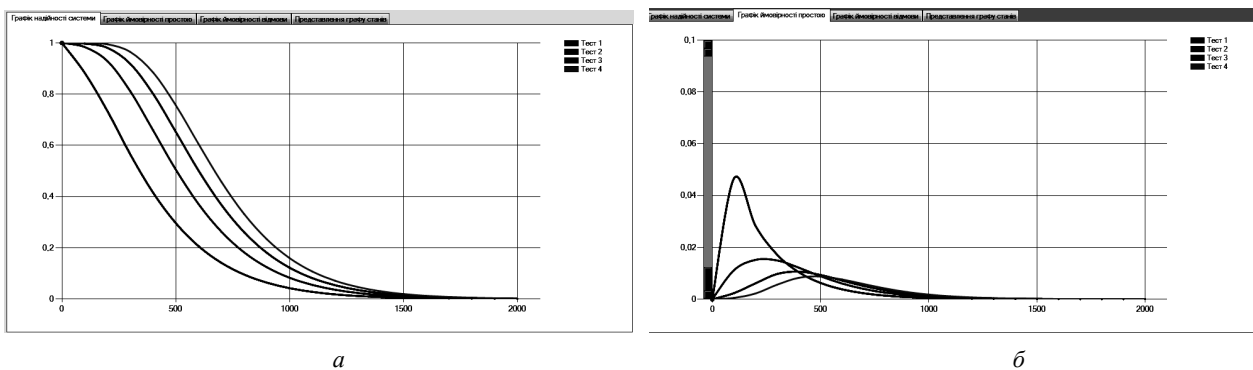


Рис. 5. Графіки імовірності безвідмовної роботи (а) та імовірності простою (б) технічної системи для різної кількості елементів

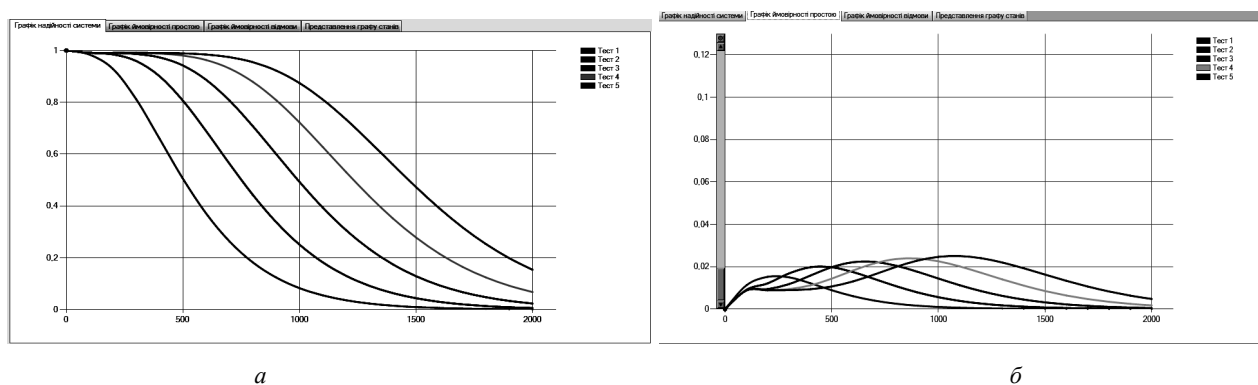


Рис.6. Графіки імовірності безвідмовної роботи (а), простою (б) для 2-х елементів при різній кількості відновлень

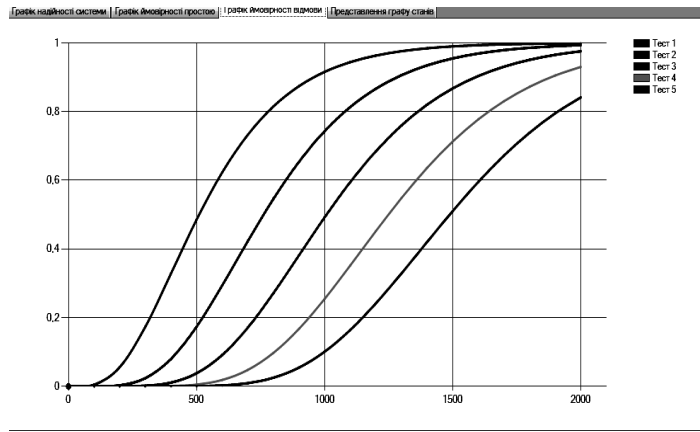


Рис.7. Графіки ймовірності критичної відмови для 2-х елементів при різній кількості відновлень

Як видно із графіків, із збільшенням кількості відновлень для 2-х елементів від 1 до 5 імовірність безвідмовної роботи системи суттєво зростає (зменшується час простою на початку роботи системи, але при подальшій роботі він на деякий час зростає, але незначно), причому приріст не сильно відрізняється при збільшенні кількості відновлень; ймовірність критичної відмови зменшується пропорційно до надійності. Також розглянуто випадок збільшення кількості ремонтних бригад, але при сталій кількості елементів та відновлень для них:

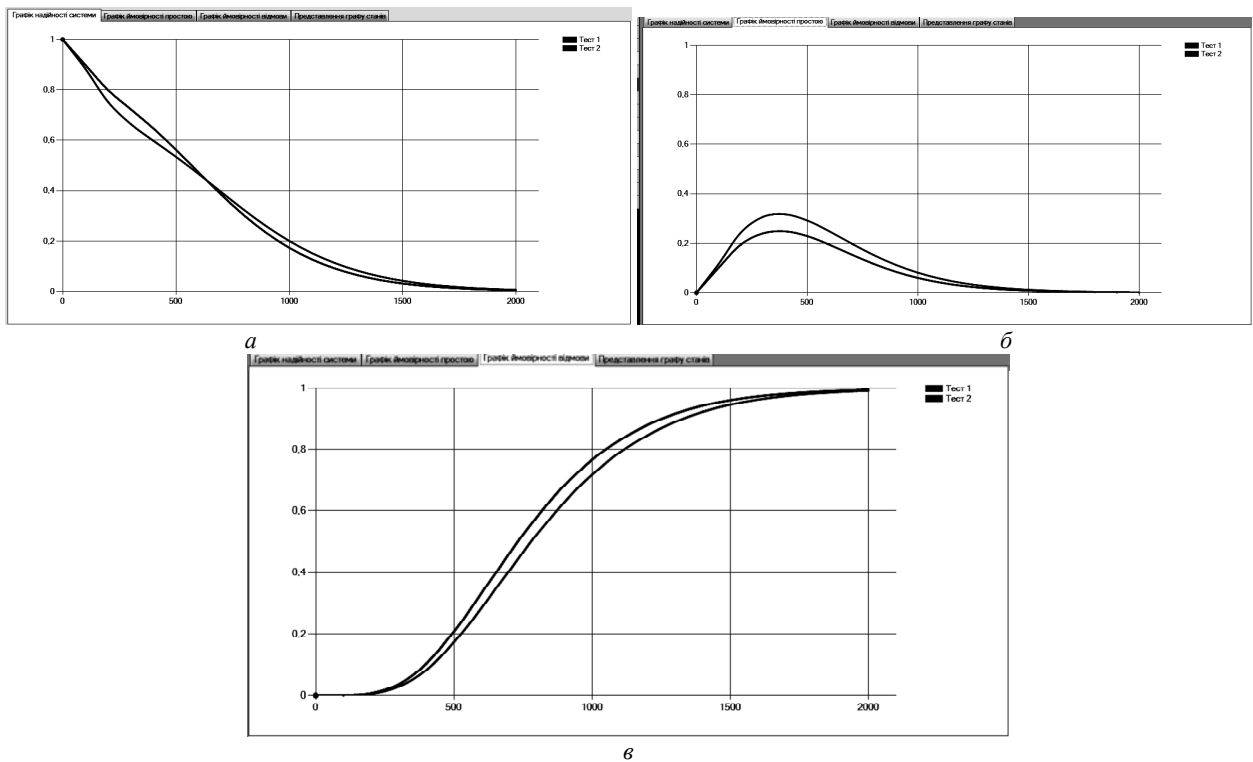


Рис. 8. Графіки ймовірності безвідмовної роботи (а), простою (б) та ймовірності критичної відмови (в) для двох елементів при різній кількості ремонтних бригад

На рис. 8 подано графіки ймовірності безвідмовної роботи для системи з двома елементами, які можна відремонтувати по одному разу. Як бачимо, спочатку надійність при двох ремонтних бригадах вища, ніж коли є тільки одна бригада, – це пов'язано зі зменшенням часу простою системи, проте після певного моменту часу надійність системи стає швидше зменшуватися порівняно з першим варіантом (одна ремонтна бригада). Ймовірність простою при двох ремонтних бригадах зменшується, але збільшується ймовірність критичної відмови.

Програмний продукт дозволяє формувати стани системи та виводить їх у таблицю:

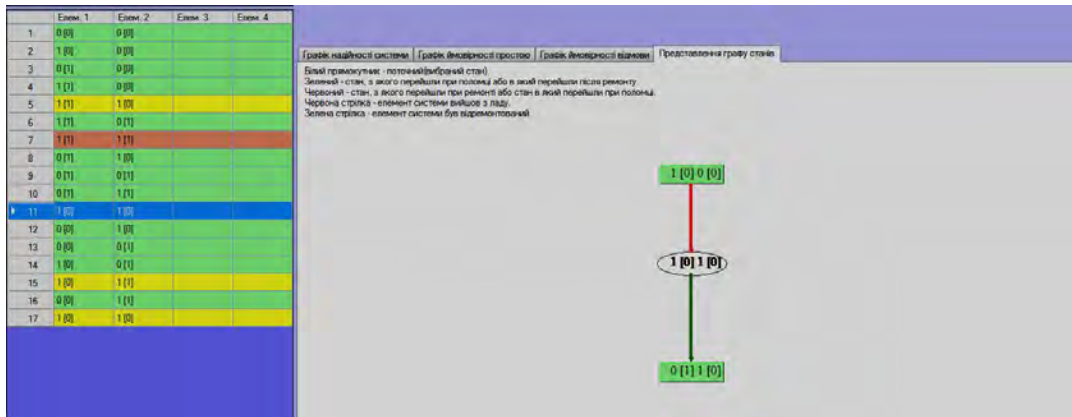


Рис. 9. Результати обчислень для технічної резервованої системи з двох елементів

На рис. 9 зображено результати обчислень для двох елементів з одним відновленням і однією ремонтною бригадою прямого пріоритету. Тут виведено всі стани системи, також при виборі будь-якого стану з таблиці, на вкладці «Представлення графу станів» можна переглянути його зв'язки з іншими станами.

Тепер переглянемо результати, коли ремонтних бригад буде дві:

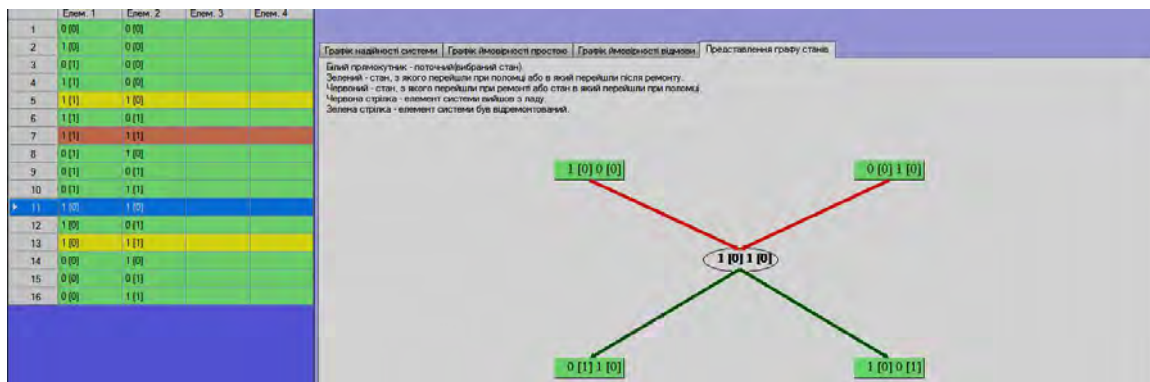


Рис. 10. Результати обчислень для технічної резервованої системи з двох елементів за наявності двох ремонтних бригад

На частковому графі станів зображено два переходи з стану  $11\ 0\ 0$  (перший і другий елементи відмовили, але не були ремонтвані). Як бачимо, тепер порядок відмови не має значення, тому що збільшилася кількість ремонтних бригад.

Програмна система дає можливість автоматизовано будувати графіки числових показників надійності для технічної системи (в даному випадку з 3-х елементів (рис. 11) із різною кількістю відновлень (перший елемент – 0, другий – 3, третій – 1)):

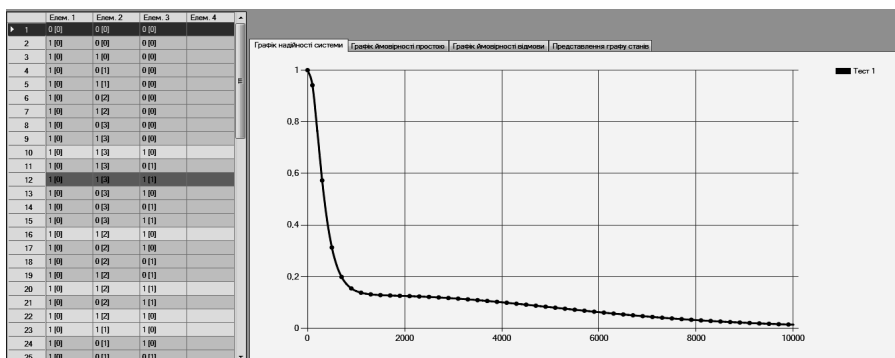


Рис. 11. Результати обчислень для системи з трьох елементів із різною кількістю відновлень

Також ПЗ автоматизовано буде систему диференціальних рівнянь для обчислень характеристик надійності останньої досліджуваної технічної системи (рис.12).

```

dP_000(000)/dt = - (a1+a2+a3)*P_000(000)
dP_100(000)/dt = (a1*P_000(000)) - (a2+a3)*P_100(000)
dP_110(000)/dt = (a2*P_100(000)+a1*P_010(000)) - (m2+a3)*P_110(000)
dP_100(010)/dt = (m2*P_110(000)+a1*P_000(010)) - (a2+a3)*P_100(010)
dP_110(010)/dt = (a2*P_100(010)+a1*P_010(010)) - (m2+a3)*P_110(010)
dP_100(020)/dt = (m2*P_110(010)+a1*P_000(020)) - (a2+a3)*P_100(020)
dP_110(020)/dt = (a2*P_100(020)+a1*P_010(020)) - (m2+a3)*P_110(020)
dP_100(030)/dt = (m2*P_110(020)+a1*P_000(030)) - (a2+a3)*P_100(030)
dP_110(030)/dt = (a2*P_100(030)+a1*P_010(030)) - (a3)*P_110(030)
dP_111(030)/dt = (a3*P_110(030)+a2*P_101(030)+a1*P_011(030)) - (m3)*P_111(030)
dP_110(031)/dt = (m3*P_111(030)+a2*P_100(031)+a1*P_010(031)) - (a3)*P_110(031)
dP_111(031)/dt = (a3*P_110(031)+a2*P_101(031)+a1*P_011(031)) - (m3)*P_111(031)
dP_101(030)/dt = (a3*P_100(030)+m2*P_111(020)+a1*P_001(030)) - (m3+a2)*P_101(030)
dP_100(031)/dt = (m3*P_101(030)+m2*P_110(021)+a1*P_000(031)) - (a2+a3)*P_100(031)
dP_101(031)/dt = (a3*P_100(031)+m2*P_111(021)+a1*P_001(031)) - (a2)*P_101(031)
dP_111(020)/dt = (a3*P_110(020)+a1*P_011(020)) - (m2)*P_111(020)
dP_101(020)/dt = (a3*P_100(020)+m2*P_111(010)+a1*P_001(020)) - (m3+a2)*P_101(020)
dP_100(021)/dt = (m3*P_101(020)+m2*P_110(011)+a1*P_000(021)) - (a2+a3)*P_100(021)
dP_110(021)/dt = (a2*P_100(021)+m3*P_111(020)+a1*P_010(021)) - (m2+a3)*P_110(021)
dP_111(021)/dt = (a3*P_110(021)+a2*P_101(021)+a1*P_011(021)) - (m2)*P_111(021)
dP_101(021)/dt = (a3*P_100(021)+m2*P_111(011)+a1*P_001(021)) - (a2)*P_101(021)
dP_111(020)/dt = (a2*P_101(020)+a1*P_011(020)) - (m3)*P_111(020)
dP_111(010)/dt = (a3*P_110(010)+a1*P_011(010)) - (m2)*P_111(010)
dP_101(010)/dt = (a3*P_100(010)+m2*P_111(000)+a1*P_001(010)) - (m3+a2)*P_101(010)
dP_100(011)/dt = (m3*P_101(010)+m2*P_110(001)+a1*P_000(011)) - (a2+a3)*P_100(011)
dP_110(011)/dt = (a2*P_100(011)+m3*P_111(010)+a1*P_010(011)) - (m2+a3)*P_110(011)
dP_111(011)/dt = (a3*P_110(011)+a2*P_101(011)+a1*P_011(011)) - (m2)*P_111(011)

```

Рис. 12. Диференціальні рівняння, які описують стани та переходи між ними досліджуваної системи

Таблиця 4

**Залежність кількості станів від кількості відновлень для 5-ти елементів**

Кількість відновлень	Кількість станів	Кількість зв'язків
0	32	80
1	64	176
2	136	396
3	312	924
4	786	2265

У табл. 4 наведено залежність кількості станів і зв'язків від кількості відновлень для 5-ти елементів. Як бачимо, кількість станів при доданні одного ремонту збільшується спершу вдвічі, а потім трохи більше ніж удвічі, як і кількість зв'язків між станами.

У результаті досліджень отримано такі результати: зі збільшенням кратності резерву та кількості відновлень кількість станів збільшується практично експоненційно. В табл. 5 наведено залежність кількості станів від кількості відновлень для резерву з кратністю 1:

Таблиця 5

**Залежність кількості станів від кількості відновлень для резерву з кратністю 1**

Кількість відновлень	Кількість станів
0	4
1	17
2	40
3	73
4	116

У табл. 6 наведено залежність кількості станів від кратності резерву за відсутності відновлень.

Таблиця 6

**Залежність кількості станів від кратності резерву за відсутності відновлень**

Кратність резерву	Кількість станів
0	2
1	4
2	8
3	16
4	32

Це показує нам, що складність обчислень різко зростає із зміною кількості елементів та кількості їх відновлень. Для обчислення показників надійності приходиться розв'язувати системи диференціальних рівнянь, кількість яких дорівнює кількості станів у системі [4].

**Висновки**

В роботі описано алгоритму та програмної реалізації удосконаленої моделі надійності технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень, яка враховує такі вхідні параметри, як: кількість елементів системи, кількість допустимих ремонтів для елемента, кількість ремонтних бригад. На відміну від інших, ця модель надійності дає змогу комбінувати різні параметри, а також для кожного елемента встановлювати свої (для кожного елемента задається власна інтенсивність відмов, інтенсивність відновлення та кількість ремонтів). Поряд з можливістю зміни кількості елементів технічної резервованої системи є можливість змінити кількість ремонтних бригад.

1. Половко А. М., Гуров С. В. *Основы теории надежности*. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с. 2. Ермаков А. А., *Основы надежности информационных систем: учеб. пособ.* / А. А. Ермаков. – Иркутск: ИрГУПС, 2006. 3. Васілевський О. М. *Нормування показників надійності технічних засобів* / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 129с. 4. Mandziy B. *Analysis of reliability a test model of technical system with constant redundancy and repair unit* / Bohdan Mandziy, Maksym Seniv, Bohdan Kuts // *Proc. of the VIth Intern. scient. and techn. conf. CSIT-2012, Lviv, November. 21–24, 2012.* – Lviv, 2012. – P. 75–77

## ВЕРИФІКАЦІЯ ДАНИХ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ КУРСУ ДОЛАРА ЗА ДОПОМОГОЮ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

© Павлюк О., Тремба Н., 2015

Використано метод ковзного середнього з шириною вікна у 4-ри точки для підвищення точності прогнозу курсу долара на тиждень. Для прогнозу вибрано неітераційну нейромережу з радіальними базовими функціями. Точність прогнозу курсу долара на тиждень з максимальною по виходах нейромережі середньоквадратичною приведеною до діапазону значень похибкою менша за 1 %.

**Ключові слова:** ШНМ, прогноз, ковзне середнє, зміна курсу долара.

The moving average method with the 4 samples window width is used to raise the weekly forecast of the US dollar exchange rate accuracy. The non-iterative artificial neural network with the radial basis functions is used for. In the end we got the forecast error less than 1 %.

**Key words:** ANN, prediction, forecasting, moving average, US dollar.

### Вступ

В умовах ринкової економіки задачі прогнозування набувають все більшої актуальності з огляду на її нестабільність. Без надійного прогнозування курсу валют, зокрема долара неможлива стабільна робота жодного підприємства та установи. Різноманітні комерційні структури часто мають гостру потребу в отриманні надійної інформації про подальший стан курсу валют як в короткостроковому, так і середньостроковому періоді. Найбільш актуальними є короткотермінові прогнози валют, результати яких можна використати для оперативної зміни у роботі підприємства, тобто в режимі “on-line”.

Причинами такого становища є постійні коливання на світовому валютному ринку. В складних системах з прогнозування курсу долара існують такі проблеми: велика кількість чинників, що впливають на курс валюти; відсутність однозначних аналітичних залежностей між вхідними та вихідними параметрами моделей та значна невизначеність між параметрами, що на них впливають. Все це визначає значну складність задач, пов'язаних з прогнозуванням курсу долара на ринку України [1, 2].

Використання засобів штучного інтелекту, зокрема штучних нейронних мереж, дало змогу значно підвищити точність прогнозів курсу валют. Вхідження України до європейських структур та її активна участь на світових фінансових та валютних ринках постійно підвищують вимоги до достовірності зроблених прогнозів. Це дасть змогу значно підсилити ефективність діяльності економістів з прогнозування тих чи інших економічних процесів.

### Опис алгоритму

Статистичну інформацію про курс долара взято з сайту Мінфіну ([minfin.com.ua/currency/nbu/usd/](http://minfin.com.ua/currency/nbu/usd/)) за 2015 рік. Опрацювавши цю статистику було виявлено втрачені дані. Оскільки втрачені значення курсу долара зустрічаються рідко, переважно у вихідні дні і державні свята та їх максимальна кількість підряд становить не більше 4, то приймаємо їх як дані з малою ймовірністю появи. Тому побудуємо гістограму методом когерентного усереднення [3] для знаходження оцінки математичного сподівання процесу і локалізації місць із втраченими даними.

Для оцінювання дисперсії  $s$  центрованого сигналу  $X_i^0$  було використано гістограмний метод. За оцінку дисперсії  $\hat{s}$  було прийнято півширину оцінки розподілу густини імовірності



$P\left(\overset{\circ}{X}_i\right)$  в точці  $\overset{\circ}{X}_i = X_m$ . По осі абсцис відклали  $X_m$  – максимально імовірне значення  $\overset{\circ}{X}_i$ , а по осі ординат  $P\left(\overset{\circ}{X}_i\right) = \frac{P(X_m)}{2}$  (див. рис. 1).

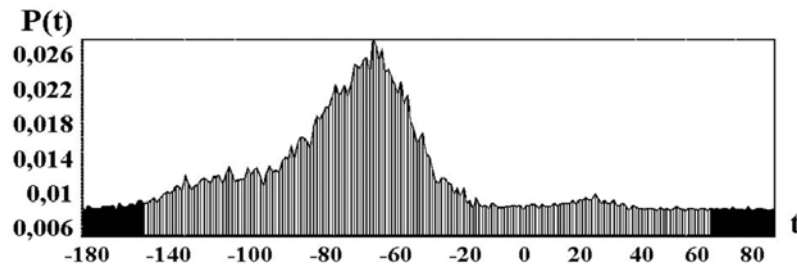


Рис. 1. Гістограма центрованого сигналу  
(світла область – сигнал без втрачених даних)

Експериментально було встановлено, що оцінка розподілу густини імовірності сигналу  $\overset{\circ}{X}_i$  не симетрична відносно  $X_m$ . Тому дефектними вважалися дані, для яких  $\overset{\circ}{X}_i \notin [X_m - k_1\mathcal{S}, X_m + k_2\mathcal{S}]$ , де  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 3$  – експериментально підібрані коефіцієнти.

Для прогнозування курсу долара виберемо штучну нейронну мережу (ШНМ) неітераційного типу з радіальними базовими функціями, розроблену Р. О. Ткаченком [4]. Основними перевагами цієї нейромережі є велика швидкість навчання і висока точність здійснених прогнозів. Програмною реалізацією цієї мережі є інтегрована автоматизована система (ІАС) “Прогноз” [5, 6]. У цій програмі закладена велика кількість статистичних та нейромережних методів верифікації даних.

Локалізовані місця необхідно замінити даними, оскільки відсутні значення спричиняють при прогнозуванні за допомогою ШНМ велику середньоквадратичну приведену до діапазону значень похибку. Тому спробуємо використати різні методи з верифікації даних для підвищення точності прогнозу курсу долара на тиждень.

### Результати досліджень

Більшість банків фіксують курс долара на вихідні дні та дні державних свят. Замінімо виявлені втрачені дані останнім існуючим значенням і спробуємо спрогнозувати курс долара на тиждень.

У табл. 1 наведено результати досліджень з верифікації вхідних даних заміною останніми існуючими значеннями із бази даних курсу долара сайту Мінфіну України. Для оцінювання точності прогнозу візьмемо середньоквадратичну приведену до діапазону значень похибку навчання ( $SQR_{навч}$ ) та її максимальне значення за всіма виходами ШНМ ( $SQR_{MAX_{навч}}$ ), виражене у відсотках. А також середньоквадратичну приведену до діапазону значень похибку прогнозу ( $SQR_{прогн}$ ) та її максимальне значення за всіма виходами ШНМ ( $SQR_{MAX_{прогн}}$ ), виражене у відсотках. Точність прогнозу є задовільною ( $SQR_{прогн} = 0.01\% \div 0.37\%$ ,  $SQR_{MAX_{прогн}} = 0\% \div 0.91\%$ ), але виявлена необхідність у значному обсязі статистичних даних, а саме 5 тижнів. Також ШНМ є особливо чутливою до різкої зміни курсу долара.

У табл. 2 наведено результати досліджень згладжуванням вхідних даних методом ковзного середнього за трьома точками. Точність прогнозу є задовільною ( $SQR_{прогн} = 0.01\% \div 0.76\%$ ,  $SQR_{MAX_{прогн}} = 0.2\% \div 1.71\%$ ) і знижена необхідність у значному обсязі статистичних даних. Достатніми для точності прогнозу до 2% лише чотири тижні навчальної вибірки. Також ШНМ стала менш чутливою до різкої зміни курсу долара.

Таблиця 1

Метод	К-сть тижнів для навчання	К-сть нейронів прихованого прошарку	Навчання		Прогнозування	
			SQR %	SQR MAX %	SQR %	SQR MAX %
Ковзне середнє з заміною останніх існуючих значень	20	6	0,01	0,03	0,01	0,03
	19	5	0,01	0,03	0,02	0,03
	18	5	0,01	0,03	0,01	0,03
	17	5	0,01	0,03	0,01	0,03
	16	6	0	0,02	0	0,02
	15	6	0	0,02	0	0,02
	14	6	0	0	0	0
	13	6	0	0,01	0	0,01
	12	5	0	0,01	0	0,02
	11	6	0	0	0	0,02
	10	6	0	0	0	0,02
	9	6	0	0	0	0,02
	8	5	0	0	0,01	0,03
	7	5	0	0	0,02	0,07
	6	5	0	0	0,38	1,01
	5	4	0	0	0,37	0,91
	4	3	0	0	5,15	11,5
	3	3	0	0	5,57	11,1
2	2	0	0	4,8	8,32	

Таблиця 2

Метод	К-сть тижнів для навчання	К-сть нейронів прихованого прошарку	Навчання		Прогнозування	
			SQR %	SQR MAX %	SQR %	SQR MAX %
Ковзне середнє за трьома точками	19	6	0,02	0,08	0,02	0,08
	18	6	0,02	0,09	0,02	0,09
	17	6	0,02	0,08	0,02	0,09
	16	6	0,02	0,06	0,02	0,06
	15	6	0,02	0,06	0,02	0,06
	14	6	0,01	0,03	0,01	0,03
	13	6	0,01	0,04	0,01	0,04
	12	6	0,01	0,02	0,01	0,02
	11	6	0,01	0,03	0,01	0,03
	10	6	0	0,02	0,01	0,05
	9	6	0	0	0,02	0,06
	8	4	0,03	0,07	0,07	0,22
	7	4	0,04	0,08	0,08	0,22
	6	4	0	0	0,09	0,25
	5	3	0	0	0,12	0,31
	4	3	0	0	0,76	1,71
3	3	0	0	1,62	3,24	
2	2	0	0	10,1	17,5	

У табл. 3 наведено результати досліджень згладжуванням вхідних даних методом ковзного середнього за чотири точки. Точність прогнозу підвищилась ( $SQR_{\text{прогн}} = 0.02\% \div 0.38\%$ ,  $SQR_{\text{MAXпрогн}} = 0.13\% \div 0.87\%$ ), необхідність у значному обсязі статистичних даних залишилась аналогічною, як і для попередніх досліджень. Достатніми для точності прогнозу до 1% лише чотири тижні навчальної вибірки. Також ШНМ стала ще менш чутливою до різкої зміни курсу долара.

Таблиця 3

Метод	К-сть тижнів для навчання	К-сть нейронів прихованого прошарку	Навчання		Прогнозування	
			SQR %	SQR MAX %	SQR %	SQR MAX %
Ковзне середнє за чотирма точками	20	6	0,04	0,1	0,04	0,1
	19	6	0,03	0,07	0,03	0,07
	18	6	0,02	0,07	0,02	0,07
	17	6	0,02	0,07	0,02	0,07
	16	4	0,17	0,45	0,16	0,45
	15	6	0,03	0,09	0,03	0,09
	14	6	0,03	0,1	0,03	0,1
	13	6	0,02	0,05	0,03	0,06
	12	6	0,01	0,03	0,02	0,09
	11	6	0,01	0,04	0,03	0,09
	10	6	0,01	0,02	0,02	0,07
	9	6	0	0,01	0,02	0,07
	8	5	0	0,01	0,04	0,13
	7	5	0	0	0,04	0,13
	6	5	0	0	0,03	0,09
	5	4	0	0	0,06	0,16
	4	5	0	0	0,38	0,87
3	3	0	0	1,21	2,43	
2	2	0	0	9,26	16	

Таблиця 4

Метод	К-сть тижнів для навчання	К-сть нейронів прихованого прошарку	Навчання		Прогнозування	
			SQR %	SQR MAX %	SQR %	SQR MAX %
Ковзне середнє за п'ятьма точками	19	6	0,06	0,12	0,06	0,12
	18	6	0,04	0,08	0,03	0,08
	17	6	0,04	0,08	0,03	0,08
	16	6	0,03	0,06	0,02	0,06
	15	6	0,02	0,06	0,02	0,06
	14	6	0,03	0,07	0,02	0,07
	13	6	0,01	0,03	0,01	0,03
	12	6	0,01	0,03	0,01	0,03
	11	6	0,01	0,03	0,01	0,03
	10	6	0,01	0,03	0,01	0,03
	9	6	0	0	0	0,01
	8	6	0	0	0	0,01
	7	6	0	0	0,01	0,05
	6	6	0	0	0,11	0,29
	5	3	0	0	0,07	0,18
	4	3	0	0	0,26	0,6
	3	3	0	0	1,66	3,32
2	2	0	0	1,3	2,26	

У табл. 4 наведено результати досліджень ковзного середнього за п'ятьма точками. Точність прогнозу підвищилась ( $SQR_{\text{прогн}} = 0 \% \pm 0.26 \%$ ,  $SQR_{\text{MAX прогн}} = 0.01 \% \pm 0.6 \%$ ), необхідність у значному обсязі статистичних даних залишилась аналогічною, як і для попередніх досліджень. Достатніми для точності прогнозу до 0.6 % є лише чотири тижні навчальної вибірки. Також ШНМ стала ще менш чутливою до різкої зміни курсу долара, але більш чутливою до довжини навчальної вибірки.

Тому оптимальною довжиною вікна для верифікації даних методом ковзного середнього для подальшого застосування нейромережного прогнозу є чотири точки. Для прогнозу використано ІАС “Прогноз. Результати прогнозу курсу долара ІАС “Прогноз” для всіх понеділівків за верифікованими даними показано на рис. 2.

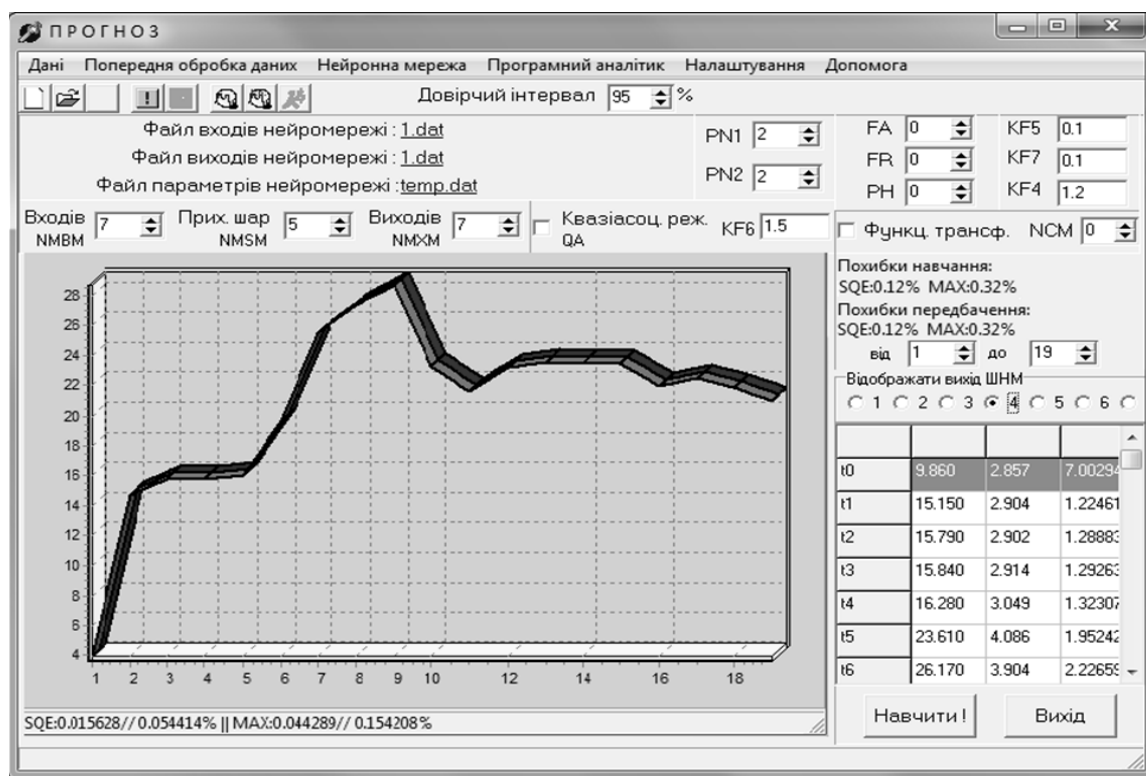


Рис. 2. Результати прогнозу курсу долара ІАС “Прогноз” для всіх понеділівків за верифікованими даними методом ковзного середнього за чотирма точками

Результат прогнозу курсу долара на тиждень за верифікованими даними показані на рис. 3.

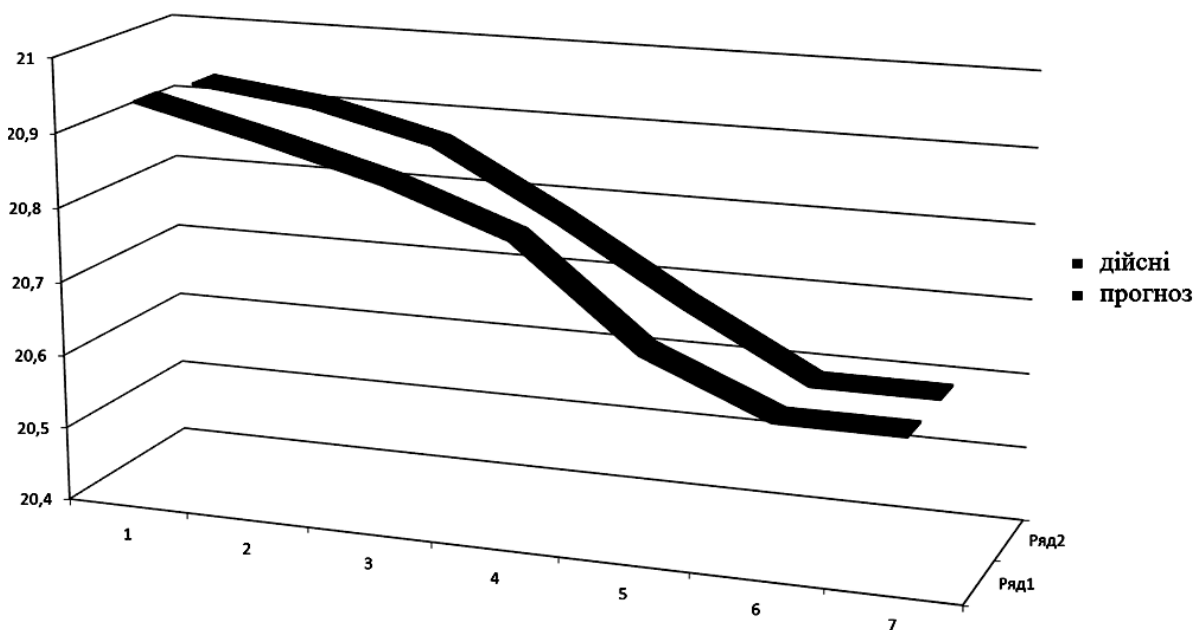


Рис. 3. Результат прогнозу курсу долара на тиждень за верифікованими даними

## Висновки

Здійснено спробу макроекономічного прогнозування валютного курсу в Україні. Валютний курс є ціною, в якій грошова одиниця однієї країни виражається в грошовій одиниці іншої країни [7]. Прогнозування курсу валют – це складна багатопараметрична задача. У ній важко, а інколи неможливо визначити чітку залежність параметрів. Також велика кількість параметрів, які впливають на прогноз, має високий ступінь невизначеності.

Фіксація валютного курсу здійснюється або відповідно до гарантованого золотого змісту національної грошової одиниці, або за міжнародною угодою. При класичному золотому стандарті, тобто при вільному розміні валют на золото в центральному банку валютний курс встановлюється в пропорціях до їх золотого вмісту. Для конвертованих валют, зокрема долара, в основу курсу покладено валютний паритет. Проте курси валют майже ніколи не збігаються з їхнім валютним паритетом. Тому побудувати чітку та точну математичну модель для прогнозування курсу долара дуже складно. Використання апарату ШНМ є виправданим для такого типу задач, оскільки вони можуть відслідковувати складні залежності параметрів, здійснювати кластеризацію даних та зменшувати розмірність простору даних.

На точність прогнозу, який здійснюють за допомогою ШНМ, значно впливають достовірні статистичні дані. Оскільки в наявній базі статистичних даних курсу долара відсутні значення, необхідно здійснювати верифікацію. Щоб здійснити точний короткотерміновий прогноз із задовільною точністю, необхідно використовувати метод ковзного середнього з шириною вікна в чотири точки. Цей метод дав точність прогнозу курсу долара на 1 тиждень з максимальною за виходами нейромережі середньоквадратичною приведеною до діапазону значень похибкою, меншою за 1 %.

1. Козловський С. В., Мороз О. В. Система підтримки прийняття рішень на валютному ринку України *Економіка: проблеми теорії та практики*. – Дніпропетровськ: ДНУ. – 2002. – Вип. 129. – С. 120–130. 2. Козловський В. О., Козловський С. В. Сучасна класифікація методів прогнозування економіки // *Економіка: проблеми теорії та практики*. – Дніпропетровськ: ДНУ. – 2002. – Вип. 141. – С. 168–172. 3. Драган Я. П., Рожкова В. А., Яворський І. Н. *Методы вероятностного анализа ритмики гидрометеорологических процессов*. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1987. – 347 с. 4. Tkachenko R., Tkachenko P., Tkachenko O., Schmitz J. *Geometrical Data Modelling* // *Збірник матеріалів міжнародної наукової конференції "Інтелектуальні системи прийняття рішень та прикладні аспекти інформаційних технологій" (ISDMIT'2006)*. – Т.2. – С. 279–283. 5. Медиковський М. О., Цмоць І. Г., Павлюк О. М. Інтелектуальні компоненти інтегрованих автоматизованих систем управління для виявлення втрачених даних. // *Моделювання та інформаційні технології: збірник наукових праць*. – К., 2014. С. 51–79. 6. Павлюк О. М. Верифікація даних у задачах прогнозування в електроенергетиці. // *Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". "Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології"*. – Львів, 2004. – №496. – С. 189–194. 7. Юценко В. А., Міщенко В. І. *Валютне регулювання: навч. посіб.* – К.: Т-во "Знання", 1999. – 359 с.

## FUZZY-BASED CRANE CONTROL SYSTEM

© Verbenko I., Tkachenko R., 2016

Наведено нейронечітку систему управління краном для керування розхитуванням вантажу під час руху крану. Розглянуто основні проблеми, які виникають під час розроблення систем управління з використанням традиційних моделей управління. Також проаналізовано основні принципи побудови ПІД контролерів, їхні переваги та недоліки порівняно з нечіткими системами управління. Розглянуто інтелектуальні системи управління та їх застосування для подальшого використання під час розроблення системи управління краном.

**Ключові слова:**портальний кран, система нечіткого виведення, нейронечіткий контролер.

**In this paper a fuzzy-based crane control system for managing load swings during crane movement is presented. It is reviewed the main difficulties of constructing control system using traditional control models. Additionally, principles of construction PID controllers and their advantages and disadvantages over fuzzy systems are analyzed. Intelligent control systems and their appliance are revised for further usage in crane control system.**

**Key words:** gantry crane, fuzzy inference system, neuro-fuzzy controller.

### Introduction and analysis of the literature

The most impressive feature of human intelligence is the ability to make correct decisions in conditions of incomplete and fuzzy information. Construction of the models that reflect human thinking and their use in computer systems today is one of the most important problems in science.

Artificial intelligence that easily copes with the tasks of managing complex technical objects was helpless in such simple situations. For creating intelligent systems that can adequately communicate with a person needed a new mathematical tool to translate controversial statements in the language of strict mathematical formulas. Fuzzy logic is very useful in cases of high accuracy and repeatable operations when people might be stuck or even not able to perform such operation.

Let we have crane and we need to carry some object from point to point in the shortest time. The main problem in moving object via crane is the emergence of swinging it that leads to performance degradation, increasing transportation time and reliability of gear could cause an accidents.

One of the ways to improve efficiency of process of a control system is based on the using of human experience and the fuzzy modeling that used controller based on fuzzy logic and allows considering the adverse effects, caused by system nonlinearities.

Therefore, it is necessary to predict and to provide measures for the suppression of these swinging. Then based on fuzzy model predict power that will be applied to the crane depends on elapsed distance and swinging angle to eliminate swinging at the destination point [1].

### Statement of the problem

The main objective of this work is analysis of classical control systems as that are based on PID controllers and intelligent control systems as that are using neuro-fuzzy controllers. As a result of this analysis, it was decided to use neuro-fuzzy approach for developing crane control system. Crane control system based on fuzzy logic can employ crane operator knowledge for controlling load during it transportation from point to point. Such a control system gives a possibility to automate crane management process and no longer depend on human factors as exhaustion, oscitancy and other.

### **The difficulty of constructing control systems**

The difficulty of constructing control system defines by complexity of control object. The basic complicated features of control object are the following [2]:

- Lack of mathematical description. No algorithm for computing state of the object by observations its inputs (controlled and uncontrolled) and the observed state of the environment.
- Indeterminacy (stochasticity). It is mainly caused by the object complexity and associated with it numerous secondary processes that are neglected during the construction of a mathematical model.
- Non-stationary. It appears in drifting of the object characteristics.

### **PID controllers: principles of construction and modification**

One of the main elements included to the control system is automatic controller-device that alters or stabilizes the output value of a control object by defined algorithm in a way of affecting on its input value.

Controllers divide to the extreme and stabilization according to one of many classifications. Extreme controllers can be used in objects that are characterized with extreme static characteristic which position in the coordinate space drifts over time depending on external influences. The most widely used stabilizing controllers.

Stabilizing controllers are classified to integrated (I), proportional (P), proportional-integral (PI) proportional-differential (PD) and proportional-integral-differential (PID) depending on the type of control functions. Control law is formed with feedbacks. It determines the type and quality of the transition process in the automatic control system with the given dynamic properties of control object.

Consider the control law and dynamic characteristics of the controllers [1].

P and PI controllers cannot prevent the expected control deviation reacting only on already existing deviation. There is a need for a controller that would be produced additional control action proportionally to speed deviation of controller value from the defined value:

$$m_A = T_A \frac{de}{dt} \quad (1)$$

Such control action is used in differential and PID controllers. PID controllers affect the object proportionally to deviation of controlled value, integral of this deviation and controlled value change rate:

$$m_A = k_p e + \frac{1}{T_I} \int_0^t e dt + T_A \frac{de}{dt} \quad (2)$$

PID controllers are universal by their possibilities. It is possible to get any control law using PID controllers.

### **Advantages and disadvantages of PID Controllers**

PID controllers that have been described above have poor quality attributes in controlling of non-linear and complex systems and in the case of lack of information about the control object. In these cases controller's features can be improved by using fuzzy logic, neural networks and genetic algorithms methods. These methods are also called as "soft-computing" that is emphasizing their difference from the «hard-computing» methods because they can operate with incomplete and inaccurate information. Combination as fuzzy-PID, neuro-PID and neuro-fuzzy-PID controller with genetic algorithm can be applied to one controller. The main disadvantage of neural networks and fuzzy controllers is their time consuming tuning, creating fuzzy rules or neural network training [2].

### **Intelligent control systems**

Intelligent control system is a system capable to «understanding» and learning in correspondence to control object, disturbances, external environment and working conditions. The main difference of intelligent systems is a mechanism of systemic knowledge processing. Mechanism of knowledge receiving, storing and processing for implementing control functions is a main architectural feature that distinguishes intelligent control system from traditional.

The following two common principles are the base of intelligent control system creating:

- Situational control. Management based on the analysis of external data, situations and events.
- Use of modern information technology of knowledge processing.

There are several modern information technologies for creating intelligent control systems:

- Expert systems.
- Artificial neural network.
- Fuzzy logic.
- Evolutionary methods and genetic algorithms.

The concept of intelligence is based on:

- Ability to work with formalized human knowledge (expert systems, fuzzy logic).
- Inherent human ways of learning and thinking (neural networks, genetic algorithms).

Structurally intelligent control systems contain additional units that perform system knowledge processing based on those information technologies. These units can be performed either as add-on conventional controller with properly adjusting its settings or directly include them to the control circuit [3–5].

### Application of intelligent control systems

The most significant reasons of intelligent control systems spreading are:

- The special qualities of intelligent control systems including low sensitivity to changing of parameters of control object.
- The synthesis of intelligent control system with the applications of modern hardware and software support is often simpler than traditional ones.

There are cases where the use of intelligent control system acquitted and gives the best results:

- Regulatory system for which the control object model is determined only qualitatively or it is not available at all.
- As add-on for traditional systems for providing them adaptive properties.
- Simulation of human operator actions.
- Organizational management system of top levels (strategic and tactical).

The areas of efficient use of classical, neural networks and fuzzy control systems according to control object are shown in Fig. 1.

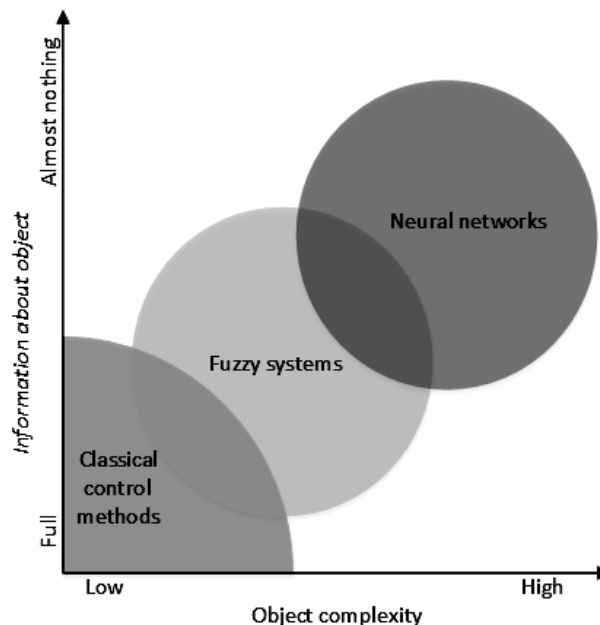


Fig. 1. The areas of efficient use of different control systems

The use of a hybrid approach as a combination of classical control methods, fuzzy logic and neural networks allows creating control systems effective in a range of situations that is why the limits of different approaches shown in Fig. 1 very relative [6, 7].



### Fuzzy-based crane control system

Crane installations are used for moving load within a given path. Usually a professional operator supervises this task. During this process, the cargo may swing in a pendulum-like motion. If the swings exceed an adequate limit they must be reduced or task must be interrupted until the swings stop. One of the ways to improve control efficiency of such kind of process is using an automated control system which is based on operator knowledge of crane management [8, 9].

Swings adjusting is based on controlling of the two main input parameters as the angle relative to the vertical axis of the cargo and cargo position relative to the start/end point. As a result of investigation of different fuzzy inference systems (FIS) T-Controller system is selected for further development of neuro-fuzzy based crane control system. T-Controller is the FIS that uses fuzzy logic rules for an adequate assessment of the power that supplied to the input of the crane. Rules are formed on the formalization of knowledge and professional experience of the experts of certain industry [8].

Analysis of operator's actions show that the operator uses some “rules of thumb” to describe his management strategy [10]:

- Start with a medium power.
- If you're still far from the destination point, then adjust the engine power so that the cart has become a little more far for the "head" of the crane.
- If you are close to the destination, it is necessary to reduce the speed so that cart got a little ahead of the cranes “head”.
- When the cart is very close to the destination, provide the minimum engine power.
- When the cart has reached its destination and swinging is zero, turn off the engine.

The automated crane control system is shown in Fig. 2. It visualizes the power applied to the load at the corresponding angle and position point. Crane movement process can be simulated using Euler and Runge-Kutta methods that are used for solving differential equation of crane motion.

N	Angle	Distance	Power
0	0	0	6
0	0	0	6
1	-0.001287167544	0.000558657216	5.99600959131429
2	-0.003743676996698	0.00162515160645438	5.98839177423961
3	-0.00725952088386736	0.00315279546206902	5.97748003241379
4	-0.0117319045033526	0.00509870226645418	5.96358069809676
5	-0.0170646915216368	0.00742348220186356	5.94697512712955
6	-0.0231678964122008	0.0100909621528354	5.92792169890832
7	-0.0299572199224076	0.0130679282334051	5.90665765547568
8	-0.0373536240596184	0.0163238890225039	5.8834007926964
9	-0.0452829433668231	0.01983085783831	5.85835101544065
10	-0.0536755295152099	0.0235631525167134	5.83169176773776

Fig. 2. Generated data by Euler method

### Conclusion

Today, fuzzy logic items can be found in many industrial products such as electric trains control systems or military helicopters appliances. Active fuzzy logic consumers are the bankers and financiers, as well as experts in the field of political and economic analysis, which everyday tasks require to make the right decisions in difficult circumstances of unpredictable market. They use a fuzzy system to create models of various economic, political and stock situations.

Logistics systems give a possibility to use the experience and the results of experiments to provide much effective solutions for many widespread problems. They do not replace nor compete with traditional

control methods. Fuzzy logic extends the ways of implementation of automated control methods that are used in applications and adds the ability to use observations in system management. A simple example is a gantry and bridge cranes that use fuzzy inference system can provide a clear and simple solution to the problem that much more difficult to be solved using traditional management methods.

Fuzzy-based crane control system uses linguistic rules based on crane operator knowledge for managing cargo swings during crane installation work.

1. Verbenko I., Tkachenko R. "Gantry and bridge cranes neuro-fuzzy control by using neural-like structures of geometric transformations", *Materials of the multiconference of International Congress on Control and Information Processing 2013 (ICCIP'13), Cracow, 6–7 December, 2013. Technical Transactions i. 11. Automatic Control i. 3-AC. 2013. – pp. 53–68.* 2. *Bridging the Gap Between Conventional and Intelligent Control, IEEE Control Systems Magazine, vol. 13, no. 3, 1993, pp. 12–18.* 3. V. M. Koleshko, *Intelligent Systems, InTech, DOI: 10.5772/2350, 2012, 366 p.* 4. Yung C. Shin, Chengying Xu., *Intelligent systems: modeling, optimization, and control, CRC Press Taylor & Francis Group, 2009, 456 p.* 5. Cornelius T. Leondes, *Fuzzy Logic and Expert Systems Applications, Academic Press, 1998, 417 p.* 6. Elmer P. Dadios, *Fuzzy Logic – Controls, Concepts, Theories and Applications, InTech, DOI: 10.5772/2662, 2012, 428 p.* 7. Lucian Grigorie, *Fuzzy Controllers, Theory and Applications, InTech, DOI: 10.5772/572, 2011, 368 p.* 8. Popadic T. *A fuzzy control scheme for the gantry crane position and load swing control / T. Popadic, F. Colonic, A. Poljungan // University of Zagreb. — 6 p.* 9. Verbenko I., Tkachenko R., *Fuzzy Methods and Tools for Crane Management System Based on T-controller, Journal of Global Research in Computer Science, Volume 4, №3, March 2013, p. 1–4.* 10. Bernard J. A. *Use of rule-based system for process control, IEEE Contr. Syst. Mag., vol. 8, no. 5, 1988, pp. 3–13.*

UDC 621.317

O. Antoniuk, Y. Pokhodylo

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Metrology, Standardization and Certification

## METHODICAL ERRORS OF MEASUREMENT OF THE HUMAN BODY TISSUES ELECTRICAL PARAMETERS

© Antoniuk O., Pokhodylo Y., 2015

**Sources of methodical measurement errors of immitance parameters of biological tissues are described. Modeling measurement errors of RC-parameters of biological tissues equivalent circuits into the frequency range is analyzed. Recommendations on the choice of test signal frequency for measurement of these elements is provided.**

**Key words: biological tissue, equivalent circuit, impedance, methodical error, frequency range.**

### Introduction

The method of bioimpedance is widely used in the diagnosis of human physiological state, monitoring of chronic diseases and the evaluation of body composition [1, 2]. This method is non-invasive, relatively inexpensive and simple of implementation.

There are different methods of bioimpedance analysis depending on the purpose of using, methods of implementation, the frequency range. The main methods are the method of using a single frequency of the test signal, multifrequency method, bioimpedance spectrometry, analysis of bioimpedance of the whole body and individual segments [3]. Condition of the human body as a whole or its individual tissues is evaluated by monitoring the temporal changes or comparison the parameters of impedance or admittance.

One of the promising methods of bioimpedance analysis is to determine the condition of human tissues by calculating the parameters of the biological tissues electrical equivalent circuit and comparison of these results with specific parameters [4, 5]. Since these measurements must be made with high accuracy, the analysis of measurement errors of impedance parameters (admittance) and elements of circuits of biological tissues in a frequency range is important.

The main errors of bioimpedance measurements are instrumental and methodical errors. The most studies are focused on analysis of instrumental errors. Researchers analyze error of impedance measurement and errors of its active and reactive components in the frequency range [6, 7, 8]. Researchers pay much attention to methodical errors that arise from the impact of near-electrode effects [9, 10]. It is therefore important to consider methodical error of measurement of individual elements parameters of biological tissues equivalent circuits.

Relative errors of measurement of admittance and capacitance  $C$  depending on the sampling frequency and time measurement are analyzed in the work [11]. The results of research showed that the measurement error of capacitance  $C$  can linearly increase or decrease on individual frequency of the test signal. Admittance measurement error decreases with increasing duration of measurements. However, studies of two-element equivalent circuit (parallel connection resistance and capacitance) were conducted on specific frequencies (100 kHz, 1 MHz, 10 MHz, 100 MHz) and not in the frequency range.

The results of elements measurement of biological tissues equivalent circuit in different environments of the experiment are discussed in the paper [12]. Measurement of RC-elements parameters of two-element biological tissues equivalent circuit was conducted in the frequency range of 100 Hz to 1 MHz. The results showed that measurement error in-vitro is higher than for measuring in-vivo. And its dependence on the frequency of the test signal is not linear throughout the frequency range. Calculation of methodical error was carried out by comparing the measured parameters of biological tissues models with the relevant parameters for living tissue.

The measurement of impedance (admittance) or parameters of individual elements of biological tissues equivalent circuit is carried out using the most widespread equivalent circuits: Cole model (Fig. 1, a) and Freke-Morse (Fig. 1, b) [13, 14]. That's why analysis of the relative measurement error of RC-elements in a wide frequency range is important.

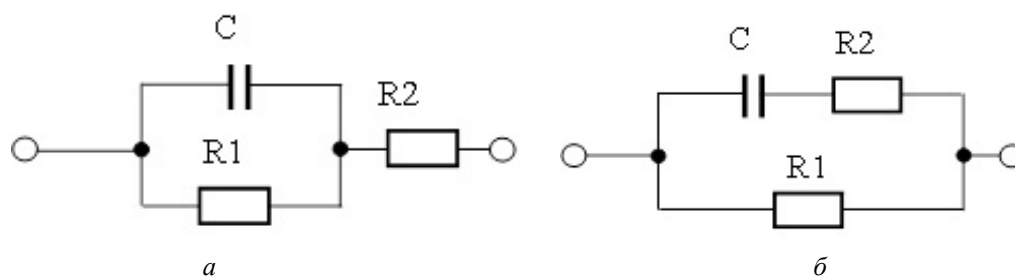


Fig. 1. Electrical equivalent circuit of biological tissues: a – Cole model; b – Freke-Morse model

Resistance  $R_1$  and capacitance  $C$  characterize the upper layers of tissue and resistance  $R_2$  characterizes the inner layers of tissue.

### The object, purpose and objectives of the study

The object of investigation is mathematical model of biological tissues equivalent circuits.

The aim of the research is measurement errors assessment of parameters of biological tissues equivalent circuits in the frequency range.

In accordance with this goal the following objectives are highlighted:

1. Definition of mathematical expressions for measurement errors assessment of RC-element of known biological tissues equivalent circuits.
2. Assessment and analysis of errors in the frequency range.

### Mathematical modeling

Analysis of mathematical models describing the impedance and admittance of biological tissues equivalent circuits (Figur 1) showed that for the circuit on Fig. 1, a) it is expedient to measure impedance parameters, and it is expedient to measure parameters of admittance for the circuit shown on Fig. 1, b) [15].

Scheme of measurements with four electrodes is using in order to eliminate the influence on the measurement result of uninformative impedance at the border "electrode-object" [10].

The value of impedance for the equivalent circuit on Fig. 1, a) is found from the formula:

$$Z = R_2 + \frac{R_1}{1 + j\omega CR_1} = \frac{(R_2 + j\omega CR_1 R_2 + R_1)(1 - j\omega CR_1)}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2}, \quad (1)$$

The measurement results of impedance components at a frequency  $\omega$  will be described by the formulas:

$$\text{Re}(Z) = \frac{R_1 + R_2 + \omega^2 C^2 R_1^2 R_2}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2}, \quad (2)$$

$$\text{Im}(Z) = -\frac{j\omega CR_1^2}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2}. \quad (3)$$

We need to take boundary conditions, such as  $\omega \rightarrow 0$  та  $\omega \rightarrow \infty$  to determine the value of the equivalent circuit elements. Due to the condition  $\omega \rightarrow \infty$  we will obtain the following formulas:  $\omega^2 C^2 R_1^2 \gg 1$  and  $\omega^2 C^2 R_1^2 R_2 \gg R_1 + R_2$ . The value of the components of impedance will be described by the following formulas:

$$\text{Re}'(Z)_{\omega \rightarrow 0} = R_1 + R_2, \quad (4)$$

$$\text{Re}''(Z)_{\omega \rightarrow \infty} = R_2, \quad (5)$$

$$\text{Im}'(Z)_{\omega \rightarrow 0} = 0, \quad (6)$$

$$\text{Im}''(Z)_{\omega \rightarrow \infty} = -1/\omega C. \quad (7)$$

However, it is expedient to determine the relative methodical error of measurement by the formulas (8-10), because measuring of RC-elements parameters is implemented in the frequency range or on the values of individual frequencies:

$$\delta_{R_1+R_2} = \frac{\text{Re}(Z) - \text{Re}'(Z)}{\text{Re}'(Z)} \cdot 100\%, \quad (8)$$

$$\delta_{R_2} = \frac{\text{Re}(Z) - \text{Re}''(Z)}{\text{Re}''(Z)} \cdot 100\%, \quad (9)$$

$$\delta_C = \frac{\text{Im}(Z) - \text{Im}''(Z)}{\text{Im}''(Z)} \cdot 100\%. \quad (10)$$

We substitute formulas for the impedance components in boundary conditions (2-5, 7) in the formulas (8-10):

$$\delta_{R_1+R_2} = -\frac{\omega^2 C^2 R_1^2}{(1 + R_2/R_1)(1 + \omega^2 C^2 R_1^2)} \cdot 100\%, \quad (11)$$

$$\delta_{R_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \cdot 100\%, \quad (12)$$

$$d_C = -\frac{1}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \cdot 100\%. \quad (13)$$

It is expedient to measure admittance parameters for the electrical circuit shown in Fig. 1, b):

$$Y = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + R_2} = \frac{1 + j\omega CR_1 + 1 + j\omega CR_2}{R_1(1 + j\omega CR_2)}, \quad (14)$$

$$\text{Re}(Y) = \frac{1 + \omega^2 C^2 R_1 R_2 + \omega^2 C^2 R_2^2}{R_1(1 + \omega^2 C^2 R_2^2)}, \quad (15)$$

$$\text{Im}(Y) = \omega C \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}. \quad (16)$$

If  $\omega \rightarrow 0$ , we will obtain the following formulas:

$$\text{Re}'(Y)_{\omega \rightarrow 0} = \frac{1}{R_1} = G_1, \quad (17)$$

$$\text{Im}'(Y)_{\omega \rightarrow 0} = 0. \quad (18)$$

If  $\omega \rightarrow \infty$ , we will obtain the following formulas:

$$\text{Re}''(Y)_{\omega \rightarrow \infty} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = G_1 + G_2, \quad (19)$$

$$\text{Im}''(Y)_{\omega \rightarrow \infty} = \frac{1}{\omega CR_2^2}. \quad (20)$$

We obtain the following formulas for errors:

$$d_{G_1} = \frac{\text{Re}(Y) - \text{Re}'(Y)}{\text{Re}'(Y)} \cdot 100\% = \frac{\omega^2 C^2 R_1 R_2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} \cdot 100\%, \quad (21)$$

$$d_{G_{12}} = \frac{\text{Re}(Y) - \text{Re}''(Y)}{\text{Re}''(Y)} \cdot 100\% = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} \cdot 100\%, \quad (22)$$

$$d_C = \frac{\text{Im}(Y) - \text{Im}''(Y)}{\text{Im}''(Y)} \cdot 100\% = -\frac{1}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} \cdot 100\%. \quad (23)$$

### Graphical modeling of relative errors values into the frequency range

The following values of RC-elements were chosen for modeling of relative errors:  $C_1=0,02 \text{ uF}$ ,  $C_2=0,1 \text{ uF}$ ,  $C_3=0,5 \text{ uF}$ ,  $R_1=100 \text{ Ohm}$ ,  $R_2=1000 \text{ Ohm}$  [16].

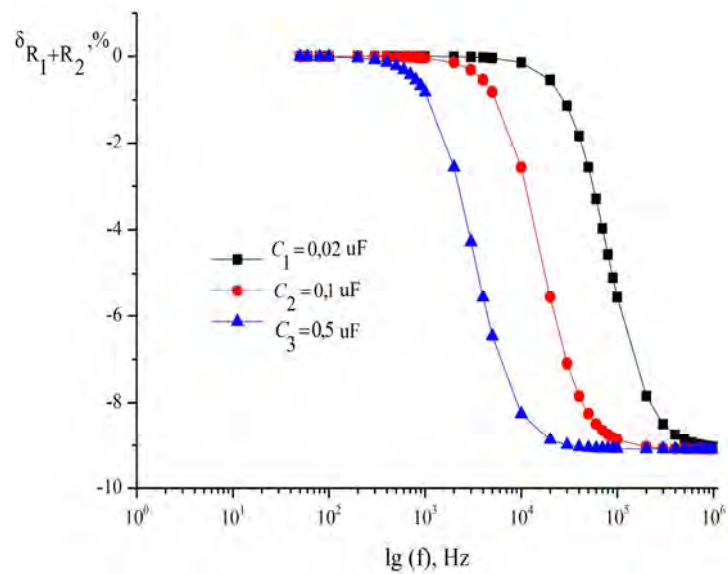
### Results of research

Errors are different for each equivalent circuit, and also depend on the values of the equivalent circuit elements. Measurement errors of equivalent circuit parameters (Fig. 1, a) are represented on Fig. 2.

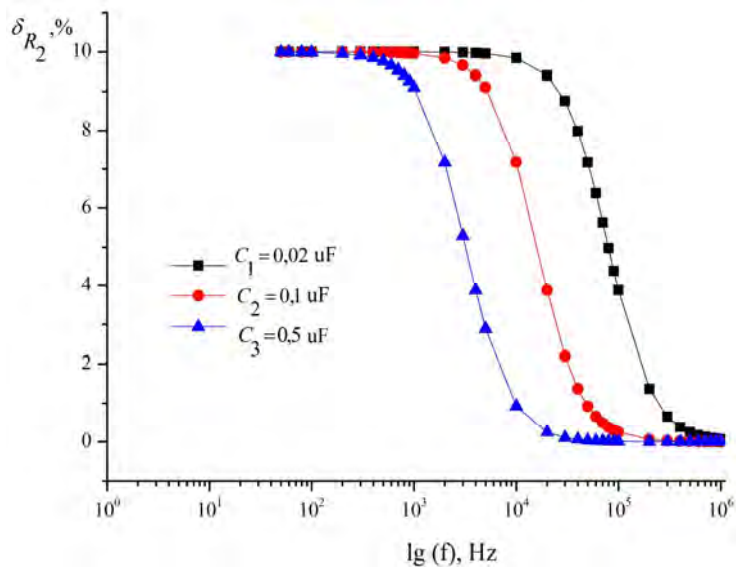
Measurement error of sum elements  $R_1$  and  $R_2$  increases with increasing frequency, and measurement error  $R_2$  and  $C$  is decreases in the same frequency range.

Measurement errors of equivalent circuit parameters (Fig. 1, b) are represented on Fig. 3. Measurement error for admittance of elements  $R_1$  and  $R_2$ , as well as the capacity  $C$  decreases with increasing frequency (Fig. 3, a, b). The value of measurement error for admittance of element  $R_2$  increases with increasing frequency (Fig. 3, c).

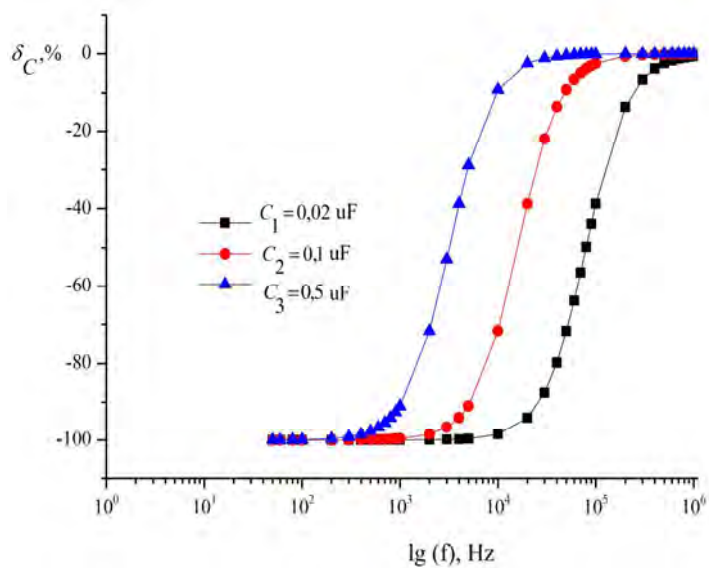
We selected three different capacitance values to measurement error modeling of RC-parameters. If the capacity is reduced, the error gets values at higher frequency values.



a

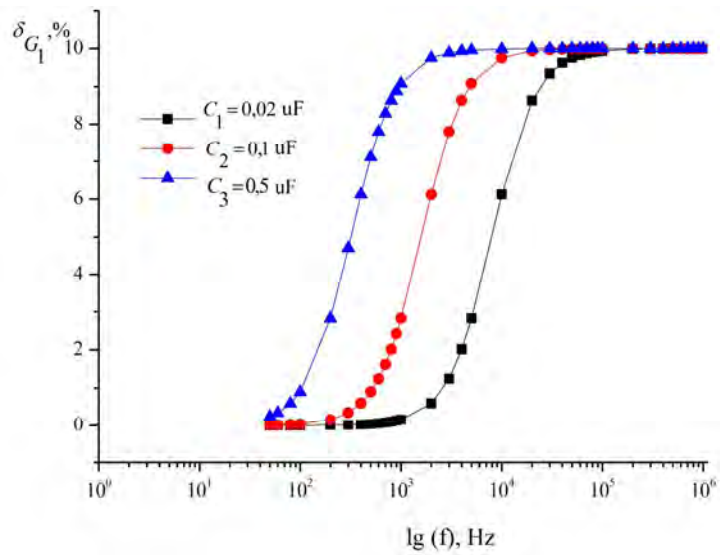


b

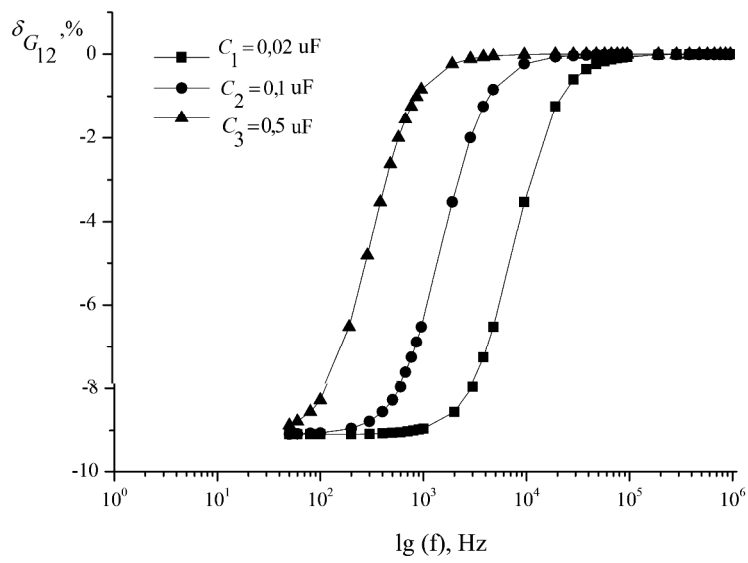


c

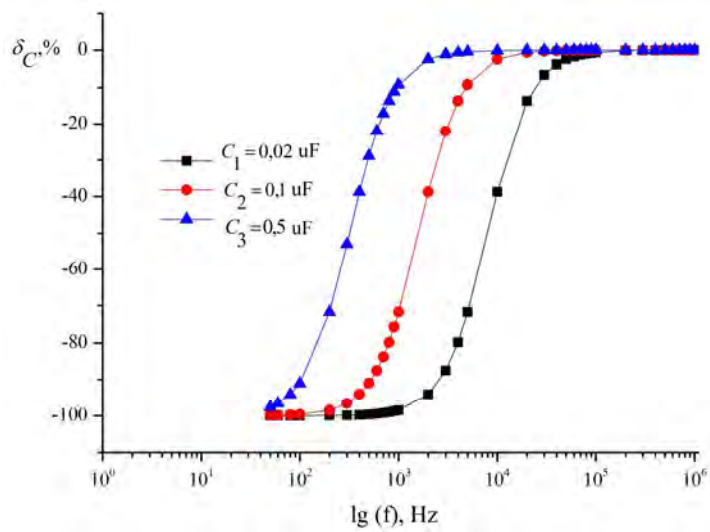
Fig. 2. Methodical error of measuring RC – parameters of equivalent circuit shown on Fig. 1, a



a



b



c

Fig. 3. Methodical error of measuring RC – parameters of equivalent circuit shown on Fig. 1, b

Formulas for the evaluation of RC-parameters measurement errors of biological tissues equivalent circuits and graphical modeling of relative errors values into the frequency range allow to choose the frequency of the test signal for a given measurement accuracy and to assess the accuracy of measurement at a given frequency.

### Conclusions

So we got the following conclusions:

1. Formulas of RC – parameters measurement errors of the biological tissues equivalent circuit and its graphical modeling into the frequency range are analyzed.
2. Measurement error of RC -parameters of the biological tissues equivalent circuit depends on the chosen equivalent circuit and its parameters and changes in the frequency range.
3. We should measure the values of the elements  $R_2$  and  $C$  at the high frequency range and we need to measure the sum of resistances  $R_1$  and  $R_2$  in the range of low frequencies for the electrical circuit on Fig. 1, a.
4. We should measure admittance of elements  $R_1$  and  $R_2$ ,  $C$  in the range of high frequencies and we should measure admittance of element  $R_2$  in the range of low frequencies.
5. We can choose a frequency of the test signal for measuring each element of equivalent circuit according to the required accuracy of measurement.

1. Mialich M. S. *Analysis of body composition: A critical review of the use of bioelectrical impedance analysis [Text]* / M. S. Mialich, J. M. F. Sicchieri, A. A. J. Junior // *Int. J. Clin. Nutr.* – 2014. – N. 2. – P. 1–10. 2. Lukaski H. *Evolution of bioimpedance: A circuitous journey from estimation of physiological function to assessment of body composition and a return to clinical research [Text]* / H. Lukaski // *Eur. J. Clin. Nutr.* – 2013. – N. 67. – P. 2–9. 3. Sami F. Khalil. *The Theory and Fundamentals of Bioimpedance Analysis in Clinical Status Monitoring and Diagnosis of Diseases [Text]* / Sami F. Khalil, Mas S. Mohktar, Fatimah Ibrahim // *Sensors.* – 2014. – N. 14 (6). – P. 10895 – 10928. 4. Калакутский Л. *Биоимпедансный метод экспресс-оценки уровня гематокрита крови [Текст]* / Л. Калакутский, С. Акулов // *Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2008. – Т. 82. – № 5. – С. 47–50. 5. Вавилов А. Ю. *Математическое моделирование электрических параметров биологической ткани при оценке ее повреждений методом импедансометрии [Текст]* / А. Ю. Вавилов, А. А. Халиков, М. С. Ковалева // *Проблемы экспертизы в медицине.* – 2006. – Т. 6. – № 22–2. – С. 34–37. 6. Акулов С. А. *Измерительный преобразователь экспресс-контроля электрического импеданса биологических тканей: автореф. дис. канд. техн. наук: спец. 05.13.05 «Элементы и устройства вычислительной техники и систем управления»* / С. А. Акулов. – Самара, 2009. – 16 с. 7. McEwan A. *A Review of Errors in Multi-frequency EIT Instrumentation [Text]* / A. McEwan, G. Cusick, D. S. Holder // *Physiol. Meas.* – 2007. – Vol. 28. – N. 7. – P. 197–215. 8. Bogónez-Franco P. *Measurement errors in multifrequency bioelectrical impedance analyzers with and without impedance electrode mismatch [Text]* / P. Bogónez-Franco, L. Nescolarde, R. Bragós, J. Rosell-Ferrer, I. Yandiola // *Physiol. Meas.* – 2009. – Vol. 30. – N. 7. – P. 573–588. 9. Ярута В. О. *Вимірювання електричних параметрів живих тканин з урахуванням резистивно-ємнісного імпедансу, створеного електродами* / В. О. Ярута // *Системи обробки інформації.* – 2011. – № 4. – С. 231–234. 10. Мирошниченко Е. В. *Особенности биоимпедансных измерений на высоких частотах [Текст]* / Е. В. Мирошниченко, Е. С. Семенистая // *Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2008. – Т. 79. – №2. – С. 46–58. 11. Коваленко А. А. *Разработка алгоритма определения электрического импеданса биологической ткани при электрорезекции [Электронный ресурс]* / А. А. Коваленко // *Молодежный научно-технический вестник.* – 2014. – №9. – Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/735567.html>. 12. Marjanovic T. *Verification of physical models used for root canal measurement by impedance comparison [Text]* // T. Marjanovic, Z. Stare, I. Lackovic / *International Conference on Electrical Bio-impedance; and the 8th Conference on Electrical Impedance Tomography: IFMBE PROCEEDINGS. Graz, Austria, 2007.* 13. Grimnesand S. Cole *Electrical Impedance Model—A Critique and an Alternative* / S. Grimnesand, O. G. Martinsen // *Trans. Biomed.* – 2005. – Vol. 52. – N. 1. – P. 132–135. 14. Федотов А. А.



*Математическое моделирование и анализ погрешностей измерительных преобразователей биомедицинских сигналов [Электронный ресурс] / А. А. Федотов, С. А. Акулов // ФИЗМАТЛИТ. – 2013. – 282 с. – Режим доступа: [www.ssau.ru/files/resources/sotrudniki/fizmatlit.pdf](http://www.ssau.ru/files/resources/sotrudniki/fizmatlit.pdf). 15. Антонюк О. Вимірювання параметрів імтансу живих тканин з відомими схемами заміщення [Текст] / О. Антонюк, М. Довгань, Є. Походило // Вимірювальна техніка та метрологія. 2014. – № 75. – С. 69–72. 16. Ярута В. А. Измерение электрических параметров живых тканей на основе их моделирования в виде эквивалентной схемы [Текст] / В. А. Ярута // Вестн. Нац. техн.ун-та «ХПИ». 2002. – № 18. – С. 133–142.*

**І. Цмоць<sup>1</sup>, О. Скорохода<sup>1</sup>, І. Ігнатєв<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Національний університет “Львівська політехніка”,

<sup>2</sup> Тернопільський національний економічний університет

## **СИНТЕЗ КОМПОНЕНТІВ АПАРАТНИХ ПАРАЛЕЛЬНИХ НЕЙРОМЕРЕЖ ВЕРТИКАЛЬНО-ГРУПОВОГО ТИПУ**

© Цмоць І., Скорохода О., Ігнатєв І., 2015

Розроблено паралельний метод вертикально-групового опрацювання даних у нейромережах, який порівняно з відомими підвищує швидкодію, збільшуючи розряди каналів надходження множників і кількості часткових добутоків, які формуються у результаті їхнього аналізу. Вибрано принципи побудови, розроблено модель та структуру формального нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних, яка забезпечує узгодження інтенсивності надходження даних із обчислювальною здатністю нейроелемента зміною розрядності каналів надходження і кількості розрядів множників у групі, які одночасно аналізуються для формування часткових добутоків. Розглянуто основні етапи та методику синтезу паралельного нейроелемента вертикально-групового типу з високою ефективністю використання обладнання.

**Ключові слова:** нейроелемент, паралельний метод вертикально-групового опрацювання даних, модель формального нейрона, реальний час, ефективність використання обладнання.

**An method of parallel vertical-group data processing in neural networks has been developed, which in comparison with known enhances performance by increasing the bit-width of input channels and the number of partial products, which are formed as a result of their analysis. Principles have been selected, the model and structure of formal neuron with vertical-group multiplexing of tire have been developed, which provides coordination of data flow intensity with computing ability of neuro element by changing bit-width of channel and number of digits in a group of factors that simultaneously analyzed for the formation of partial products. The main stages and methods of synthesis of parallel vertical neuro element of group type with high efficiency of equipment use have been reviewed.**

**Key words:** neuro element, parallel method of vertically-group data processing, formal neuron model, real time, effectiveness of equipment use.

### **Постановка проблеми**

Створення високоефективних нейромережових засобів реального часу потребує широкого використання сучасної елементної бази, розроблення нових моделей нейрона, методів і алгоритмів, орієнтованих на реалізацію у вигляді надвеликих інтегральних схем (НВІС).

Режим реального часу та НВІС-реалізація нейромереж з високою ефективністю використання обладнання забезпечується розпаралелюванням і конвекризацією процесів обчислення, апаратним відображенням структури нейромережових алгоритмів у архітектуру, яка адаптована до інтенсивності надходження потоків даних. Орієнтація структур нейроелементів і нейромереж на НВІС-реалізацію вимагає зменшення кількості виводів інтерфейсу, міжнейронних зв'язків і апаратних затрат. Забезпечити ці вимоги можна за допомогою використання паралельних методів і структур нейроелементів і нейромереж, які адаптуються до інтенсивності надходження даних.

Для синтезу нейроелементів і нейромереж реального часу з високою ефективністю використання обладнання необхідно розробити нові моделі, паралельні методи опрацювання даних і НВІС-структури нейронів, які забезпечують узгодження інтенсивності надходження даних з їхньою обчислювальною здатністю. Розробляти такі нейроелементи та нейромережі найдоцільніше на основі інтегрального підходу, який охоплює сучасну елементну базу, моделі та НВІС-структури нейроелементів, архітектури нейромереж, паралельні методи обчислень і враховує вимоги конкретних застосувань.

Тому актуальною проблемою є розроблення НВІС-компонентів апаратних нейромереж реального часу, які можуть адаптовуватися до інтенсивності надходження даних.

### Аналіз публікацій

Основними компонентами апаратних нейромереж є штучні нейроелементи. Існують різні моделі штучного нейрона. Вибір моделі штучного нейрона залежить від вимог конкретних застосувань. У [1, 2] розглянуто відомі моделі штучного нейрона і визначено їхні недоліки та переваги. Найпростіша модель штучного нейрона – модель Маккаллоха–Піттса [3] – забезпечує підсумовування  $N$  зважених входів і здійснює нелінійне перетворення. Нейрони цього виду відрізняються між собою видом функції активації, значеннями порогу та ваговими коефіцієнтами. Значення виходу нейрона може бути як дискретним, так і неперервним у певній області (наприклад, між 0 та 1).

Майже одночасно з моделлю Маккаллоха–Піттса було запропоновано модель нейрона ADALINE [4] у вигляді адаптивного лінійного фільтра. Ця модель складається з двох частин: лінійного підсилювача з можливістю налаштування та дворівневого квантувача.

У загальному випадку вагові коефіцієнти нейронів можуть набувати від'ємних значень (гальмівні входи), нульового або додатних значень (збуджувальні входи). Вихід нейроелементів прямо пропорційний до значень збуджувальних входів та обернено пропорційний до гальмівних входів. У моделі Фукушіми [5] всі вагові коефіцієнти та входні сигнали набувають тільки невід'ємних значень.

Розглянуті моделі штучного нейрона є статичними і не здатними до моделювання динамічних процесів. Найпопулярнішою динамічною моделлю нейрона є нейрон Гопфілда [6]. Основними складовими цього нейрона є суматор зважених входів нейрона, інтегратор і нелінійний елемент із сигмоїдною функцією активації. Модель нейрона Гроссберга [7] є узагальненням моделі нейрона Гопфілда.

Більшість відомих моделей штучного нейрона є аналогами або модифікаціями розглянутих вище чотирьох моделей нейрона. Аналіз відомих моделей нейронів [1–7] показав, що вони не орієнтовані на НВІС-реалізацію, оскільки не ґрунтуються на елементарних арифметичних операціях і вимагають значної кількості виводів. Тому для апаратної реалізації нейромереж актуальною задачею є розроблення моделей формального нейрона, які орієнтовані на НВІС-реалізацію та просто адаптуються до вимог конкретного застосування.

Проаналізовано моделі та НВІС-структури формального нейрона паралельно-вертикального типу [8–10], які відрізняються між собою способом надходження та опрацювання вхідних даних та вагових коефіцієнтів – з використанням мультиплексування шин, із суміщенням процесів надходження та опрацювання даних та з табличним формуванням макрочасткових результатів. Недоліком цих моделей та НВІС-структур формального нейрона є відсутність можливості змінювати розрядність каналів надходження та опрацювання даних.

З аналізу публікацій [1-14] випливає, що синтез високоефективних компонентів апаратних нейромереж опрацювання даних у реальному часі вимагає розроблення нового методу опрацювання даних та НВІС-структур нейроелементів, які можуть адаптовуватися до інтенсивності надходження даних.

### Формування цілі статті

**Метою роботи** є розроблення паралельного методу вертикально-групового опрацювання даних у нейромережах, моделі та структури паралельного нейроелемента вертикально-групового типу з можливістю зміни розрядності каналів надходження і кількості розрядів множника у групі, що одночасно аналізуються для формування часткових добутоків.

### Основна частина

**Паралельний метод вертикально-групового опрацювання даних у нейромережах.** Основними компонентами, на базі яких синтезуються апаратні нейромережі, є нейроелементи. При паралельно-вертикальному опрацюванні даних у нейроелементі вхідні дані  $X_j$  та вагові коефіцієнти  $W_j$  ( $j=1, \dots, N$ , де  $N$  – кількість входів даних і вагових коефіцієнтів) подаються у порозрядному вигляді згідно з формулою:

$$W_j = \sum_{i=1}^n 2^{-i} W_{ji}, \quad X_j = \sum_{i=1}^n 2^{-i} X_{ji}, \quad (1)$$

де  $W_{ji}, X_{ji}$  – значення  $i$ -х розрядів множників  $W_j$  і  $X_j$ ,  $n$  – розрядність множників.

У загальному випадку нейроелемент здійснює перетворення відповідно до формули:

$$y = f\left(\sum_{j=1}^N W_j X_j\right), \quad (2)$$

де  $y$  – вихідний сигнал нейроелемента,  $f$  – функція активації.

З формули (2) випливає, що опрацювання даних у нейроелементах зводиться до виконання таких етапів:

- обчислення скалярного добутку  $Z = \sum_{j=1}^N W_j X_j$ ;
- обчислення функції активації  $f$ .

Обчислення скалярного добутку в нейроелементі з використанням паралельно-вертикального опрацювання даних записується так:

$$Z = \sum_{j=1}^N W_j X_j = \sum_{i=1}^n 2^{-i} \sum_{j=1}^N W_j X_{ji} = \sum_{i=1}^n 2^{-i} \sum_{j=1}^N P_{ji} = \sum_{i=1}^n 2^{-i} P_{Mi}, \quad (3)$$

де  $P_{ji}$  –  $ji$ -й частковий добуток,  $P_{Mi}$  –  $i$ -й макрочастковий добуток, який формується додаванням  $N$  часткових добутоків  $P_{ji}$ , тобто  $P_{Mi} = \sum_{j=1}^N P_{ji}$ .

З формули (3) випливає, що паралельно-вертикальне обчислення скалярного добутку виконується за  $n$  тактів, в кожному  $i$ -му такті виконуються такі операції:

- формування для кожного  $i$ -го розрядного зрізу  $X_{ji}$   $i$ -х часткових добутоків  $P_{ji}$ ;
- обчислення  $i$ -го макрочасткового добутку  $P_{Mi}$  підсумовуванням  $i$ -х часткових добутоків  $P_{ji}$ ;
- підсумовування макрочасткових добутоків  $P_{Mi}$  відповідно до виразу  $Z_h = 2^{-h} Z_{h-1} + P_{Mi}$ , де  $Z_0=0$ .

Основним шляхом підвищення швидкодії обчислення скалярного добутку є зменшення кількості тактів роботи, яке можна забезпечити за допомогою вертикально-групового опрацювання даних. При такому опрацюванні даних у нейроелементах вхідні дані  $X_j$  та вагові коефіцієнти  $W_j$  надходять групами із  $k$  розрядів. Для реалізації такого опрацювання вхідні дані  $X_j$  та вагові коефіцієнти  $W_j$  записуються так:

$$W_j = \sum_{h=1}^m 2^{-(h-1)k} W_{jh1} W_{jh2} \mathbf{K} W_{jhg}, \quad X_j = \sum_{h=1}^m 2^{-(h-1)k} X_{jh1} X_{jh2} \mathbf{K} X_{jhg}, \quad (4)$$

де  $m = \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$ ,  $\lceil \cdot \rceil$  – знак заокруглення до більшого цілого числа.

Паралельний метод вертикально-групового обчислення скалярного добутку в нейроелементі ґрунтується на формулі:

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{j=1}^N W_j X_j = \sum_{h=1}^m 2^{-(h-1)k} \sum_{j=1}^N (W_j X_{jh1} + 2^{-1} W_j X_{jh2} + \mathbf{K} + 2^{-(k-1)} W_j X_{jhk}) = \\ &= \sum_{i=1}^n 2^{-(h-1)} \sum_{j=1}^N P_{jh} = \sum_{h=1}^m 2^{-(h-1)} P_{Mh} \end{aligned} \quad (5)$$

де  $P_{jh}$  –  $jh$ -й груповий частковий добуток,  $P_{Mh}$  –  $h$ -й груповий макрочастковий добуток, який формується додаванням  $N$  групових часткових добутків  $P_{jh}$ , тобто  $P_{Mh} = \sum_{j=1}^N P_{jh}$ .

З формули (5) випливає, що паралельне вертикально-групове обчислення скалярного добутку виконується за  $m$  тактів, у кожному  $h$ -у такті виконуються такі операції:

- формування для кожної  $j$ -ї пари операндів  $k$  часткових добутків відповідно до формули  $P_{jhr} = W_j X_{jhr}$ , де  $r=1, \dots, k$ ;
- обчислення для  $j$ -ї пари операндів групового часткового добутку  $P_{jh}$  відповідно до формули  $P_{jh} = \sum_{r=1}^k 2^{-(r-1)} W_j X_{jhr}$ ;
- обчислення  $h$ -о макрочасткового добутку  $P_{Mh}$  шляхом підсумовування  $h$ -х часткових добутків  $P_{jh}$  відповідно до формули  $P_{Mh} = \sum_{j=1}^N P_{jh}$ ;
- підсумовування макрочасткових добутків  $P_{Mh}$  відповідно до виразу  $Z_h = 2^{-h} Z_{h-1} + P_{Mh}$ , де  $Z_0=0$ .

Аналіз формул (3) і (5) показує, що основою опрацювання даних у нейроелементі є операція групового підсумовування:

$$Z = \sum_{j=1}^M C_j, \quad (6)$$

де  $M$  – кількість часткових результатів;  $C_j$  –  $j$ -й частковий результат.

Нехай доданки  $C_j$  є двійковими  $n$ -розрядними додатними числами, меншими за одиницю, які записуються так:

$$C_j = \sum_{i=1}^n 2^{-i} C_{ji}. \quad (7)$$

Підставивши значення (7) до формули (6), отримаємо:

$$C = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^n 2^{-i} C_{ji}. \quad (8)$$

Формула (8) відображає горизонтальну модель обчислення оператора групового підсумовування. Замінивши у формулі (8) порядок підсумовування, переходимо до вертикальної моделі обчислення оператора групового підсумовування, яка записується так:

$$C = \sum_{i=1}^n 2^{-i} \sum_{j=1}^{M_i} C_{ji}, \quad (9)$$

де  $M_i$  – кількість доданків у  $i$ -му розрядному зрізі.

У цій моделі групового підсумовування процес підсумовування зводиться до перетворення багаторядного коду на однорядний.

**Принципи побудови та варіанти реалізації паралельного нейроелемента вертикально-групового типу.** Розробляти НВІС-структуру паралельного нейроелемента вертикально-групового типу для синтезу нейромереж реального часу з високою ефективністю використання обладнання пропонується на основі інтегрованого підходу, який ґрунтується на можливостях сучасної елементної бази, охоплює методи, алгоритми і НВІС-структури, враховує вимоги конкретних застосувань і інтенсивності надходження даних.

Для найповнішого використання переваг сучасної НВІС-технології в основу побудови паралельного нейроелемента вертикально-групового типу запропоновано покласти такі принципи [4]:

- використання базису елементарних арифметичних операцій;
- узгодженості інтенсивності надходження даних з обчислювальною здатністю нейроелемента;
- конвеєризації та просторового паралелізму;
- реалізації алгоритмів обчислення скалярного добутку як єдиної макрооперації;
- регулярності, модульності та широкого використання стандартних елементів;
- локалізації та зменшення кількості зв'язків між елементами пристрою;
- адекватного апаратного відображення узгодженого потокового графу алгоритму реалізації нейроелемента.

Структурна організація паралельного нейроелемента визначається за множиною ознак, основними з яких є:

- режими роботи;
- методи обчислення;
- спосіб організації зв'язків між елементами.

За режимами роботи нейроелементи можна поділити на синхронні та асинхронні. В останньому випадку такі нейроелементи називають одноктактними, оскільки опрацьовують вхідні дані без проміжних запам'ятовувань. Швидкодія одноктактного нейроелемента визначається часом спрацювання елементів, що лежать на найдовшому шляху проходження даних. Одноктактні нейроелементи є послідовними з погляду реалізації ярусів потокового графу алгоритму. У одноктактних нейроелементах процесорні елементи (ПЕ), які реалізують функціональні оператори, починаючи з верхнього ярусу, поступово виключаються з процесу обчислення і не використовуються до завершення обчислення. Це є причиною обмеженої швидкодії і неефективного використання обладнання при обробці потоків даних. Обчислювальну здатність одноктактних нейроелементів визначають так:

$$D_{ОП} = \frac{m_o n_o}{\sum_{j=1}^h \max Lt_{ПЕ_j}}, \quad (10)$$

де  $L$  – кількість послідовно з'єднаних ПЕ;  $m_o$  – кількість каналів опрацювання даних;  $n_o$  – розрядність каналів опрацювання даних;  $t_{ПЕ_j}$  – час реалізації ПЕ найскладніших функціональних операторів  $\Phi_j$ .

Для опрацювання інтенсивних потоків даних доцільно використовувати синхронні паралельні нейроелементи вертикально-групового типу, опрацювання в яких здійснюється за конвеєрним принципом. Конвеєрні нейроелементи розбиваються на сходинки буферними регістрами. Для забезпечення високої швидкодії та ефективності використання обладнання ПЕ сходинки конвеєрних нейроелементів повинні реалізовувати якомога простіші функціональні оператори з приблизно рівним часом виконання. У конвеєрі при подачі тактових імпульсів здійснюються обчислення функціональних операторів і запис результатів у буферні регістри. Обчислювальну здатність конвеєрних нейроелементів визначають так:

$$D_{ОП} = \frac{m_o n_o}{t_{P_2} + t_{ПЕ}}, \quad (11)$$

де  $t_{P_2}$  – час запису в реєстр;  $t_{ПЕ}$  – час спрацювання ПЕ.

*Варіанти реалізації нейроелемента* при паралельному вертикально-груповому опрацюванні даних залежать від:

1. *Способу надходження даних:*
  - паралельно-групове надходження вхідних даних  $X_{jh}$  і вагових коефіцієнтів  $W_{jh}$ ;
  - почергове паралельно-групове надходження вхідних даних  $X_{jh}$  і вагових коефіцієнтів  $W_{jh}$ ;
  - суміщення процесу паралельно-групового надходження вхідних даних  $X_{jh}$  і табличного формування і підсумовування макрочасткових добутоків  $P_{Mi}$ .
2. *Формування для кожного групового зрізу часткових добутоків  $W_j X_{jkh}$ :*
  - із прямим формуванням;
  - на основі попередніх обчислень.
3. *Обчислення групового часткового добутку  $P_{jh}$ :*
  - послідовне;
  - паралельне;
  - послідовно-паралельне;
  - табличне
4. *Обчислення макрочасткового добутку  $P_{Mh}$ :*
  - послідовне;
  - паралельне;
  - послідовно-паралельне;
  - табличне.
5. *Обчислення функції активації  $f$ :*
  - послідовне;
  - паралельне;
  - табличне та таблично-алгоритмічне.

Підвищити швидкодію паралельного вертикально-групового опрацювання даних у нейроелементі можна так [5]:

- зменшенням часу формування часткових добутоків  $W_j X_{jkh}$ ;
- збільшенням розрядності  $g$  груп надходження та опрацювання вхідних даних  $X_j$  та вагових коефіцієнтів  $W_j$ ;
- зменшенням часу обчислення групового часткового добутку  $P_{jh}$ ;
- зменшенням часу обчислення макрочасткового добутку  $P_{Mh}$ ;
- зменшенням часу підсумовування макрочасткових добутоків  $P_{Mh}$ .

**Модель формального нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних.** Модель формального нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних аналітично записується так:

$$y = f_{(p-g)}(f_a(f_Z(f_{P_{Mh}}(f_{P_{jh}}(f_{P_{jhr}}(f_{(g-p)}(w_{jkh})x_{jhr})))))), \quad (12)$$

де  $y$  – вихід результату;  $f_{(p-g)Y} : R^n \rightarrow R^g$  – функціонал паралельно-групового перетворення результату  $Y$ ;  $f_a(Z)$  – функція активації;  $f_Z$  – обчислення суми макрочасткових результатів відповідно до формули  $Z_h = 2^{-h} Z_{i-1} + P_{Mi}$ ,  $Z_0 = 0$ ;  $f_{P_{Mi}}$  – обчислення  $h$ -го макрочасткового добутку  $P_{Mh}$  шляхом підсумовування  $h$ -х часткових добутоків  $P_{jh}$  відповідно до формули  $P_{Mh} = \sum_{j=1}^N P_{jh}$ ;  $f_{P_{jh}}$  – обчислення для  $j$ -ї пари операндів групового часткового добутку  $P_{jh}$  відповідно до формули

$P_{jh} = \sum_{r=1}^k 2^{-(r-1)} W_j X_{jhr}$ ;  $f_{P_{jhr}}$  – формування для кожної  $j$ -ї пари операндів  $k$  часткових добутоків

відповідно до формули  $P_{jhr} = W_j X_{jhr}$ , де  $r=1, \dots, k$ ;  $f_{(g-p)} W_{jhk} : R^g \rightarrow R^n$  – оператор групового паралельного перетворення вагових коефіцієнтів  $W_j$ .

Структуру моделі формального нейрона паралельно-вертикального типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних, яка реалізує вираз (12), подано на рис. 1.

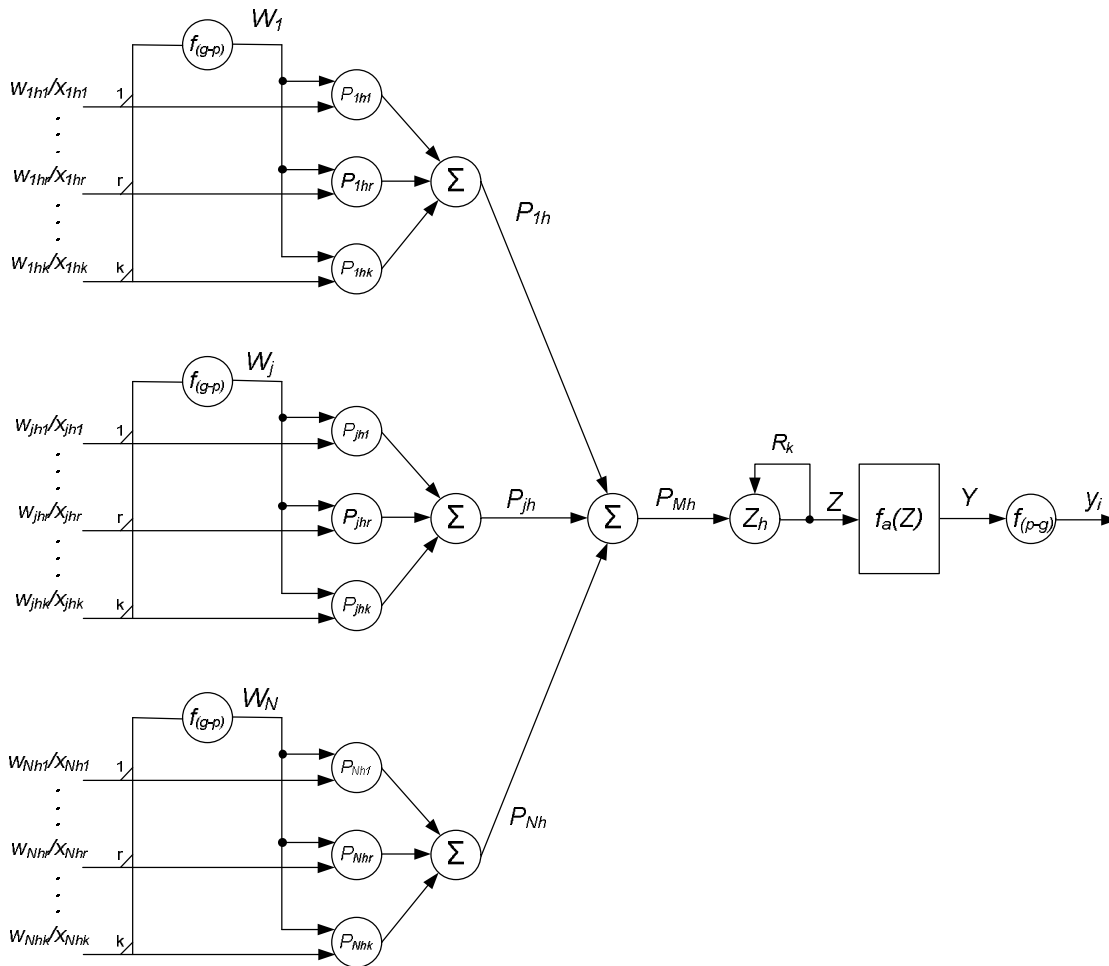


Рис. 1. Модель формального нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних

Основними компонентами цієї моделі є: групо-паралельні перетворювачі  $f_{(g-p)_j}$ , формувачі часткових добутоків  $P_{jhr}$ ,  $K$ -входові та  $N$ -входовий суматори, підсумовувач макрочасткових результатів  $Z_h = 2^{-k} Z_{h-1} + P_{Mh}$ , обчислювач функції активації  $f_a(Z)$  і паралельно-груповий перетворювач  $f_{(p-s)}$ . Для зменшення розрядності підсумовувача макрочасткових результатів надходження вагових коефіцієнтів, вхідних даних і формування часткових добутоків  $P_{jhr}$  доцільно здійснювати, починаючи з молодших розрядів. Особливістю цієї моделі є надходження вагових коефіцієнтів і даних групами з  $k$  розрядів та формування для кожної  $j$ -ї пари операндів  $k$  часткових добутоків  $P_{jhr}$ . Така особливість забезпечує зменшення в  $k$ -разів кількості тактів роботи. Одним із критеріїв вибору кількості розрядів у групі є узгодження інтенсивності надходження даних із обчислювальною здатністю нейроелемента.

**Задача та етапи синтезу паралельного нейроелемента вертикально-групового типу.** Задача синтезу паралельного нейроелемента вертикально-групового типу зводиться до формування

множин вимог  $\mathbf{R}=\{R_1, R_2, \dots, R_k\}$ , характеристик  $\mathbf{H}=\{H_1, H_2, \dots, H_m\}$  і обмежень  $\mathbf{B}=\{B_1, B_2, \dots, B_k\}$  та знаходження такого вектора  $\mathbf{H}^*=[H_1^*, H_2^*, \dots, H_m^*]$ ,  $H_i^*=f_i(R, H, B)$ ,  $i=1, \dots, m$ , який забезпечить максимальне значення ефективності використання обладнання  $E=\max f(R, \mathbf{H}^*, \mathbf{B})$ .

Множина вимог  $\mathbf{R}$  складається з:  $R_1$  – кількості каналів надходження даних  $m_d$ ;  $R_2$  – розрядності каналів надходження даних  $n_d$ ;  $R_3$  – частоти надходження даних  $F_d$ ;  $R_4$  – швидкодії елементної бази, яка визначається часом затримки вентиля  $t_e$ ;  $R_5$  – кількості вхідних даних  $X_j$  і вагових коефіцієнтів  $W_j$ ;  $R_6$  – розрядності вхідного слова  $n$ . Множину характеристик  $\mathbf{H}$  становлять:  $H_1$  – загальна кількість зв'язків  $Z$ ;  $H_2$  – просторова зв'язкова віддаль  $\Delta j$ ;  $H_3$  – конвеерний такт  $t_k$ ;  $H_4$  – витрати обладнання  $W$ ;  $H_5$  – кількість видів функціональних вузлів  $s$ ;  $H_6$  – кількість каналів введення  $m_{ee}$ ;  $H_7$  – розрядність каналів введення  $n_{ee}$ ;  $H_8$  – кількість виводів інтерфейсу зв'язку  $Y$ . Обмеження  $\mathbf{B}$ , які необхідно враховувати при синтезі паралельного нейроелемента вертикально-групового типу, є такими:  $B_1$  – точність обчислення, яка визначається розрядністю результату  $n_p$ ;  $B_2$  – час обчислення  $T_{обч}$  повинен бути  $T_{обч} \leq T_{обм}$ , де  $T_{обч} = \frac{t_k N n}{m_{ee} n_{ee}}$ ;  $T_{обм}$  – час обміну, який

визначається так:  $T_{обм} = \frac{N n}{F_d m_d n_d}$ .

Для вибору варіанта паралельного нейроелемента вертикально-групового типу використовується критерій ефективності використання обладнання  $E$ , який враховує кількість виводів інтерфейсу, однорідність структури, кількість і локальність зв'язків, зв'язує продуктивність з витратами обладнання та дає оцінку елементам (вентилям) компонента за продуктивністю [9,13]. Кількісну величину ефективності використання обладнання для такого компонента визначають так:

$$E = \frac{m_k n_k}{t_k N n (k_1 \sum_{i=1}^s W_{\phi V_i} d_i + k_2 Q + k_3 Y)} \quad (12)$$

де  $W_{\phi V_i}$  – витрати обладнання у вентилях на реалізацію  $i$ -го функціонального вузла;  $d_i$  – кількість функціональних вузлів  $i$ -го типу;  $k_1$  – коефіцієнт врахування однорідності  $k_1=f(s)$ ;  $k_2$  – коефіцієнт врахування регулярності зв'язків  $k_2=f(\Delta j)$ ;  $k_3$  – коефіцієнт врахування кількості виводів інтерфейсу зв'язку  $k_3=f(Y)$ .

Конвеерний такт  $t_k$  визначається за формулою  $t_k = \sum_j^l \max t_e$ , де  $l$  – кількість послідовно з'єднаних вентилів у найповільнішій сходинці конвеєра, а  $\Delta j$  – як різниця просторових індексів.

Синтез паралельного нейроелемента вертикально-групового типу складається із таких етапів: вибору та розроблення методів і алгоритмів обчислення скалярного добутку та функції активації, визначення основних параметрів та переходу від алгоритму до структури.

Під час вибору та розроблення методів і алгоритмів реалізації скалярного добутку та функції активації враховуються вимоги  $\mathbf{R}$  і характеристик  $\mathbf{H}$ , але визначальним є забезпечення обмежень  $\mathbf{B}$ . Для оцінювання розроблених алгоритмів використовуються інформаційні, операційні та точнісні характеристики. До інформаційних характеристик належать кількість констант, вхідних, вихідних і проміжних даних, кількість каналів та їхня розрядність, кількість і види операцій. Операційні характеристики дають змогу оцінити час реалізації та обчислювальну здатність. До точнісних характеристик алгоритму належать розрядність операційних пристроїв, способи округлення. У паралельних нейромережах реального часу одним із найважливіших параметрів є забезпечення балансу часу при проходженні даних через усі компоненти системи.

При синтезі паралельного нейроелемента вертикально-групового типу необхідно забезпечити обчислення скалярного добутку та функції активації в реальному часі при мінімальних апаратних затратах. Перехід від алгоритму розв'язання задачі в реальному часі до структури паралельного нейроелемента вертикально-групового типу формально зводиться до мінімізації апаратних затрат із забезпеченням режиму реального часу.



Для синтезу формального паралельного нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних розроблено структуру, яку подано на рис. 2, де  $x_{11}/w_{11}, \dots, x_{Nk}/w_{Nk}$  –  $Nk$  мультиплексованих однорозрядних інформаційних входів;  $\Gamma_1, \Gamma_2$  – перший та другий тактові входи; ПУ – вхід початкової установки; БФЧД $_j$  –  $j$ -й блок формування часткових добутоків;  $\text{Рг}x_{jh}, \text{Рг}P_{jh}, \text{Рг}P_{Mh}$  та  $\text{Рг}Z_h$  – регістри відповідно: множника,  $h$ -го групового часткового добутку ( $h=1, \dots, m, m = \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$ ,  $n$  – розрядність множника  $W_j$ ,  $k$  – кількість розрядів у групі),  $h$ -го макрочасткового добутку та  $h$ -ї суми макрочасткових результатів; Пер. $g-p$  та Пер. $p-g$  – групово-паралельний та паралельно-груповий перетворювачі; ФЧД – формувач часткових добутоків; СМ – суматор; ТФА – таблична функція активації.

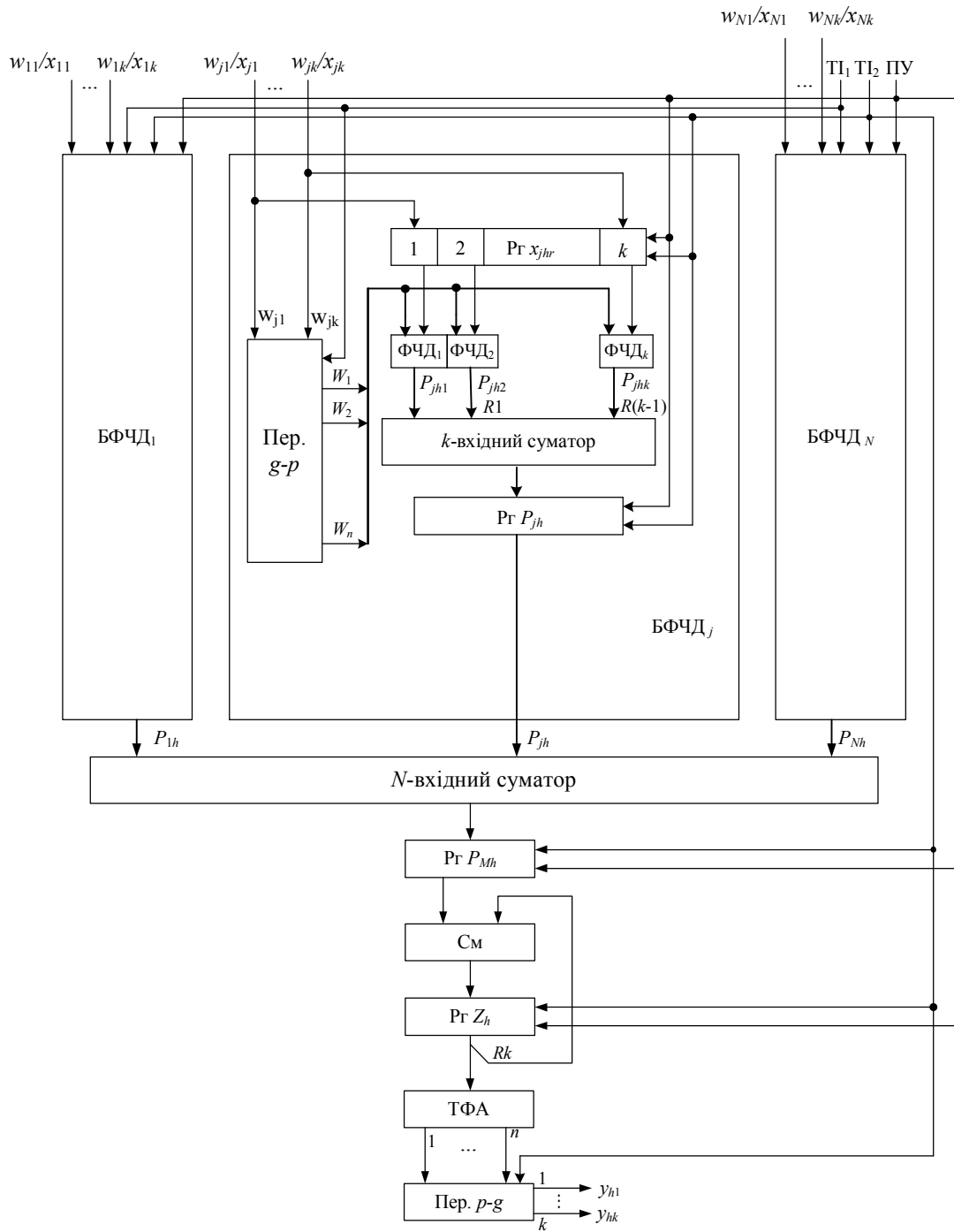


Рис. 2. Структура формального паралельного нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних

Перед початком роботи імпульсом початкової установки, який надходить із входу ПУ, регістри  $RgX_{jh}$ ,  $RgP_{jh}$ ,  $RgP_{Mh}$  та  $RgZ_h$  у всіх блоках БФЧД встановлюються в нуль. Функціонування формального паралельного нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних можна розбити на два етапи, кожний з яких виконується за  $m$  тактів.

На першому етапі в кожному  $h$ -му такті, починаючи з молодших розрядів, на  $j$ -й інформаційний вхід надходять  $k$  розрядів множника  $W_j$ . У перетворювачі Пер. $g-p$  виконується накопичення та паралельне перетворення множеного  $W_j$ .

На другому етапі у кожному  $h$ -у такті роботи в блоці БФЧД $_j$  для  $h$ -ї групи розрядів множника  $X_{j_{h1}}X_{j_{h2}}\dots X_{j_{hk}}$  на виходах ФЧД $_1, \dots, \text{ФЧД}_k$  формується  $k$  часткових добутоків у відповідно до формули  $P_{jhr} = W_j X_{jhr}$ . Сформовані часткові добутоків надходять на вхід  $k$ -входного суматора, причому  $r$ -й ( $r=1, \dots, k$ ) частковий добуток  $W_j X_{jhr}$  зсунутий відносно  $(r-1)$ -о часткового добутку  $W_j X_{jh(r-1)}$  на один розряд праворуч. Додаванням часткових добутоків на виході  $k$ -входного суматора отримуємо груповий частковий добуток  $P_{jh}$  відповідно до формули:

$$P_{jh} = \sum_{r=1}^k 2^{-(r-1)} W_j X_{jhr} . \quad (13)$$

Сформований груповий частковий добуток  $P_{jh}$  записується у регістр  $RgP_{jh}$ . Групові часткові добутоків  $P_{jh}$  з виходів регістрів  $RgP_{jh}$  надходять на входи  $m$ -входного суматора, де вони додаються. На виході  $m$ -входного суматора отримуємо  $h$ -й макрочастковий добуток  $P_{Mh}$  відповідно до формули:

$$P_{Mh} = \sum_{j=1}^N P_{jh} \quad (14)$$

Макрочастковий добуток  $P_{Mh}$  з виходів  $m$ -входного суматора записується в регістр  $RgP_{Mh}$ . На суматорі  $См$  підсумовують макрочасткові добутоків  $P_{Mh}$  відповідно до виразу:

$$Z_h = 2^{-h} Z_{h-1} + P_{Mh} , \text{ де } Z_0=0. \quad (15)$$

Накопичена сума  $Z$  з виходу суматора  $СМ$  тактовим імпульсом з входу записується в регістр результату  $RgZ_h$ . В нейроелементі обчислення функції активації  $f_a(Z)$  здійснюється табличним шляхом. Отриманий результат у надходить в паралельно-груповий перетворювач Пер. $g-p$ , який здійснює паралельно-групове перетворення.

Обчислення результату у в цьому нейроелементі виконується за час:

$$t_{HE} = (2m+3)t_{TI} = (2m+3)(t_{P_2} + t_{mCm}) ,$$

де  $n$  – розрядність множників;  $k \geq 3$ ;  $k$  – кількість розрядів множників, які одночасно аналізуються для отримання групового часткового добутку  $P_{jh}$ ;  $t_{TI}$  – тривалість такту;  $t_{P_2}$  – час запису в регістр;  $t_{mCm}$  – час додавання  $m$  чисел.

## Висновки

1. Розроблено паралельний метод вертикально-групового опрацювання даних у нейромережах, який порівняно з відомими забезпечує підвищення швидкодії збільшенням розрядів каналів надходження множників і кількості часткових добутоків, які формуються в результаті їх аналізу.

2. Для вибору структур нейроелементів нейросистем реального часу доцільно використовувати критерій ефективності використання обладнання, який враховує кількість виводів інтерфейсу, однорідність структури, кількість і локальність зв'язків, зв'язує продуктивність з витратами обладнання та оцінює елементи пристрою за продуктивністю.

3. Визначено, що інтенсивність надходження даних із обчислювальною здатністю нейроелемента у нейросистемах реального часу може узгоджуватися зміною тривалості конвеєрного такту, кількості і розрядності каналів надходження даних.

4. Запропоновано розроблення НВІС-структур паралельного нейроелемента вертикально-групового типу для синтезу нейромереж реального часу з високою ефективністю використання

обладнання здійснювати на основі інтегрованого підходу, який ґрунтується на можливостях сучасної елементної бази, охоплює методи, алгоритми і НВІС-структури, враховує вимоги конкретних застосувань і інтенсивності надходження даних.

5. Розроблено модель та структуру формального паралельного нейрона вертикально-групового типу з мультиплексуванням шин вагових коефіцієнтів і даних, яка забезпечує узгодження інтенсивності надходження даних із обчислювальною здатністю нейроелемента шляхом зміни розрядності каналів надходження і кількості розрядів множників у групі, які одночасно аналізуються для формування часткових добутків.

6. Основними етапами синтезу паралельного нейроелемента вертикально-групового типу є: вибір та розроблення методів і алгоритмів обчислення скалярного добутку та функції активації; визначення основних параметрів апаратних засобів; перехід від алгоритму до узгодженої паралельної структури.

7. Показано, що перехід від алгоритму функціонування нейрона в реальному часі до структури паралельного нейроелемента вертикально-групового типу формально зводиться до мінімізації апаратних затрат при забезпеченні режиму реального часу.

1. Haykin S. *Neural networks and learning machines. Third Edition.* / S. Haykin. – New York: Prentice Hall, 2009. – 936 p. 2. Руденко О. Г., Бодяньський Є. В. *Штучні нейронні мережі* / О. Г. Руденко, Є. В. Бодяньський. – Харків: ТОВ «Компанія СМІТ», 2006. – 404 с. 3. McCulloch W. S. *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity* / W. S. McCulloch, W. Pitts // *The Bulletin of Mathematical Biophysics.* – Vol. 5, Issue 4. – pp. 115–133. 4. ADALINE (Adaptive linear) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.cs.utsa.edu/~bylander/cs4793/learnsc32.pdf>. 5. Fukushima K. *Cognitron: A self-organizing multilayered neural network* / K. Fukushima // *Biological cybernetics.* – 1975. – Vol. 20, Issue 3-4. – pp. 121–136. 6. Hopfield, J. J. *Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities* / J. J. Hopfield // *Proceedings of the national academy of sciences.* – 1982. – Vol. 79, Issue 8. – pp. 2554–2558. 7. Cao J. *Boundedness and stability for Cohen–Grossberg neural network with time-varying delays* / J. Cao, J. Liang // *Journal of Mathematical Analysis and Applications.* – 2004. – Vol. 296, Issue 2. – pp. 665–685. 8. Грибачев В. П. *Элементная база аппаратных реализаций нейронных сетей* // *Компоненты и технологии.* – 2006. – № 8. 9. *Нейроподібні методи, алгоритми та структури обробки сигналів і зображень у реальному часі: монографія* / Ю. М. Рашкевич, Р. О. Ткаченко, І. Г. Цмоць, Д. Д. Пелешко. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. – 256 с. 10. Палагин А. В., Опанасенко В. Н. *Реконфигурируемые вычислительные системы* / А. В. Палагин, В. Н. Опанасенко. – К.: Просвіта, 2006. – 280 с. 11. Цмоць І. Г. *Модель та НВІС-структури формального нейрона паралельно-вертикального типу з використанням мультиплексування шин* / І. Г. Цмоць, О. В. Скорохода, Б. І. Балич // *Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова – Львів.* – 2013. – Вип. 67. – С. 160–166. 12. Цмоць І. Г. *Моделі та НВІС-структури формального нейрона паралельно-вертикального типу з суміщенням процесів надходження та опрацювання даних* / І. Г. Цмоць, О. В. Скорохода, В. Б. Красовський // *Збірник Наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова – Львів.* – 2013. – Вип. 70. – С. 137–145. 13. Цмоць І. Г. *Модель та НВІС-структура формального нейрона паралельно-вертикального типу з табличним формуванням макрочасткових результатів* / І. Г. Цмоць, О. В. Скорохода, Б. І. Балич // *Збірник Наукових праць “Моделювання та інформаційні технології” Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова – Львів, 2014.* – Вип. 73. – С. 133–138. 14. Патент №101922 Україна, G06F 7/38. *Пристрій для обчислення скалярного добутку* / І. Г. Цмоць, О. В. Скорохода, В. М. Теслюк. – Бюл. № 9, 2013.

Є. Бодянський, О. Винокурова, К. Шкуро, Ю. Татарінова  
Харківський національний університет радіоелектроніки,  
проблемна науково-дослідна лабораторія АСУ

## ГІБРИДНА УЗАГАЛЬНЕНА АДИТИВНА НЕЙРО-ФАЗЗИ СИСТЕМА В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

© Бодянський Є., Винокурова О., Шкуро К., Татарінова Ю., 2015

Запропоновано гібридну узагальнену адитивна нейро-фаззи систему, що об'єднує переваги нейро-фаззи системи Ванга–Менделя і узагальнених адитивних моделей Хасті–Тібшірані. Ця система характеризується простотою обчислювальної реалізації, високими апроксимувальними властивостями, швидкодією процесу навчання і призначена для розв'язання широкого класу задач динамічного інтелектуального аналізу даних, що пов'язані з прогнозуванням нестационарних стохастичних і хаотичних сигналів, що забруднені завадами та надходять до системи послідовно в режимі реального часу.

**Ключові слова:** гібридна узагальнена адитивна нейро-фаззи система, нео-фаззи нейрон, алгоритм навчання, прогнозування, нестационарні нелінійні часові ряди.

Nowadays the computational intelligence methods and systems are widespread for solving of different Data Mining tasks, intelligent control, prediction, identification, pattern recognition etc [1–4] under conditions of uncertainty, nonlinearity, stochasticity, chaotic states, different kinds of disturbances and noises due to their universal approximation properties and learning possibility based on data that describe the operation of investigated signal, process or plant.

Now the most known and popular approaches are connected with the artificial neural networks such as multilayer perceptrons that are learned using backpropagation learning algorithm. Nevertheless, the training set must be defined a priori, and the training process is implemented using many epochs of the synaptic weights training. In this case, we cannot use such systems for solving tasks in on-line mode, when the data are fed to the inputs in a sequential order in real time.

Implementing of on-line learning process is possible for neural networks, whose output signal depends linearly from tuned synaptic weights, for example, Radial Basis Function Networks (RBFN) [1, 4] and Normalized Radial Basis Function Networks (NRBFN) [5, 6], however their using is often complicated by, so called, the curse of dimensionality. In addition, problem here is not connected with computational complexity, but the problem is obtaining of data sets from the real plant that can be too small for estimating of large synaptic weights number.

Neuro-fuzzy systems that combine the learning ability of neural networks and transparency and interpretability of the soft computing results, have a range of advantages ahead of the conventional neural network. Here, first of all, it should be noticed TSK-system [7–9] and ANFIS [10, 11], whose output signal also depends linearly from the synaptic weights and has less number of synaptic weights than RBFN or NRBFN. The more complex hybrid systems of computational intelligence are well-known and have increasing approximation properties, for example, the hybrid fuzzy wavelet neural networks [12, 13], whose learning algorithms complexity limits their using in on-line mode.

The hybrid generalized additive neuro-fuzzy system that connects advantages of the neuro-fuzzy system by Wang-Mendel and the generalized additive models by Hastie-Tibshirani, is proposed. Such system is characterized by the simplicity of computational implementation, improving approximation properties, high-speed of learning process and is intended to solve wide range tasks of dynamic data mining, which are connected with the

**prediction of nonstationary noised stochastic and chaotic processes in on-line mode (i.e. the observations are fed to the system sequentially in real time).**

**Key words: hybrid generalized additive neuro-fuzzy systems, neo-fuzzy neuron, learning algorithm, prediction, nonstationary nonlinear time series.**

### **Вступ**

Сьогодні методи та системи обчислювального інтелекту набули поширення для вирішення таких різноманітних завдань, як Data Mining, інтелектуальне керування, прогнозування, ідентифікація, розпізнавання образів тощо [1–4] за умов невизначеності, нелінійності, стохастичності, хаотичності, різного роду завад та перешкод завдяки своїм універсальним апроксимувальним властивостям та можливості навчання на основі даних, що характеризують функціонування досліджуваного явища або об'єкта.

Найвідомішими та популярними тут є штучні нейронні мережі типу багатошарового перцептрона, який навчається на основі зворотного поширення похибок. При цьому навчальну вибірку задають заздалегідь, а сам процес навчання реалізується на основі багатьох епох налаштування синаптичних ваг, що робить його реалізацію неможливою в режимі on-line, коли на вхід системи дані надходять послідовно в реальному часі.

Реалізовувати on-line процес навчання можна в нейронних мережах, чий вихідний сигнал лінійно залежить від налаштовуваних синаптичних ваг. Наприклад, радіально-базисні нейронні мережі (RBFN) [1, 4], нормалізовані радіально-базисні нейронні мережі (NRBF) [5, 6], однак їх використання в багатьох випадках ускладнюється так званим прокляттям розмірності. І річ тут не в обчислювальних труднощах, а в тому, що даних, отриманих з реального об'єкта, може бути занадто мало для оцінювання великої кількості синаптичних ваг.

Нейро-фаззі системи, що поєднують здатність до навчання нейромереж і прозорість та інтерпретовність результатів м'яких обчислень, мають низку переваг перед традиційними нейронними мережами. Тут насамперед слід зазначити TSK-систему [7–9] та ANFIS [10, 11], вихідний сигнал якої також лінійно залежить від синаптичних ваг, кількість яких менша, ніж у RBFN або NRBFN. Відомі й складніші гібридні системи обчислювального інтелекту, що мають поліпшені апроксимувальні властивості – такі, як гібридні фаззі-вейвлет-нейронні мережі [12, 13], складність навчання яких обмежує їх використання в on-line режимі.

### **Архітектура нейро-фаззі системи Ванга–Менделя**

Для обробки інформації, що надходить в реальному часі, достатньо ефективною показала себе TSK-система нульового порядку, також відома як нейро-фаззі система Ванга–Менделя [14, 15]. Ця система характеризується відносно невеликою кількістю налаштованих ваг, для уточнення яких можуть бути використані швидкодіючі оптимізаційні процедури другого порядку типу рекурентного методу найменших квадратів.

Архітектура нейро-фаззі системи Ванга–Менделя складається з п'яти послідовно з'єднаних шарів. На вхідний шар подається  $(n \times 1)$  – вимірний вектор вхідних сигналів у вигляді  $y(k) = (y(k-1), \dots, y(k-i), \dots, x(k-n))^T = (x_1(k), \dots, x_i(k), \dots, x_n(k))^T$ , що потребують обробки, де  $k = 1, 2, \mathbf{K}, N, \mathbf{K}$  – поточний дискретний час. Перший прихований шар містить  $nh$  функцій належності  $\mu_{li}(x_i(k))$ ,  $l = 1, 2, \mathbf{K}, h$  та забезпечує фаззіфікацію вхідних змінних. Другий прихований шар реалізує агрегування рівнів належності, що були обчислені у першому шарі, і містить  $h$  блоків множення. Третій прихований шар – це шар синаптичних ваг, що підлягають уточненню в процесі навчання нейро-фаззі системи. Четвертий шар утворений двома суматорами і обчислює суми вихідних сигналів другого і третього шарів. І, нарешті, у п'ятому (вихідному) шарі проводиться нормалізація, в результаті якої обчислюється вихідний сигнал-прогноз  $\hat{y}(k)$ .

Отже, якщо на вхід системи подано векторний сигнал  $x(k)$ , елементи першого шару обчислюють рівні належності  $0 < \mu_{li}(x_i(k)) \leq 1$ , при цьому як функції належності використовують дзвонуваті конструкції з не строго локальним рецепторним полем, що дозволяє уникнути виникнення “дірок” у фаззифікованому просторі за розсіяного розбиття простору вхідних змінних [6]. Найчастіше як функції належності першого шару використовують функції Гауса у формі

$$\mu_{li}(x_i(k)) = \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{li})^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad (1)$$

де  $c_{li}$ ,  $\sigma_i$  – параметри центру та ширини відповідно – або обрані емпірично, або такі, що налаштовуються під час навчання за допомогою процедури зворотного поширення помилок. Зауважимо також, що попереднє кодування вхідних змінних на обмежений інтервал, наприклад,  $0 \leq x_i(k) \leq 1$ , у ряді випадків дозволяє спростити обчислення, оскільки параметр ширини  $\sigma_i$  може бути однаковим для всіх компонент вхідного вектора.

На виходах другого прихованого шару з’являються агреговані значення у вигляді

$$\mathfrak{M}_l(k) = \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)), \quad (2)$$

при цьому для функції Гауса з однаковими значеннями параметрів ширини  $\sigma$  можна записати

$$\mathfrak{M}_l(k) = \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{li})^2}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{\|x(k) - c_l\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3)$$

(тут  $c_l = (c_{l1}, \mathbf{K}, c_{ln}, \mathbf{K}, c_{ln})^T$ , тобто елементи першого та другого прихованих шарів фактично обробляють вхідний сигнал подібно радіально-базисним нейронам в RBFN та NRBFN.

Виходами третього прихованого шару є значення

$$w_l(k-1) \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = w_l(k-1) \mathfrak{M}_l(k), \quad (4)$$

(тут  $w_l(k-1)$  є  $h$  синаптичними вагами, розрахованими на основі  $k-1$  попередніх спостережень), четвертого:

$$\sum_{l=1}^h w_l(k-1) \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \mathfrak{M}_l(k), \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h \mathfrak{M}_l(k) \quad (6)$$

і, нарешті, на виході системи (п’ятого шару) з’являється сигнал-прогноз

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) &= \frac{\sum_{l=1}^h w_l(k-1) \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \frac{\sum_{l=1}^h w_l(k-1) \mathfrak{M}_l(k)}{\sum_{l=1}^h \mathfrak{M}_l(k)} = \\ &= \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \frac{\mathfrak{M}_l(k)}{\sum_{l=1}^h \mathfrak{M}_l(k)} = \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \\ &= \sum_{l=1}^h w_l(k-1) \varphi_l(x(k)) = w^T(k-1) \varphi(x(k)), \end{aligned} \quad (7)$$

де  $\varphi_l(x(k)) = \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \left( \sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right)^{-1}$ ,  $w(k-1) = (w_1(k-1), \mathbf{K}, w_l(k-1), \mathbf{K}, w_h(k-1))^T$ ,

$\varphi(x(k)) = (\varphi_1(x(k)), \mathbf{K}, \varphi_l(x(k)), \mathbf{K}, \varphi_h(x(k)))^T$ .

Нескладно помітити, що ця система реалізує нелінійне відображення вхідних сигналів у вихідні подібно нормалізованій радіально-базисній нейронній мережі, проте містить істотно меншу кількість синаптичних ваг порівняно з NRBFN.

### Гібридна прогнозувальна нейро-фаззі система

Скорочення кількості налаштованих ваг в нейро-фаззі системі Ванга–Менделя порівняно з нормалізованою радіально-базисною нейронною мережею досягається завдяки розсіяному розбиттю простору входів, при цьому однак в областях, віддалених від центрів  $c_l$  багатовимірних функцій належності

$$\prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{(x_i(k) - c_{ii})^2}{2\sigma^2}\right) = \exp\left(-\frac{\|x(k) - c_l\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

забезпечувана якість апроксимації може бути недостатньою.

Звичайно, покращити якість апроксимації можна, використовуючи решітчасте розбиття вхідного простору, однак при цьому різко зростає кількість параметрів, що потребують налаштування, тобто втрачаються переваги нейро-фаззі систем перед традиційними нейронними мережами.

Покращити апроксимувальні властивості нейро-фаззі системи можна, вводячи в третій прихований шар синаптичних ваг  $w_l$ ,  $l=1,2,\mathbf{K},h$  так звані нелінійні синапси, які є базовими блоками нео-фаззі нейрона [16–18]. На рис. 1 наведено архітектуру запропонованої прогнозувальної гібридної нейро-фаззі системи.

Перші два приховані шари повністю аналогічні шарам системи Ванга–Менделя та обробляють інформацію подібно нейронам RBFN, що позначені як  $R_1, R_2, \mathbf{K}, R_h$ , а на їх виходах з'являються значення

$$\mathcal{X}(k) = \prod_{i=1}^n \mu_{R_i}(x_i(k)). \quad (9)$$

Ці сигнали надходять на входи нелінійних синапсів  $NS_1, NS_2, \mathbf{K}, NS_h$  які разом з суматором четвертого шару утворюють архітектуру нео-фаззі нейрона. Нео-фаззі нейрон (NFN) є нелінійною системою, що навчається, з множиною входів і одним виходом, що реалізує відображення

$$f(\mathcal{X}(k)) = \sum_{l=1}^h f_l(\mathcal{X}(k)), \quad (10)$$

де  $\mathcal{X}(k) = (\mathcal{X}_1(k), \mathbf{K}, \mathcal{X}_g(k), \mathbf{K}, \mathcal{X}_h(k))^T$ ,  $f(\mathcal{X}(k))$  – скалярний вихід NFN. Кожен нелінійний синапс  $NS_l$  містить  $g$  функцій належності  $\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}_j)$ ,  $l=1,2,\mathbf{K},g$ , і таку саму кількість налаштованих синаптичних ваг  $w_{jl}$ .

Отже, перетворення, що реалізується кожним нелінійним синапсом, можна записати у вигляді

$$f_l(\mathcal{X}(k)) = \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}_j(k)), \quad (11)$$

а нео-фаззі нейрон загалом реалізує нелінійне відображення

$$f(\mathcal{X}(k)) = \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}_j(k)), \quad (12)$$

тобто є по суті узагальненою адитивною моделлю [6, 19], що характеризується обчислювальною простотою і високими апроксимуючими властивостями.

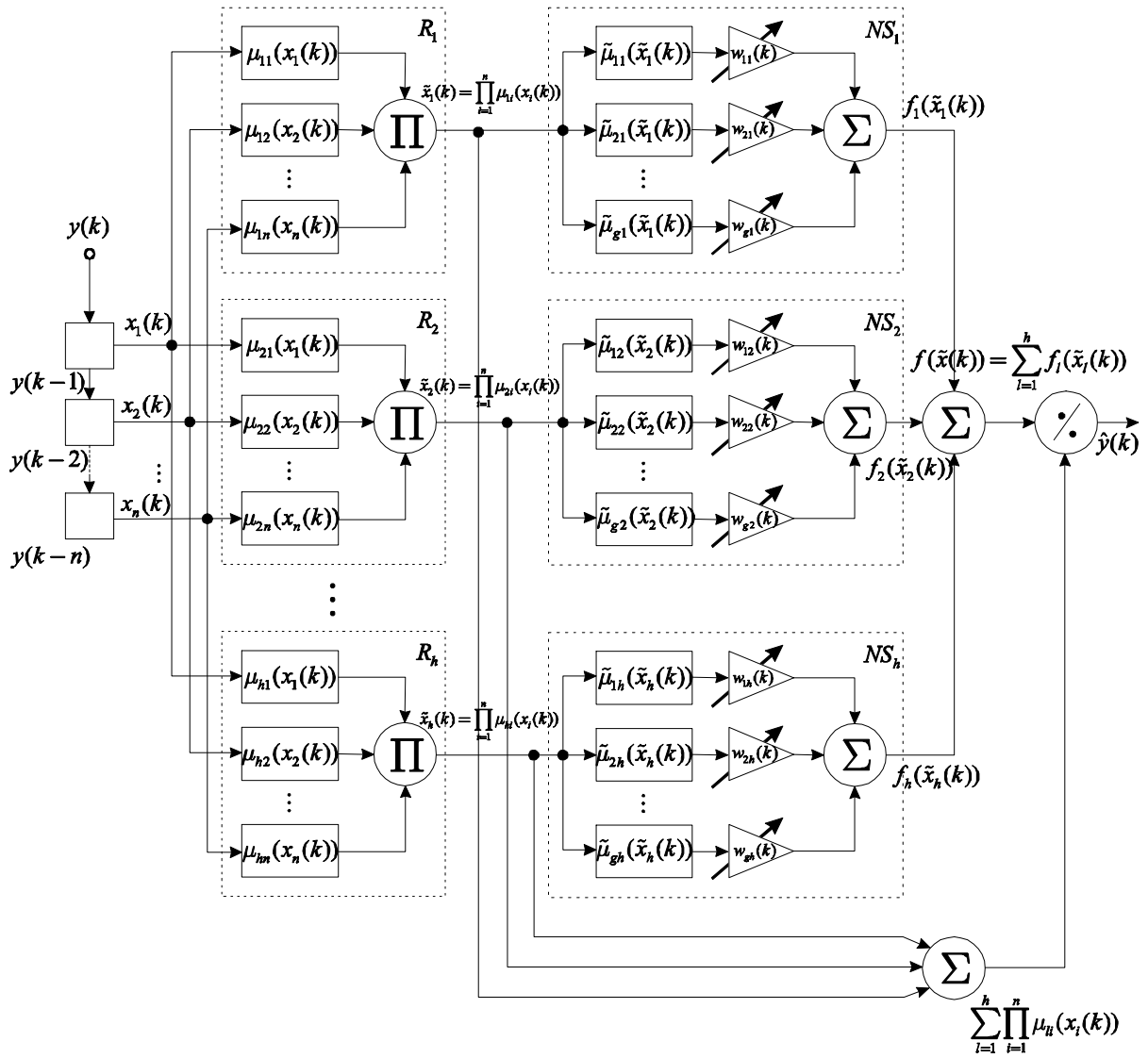


Рис. 1. Гібридна узагальнена адитивна нейро-фаззі система (HGANS) для прогнозування нестационарних часових рядів

Другий суматор четвертого прихованого шару подібно системі Ванга–Менделя обчислює значення

$$\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{ji}(x_i(k)) = \sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k), \quad (13)$$

а на виході системи загалом з'являється сигнал

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) &= \frac{\sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k))}{\sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k)} = \frac{\sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{Q}_{jl} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right)}{\sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k))} = \\ &= \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \frac{\mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k))}{\sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k)} = \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1) \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k)) = \\ &= w^T(k-1) \mathcal{Q}(\mathcal{Q}(k)), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{де } \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k)) = \mathcal{Q}_{jl}(\mathcal{Q}(k)) \left( \sum_{l=1}^h \mathcal{Q}_l(k) \right)^{-1} = \mathcal{Q}_{jl} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right) \left( \sum_{l=1}^h \prod_{i=1}^n \mu_{li}(x_i(k)) \right)^{-1},$$



$$w(k-1) = (w_{11}(k-1), w_{21}(k-1), \mathbf{K}, w_{g1}(k-1), w_{12}(k-1), \mathbf{K}, w_{ji}(k-1), \mathbf{K}, w_{gh}(k-1))^T,$$

$$\mathcal{W}(\mathcal{X}(k)) = (\mathcal{W}_{11}(\mathcal{X}(k)), \mathcal{W}_{21}(\mathcal{X}(k)), \mathbf{K}, \mathcal{W}_{ji}(\mathcal{X}(k)), \mathbf{K}, \mathcal{W}_{gh}(\mathcal{X}(k)))^T.$$

Нескладно помітити, що розглянута система є гібридом нейро-фаззі системи Ванга–Менделя і узагальненої адитивної моделі Хасті–Тібшірані, реалізує нечітке виведення Такагі–Сугено, захищена від проблем, що пов'язані з розсіяним розбиттям, її вхідний сигнал лінійно залежить від синаптичних ваг, кількість яких у  $\mathcal{G}$  разів більша, ніж у системі Ванга–Менделя, і збігається при цьому з кількістю налаштованих ваг нео-фаззі нейрона з  $h$  входами.

Також можна зауважити, що як функції належності нелінійних синапсів  $NS_i$  можуть бути використані ті ж гауссіани, що і в першому прихованому шарі, або традиційні трикутні конструкції. Покращити якість прогнозування можна, використовуючи як функції належності функції Спанечнікова, або сплайни.

### Навчання гібридної прогнозувальної узагальненої адитивної нейро-фаззі системи

Навчання гібридної прогнозувальної узагальненої адитивної нейро-фаззі системи зводиться по суті до налаштування синаптичних ваг нео-фаззі нейрона, що утворює вихідний шар системи.

Для навчання нео-фаззі нейрона його автори [18] використовували градієнтну процедуру, що мінімізує критерій навчання

$$E(k) = \frac{1}{2}(y(k) - \hat{y}(k))^2 = \frac{1}{2}e^2(k) = \frac{1}{2}\left(y(k) - \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k))\right)^2 \quad (15)$$

таку, що має вигляд

$$w_{jl}(k) = w_{jl}(k-1) + \eta e(k)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k)) = w_{jl}(k-1) + \eta(y(k) - \hat{y}(k))\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k)) =$$

$$= w_{jl}(k-1) + \eta\left(y(k) - \sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^g w_{jl}(k-1)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k))\right)\mathcal{W}_{jl}(\mathcal{X}(k)), \quad (16)$$

де  $y(k)$  – зовнішній навчальний сигнал;  $e(k)$  – похибка навчання;  $\eta$  – постійний параметр кроку навчання.

Для прискорення процесу навчання можна також використати швидкодіючий експоненційно-зважений рекурентний метод найменших квадратів у формі

$$\begin{cases} w(k) = w(k-1) + \frac{P(k-1)e(k)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))}{\alpha + \mathcal{W}^T(\mathcal{X}(k))P(k-1)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))}, \\ P(k) = \frac{1}{\alpha}\left(P(k-1) - \frac{P(k-1)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))\mathcal{W}^T(\mathcal{X}(k))P(k-1)}{\alpha + \mathcal{W}^T(\mathcal{X}(k))P(k-1)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))}\right) \end{cases} \quad (17)$$

(тут  $0 < \alpha \leq 1$  – параметр забування), який, однак, може бути чисельно нестійким за великої кількості налаштованих параметрів.

У цьому випадку ефективним є використання алгоритму навчання, що має як слідкувальні (для обробки нестационарних сигналів), так і фільтрувальні (для обробки збурених завадами сигналів) властивості [19, 21]

$$\begin{cases} w(k) = w(k-1) + r^{-1}(k)e(k)\mathcal{W}(\mathcal{X}(k)), \\ r(k) = \alpha r(k-1) + \|\mathcal{W}(\mathcal{X}(k))\|^2, 0 \leq \alpha \leq 1, \end{cases} \quad (18)$$

стійкого за будь-яких значень параметра забування  $\alpha$ , що збігається  $\alpha=0$  з оптимальним за швидкодією алгоритмом навчання Качмажа–Уїдроу–Гоффа [22] і при  $\alpha=1$  – з алгоритмом стохастичної апроксимації Гудвіна–Ремеджа–Кейнеса [23].

### Висновки

Запропоновано гібридну узагальнену адитивна нейро-фаззі систему, що об'єднує переваги нейро-фаззі системи Ванга–Менделя і узагальнених адитивних моделей Хасті–Тібшірані. Wz

система характеризується простотою обчислювальної реалізації, високими апроксимувальними властивостями, швидкодією процесу навчання і призначена для розв'язання широкого класу задач динамічного інтелектуального аналізу даних, пов'язаних з on-line обробкою нестационарних стохастичних і хаотичних сигналів, що забруднені завадами та надходять в систему послідовно в режимі реального часу. Розв'язання низки задач прогнозування модельних та реальних нестационарних часових рядів підтвердило ефективність введеної гібридної нейро-фаззи системи.

1. Rutkowski, L. *Computational Intelligence: Methods and Techniques* / L. Rutkowski. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 514 p.
2. Mumford C. L. *Computational Intelligence Collaboration, Fusion and Emergence* / C. L. Mumford, L. C. Jain,. – Berlin: Springer-Verlag, 2009. – 725 p.
3. Kruse R. *Computational Intelligence. A Methodological Introduction* / R. Kruse, C. Borgelt, F. Klawonn, C. Moewes, M. Steinbrecher, P. Held,. – Berlin: Springer-Verlag, 2013. – 488 p.
4. Du, K.-L. *Neural Networks and Statistical Learning* / K.-L. Du, M. N. S. Swamy. – London: Springer-Verlag, 2014. – 815 p.
5. Nelles O. *Nonlinear Systems Identification* / O. Nelles. – Berlin: Springer, 2001. – 785 p.
6. Friedman, J. *The Elements of Statistical Learning* / J. Friedman, T. Hastie, R. Tibshirani. – Berlin: Springer, 2003. – 552 p.
7. Takagi, T. *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control* / T. Takagi, M. Sugeno // *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*. – 1985. – 15. – P. 116–132.
8. Sugeno M. *Structure identification of fuzzy model* / M. Sugeno, G.T. Kang // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1988. – 28. – P. 15–33.
9. Takagi, H. *NN-driven fuzzy reasoning* / H. Takagi, I. Hayashi // *Int. J. of Approximate Reasoning*. – 1991. – 5. – №3. – P. 191–212.
10. Jang R. J.-S. *ANFIS: Adaptive network based fuzzy inference systems* / R. J.-S. Jang // *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*. – 1993. – 23. – № 3. – P. 116–132.
11. Jang R. J.-S. *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence* / R. J.-S. Jang, C.T. Sun, E. Mizutani. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997. – 640 p.
12. Abiyev R. *Fuzzy wavelet neural networks for identification and control of dynamic plants – a novel structure and a comparative study* / R. Abiyev, O. Kaynak // *IEEE Trans. on Intelligence Electronics*. – 2008. – 55. – № 2. – P. 3133-3140.
13. Bodyanskiy Ye. *Hybrid adaptive wavelet-neuro-fuzzy system for chaotic time series identification* / Ye. Bodyanskiy, O. Vynokurova // *Information Sciences*. – 2013. – 220. – P. 170-179.
14. Wang L.-X. *Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning* / L.-X. Wang, J.M. Mendel // *IEEE Trans. on Neural Networks*. – 1992. – 3. – № 5. – P. 807-814.
15. Wang L.-X. *Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis* / L.-X. Wang. – Upper-Saddle River: Prentice Hall, 1994. – 256 p.
16. Yamakawa T. *A neo-fuzzy neuron and its applications to system identification and prediction of the system behavior* / T. Yamakawa, E. Uchino, T. Miki, H. Kusanagi // *Proc. 2-nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks “IIZUKA-92”*, Iizuka, Japan, 1992. – P. 477–483.
17. Uchino E. *Soft computing based signal prediction, restoration and filtering* / E. Uchino, T. Yamakawa / Ed. Da Ruan “*Intelligent Hybrid Systems: Fuzzy Logic, Neural Networks and Genetic Algorithms*.” – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997. – P. 331–349.
18. Miki T. *Analog implementation of neo-fuzzy neuron and its on-board learning* / T. Miki, T. Yamakawa / Ed. N. E. Mastorakis “*Computational Intelligence and Application*”. – Piraeus: WSES Press, 1999. – P. 144–149.
19. Hastie T. J. *Generalized Additive Models* / T. J. Hastie, R. J. Tibshirani. – London: Chapman and Hall, 1990. – 352 p.
20. Bodyanskiy Ye. *An adaptive learning algorithm for a neuro-fuzzy network* / Ye. Bodyanskiy, V. Kolodyazhniy, A. Stephan / Ed. by B. Reusch “*Computational Intelligence. Theory and Applications*”. – Berlin–Heidelberg. – New York: Springer, 2001. – P. 68–75.
21. Bodyanskiy Ye. *An adaptive learning algorithm for a neo-fuzzy neuron* / Ye. Bodyanskiy, I. Kokshenev, V. Kolodyazhniy // *Proc. 3-rd Int. Conf. of European Union Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2003)*, Zittau, Germany, 10–12 September 2003. – P. 375–379.
22. Haykin S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation* / S. Haykin. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999. – 842 p.
23. Goodwin G. C. *Discrete time stochastic adaptive control* / G. C. Goodwin, P. J. Ramadge, P. E. Caines // *SIAM J. Control and Optimization*. – 1981. – 19. – P. 829–853.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ТЕОРЕТИЧНИХ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ СПЕКТРІВ СИГНАЛІВ ПРИ ЗДІЙСНЕННІ НИЗЬКОЧАСТОТНОЇ МОДУЛЯЦІЇ

© Горбатий І., 2015

Запропоновано метод визначення спектрів сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції. За допомогою відомих і запропонованих методів визначення спектрів досліджено сигнали при здійсненні низькочастотної модуляції. Показано, що запропонований метод забезпечує високу точність і зменшення часу дослідження при визначенні спектрів таких сигналів порівняно з відомими методами визначення спектрів сигналів.

**Ключові слова:** низькочастотна модуляція, спектр сигналу, метод визначення спектра сигналу.

The varieties of signal modulation, that apply in the modern telecommunication systems and networks, was described. The descriptions of spectrums of signals was considered. The known methods of calculation of the spectral descriptions of signals in case of use of baseband modulation was lead.

The new offer analytical method of calculation of spectral descriptions of modulating signals, that used during realization of different kinds of manipulation of carrier, was described. This method can be used for the calculation of spectrums of signals in case of use of baseband modulation and spectrums of modulating signals as a K rectangular pulses string, that use during realization of different kinds of manipulation of carrier.

The spectrums of signals during realization of baseband modulation by means of known and offer methods of signal spectrum calculation was explored. The graphic representations of spectrums of signals in case of application of explored methods of signal spectrum calculation was got. The defects of known methods of research of spectrums of signals was shown.

As a result of researches it exposed, that in case of calculation of power spectrums of signals during realization of baseband modulation among the consider methods an offer analytical method of calculation of spectral descriptions of modulating signals, that used during realization of different kinds of manipulation of carrier, is the most expedient to application. The use of this method secures absence of error of calculations at the minimum necessary time of calculations in comparison with the known methods of signal spectrum calculation.

**Key words:** baseband modulation, spectrum of signal, method of signal spectrum calculation.

### Вступ

Однією з важливих задач під час дослідження властивостей різноманітних видів модуляції сигналу, що застосовують у сучасних телекомунікаційних системах та мережах, є дослідження спектральних характеристик модульованого сигналу. Амплітудний і фазовий спектри такого сигналу при різних видах модуляції міститимуть різну кількість спектральних складових і матимуть різну ширину. Точно визначаючи кількість, амплітуду і частоту кожної складової, можна оцінити той чи інший вид модуляції з погляду її ефективності й завадозахищеності порівняно з іншими видами. Вивченню спектральних характеристик сигналів при здійсненні відомих різновидів низькочастотної модуляції присвячено значну кількість публікацій [1–4]. За всієї різноманітності

відомих методів визначення спектрів таких сигналів актуальним завданням залишається виявлення серед них таких, які забезпечують високу точність отриманих результатів при обмеженому часі дослідження.

Метою цієї роботи є дослідження різних аналітичних і числових методів визначення спектральних характеристик сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції для виявлення серед них таких, які забезпечують найвищу точність отриманих результатів за мінімально можливого часу обчислення.

### 1. Різновиди модуляції сигналу

Розрізняють низькочастотну модуляцію (модуляцію в основній смузі частот) і смугову модуляцію. До низькочастотної належить імпульсна модуляція [1–5], а до смугової – амплітудна модуляція (АМ), поляризаційна модуляція (ПМ) і кутова модуляція, до різновидів якої належать частотна модуляція (ЧМ) і фазова модуляція (ФМ). При використанні низькочастотної модуляції як носійну використовують послідовність відеоімпульсів. Залежно від параметра імпульсу, що змінюють під дією модулювального сигналу, розрізняють амплітудно-імпульсну модуляцію (АІМ), тривало-імпульсну (широко-імпульсну) модуляцію (ТІМ/ШІМ), часо-імпульсну модуляцію (ЧІМ), до різновидів якої належить фазо-імпульсна модуляція (ФІМ) і частотно-імпульсна модуляція (ЧІМ). У разі застосування як носійної послідовності прямокутних відеоімпульсів отримують маніпульовані сигнали. У такому разі будь-який із перерахованих вище імпульсно-модульованих сигналів (зокрема, АІМ-сигнал) можна подати у вигляді послідовності прямокутних імпульсів [5]:

$$u_m(t) = U_{\tau_{mk}} \text{ при } t_{k-1} < t \leq t_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (1)$$

де  $U_{\tau_{mk}}$  – амплітуда імпульсно-модульованого сигналу на інтервалі часу  $t_k - t_{k-1} = \tau_k$ ;  $K$  – кількість інтервалів.

### 2. Спектри сигналів

Сигнал можна представити в часовій області функцією  $u(t)$ , що визначає всі можливі значення амплітуди залежно від часу  $t$ , або в частотній області функцією  $\mathfrak{S}(\omega)$  – спектральною густиною сигналу, залежною від кутової частоти  $\omega$  [4, 5]. Сигнал та його спектральна густина пов'язані прямим і зворотним перетвореннями Фур'є:

$$\mathfrak{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt, \quad u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{S}(\omega) e^{j\omega t} dt, \quad (2)$$

де  $j = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця.

Комплексну спектральну густина  $\mathfrak{S}(\omega)$  сигналу характеризують модулем  $|S(\omega)|$  (спектр амплітуд) і фазою  $\varphi_s(\omega)$  (спектр фаз), між якими існує такий зв'язок:

$$\mathfrak{S}(\omega) = |S(\omega)| e^{j\varphi_s(\omega)}. \quad (3)$$

Сигнали бувають періодичні й неперіодичні. Періодичні сигнали характеризують дискретними, а неперіодичні – неперервними спектрами. Періодичний сигнал  $u(t)$  за умови, що він задовольняє умови Дирихле, можна розкласти в ряд Фур'є:

$$u(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(i\omega_1 t + \Phi_i), \quad (4)$$

де постійна складова

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt, \quad (5)$$

амплітуда  $A_i$  та початкова фаза  $\Phi_i$  окремих гармонік ряду Фур'є

$$A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad (6)$$

$$\Phi_i = \begin{cases} -\arccos(a_i / A_i), & \text{якщо } b_i \geq 0; \\ \arccos(a_i / A_i), & \text{якщо } b_i < 0, \end{cases} \quad (7)$$

а коефіцієнти

$$a_i = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \cos(i\omega t) dt, \quad b_i = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \sin(i\omega t) dt. \quad (8)$$

Під час теоретичних досліджень часто використовують поняття спектральної густини потужності  $S_p(\omega)$  сигналу (спектр потужності). Для періодичного сигналу з періодом  $T$  існує такий її взаємозв'язок зі спектральною густиною  $\mathfrak{S}(\omega)$  [3, 4, 6]:

$$S_p(\omega) = \frac{1}{T} \mathfrak{S}(\omega) \mathfrak{S}(\omega)^* = \frac{1}{T} |S(\omega)|^2, \quad (9)$$

де  $*$  – знак комплексного спряження.

### 3. Відомі методи визначення спектральних характеристик сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції

Розглянемо відомі методи визначення спектрів сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції. Такі сигнали використовують у ряді телекомунікаційних систем і мереж для передавання інформації, а також як модульовальні сигнали під час смугової модуляції.

Нехай низькочастотний дискретний сигнал описується випадковим процесом, що є циклостационарним процесом або періодично стаціонарним процесом у широкому розумінні й характеризується постійною складовою й автокореляційною функцією [2, 7]. Такий сигнал подамо у вигляді

$$u_m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k g(t - kT), \quad (10)$$

де  $\{I_k\}$  – послідовність інформаційних символів;  $g(t)$  – функція, що описує форму одиничного імпульсу, відповідного одному інформаційному символу;  $T$  – період сигналу.

Згідно з [2, 7] середня спектральна густина потужності такого сигналу дорівнює

$$S_{pm}(f) = \frac{1}{T} |G(f)|^2 R_K(f), \quad (11)$$

де  $G(f)$  – спектральна густина одиничного імпульсу; спектральна густина потужності послідовності  $K$  інформаційних символів

$$R_K(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_K(m) e^{-j2\pi f m T}, \quad (12)$$

де  $r_K(m)$  – автокореляційна функція послідовності інформаційних символів.

Можна показати, що спектральна густина потужності (11) сигналу для випадку, коли інформаційні імпульси не корельовані, має дві складові [2]:

$$S_{pm}(f) = \frac{\sigma^2}{T} |G(f)|^2 + \frac{\mu^2}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| G\left(\frac{m}{T}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right), \quad (13)$$

де  $\sigma$  – дисперсія послідовності інформаційних символів;  $\mu$  – середнє значення послідовності інформаційних символів;  $\delta(f)$  – дельта-функція.

У загальному випадку за допомогою (13) можливо представити спектральну густина сигналів при застосуванні довільних різновидів низькочастотної (імпульсної) модуляції.

Залежно від форми використовуваного одиничного імпульсу можна отримати відповідні співвідношення для обчислення спектра сигналу. Зокрема, при використанні прямокутного імпульсу як одиничного імпульсу (наприклад, у разі низькочастотної АІМ) отримано таке співвідношення для обчислення спектральної густини потужності сигналу [2]:

$$S_{pm}(f) = \sigma^2 A^2 T \left( \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 + \mu^2 A^2 \delta(f), \quad (14)$$

де  $A$  – амплітуда прямокутного імпульсу.

Для дискретних сигналів у вигляді послідовності  $K$  прямокутних відеоімпульсів з однаковою тривалістю середнє значення й дисперсію можна обчислити за допомогою співвідношень, наведених у [8].

За іншим методом автокореляційну функцію  $r_K(m)$  послідовності інформаційних символів у вигляді прямокутних імпульсів із  $M$  можливими рівнями амплітуди згідно з [6] обчислюють за формулою:

$$r_K(m) = \sum_{i=1}^M (a_k a_{k+m})_i p_i, \quad (15)$$

де  $a_k, a_{k+m}$  – амплітуди імпульсів на  $k$ -й і  $(k+m)$ -й позиціях;  $p_i$  – імовірність появи поєднання амплітуд  $a_k, a_{k+m}$ .

У такому випадку спектральна густина потужності бінарного уніполярного АІМ-сигналу дорівнює [6]:

$$S_{pm}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \left[ \frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2 \left[ 1 + \frac{1}{T_b} \delta(f) \right]. \quad (16)$$

Спектральна густина потужності бінарного полярного (антиподного) АІМ-сигналу дорівнює [6]:

$$S_{pm}(f) = A^2 T_b \left[ \frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2. \quad (17)$$

Фактично співвідношення (11), (13), (14) і (16), (17) описують не спектральну густину потужності, а її огинаючу або її усереднене значення, оскільки для періодичного сигналу у вигляді послідовності імпульсів певної форми спектр є дискретним, а ці формули описують безперервні частотно залежні функції. Тому точніше спектр сигналу при використанні низькочастотної модуляції можливо отримати за допомогою його розкладання в ряд Фур'є (4). Складність отримання спектра таким чином полягає в необхідності отримання окремих аналітичних співвідношень для кожного сигналу, що є послідовністю певної кількості імпульсів певної форми. Інший шлях – використання числових методів обчислень. Числові методи обчислення можна використати для широкого класу сигналів, проте підвищення точності результатів передбачає зменшення кроку зміни частоти, що істотно збільшує час обчислення. Це в ряді випадків у край небажано.

Тому представляє інтерес отримання універсальних аналітичних формул, придатних для визначених поширених у сучасних телекомунікаційних системах класів сигналів і отриманих із використанням розкладання таких сигналів в ряд Фур'є. Розглянемо детальніше такі методи обчислення спектрів сигналів з використанням низькочастотної модуляції.

#### **4. Удосконалення методів обчислення спектральних характеристик сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції**

Обчислення спектра сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції, що є послідовністю  $K$  прямокутних імпульсів (а також модульованих сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання та є послідовністю прямокутних імпульсів), при великих значеннях  $K$  є дуже громіздкою процедурою. Тому при знаходженні спектрів таких сигналів доцільно скористатися раніше запропонованим аналітичним методом визначення спектральних характеристик модульованих сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання [5]. За цим методом для сигналу (1), що є періодичною

послідовністю  $K$  прямокутних відеоімпульсів із періодом  $T_M = \sum_{k=1}^K \tau_{m_k}$ , які мають тривалість

$\tau_k = t_k - t_{k-1}$  та амплітуду  $U_{\tau_{m_k}}$ , починаються в моменти часу  $t_{k-1}$ , закінчуються в моменти часу  $t_k$ , отримано співвідношення для обчислення постійної складової спектру, амплітуд і початкових фаз спектральних складових, огинаючи амплітудного спектра. Зокрема, співвідношення для обчислення постійної складової  $A_0$  спектра та амплітуд  $A_i$   $i$ -х спектральних складових такі:

$$A_0 = \frac{1}{T_M} \sum_{k=1}^K U_{\tau_{m_k}} \tau_{m_k}, \quad (18)$$

$$A_i = \frac{1}{i\pi} \left[ \left[ \sum_{k=1}^K (U_{\tau_{m_k}} - U_{\tau_{m_{k+1}}}) \sin \left( \frac{2i\pi}{T_M} \left( t_0 + \sum_{k=1}^k \tau_{m_{k1}} \right) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^K (U_{\tau_{m_k}} - U_{\tau_{m_{k+1}}}) \cos \left( \frac{2i\pi}{T_M} \left( t_0 + \sum_{k=1}^k \tau_{m_{k1}} \right) \right) \right]^2 \right]^{1/2}. \quad (19)$$

Особливістю запропонованого аналітичного методу є те, що за його допомогою можна обчислювати спектри сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції, що є послідовністю  $K$  прямокутних імпульсів, з використанням довільних засобів обчислення, оскільки час обчислення незначний порівняно із застосуванням числових методів (наприклад, з використанням програми Mathcad).

### 5. Результати порівняння різних методів визначення спектрів сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції

У зв'язку з наявністю різноманітних методів обчислення спектрів сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції, доцільно порівняти адекватність отриманих за їхньою допомогою результатів і необхідний час дослідження (обчислення). Порівняємо результати, досліджуючи спектри АІМ-сигналів.

Розглянемо й порівняємо АІМ-сигнали, що використовують як модульовальні сигнали при здійсненні бінарної амплітудної маніпуляції (БАМн), бінарної фазової маніпуляції (БФМн) і квадратурної фазової маніпуляції (КФМн). Нехай за допомогою смугових маніпульованих сигналів при використанні всіх згаданих різновидів модуляції забезпечують однакову швидкість передавання бінарної інформації  $v_b$  (біт/с). Така швидкість залежить від кількості інформації  $\log_2(M)$ , яку можливо передати протягом тривалості інформаційного символу  $T_{сим}$  з використанням  $M$ -позиційної маніпуляції, і може бути обчислена за формулою:

$$v_b = \log_2(M) / T_{сим}. \quad (20)$$

Нехай необхідно забезпечити швидкість передавання бінарної інформації  $v_b = 200$  біт/с. Оскільки кількість можливих символів при застосуванні БАМн і БФМн  $M = 2$ , згідно з (20) необхідно забезпечити тривалість інформаційного символу  $T_{сим} = 0,005$  с. При використанні КФМн  $M = 4$  і  $T_{сим} = 0,01$  с. Припустимо, що досліджувані маніпульовані сигнали є періодичними, а протягом їх періоду повторення  $T_M$  формують усі  $M$  символів, що можливі при застосуванні певного різновиду маніпуляції, тобто

$$T_M = T_{сим} M. \quad (21)$$

Тоді при застосуванні БАМн і БФМн  $T_M = 0,01$  с, при КФМн  $T_M = 0,04$  с.

Якщо прийняти, що максимальна потужність усіх досліджуваних маніпульованих сигналів дорівнює 1 Вт на навантаженні 1 Ом, для формування БАМн-сигналу застосуємо як модульовальний такий АІМ-сигнал  $u_m(t)$  у вигляді періодичної послідовності однополярних прямокутних відеоімпульсів із періодом  $T_M$ , протягом якого він дорівнює

$$u_m(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < t \leq 0,005; \\ 1 & \text{при } 0,005 < t \leq 0,01. \end{cases} \quad (22)$$

Аналогічно для формування БФМн-сигналу застосуємо як модульовальний АІМ-сигнал  $u_m(t)$  у вигляді періодичної послідовності біполярних прямокутних відеоімпульсів

$$u_m(t) = \begin{cases} -1 \text{ при } 0 < t \leq 0,005; \\ 1 \text{ при } 0,005 < t \leq 0,01. \end{cases} \quad (23)$$

При формуванні КФМн-сигналу слід застосувати модульовальні сигнали  $u_{mI}(t)$  і  $u_{mQ}(t)$  у вигляді періодичних послідовностей біполярних прямокутних відеоімпульсів:

$$u_{mI}(t) = \begin{cases} -0,707 \text{ при } 0 < t \leq 0,01; \\ 0,707 \text{ при } 0,01 < t \leq 0,02; \\ -0,707 \text{ при } 0,02 < t \leq 0,03; \\ 0,707 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,04; \end{cases} \quad u_{mQ}(t) = \begin{cases} -0,707 \text{ при } 0 < t \leq 0,01; \\ -0,707 \text{ при } 0,01 < t \leq 0,02; \\ 0,707 \text{ при } 0,02 < t \leq 0,03; \\ 0,707 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,04. \end{cases} \quad (24)$$

У результаті застосування відомих методів (співвідношення (14) [2], співвідношення (16) [6]), числового методу обчислення (із використанням програми Mathcad) і запропонованого аналітичного методу визначення спектральних характеристик модульовальних сигналів, що застосовують при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання (із використанням співвідношень (18) і (19)), отримано спектри потужності  $|S_{pm}(f)|$  сигналів (22) та (23), що зображені на рис. 1 та рис 2 відповідно. Обчислення здійснено при  $A=1$  В,  $T=T_b=0,005$  с у (14) і (16).

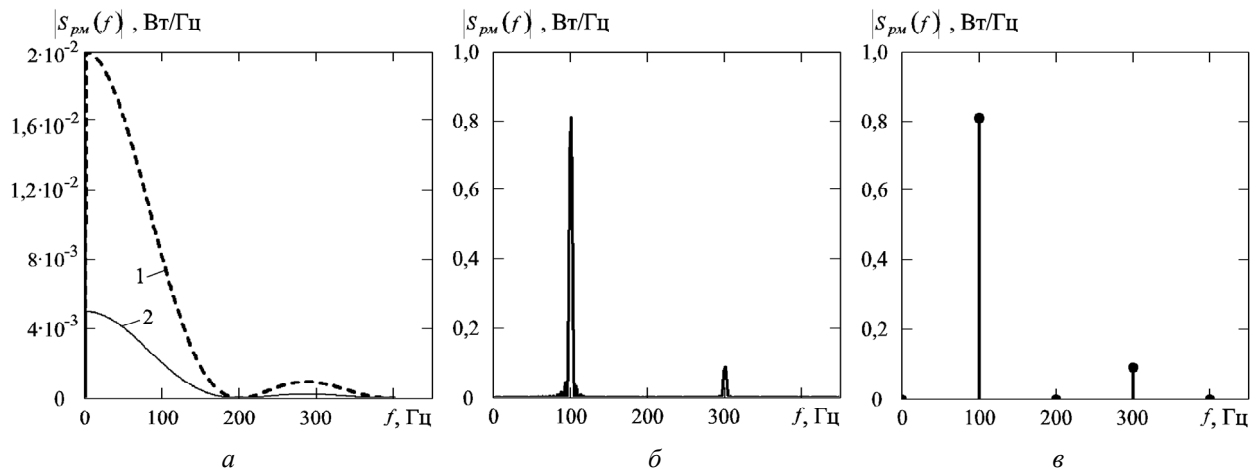


Рис. 2. Спектр потужності сигналу (23), отриманий за допомогою: а – співвідношень (14) (крива 1) і (17) (крива 2); б – числового методу обчислення; в – запропонованого аналітичного методу

Як видно з рис. 1, для дослідженого сигналу (22) спектр потужності за формулами (14) і (16) однаковий і є неперервною функцією частоти зі стрибком на частоті  $f \rightarrow 0$ . За результатами порівняння дискретних спектрів (рис. 1, б і рис. 1, в) виявлено, що вони збігаються із високою точністю за винятком постійної складової на частоті  $f \rightarrow 0$ . Потужність сигналу, що обчислена з використанням отриманих спектральних густин потужності (рис. 1, а – крива 1 і крива 2) і з використанням запропонованого аналітичного методу є однаковою та дорівнює 0,5 Вт, а за застосування числового методу обчислення потужність постійної складової завищено в чотири рази. Для дослідженого сигналу отримано такий зв'язок між дискретним і неперервним спектрами:

$$(A_0)^2 = S_{pm}(f \rightarrow 0), \quad 0,5(A_i)^2 = (2/T_m)S_{pm}(f_m). \quad (25)$$

Це означає, що неперервний спектр, отриманий за формулами (14) і (16), є деяким усередненим значенням огинаючої дискретного спектра, обчисленого за співвідношеннями (17) чи (18), (19). При цьому в коефіцієнт пропорційності між значеннями неперервного й дискретного спектрів на частотах  $f \neq 0$  входить величина  $1/T_m$ .

Як видно з рис. 3, для дослідженого сигналу за формулами (14) і (17) спектр потужності  $|S_{pm}(f)|$  є неперервною функцією частоти, що зменшується до 0 Вт на частоті  $f \rightarrow 0$ . За



результатами порівняння дискретних спектрів (рис. 3, б і рис. 3, в) виявлено, що вони збігаються із високою точністю.

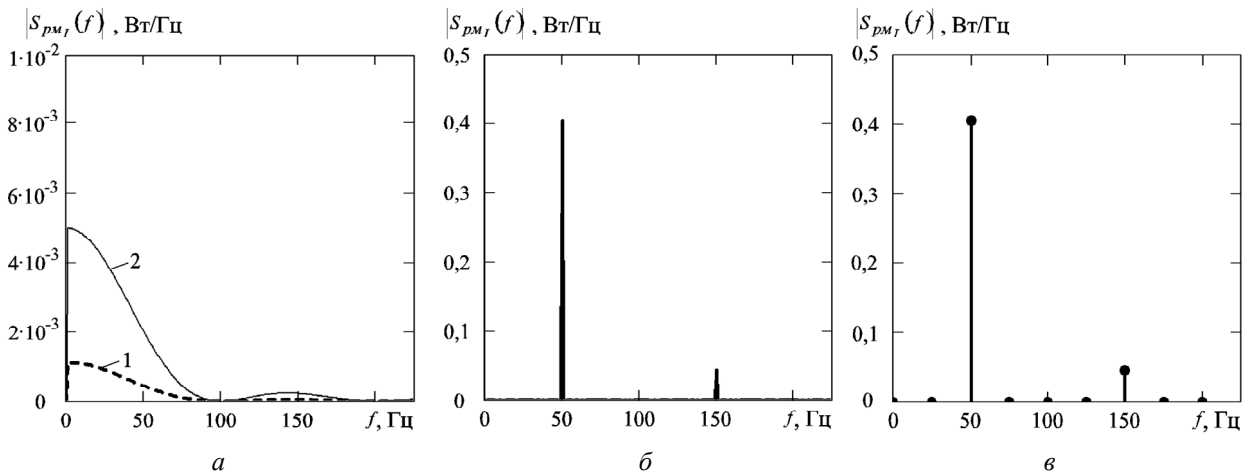


Рис. 3. Спектр потужності  $|S_{pm1}(f)|$  сигналу (24), отриманий за допомогою: а – співвідношень (14) (крива 1) і (17) (крива 2); б – числового методу обчислення; в – запропонованого аналітичного методу

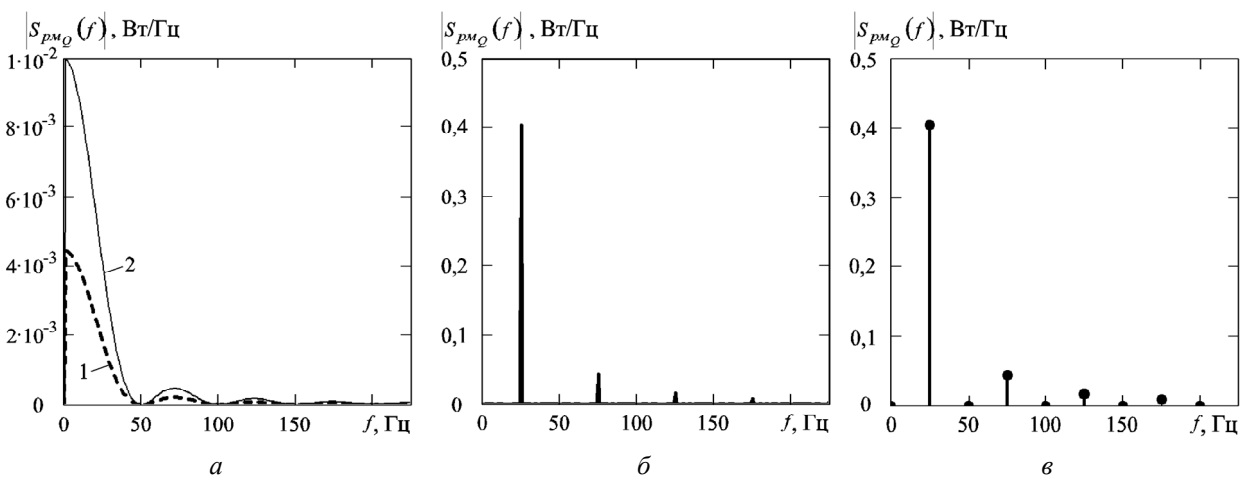


Рис. 4. Спектр потужності  $|S_{pmQ}(f)|$  сигналу (24), отриманий за допомогою: а – співвідношень (14) (крива 1) і (17) (крива 2); б – числового методу обчислення; в – запропонованого аналітичного методу

Потужність сигналу, обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 3, а – крива 2), запропонованого аналітичного методу й числового методу є однаковою та дорівнює 0,5 Вт. Потужність сигналу, що обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 3, а – крива 1), є заниженою в і становить 0,11 Вт.

Як видно з рис. 4, для дослідженого сигналу згідно з формулами (14) і (17) спектр потужності  $|S_{pmQ}(f)|$  є неперервною функцією частоти, що зменшується до 0 Вт на частоті  $f \rightarrow 0$ . За результатами порівняння дискретних спектрів (рис. 4, б і рис. 4, в) виявлено, що вони збігаються із високою точністю. Потужність сигналу, обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 4, а – крива 2), запропонованого аналітичного методу й числового методу є однаковою та дорівнює 0,5 Вт. Потужність сигналу, що обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 4, а – крива 1), є заниженою в і становить 0,22 Вт.

Для сигналів (24) зв'язок між дискретним і неперервним (рис. 2, а – крива 2) спектрами такий:

$$(A_0)^2 = S_{pm}(f \rightarrow 0), 0,5(A_i)^2 = (1,333/T_m)S_{pm}(f_{m_i}). \quad (26)$$

Тобто, розглянуті методи є придатними для дослідження спектра потужності сигналів (24) за винятком методу [2] із використанням співвідношення (14), застосування якого спричиняє появу значної похибки.

Установлено, що недоліком методу [6] є те, що при його застосуванні до сигналів (22) – (24) із використанням співвідношень (16) чи (17) можливо отримати не спектральну густину потужності, а її усереднене значення. Час дослідження сигналів (22) – (24) при використанні формул (14), (16) і (18), (19) менший за одну секунду, а при застосуванні числового методу обчислення при обраних для дослідження налаштуваннях дорівнює декільком десяткам секунд.

### Висновки

У результаті досліджень виявлено, що при обчисленні спектра потужності сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції серед розглянутих методів найдоцільнішим до застосування є запропонований аналітичний метод визначення спектральних характеристик модулювальних сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного колювання, при цьому відсутня помилка обчислень при мінімальному необхідному часі обчислень.

1. Жураковский Ю. П. Каналы связи / Ю. П. Жураковский, В. Д. Назаров. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 232 с. 2. Прокис Дж. Цифровая связь : [пер. с англ.] / Дж. Прокис ; под ред. Д. Д. Кловского. – М. : Радио и связь, 2000. – 800 с. : ил. 3. Мандзій Б. А. Основи теорії сигналів : підручник / Б. А. Мандзій, Р. І. Желяк ; за ред. Б. А. Мандзія. – Львів: Видавничий дім "Ініціатива", 2008. – 240 с. 4. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник / С. И. Баскаков. – М.: Высш. школа, 1983. – 536 с. 5. Горбатий І. В. Системи дистанційного зондування Землі з космосу : монографія / І. В. Горбатий. – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 612 с. 6. Галкин В. А. Цифровая мобильная связь : учебное пособие для вузов / В. А. Галкин. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 432 с. 7. Френкс Л. Теория сигналов / Л. Френкс. – М.: Советское радио, 1974. – 344 с. 8. Дорожовець М. Основи метрології та виміральної техніки: підручник : у 2 т. / М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник, В. Василюк, Р. Борек, А. Ковальчик ; за ред. Б. Стадника. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2005. – Т. 1. Основи метрології. – 532 с.

## МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ ГАЗОТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ

© Притула Н., 2015

**Розглянуто газотранспортну систему із складною технологічною схемою. Приведено перелік та аналіз проблем, вирішення яких сприятиме її ефективній експлуатації. Запропоновано підходи до вирішення окремих проблем. Методи рішення окремих проблем апробовані на реальних даних.**

**Ключові слова:** газотранспортна система, оптимізація, оптимальний режим, компресорна станція, підземне газосховище.

**In this paper I considered a transmission system with a piping diagram of complicated structure. I gave the list and analysis of problems that will contribute to its effective operation. And I also proposed approach to solving some problems. Methods for solving some problems have been tested on actual data.**

**Key words:** transmission system, optimization, optimal mode, compressor stations, underground gas storage facility.

### Вступ

Всі об'єкти, які беруть участь в транспортуванні та зберіганні газу, об'єднано в єдиний технологічний процес трубопроводами з різними довжинами і внутрішніми діаметрами, які прокладено на певній глибині в ґрунті чи проходять над поверхнею землі. Внутрішня поверхня трубопроводів є шершавою, а зовнішня поверхня труби теплопровідною (іде теплообмін із зовнішнім середовищем). Рельєф траси прокладання трубопроводів є змінним і на десятках кілометрів може змінюватися на сотні метрів. Робочий тиск у трубах доходить до 7.6 МПа.

Компресорні станції (КС) можуть складатися із декількох цехів. Доволі часто цехи відрізняються типом газоперекачувальних агрегатів (ГПА) як за потужністю (від 4.0 до 27.0 МВт), так і за типом приводу (електропривід, газотурбінна установка) для відцентрового нагнітача. На багатьох підземних газосховищах працюють компресори поршневого типу. Частина КС може працювати в два та в три ступені.

Для очищення газу, який надходить на ГПА, від твердих та рідких добавок використовують пиловловлювачі та фільтри-сепаратори. Для зменшення впливу на ізоляцію газопроводів та збільшення їх пропускної спроможності використовують охолодження природного газу. В газовій галузі використовують для цієї цілі на КС апарати повітряного охолодження (АПО), які охолоджують газ до температури 40 °С незалежно від пори року.

На ГТС є наявна велика кількість (тисячі) різнотипної запірної та регулюючої арматури. Частина із них оснащена приводами для їх відкриття та закриття. Робота запірної арматури може моделюватися зміною площі поперечного перетину трубопроводу в зоні їх встановлення. Існують регулятори тиску та витрати.

Для стабільного забезпечення газом, особливо в осінньо-зимовий період, слугують підземні сховища газу. Газ зберігається в пластах – колекторах, які являють собою неоднорідне пористе середовище. Глибина залягання пластів колекторів є в межах 350–2500 метрів. Структура порового середовища, об'єми зберігання газу та кількість свердловин через які нагнітають (відбирають) газ, для кожного газосховища є різними.

Значний об'єм газу в газосховищах України становить так званий буферний газ. За величиною та інтенсивністю впливу на режим відбору/закачування його умовно можна поділити на

активну, слабоактивну і пасивну частини. Слабоактивну та пасивну частини буферного газу також можна зробити активними шляхом його витіснення газом іншої природи в робочу область сховища. Як такі гази використовують інертні, вуглеводневі та димові гази.

**Основна проблема** – числове моделювання руху газу в системах із складною технологічною схемою із врахуванням динаміки зміни параметрів газу на входах та виходах системи, динаміки зміни станів кранів та зміни потужності газоперекачувальних агрегатів компресорних цехів та багато цехових компресорних станцій.

## 2. Базові математичні задачі

Розроблені математичні моделі газових потоків в технологічних об'єктах сьогодні дозволяють побудувати основні системні моделі як окремих підсистем, так і системи транспортування та зберігання газу загалом. Більшість розроблених моделей апробовано на реальних даних і за точністю є задовільними для використання в моделюючих системах. Основні математичні проблеми виникають під час розроблення методів та алгоритмів розв'язування режимних задач (моделювання газодинамічних процесів) з великою кількістю технологічних об'єктів та на значних інтервалах часу.

Кількість задач, які виникають під час аналізу режимів роботи газотранспортних систем, є значною. Серед них можна виділити основні, розв'язання яких забезпечує ефективне розв'язання багатьох інших, зокрема розрахунок:

- параметрів газу на ділянках газопроводів, прокладених по пересіченій місцевості;
- розподільчих газових мереж високого та низького тиску із заданими висотними відмітками його прокладання в умовах усталених потоків газу;
- розподільчих газових мереж високого тиску в умовах неусталених потоків газу;
- оптимальних режимів газотранспортних систем (багато цехових КС із різнотипними ГПА);
- оптимальних параметрів керування газопотоками в умовах неусталених газових потоків;
- фільтрації газу в неоднорідних порових середовищах;
- параметрів фільтрації в неоднорідних порових середовищах за умов витіснення природного інертним газом (сайклінг-процес).

## 2. Перелік основних задач для окремих технологічних об'єктів та систем із технологічних об'єктів

**Магістральні газопроводи:** гідравлічний та температурний розрахунок магістрального газопроводу; ідентифікація коефіцієнтів гідравлічного опору (у стаціонарному та нестаціонарному випадках); розрахунок коефіцієнта теплопередавання газ – зовнішнє середовище (в стаціонарному випадку на значних інтервалах часу); розрахунок місцезнаходження витоків газу (дослідити точність розрахунку); розрахунок часу та обсягу витoku газу через свічу.

**Компресорні станції:** розрахунок оптимальних режимів роботи ГПА, цеху, багатоцехових КС з різнотипними ГПА; термогідравлічний розрахунок КС на детальних граф-схемах; ідентифікація стану об'єктів ГПА і КС.

**Газотранспортна система:** розрахунок стаціонарних режимів роботи системи транспортування газу (розрахунок гідравлічний, температурний, із відомими параметрами багатокомпонентного газу); розрахунок нестаціонарних режимів роботи транспортування газу в ГТС; розрахунок – прогнозування калорійності газу на заданих відборах ГТС.

**Підземні газосховища (системні задачі):** термогідравлічний розрахунок системи пласт – магістраль; розв'язування основних прямих та обернених режимно-технологічних задач; розрахунок параметрів ідентифікації стану об'єктів; оптимальне планування роботи на заданий період відбирання – нагнітання газу; розрахунок пропускної спроможності технологічних об'єктів системи пласт-магістраль.

**Пласт газосховища:** розрахунок параметрів газу у всій його області фільтрації (для формування граничної умови); розрахунок ефективного порового об'єму пласту сховища; розрахунок неоднорідних коефіцієнтів пористості, проникності, газонасиченості пласту – колектора сховища; уточнення геометричних, геологічних та акумулюючих параметрів пластів – колекторів.

**Вибій свердловини:** розрахунок фільтраційних коефіцієнтів привибійних зон; розрахунок коефіцієнта розкриття вибою; розрахунок густини перфорації обвідної колони; розрахунок впливу параметрів розбурення (збільшення площі відкритої фільтрації) вибою свердловини на дебіт свердловини; проведення дослідження вибою свердловин газогідродинамічними методами при нестационарних режимах фільтрації.

**Свердловина:** розрахунок дебіту, гирлового і вибійного тисків (температури) газу; розрахунок впливу додаткової перфорації свердловин на її дебіт; розрахунок гідравлічного опору руху газу; розрахунок впливу параметрів відкритого вибою на дебіт свердловини.

**Обв'язка гирла свердловини:** побудова гідравлічного еквіваленту обв'язки гирла свердловини.

**Шлейфово-колекторна система (ШКС):** термогідравлічний розрахунок ШКС при всіх можливих варіантах задання тисків і витрати.

**Групи технологічно поєднаних газосховищ:** побудова функції піковості для всіх газосховищ як функції витрати газу, паливного газу та тиску в магістральному газопроводі в області проектних та реальних режимів роботи ПСГ; актуалізація інформаційного забезпечення для автоматизації процесу актуалізації функцій піковості газосховищ в процесі його роботи; планування об'ємів зберігання газу за критерієм – знайти такий його розподіл між сховищами, щоб забезпечити сумарну максимальну піковість при відбиранні, а також максимальну середню піковість на заданому інтервалі часу відбирання; планування об'ємів відбирання газу за критерієм – знайти такий його розподіл між сховищами, щоб підтримувати максимальну піковість газосховищ в процесі його відбирання; реалізація стратегії оптимального управління газосховищами для забезпечення зваженого критерію, який включає піковість та затрати паливно-енергетичних ресурсів; оперативне формування інформаційно-аналітичних матеріалів – документів для прийняття рішень з керування режимами ПСГ.

#### 4. Класи задач

Всі задачі умовно можна розбити на такі групи: моделювання, планування, оптимізація, ідентифікації та керування. В багатьох випадках якість розв'язання задач залежить від їх інформаційного забезпечення. Існує певний ступінь невизначеності режимної інформації. Вона переважно проявляється у відсутності замірів витрат, тисків і температур у багатьох вузлах газотранспортної системи. Проведений аналіз видів невизначеностей, характерних для процесу управління складними системами, якими є газотранспортні системи, показав: низьку точність і неповноту оперативної інформації (значна похибка вимірювань, ненадійна і малопродуктивна система передавання даних, асинхронність вимірювання і надходження, недоступність до частини інформації тощо); неточність моделей (допущення про однорідність певних підсистем, спрощення пов'язане з неврахуванням повною мірою рельєфу прокладання трубопроводів, введення нечітких моделей типу термогідравлічних еквівалентів, неврахування в повній мірі суттєвої нелінійності, часткове використання паспортних характеристик тощо).

**Математичне моделювання** транспорту газу по трубопровідних системах використовує моделі з ламінарними та турбулентним потоками, з стаціонарними та нестационарними моделями потоків газу. Переважно в магістральних газопроводах процес руху газу є турбулентним. В постановках задач планування режимів ГТС використовуються стаціонарні моделі газових потоків. Для таких моделей ГТС розробляються спеціальні методи, які забезпечують результат моделювання за максимально коротким часом.

**Задача планування режимів** для оперативного та перспективного планування ресурсів та підготовки до переключень (зміни топології ГТС та потужності КС) ставиться в оптимізаційній постановці. Основний критерій – мінімізація паливно-енергетичних ресурсів. Для оперативного

планування важливо врахувати певні параметри чинного режиму – об'єм акумульованого газу в системі та його підсистемах, топологічних особливостей, обов'язкове задіявання в режим певного технологічного обладнання і т.д.

**Ідентифікація параметрів моделей** залежить від багатьох існуючих невизначеностей. Зменшення впливу невизначеностей на точність ідентифікації вимагає проведення усереднень ідентифікаційних параметрів, використання заміряних даних на значних інтервалах часу.

**Оптимізація** як процес досягнення оптимального режиму в умовах стаціонарного потоко-розподілу полягає в знаходженні такої топології та завантаження КС за потужністю ГТС, щоб був задоволеним заданий критерій оптимальності системи. Складнішим є поняття оптимального управління газопотоками в нестационарному випадку. За умов нечіткого прогнозу на параметри надходження газу в систему задача побудови оптимальної стратегії зміни режимних параметрів на значних інтервалах часу не має однозначного розв'язку. Один із можливих варіантів розв'язування такої задачі є забезпечення технологічності режиму та формування таких параметрів керування, які б забезпечили контрольований темп руху режимних параметрів до деякого прогнозованого оптимального режиму. При зміні прогнозу розраховують новий оптимальний режим.

На рис. 1–3 наведено структура основних систем та проблем, які необхідно в межах цих систем ще вирішити.



Рис. 1. Система планування стаціонарних режимів роботи ГТС

#### Проблеми:

- формування оптимальних режимів включаючи вибір оптимальної топології, особливо за умов неповної завантаженості ГТС;
- формування оптимального температурного режиму транспортування газу – сформувати режим роботи апаратів повітряного охолодження, який мінімізує сумарні енергетичні затрати;
- оптимізація за автоматизованим вибором КС, які відрізняються типами ГПА (ГПА з газотурбінними приводами та на електроприводі).

#### Проблеми:

- недостатнє метрологічне забезпечення;
  - недостатньо вивчені властивості замірних пристроїв за умов швидких змін із значною амплітудою параметрів газу на їх входах;
  - велика степінь невизначеності (вплив та взаємовплив місцевих опорів);
- ідентифікація параметрів моделей та стану технологічних об'єктів у реальних умовах метрологічного забезпечення.

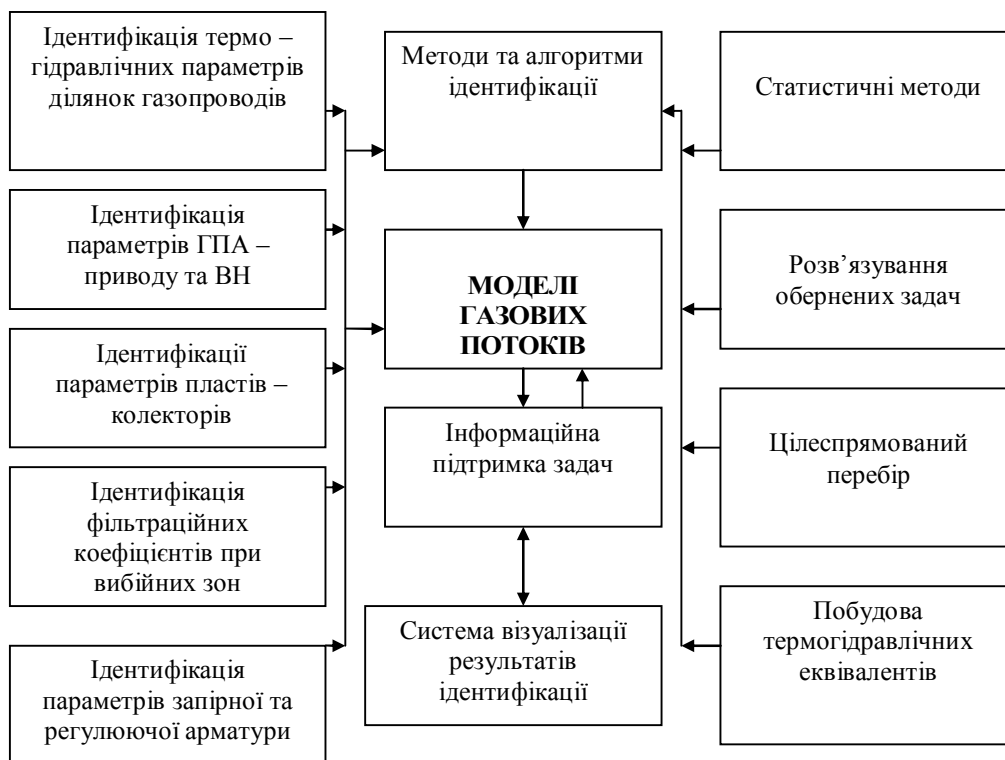


Рис. 2. Система ідентифікації параметрів моделей газових потоків

### Нестаціонарні задачі. Задачі оптимального керування газотранспортними системами

Розв'язати набір нестаціонарних задач транспортування та зберігання газу, газодинамічні процеси породжені динамічними граничними умовами на параметри газу, зміною параметрів стану запірної арматури, зміною потужності окремих ГПА і КС загалом.

Розв'язати нестаціонарні оптимізаційних задач за такими критеріями оптимізації:

- мінімум часу виведення ГТС на заданий режим роботи;
- мінімум сумарних затрат на підтримку режиму в заданих технологічних межах і з заданою надійністю на заданому часовому інтервалі;
- забезпечення виконання критеріїв оптимізації при заданій величині надійності функціонування системи;
- мінімум зміни станів активних елементів, максимізація перехідних часів.

#### Проблеми:

- розрахунок температурного режиму транспортування газу на значних інтервалах часу (тижні) – розв'язування тривимірного нестаціонарного температурного поля в умовах неповної визначеності вхідних даних;
- управління тепловим режимом транспортування газу, особливо в холодну пору року;
- врахування впливу та взаємовпливу великої кількості місцевих опорів на термо – гідрравлічний розрахунок КС на детальних технологічних схемах;
- розрахунок газових мереж з великою кількістю зворотних клапанів (односторонній пропуск потоку);
- стійкий розрахунок нестаціонарних режимів газових з великою кількістю (тисячі) об'єктів, з різними діаметрами (100 – 1400 мм), різними довжинами ділянок мережі (від 10 до 140 000 м), змінною топологією та змінною потужністю КС;
- розрахунок оптимальних режимних параметрів за умов слабкої прогнозованості вхідних даних;
- розроблення оптимальних стратегій керування газопотоками в ГТС за енергетичними та критеріями надійності;

- розроблення математичного забезпечення для управління сумісною експлуатацією ПСГ і ГТС;
- розроблення автоматизованої системи рейтингового відбору енергозберігаючих проектів.

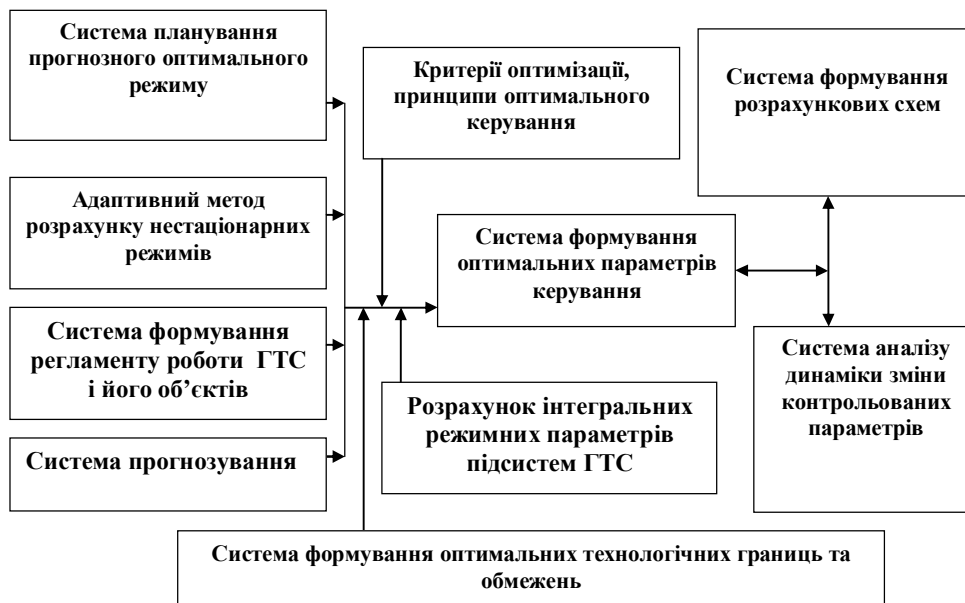


Рис. 3. Система формування параметрів керування

### Висновки

Розроблене програмне забезпечення на сьогодні ще не задовольняє основним вимогам до розробки моделюючих комплексів. І тому потрібно забезпечити максимально високий рівень автоматизації процесу розв'язування задач, та адаптивність алгоритмів і методів до зміни топології системи, динаміки газодинамічних процесів, параметрів технологічних об'єктів, які впливають на динаміку параметрів газо потоків, швидкості моделювання та прогнозування. Висока (з практичної точки зору), точність моделювання газодинамічних процесів залежить від багатьох факторів, зокрема від адекватності використовуваних моделей технологічних об'єктів, наукової обґрунтованості методів та алгоритмів розрахунку та оптимізації, високої степені оперативної актуалізації системи моделювання.

Існуюча нечіткість в процесі прийняття рішень в багаторівневих ієрархічних системах, обумовлена тим, що не існує ще чітких цілей і координуючих рішень на кожному рівні контролю і управління, і для кожного локального об'єкту не забезпечується процес координації управління.

1. Панкратов В. С. Автоматизированная система диспетчерського управління ГТС / В. С. Панкратов, А. С. Вербилло. – М.: Изд-во ООО "ИРЦ Газпром", 2002. – 98 с.
2. Сарданашвили С. А. Расчетные методы и алгоритмы / С. А. Сарданашвили. – М.: Изд-во "Нефть и газ", 2005. – 577 с.
3. Селезнев В. Е. Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем / В. Е. Селезнев, В. В. Алешин, Г. С. Клишин. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 448 с.
4. Бобровский С. А. Трубопроводный транспорт газа / С. А. Бобровский, С. Г. Щербаков, Е. И. Яковлев. – М.: Наука, 1976. – 475 с.
5. Притула Н. М. Задачі оптимізації потокорозподілу в газотранспортних системах / Н. М. Притула // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – Львів, 2007. – № 604. – С. 220–227.
6. Сінчук Ю. Моделювання роботи кранів на магістральних газопроводах / Ю. Сінчук, Н. Притула, М. Притула // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – Львів, – 2010. – № 663. – С. 216–222.
7. Сінчук Ю. Моделювання нестационарних режимів газових мереж / Ю. Сінчук, Н. Притула, М. Притула // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – Львів, – 2010. – №663. – С. 128–132.
8. Притула М. Г. Розрахунок параметрів керування потоками газу в складних магістральних системах / Притула М. Г. // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2010. – Вип. 12. – С. 134–143.



## DEVELOPMENT METHOD OF PROTECTING IMAGES WITH AMPLITUDE-MODULATED SCREENING USING ATEB-FUNCTIONS

ã Nazarkevych M., 2015

**Proposed method of protection can be used for protection of printed documents and it is not expensive. The theory of Ateb-functions, which is && of classic trigonometry, was used as a mathematical apparatus to develop method of rasterization. A rasterization with amplitude-modulated method for offset printing is developed.**

**Key words: rasterization, Ateb-functions, protection of printed documents, amplitude modulation.**

### 1. Introduction

Today new systems for protection of information in electronic form is developed. However, the necessity to develop technologies for the protection of printed documents is no less relevant, since printing technologies of reproduction are constantly being improved and the new ones are developed.

There are two methods of shades of color reproduction in printing: – changing the thickness of the paint layer, or changing areas of painted and unpainted areas on the print. The first method is used in deep print by changing the size of the printing elements. The most common today is the offset printing. With the implementation of this printing method ink thickness is always constant, since a change in the thickness of the paint is technologically impossible, and the printing is based on the properties of paint adhesion-cohesion ink to printing elements and whitespace. Therefore, in the offset printing method the amplitude modulated rasterization is used. Rasterization is a process of parting an image into massive of points.

### 2. Basics of rasterization of printed pictures

The order of points in the picture or raster elements is called raster. This type of rasterization is used to implement amplitude-modulated method [11]. For monochrome image raster elements can take two values – "0" or "1".

The fig.1 shows a raster cell, which element is a square. This type of raster is called rectangular raster. The most common is a round raster fig. 1, b.

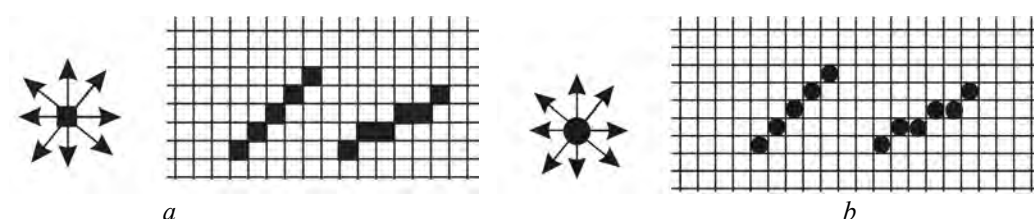


Fig. 1. Rasterization with a – rectangular raster cell, b – round raster cell

All figures should be the same and they should fill all space without gaps during the process of rasterization.

As it is shown in Fig. 1, a round black raster point (completely filled) forms a gap, when an angle of 45° is printed, which at first glance seem subtle. When mode with 256 shades of gray is played, these distortions are more visible. Raster points destroys contours and fine details of the original gray-scale, reducing the quality of prints [5].

If raster point is of square form, it touches the neighbor four sides (see. Fig. 1), and this point creates a great unevenness in the image. Round point has the same drawback. Structure, which is based on superellipse is dependent on the direction of image details. As a result, you can achieve quality improvements.

### 3. Modelling of area of the raster elements

Modelling square raster cell with curve Lamé

The equation of generalised superellipse is in [10]. Finding the value of variable  $y$  we can write

$$y = b \cdot \sqrt[q]{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^p}.$$

If we take into account famous Newton-Leibniz formula [1], we will calculate area of generalized superellipse

$$s = \int_0^a b \cdot \sqrt[q]{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^p} dx, \quad (1)$$

To simplify the expression, we assume  $p = q = n, n > 0$ , then

$$s = \int_0^a b \cdot \sqrt[n]{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^n} dx. \quad (2)$$

If we take into account parametric equations it immediately follows that

$$\begin{cases} x = a \sin^{\frac{2}{n}}\varphi \\ y = b \cos^{\frac{2}{n}}\varphi \end{cases} \quad (3)$$

where  $0 < x < a, 0 < \varphi \leq \frac{\pi(n,n)}{2}$ .

Differentiating first expression in (3), we obtain

$$dx = \frac{2a}{n} \sin^{\frac{2}{n}-1}\varphi \cdot \cos\varphi d\varphi \quad (4)$$

Substituting this into (3), (4) y (2), we get

$$\begin{aligned} s &= \int_0^a y dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} b \cos^{\frac{2}{n}}\varphi \cdot \frac{2a}{n} \sin^{\frac{2}{n}-1}\varphi \cos\varphi d\varphi = \\ &= \frac{2ab}{n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{\frac{2}{n}-1}\varphi \cdot \cos^{\frac{2}{n}+1}\varphi d\varphi \end{aligned}$$

As we know from [3]

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi^\alpha \cdot \cos\varphi^\beta d\varphi = \frac{1}{2} B\left(\frac{\alpha+1}{2}, \frac{\beta+1}{2}\right),$$

де  $\alpha, \beta > -1$ .

Hence

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{\frac{2}{n}-1}\varphi \cdot \cos^{\frac{2}{n}+1}\varphi d\varphi &= \frac{1}{2} B\left(\frac{\frac{2}{n}-1+1}{2}, \frac{\frac{2}{n}+1+1}{2}\right) = \\ &= \frac{1}{2} B\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n} + 1\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{1}{n}+1\right)}{2\Gamma\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+1\right)} = \frac{n \left\{\Gamma\left(\frac{1}{n}+1\right)\right\}^2}{2 \Gamma\left(\frac{2}{n}+1\right)} \end{aligned} \quad (5)$$

Thus, area of superellipse is equal to

$$s = \frac{ab}{n} B\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n} + 1\right) = \frac{ab \left\{\Gamma\left(\frac{1}{n}+1\right)\right\}^2}{n \Gamma\left(\frac{2}{n}+1\right)}. \quad (6)$$

Let's find the area of generalised superellipse. Analogically using parametric equation, we obtain

$$\begin{cases} x = a \sin^{\frac{2}{n}} \varphi \\ y = b \cos^{\frac{2}{m}} \varphi \end{cases}$$

where  $0 < x < a$ ,  $0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .

It immediately follows

$$\begin{aligned} s &= \int_0^a y dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} b \cos^{\frac{2}{m}} \varphi \cdot \frac{2a}{n} \sin^{\frac{2}{n}-1} \varphi \cos \varphi d\varphi = \frac{ab}{n} B\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{m} + 1\right) = \\ &= \frac{ab}{n} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{1}{m}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{m}+1\right)} \end{aligned} \quad (7)$$

Finding the length of raster cells based on generalized superellipse and Lamé curve.

The length of curve  $f(x)$  is calculated as

$$l = \int_0^{x_0} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx, \quad (8)$$

where  $f'(x)$  is a derivative of function  $f(x)$ .

Let's calculate the length of generalized superellipse

$$l = \int_0^a \sqrt{1 + \left(\frac{bp}{xq}\right)^2 \left(\frac{x}{a}\right)^{2p} \left\{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^p\right\}^{\frac{2}{q}-2}} dx \quad (9)$$

The length of Lamé, when  $p = q = n$ , is equal to

$$l = \int_0^a \sqrt{1 + \left(\frac{b}{x}\right)^2 \left(\frac{x}{a}\right)^{2n} \left\{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^n\right\}^{\frac{2}{n}-2}} dx \quad (10)$$

Finding the area of superellipse based on Ateb-functions

Let's find the area of curve  $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^m = 1$ , using parametric equation with Ateb-functions

$$\begin{cases} x = a \cdot ca(m, n, \omega) \\ y = b \cdot sa(n, m, \omega) \end{cases}$$

For reasons of symmetry let's define an area of each quarter of superellipse

$$\frac{s}{4} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} y dx.$$

Derivative of formula (9) is calculated as

$$dx = a \cdot \frac{2}{m+1} sa(n, m, \omega)^n d\omega \quad (11)$$

Hence

$$\frac{s}{4} = a \cdot b \cdot \frac{2}{m+1} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} sa(n, m, \omega)^{n+1} \cdot d\omega \quad (12)$$

Applying the formula (9), proved in [4]

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sa(n, m, \omega)^s \cdot ca(m, n, \omega)^l d\omega = \frac{1}{2} B\left(\frac{s+1}{n+1}, \frac{l+1}{m+1}\right)$$

where  $s, l$  – are values, which can be described as  $\frac{p}{q}$  ( $p \in Z, q = 2q_1 + 1, q_1 \in N$ ). If  $l = 0$ , and  $s = n + 1$ , then

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sa(n, m, \omega)^{n+1} d\omega = \frac{1}{2} B\left(\frac{n+2}{n+1}, \frac{1}{m+1}\right) = \frac{1}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{n+2}{n+1}\right)\Gamma\left(\frac{1}{m+1}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+2}{n+1} + \frac{1}{m+1}\right)}.$$

Considering the properties of Gamma – functions [3, 6] and formulas of period of ateb-functions(7) we get

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sa(n, m, \omega)^{n+1} d\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{m+1}{n+m+2} \cdot \Pi(m, n). \quad (13)$$

Substituting in (3.13) formula (3.12) we obtain

$$S = 4 \cdot a \cdot b \cdot \frac{2}{m+1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Pi(m, n) \frac{m+1}{n+m+2} = \frac{4 \cdot a \cdot b}{n+m+2} \cdot \Pi(m, n). \quad (14)$$

If  $m = n$  we get formula (6).

### Construction of raster elements

A new method of rasterization gives a chance to reproduce thin image elements more accurately which is important for protection. Forming a special structure of raster points better adapt to display halftones in the image.

Forming raster point  $T(i, j)$  can be done with formula

$$T(i, j) = \left| \frac{ca(n, n, \omega)}{A(i, j)} \right|^{n+1} + \left| \frac{sa(n, n, \omega)}{A(i, j)} \right|^{n+1} \quad (15)$$

where  $i, j$  – current raster point coordinates,  $n$ - parameter of periodic  $ca(n, n, \omega)$  та  $sa(n, n, \omega)$  та по горизонталі та вертикалі. Area of raster elements is calculated with formulas (6), (7) та (14).

Thus, we get formulas to evaluate area of raster elements, which allowed to simulate values of raster cells. New forms of raster points can be measured with variable devices, including microscope spectrophotometer. A new form of raster points required for visual and laboratory control while protecting images.

#### 4. Modelling of rasterization process based on Ateb functions

It is suggested to rasterize with Ateb functions. In table 1 it is calculated percentage value of filling of raster cell. To change the area of raster elements we vary  $a, b$  and  $n$ . Since the rasterization is amplitude-modulated, raster cells area have equal areas, so let's apply  $a = b = 1$ . and periodic Ateb functions, which have  $m = n$ . We will calculate the length with formula (10), and area with formula (14).

Table 1

**The calculation of Ateb-functions parameters for raster cell formation**

Parametrs		Length	Area	Size
a, b – raster cell size	n	P, mm	S, mm <sup>2</sup>	%
1	0.41	3,43	0,1	10
1	0.54	3.18	0,2	20
1	0.68	2.99	0,3	30
1	0.82	2.87	0,4	40
1	1.00	2.83	0.5	50
1	1.24	2.88	0.6	60
1	1.57	3.00	0.7	70
1	2.13	3.18	0.8	80
1	3.3	3.42	0.9	90
1	10	3.79	0,97	100

Let consider an item on the prints, which are raster elements. The best elements to display with are symmetrical, so let's apply periodic Ateb- functions. Block diagram of the implementation of the method is below. Digital image, which can be rasterized is loaded transformed in Grayscale mode. Then, the

amplitude-modulated rasterization is happened with the developed method. Digital image is stored in PDF-format, which is implemented with high printing quality.

If the form of raster point is changed we can achieve the effect that the gap between raster cells are smaller and thus raster distortion will be less noticeable.

Let's form headset of raster elements based on Ateb-functions. Headset is formed as a font in FontLab Studio, which is shown in Fig. 2. One element of this headset is shown in Fig. 3

It is generated appropriate forms of raster elements, that are presented in Table 2

Table 2

**The size and shape of raster cells based on Ateb- functions depending on the size of raster points**

size and shape of raster cells rasterization is amplitude-modulated										
Size of raster cells	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %	70 %	80 %	90 %	100 %
Normal rasterization										
Rasterization based on Ateb- functions										

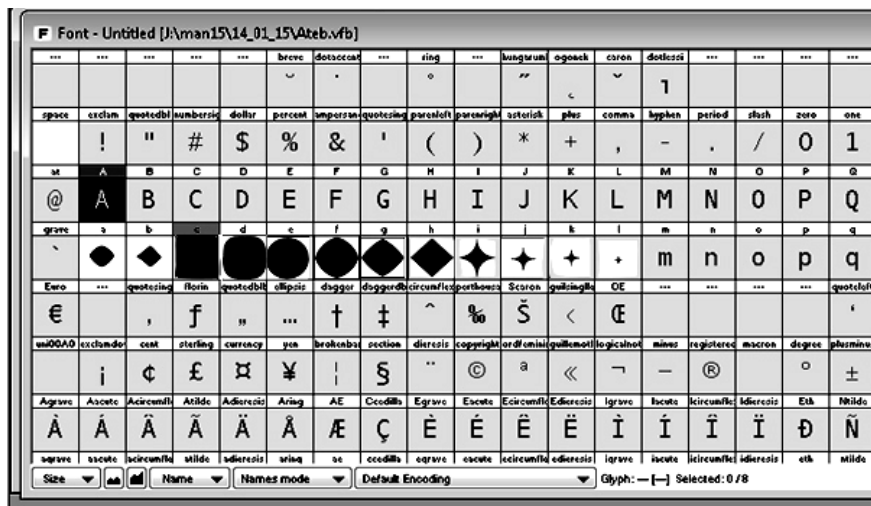


Fig. 2. Formed as a font Ateb.otf

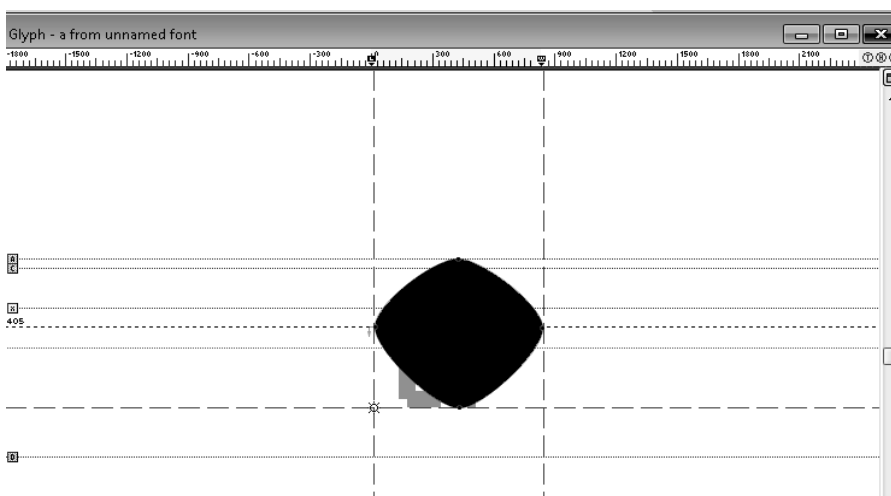


Fig. 3. Formation raster points size of raster dots 60 %

Fig. 4 shows the algorithm of the method of rasterization. Let's load a bitmap, which can be rasterized, and determine the width  $L, i \in (1, \dots, L-1)$  and height  $N, j \in (1, \dots, N-1)$ . Transforming this image in raw format, we will avoid the loss of information. We will load headset, as a type with extension Ateb.otf. Let's develop function changing the baseline font that will be the basis for the derivation of raster cells. Then we will evaluate the canvas size, which will display raster cells. Afterwards, the values of the new canvas are calculated, basing on read information about  $i$ -th row of pixels, and the values are converted into equivalent areas of Ateb- functions

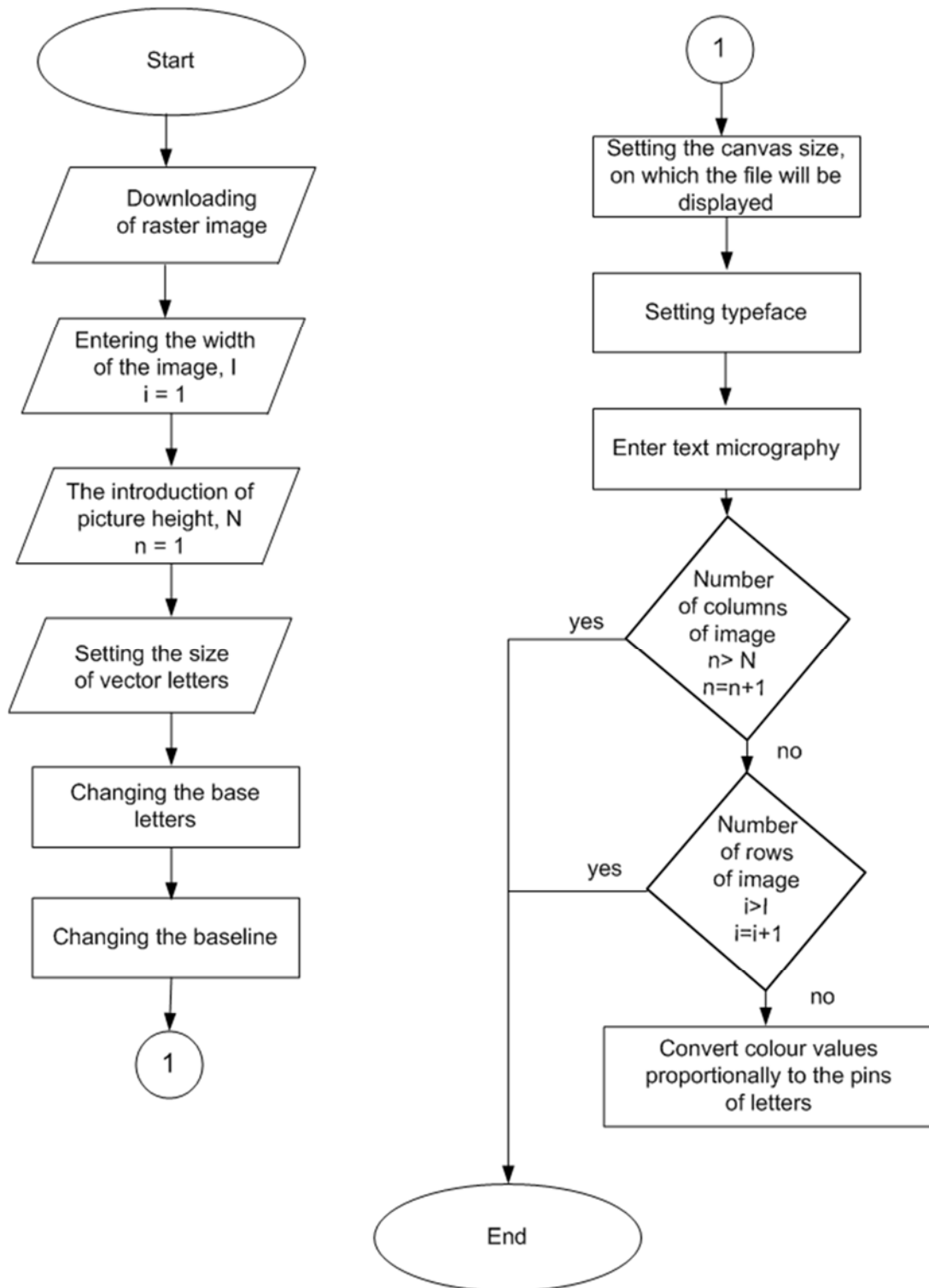
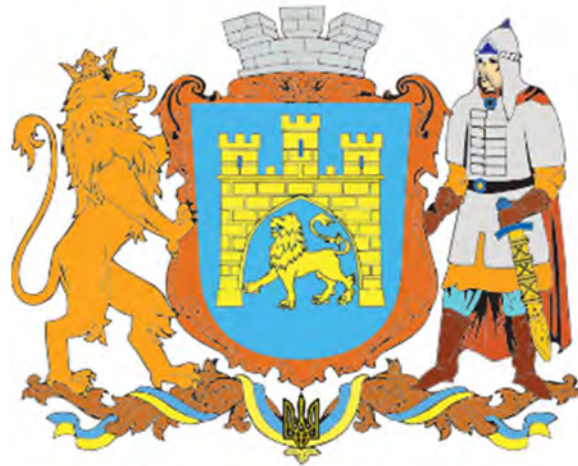
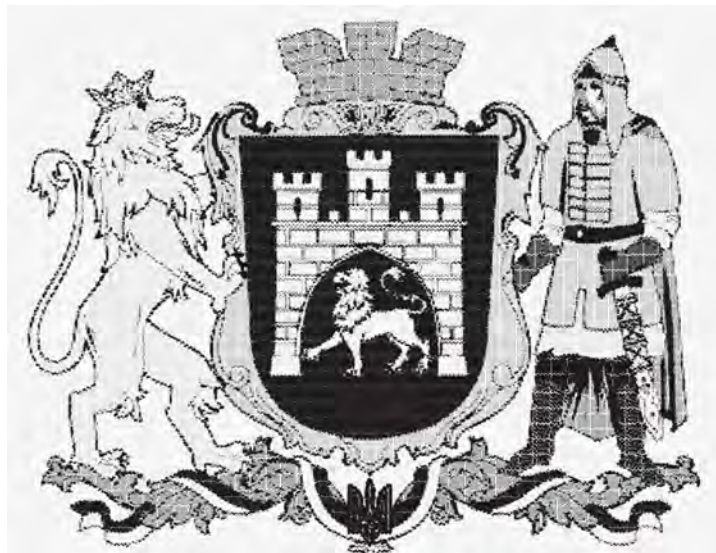


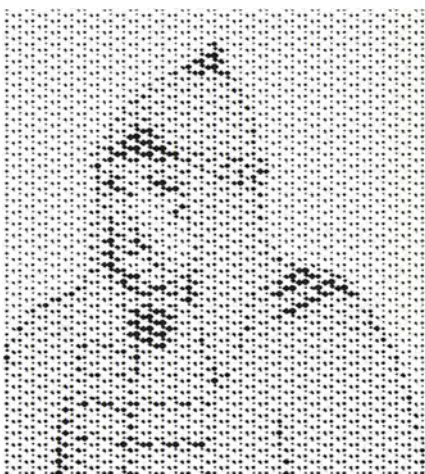
Fig. 4. Algorithm of rasterization based on Ateb-functions



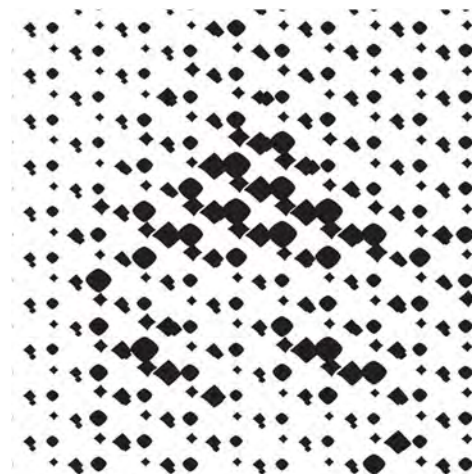
*Fig. 5. Entire image, which will be rasterized*



*Fig. 6. Rasterized image*



*Fig. 7. Enlarged fragment of rasterized image  
in scale 200%*



*Fig. 8. Enlarged fragment of rasterized image  
in scale 1000%*

Once the entire line is read and written, the transition to the adjacent column  $j \in (1, \dots, N-1)$  of picture is happened.

File with source code is written in the post-script format. It is converted to pdf-format with Acrobat distiller. It is known that pdf-format was developed for printing.

Figure 5 shows the original file with emblem of the city. Fig. 6 shows rasterized with developed method emblem of the city, and Fig. 7 shows enlarged rasterized image. Constructing the rasterized elements in more gradations we can get clearer and better image.

### 5. The method of protection – an attempt of falsification rasterized image

The goal of this protection is to make copying of printed picture more expensive. Fig. 9 shows photographed picture, which was protected with the method of amplitude modulation, based on Ateb-functions. As we see from fig. 9, there aren't any rasterized points. Moreover, we see the massive of points, which are merged and make background picture. This happens, because rasterization is made with methods of vector graphic, this makes picture better.

Rasterized with this method picture can not be copied, because has other form of raster point. This method of rasterization makes picture of higher quality, because new form of raster element gives the chance to avoid loss of clearness on the edge of raster cell. The advantage of this method is clearness of every raster cell, because rasterization is in vector format and is stored in pdf file, that is adapted for printing and multiplying. In future we plan to make rasterization of colourful picture.

Modelling forms of raster points, we can expand the number of gradations and therefore we get better picture quality.

Simulating forms of halftone dots, expanding the number of gradations and therefore get better picture quality. This method realizes ten forms of raster points. Increasing the number of raster points, we get greater amount of gradations, so we improve quality.

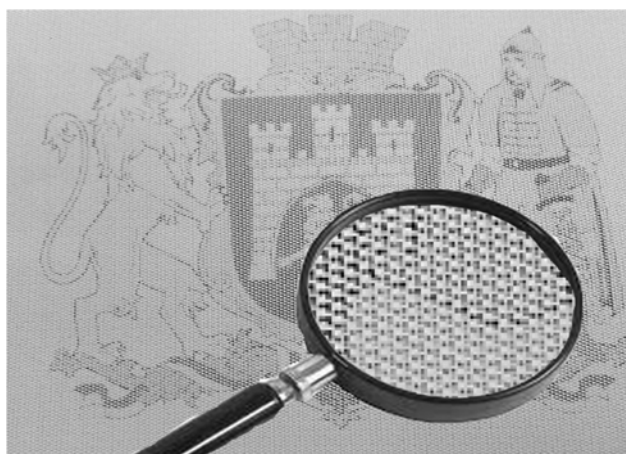


Fig. 9. Scanned image and its enlarged fragment

### Summary

To protect printed images we need to develop new methods of rasterization. It was suggested to implement graphic construction of Ateb-function for rasterization problem. It was searched properties of figures, based on Ateb-functions. It was searched properties of cylinder, whose cross section is superellipse. It was calculated an area of superellipse, based on Ateb-functions. It was constructed a raster element. The picture was rasterized, using properties of Ateb-functions. Picture, which is rasterized with this method, is protected from copying. This method of rasterization makes picture of higher quality, because new form of raster element gives the chance to avoid loss of clearness on the edge of raster cell. Rasterization is in vector format. The file is stored in pdf file, that is adapted for printing the image.

**Publication sare based on the research provided by the grant support of the State Fund For Fundamental Research (project № Ф62/75 – 2015).**

1. Abramowitz, M. and Stegun, I.A.: *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York, 1964. 2. Apostol T. M. Mnatsakanian M. A. *Isoperimetric and isoparametric problems*, Amer.



*Math. Monthly* 111 (2004) 118–136. 3. Бронштейн И. Н., Семедяев К. А. *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов*. – М.: Наука, 1981. – 523 с. 4. Дрогомирецька Х. Т. Про інтегрування спеціальних Атеб-функцій // *Вісник Львівського університету. Серія механіко-математична*. – 1997. – Вип. 46. – С. 108–110. 5. Дронюк І. Розроблення бітових карт методом амплітудно-модульованого растрівання / І. Дронюк, О. Городецька // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2011. – № 719. – С. 88–94. 6. Корн Г. А., Корн Т. М. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. – М.: Наука, 1974. 7. Самойленко А. М. *Свойства периодических Атеб-функций и их применение при построении решений нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка* / А. М. Самойленко, А. М. Возний. – К.: Институт математики АН УССР, 1984. – 51 с. – (Препринт / НАН України, Ін-т математики ; 84.20). 8. Сенік П. М. Обернення неповної Beta-функції. // *УМЖ*. 1969. 21.– № 3. – С. 325–333. 9. Сенік П. М. Про Атеб-функції // *ДАН УРСР. Сер. А*. – 1968. – № 1. – С. 23–26. 9. Sokolov D. D. (2001), “Late curve”, in Hazewinkel, Michiel, *Encyclopedia of Mathematics*, Springer. 10. Куппхан Г. *Энциклопедия по печатным средствам информации. Технологии и способы производства; пер. с нем.* – М.: МГУП, 2003. – 1280 с.

УДК 519.8; 004.94

А. Штимак

ДВНЗ “Ужгородський національний університет”,  
кафедра системного аналізу і теорії оптимізації

## ТЕХНОЛОГІЯ ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯ КОМПЕТЕНТНОСТІ ВИПУСКНИКА ВНЗ З ВИКОРИСТАННЯМ АЛГОРИТМІВ НЕЧІТКОГО ЛОГІЧНОГО ВИВЕДЕННЯ

© Штимак А., 2015

Запропоновано технологію для визначення рівня компетентності випускника вузу з використанням теорії нечітких множин та алгоритмів нечіткого логічного виведення. Особливістю технології є формування нечіткої бази знань про успішність випускника ВНЗ протягом навчання та використання алгоритмів нечіткого логічного виведення із зваженою істинністю. Розроблена технологія надає можливість кількісного оцінювання рівня компетентності не тільки окремого випускника вузу, але й усього контингенту випускників, тобто можливість проведення системних досліджень з проблем оцінювання компетентності у вузі.

**Ключові слова:** технологія, компетенція, компетентність, рівень компетентності, нечітке логічне виведення.

The technology to determine the competence of graduate using the theory of fuzzy sets and fuzzy logic inference algorithms was proposed. The peculiarity of technology is forming fuzzy knowledge base of success for graduate studies and algorithms using fuzzy inference validity weighted. The technology allows to quantify the level of competence not only of individual graduate, but the whole contingent of graduates, i.e. the possibility of systematic research on assessment competence in high school.

**Key words:** technology, competence, competency, competence level, fuzzy logic output.

### Постановка проблеми

В умовах інтеграції національної системи вищої освіти до європейського освітнього середовища та сучасних суспільних трансформацій висуваються нові вимоги до майбутніх фахівців у контексті демонстрації ними високого рівня професійної компетентності, готовності до забезпечення європейської якості освіти. Компетентнісно-орієнтована освіта означила нові вимоги

до якості підготовки випускників вузів та визначила їх у вигляді сформованих компетенцій та відповідного рівня компетентності випускника вузу. Підвищення якості вищої освіти є однією з ключових проблем вищої школи. Результати освіти і формування компетенцій є ключовим моментом реформування освіти. Результати освіти – це очікувані і вимірювані конкретні досягнення студентів-випускників, які визначають, що здатен робити випускник після закінченню всієї або частини освітньої програми.

У зв'язку з переходом системи освіти на компетентнісно-орієнтований підхід актуальною є проблема оцінювання результатів навчання. Перехід на нові галузеві стандарти вищої освіти (ГСВО), ґрунтовані на компетентнісному підході, потребують застосування кількісних методик оцінювання компетенцій та визначення рівня компетентності загалом. На жаль, ні нові ГСВО, ні наявні професійні стандарти не містять критеріїв та об'єктивних методик оцінювання якості підготовки фахівців за компетентнісним підходом. У освітніх стандартах пропонується ВНЗ орієнтуватися на професійні стандарти якості підготовки фахівців, розроблені роботодавцями. Однак нинішня ситуація з професійними стандартами свідчить про те, що ВНЗ мають самостійно розробляти оцінкові засоби для контролю якості освоєння основних освітніх програм як у процесі навчання, так і після його закінчення.

Оцінка якості навчання є одним з основних факторів підвищення ефективності освітнього процесу у вищій школі. В умовах забезпечення індивідуального підходу до кожного студента важливим є питання коректного проведення якісного і кількісного аналізу їх знань і умінь, навичок та особистих якостей. Такий аналіз є складною багатофакторною залежністю з великою кількістю змінних. Проведення подібного аналізу часто вимагає великих затрат сил і часу на проведення необхідних розрахунків. Тому оцінювання якості навчання з використанням інформаційних (комп'ютерних) технологій дає змогу значно скоротити час і трудовитрати аналізу, а також підвищує інформативність результатів. Розроблення таких технологій ґрунтується на комплексному дослідженні процесів формування компетентності випускника. На основі системного підходу до вивчення проблеми, запропонована технологія визначення рівня компетентності випускника вузу з використанням алгоритмів нечіткого логічного виведення.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

Компетентність є мірою освоєння компетенцій, а компетенції – засобом опису предметів і видів діяльності фахівців, які підлягають освоєнню в процесі його підготовки. Компетенції і компетентність – найважливіші інструменти компетентнісного підходу в освіті: компетенції є найзначущими ідентифікаторами результатів навчання, а компетентність – засобом вимірювання якості освіти, що досягається при випробуванні очікуваного результату навчання та виражається в балах прийнятої шкали вимірювання компетентності. При цьому результати навчання є мовою компетенцій, які роблять ясними і зрозумілими цілі підготовки, зокрема і для самого студента. На думку вчених, зміни в системі оцінювання результатів освіти є головною відмінністю компетентнісного підходу від традиційного. При традиційному підході об'єктом оцінювання є знання і вміння, а за компетентнісним підходом оцінюються складніші результати, а знання і вміння при цьому – як показники компетентності.

Проблема оцінювання компетенцій та рівня компетентності залишається однією з найскладніших в умовах реалізації компетентнісного підходу в освіті. Ідея компетентнісного підходу ґрунтується на тому, щоб надати практичну скерованість процесу навчання, побачити реальні результати освіти – компетенції. Але адекватно оцінити ці результати освіти доволі важко. На думку багатьох дослідників цієї проблеми, оцінювання компетенцій та визначення рівня компетентності представляють великі труднощі, а процес оцінювання компетентності – найскладніший як у теоретичному, так і в практичному аспектах.

Розвиток компетентності студента стає одним з основних завдань будь-якого навчального закладу. Аналіз літератури показує, що сьогодні не вироблено єдиної думки про проблему компетенцій і компетентності. Більшість робіт, присвячених проблемі компетентнісного підходу в освіті, спрямовані на вирішення завдань оновлення змісту навчального процесу (навчальних планів,

робочих програм і т.д.), при цьому проблема оцінювання рівня компетентності студентів належно не стандартизована, що є дуже важливим при кількісному визначенні рівня володіння студентом необхідними компетенціями. Для забезпечення якості підготовки фахівців вищих навчальних закладів за основу береться політика держави у сфері якості освіти, державні стандарти, методичні інструкції за напрямками діяльності, нормативи. Система підтвердження якості містить регулярні оцінки за певними критеріями; опитування співробітників, студентів, роботодавців; визначення рівня освоєння студентами навчальних дисциплін; державну атестацію випускників. Гнучкість і динамічність різних форм і методик оцінювання дозволяє використовувати їх для вирішення конкретних цілей і завдань формування компетентності відповідно до потреб суспільства та конкретних роботодавців.

Питаннями оцінювання компетентності як результату освіти присвячено роботи як українських, так і зарубіжних вчених, зокрема В. Байденка, Н. Єфремової, І. Зимньої, Е. Зеєра, Н. Бібік, О. Овчарук, Є. Калицького, Н. Шкодіної, А. Хуторського, D. Castle, G. Elkin, A. Furnhara, B. Spellman, W. Tracey та ін. Ю. Лега, В. Мельник, І. Цимбалюк пропонують оцінювати компетентність фахівця з визначенням коефіцієнта ефективності за різними видами діяльності; В. Шадриков, І. Кузнецова – з використанням компетентнісних портретів фахівця; В. Богословський, Б. Караваєва, А. Шехонін – із застосуванням структурної матриці комплексного оцінювання. Т. Браже вважає, що процедуру оцінювання потрібно здійснювати “на виході” за результатами цілеспрямованої підготовки та за умови виконання фахівцем практико-орієнтованого проекту [1–3].

Не менш важливою є проблема рівневої градації компетентності. Як показує аналіз публікацій, у більшості випадків дослідники розрізняють три рівні компетентності: низький, середній, високий. Іноді як варіант пропонують застосовувати підхід до оцінювання компетентності, що використовує п'ять рівнів компетентності: неприйнятний рівень, рівень розуміння, базовий рівень, рівень досвіду та рівень майстерності. Такий поділ здійснюється у зв'язку з існуючими рівнями засвоєння знань: розуміння, осмислення, відтворення, застосування та вдосконалення. Н. Шкодіна визначає такі рівні компетентності: початковий, елементарний, просунутий, високий і професійний. На її думку, початковий рівень – рівень узагальненого уявлення про вибрану професію; елементарний рівень – рівень сформованості окремих практичних навичок у вибраній професії; просунутий рівень – рівень наявності основоположних теоретичних і практичних навичок за фахом; високий рівень – рівень конкурентоздатного працівника, який усвідомлює важливість формування професійних компетентностей у становленні себе як фахівця; професійний рівень характеризується нею як рівень, за якого в об'єкта навчання є креативний менталітет і вміння аналізувати діяльність, пов'язану з розв'язанням професійних завдань у будь-яких ситуаціях [4]. У Великобританії і США впродовж багатьох років діє трирівнева система оцінювання компетентності: підготовчий рівень, рівень практика і рівень просунутого практика. Всі вони поділені на ділянки. Володіння компетенціями і навичками всіх ділянок одного рівня – необхідна умова для переходу на наступний рівень [5]. Білоруські вчені Є. М. Калицький, М. В. Ільїн, Н. М. Сикорська обґрунтували чотириступінчасту оцінку рівнів засвоєння навчального матеріалу (компетентності): рівень представлення, рівень розуміння, рівень застосування, рівень творчості [6].

Представлені підходи до рівневої градації компетентності фахівців мають доволі багато загальних позицій і не суперечать одна одній. При визначенні рівня компетентності випускника на підставі оцінок, одержаних в процесі навчання, ми будемо опиратись на трирівневу градацію рівнів компетентності за дисциплінами і циклами: низький, середній, високий та чотирирівневу градацію компетентності випускника загалом: елементарний, пороговий, підвищений та професійний.

Розробленню та дослідженню методів і технологій оцінювання компетенцій, визначення рівня компетентності присвячено роботи О. Берестневої, О. Марухіної, І. Сібікіної та ін. Зокрема вони запропонували такі підходи:

- критеріально-рівневе оцінювання компетентності випускника вузу, яке ґрунтується на наборі об'єктивних, якісних критеріїв, які можуть бути пов'язані з одним із введених рівнів проявлення компетентності;

- рейтингові моделі, які визначають ступінь просування студента сходинками успіху в однотиповому середовищі;
- тестові технології вимірювання компетентності студентів ВНЗ, які найчастіше призначені для визначення рівня засвоєння того або іншого виду компетентності, потребують розроблення відповідних тестів та шкал вимірювання;
- діагностика компетентності студентів у процесі навчання на основі моделі Раша, яку використовують для вимірювання латентних змінних, якими є компетенції;
- тести “на застосування” для визначенні предметних і міжпредметних компетенцій;
- кейс-методи, портфоліо;
- технології оцінювання компетентності на основі експертних та експертно-статистичних методів [7–10].

Але ці дослідження не повністю вирішують проблеми, пов’язані з оцінюванням компетенцій та визначенням рівня компетентності випускника ВНЗ; деякі з підходів напрямлені на оцінювання і діагностику сформованості певних видів компетентності. Тому проблема визначення рівня компетентності залишається актуальною, потребує вдосконалення запропонованих підходів і технологій та розроблення нових.

### **Формулювання цілі статті**

Метою статті є розроблення технології визначення рівня компетентності випускника вищого навчального закладу на основі теорії нечітких множин з використанням процедур нечіткого логічного виведення, на підставі оцінок, одержаних в процесі навчання за одним з освітньо-кваліфікаційних рівнів. Це дасть змогу значно скоротити час і трудовитрати аналізу, а також сприятиме підвищенню інформативності результатів оцінювання якості навчання. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання: розробити схему оцінювання якості навчання випускника ВНЗ у термінах компетенцій; запропонувати інструментарій для обробки інформації, отриманої в результаті дослідження процесу навчання та окремих складових освітнього процесу; розробити процедури визначення рівня компетентності на окремих етапах освітнього процесу.

У такій постановці задача може бути віднесена до задач багатофакторного оцінювання, в основу яких покладено необхідність встановлення залежності

$$R = F(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

де  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – множина вхідних величин (рейтингових оцінок);  $R$  – деяка вихідна величина (рівень компетентності випускника).

### **Виклад основного матеріалу**

Незважаючи на термінологічні неузгодженості в науковій літературі щодо використання понять “компетенція” і “компетентність”, зазначимо, що їхню сутність вирізняє когнітивна, діяльнісна й емоційно-ціннісна готовність суб’єкта навчання до використання набутих знань і пізнавального досвіду в реальних життєвих ситуаціях. Запровадження компетентнісного підходу вимагає перегляду не лише змісту і методів навчання, а й впливає на систему освіти загалом, зокрема на контролювальну та оцінкову діяльність викладача. За таких умов викладач не може обмежитися лише когнітивним складником, завданнями з перевірки предметних знань, умінь і навичок, а повинен оцінити здатність студентів застосовувати їх у різноманітних ситуаціях, як правило, практичного спрямування, виявити ціннісне ставлення студентів до здобутого пізнавального досвіду тощо. Це зумовлює розроблення нових підходів до контролю й оцінювання навчальних досягнень студентів та запровадження іншого інструментарію, націленого на вимірювання рівня сформованості різнопланових структур успішності навчальної діяльності студента. У такому разі оцінювання компетентності студентів має базуватись на комплексному результаті, який відображає взаємопов’язані когнітивні, функціональні, особистісні, ціннісні та надпредметні (метапредметні) компетенції [11].

Когнітивні компетенції складають знання в широкому розумінні, здобуті в процесі навчання або особистісного пізнавального досвіду, тобто вони відтворюють зміст освіти не лише в контексті “що це означає”, але й доповнюється контекстом розуміння того, як це можна використати при поясненні того чи іншого факту, явища, події, процесу тощо. Функціональні компетенції характеризують потенційні можливості студентів застосувати набуті знання в практичній діяльності, тобто їх формують ті практичні вміння і навички, які потрібні студентам у пізнавальній практиці для розв’язання реальних життєвих завдань. Особистісні компетенції відображають вчинкові особливості студента, які проявляються в готовності ефективно і якісно діяти в тих чи інших ситуаціях. Ціннісні компетенції окреслюють коло особистісних якостей студентів, які позначають їхню здатність приймати обґрунтовані рішення, виявляти громадянську позицію і ставлення до навколишнього світу, володіти світоглядними переконаннями, давати ціннісні характеристики подіям і явищам суспільного й особистого життя, нести відповідальність за прийняті рішення тощо. Надпредметні компетенції відображають ту частку змісту освіти, яка характеризує освітній результат, що не пов’язаний з конкретною предметною галуззю і відіграє роль базису для формування і розвитку інших компетенцій.

Компетентність студента з навчальної дисципліни формується з вищенаведених п’яти видів компетенцій, проте питома вага кожної з них може бути різною: для одних навчальних дисциплін вагомішою буде когнітивна чи функціональна компетенція, для інших – особистісна чи ціннісна. Але немає жодної дисципліни, в якій хоча б один із складників не був би представлений, не мав жодного значення чи був би нереалізованим. Тому в цілісному уявленні варто говорити про багатовимірну структуру компетентності, кожен зі складників якої несе своєрідне навантаження, має свою особливу функцію. Відповідно, за компетентнісного підходу до оцінювання результатів навчання викладач чи навчальний заклад не може скористатися лише традиційними контрольними вимірювальними засобами, які з’ясовують рівень засвоєння предметних знань і вмінь студентів. У своїй методиці оцінювання потрібно використовувати нові засоби, які надають можливість оцінювати рівень володіння компетентністю як багатовимірною структурою, тобто ці засоби повинні містити компетентнісно-орієнтовані завдання, які визначатимуть увесь спектр здібностей студентів до використання набутих предметних знань, умінь і ціннісних ставлень у практичній діяльності.

Сьогодні у вищих навчальних закладах України запроваджено Європейську кредитно-трансферну систему (ЄКТС), яка сприяє академічній мобільності здобувачів вищої освіти. Вона ґрунтується на визначенні навчального навантаження здобувача вищої освіти, необхідного для досягнення визначених результатів навчання, та обліковується у кредитах ЄКТС. Система ЄКТС оснований на оцінюванні всіх видів навчальної діяльності здобувача вищої освіти, необхідних для досягнення очікуваних результатів навчання.

Відомо, що формами організації освітнього процесу у ВНЗ є: навчальні заняття, самостійна робота, практична підготовка, контрольні заходи. Вищий навчальний заклад на підставі освітньо-професійної програми підготовки фахівця за кожною спеціальністю розробляє навчальний план, який визначає перелік та обсяг навчальних дисциплін у кредитах ЄКТС, послідовність їх вивчення, форми проведення навчальних занять та їх обсяг, форми поточного і підсумкового контролю. Розподіл балів, з яких формується рейтинг та відповідний рівень компетентності студента, відбувається між поточним та підсумковим контролем. Рейтинг та рівень компетентності студента з навчальної дисципліни містить рейтинг компетентності з навчальної роботи, з підсумкового контролю, і якщо студент виявляє бажання займатися іншими видами діяльності, то йому додатково до підсумкового рейтингу з дисципліни можуть бути зараховані бали за ці види робіт. Оцінювання здійснюється шляхом виставлення відповідних балів за 100-бальною шкалою. Бали – це не число, яке одержують у результаті вимірювань і обчислень, а приписане оцінкове судження науково-педагогічного працівника, яке обґрунтовують за логікою та чинними критеріями. Загальний рейтинг з дисципліни визначається як сума балів, отриманих за всіма видами робіт з відповідної навчальної дисципліни, і відповідний рівень компетентності студента з дисципліни залежить від набраної суми балів. Нечіткість, суб’єктивність в оцінкових судженнях науково-

педагогічних працівників зумовлює необхідність застосовувати апарат нечітких множин та алгоритми нечіткого логічного виведення для визначення рівня компетентності випускника ВНЗ.

Етапи нечіткого логічного виведення можуть бути реалізовані неоднозначно, оскільки містять окремі параметри, які повинні бути фіксовані або специфіковані. Тобто, вибір конкретних варіантів параметрів на кожному з етапів визначає певний алгоритм, який в повному обсязі реалізує нечітке виведення в системах правил нечітких продукцій.

Система нечіткого логічного виведення для одержання узагальнених оцінок об'єктів має  $n$  входів та один вихід – результат нечіткого логічного виведення. На вхід системи нечіткого логічного виведення подаються вхідні величини (впливові фактори)  $x_i, i=1,2,\dots,k$ . На виході система видає узагальнену чітку оцінку, що є результатом системи нечіткого логічного виведення для заданих вхідних значень.

**Система нечіткого логічного виведення.** Нечітке логічне виведення визначає відображення вектора вхідних даних у скалярне вихідне значення за допомогою нечітких правил. Система нечіткого логічного виведення складається з трьох основних компонентів: фазифікатора, механізму логічного виведення та дефазифікатора. Фазифікатор визначає ступінь належності вхідних значень  $x_i, i=1,2,\dots,k$  до нечітких множин входу  $K_{x_i} = \{K_{x_i}^1, K_{x_i}^2, \dots, K_{x_i}^{m_{x_i}}\}$ , де  $m_{x_i}$  – кількість лінгвістичних змінних з відповідної лінгвістичної шкали для  $i$ -го входу. Необхідність у введенні процедури фазифікації зумовлена використанням у системі нечіткого логічного виведення лінгвістичних правил і здійснюється вона для визначення ступеня істинності кожної передумови кожного правила.

Основою механізму логічного виведення є нечітка база правил, яка містить лінгвістичні правила. Вони можуть бути задані експертним шляхом чи отримані із деяких інших міркувань. Зазначимо, що це один із найбільш трудомістких та ресурсовитратних етапів нечіткого логічного виведення.

Механізм логічного виведення відображає вхідні нечіткі множини  $K_{x_i}^j, i=1,2,\dots,k$  кожного правила у вихідну множину  $K_y^j$  з набору вихідних лінгвістичних змінних  $K_y = \{K_y^1, K_y^2, \dots, K_y^{m_y}\}$ . Загалом, у нечіткій базі  $j$ -ве правило ( $j=1,2,\dots,r$ ) формулюється так:

$$\text{ПРАВИЛО } j : \text{“Якщо } x_1 \in K_{x_1}^j \text{ і } x_2 \in K_{x_2}^j \text{ і } \dots \text{ і } x_k \in K_{x_k}^j \text{ то } y \in K_y^j \text{”}. \quad (2)$$

Вихідні нечіткі множини  $y_j, j=1,2,\dots,r$  кожного правила об'єднуються в одну нечітку множину виведення  $\bar{y}$ . Потім дефазифікатор відображає нечітку множину виведення  $\bar{y}$  у чітке число  $\hat{y}$ , яке і буде результатом системи нечіткого логічного виведення для заданих вхідних значень  $x_i, i=1,2,\dots,k$ . Часто вживаними методами дефазифікації є центроїдний метод, методи максимуму, метод центру максимумів, висотна дефазифікація [12].

**Нечіткий алгоритм Мамдані** [12]. У цьому алгоритмі процес нечіткого логічного виведення будується так. База знань складається з нечітких правил у вигляді (2). На етапі фазифікації визначаються ступені належності вхідних значень  $x_i, i=1,2,\dots,k$  до нечітких множин входу, тобто визначаються ступені істинності  $\mu_i^j(x_i)$  для кожної передумови кожного  $j$ -го правила. Потім для кожного правила на основі ступенів істинності передумов  $\mu_i^j(x_i)$  розраховується ступінь його виконання  $\alpha_j$ . Для цього застосовують композицію на основі оператора мінімуму:

$$\alpha_j = \min \{ \mu_1^j(x_1), \mu_2^j(x_2), \dots, \mu_k^j(x_k) \}, j=1,2,\dots,r. \quad (3)$$

Для кожного правила на основі ступеня виконання  $\alpha_j$ ,  $j=1,2,\dots,r$  розраховується результат його виконання – вихідна нечітка множина з усіченою функцією належності  $\bar{\mu}^j(y)$ . Визначають усічену функцію належності також за допомогою оператора мінімуму:

$$\bar{\mu}^j(y) = \min\{\alpha_j, \mu^j(y)\}, \quad j=1,2,\dots,r. \quad (4)$$

Механізм логічного виведення завершується тим, що вихідні нечіткі множини виконаних правил за допомогою оператора максимуму агрегуються в нечітку множину виведення  $\bar{y}$ , функція належності якої має вигляд:

$$\mu_{\bar{y}} = \max\{\bar{\mu}^1(y), \bar{\mu}^2(y), \dots, \bar{\mu}^r(y)\}. \quad (5)$$

**Нечіткий алгоритм Ларсена** [12]. За цим алгоритмом фазифікація проводиться так само, як і за алгоритмом Мамдані. На відміну від використання оператора мінімуму в (4), функцію належності  $\bar{\mu}^j(y)$  результату виконання кожного правила розраховують на основі оператора добутку:

$$\bar{\mu}^j(y) = \alpha_j \cdot \mu^j(y), \quad j=1,2,\dots,r. \quad (6)$$

Механізм логічного виведення завершується так само, як і за алгоритмом Мамдані. Для приведення до чіткості проводять процедуру дефазифікації нечіткої множини. Метод дефазифікації вибирають залежно від конкретної задачі. Придатним для багатьох класів задач та найпоширенішим є центроїдний метод, що полягає у знаходженні центру ваги (центроїду) нечіткої множини, який і обирається за кінцевий результат.

**Нечіткий алгоритм Цукамото** [12]. Цей алгоритм використовують у тому випадку, коли функції належності вхідних та вихідних величин є монотонними. Фазифікація входів проводиться так само, як і за алгоритмом Мамдані. Для кожного  $j$ -го правила на основі ступенів істинності передумов  $\mu_i^j(x_i)$  розраховується ступінь його виконання  $\alpha_j$ . Для цього застосовують композицію на основі оператора мінімуму (3). Механізм логічного виведення завершується тим, що розв'язуються рівняння виду

$$\alpha_j = \bar{\mu}^j(y), \quad j=1,2,\dots,r \quad (7)$$

і визначаються чіткі значення для кожного правила. Чітке значення вихідної величини знаходиться як зважене середнє.

**Нечіткий алгоритм Сугено** [12]. У цьому алгоритмі нечіткого логічного виведення база правил складається з правил, у яких виходом є чітке значення, що визначається лінійною функцією:

$$\text{ПРАВИЛО } j: \text{ "Якщо } x_1 \in K_{x_1}^j \text{ і } x_2 \in K_{x_2}^j \text{ і } \dots \text{ і } x_k \in K_{x_k}^j \text{ то } \bar{y}^j = \sum_{i=1}^k a_i^j x_i, \quad (8)$$

де  $a_i^j$  – константи.

Остаточний результат логічного виведення  $\hat{y}$  розраховується як зважене середнє чітких результатів  $\bar{y}^j$  виконаних правил, в якому ваговими коефіцієнтами є ступені виконання правил  $\alpha_j$ .

**Система нечіткого логічного виведення із зваженою істинністю** [13]. База нечітких продукційних правил у системі нечіткого логічного виведення створюється або групою експертів, або її можна побудувати із деяких інших міркувань. Важливість всіх впливових факторів при складанні правил вважають однаковою. При застосуванні системи нечіткого логічного виведення коригують процес логічного виведення з урахуванням значень вагових коефіцієнтів усіх впливових факторів. Зазвичай вагові коефіцієнти є нормованими, і їх можна використовувати як коригувальні множники. Тобто, в системі нечіткого логічного виведення за таким методом ступінь істинності кожної передумови  $\mu_i^j$ , що відповідає фактору  $x_i$   $j$ -го правила, множиться на відповідний ваговий

коефіцієнт  $p_i$ . Тоді згідно з (3) ступінь виконання  $j$ -го правила  $\alpha_j$  при застосуванні системи нечіткого логічного виведення визначатиметься так:

$$\alpha_j = \min \{ p_1 \mu_1^j(x_1), p_2 \mu_2^j(x_2), \dots, p_i \mu_k^j(x_k) \}. \quad (9)$$

Але у такому випадку значення оцінки за менш важливим фактором, якому відповідає менше значення вагового коефіцієнта, значно впливатиме на значення ступеня виконання  $\alpha_j$  всього правила, тому що у процедурах композиції (3) та імплікації (4) відповідно до логічного “і” використовується оператор мінімуму. Отже, може виникати ситуація штучного заниження значення ступеня виконання певного правила  $\alpha_j$ . Тому такий спосіб зважування ступенів істинності передумов правил для проблеми визначення рівня компетентності може бути некоректним.

Для врахування значень вагових коефіцієнтів впливових факторів та забезпечення адекватної участі кожного фактора у формуванні значення ступенів виконання правил у результаті логічного виведення пропонується для визначення ступеня виконання  $\alpha_j$  правила в процедурі композиції ступенів істинності передумов правила (2) або (8) замість оператора мінімуму використовувати спеціальний апарат зваженої агрегації значень ступенів істинності  $\mu_i^j(x_i)$  передумов правила. При цьому правило виконується, якщо значення ступенів істинності  $\mu_i^j(x_i)$  кожної передумови правила більше за нуль. В окремих випадках доцільно застосовувати в процедурі композиції (3) зваженої суми значень оцінок, тобто лінійної комбінації значень оцінок за всіма факторами та їх вагових коефіцієнтів. За такого підходу ступінь виконання  $j$ -го правила  $\alpha_j$  при застосуванні системи нечіткого логічного виведення визначатиметься так:

$$\alpha_j = \sum_{i=1}^k p_i \cdot \mu_i^j(x_i), \mu_i^j(x_i) > 0. \quad (10)$$

Описана система нечіткого логічного виведення із зваженою істинністю об'єднує позитивні моменти ідей різних нечітких алгоритмів і відрізняється від зваженої системи нечіткого логічного виведення, в якій кожному правилу надається своє значення ваги.

Запропонуємо технологію визначення рівня компетентності випускника ВНЗ, використовуючи процедури нечіткого логічного виведення із зваженою істинністю. Вона ґрунтується на рейтингових оцінках випускника, одержаних під час навчання у ВНЗ за одним із освітньо-кваліфікаційних рівнів (бакалавр, спеціаліст, магістр). Використання лінгвістичних змінних і алгоритмів нечіткого логічного виведення дасть змогу детальніше і адекватніше враховувати результати навчання та особливості оцінювання результатів навчання студента при визначенні рівня його компетентності. Технологія визначення рівня компетентності складається з таких етапів (рис. 1).

**1 етап.** На першому етапі технології збирають дані про навчальні досягнення випускника за період навчання згідно з освітньо-кваліфікаційним рівнем (бакалавр, спеціаліст, магістр), враховуючи результати його творчої, інтелектуальної, науково-дослідної та інших видів діяльності, виражених рейтинговими оцінками за 100-бальною шкалою ЄКТС. Будується дерево логічного виведення, причому ієрархія факторів, що впливають на визначення рівня компетентності випускника, містить такі співвідношення:

$$R = f_R(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (11)$$

$$X_1 = f_{X_1}(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k_1}), \quad (12)$$

$$X_2 = f_{X_2}(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2k_2}), \quad (13)$$

$$\dots$$

$$X_n = f_{X_n}(x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nk_n}), \quad (14)$$

де  $R$  – рівень компетентності випускника;  $X_i, i=1,2,\dots,n$  – рівень компетентності за  $i$ -м циклом навчання;  $n$  – кількість циклів навчання;  $k_j, j=1,2,\dots,n_j$  – кількість оцінок в  $j$ -му циклі;  $x_{ij}$  – рівень компетентності за  $i$ -ю дисципліною в  $j$ -му циклі.



Цим співвідношенням відповідатиме нечітке логічне рівняння, яке дає змогу визначити рівень компетентності випускника  $R$ , використовуючи алгоритми нечіткого логічного виведення.

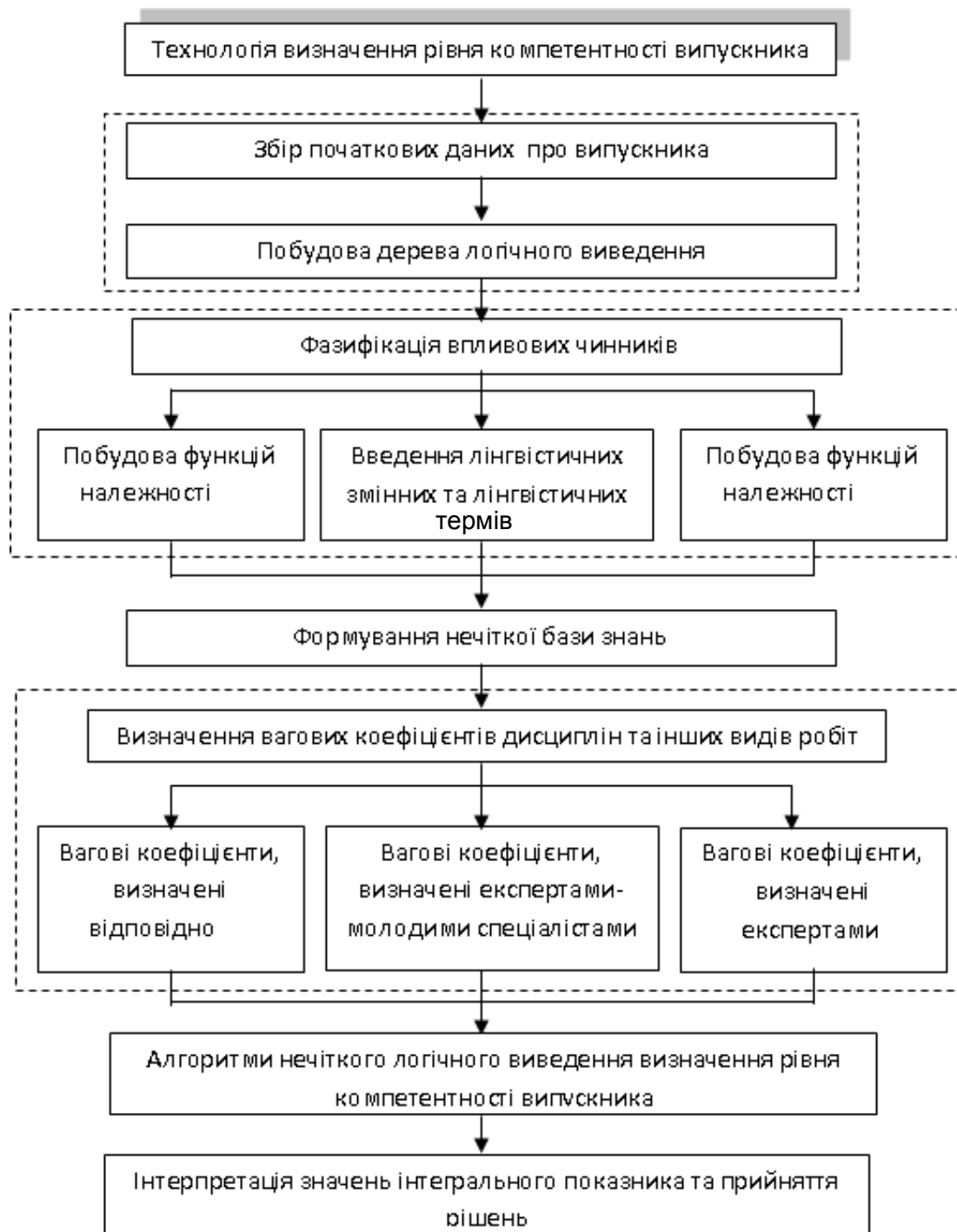


Рис. 1. Схема технології визначення рівня компетентності

**2 етап.** На другому етапі розробляють або генерують нечіткі продукційні правила та будують нечіткі бази знань, які використовуються в алгоритмах нечіткого логічного виведення. Сукупність таких правил описує стратегію управління, яка застосовується в розглядуваній задачі. Для цього в розгляд вводяться лінгвістичні змінні “рівень компетентності з дисципліни” і “рівень компетентності з циклу навчання” з лінгвістичними термами – “низький”, “середній”, “високий” та лінгвістична змінна “рівень компетентності випускника” з лінгвістичними термами – “елементарний”, “пороговий”, “підвищений”, “професійний”; будуються відповідні функції належності [14].

Для побудови функцій належності вхідних та вихідних величин, що використовуються у нечітких правилах, існує достатньо велика кількість підходів. Оскільки рейтингова оцінка з дисципліни, що відповідає одному з введених рівнів компетентності, міститься в певному діапазоні, то для побудови функцій належності пропонується метод інтервальних оцінок. У цьому випадку якщо маємо інтервал  $[h_l, h_r]$  значень оцінок, який відповідає деякому лінгвістичному терму, то з наближенням значення оцінки до правої границі можливість віднести її до відповідного терму лінійно зростає (рис. 2).

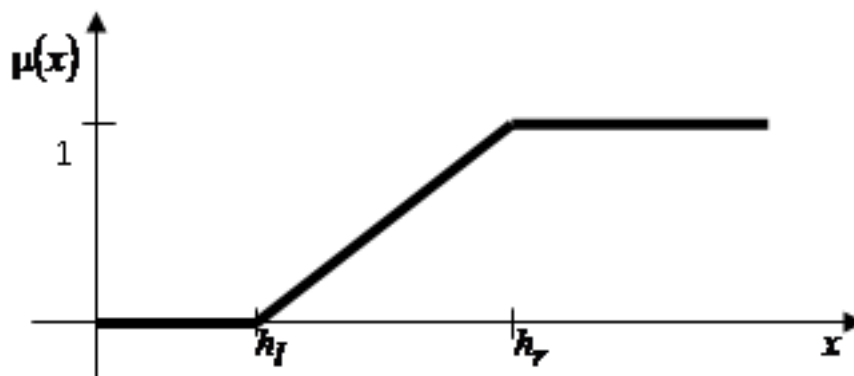


Рис. 2. Функція належності

При цьому формули для побудови функцій належності матимуть вигляд:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq h_l, \\ \frac{x - h_l}{h_r - h_l}, & \text{якщо } h_l < x < h_r, \\ 1, & \text{якщо } x \geq h_r. \end{cases} \quad (15)$$

**3 етап.** Визначення вагових коефіцієнтів – це відповідальний момент при оцінюванні факторів, що впливають на рівень компетентності. Кожен показник має свою “важливість”, або “цінність”, перебільшення або применшення якої при побудові інтегрального показника може змінити остаточну оцінку.

Оскільки неможливо в числовому вигляді точно подати значимість окремої дисципліни, то доцільно з допомогою вагових коефіцієнтів визначити, яка з них є важливішою. Згідно з освітньо-професійною програмою підготовки фахівця для вивчення дисциплін того чи іншого циклу навчання виділяється певна кількість кредитів. Тому одним з підходів до визначення вагових коефіцієнтів пропонується система кредитів, виділених для вивчення дисциплін за освітньо-професійною програмою. Для аналізу та коригування процесу підготовки фахівця певного напрямку до визначення вагових коефіцієнтів дисциплін та інших видів навчально-освітньої діяльності залучаються також експерти-роботодавці з відповідного напрямку підготовки та молоді спеціалісти – випускники певного напрямку підготовки. Для цього формується група експертів-роботодавців та група експертів – молодих спеціалістів. Перед експертами ставиться задача: в межах кожного циклу навчання, що передбачені програмою підготовки спеціаліста, за вказаною шкалою оцінити ступінь важливості або впливу дисципліни на формування компетентності випускника ВНЗ. Для визначення об’єктивності експертних даних розраховується ступінь узгодженості думок експертів. При узгодженості думок одержані дані застосовуються для визначення вагових коефіцієнтів дисциплін, що впливають на формування рівня компетентності. Аналіз існуючих способів визначення вагових коефіцієнтів експертами показує, що найпоширеніші підходи, які використовують пряме оцінювання, ранжування або попарне порівняння.

У результаті обчислень одержимо вагові коефіцієнти експертів за кожною дисципліною відповідного циклу навчання згідно з освітньо-професійною програмою підготовки здобувача вищої освіти.

**4 етап.** На четвертому етапі, використовуючи алгоритми нечіткого логічного виведення із зваженою істинністю, визначають рівень компетентності випускника ВНЗ. Згідно з освітньо-професійною програмою дисципліни, що впливають на формування рівня компетентності, поділено на групи за циклами підготовки. Тому процес визначення рівня компетентності випускника, згідно з деревом логічного виведення, має ієрархічну структуру. Особливістю ієрархічних систем нечіткого логічного виведення є те, що вихід однієї бази знань подається на вхід іншої бази знань. Це дозволяє невеликою кількістю правил описати багатofакторні залежності “вхід-вихід”. Недоліком такої системи є те, що над проміжними змінними потрібно виконувати операції дефазифікації та фазифікації. Нечіткі результати проміжних логічних виводів дефазифікують, потім ці чіткі значення подають на вхід нечіткої системи наступного рівня ієрархії, і там вони фазифікуються, тобто стають нечіткими. Відповідно, і для проміжних змінних потрібно задавати функції належності.

Отже, реалізація цього етапу передбачає два кроки:

1) на першому кроці на підставі фазифікованих значень вхідних змінних (рейтингових оцінок) та відповідних вагових коефіцієнтів формується нечітка база знань і визначається рівень компетентності за кожним циклом навчання за описаними нечіткими алгоритмами із зваженою істинністю;

2) на другому кроці, використовуючи оцінки рівня компетентності за циклами, вагові коефіцієнти циклів формується нова нечітка база знань і визначається інтегральний показник рівня компетентності випускника вузу.

Після проведених обчислень перевіряють адекватність отриманих результатів та за необхідності надають рекомендації щодо коригування процесу підготовки фахівця, впровадження яких може оптимізувати навчальний процес та підвищити рівень компетентності випускників.

**Практична реалізація описаного підходу.** Проілюструємо технологію визначення рівня компетентності випускника ВНЗ, використовуючи описані процедури та нечіткий алгоритм Цукамото. Вибір алгоритму зумовлений тим, що згідно з (15) побудовані функції належності входів і виходів є монотонними.

Вхідними даними в розглядуваній задачі є рейтингові оцінки випускника вузу за 100-бальною шкалою, які об'єднано в групи за циклами навчання. Розглядувана за по кожним циклом має певну кількість входів, що відповідають рейтинговим оцінкам. Введемо в розгляд лінгвістичні змінні: “рівень компетентності по дисципліні” та “рівень компетентності по циклу” з лінгвістичними термами: “низький рівень”, “середній рівень”, “високий рівень”. Терму “низький рівень” відповідає діапазон оцінок [60..73], терму “середній рівень” – діапазон [74..89] і терму “високий рівень” – діапазон [90..100].

Нехай база нечітких правил містить визначені залежності рівня компетентності по циклах від рівня компетентності по дисциплінах. Декілька із можливих правил наведено в табл. 1.

Згідно з освітньо-професійною програмою підготовки, для вивчення кожної дисципліни відводиться деяка кількість кредитів, які ми приймаємо за вагові коефіцієнти у відповідному циклі.

Фазифікацію вхідних даних (рейтингових оцінок) здійснимо, використовуючи функції належності, побудовані за формулою (15) для введених діапазонів оцінок. Рейтингові оцінки випускника, їхні фазифіковані значення та нормовані значення вагових коефіцієнтів дисциплін наведено в табл. 2.

*Крок 1.* Для визначення рівня компетентності за кожним циклом агрегуємо вхідні дані за допомогою системи нечіткого логічного виведення із зваженою істинністю, використовуючи нечіткий алгоритм Цукамото.

Таблиця 1

## База нечітких правил

№ пра-вила	входи			вихід	№ пра-вила	входи				вихід	№ пра-вила	входи					вихід
	1	2	3			1	2	3	4			1	2	3	4	5	
1	н	н	н	н	10	н	н	н	н	н	19	н	н	н	н	н	н
2	н	н	с	н	11	н	н	н	с	н	20	с	н	с	н	н	н
3	н	с	н	н	12	н	с	н	н	н	21	с	н	н	н	в	н
4	с	с	с	с	13	с	с	с	н	с	22	н	с	с	с	с	с
5	с	с	в	с	14	с	с	в	н	с	23	с	н	с	с	с	с
6	в	с	с	с	15	с	в	н	в	с	24	н	с	с	в	с	с
7	в	в	в	в	16	с	в	в	в	в	25	в	в	с	в	в	в
8	с	в	в	в	17	в	с	в	в	в	26	с	в	в	в	с	в
9	в	в	с	в	18	в	в	в	в	в	27	в	в	в	в	в	в

Таблиця 2

## Початкові дані

Цикли підготовки	1 цикл			2 цикл					3 цикл			
Дисципліни	1	2	3	1	2	3	4	5	1	2	3	4
Оцінка ЄКТС	92	80	79	77	70	87	78	88	78	90	92	94
Фазифікація	0,27	0,44	0,38	0,25	0,79	0,88	0,31	0,94	0,31	0,09	0,27	0,45
Вагові коефіцієнти	0,25	0,42	0,33	0,13	0,21	0,29	0,26	0,1	0,3	0,3	0,2	0,2

З табл. 1 і 2 видно, що для дисциплін 1-го циклу активним є правило №6; для дисциплін 2-го циклу – правило №23; для дисциплін 3-го циклу – правило №16. Ступінь виконання кожного правила визначається за формулою (10):

$$\alpha_6 = 0,25 \cdot 0,27 + 0,42 \cdot 0,44 + 0,33 \cdot 0,38 = 0,378,$$

$$\alpha_{23} = 0,13 \cdot 0,25 + 0,21 \cdot 0,79 + 0,29 \cdot 0,88 + 0,26 \cdot 0,31 + 0,1 \cdot 0,94 = 0,629,$$

$$\alpha_{16} = 0,3 \cdot 0,31 + 0,3 \cdot 0,09 + 0,2 \cdot 0,27 + 0,2 \cdot 0,45 = 0,264.$$

Механізм логічного виведення завершується розв'язуванням рівнянь виду (7) і визначаються чіткі значення для кожного активного правила:

$$\alpha_6 = \bar{\mu}^6(y_c), \quad 0,378 = \bar{\mu}^6(y_c) = \frac{y_c - 73}{16}, \quad y_c = 80,043;$$

$$\alpha_{23} = \bar{\mu}^{23}(y_c), \quad 0,629 = \bar{\mu}^{23}(y_c) = \frac{y_c - 73}{16}, \quad y_c = 83,064;$$

$$\alpha_{16} = \bar{\mu}^{16}(y_e), \quad 0,264 = \bar{\mu}^{16}(y_e) = \frac{y_e - 89}{11}, \quad y_e = 91,904.$$

Отримані агреговані дані запишемо у табл. 3.

Таблиця 3

## Агреговані дані

Цикли підготовки	1 цикл	2 цикл	3 цикл
Оцінка за циклом	80,043	83,064	91,904
Фазифікація	0,378	0,629	0,264
Вагові коефіцієнти циклів	0,2	0,63	0,17

Крок 2. Розглянемо лінгвістичну змінну “рівень компетентності випускника” з лінгвістичними термами: “елементарний рівень”, “пороговий рівень”, “підвищений рівень” та “професійний рівень”. [14] Терму “елементарний рівень” відповідає діапазон [60..69], терму “пороговий рівень” – [70..83], терму “підвищений рівень” – [84..94] і терму “професійний рівень” – [95..100]. Функції належності для входу і виходу нечітких правил будуються за формулою (15).

Нехай база нечітких правил містить визначені залежності рівня компетентності випускника від рівня компетентності за циклами. Наведемо декілька із можливих правил (табл. 4).

Таблиця 4

База нечітких правил

№ правила	Входи правила			Вихід
	1 цикл	2 цикл	3 цикл	
1	низький	низький	низький	елементарний
2	низький	середній	низький	елементарний
3	низький	середній	середній	пороговий
4	середній	низький	середній	пороговий
5	середній	середній	високий	підвищений
6	високий	середній	високий	підвищений
7	високий	високий	високий	професійний

З табл. 4 видно, що в розглядуваному прикладі активним є правило №5. Ступінь виконання цього правила визначається за формулою (10):

$$\alpha_5 = 0,2 \cdot 0,378 + 0,63 \cdot 0,629 + 0,17 \cdot 0,264 = 0,517.$$

Механізм логічного виведення завершується розв’язуванням рівняння виду (7) для активного правила:

$$\alpha_5 = \bar{\mu}^5(y_{нидв}), 0,517 = \bar{\mu}^5(y_{нидв}) = \frac{y_{нидв} - 83}{11}, y_{нидв} = 88,687.$$

Отже, випускник має підвищений рівень компетентності із значенням 88,687.

### Висновки

Підвищення рівня якості вищої освіти відкриває для студентів і викладачів нові можливості обміну досвідом з розвиненими країнами. Однак, для підвищення рівня підготовки фахівців необхідні також відповідні вимірювальні процедури і сучасні засоби діагностики. Запропонована технологія визначення рівня компетентності випускника надає можливість кількісного оцінювання рівня компетентності. Особливістю цієї технології є використання нечітких баз знань та алгоритмів нечіткого логічного виведення із зваженою істинністю, що дає змогу адекватніше враховувати результати оцінювання навчальних досягнень випускників. Крім того, використання таких технологій дає можливість створювати бази даних про рівень компетентності студентів та випускників та проводити системні дослідження з проблем оцінювання компетентності випускників у ВНЗ. Використання різних систем нечіткого логічного виведення та можливість вибору вагових коефіцієнтів експертами дасть змогу не лише визначити рівень компетентності випускника ВНЗ, але й краще врахувати впливові фактори, при яких інтегральний показник компетентності набудуватиме реального значення.

Подальші дослідження можуть бути скеровані на вдосконалення підходів та методів, запропонованих цією технологією. Оскільки процес побудови нечітких правил є трудомістким, то доцільним є також проведення досліджень у напрямку розроблення підходів до спрощення і автоматизації процесу побудови бази правил систем нечіткого логічного виведення.

1. Бібік Н. М. Компетентнісний підхід: рефлексивний аналіз застосування / Н. М. Бібік // Компетентнісний підхід у сучасній освіті. Світовий досвід та українські перспективи: б-ка з освітньої політики / Н. М. Бібік, Л. С. Ващуленко, О. І. Локишина та ін.; за заг. ред. О. В. Овчарук. – К., 2004. – С. 47–52. 2. Лега Ю. Г. Концептуальні засади підготовки менеджерів вищої кваліфікації / Ю. Г. Лега, В. В. Мельник, І. М. Цимбалюк. – Черкаси : ЧДТУ, 2003. – 107с. 3. Шадриков В. Д. Методика оцінки рівня кваліфікації педагогічних працівників / В. Д. Шадриков, І. В. Кузнецова. – М.: Інститут содержания образования государственного университета – высшей школы экономики, 2010. – 211с. 4. Шкоджина Н. И. Технология формирования профессиональных компетенций специалиста СПО / Н. И. Шкоджина // Среднее профессиональное образование. – 2009. – № 9. – С. 44–45. 5. Ключова О. К. Основные компетенции специалиста по управлению персоналом в Великобритании и США / О. К. Ключова // Среднее профессиональное образование. – 2008. – №9. – С. 79–82. 6. Калицкий Э. М. Разработка средств контроля учебной деятельности: метод. рекомендации / Э. М. Калицкий и др. – Минск: РИПО, 2005. – 48 с. 7. Берестнева О. Г. Компьютерные технологии в оценке качества обучения / О. Г. Берестнева, О. В. Марухина // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 6. – С. 106–112. 8. Марухина О. В. Алгоритмы обработки информации в задачах оценивания качества обучения студентов вуза на основе экспертно-статистических методов: дис. ... канд. техн. наук. – Томск, 2003. – 164с. 9. Сибикина И. В. Процедура оценки компетентности студентов вуза, обучающихся по направлению “Информационная безопасность” / И. В. Сибикина // Вестник АГТУ. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика, 2011. – № 1. – С. 200–205. 10. Елисеев И. Н. Диагностика индивидуальных свойств личности в студенческой среде на основании модели Раши // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2009. – №3. 11. Ляшенко О. І. Компетентність як об’єкт оцінювання навчальних досягнень учнів / О. І. Ляшенко // Збірник наукових праць Кам’янець-Подільського національного університету ім. Івана Огієнка. Серія: Педагогічна. – 2014. – Вип. 20. – С. 36–39. 12. Зайченко Ю. П. Нечёткие модели и методы в интеллектуальных системах: учеб. пособие / Ю. П. Зайченко. – К.: Изд. дом “Слово”, 2008. – 354с. 13. Коршевнюк Л. О. Система нечіткого логічного виводу із зваженою істинністю / Л. О. Коршевнюк, М. Ю. Мінін // Единое информационное пространство '2004: Сб. докл. II-й Междунар. науч.-практ. конф. – Днепрпетровск: ИПК ИнКомЦентра УГХТУ, 2004. – С. 114–117. 14. Маляр М. М. Модель визначення рівня компетентності випускника з використанням нечітких множин / М. М. Маляр, А. Ю. Штимак // Управління розвитком складних систем. – 2015. – № 22. – С. 151 – 157.

## ОПТИМАЛЬНИЙ КОД СИСТЕМ КЕРУВАННЯ В БАГАТОВИМІРНИХ ПОЛЯХ КООРДИНАТ

© Різник В., 2015

Розглянуто питання поліпшення поліпшення якісних показників багатовимірних векторних інформаційних технологій і обчислювальних систем стосовно прискорення опрацювання та пересилання векторних даних з автоматичним виправленням помилок і захисту даних від несанкціонованого доступу на основі використання властивостей різноманітності багатовимірних комбінаторних конфігурацій та теорії скінченних циклічних груп. Розглянуто деякі проблеми комп'ютерної інженерії та інформаційних технологій, які стосуються використання математичних методів оптимізації систем керування в просторових координатах на основі дво- й багатовимірних комбінаторних конфігурацій. Особливу увагу звернено на представлення двовимірних комбінаторних конфігурацій у вигляді тороїдальних циклічних груп та їхніх численних ізоморфних перетворень з використанням теоретичного зв'язку цих математичних моделей із загальновідомою теорією циклічних різницевих множин. Наведено приклад оптимальної системи кодування двовимірних векторів за координатними осями двовимірної сітки, яка покриває поверхню тору. Показано можливість проектування високоефективних систем оптимальних монолітних векторних кодів, які забезпечують кодування даних з використанням комбінаторної оптимізації. Приведено визначення кільцевих монолітних векторних кодів, таких як оптимальний числовий кільцевий код, оптимальний двовимірний кільцевий код, а також оптимальний багатовимірний кільцевий код.

Властивості розглянутих моделей є корисними, зважаючи на можливість узагальнення цих методів і результатів для поліпшення й оптимізації ширшого класу технічних пристроїв та інформаційних систем. Описані методи проектування дають змогу формувати оптимальні дво- і багатовимірні системи кодування векторів з меншим числом кодових комбінацій ніж у звичайних системах без зменшення потужності коду та погіршення решти робочих характеристик системи при забезпеченні їх високої корегувальної спроможності.

Ключові слова: система керування, комбінаторна конфігурація, оптимальне циклічне співвідношення, тороїдальна циклічна група, оптимальний монолітний кільцевий векторний код, захист інформації, швидкість пересилання даних.

This paper belongs to the field of computer science for improving the qualitative indices of multidimensional data information technologies and computer systems with respect to transmission speed of vector data with automatic error correction, and data security using a variety of multidimensional combinatorial configuration and finite cyclic group theory. Some problems of computer engineering and information technologies that deal with profitable use of mathematical methods for optimization of coding systems based on two-and multidimensional combinatorial configurations such as optimum cyclic relationships is regarded. Special attention pays to interpretations of multidimensional combinatorial configurations as torus cyclic groups and its numerous isomorphic transformations using theoretical relation of the mathematical models with reference to the well-known cyclic difference sets theory. It is shoved possibility for design of high performance systems of the optimal monolithic vector coding systems, which provide vector data coding in torus frame of

reference using combinatorial optimization. An example of the possibility of optimizing two-dimensional vector code systems based on two-dimensional combinatorial configurations. The proposed techniques provide design of high performance vector data coding and control systems using combinatorial optimization. Definitions of the Ring Monolithic Vector Codes, such as Numerical Optimum Ring Code, Two-dimensional Optimum Ring Code and Multidimensional Optimum Ring Code are given.

Remarkable properties of underlying models favorably to do taking account of generalization of these methods and results to the improvement and optimization of a larger class of information engineering and computer systems. These design techniques makes it possible to configure optimal two- and multidimensional vector coding systems using fewer code combinations in the system, while maintaining or improving on code size and the other significant operating characteristics using high speed corrected coding possibility of the system.

**Key words:** control system, combinatorial configuration, optimum cyclic relationship, torus cyclic group, optimal monolithic ring vector code, security, transmission speed.

## Вступ

Найновіші досягнення в області сучасної теорії систем засвідчує наявність прямого зв'язку кібернетики з опрацюванням сукупності філософських, методологічних, конкретно наукових та прикладних проблем [1], що дало їй змогу набути статусу теоретичного фундаменту системотехніки в кібернетичі [2]. Особливо актуальним є вивчення фізичних законів природи, на що у своїх трактатах звертали увагу ще давні філософи. У дослідженнях використано сучасні математичні методи оптимізації систем, які існують в структурному аналізі, теорії комбінаторних конфігурацій, аналізі скінченних груп та полів, алгебричній теорії чисел та кодування.

## Постановка проблеми

Наукова проблема полягає у подоланні структурної та інформаційної надмірності систем керування. У загальному випадку під інформаційною надмірністю системи розуміють надмірність у кількості інформації, яку переробляють. Зменшують природну інформаційну надмірність здебільшого для того, щоб спростити систему, а штучну – з метою поліпшення основної характеристики системи (завадостійкості або точності, надійності тощо) [3].

## Формулювання мети

Метою дослідження є поліпшення технічних показників фізичної системи за надійністю, точністю, роздільною здатністю та функціональними можливостями розподілом мінімізованого числа структурних елементів та взаємозв'язків системи в полі з фіксованими просторово-часовими координатами. Завдання полягає в знаходженні методу розміщення в цьому полі меншої, ніж в традиційних системах, кількості структурних елементів для того, щоб на множині лінійних комбінацій координат цих елементів досягти повного покриття вузлових точок координатної сітки робочого поля системи керування. На найнижчому (числовому) рівні досліджують векторні оптимальні просторові співвідношення частин і цілого у вигляді відповідно вибраних векторних циклічних пропорцій, за яких досягається мінімально необхідне для керування системою в межах заданого просторового поля координат число базових кодових комбінацій. Під базовими розуміють комбінації векторних вагових розрядів циклічного коду, на множині яких формуються лінійні комбінації векторного коду, множиною якого покриваються усі без винятку вузлові точки координат робочого поля в багатовимірній циклічній системі відліку.

## Модель двовимірної оптимальної циклічної системи координат

На рис. 1 наведено модель формування двовимірної циклічної системи координат ( $2 \times 3$ ) на поверхні тора чотирма базовими комбінаціями  $((0,2),(1,1),(1,1),(1,0))$ .



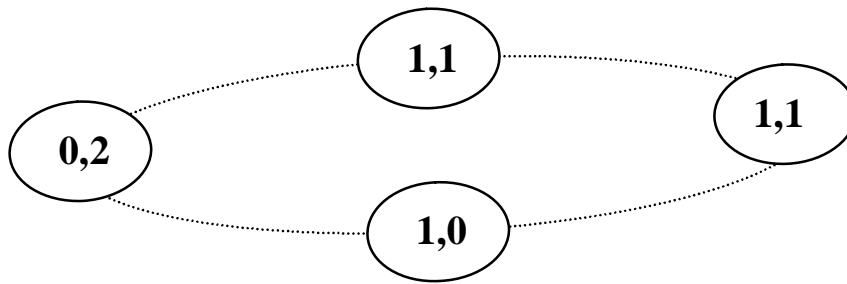


Рис. 1. Модель формування двовимірної циклічної системи координат  $2 \times 3$  на поверхні тора чотирма базовими комбінаціями  $((0,2), (1,1), (1,1), (1,0))$

Модель містить чотири ( $n=4$ ) базові двовимірні вектори, з яких утворюються додаткові вектори, кожен з яких взаємно однозначно відповідає лінійній сумі двох або трьох послідовно впорядкованих за кільцевою схемою векторів, причому усі кільцеві суми беруться з урахуванням модулів 2 і 3 за обраними складовими відповідних векторів:

$$\left. \begin{aligned}
 (0,2) + (1,1) + (1,1) &\equiv (0,1) \\
 (1,1) + (1,1) + (1,0) &\equiv (1,2) \\
 (1,1) + (1,0) + (0,2) &\equiv (0,0) \\
 (1,0) + (0,2) + (1,1) &\equiv (0,0) \\
 (0,2) + (1,1) &\equiv (1,0) \\
 (1,1) + (1,1) &\equiv (0,2) \\
 (1,1) + (1,0) &\equiv (0,1) \\
 (1,0) + (0,2) &\equiv (1,2) \\
 (0,2) + (1,1) &\equiv (1,0)
 \end{aligned} \right\} \pmod{2,3} \quad (1)$$

Оскільки вектори  $((0,2), (1,1), (1,1), (1,0))$  самі по собі є також вектор-сумами, множина усіх можливих утворених кільцевих вектор-сум обчислюється за формулою:

$$m_1 m_2 = n(n-1), \quad (2)$$

де  $n$  – число базових двовимірних векторів, які визначають розміри координатної решітки  $m_1 \times m_2$ , причому, як випливає з результату обчислень (1), тут значення кожної кільцевої векторної суми зустрічається рівно двічі. Отже, нам достатньо мати чотири ( $n=4$ ) базові вектори для того, щоб покрити поверхню тора решіткою координат  $m_1 \times m_2 = 2 \times 3$  рівно двічі ( $R=2$ ):

$$m_1 m_2 = n(n-1)(1/R). \quad (3)$$

Легко побачити, що множина усіх кільцевих сум, утворених на кільцевій послідовності векторів  $((0,2), (1,1), (1,1), (1,0))$ , дає можливість створити оптимізовану систему координат завдяки вдалому розподілу числових значень цих векторів у межах розмірів решітки, які задано числом усіх впорядкованих кодових комбінацій з  $n$  елементів по два.

У загальнішому випадку маємо справу з багатовимірною ( $t \geq 3$ ) системою відліку координат:

$$\prod_{i=1}^t m_i = \frac{n(n-1)}{R}; \quad (4)$$

$$(m_1, \dots, m_t) = 1,$$

де  $n$  – число базових  $t$ -вимірних векторів, кільцеві суми яких покривають вузлові точки циклічної системи координат на координатній решітці тора з просторовими розмірами  $m_1 \dots m_t$ : рівно  $R$  разів.

Описана модель ілюструє загальний підхід до проектування вдосконалених систем керування на основі використання “оптимальних” циклічних співвідношень зменшенням до мінімально можливого рівня загального числа базових елементів системи у збережених межах поля координат. З наведеного прикладу випливає доцільність розбудови кібернетичних систем на основі

використання принципу оптимальних циклічних пропорцій. При цьому збільшується просторова роздільна здатність керівного пристрою в системі з розподіленими параметрами завдяки зменшенню інформаційної надмірності шляхом відповідного розміщення у цьому полі меншого числа структурних елементів та можливості використання лінійних комбінацій цих елементів (базових координат) для покриття всього плаского просторового поля в циклічній системі відліку координат (решітки одновимірного тору).

### Оптимальні числові циклічні співвідношення

Оптимальні числові циклічні співвідношення – це послідовність цілих додатних чисел, яка розглядається як співвідношення частин цілого, впорядкованих за кільцевою схемою у вигляді секторів круга. У найпростішому випадку така конфігурація утворюється на  $n$ - послідовності чисел  $(k_1, k_2, \dots, k_n)$ , де число  $k_n$  знаходиться поруч  $k_1$ , утворюючи замкнену схему, причому усі ці числа, включно з усіма сумами з двох, трьох і т.д. поруч розміщених чисел перелічують натуральний ряд від 1 до  $(S-1)$  рівно  $R$  разів, де  $S$  – сума усіх чисел послідовності. Параметри комбінаторної конфігурації взаємопов'язані залежністю [4]:

$$S = \frac{n^2 - n}{R} + 1. \quad (5)$$

Наприклад, параметрами оптимального циклічного співвідношення четвертого ( $n=4$ ) порядку  $(1,2,3,1)$  є  $S=7$ ,  $R=2$ . Легко перевірити, що множина утворених на циклічній послідовності чисел  $(k_1=1, k_2=2, k_3=6, k_4=4)$ , включно з усіма лінійними комбінаціями послідовно доданих цих чисел, покриває теоретично досягну кількість ( $S=13$ ) точок, які розміщені рівномірно вздовж однієї координати в циклічній системі відліку, що набуває вигляду одновимірного робочого поля, рівно один ( $R=1$ ) раз. Синтезувати такі циклічні співвідношення можна за допомогою математичного апарату теорії скінченних полів [5].

### Відображення оптимальних циклічних співвідношень в структурі поля Гауа

Для дослідження взаємозв'язку оптимальних циклічних співвідношень з теорією скінченних груп зручно застосувати графічні методи відображення згаданих комбінаторних конфігурацій у циклічній структурі розширеного поля Гауа [5].

Розглянемо відображення оптимального циклічного співвідношення четвертого ( $n=4$ ) порядку  $(1, 2, 6, 4)$ . У цьому випадку первісний елемент  $x$  поля  $GF(3^2)$  задовольняє рівняння  $f(x) = x^3 - x - 1$ , де  $f(x)$  – незвідний поліном над полем  $GF(3^2)$ ,  $p = 3$ ,  $s = 2$ . Елементи цього поля наведено в табл. 1.

Таблиця 1

#### Елементи поля $GF(3^2)$ , утворені за незвідним поліномом $f(x) = x^3 - x - 1$

$x^1 = x$	$x^8 = 2x^2 + 2$
$x^2 = x^2$	$x^9 = x + 2$
$x^3 = x + 1$	$x^{10} = x^2 + 2x$
$x^4 = x^2 + x$	$x^{11} = 2x^2 + x + 1$
$x^5 = x^2 + x + 1$	$x^{12} = x^2 + 2$
$x^6 = x^2 + 2x + 1$	$x^{13} = 1$
$x^7 = 2x^2 + 2x + 1$	

На симетричному нуль-графі (рис. 2) вершинам  $x^1, x^3, x^9, x^{13}$  відповідають однакові нульові коефіцієнти при степенях  $x^2$ , а вписаний в цей граф асиметричний чотирикутник відображає оптимальне циклічне співвідношення четвертого ( $n = 4$ ) порядку в полі  $GF(3^2)$ .

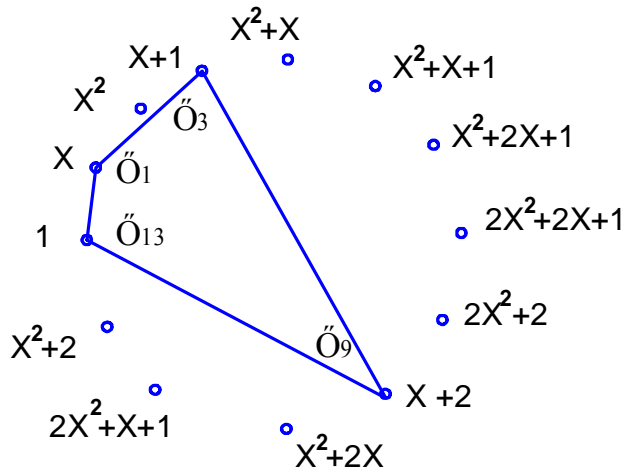


Рис. 2. Графічне відображення оптимального циклічного співвідношення четвертого ( $n = 4$ ) порядку, утворене поліномом  $f(x) = x^3 - x - 1$

На рис. 2 можна бачити відображення згаданого співвідношення у вигляді асиметричного чотирикутника ( $n=4$ ), сусідні вершини якого розміщені в симетричному полі кільцевого нуль-графу з  $S=13$  вершинами згідно з циклічним співвідношенням 1:2:6:4.

**Модель систем керування на багатовимірних оптимальних циклічних співвідношеннях**

Розглянемо кільцеву послідовність  $(K_1, K_2, \dots, K_i, \dots, K_n)$ , де  $K_i = (k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{it})$ , схематичну модель якої наведено на рис. 3.

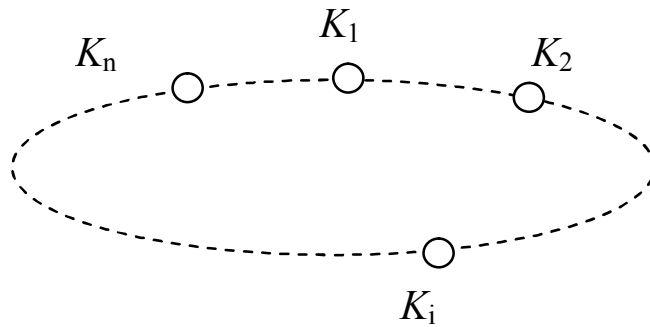


Рис.3. Схематична модель системи керування на  $t$ -вимірному оптимальному циклічному співвідношенні

Множина усіх послідовних (кільцевих) вектор-сум, взятих за комплексним модулем  $(m_1, m_2, \dots, m_t)$ , формують поверхню багатовимірної тороїдальної сфери на  $t$ -вимірній тороїдальній решітці  $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_t = N$ , де множина усіх утворених кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням відповідних модулів  $m_1, m_2, \dots, m_t$ , взаємно однозначно відповідає множині  $t$ -вимірних координат усіх вузлів цієї решітки, трапляючись рівно  $R$  разів.

Здійснюючи таке узагальнення, приходимо до моделі оптимізованої  $t$ -вимірної системи керування, параметри якої взаємопов'язані математичними залежностями (4).

У табл. 2 наведено основні властивості дво- і тривимірних оптимізованих моделей систем керування з числом базових векторів  $n$  від 3 до 7.

Таблиця 2

**2D- і 3D-оптимізовані моделі систем керування для  $n = 3, \dots, 7$**

Порядок ( $n$ )	Кількість варіантів		Розміри 2-вимірних решіток	Розміри 3-вимірних решіток
	2D	3D		
3	4	–	2×3	–
4	24	–	3×4	–
5	272	–	4×5, 3×7	–
6	256	128	5×6, 3×10	2×3×5
7	360	180	6×7, 3×14	2×3×6

Із наведеної таблиці випливає, що зі збільшенням порядку  $n$  від 4 до 5 потужність множини варіантів двовимірних моделей систем керування збільшилася від 24 до 272 з тенденцією до подальшого зростання потужності множини варіантів побудови дво- і тривимірних оптимізованих моделей для  $n \geq 6$ .

**Оптимальні моделі систем керування як циклічні групи**

Представимо оптимальну модель двовимірної ( $t=2$ ) системи керування у вигляді кільцевої  $n$  – послідовності (рис.3), елементами якої є 2-кортежі  $((k_{11}, k_{12}), (k_{21}, k_{22}), \dots, (k_{i1}, k_{i2}), \dots, (k_{n1}, k_{n2}))$ , де  $k_{i1} \equiv k_i \pmod{m_1}, k_{i2} \equiv k_i \pmod{m_2}; m_1=n-1, m_2=n, i=1, \dots, n; \sum_{i=1}^n k_i = S$ . Множину 2-кортежів будемо розглядати як впорядкований за кільцевою схемою (рис.1) набір координат  $n$  вузлових точок, проєкції яких обмежено рамками координатної сітки  $n \times (n-1)$  в циклічній системі відліку, а їхні значення разом із значеннями усіх їх можливих лінійних комбінацій перелічують множину координат усіх вузлів цієї координатної сітки. Лінійні комбінації утворюються додаванням відповідних координат по  $(\text{mod } n)$  і  $(\text{mod } (n-1))$  послідовно впорядкованих числових значень координат  $n$  вузлових точок у двовимірній циклічній системі відліку. Завдання зводиться до того, щоб за допомогою  $n$  вузлових точок та їхніх комбінацій покрити  $R$  способами множину  $n(n-1)$  точок координатної сітки  $n \times (n-1)$ , яка охоплює поверхню тора з відліком координат за відповідними напрямками її обходу.

Параметри  $n, m_i (i=1, \dots, t), S, R$   $t$ - вимірної моделі взаємопов'язані такими залежностями:

$$n(n-1) \leq S < n(n-1)(n-1). \tag{6}$$

Розглянемо взаємно ізоморфні перетворення різних варіантів двовимірної ( $t=2$ ) оптимальної моделі системи керування з параметрами  $n=3, m_1=2, m_2=3, 6 \leq S < 12, R=1$ . Повна сім'я цього кластеру моделей складається із чотирьох варіантів третього ( $n=3$ ) порядку  $a, b, c, d : ((1,1), (0,2), (0,1)); ((0,2), (0,1), (1,2)); ((1,1), (1,0), (1,2)); ((0,2), (1,0), (0,1))$ , а їхні групові властивості наведено в табл. 3.

Коефіцієнтами мультиплікативного перетворення двовимірних ( $t=2$ ) варіантів є цілочислові 2-кортежі. Множення здійснюють у віртуальному числовому полі циклічної системи координат з урахуванням модулів  $(\text{mod } m_1)$  і  $(\text{mod } m_2)$ . У полі циклічної системи координат з розмірами  $2 \times 3$ , де  $m_1=2, m_2=3$ , процедуру послідовного множення елементів варіанта  $a$  на коефіцієнт перетворення  $(1,2)$  здійснюють так:  $(1,1) \cdot (1,2) = (1 \cdot 1 \equiv 1 \pmod{2} = 1), (1 \cdot 2 \equiv 2 \pmod{3} = 2) \Rightarrow (1,2); (0,2) \cdot (1,2) = (0 \cdot 1 \equiv 0 \pmod{2} = 0), (2 \cdot 2 \equiv 4 \pmod{3} = 1) \Rightarrow (0,1); (0,1) \cdot (1,2) = (0 \cdot 1 \equiv 1 \pmod{2} = 0), (1 \cdot 2 \equiv 2 \pmod{3} = 2) \Rightarrow (0,2)$ . Отримана циклічна послідовність  $((1,2), (0,1), (0,2))$  є варіантом послідовності  $b$ . Легко побачити, що

той самий коефіцієнт здійснює зворотне перетворення. Натомість, такому перетворенню не підлягають варіанти  $c$  і  $d$ . Для цих варіантів множення на вектор  $(1,2)$  переводить їх у самі себе з реверсним впорядкуванням й дзеркальним розміщенням векторів (табл. 1). З аналізу табл. 1 випливає, що кластери з параметрами  $n=3, m_1=2, m_2=3, 6 \leq S < 12, t=2$  містить два ізоморфні  $(a,b)$  і два автоморфні  $(c,d)$  варіанти двовимірних комбінаторних конфігурацій, кожен з яких дає змогу трьома  $(n=3)$  лінійними комбінаціями векторів покрити усі вузлові точки двовимірної розгортки поверхні тору  $(n-1) \times n = 2 \times 3$ .

Таблиця 3

**Групові властивості оптимальних моделей систем керування  
з параметрами  $n=3, m_1=2, m_2=3, 6 \leq S < 12, R=1, t=2$**

Варіанти моделей	Векторні елементи моделей			Множник $(k_1, k_2)$	Результат множення моделі на $(k_1, k_2)$			Варіанти моделей
$a$	(1,1)	(0,2)	(0,1)	(1,2)	(1,2)	(0,1)	(0,2)	$b$
$b$	(0,2)	(0,1)	(1,2)		(0,1)	(0,2)	(1,1)	$a$
$c$	(1,1)	(1,0)	(1,2)		(1,2)	(1,0)	(1,1)	$c$
$d$	(0,2)	(1,0)	(0,1)		(0,1)	(1,0)	(0,2)	$d$

Синтез і дослідження вищезгаданих моделей показали, що переважна їх більшість не мають прямих аналогів серед класичних комбінаторних конфігурацій, а становлять окрему групу комбінаторних об'єктів, що потребують додаткового дослідження.

**Метод кодування векторних даних в  $t$ -вимірному просторі**

В основу запропонованого методу покладено принцип комбінаторної оптимізації вагової системи  $n$ -позиційного коду, в якому позиціям присвоєно значення відповідних ваг  $t$ -вимірного вектора у вигляді впорядкованих  $t$ -наборів цілих чисел. Ваги обрано так, щоб забезпечити можливість покриття множиною лінійних комбінацій, утворених комбінаційним додаванням будь-якого числа послідовно впорядкованих базових  $t$ -наборів, множини вузлів просторової решітки  $t$ -вимірного тора в  $t$ -вимірній циклічній системі координат. Додають базові  $t$ -набори, враховуючи відповідні модулі  $m_1, m_2, \dots, m_t$ , числові значення яких впливають зі співвідношення:

$$\prod_1^t m_i = n(n-1). \tag{7}$$

Векторні модульні суми утворюються на множині послідовно впорядкованих базових комбінацій запропонованого коду, де будь-яка сума може складатися з будь-якого числа послідовно впорядкованих за кільцевою схемою базових комбінацій.

Приклад оптимальної системи кодування множини векторів від  $(0,0,0)$  до  $(1,2,4)$  на тривимірній решітці тора з розмірами  $2 \times 3 \times 5$ , утвореній із 30 ( $N=30$ ) лінійних комбінацій на шести ( $n=6$ ) впорядкованих за кільцевою схемою комбінаціях базових 3D векторів:  $((1,1,1), (0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3))$ :

- 1)  $(0,0,0) \equiv (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3)$ ,
- 2)  $(0,0,1) \equiv (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1)$ ,
- 3)  $(0,0,2) \equiv (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3)$ , і т.д.

.....

30)  $(1,2,4) \equiv (0,1,4) + (0,2,4) + (1,1,1) + (1,1,2) + (1,0,3)$ .

Формування кожної кодової комбінації здійснюється на впорядкованій за кільцевою схемою множині базових кодових комбінацій шляхом обрання відповідної пари цих комбінацій з послідовним додаванням комбінацій, що розміщені в проміжку між обраними базовими комбінаціями.

Легко перевірити, що в наведеному прикладі множина усіх  $n(n-1)=30$  векторних 3D сум, обчислених з урахуванням модулів  $m_1=2$ ,  $m_2=3$ ,  $m_3=5$ , взаємно однозначно відповідає множині координат усіх вузлових точок тривимірної решітки тора з розмірами  $2 \times 3 \times 5$ . На відміну від традиційних позиційних кодів з числовими вагами розрядів, у запропонованому коді  $n$  позиціям присвоєно значення  $t$ -вимірних векторів, причому розміри просторової  $t$ -вимірної решітки визначаються параметрами обраної оптимізованої моделі. При застосуванні такого коду по одному каналу зв'язку може пересилатися одночасно  $t$  даних з відповідним зростанням кількості перетвореної інформації по цьому каналу за фіксований відтинок часу, що відкриває перспективи високопродуктивних засобів опрацювання інформації, векторних обчислювальних систем та створення оптимізованих систем керування на засадах використання комбінаторних властивостей тороїдальних циклічних груп.

Надмірність коду зведена до теоретичного мінімуму, оскільки множина усіх дозволених кодових комбінацій взаємно однозначно відповідає множині усіх координат просторової  $t$ -вимірної решітки тора. Ця особливість двійкового коду дає змогу вдосконалити керування системами, стан яких визначається функціями кількох змінних, залежних від просторових координат, завдяки скороченню в  $(n-1)$  разів числа керованих кодом комбінацій, розробити правила нетрадиційної векторної комп'ютерної арифметики на двійковому коді для створення нового класу спеціалізованих векторних процесорів, де  $n$  – число векторних вагових розрядів оптимального  $t$ -вимірного коду. Серед інших переваг згаданого коду слід зазначити високий рівень його завадостійкості, що зумовлено формуванням дозволених комбінацій за правилом монолітного гуртування однойменних двійкових символів. За такої умови більша частина хибних кодових комбінацій виявляється й виправляється автоматично в реальному масштабі часу. Це дає змогу підвищити надійність систем керування під час пересилання векторних даних каналами зв'язку, а також забезпечити їх надійний захист від несанкціонованого доступу.

### Класифікація оптимальних векторних кодів

Наведемо ряд означень, пов'язаних із класифікацією оптимальних векторних кодів, побудованих на ідеї оптимальних просторових співвідношень.

*Кільцевий монолітний код (КМК):* множина кодових послідовностей, всі дозвалені комбінації яких утворені з поруч розміщених за кільцевою схемою однойменних символів.

*Числовий оптимальний кільцевий код:* двійковий  $n$ -розрядний КМК, ваги розрядів якого утворюють множину двійкових комбінацій в інтервалі  $[1, S]$ , де всі кільцеві суми ваг цієї  $n$ -послідовності, обчислених за модулем  $S=n(n-1)/R$ , перелічують множину цілих додатних чисел в інтервалі  $[1, S]$  рівно  $R$  разів.

*Двовимірний оптимальний кільцевий код:* двійковий  $n$ -розрядний КМК з двовимірними ( $t=2$ ) ваговими розрядами, де множина усіх кільцевих двовимірних вектор-сум, обчислених з урахуванням числових значень відповідних модулів  $m_1$  та  $m_2$ , перелічує вузлові точки двовимірної сітки координат у циклічній системі відліку координат  $m_1 \times m_2$  поверхні тору рівно  $R$  разів, де  $m_1 \cdot m_2 = n(n-1)/R$ .

*Багатовимірний оптимальний кільцевий код:* двійковий  $n$ -розрядний КМК з  $t$ -вимірними ваговими розрядами, де множина усіх кільцевих  $t$ -вимірних вектор-сум, обчислених з урахуванням числових значень відповідних модулів  $m_1, m_2, \dots, m_t$ , перелічує вузлові точки координатної сітки в циклічній системі відліку координат  $m_1 \times \dots \times m_t$   $t$ -вимірного просторового поля гіпертору рівно  $R$  разів, де  $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_t = n(n-1)/R$ .

### Висновок

Запропонований підхід до комбінаторної оптимізації багатовимірних (векторних) систем перетворення інформації може знайти застосування в системах керування, стан яких визначається багаторівневими функціями  $t$  змінних, які залежать від просторових координат, зокрема в системах керування з розподіленими параметрами. У ролі таких функцій можуть поставати багатовимірні векторні поля, де інформаційний та енергетичний контакти між ланками кібернетичної системи

відбуваються на контактних полях заданої розмірності. Метод дає змогу вдосконалити керування системою на множині  $n(n-1)$  її фіксованих станів у багатовимірному фазовому просторі, завдяки зменшенню числа її керованих кодом комбінацій в  $n-1$  разів, де  $n$  – число структурних елементів системи. Застосування методу у фізичних системах потокового виробництва дозволяє підвищити гнучкість керування інформаційними й матеріальними потоками, завдяки розширенню комбінаційних та функціональних можливостей використання векторного просторово-часового поля під час опрацювання виробничих програм. Проблема подолання надмірності кібернетичних систем з одночасною гармонізацією взаємозв'язку людини і зовнішнього світу на основі концепції «оптимальних» просторових співвідношень частин і цілого стосується не лише фізичних систем, але й філософського трактування таких понять, як інформація, простір, час, які поглиблюють пізнавальну роль людини, пов'язану з інформаційними процесами реального світу.

1. Кухтенко О. І. Загальна теорія систем / О. І. Кухтенко // Енциклопедія кібернетики. Т. 2. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 402–406. 2. Скурихін В. І. Системотехніка / В. І. Скурихін // Енциклопедія кібернетики. Т. 2. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 429–431. 3. Железнов М. А. Надмірність системи / М. А. Железнов // Енциклопедія кібернетики. Т. 2. Головна редакція УРЕ. – К., 1973. – С. 133–135. 4. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем / В. В. Різник. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с. Холл М. Комбінаторика / М. Холл: пер. з англ. – М.: Мир, 1970. – 470 с.

UDC 681.5: 519.7

V. Kotsovsky

Uzhgorod National University

## LEARNING OF COMPLEX NEURONS

© Kotsovsky V., 2016

**The paper deals with the problems of realization of Boolean functions on neural-like units with complex weight coefficients. The relation between classes of realizable function is considered for half-plane-like activation function. We also introduce the concept of sets separability, corresponding to our notion of neuron. The iterative online learning algorithm is proposed and sufficient conditions of its convergence are given.**

**Key words: complex neuron, neural network, threshold unit, threshold function, learning.**

### Introduction

Artificial neural networks based on neural-like units have numerous applications in different areas, such as artificial intelligence, objects classification, pattern recognition, data compression, forecasting, approximation or extrapolation of functions of many variables and many others [1]. Different networks architectures and neuron kinds are described in [1, 2]. One of most important task in the theory of feed-forward neural networks with discrete activation functions is the one concerning the realization of a Boolean function on a single neuron. Its importance follows from the fact that for networks on the base of neurons with threshold-like activation function outputs of each network levels have two possible values (binary, bipolar, etc.). Minsky and Papert [3] proved that classical threshold units have enough weak capacity for recognition. Numerous improved models of neuron are proposed for overcome the mentioned limitations (see [1] for details).

In paper we deal with the one type of such extensions, namely complex neurons, which are introduced in [4]. There exists many way of complexification, e.g. [5].

Let  $E_2 = \{-1, 1\}$  be the bipolar set and  $E_2^n$  is an  $n$ -th Cartesian power of  $E_2$ . A Boolean function in bipolar basis is a function mapping from  $E_2^n$  to  $E_2$ .

A Boolean function  $f(x_1, \dots, x_n)$  on  $E_2^n$  is a Boolean threshold function if there exists a weight vector  $(w_1, \dots, w_n) \in \mathbb{R}^n$  and a threshold  $-w_{n+1}$  such that

$$\text{for all } (x_1, \dots, x_n) \in E_2^n \quad \sum_{j=1}^n w_j x_j < -w_{n+1} \Leftrightarrow f(x_1, \mathbf{K}, x_n) = -1.$$

With intent of simplify notation we extend input and weight vectors dimension by introducing one new additional  $(n+1)$ -th coordinate. Let  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n, 1)$ ,  $\mathbf{w} = (w_1, \mathbf{K}, w_n, w_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1}$ ,  $(\mathbf{w}, \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n w_j x_j + w_{n+1}$  — inner product of vectors  $\mathbf{w}$  and  $\mathbf{x}$  (sometimes called a weighted sum). Thus, for any threshold function  $f$ :  $f(\mathbf{x}) = \text{sgn}(\mathbf{w}, \mathbf{x})$ , where  $f(\mathbf{x}) = f(x_1, \dots, x_n)$  and  $\text{sgn}$  is sign function given by

$$\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{if } a < 0, \\ 1 & \text{if } a \geq 0. \end{cases}$$

### Complex neurons

Now we extend the notion of threshold function to the complex domain. Let us consider Boolean function over alphabet  $\{a, b\}$  where  $a$  and  $b$  are complex number. Let  $l$  be an arbitrary line dividing the complex plane  $\mathbb{C}$  on two half-plane  $C_+$  and  $C_-$ . We may regard following sign function

$$\text{sgn}_l z = \begin{cases} -1 & \text{if } z \in C_-, \\ 1 & \text{if } z \in C_+ \cup l. \end{cases}$$

A Boolean function  $f: \{a, b\}^n \rightarrow \{a, b\}$  is a complex Boolean threshold function (CBTF) in the alphabet  $\{a, b\}$  if there exists a complex weight vector  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{n+1}$  and line  $l$  such that  $f(\mathbf{z}) = \text{sgn}_l(\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}})$ , where  $\bar{\mathbf{z}}$  is a complex conjugate vector for  $\mathbf{z}$  (here we used the definition of inner product in complex vector spaces).

Note that we do not use the notion of the threshold in our definition, because it is convenient to include the threshold in the weight vector.

It is easy to see that using rotation and fitting of the free term  $w_{n+1}$  we can restrict the class of possible sign function to the following function

$$\text{Resgn } z = \begin{cases} -1 & \text{if } \text{Re } z < 0, \\ 1 & \text{if } \text{Re } z > 0. \end{cases}$$

Note that "small" change of term  $w_{n+1}$  allows avoiding the possibility that the weighted sum  $(\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}})$  value lies on the division line.

Let  $T_c(a, b)$  be a class of all CBTF in alphabet  $\{a, b\}$ . The question arises about relations existing among the classes of CBTF in different alphabets. The answer is given by the following proposition.

**Proposition 1.** *There exists an bijective correspondence between the classes  $T_c(a, b)$  and  $T_c(g, d)$  for arbitrary alphabets  $\{a, b\}$ ,  $\{g, d\}$ .*

**Proof.** Let  $f(z) \in T_c(a, b)$ . Then there exists  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{n+1}$  such that for all  $\mathbf{z} \in \{a, b\}^n$   $f(\mathbf{z}) = \text{Resgn}(\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}})$ . The transformation  $z' \rightarrow \frac{b-a}{d-g}(z' - g) + a$  is the one-one correspondence between sets  $\{g, d\}$  and  $\{a, b\}$ . Then



$$(\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}}) = \sum_{j=1}^n w_j z_j + w_{n+1} = \frac{b-a}{d-g} \sum_{j=1}^n w_j z'_j + \left( a - \frac{b-a}{d-g} g \right) \sum_{j=1}^n w_j z'_j + w_{n+1} = (\mathbf{w}', \bar{\mathbf{z}}'),$$

where  $w'_j = \frac{b-a}{d-g} w_j$ , ( $j=1, 2, \mathbf{K}n$ ),  $w'_{n+1} = \left( a - \frac{b-a}{d-g} g \right) \sum_{j=1}^n w_j + w_{n+1}$ .

Let  $g(\mathbf{z}')$  be a Boolean function in alphabet  $\{g, d\}$  realizable on the complex neuron with the weight vector  $\mathbf{w}'$ . It is easy to see that the correspondence  $f \leftrightarrow g$  is bijective one between the functions from  $T_C(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  to  $T_C(g, d)$ .

Note, in particular, that one cannot obtain the class of CBTF more powerful than  $T_C(-1, 1)$  by altering the alphabet.

The next question is how the cardinality of the class of CBTF changes if we restrict the set of possible values for weight vector coefficients. Let  $T_D^n(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  be the class of all CBTF of  $n$  variables realizable on neurons with weight vectors from the set  $D^{n+1}$ ,  $T_D(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \bigcup_{n=0}^{\infty} T_D^n(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , where  $D \subseteq \mathbb{C}$ .

**Proposition 2.** *If  $\operatorname{Re} a \neq \operatorname{Re} b$ , then  $T_C(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = T_R(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ .*

**Proof.** Let us prove that equality  $T_C^n(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = T_R^n(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  holds for all non-negative integer  $n$ . From proposition 1 it follows that  $T_C^n(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \leftrightarrow T_C^n(\operatorname{Re} a, \operatorname{Re} b)$ . Let  $f$  be an arbitrary member of  $T_C^n(\operatorname{Re} a, \operatorname{Re} b)$ ,  $\mathbf{z} \in \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}^n \times \{1\}$ ,  $z_j = x_j + iy_j$ ,  $x_j, y_j \in \mathbb{R}$  ( $j=1, \mathbf{K}, n$ ),  $w_j = u_j + iv_j$ ,  $u_j, v_j \in \mathbb{R}$ , ( $j=1, \mathbf{K}, n+1$ ). Then

$$f(\mathbf{z}) = \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^n w_j x_j + w_{n+1} \right) = \sum_{j=1}^n u_j x_j + u_{n+1} = \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^n u_j z_j + u_{n+1} \right).$$

It follows from the last equality that the classes  $T_C^n(\operatorname{Re} a, \operatorname{Re} b)$  and  $T_R^n(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  have the same cardinality. Then the same holds for classes  $T_C(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  and  $T_R(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ . Since  $T_C(\operatorname{Re} a, \operatorname{Re} b) \subseteq T_C(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , these classes are equal.

Note that for the alphabet  $E_2$  the last proposition is proved in [4].

From the previous proposition also follows that usage of neurons with weights belonging to the real line enable us to generate all CBTF. We will prove that similar fact is true for neurons with weights lying on any line in complex space.

**Proposition 3.** *If  $g \in \mathbb{C}$ ,  $gR = \{gx \mid x \in \mathbb{R}\}$  and complex numbers  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, g$  satisfy conditions  $|\arg g| < \frac{\pi}{2}$ ,  $\operatorname{Re}(a-b)g \neq 0$ , then classes  $T_C(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  and  $T_{gR}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  coincide.*

**Proof.** Let us consider an arbitrary CBTF  $f(\mathbf{z}) \in T_C(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ . Then there exists  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{n+1}$  such that for each  $\mathbf{z} \in \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}^n$  equality  $\operatorname{Resgn}(\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}}) = f(\mathbf{z})$  is true, from which it follows that

$$(\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}}) = \sum_{j=1}^n w_j z_j + w_{n+1} = \sum_{j=1}^n w_j g^{-1} g z_j + w_{n+1} = (\mathbf{w}', \bar{\mathbf{z}}'),$$

where  $w'_j = w_j g^{-1}$ ,  $z'_j = g z_j$  ( $j=1, \mathbf{K}, n$ ),  $w'_{n+1} = w_{n+1}$ . So, for all CBTF  $f(\mathbf{z})$  in alphabet  $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$  there exists unique CBTF  $g(\mathbf{z}')$  in alphabet  $\{g\mathbf{a}, g\mathbf{b}\}$  such that for each  $\mathbf{z} \in \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}^n$  equality  $f(\mathbf{z}) = g(\mathbf{z}')$  holds. Using proposition 2 to function  $g(\mathbf{z}')$  we obtain

$$\operatorname{Re}(\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}}) = \operatorname{Re}(\mathbf{w}', \bar{\mathbf{z}}') = \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^n u_j z'_j + u_{n+1} \right) = \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^n u_j g \cdot z_j + u_{n+1} \right) = \operatorname{Re}(\mathfrak{W}, \bar{\mathbf{z}}),$$

where  $u_j \in \mathbb{R}$ ,  $\mathfrak{W}_j = u_j g$ , ( $j=1, \mathbf{K}, n$ ),  $\mathfrak{W}_{n+1} = \frac{u_{n+1} g}{\operatorname{Re} g}$ . Thus, the Boolean function  $f(\mathbf{z})$  is realizable on complex neuron with weight vector  $\mathfrak{W} \in gR^{n+1}$ .

### Learning algorithm

We have seen that  $T_C(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = T_{g_R}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , and question how find some weight vector  $\mathbf{w} \in T_{g_R}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , corresponding to given CBTF  $f$  naturally arises. That is, we need a learning algorithm for the class of CBTF.

Let  $A^+$ ,  $A^-$  be two finite disjunctive subsets of vectors from the set  $C^n \times \{g\}$ , ( $g \neq 0$ ) (i.e.  $A^+ \cap A^- = \emptyset$ ) and  $A = A^+ \cup A^-$ . We call sets  $A^+$  and  $A^-$   $\gamma$ -separable, if there exists vector  $\mathbf{w} \in gR^{n+1}$  such that for all  $\mathbf{z} \in A$  following conditions hold

$$\begin{aligned} (\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}}) &> 0 \quad \text{if } z \in A^+, \\ (\mathbf{w}, \bar{\mathbf{z}}) &< 0 \quad \text{if } z \in A^-. \end{aligned}$$

Next, we will suppose that there exists an angle  $f$  and real number  $c$  such that

$$\forall \mathbf{z} \in A \quad \left| \operatorname{Re}(e^{if} z_j) \right| \geq c > 0 \quad (j=1, \mathbf{K}n). \quad (1)$$

We will assume (1), without any loss of generality, because  $A$  is a finite set. Let the training sample of vectors  $\{\mathbf{z}^k\}$  satisfies following two conditions:

- 1)  $\mathbf{z}^k \in A$ ,  $k \in \mathbf{N}$ ;
- 2) each element of the set  $A$  repeats in learning sample infinitely many times.

Without any loss of generality we will assume that  $g = e^{if}$ , where  $-\frac{p}{2} < f < \frac{p}{2}$ . Let the initial weight vector be  $\mathbf{w}^0 = (0, \mathbf{K}, 0)$ . Let us build the sequence of vectors  $\{\mathbf{w}^k\}$  as follow:

$$\mathbf{w}^k = \mathbf{w}^{k-1} + t_k h_f(\mathbf{z}^k) e^{if}, \quad (2)$$

where  $h_f(\mathbf{z}) = (\operatorname{Re}(\bar{\mathbf{z}}_1 e^{-if}), \mathbf{K}, \operatorname{Re}(\bar{\mathbf{z}}_n e^{-if}), 1)$ , and a coefficient  $t_k$  in defined by

$$t_k = \begin{cases} 1 & \text{if } \operatorname{Re}(\mathbf{w}^{k-1}, \bar{\mathbf{z}}^k) \leq 0 \text{ and } z \in A_+, \\ -1 & \text{if } \operatorname{Re}(\mathbf{w}^{k-1}, \bar{\mathbf{z}}^k) \geq 0 \text{ and } z \in A_-, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

The algorithm of weights updating according to the rule (2)-(3) we call "the online learning algorithm" for the complex neural unit. The next proposition gives the sufficient condition for our learning algorithm to be convergent.

**Proposition 4.** *If finite sets  $A^+$  and  $A^-$  are  $g$ -separable, then there exists finite natural  $m$  such that the sequence (2) of weight vector, obtaining according to the rules (2)-(3) of online learning algorithm yield after  $m$  updates the weight vector  $\mathbf{w}^m$ , which separates sets  $A^+$  and  $A^-$ .*

**Proof.** We do our proof by contradiction. Suppose that the opposite is true. We can assume that at each step of the learning algorithm the coefficients  $t_k \neq 0$  (in opposite case we can simply throw away such  $\mathbf{z}^k$ , for which  $t_k = 0$ , because weights are persistent on respective steps of the algorithm). Then  $\mathbf{w}^{m+1} = t_1 h_f(\mathbf{z}^1) e^{if} + \mathbf{K} + t_m h_f(\mathbf{z}^m) e^{if}$ . Now find the inner product of both sides of the last equality by  $\mathbf{w} \in R^{n+1}(g)$ , which separates sets  $A^+$  and  $A^-$ . Without loss of generality we can assume there exists  $d > 0$  such that  $\forall \mathbf{z} \in A$  the following inequality holds  $\left| (\mathbf{w}, h_f(\mathbf{z})) \right| \geq d > 0$  (we always can satisfy it by changing in corresponding way the free term  $w_{n+1}$ ). It follows from Cauchy-Schwartz inequality that

$$\|\mathbf{w}\| \cdot \|\mathbf{w}^{m+1}\| \geq |(\mathbf{w}, \mathbf{w}^{m+1})| \geq \sum_{k=1}^m |(\mathbf{w}, h_f(\mathbf{z}^k))| \geq md,$$

and, hence,

$$\|\mathbf{w}^{m+1}\|^2 \geq \frac{m^2 d^2}{\|\mathbf{w}\|^2}. \quad (4)$$

In other way, if we square the both sides of (2), then we have that

$$\|\mathbf{w}^{k+1}\|^2 = \|\mathbf{w}^k\|^2 + 2t_{k+1} \operatorname{Re}(\mathbf{w}^k, h_f(\mathbf{z}^{k+1}) e^{if}) + \|h_f(\mathbf{z}^{k+1})\|^2.$$

Accordingly to the learning algorithm all vectors  $\mathbf{w}^k$  satisfy the conditions  $\mathbf{w}^k = e^{if} \mathbf{u}^k$ , where  $\mathbf{u}^k \in \mathbb{R}^{n+1}$ . Therefore,

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mathbf{w}^k, h_f(\mathbf{z}^{k+1}) e^{if}) &= \operatorname{Re} \sum_{j=1}^n u_j^k e^{if} \operatorname{Re}(\overline{z_j^{k+1}} e^{-if}) \cdot e^{if} + \operatorname{Re}(u_{n+1}^k e^{if} \overline{e^{if}}) = \\ &= \operatorname{Re} \sum_{j=1}^n u_j^k (x_j^{k+1} \cos f - y_j^{k+1} \sin f) + u_{n+1}^k = \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^n \operatorname{Re}(u_j^k e^{if} (x_j^{k+1} + iy_j^{k+1})) + u_{n+1}^k e^{if} \overline{e^{if}} \right) = \\ &= \operatorname{Re} \left( \sum_{j=1}^n w_j^k z_j^{k+1} + w_{n+1}^k \overline{e^{if}} \right) = \operatorname{Re}(\mathbf{w}^k, \overline{\mathbf{z}^{k+1}}). \end{aligned}$$

From (3) it follows that  $t_k \operatorname{Re}(\mathbf{w}^k, \overline{\mathbf{z}^{k+1}}) \leq 0$ . Then, according to last equalities and condition (1)

$$\|\mathbf{w}^{k+1}\|^2 - \|\mathbf{w}^k\|^2 \leq \|h_f(\mathbf{z}^{k+1})\|^2 \leq nc^2 + 1, \quad (k = 0, 1, \dots, m).$$

Let us sum the last equality by  $k$  from 0 to  $m$ . Then

$$\|\mathbf{w}^{m+1}\|^2 \leq \sum_{k=0}^m \|h_f(\mathbf{z}^{k+1})\|^2 \leq (m+1)(nc^2 + 1). \quad (5)$$

Inequalities (4) and (5) contradict for sufficiently large  $m$ . Hence, the learning process (2)-(3) cannot last infinitely long.

### Conclusion

Artificial complex neurons with the half-plane surface of activation function are enough simple and powerful computational units. Main our results concerning complex neurons with Resgn activation function are following:

1. The choice of the alphabet of Boolean functions representation has no importance for representative power of class of respective realizable Boolean functions.
2. The restriction of possible weights to ones on an almost every line in complex plane does not shrink the class of respective complex Boolean threshold functions.
3. Neurons with restricted weights can be learned by using perceptron-like learning technique.

1. Haykin S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, Inc., 1999. 2. Руденко О. Г., Бодяньський Є. В. *Штучні нейронні мережі*. – Харків: ТОВ “Компанія СМІТ”, 2006. 3. Минский М., Пейперт С. *Перцептроны*. – М., Мир, 1971. 4. Aizenberg N. N. and Ivaskiv Yu. L. *Multiple-Valued Threshold Logic*. – Kiev: Naukova Dumka Publisher House, 1977 (in Russian). 5. Aizenberg N. N., Aizenberg I. N., Krivosheev G. A. *CNN based on Universal Binary Neurons: Learning algorithm with Error-Correction and Application to Impulsive-Noise Filtering on Gray-Scale Images // Proceedings of the Fourth International Workshop on Cellular Neural Networks and their Applications, Seville, Spain, June 24–26, 1996*. – P. 309–314.

# МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

УДК 621.317.39

Г. Юрчик

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра електронних засобів інформаційно-комп’ютерних технологій

## МЕТОД ПЕРІОДИЧНОГО АВТОКАЛІБРУВАННЯ ВИТРАТОМІРІВ ЗМІННОГО ПЕРЕПАДУ ТИСКУ

© Юрчик Г., 2015

Запропоновано метод періодичного автокалібрування витратомірів змінного перепаду тиску безпосередньо в умовах їх експлуатації, які поширено в різних галузях промисловості для контролю та обліку витрати різних рідинних речовин (нафтопродукти, гаряча вода, харчові продукти тощо). В основу методу покладено використання структурно-часової надлишковості вимірювальних перетворень, що дає можливість алгоритмічним шляхом визначити і врахувати поправку на прогресуючі похибки витратоміра як адитивного, так і мультиплікативного характеру. В результаті підвищується метрологічна надійність витратомірів у процесі їх тривалої експлуатації і, відповідно, достовірність технологічного контролю об’ємної витрати рідинних речовин.

**Ключові слова:** витратомір змінного перепаду тиску, функція вимірювального перетворення, адитивна і мультиплікативна похибки, калібрований вплив на звужувальний пристрій, лінійна апроксимація, алгоритм функціонування витратоміра, точність методу автокалібрування.

The method of periodic auto-calibration device for flow measurement pressure drop directly in terms of their operation, which are widely used in various industrial sectors for the control and accounting costs of various liquid substances (oil, hot water, food, etc.). The basis of the method is based on the use of structural and temporal redundancy measurement conversions, enabling algorithmic way to identify and consider an amendment to the progressive flow errors as additive and multiplicative nature. As a result of increased flow metrological reliability in the process of continuous operation and, therefore, the reliability of process control volumetric flow of liquid substances.

**Key words:** ASCD differential pressure measuring conversion function, and cartoon additive error calibrated impact on zvuzhuvalnyy device, linear approximation, algorithm of flow, precision auto-calibration method.

### Вступ

Підвищення якості продукції і ефективності виробництва нерозривно пов’язане з розробленням та застосуванням досконаліших точних методів та засобів вимірювання, призначених для контролю, регулювання і управління технологічними процесами (ТП) в різних галузях промисловості України.

На багатьох вітчизняних підприємствах використовуються ТП, пов’язані з транспортуванням трубопроводами різних рідинних речовин – таких, як нафтопродукти, енергоносії (гаряча вода, пара, природний газ тощо), харчові продукти (спирт, мінеральна вода, соки, молоко тощо) та інші. Для контролю, регулювання, управління цими ТП та обліку речовин, що транспортуються, широко використовуються витратоміри змінного перепаду тиску, за допомогою яких здійснюється вимірювання і контроль одного з визначальних параметрів ТП – об’ємної витрати рідинної речовини  $Q_x$ , тобто кількості речовини, що проходить через переріз трубопровода в одиницю часу

або за певний проміжок часу. На практиці використовують також тахометричні, електромагнітні, ротаметричні витратоміри, але значною перевагою витратомірів змінного перепаду тиску є їх висока надійність, працездатність у важких виробничих умовах, відносна простота та компактність вимірювальних приладів. Основним недоліком даних витратомірів є їх недостатня точність. Похибка вимірювання може досягати  $\pm (5 \div 10)\%$ , яка сьогодні не задовольняє вимог сучасних ТП.

Як відомо, у склад витратоміра змінного перепаду тиску входить первинний перетворювач (ПП) об'ємної витрати у вигляді пристрою (діафрагми) звуження потоку контрольованої рідинної речовини в трубопроводі, а також диференціальний манометр із з'єднувальними (імпульсними) трубками для визначення перепаду тиску на вході – виході звужувального пристрою, залежність якого від значення об'ємної витрати речовини представляється відомим співвідношенням [1].

$$Q_x = 0.01252 \cdot \alpha \cdot \varepsilon \cdot m \cdot D^2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_1 - P_2)}, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт витрати речовини, залежний від числа Рейнольдса  $Re$  в ламінарній області і не залежний в турбулентній;  $\varepsilon$  – коефіцієнт розширення рідини внаслідок проходження її через звужувальний пристрій;  $m = d^2/D^2$  – модуль звужувального пристрою;  $d$  – діаметр отвору звужувального пристрою при певній температурі контрольованої рідини;  $D$  – внутрішній діаметр трубопроводу;  $\rho$  – густина рідини у перерізі перед входом в отвір звужувального пристрою;  $\Delta P = P_1 - P_2$  – перепад тиску у звужувальному пристрої.

Існуюча процедура експериментального градуювання витратомірів доволі складна і займає багато часу. Градувальні характеристики (ГХ) даних витратомірів визначають аналітично розрахунком за спеціальними Правилами – стандартами [2], які вимагають суворо дотримуватися методики виконання вимірювань [3], а також методики монтажу та експлуатації звужувальних пристроїв. Якщо вимірювання витрати здійснюється в умовах, при яких параметри контрольованої речовини відрізняються від параметрів, прийнятих для розрахунку звужувального пристрою, то з'являється відповідно додаткова похибка. Неправильний монтаж або неконтрольовані зміни геометричних параметрів звужувальних пристроїв в процесі їх експлуатації зумовлюють появу неприпустимо великих прогресуючих похибок як адитивного, так і мультиплікативного характерів. Поступова зміна діаметра та кута заточки отвору звужувального пристрою може відбуватися з багатьох причин, і переважно за дії хімічної агресивності контрольованої речовини та наявності в ній твердих механічних домішок. Тому визначити і компенсувати вищезазначені похибки в процесі неперервної експлуатації витратоміра без демонтажу і заміни звужувального пристрою, або його переградування, практично неможливо. Суттєві похибки вимірювання витрати можуть бути зумовлені також поступовим дрейфом ГХ диференціального манометра і дією на витратомір різних дестабілізуючих впливових факторів. До того ж доволі нелінійна функціональна залежність контрольованої витрати речовини від перепаду тиску у звужувальному пристрої у вигляді  $Q_x = f(k\sqrt{\Delta P})$  суттєво обмежує точність відомих методів досягнення інваріантності витратомірів щодо розглянутих дестабілізуючих впливових факторів через достатньо значну похибку лінійної апроксимації згаданої вище функції вимірювального перетворення [4, 5].

У статті пропонується до розгляду структурно-алгоритмічний метод періодичного автокалібрування витратомірів змінного перепаду тиску безпосередньо в умовах експлуатації і в процесі тривалого часу їх функціонування без громіздкої і неефективної операції демонтажу звужувального пристрою, що дає можливість підвищити метрологічну надійність витратомірів, і забезпечити при цьому нормовану достовірність контролю об'ємної витрати різних рідинних речовин.

### **Метод автокалібрування витратомірів змінного перепаду тиску в умовах їх експлуатації**

Метод автокалібрування заснований на застосуванні структурно-часової надлишковості вимірювальних перетворень, введенні у схему витратоміра пристроїв формування каліброваних адитивного і мультиплікаційного тестів, які діють безпосередньо на звужувальний пристрій в місці його установки на технологічному обладнанні. На рисунку наведено структурну схему

мікропроцесорного витратоміра змінного перепаду тиску із структурною надлишковістю, за допомогою якої реалізується запропонований метод. Алгоритм функціонування витратоміра забезпечує одержання основного і додаткових результатів вимірювання, за допомогою яких значення контрольованої об'ємної витрати рідинної речовини визначається по формулі з автокорекцією домінуючих прогресуючих похибок.

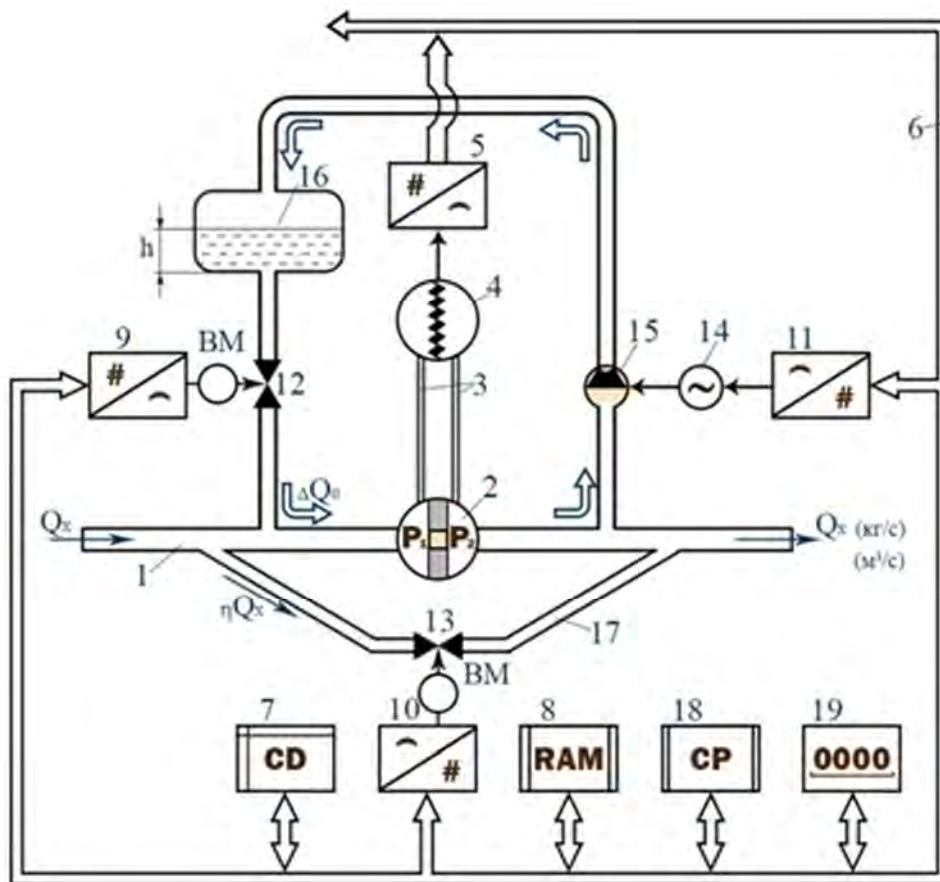
Суть методу, що пропонується, полягає в наступному. Виходячи з рівняння вимірювального перетворення (1), перепад тиску на звужувальному пристрої 2 дорівнює

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho}{(0.01252 \cdot \alpha \cdot \varepsilon \cdot m \cdot D^2)^2} \quad (2)$$

або

$$\Delta P = K_1 Q_x^2, \quad (3)$$

де  $\rho = \frac{\rho}{(0.01252 \cdot \alpha \cdot \varepsilon \cdot m \cdot D^2)^2}$  – коефіцієнт перетворення (чутливості) звужувального пристрою 2.



Структурна схема мікропроцесорного витратоміра змінного перепаду тиску з автокорекцією прогресуючих похибок:

- 1 – трубопровід з потоком контрольованої речовини; 2 – звужувальний пристрій;  
 3 – імпульсні трубки; 4 – диференціальний манометр; 5 – аналого-цифровий перетворювач (АЦП);  
 6 – загальна шина персонального комп'ютера; 7 – блок управління; 8 – блок оперативної пам'яті;  
 9, 10, 11 – цифро-аналогові перетворювачі (ЦАП) з виконавчими механізмами (ВМ); 12, 13 – автоматичні запірні клапани; 14 – електродвигун відцентрового насоса 15; 16 – напірно-накопичувальна ємність із стабілізованим рівнем  $h$  рідинної речовини; 17 – байпас, призначений для шунтування звужувального пристрою 2 і зменшення контрольованого потоку рідини через останній в  $\eta=0$ ,  $8=0$ ,  $9$  раз;  
 18 – обчислювальний пристрій; 19 – цифровий індикатор контрольованої об'ємної витрати рідинної речовини

Відповідний вихідний сигнал  $U$  диференціального манометра 4 визначається виразом

$$U = K_1 K_2 Q_x^2, \quad (4)$$

де  $K_2$  – коефіцієнт перетворення диференціального манометра 4.

З врахуванням виразів (2) і (4) рівняння вимірювального перетворення витратоміра представиться у вигляді

$$N = S Q_x^2 K_3, \quad (5)$$

де  $N$  – цифровий код вихідного сигналу диференціального манометра 4;  $K_3$  – стабільний коефіцієнт перетворення АЦП 5.

Під час монтажу та налагодження витратоміра на технологічному об'єкті перед початком тривалої експлуатації здійснюється його первинне калібрування при відомому значенні об'ємної витрати рідинної речовини  $Q_k$ , яке визначається за формулою:

$$Q_k = \frac{Q_{\min} + Q_{\max}}{2}, \quad (6)$$

де  $Q_{\min}$  і  $Q_{\max}$  – відповідно нижня і верхня границі діапазону вимірювання об'ємної витрати рідинної речовини.

На початку процедури первинного калібрування витратоміра, керовані запірні клапани 12, 13 закриті і контрольований потік рідинної речовини  $Q_k$  у повному об'ємі проходить через звужувальний пристрій 2.

З врахуванням функції перетворення витратоміра (5), цифровий код вихідного сигналу диференційного манометра набудатиме значення :

$$N'_1 = S Q_k^2 K_3. \quad (7)$$

Одержаний код  $N'_1$  запам'ятовують та зберігають у блоці оперативної пам'яті 8.

Потім змінюють чутливість звужувального пристрою в  $\eta=0.8\div 0.9$  раз відкриттям запірного клапану 13 шунтуючого байпаса 17. Цю операцію виконують за командою блоку управління 7 за допомогою цифро-аналогового перетворювача 10 та виконавчого механізму. В результаті вихідний сигнал дифманометра зміниться, і його цифровий код набуде значення:

$$N'_2 = \eta S Q_k^2 K_3, \quad (8)$$

де  $\eta=0.8\div 0.9$  – коефіцієнт шунтування потоку рідинної речовини через звужувальний пристрій 2. Одержаний цифровий код  $N'_2$  також запам'ятовується, після чого клапан 13 закривають, і на цьому первинне калібрування витратоміра закінчується.

У процесі подальшої експлуатації витратоміра відбувається поступовий дрейф його ГХ внаслідок дії на нього вищезгаданих впливових факторів, що зумовлює появу прогресуючих та додаткових похибок. У результаті виникає необхідність в автокалібруванні витратоміра, яке здійснюється автоматично за програмою за таким алгоритмом.

Вимірюють об'ємну витрату  $Q_x$  контрольованої рідинної речовини при закритих клапанах 12, 13 пристроїв формування адитивного і мультиплікативного тестів на звужувальний пристрій 2. Цифровий код сигналу дифманометра 4 матиме значення:

$$\begin{aligned} N''_1 &= [S_1(1 + \gamma_1)Q_x^2 + \Delta U_1]K_3 = K_3 S_1 Q_x^2 + K_3 S_1 \gamma_1 Q_x^2 + K_3 \Delta U_1 = \\ &= K_3 S_1 Q_x^2 + \Delta N_1 + \Delta N_2, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\gamma = \Delta S / S$ ;  $\Delta S$  – абсолютна похибка чутливості витратоміра або коефіцієнта перетворення  $S$ ;  $\Delta N_1 = K_3 S_1 \gamma_1 Q_x^2$  – мультиплікативна похибка вимірювання в цифровому коді, зумовлена, по-перше, зміною чутливості звужувального пристрою через неконтрольовані відхилення його геометричних параметрів від їх розрахункових початкових значень, а також внаслідок можливої зміни параметрів самої рідинної речовини, що входять у співвідношення (1), і, по-друге, внаслідок можливої зміни чутливості диференціального манометра 4;  $\Delta N_2 = K_3 \Delta U_1$  – адитивна похибка вимірювання у цифровому коді, зумовлена дрейфом нуля витратоміра, тобто зміщенням його ГХ.

Цифровий код  $N_1''$  реєструють і запам'ятовують. Відповідно до виразу (9) значення контрольованої об'ємної витратної рідинної речовини можна визначити за формулою:

$$Q_x = \sqrt{\frac{N_1'' - \Delta N_1 - \Delta N_2}{K_3 S_1}}. \quad (10)$$

Якщо у вираз (10) ввести компенсальні поправки на похибки  $\Delta N_1$  і  $\Delta N_2$ , то можна одержати значення витрати  $Q_x$ , яке буде максимально наближене до реального її значення. Визначають ці поправки за допомогою додаткових результатів вимірювання каліброваних тестів на звужувальний пристрій 2.

Для цього з блоку управління 7 надходить команда на ЦАП 9 з виконавчим механізмом, який відкриває запірний клапан 12 і до контрольованого потоку  $Q_x$  на вході звужувального пристрою додається однорідний з контрольованою рідиною калібрований потік  $\Delta Q_0$  з напірно-накопичувальної ємності 16. При цьому значення величини  $\Delta Q_0$  має обиратися в межах 5÷10 порогів чутливості витратоміра, формується з похибкою  $\pm(2.0\div 3.0)\%$  і попередньо визначається за формулою:

$$\Delta Q_0 = \frac{(Q_x + \Delta Q_0) - Q_x}{\Delta t}, \quad (11)$$

де  $(Q_x + \Delta Q_0)$  і  $Q_x$  – відповідно об'ємна витрата рідинної речовини, що проходить через звужувальний пристрій 2 витратоміра з каліброваним потоком  $\Delta Q_0$  та без нього за однакові проміжки часу  $\Delta t$ .

У результаті вихідний сигнал дифманометра зміниться, а його цифровий код матиме значення:

$$N_2'' = [S_2(1 + \gamma_2)(Q_x + \Delta Q_0)^2 + \Delta U_2]K_3. \quad (12)$$

Цифровий код  $N_2''$  реєструють та запам'ятовують, після чого за допомогою ЦАП 10 та виконавчого механізму відкривають запірний клапан 13 байпасу 17, що зумовлює зменшення сумарного потоку рідини через звужувальний пристрій в  $\eta=0.8\div 0.9$  раз. Вимірюють нове усталене значення об'ємної витрати рідинної речовини. Цифровий код вихідного сигналу дифманометра 4 матиме значення:

$$N_3'' = [S_3(1 + \gamma_3)\eta(Q_x + \Delta Q_0)^2 + \Delta U_3]K_3, \quad (13)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт шунтування потоку рідини у звужувальному пристрої 2.

Цифровий код  $N_3''$  реєструється і запам'ятовується. Далі за командою блоку управління 7 клапаном 12 перекривають калібрований потік рідини  $\Delta Q_0$ , завдяки чому вихідний сигнал дифманометра змінюється, а його цифровий код дорівнюватиме:

$$N_4'' = [S_4(1 + \gamma_4)\eta Q_x^2 + \Delta U_4]K_3. \quad (14)$$

Цифровий код  $N_4''$  реєструється та запам'ятовується, після чого закривають клапан 13 і витратомір переводять у початковий стан поточних вимірювань об'ємної витрати речовини.

Враховуючи те, що при здійсненні протягом короткого інтервалу часу (15÷20 с) каліброваних тестів на звужувальний пристрій 2 збільшення та зменшення контрольованої витрати відбувається в межах практично лінійної ділянки функції вимірювального перетворення витратоміра (4) і в околі робочої точки  $Q_x^2$ , то можна вважати незмінними в одержаних рівноточних результатах вимірювання (9, 12, 13, 14) значень чутливостей  $S_1=S_2=S_3=S_4=S$  та похибок  $\gamma_1=\gamma_2=\gamma_3=\gamma_4=\gamma$ ;  $\Delta U_1=\Delta U_2=\Delta U_3=\Delta U_4=\Delta U$ .

Потім за допомогою одержаних додаткових результатів спостережень і результатів первинного калібрування (7), (8) витратоміра визначають значення поправок на прогресуючі адитивну і мультиплікативну похибки вимірювання об'ємної витрати рідинної речовини відповідно за формулами:

$$\Delta N_1 = N_1'' - \frac{(N_1'' - N_4'')(N_2'' - N_1'')}{(N_2'' - N_3'') - (N_1'' - N_4'')}; \quad (15)$$



$$\Delta N_2 = \frac{(N_1'' - N_4'')}{(N_1' - N_2')} - \frac{Q_x^2}{Q_k^2} N_1'' \quad (16)$$

Якщо тепер ввести у вираз (10) одержані компенсувальні поправки з протилежними знаками, то значення контрольованої витрати рідинної речовини, максимально наближене до її реального значення, визначатиметься за формулою:

$$Q_x = Q_k \sqrt{\frac{N_1''}{N_1'} - \frac{1}{2} \left[ \frac{N_1'' - N_4''}{N_1' - N_2'} - \frac{(N_1'' - N_4'')(N_2'' - N_1'')}{N_1''(N_2'' - N_3'' - N_1'' + N_4'')} \right]} \quad (17)$$

### Висновки

З виразу (17) видно, що обчислене значення контрольованої об'ємної витрати рідинної речовини не залежить від нелінійності та дрейфу ГХ витратоміра, дії на нього різних дестабілізуювальних факторів і визначається лише цифровими кодами додаткових результатів рівноточних вимірювальних перетворень. Використання функції вимірювального перетворення витрати у вигляді  $\Delta P = K_1 Q_x^2$ , замість традиційної функції  $Q_x = k\sqrt{\Delta P}$ , дає змогу повністю усунути похибку лінійної апроксимації витратоміра в околі робочої точки  $Q_x^2$ . Точність запропонованого методу калібрування витратомірів змінного перепаду тиску залежить переважно від стабільності каліброваних тестів на звужувальний пристрій витратоміра протягом короткого часу їх здійснення та похибкою каліброваної об'ємної витрати  $Q_k$ , яка може бути забезпечена на рівні  $\pm(0.25 \div 0.5)\%$ . Як показують результати проведених розрахунків, похибка розглянутого методу автокалібрування витратоміра для заданого робочого діапазону вимірювання знаходиться в межах  $\pm 1.0\%$ .

Значення компенсувальної поправки  $\Delta i$  до поточних результатів вимірювання об'ємної витрати рідинної речовини визначається різницею  $\Delta i = Q_x - Q_{xi}$ , де  $Q_x$  – значення витрати, одержане за формулою (17) під час чергового автокалібрування витратоміра;  $Q_{xi}$  – поточний результат прямого вимірювання об'ємної витрати до моменту калібрування витратоміра.

Можливість здійснення в реальному часі з необхідною періодичністю автокалібрування витратомірів безпосередньо в умовах їх експлуатації дає можливість уникнути непередбачуваних значних втрат різних рідинних речовин, що транспортуються трубопроводами, забезпечити їх точний облік та досягти балансу цих речовин на вході-виході магістральних трубопроводів, а також підвищити економічну ефективність різних ТП, в яких підвищення достовірності контролю витрати рідинних речовин забезпечує високу якість виготовленої продукції.

1. Преображенский В. П. *Теплотехнические измерения и приборы: учебник для вузов* / В. П. Преображенский. – М: Энергия, 1978. – 703с. 2. ДСТУ ГОСТ 8.586.1, 2, 3, 4, 5 – 2007 “Метрологія. Вимірювання витрати та кількості рідини і газу із застосуванням стандартних звужувальних пристроїв”. 3. ДСТУ ГОСТ 8.586.5 – 2007. *Измерение расхода и количества жидкостей и газов с помощью стандартных сужающих устройств. Ч. 5. Методика выполнения измерений*. 4. Юрчик Г. В. *Метод забезпечення інваріантності вимірювального перетворення витратоміра змінного перепаду тиску* / Г. В. Юрчик, Ю. О. Скрипник, В. І. Водотовка // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2002. – №4. – С. 113–115. 5. А. с. 1682795 СССР, МКИ G01F1/ 34. *Способ измерения расхода и устройство для его осуществления*/ Ю. А. Скрипник, Г. В. Юрчик, В. И. Водотовка (СССР). – № 4685207; заявл. 09.02.89; опубл. 07.10.91. Бюл. № 37.

## ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРИПОВЕРХНЕВИХ ПОРОЖНИН У ТВЕРДИХ ТІЛАХ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ІЧ-ТЕРМОГРАФІЇ

© Чекурін В., Сінькевич О., 2016

Розглянуто задачі ідентифікації приповерхневої еліптичної циліндричної порожнини у твердому тілі за даними, отриманими шляхом зондування стаціонарними тепловими потоками та вимірювання температурного поля поверхні з використанням техніки ІЧ-термографії. З використанням методу граничних елементів чисельно досліджено пряму задачу ідентифікації. На основі проведеного кількісного аналізу показано, що як інформативні параметри для ідентифікації можна вибрати значення максимуму та мінімуму збурення температурного поля за зондування зосередженими й однорідним тепловими потоками. З використанням виявлених інформативних параметрів обернену задачу ідентифікації сформульовано у вигляді нелінійної системи неявно заданих рівнянь.

**Ключові слова:** ідентифікація порожнин, теплове зондування, метод граничних елементів.

The problems for identification of a near-surface elliptically cylindrical tunnel cavity in a solid body with the use of the data, obtained by sounding the body with heat flows and measuring its surface temperature field, using the IR-thermography technique, have been considered in the paper. The direct identification problem has been formulated and numerically studied with the use of boundary element method. On this basis informative parameters have been detected. The maximum and minimum of the perturbation of temperature field caused by sounding the body with concentrated heat flows and uniform heat flow can be chosen as these informative parameters. With these identified parameters the inverse identification problem has been presented as a nonlinear system of implicit equations.

**Key words:** cavity identification, thermal sounding, boundary-element methods.

### Вступ

Задачі неруйнівної ідентифікації структури твердих тіл посідають важливе місце у багатьох галузях прикладної науки і техніки. Відомі зокрема методи, які ґрунтуються на збудженні в об'єкті теплового процесу шляхом його нагрівання і вимірюванні температури поверхні [1–9]. Дані таких вимірювань використовують для формулювання обернених задач визначення структури та теплофізичних властивостей об'єкта. Так, у статті [2] запропоновано математичну модель і підхід до ідентифікації параметрів багаточастотних тіл із використанням теплового зондування. Для розв'язування обернених задач за цим підходом тут застосовано дискретне перетворення Фур'є. У публікаціях [3–6] розглянуто гранично-елементний метод ідентифікації порожнин у довгому циліндрі, на основі даних і вимірюванні температури поверхні з використанням техніки ІЧ-термографії за зондування об'єкта зосередженими стаціонарними потоками тепла. За цим методом обернену задачу зводять до нелінійної неявно заданої системи рівнянь. Для розв'язування системи розроблено графічний [3] та ітераційний алгоритм, що ґрунтується на методі Гаусса–Ньютона [4–5]. Обидва алгоритми передбачають розв'язування відповідних прямих задач із використанням методу граничних елементів на кожній ітерації.

У статті [10] розроблено теоретичні засади і математичний апарат для термопружної ідентифікації кругової циліндричної порожнини у довгому циліндрі за локального нагріву об'єкта зовнішніми зосередженими стаціонарними потоками тепла. Як інформативні параметри іденти-

фікації тут використано температуру та компоненти термодружних переміщень зовнішньої поверхні.

У статті [11] розглянуто задачу ідентифікації приповерхневої кругової циліндричної порожнини у твердому тілі, розміри якого значно більші за діаметр порожнини. У цій статті розглянуто задачу ідентифікації приповерхневої тунельної еліптичної циліндричної порожнини.

### Математична модель теплового зондування об'єкта

Розглянемо теплопровідний півпростір  $B$ , обмежений площиною  $x_2 = 0$ . Півпростір містить тунельну порожнину, обмежену поверхнею  $\Gamma \otimes \mathbf{v}$ , де  $\Gamma \in x_1 O x_2$  – достатньо гладкий опуклий контур;  $\mathbf{v}$  – одинична нормаль до поверхні  $x_1 O x_2$ ;  $x_1, x_2$  – декартові координати. Геометрію контуру  $\Gamma$  визначає функція  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(s)$ , де  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$ ,  $s \in \mathfrak{X}$ , яка залежить від скінченної кількості дійсних параметрів  $b_1, b_2, \mathbf{K}, b_n$  ( $n \in \square$ ).

Тіло нагріває зовнішній стаціонарний тепловий потік, який падає на поверхню  $x_2 = 0$  тіла. Нормальна до поверхні  $x_2 = 0$  складова інтенсивності потоку  $J_0$  не залежить від координати в напрямку  $\mathbf{v}$ :  $J_0 = J_0(x_1)$ . Охолодження поверхні  $x_2 = 0$  відбувається за механізмом конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем, температуру  $T_m$  якого задано. Поверхня  $\Gamma \otimes \mathbf{v}$  порожнини теплоізолювана. За таких умов в тілі виникає стаціонарне двовимірне температурне поле  $T(x_1, x_2)$ .

Нехай  $X$  – пряма, яка збігається з віссю  $x_1$ . Тоді зумовлене наявністю порожнини збурення стаціонарного температурного поля  $\mathcal{P}(\boldsymbol{\eta}) = T(\boldsymbol{\eta}) - \bar{T}(\boldsymbol{\eta})$  на кривій  $X \cup \Gamma$  визначає граничне інтегральне рівняння:

$$\frac{1}{2} \mathcal{P}(\boldsymbol{\eta}) + \int_X \left( \Phi(\boldsymbol{\eta}, \xi) + \frac{h}{k} \Theta(\boldsymbol{\eta}, \xi) \right) \mathcal{P}(\xi) d\xi + \int_\Gamma \Phi(\boldsymbol{\eta}, \xi) \mathcal{P}(\xi) d\xi = - \int_\Gamma \Phi(\boldsymbol{\eta}, \xi) \bar{T}(\xi) d\xi, \quad (1)$$

де  $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}(x_1, x_2) \in X \cup \Gamma$  – радіус-вектор довільної точки на кривій  $X \cup \Gamma$ .

Тут використано позначення:  $\bar{T}(\boldsymbol{\eta})$  та  $T(\boldsymbol{\eta})$  – температурне поле у тілі за відсутності та наявності порожнини;  $h$  – коефіцієнт конвективного теплообміну;  $k$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу;  $\Theta(\boldsymbol{\eta}, \xi) \equiv \frac{1}{2p} (\ln(1/r(\boldsymbol{\eta}, \xi)))$ ,  $r(\boldsymbol{\eta}, \xi) \equiv |\boldsymbol{\eta} - \xi|$ ,  $\Phi(\boldsymbol{\eta}, \xi) \equiv \Theta(\boldsymbol{\eta}, \xi) / \partial \mathbf{n}(\xi)$ ;  $\mathbf{n}$  – зовнішня нормаль до  $X \cup \Gamma$ .

Температурне поле  $\bar{T}$  задовольняє на прямій  $X$  граничне інтегральне рівняння:

$$\frac{1}{2} \bar{T}(\boldsymbol{\eta}) + \int_X \left( \Phi(\boldsymbol{\eta}, \xi) + \frac{h}{k} \Theta(\boldsymbol{\eta}, \xi) \right) \bar{T}(\xi) d\xi = \int_X \Theta(\boldsymbol{\eta}, \xi) \left( \frac{J_0(\xi)}{k} + \frac{h}{k} T_m \right) d\xi \quad (2)$$

Рівняння (1)–(2) визначають математичну модель зондування тіла стаціонарними тепловими потоками

### Пряма задача ідентифікації та гранично-елементний метод її розв'язування

Сформулюємо в межах цієї моделі пряму задачу ідентифікації геометричних параметрів порожнини за результатами вимірювання температури тіла на зовнішній поверхні  $x_2 = 0$ .

Нехай задані: параметри  $b_1, b_2, \mathbf{K}, b_n$ , які визначають геометрію порожнини, коефіцієнт теплопровідності  $k$  та коефіцієнт конвективного теплообміну  $h$ , функція розподілу зондувального теплового потоку  $J_0(x_1)$ , температура  $T_m$  зовнішнього середовища. Знайти: а) збурення температурного поля  $\mathcal{P}(x_1; J_0; b_1, b_2, \mathbf{K}, b_n)$  на зовнішній поверхні тіла  $B$ , яке зумовлене наявністю порожнини; б) виявити інформативні параметри  $F_1, F_2, \mathbf{K} F_m$  температурного поля на зовнішній поверхні  $\mathcal{P}(x_1)$ , які чутливі до змін геометричних параметрів  $b_1, b_2, \mathbf{K}, b_n$ .

Розв'язування прямої задачі зводиться до послідовного розв'язування граничних інтегральних рівнянь (1) та (2) та дослідження впливу значень параметрів  $b_1, b_2, \mathbf{K}, b_n$  на характеристики температурного поля  $T(x_1), x_1 \in X$ .

Для розв'язування рівнянь (1) та (2) застосуємо метод граничних елементів [12]. В результаті отримаємо СЛАР виду [11]

$$\mathbf{M}_{(11)}\mathcal{U}_{(1)} + \mathbf{M}_{(12)}\mathcal{U}_{(2)} = \mathbf{0}, \quad (3)$$

$$\mathbf{M}_{(21)}\mathcal{U}_{(1)} + \mathbf{M}_{(22)}\mathcal{U}_{(2)} = \mathbf{V},$$

$$\mathbf{M}_{(11)}\bar{\mathbf{U}}_{(1)} = \bar{\mathbf{V}}. \quad (4)$$

Тут  $\mathcal{U}_{(1)}, \mathcal{U}_{(2)}$  та  $\bar{\mathbf{U}}_{(1)}$  – вектори вузлових значень функції  $u$  та  $\bar{u}$  на прямій  $X$  і контурі  $\Gamma$ , де  $u = \mathcal{U} - T_m$  та  $\bar{u} = \bar{T} - T_m$ ;  $\mathbf{M}_{(11)}, \mathbf{M}_{(12)}, \mathbf{M}_{(21)}$  та  $\mathbf{M}_{(22)}$  – матриці розмірностей  $N \times N, N \times N_\Gamma, N_\Gamma \times N$  та  $N_\Gamma \times N_\Gamma$ ,  $\mathbf{V} = \Phi \cdot (\mathbf{M}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{V}})$ , де  $\mathbf{M}$  та  $\Phi$  – матриці розмірності,  $\bar{\mathbf{V}} = \Theta \cdot (\mathbf{J} + (T_m h/k)\mathbf{I})$ ,  $\Theta$  – матриця розмірності  $N \times N$ ,  $\mathbf{J}$  – вектор вузлових значень функції густини зондувального потоку на прямій  $X$ ,  $\mathbf{I}$  – одиничний вектор завдовжки  $N$ .

### Інформативні параметри за зондування зосередженими тепловими потоками

Застосуємо гранично-елементну модель теплового зондування (3), (4) для дослідження інформативних параметрів ідентифікації порожнини. Як такі параметри можна вибирати ті чи інші характеристики температурного поля поверхні  $x_2 = 0$  за заданого теплового потоку  $J_0(x_1)$ . З цією метою дослідимо залежність характеристик температурного поля поверхні від геометричних параметрів порожнини та зондувального потоку. Числове дослідження проведемо на основі розв'язків відповідних прямих задач, сформульованих у межах моделі (3), (4).

Обмежимося тут випадком еліптичної циліндричної порожнини, за якого її геометрія визначається координатами центру еліпса  $x_0, y_0$ , його півосями  $a_0, b_0$  та кутом  $\alpha$  повороту осей стосовно осі  $x_2$ . Задачу розглядатимемо у безрозмірних координатах, нормованих на параметр  $a_0$ .

Розглянемо спочатку зондування зосередженим тепловим потоком, ширина якого не перевищує розмірів порожнини. Нормальну складову інтенсивності  $J_0$  однорідно розподілено на відрізок  $W(x) = [x - w/2; x + w/2] \subset X$ :

$$J_0(x_1, x) = \begin{cases} j_0, & x_1 \in [x - w/2; x + w/2] \\ 0, & x_1 \notin [x - w/2; x + w/2]. \end{cases} \quad (6)$$

Тут  $j_0 > 0$  — інтенсивність зондувального потоку;  $x$  – параметр, який визначає положення зосередженого теплового потоку на осі  $x_1$ :  $x \in \Lambda = [-L/2; L/2] \subset X$ , де  $L \geq a_0$ .

За таких умов збурення  $\mathcal{U}(x_1)$  температурного поля на зовнішній поверхні залежить від параметрів  $j_0, x, w, x_0, y_0, b_0, a$ :  $\mathcal{U}(x_1) = \mathcal{U}(x_1; j_0, x, w, b_0, x_0, y_0, a)$ . Тож змінюючи параметри  $j_0, x$  та  $w$  зондувального потоку, кожного разу отримуватимемо інше температурне поле в тілі, а відтак і нові дані, які можна використати для ідентифікації параметрів порожнини.

Ввівши безрозмірні параметри  $p \equiv (b_0/a_0)$  і  $q \equiv (y_0/a_0)$  та задавшись значеннями  $L = 40$ ,  $k = 1.15$ ,  $w = 1$ ,  $j_0 = 400$ ,  $h = 2$ ,  $T_m = 300$ , провели розрахунок розподілів збурення  $\mathcal{U}(x_1)$  вздовж прямої  $X$  для різних значень  $p, q$  та  $a$  за зондування зосередженим потоком з різними значеннями координати його центру  $x \in \{-10 + 2i, i = 0, 1, \mathbf{K}, 10\}$ . На рис. 1, 2, наприклад, наведено результати цих розрахунків для фіксованих значень  $p = 0.5$ ,  $q = -3.5$ .

З проведених кількісних досліджень випливає, зокрема, що значення координати максимуму збурення температурного поля  $x_{\max} = \arg \max_{x_1} (\mathcal{T}^c(x_1, x))$  мало змінюється зі зміною значення  $x \in [-10, 10]$ . Максимум збурення  $T_{\max} = \max_{x_1} (\mathcal{T}^c(x_1, x))$  зі зміною  $x$  досягає свого максимуму  $T_{\max}^c = \max_x \max_{x_1} (\mathcal{T}^c(x_1, x))$  за значення  $x = x_0$  у точці з координатою  $x_{\max}^c = \arg \max_x \max_{x_1} (\mathcal{T}^c(x_1, x))$ , яка практично не залежить від параметрів  $p$ ,  $q$  та  $a$  і збігається з координатою  $x_0$  центру порожнини

$$\arg \max_x \max_{x_1} (\mathcal{T}^c(x_1, x)) = x_0 \quad (7)$$

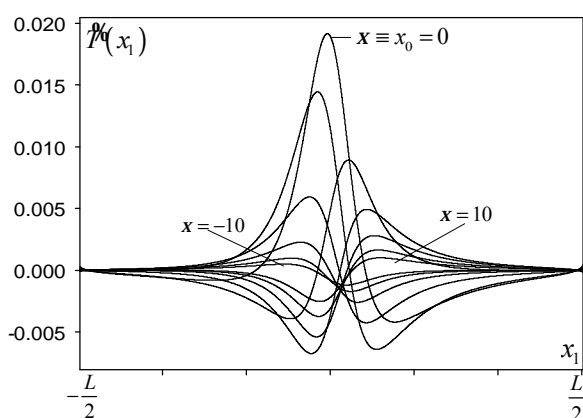


Рис. 1. Збурення температурного поля на зовнішній поверхні за зондування зосередженим потоком

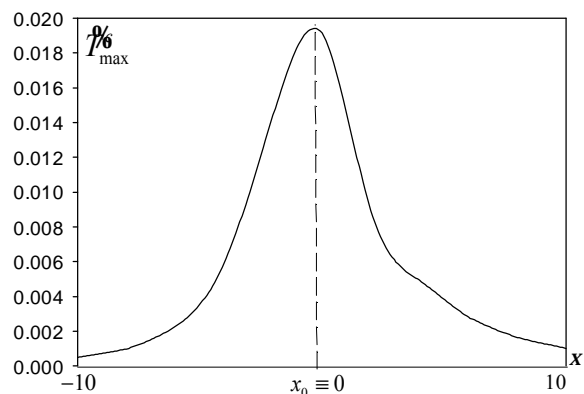


Рис. 2. Зміна значення максимуму збурення температурного поля зі зміною координати центру зондувального потоку

Отже, співвідношення (7) можна використати для ідентифікації параметра  $x_0$  за даними вимірювання температурних полів поверхні за зондування зосередженими потоками за різних значень параметра  $x$ .

Проведені чисельні дослідження показали, що параметр  $\mathcal{T}_{\max}^c = \max_x \max_{x_1} \mathcal{T}^c(x_1, x)$  істотно залежить від параметрів порожнини:  $\mathcal{T}_{\max}^c = \mathcal{T}_{\max}^c(p, q, a)$ . Тому визначене емпірично значення  $\mathcal{T}_{\max}^{ce}$  збурення температурного поля, зумовленого зосередженим тепловим потоком, можна використовувати як інформативний параметр для ідентифікації геометричних параметрів порожнини.

### Інформативні параметри за зондування однорідним тепловим потоком

Проведемо дослідження температурного поля за зондування однорідним тепловим потоком виду (6), ширина якого  $w$  є значно більша від розмірів порожнини. Виберемо у формулі (6)  $x \equiv x_0$ ,  $w \equiv L$  та дослідимо вплив значень параметрів  $p$ ,  $q$  і кута повороту  $a$  на збурення температурного поля поверхні  $\mathcal{T}^c(x_1)$ .

На рис. 3 та 4 показано результати розрахунку  $\mathcal{T}^c(x_1)$ , отримані за різних значень параметра  $p \in \{0.1i, \forall i=1,2,\mathbf{K}10\}$  і фіксованих  $q = -3.5$ ,  $a = p/4$  та за різних значень параметра  $q \in \{-6 + 0.5i, \forall i=1,2,\mathbf{K}10\}$  і фіксованих  $p = 0.1$ ,  $a = p/4$ . На рис. 5 та 6 показано залежності  $\mathcal{T}^c(x_1)$  за різних значень кута повороту  $a \in \{p(i-1)/20, \forall i=1,2,\mathbf{K}21\}$  і фіксованих  $p = 0.1$ ,  $q = -3.5$ .

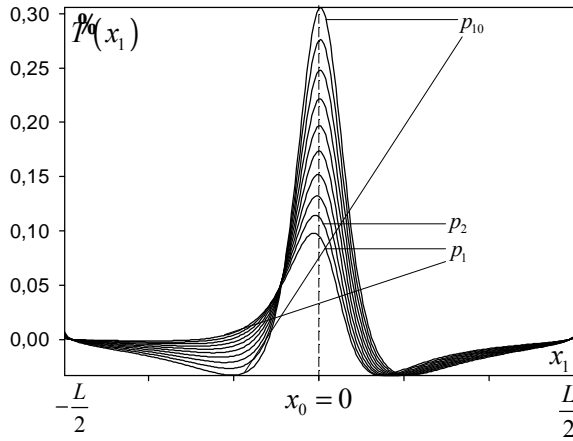


Рис. 3. Вплив параметра  $p$  на збурення температурного поля поверхні

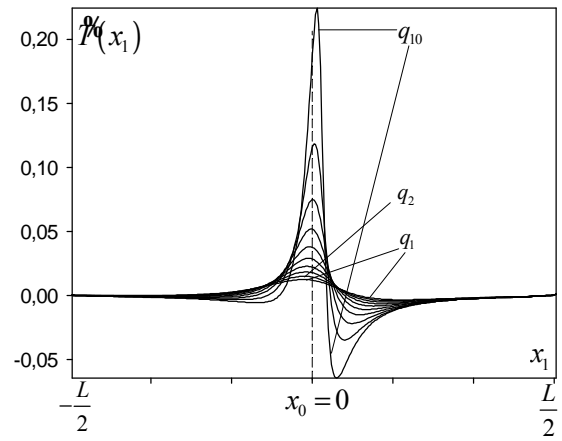


Рис. 4. Вплив параметра  $q$  на збурення температурного поля поверхні

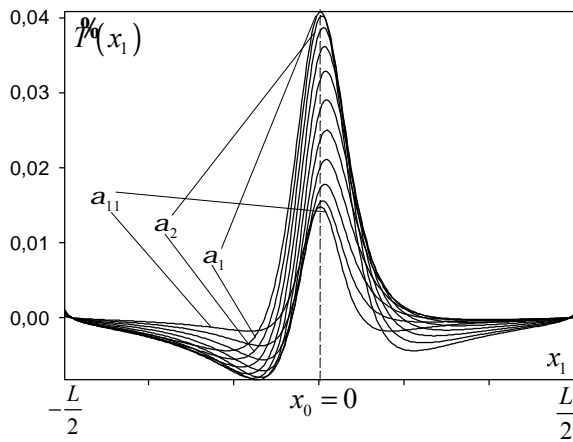


Рис. 5. Вплив параметра  $a \in [0\mathbf{K}p]$  на збурення температурного поля поверхні

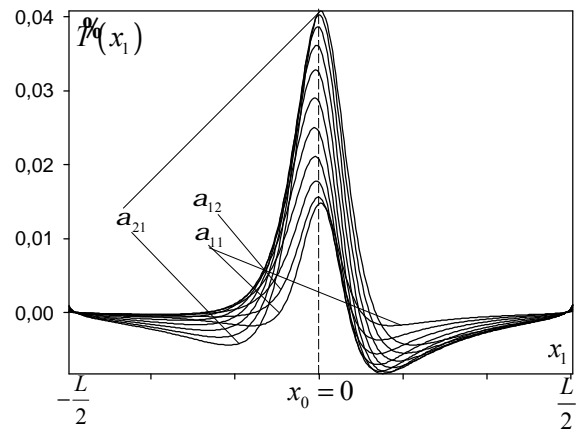


Рис. 6. Вплив параметра  $a \in [p\mathbf{K}2p]$  на збурення температурного поля поверхні

Із проведених числових експериментів випливає, що значення максимуму  $T_{\max}^{\%} = \max_{x_1}(T(x_1))$  та мінімуму  $T_{\min}^{\%} = \min_{x_1}(T(x_1))$  температурного поля  $T(x_1)$  істотно залежать від геометричних параметрів порожнини:  $T_{\max}^{\%} = T_{\max}^{\%}(p, q, a)$ ,  $T_{\min}^{\%} = T_{\min}^{\%}(p, q, a)$ , тому емпірично визначені значення максимуму  $T_{\max}^{\%}$  та мінімуму  $T_{\min}^{\%}$  збурення температурного поля, яке виникає на поверхні тіла за зондування однорідним тепловим потоком, можна використати як інформативні параметри ідентифікації. На рис. 7–9 показано залежності параметрів  $T_{\max}^{\%}$  та  $T_{\min}^{\%}$  від параметрів  $p$ ,  $q$ ,  $a$ , які підлягають ідентифікації, отримані на основі проведених числових досліджень.

Рис. 7 ілюструє залежність інформативних параметрів  $T_{\max}^{\%}$  та  $T_{\min}^{\%}$  від параметрів  $p \in [0.1\mathbf{K}1]$  та  $q \in [-2, -2.5, \mathbf{K}, -6.5]$  за фіксованого  $a = p/4$ . На рис. 8 показано залежності  $T_{\max}^{\%}$  та  $T_{\min}^{\%}$  від кута  $a \in [0\mathbf{K}p]$  за різних значень параметра  $q \in \{-1 - 0.5i, \forall i = 1, 2, \mathbf{K}10\}$  за фіксованого  $p = 0.1$ ,  $a = p/4$ . На рис. 9 показані залежності  $T_{\max}^{\%}$  та  $T_{\min}^{\%}$  від кута  $a \in [0\mathbf{K}p]$  за різних значень параметра  $p = \{0.1i, \forall i = 1, 2, \mathbf{K}, 10\}$  за фіксованого  $q = -3.5$ .

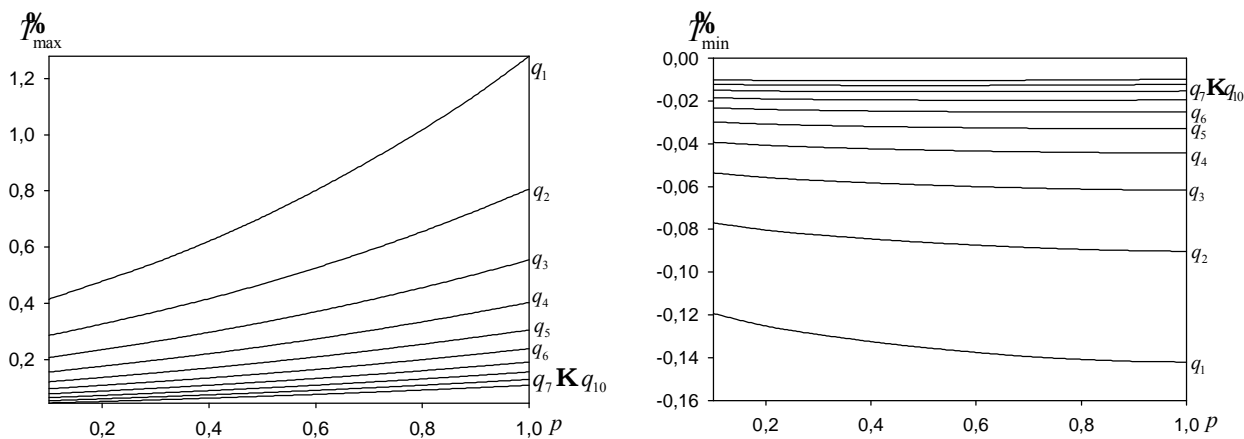


Рис. 7. Залежності  $\%_{\max}$  та  $\%_{\min}$  від параметрів  $p$  і  $q$  за фіксованого  $a = p/4$

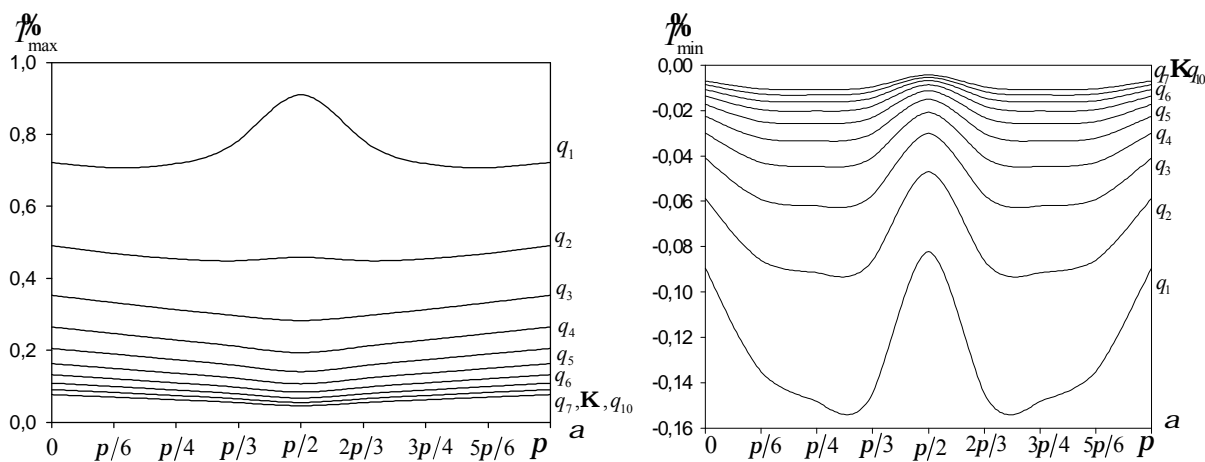


Рис. 8. Залежності  $\%_{\max}$  та  $\%_{\min}$  від параметрів  $a$  і  $q$  за фіксованого  $p = 0.1$

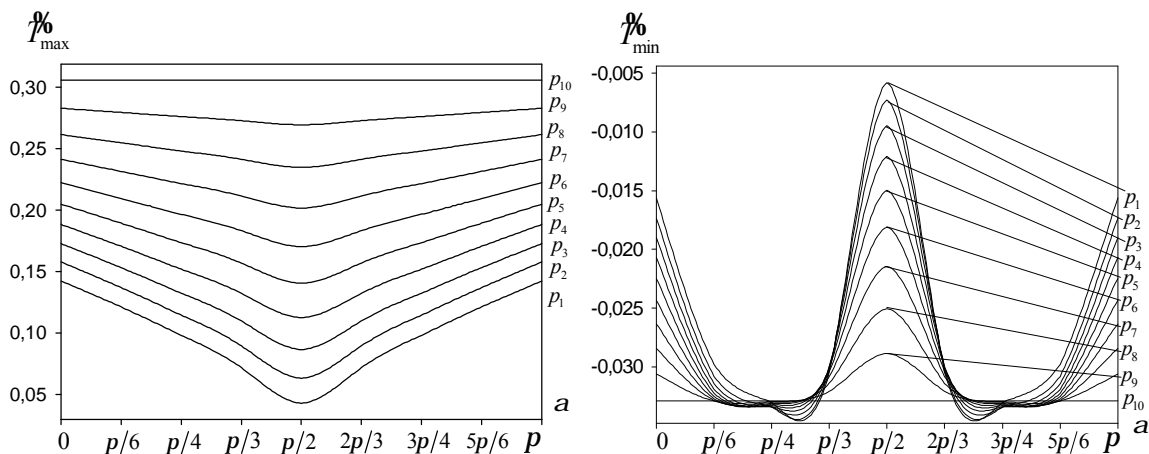


Рис. 9. Залежності  $\%_{\max}$  та  $\%_{\min}$  від параметрів  $a$  і  $p$  за фіксованого  $q = -3.5$

### Обернена задача

Вважатимемо, що коефіцієнти теплопровідності  $k$  та конвективного теплообміну  $h$  є задані параметри, а також, що проекція контуру порожнини на вісь  $x_1$  належить відрізьку  $[-L/2, L/2] \subset X$ , який апріорі відомий.

Отримання вхідних даних для оберненої задачі ідентифікації геометричних параметрів порожнини передбачає такі кроки: 1) зондування тіла зосередженим тепловим потоком із заданими

інтенсивністю  $j_0^c$  та шириною  $w$  за різних значень координати центру цього потоку  $x \in [-L/2, L/2]$  з одночасним вимірюванням, із використанням техніки ПЧ-термографії, розподілів температурного поля поверхні  $T^{ce}(x_1, x)$ ,  $x_1 \in [-L/2, L/2]$  для кожного значення  $x$ ; 2) розрахунок розподілів температурного поля поверхні тіла без порожнини  $\bar{T}^c(x_1, x)$ , шляхом розв'язування граничного інтегрального рівняння (2) для заданих значень параметрів теплового потоку  $j_0$ ,  $w$  та  $x \in [-L/2, L/2]$  із використанням методу граничних елементів; 3) обчислення збурення температурного поля  $\mathcal{P}^{ce}(x_1, x) = T^{ce}(x_1, x) - \bar{T}^c(x_1, x)$ ; 4) зондування тіла однорідним тепловим потоком інтенсивності  $j_0$ , який покриває відрізок  $[-L/2, L/2]$ , з одночасним вимірюванням із використанням техніки ПЧ-термографії розподілу температурного поля поверхні  $T^e(x_1)$ ; 5) розрахунок розподілу температурного поля поверхні тіла без порожнини  $\bar{T}(x_1)$  шляхом розв'язування граничного інтегрального рівняння (2) для заданого значення параметра теплового потоку  $j_0$ ; 6) обчислення збурення температурного поля поверхні  $\mathcal{P}^e(x_1) = T^e(x_1) - \bar{T}(x_1)$ .

Сформулюємо обернену задачу.

**Дано:** параметри теплових потоків для зосередженого  $j_0^c$ ,  $w$  і однорідного  $j_0$  зондування та відповідні їх емпіричні залежності  $\mathcal{P}^{ce}(x_1, x)$  та  $\mathcal{P}^e(x_1)$ , де  $x_1, x \in [-L/2, L/2]$ .

**Знайти:** геометричні параметри порожнини  $x_0$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $a$ .

Задачу розв'язуватимемо в два етапи.

На першому етапі, використовуючи формулу (7), визначимо абсцису  $x_0$  центра порожнини

$$x_0 = \arg \max_x \max_{x_1} \mathcal{P}^{ce}(x_1, x). \quad (8)$$

На другому етапі визначимо параметри  $p$ ,  $q$  та  $a$  за відомого параметра  $x_0$ .

Для цього розглянемо функціонали:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\max}^{ce}(p, q, a) &= \max_x \max_{x_1} \mathcal{P}^{ce}(x_1, x_0; p, q, a), \\ \mathcal{P}_{\max}^e(p, q, a) &= \max_{x_1} \mathcal{P}^e(x_1; p, q, a), \quad \mathcal{P}_{\min}^e(p, q, a) = \min_{x_1} \mathcal{P}^e(x_1; p, q, a), \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\mathcal{P}^{ce}(x_0, x; p, q, a)$  – збурення температурного поля поверхні за зосередженого зондування в точці  $x = x_0$  та  $\mathcal{P}^e(x_1; p, q, a)$  – збурення температурного поля поверхні за однорідного зондування, знайдені із розв'язків відповідних прямих задач для заданих параметрів  $p$ ,  $q$ ,  $a$ . Обчислимо емпіричні значення інформативних параметрів  $\mathcal{P}_{\max}^{ce} = \max_x \max_{x_1} \mathcal{P}^{ce}(x_1, x)$ ,  $\mathcal{P}_{\max}^e = \max_{x_1} (\mathcal{P}^e(x_1))$  та

$\mathcal{P}_{\min}^e = \min_{x_1} (\mathcal{P}^e(x_1))$  і утворимо систему рівнянь

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{\max}^{ce}(p, q, a) - \mathcal{P}_{\max}^{ce} = 0 \\ \mathcal{P}_{\max}^e(p, q, a) - \mathcal{P}_{\max}^e = 0 \\ \mathcal{P}_{\min}^e(p, q, a) - \mathcal{P}_{\min}^e = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Розв'язуючи систему (10) знайдемо параметри порожнини  $p$ ,  $q$ ,  $a$ .

У працях [4, 5] розроблено ітераційні алгоритми, що ґрунтуються на методі Гаусса–Ньютона для розв'язування неявно означених систем нелінійних рівнянь виду (10), які передбачають розв'язування відповідних прямих задач із використанням методу граничних елементів на кожній ітерації.



## Висновки

Розглянуто задачі ідентифікації геометричних параметрів приповерхневої тунельної еліптичної циліндричної порожнини у твердому тілі на основі даних, отриманих зондуванням поверхні тіла стаціонарними тепловими потоками та вимірювання температурного поля частини вільної поверхні тіла з використанням техніки ІЧ-термографії. Запропоновано математичну модель у вигляді двовимірних граничних інтегральних рівнянь, у межах якої сформульовані прямі задачі ідентифікації. Розглянуто випадки сканування вільної поверхні зосередженими потоками та зондування однорідним потоком. З використанням методу граничних елементів досліджено розв'язки прямих задач. Встановлено, що за сканування зосередженим тепловим потоком збурення температурного поля поверхні досягає свого максимуму за умови, що координата центру зондувального потоку збігається із абсцисою центру порожнини. Значення цього максимуму, а також значення максимуму і мінімуму збурення температурного поля поверхні, яке виникає за зондування однорідним потоком, істотно залежать від геометричних параметрів порожнини та її відстані від поверхні, тому їх можна використати як інформативні параметри ідентифікації. Це дало змогу звести обернену задачу ідентифікації до нелінійної неявно заданої системи рівнянь, яку можна розв'язувати, використовуючи ітераційний гранично-елементний метод, розроблений раніше.

Отримані результати можна використати для створення методів та засобів безконтактної ідентифікації внутрішньої структури твердих тіл із застосування техніки ІЧ-термографії.

У подальших дослідженнях слід розглянути можливість реалізації запропонованого підходу у випадку зондування нестаціонарними тепловими потоками.

1. Ицук И. Н. Идентификация свойств скрытых подповерхностных объектов в инфракрасном диапазоне волн / И. Н. Ицук, А. И. Фесенко, Ю. Ю. Громов. – М.: Машиностроение, 2008. – 184 с. 2. Чекурін В. До ідентифікації параметрів багатошарових тіл із використанням теплового зондування / В. Чекурін // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2008. – Вип. 7. – С. 9–20. 3. Чекурін В. Двовимірні стаціонарні задачі ідентифікації порожнин у циліндричних тілах на основі даних ІЧ-термографії / В. Чекурін, О. Сінькевич // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2012. – Вип. 15. – С. 105–115. 4. Чекурін В. Гранично-елементний метод для задач ідентифікації порожнин у циліндричному тілі з використанням локального нагріву та даних ІЧ-термографії / В. Чекурін, О. Сінькевич // Електроніка та інформ. технології. – 2013. – Вип. 3. – С. 122–132. 5. Чекурін В. Гранично-елементний метод розв'язування двовимірних стаціонарних задач теплової ідентифікації тунельної порожнини у довгому циліндрі / В. Чекурін, О. Сінькевич // Прикл. проблеми мех. і мат. – 2013. – Вип. 11. – С. 108–117. 6. Чекурін В. Гранично-елементні алгоритми для задача ідентифікації порожнини в циліндричному тілі за температурним полем поверхні / В. Чекурін, О. Сінькевич // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інф. – 2014. – Вип. 22. – С. 118–128. 7. Brett J. I. Selecting a Nondestructive Testing Method. Part VI: Infrared Inspection Techniques – Thermography // AMMTIAC Quarterly. – 3 (2). – P. 9–12. 8. Hamid Fazeli. Shape identification problems on detecting of defects in a solid body using inverse heat conduction approach / Hamid Fazeli, Masoud Mirzaei // Journal of Mech. Scie. and Tech. – 2012. – 26 (11). – P. 1681–1690. 9. Mohammad Javad Kazemzadeh-Parsi. Location and size identification of circular cavities via boundary temperature measurements using artificial neural network / Mohammad Javad Kazemzadeh-Parsi, Mohammad Amin Ahmadfard, Alireza Tahavvor // 19<sup>th</sup> Annual Conference on Mechanical Engineering-ESME2011, 10-12 May, 2011. – Birjand, Iran: The University of Birjand, 2011. 10. Чекурін В. Гранично-елементний метод термопружної ідентифікації порожнини в довгому циліндричному тілі / В. Чекурін, О. Сінькевич // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2013. – Вип. 3 (56). С. – 148–158. 11. Vasylyl Chekurin. Boundary element method for thermal identification of near-surface cylindrical cavity / V. Chekurin, O. Sinkevych // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2014. – Вип. 19. – С. 215–227. 12. Becker A. A. The boundary element method in engineering / A. A. Becker. – UK, 1992.

## МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОДУКТИВНОСТІ БЕЗДРОТОВОЇ СЕНСОРНОЇ МЕРЕЖІ ЗА ОПТИМАЛЬНІСТЮ ВИБОРУ ДІАПАЗОНУ ПЕРЕДАВАННЯ Й РОЗКЛАДУ РЕЖИМІВ АКТИВНОСТІ/ОЧІКУВАННЯ СЕНСОРІВ

© Гнатушенко В., 2015

Наведено алгоритм підвищення часу життя бездротової сенсорної мережі. Запропоновано модель оптимізації продуктивності з використанням вибору діапазону передавання й режимів активності/очікування сенсорів.

**Ключові слова:** бездротова мережа, оптимізація, модель, діапазон передавання.

The article examines the algorithm increase the lifetime of wireless sensor network. The model performance optimization using a range selection transmission and mode active/sleep sensors.

**Key words:** wireless sensor network, optimization, model, range transmission, sensor.

### Постановка проблеми

При дослідженні й проектуванні бездротових сенсорних мереж (БСМ) та їхніх характеристик виникає питання створення математичних моделей максимізації часу існування мережі, що дало б змогу вирішити безліч складних завдань, які належать до різних областей застосування. Однією з основних проблем виконання вимог якості обслуговування БСМ є забезпечення високої відмовостійкості, що пов'язано з порушенням роботи мережі внаслідок відмов вузлів або каналів зв'язку. Дослідження з енергоспоживання вузлами й маршрутизації даних в останні роки показує, що енергоефективність має першорядне значення для продовження часу існування мережі [1]. Можна зробити висновок, що використовувані математичні моделі не дають змоги оцінювати час життя мереж, конфігурації яких змінюються із часом, і максимізувати час їхньої безперебійної роботи.

### Аналіз останніх досліджень

Значної економії енергії можна досягти вмиканням-вимиканням можливості зв'язку вузла під час простою [2–4]. Існує два режими вузла “сон/очікування” й “активний”. Коли вузол перебуває в активному режимі, він виконує всі свої обов'язки, коли він перебуває в режимі сну, він продовжує зондування навколишнього середовища, але не спілкується з іншими вузлами для збереження енергії. Однак енергія зберігається за рахунок потенціалу пропускну здатності мережі й підвищення часу відгуку. Niyato й Hossain розробили моделі організації черг, щоб досліджувати продуктивність різного очікування й стратегії пробудження [5]. Chiasserini розробил модель для аналізу БСМ із випадковою схемою сну, де в деякий момент часу існує певна ймовірність того, що довільний вузол повинен бути активним [6].

Максимальна однохорова (однокачкова) дальність передавання вузла називається його діапазоном передавання. Chen й Deng визначили оптимальний діапазон передавання всіх вузлів, що мінімізує загальні енергетичні витрати мережі, й показали вплив дальності передавання на час життя БСМ, використовуючи загальну модель споживання енергії [7]. Доведено, що при великій дальності передавання зменшується час відгуку внаслідок збільшення споживання енергії. Gao [8] показав на простій лінійній мережі (БСМ, у якій сенсори вузлів впорядковані), що витрати енергії можна значно зменшити, якщо діапазон передавання поновляють, коли щільність вузлів мережі змінюється через списки активних/сплячих вузлів.

### Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Метою роботи є розроблення моделі оптимізації продуктивності бездротової сенсорної мережі, яка дасть змогу підвищити якість обслуговування й середню тривалість життя мережі.

### Виклад основного матеріалу

Специфіка використання сенсорних мереж робить неможливим застосування стандартних схем функціонування бездротових мереж. Робота приймача і передавача потребує найбільших витрат енергії, тому ці пристрої повинні включатися доволі рідко. Зазвичай немає необхідності у передаванні інформації від одного сенсора іншому, – всі дані повинні доставлятися на найближчу базову станцію. Надійності під час передавання досягають завдяки підтвердженню кожного пакета даних на кожному етапі передавання, а не встановленням надійного каналу між кінцевими вузлами під час передавання. Вузли, які знаходяться ближче до базової станції, можуть не просто відсилати пакет даних далі, а агрегувати дані з результатами власних вимірювань. Тому для сенсорних мереж необхідно розробити специфічні ефективні методи оптимізації як передавання даних, так і енергопостачання.

Завдання моніторингу, як правило, не вимагають передавання інформаційних потоків високої щільності, тому знизити енергоспоживання вузлів можна, наприклад, завдяки синхронному їх включенню на час комунікації і виключенню на тривалий час. Важливою вимогою до БСС є можливість їх самоорганізації: вузли повинні вміти самостійно об'єднуватися в мережу і ретранслювати один одному пакети даних за умови обміну інформаційними пакетами тільки між вузлами, що знаходяться в області радіобачення один одного, обумовленою імовірністю доставки інформаційних пакетів між вузлами. Маршрути доставки даних повинні визначатися динамічно з урахуванням можливого виходу з ладу ретрансляторів або порушення комунікацій. Перераховані вимоги регламентує стандарт бездротового зв'язку IEEE 802.15.4 [9, 10]. Особливостями стандарту є низьке енергоспоживання, короткий час підключення до мережі, підтримка великої кількості клієнтів, можливість реалізації вимог стандарту в недорогих пристроях.

Існують методи, спрямовані на вирішення проблеми максимізації продуктивності бездротової сенсорної мережі. До них можливо віднести індивідуальний підбір ємності батарей, щільності розміщення вузлів, потужності передавачів, застосування різних протоколів маршрутизації, позиціонування вузлів мережі.

Припускаємо, що агенти події передаються від вузла до вузла за допомогою методу випадкового розповсюдження, поки або не минає подія (тобто досягає свого терміну дії), або вичерпується час життя лічильника. Наша модель припускає, що вузли передають інформацію до випадково обраного вузла з набору вузлів у межах його діапазону передавання. Вузли можуть також згенерувати запити, щоб запросити дані або ресурси з мережі. Якщо запит не може визначити місцезнаходження інформованого вузла до закінчення функціонування запиту, то запит зазнає невдачі. Загальна частка генерувальних запитів, які не обслуговуються вчасно, тобто обмеження частки відмов запитів, є критично важливою мірою QoS.

Крім цього, датчики вузлів самі по собі мають обмежені терміни служби. Якщо вузол не працює через розрядку акумулятора, то ми говоримо, що вузол не обслужений. В іншому випадку вузол є живим. Живий вузол може бути або в режимі сну (очікування), або в активному. У сплячому режимі вузол виключає свої можливості зчитування й комутації для збереження енергії [11]. У густонаселених мережах розміщують підмножини вузлів у режимі очікування сеансу комутації для продовження терміну служби мережі. Проте продуктивність мережі може погіршуватися, коли деякі з вузлів доступні для зчитування й відправлення агентів подій або пакетів запитів.

Нехай  $N$  – кількість вузлів у мережі. Розглянемо експеримент  $T = \{1, 2, \dots, T\}$  ( $T < \infty$ ), де кожен елемент  $T$  є рішенням та час між двома рішеннями – період (наприклад, тиждень). На початку періоду кожен живий вузол може або перейти в режим очікування з імовірністю  $(1-p_i)$ , або залишатися активним з імовірністю  $p_i$ . Ми припускаємо, що  $p_i$  є однаковою для всіх живих вузлів.

Розглянемо модель для визначення дальності передавання ( $r_t$ ), часу життя лічильника подій ( $l_t$ ) і ймовірності того, що вузол перебуває в активному режимі  $p_t$  для кожного  $t \in T = \{1, 2, \dots, T\}$ . Для побудови моделі оптимізації параметрів введемо позначення:

- $A$  – множина можливих рішень.

$$A = \{(r, l, p) : r \in (0, \bar{r}], l \in \mathbb{N} \setminus \{N\}, p \in (0, 1]\},$$

де  $\bar{r} = \sqrt{2L}$  – максимальна відстань між двома вузлами у квадратній області розгортання  $R$ ;

- $a_t \in A$  – рішення, прийняте на самому початку періоду  $t$ .

$$a_t = (r_t, l_t, p_t) \in A,$$

де  $r_t$  – діапазон передавання;  $l_t$  – час життя лічильника подій;  $p_t$  – частина активних вузлів.

- $s_t$  – кількість вузлів, які живі на початку періоду  $t$ ,  $s_t \in \mathbb{N}$ ;
- $n_t$  – очікувана кількість активних вузлів на початку періоду  $t$ ;
- $c(s_t, a_t)$  – очікувана енергія батареї, що витрачена активним вузлом під час періоду  $t$ .

Припускаємо, що в період  $t$  енергетичні витрати всіх вузлів незалежні й рівномірно розподілені.

- $b_t$  – очікувана доступна енергія батареї у вузлі на початку періоду  $t$ . Для спрощення використаємо середню доступну енергію як реальну доступну енергію в одному вузлі. Активний вузол (у режимі очікування) не споживає енергію з імовірністю  $1-p_t$ . Однак, в активному режимі споживає енергію з імовірністю  $p_t$ . Отже, очікувана доступна енергія в періоді  $t+1$  визначається рекурсивно  $b_{t+1} = b_t - p_t c(s_t, a_t)$ ;

- $f(s_t, a_t, b_t)$  – імовірність того, що вузол живий на початку періоду  $t$  і не обслуговується протягом цього періоду. Ми припускаємо, що будь-який активний вузол не обслуговується до кінця періоду  $t$ , якщо енергія, необхідна в період перевищує середню енергію, яка існує на початок періоду.

- $x_t$  – стан мережі на початку періоду  $t$

$$x_t = \begin{cases} 1, & \text{мережа функціонує} \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}$$

- $\Delta(n_t, a_t)$  частина відмов запитів у момент часу  $t$ .

Функціонування мережі передбачає, що мережа підключена й задовольняє вимоги QoS на початку періоду  $t$ . Обмеження частини запитів, які не обслужені вчасно, є критичною мірою QoS основаного на запитах бездротової сенсорної мережі й визначається при розгляді граничного поведіння одного запиту, що згенерований у неінформованому вузлі.

### Модель оптимізації

Нехай  $\phi$  – максимально припустимий відсоток відмов запиту,  $\xi$  – мінімально припустима ймовірність, що мережа підключена, й  $\bar{b}$  – початкова доступна енергія у вузлі. Загалом,  $\xi$  повинне бути близько до 1 та  $\phi$  повинне бути близько до 0. Ми пропонуємо таку модель для визначення оптимального діапазону передавання, часу життя лічильника і частини активних режимів (зокрема ті, які не вдалися) для кожного вирішального періоду в  $T$ . Позначимо це як:

$$\max \sum_{t=1}^T x_t \quad (1)$$

$$\Delta(n_t, a_t) \leq \phi + M(1 - x_t), \quad t \in T \quad (2)$$

$$y(n_t, a_t) \leq z - M(1 - x_t), \quad t \in T \quad (3)$$

$$n_t \leq s_t p_t, \quad t \in T \quad (4)$$

$$s_{t+1} \leq s_t - f(s_t, a_t, b_t) n_t, \quad t \in T \setminus \{T\} \quad (5)$$

$$b_{t+1} = b_t - p_t c(s_t, a_t), \quad t \in T \setminus \{T\} \quad (6)$$

$$x_t \geq x_{t+1}, \quad t \in T \setminus \{T\} \quad (7)$$

$$a_t = \{r_t, \mathbf{1}_t, p_t\} \in A, \quad t \in T \quad (8)$$

$$x_t \in \{0, 1\}, \quad b_t \in [0, \bar{b}], \quad t \in T \quad (9)$$

$$s_t \in \{0, 1, \dots, N\}, \quad n_t \in \{0, \dots, N\}, \quad t \in T \quad (10)$$

Цільова функція (1) являє собою кількість підряд часових періодів, у яких мережа задовольняє QoS і вимоги підключення. В обмеженнях (2) і (3),  $M$  велика позитивна постійна, котра змушує  $x_t$  прийняти значення 1 тоді й тільки тоді, коли одночасно виконуються в періоді  $t$  QoS й обмеження підключення. Для повноти ми також включаємо обмеження (4) і (5), щоб встановити кількість активних і живих вузлів. Обмеження (6) гарантує, що очікувану доступну енергію в кожен період часу розраховують з урахуванням енергетичних витрат у попередньому періоді часу. Обмеження (7) гарантує, що мережа задовольняє QoS й обмеженням підключення в послідовних періодах. Припустимі діапазони величин наведено в (8) через (9) і (10). Ця модель є нелінійною з додатковими обмеженнями.

### Висновки та перспективи подальших досліджень

Запропоновано модель підвищення продуктивності бездротової сенсорної мережі за рахунок оптимізації часу життя всієї системи, що дає змогу також вирішити питання підвищення якості QoS. Запропоновані вирази визначення оптимального діапазону передавання даних, часу життя лічильника і частини активних режимів вузлів дає змогу виконувати на етапі проектування порівняння топологій мережі для побудови найефективнішої, а також дають можливість без проведення дорогих натурних експериментів одержати оцінки характеристик бездротової сенсорної мережі.

1. Anastasi, G. *Energy conservation in wireless sensor networks: A survey* / G. Anastasi, M. Conti, M. D. Francesco, A. Passarella // *Ad Hoc Networks*. – 2009. – Vol. 7. – P. 537–568. 2. Akyildiz, F. *Wireless sensor networks: A survey* / F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, E. Cayirci // *Computer Networks*. – 2002. – Vol. 38. – P. 393–422. 3. Sinha, P. *Dynamic power management in wireless sensor networks* / P. Sinha, A. P. Chandrakasan // *IEEE Design and Test of Computers Magazine*. – 2001. – Vol. 18(2). – P. 62–74. 4. Ye, J. H. W. *Medium access control with coordinated adaptive sleeping for wireless sensor networks* / J. H. W. Ye, D. Estrin // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 2004. – vol. 12(3). – 493–506. 5. Niyato, D. *Sleep and wakeup strategies in solar-powered wireless sensor/mesh networks: performance analysis and optimization* / D. Niyato, E. Hossain // *IEEE Transactions on Mobile Computing*. – 2007. – Vol. 6. – P. 221–236. 6. Chiasserini, C. F. *Fluid models for large scale wireless sensor networks* / C. F. Chiasserini, R. Gaeta, M. Garetto, M. Gribaudo, D. Manini, M. Sereno // *Performance Evaluation*. – 2007. – Vol. 64. – P. 715–736. 7. Chen, P. *Energy efficient system design with optimum transmission range for wireless ad hoc networks* / P. Chen, B. O’Dea, E. Callaway // *In Proceedings of the IEEE International Conference on Communications*. – 2002. – P. 945–952. 8. Deng, J. *Optimum transmission range for wireless ad hoc networks* / J. Deng, Y. S. Han, P. Chen, P. K. Varshney // *In Proceedings of the IEEE Wireless Communications and Networking Conference*. – 2004. – P. 1024–1029. 9. *IEEE Standards 802.15.4. Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs)*. — IEEE Computer Society, 2006. 10. *IEEE 802.15.4 WPAN-LR Task Group. IEEE 802.15 WPAN™ Task Group 4 (TG4)*, 2010. <http://www.ieee802.org>. 11. Gao, Q. *Radio range adjustment for energy efficient wireless sensor networks* / Q. Gao, K. J. Blow, D. J. Holding, I. W. Marshall, X. H. Peng // *Ad Hoc Networks*. – 2006. – Vol. 4(1). – P. 75–82.

## MODELING OF DISSOLUTION, ION EXCHANGE AND ADSORPTION IN SOILS

© Voronenko M., 2015

**The presented article is devoted to constructing regression models of the processes of dissolution, ion exchange and adsorption to create simulation systems in order to optimize the quality of soils.**

**Key words: sanitary and epidemiological situation, prediction, operational management, computer simulation experiments, the regression models.**

### Problem statement

The problem of “soil – a man” is complicated by urbanization, the increasing use of land, its resources for industry and house building, increasing demand for food. By the man’s will the nature of the soil, soil factors – topography, climate – are changing [1]. Under the influence of industrial and agricultural pollution the properties of soil and soil-forming process, potential fertility changes, reduces technological and nutritional value of agricultural products etc. The author of the fundamental work in ecology J. Odum points out that “pollution – are the natural resources that were replaced,” because they are alien to natural ecosystems and accumulate in them breaking the cycle of matter and energy, reducing their performance impact on human health [2]. All this also influences on the sanitary-epidemiological status of the region.

Analysis and prediction of sanitary and epidemiological situation, research for management solutions and scenarios for emergency response are impossible without the use of mathematical models [3].

### Analysis of recent research and publications

Among the works on optimization ecoareas and those dealing with the processes related to the prediction and optimization of the quality of air, soil and water pollution, stands the fundamental three-volumed monograph by Goryeva L.M., Doroguntsov S.I. and Hvesyka M.A. “Optimization of ecoareas“ [4]. Created by authors adequate mathematical models related processes let to simulate the most favorable conditions for the functioning of natural and industrial environments. Computerization of simulation systems allows to find efficiently the best options for the functioning of these environments and prevent the occurrence of extra situations. But in order that the simulation systems could be part of SPPR, it is necessary to simplify the numerical solution of differential equations describing processes in ecoarea, by building sufficiently accurate approximation equations. This greatly simplifies the use of simulation models and makes quite convenient for practical implementation, as elements of SPPR.

### The objective of the article

Development of methods for assessing the ion exchange process between rock and water solution, building regression models of the processes of dissolution and sorption simpler and more convenient for practical use, and the creation of simulation systems to optimize the quality of soils.

### Presentation of main material

The mass transfer processes occurring in equilibrium hydrochemical systems include processes of dissolution, ion exchange, adsorption (desorption), negative and positive adsorption, molecular, thermal and barodifusion, osmosis.

Under dissolving we understand the transition of molecules and ions of solid, liquid or gaseous substances in the adjacent phase as a result of thermal motion of particles of matter, soluble and solvent. A

substance that is dissolved in a solvent, can chemically interact with it on the release or absorption of energy. The process of dissolution is accompanied by diffusion, which resulted in molecules that move from one phase to another, evenly distributed throughout the volume of the solvent. The degree of solubility of a substance in a given solvent is the concentration of its saturated solution. Dissolution greatly affects the ion-salt composition of groundwater if that soil, rock zone aeration and water-containing rocks contain significant amounts of soluble salts or even salt belt and layers. Solubility of salts in natural waters strongly depends on temperature, pressure, presence of other salts in solution.

Ion exchange, adsorption or exchange – this process of absorption of the surface layer of the adsorbent ions from electrolyte solutions, accompanied dissolves equivalent amount of ions absorbed by adsorbent before. In accordance with the sign of ions exchanged, adsorbents (resin) are divided into cations and anions.

An important role is played by ionic processes in the following cases:

- in conditions of unsustainable lithium salt regime where a change in the concentrations of individual components in solution gives the ion-exchange equilibrium between liquid and colloidal and solid phases;

- when receiving irrigation water salinity in small breed aeration zone and groundwater;
- when receiving treatment increased mineralization in unsalted rocks;
- when mixing groundwater with different chemical composition;
- when entering water in water-containing rocks or soils that differ in composition from those where the water was formed;

- when you change the acid-base conditions in the water;
- when entering the soil and rock water cationic composition which differs from the cation exchange complex composition of the solid phase;

- in case of large amplitude oscillations of dispersion of water-containing area.

#### The mathematical model of the algorithm for estimating the ion exchange process in soils

To evaluate the ion exchange process between rock and water solution in natural conditions, the following algorithm should be used:

$$C_p \geq C^{**} \geq 0;$$

$$(N_0 - N_p) \delta 10^{-3} \left\{ \exp \left[ \frac{t}{t_k} \ln \frac{(N_0 - N_p) \delta 10^{-3} - (C_0 - C_k)}{(N_0 - N_p) \delta 10^{-3}} \right] - 1 \right\} + C_0 = C^{**};$$

$$T_0 \leq T \leq T_1, C_p \geq C^* \geq 0;$$

$$C^{**} \exp \left( \frac{T_0 - T}{T_0 - T_1} \ln \frac{C_p^*}{C_p} \right) = C^*;$$

$$W_1 > W_0, W_1 \leq W \leq W_n, C_p^* \geq C \geq 0;$$

$$C^* \exp \left( \frac{W_0 - W}{W_0 - W_1} \ln \frac{C_1}{C_0} \right) = C;$$

where  $C_p, N_p$  – ion concentration in solution and in the exchange complex in terms of ion-exchange equilibrium;  $N_0, C_0$  – according to the content of the ion exchange complex in solution at  $\tau = 0$ ;  $C_k$  – ion concentration in solution at  $\tau = \tau_{\text{до}}$ ;  $C_p^*, C_p^{**}$  – equilibrium concentration of ions in solution at  $T = T_1$  i  $P = P_1$ ;  $T_0, P_0$  – the temperature and pressure which identifies  $C_p, N_0, C_0$  i  $C_k$ ;  $T_1, P_1$  – temperature and pressure, which are determined by the value of  $C_p^*$  i  $C_p^{**}$ ;  $\tau_{\text{до}}$  – the time after which after the onset of ion exchange is determined by the value  $C_k$ ;  $\delta$  – density of the exchange complex;  $W_1, W_n, W_0$  – hygroscopic moisture soils, humidity, level of full moisture capacity, moisture content at which the determined value of  $C_0$ ;  $C_1$  – ion concentration in a solution with a moisture content soils equal to  $W_1$ ,  $\delta$  – density of soils.

### A mathematical model of the algorithm for estimating dissolution processes in experimental conditions

The algorithm processes of sorption (desorption) are based on the solution of linear sorption isotherms equation in partial derivatives:

$$dC/dt = b(N - N_p), \quad (3)$$

where  $C$  – concentration of ions in solution;  $N_p$ ,  $N$  – equilibrium and the observed sorption capacity of rocks;  $\beta^*$  – coefficient rate of sorption (desorption). In natural and experimental conditions algorithms have look almost similar to the description given for the ion exchange process:

$$C_p \geq C^{**} \geq 0; \\ (N_0 - N_p)d10^{-3} \left\{ \exp \left[ \frac{t}{t_k} \ln \frac{(N_0 - N_p)d10^{-3} - (C_0 - C_k)}{(N_0 - N_p)d10^{-3}} \right] - 1 \right\} + C_0 = C^{**}; \quad (4)$$

$$T_0 \leq T \leq T_1, C_p^* \geq C^* \geq 0;$$

$$C^{**} \exp \left( \frac{T_0 - T}{T_0 - T_1} \ln \frac{C_p^*}{C_p} \right) = C^*;$$

$$P_0 \leq P \leq P_1, C_p^{**} \geq C \geq 0;$$

$$C^* \exp \left( \frac{P_0 - P}{P_0 - P_1} \ln \frac{C_p^{**}}{C_p} \right) = C; \quad (5)$$

where  $C_p$ ,  $N_p$  – ion concentration in solution and in the exchange complex in terms of ion-exchange equilibrium;  $N_0$ ,  $C_0$  – according to the content of the ion exchange complex in solution at  $t = 0$ ;  $C_k$  – ion concentration in solution at  $t = t_{до}$ ;  $C_p^*$ ,  $C_p^{**}$  – equilibrium concentration of ions in solution at  $T = T_1$  and  $P = P_1$ ;  $T_0$ ,  $P_0$  – the temperature and pressure at which identifies the value of  $C_p$ ,  $N_0$ ,  $C_0$  and  $C_k$ ;  $T_1$ ,  $P_1$  – temperature and pressure, which are determined by the value of  $C_p^*$  i  $C_p^{**}$ ;  $t_{до}$  – the time after which after the onset of ion exchange is determined by the value of  $C_k$ ;  $\delta$  – density of the exchange complex.

### Computational simulation experiments

Based on the results of computational experiments the approximating nonlinear regression models were built [5,6]. In the rather widely values the following process parameters varied: humidity ( $W_n$  – 15 to 30) and temperature ( $T_n$  – from 293 to 302°K), the duration of the process ( $TM_n$  – from 4 to 34 hours.).

Linear regression equation has the form:

$$C = 0,028305 - 0,00063W \quad (6)$$

Quadratic regression equation has the form:

$$C = 0,036177 - 0,001319W - 0,0000147W^2 \quad (7)$$

Figures 1 and 2 show the simulation results depending on the concentration of chloride ions ( $C$  – kmol / m<sup>3</sup>), which is formed by the process of dissolution of soil moisture.

The dependence of the dissolution time of humidity is presented in Figures 3 and 4.

Data Flow Diagrams (DFD) is the primary means of modeling the functional requirements of the system are divided into functional components (processes) and represented as a network related data streams. The main purpose of such funds – to show how each process converts its input to output, and identify relationships between these processes.

The initial context diagram is shown in Figure 5.



Fig. 1. Dependence of the concentration of chloride ions from soil moisture (linear approximation)  $R^2 = 0,993$ ;  $\sigma = 0,00023$

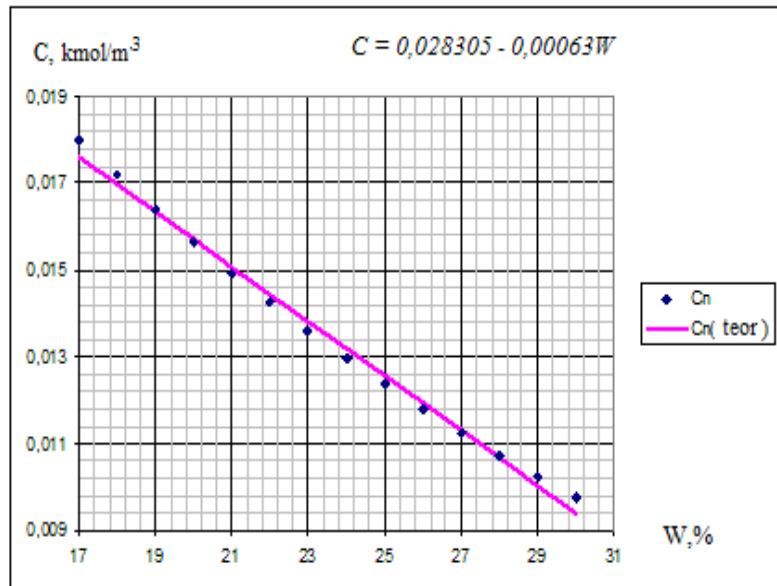


Fig. 2. Dependence of the concentration of chloride ions from soil moisture (quadratic approximation)  $R^2 = 0,99998$ ;  $\sigma = 0,0000116$

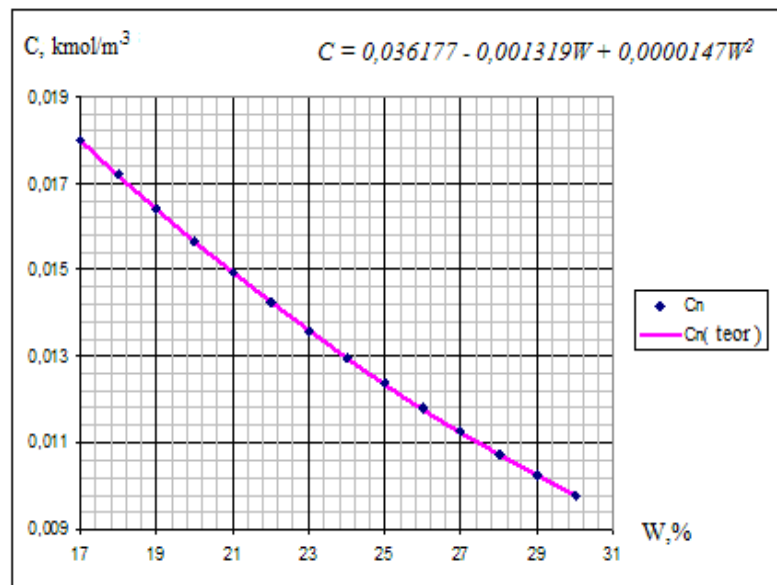
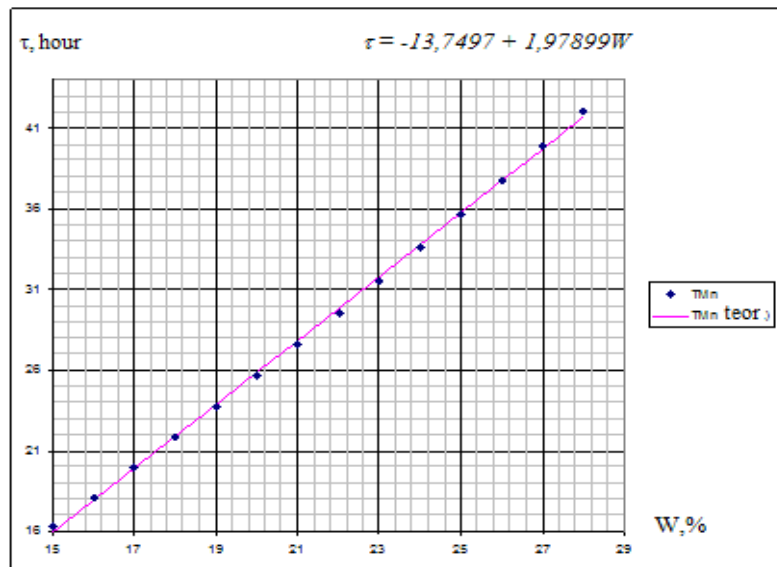


Fig. 3. Dependence of dissolution time from moisture  $C=0,0141$ , (linear approximation)  $R^2 = 0,9993$ ;  $\sigma = 0,2272$



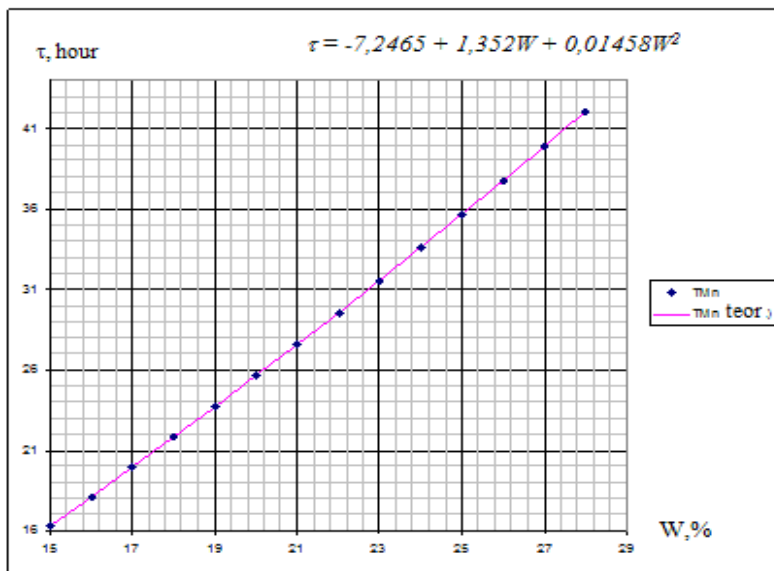


Fig. 4. Dependence of dissolution time from the moisture  $C=0,0141$  (quadratic approximation)  $R^2 = 0,99999$ ;  $\sigma = 0,0062$

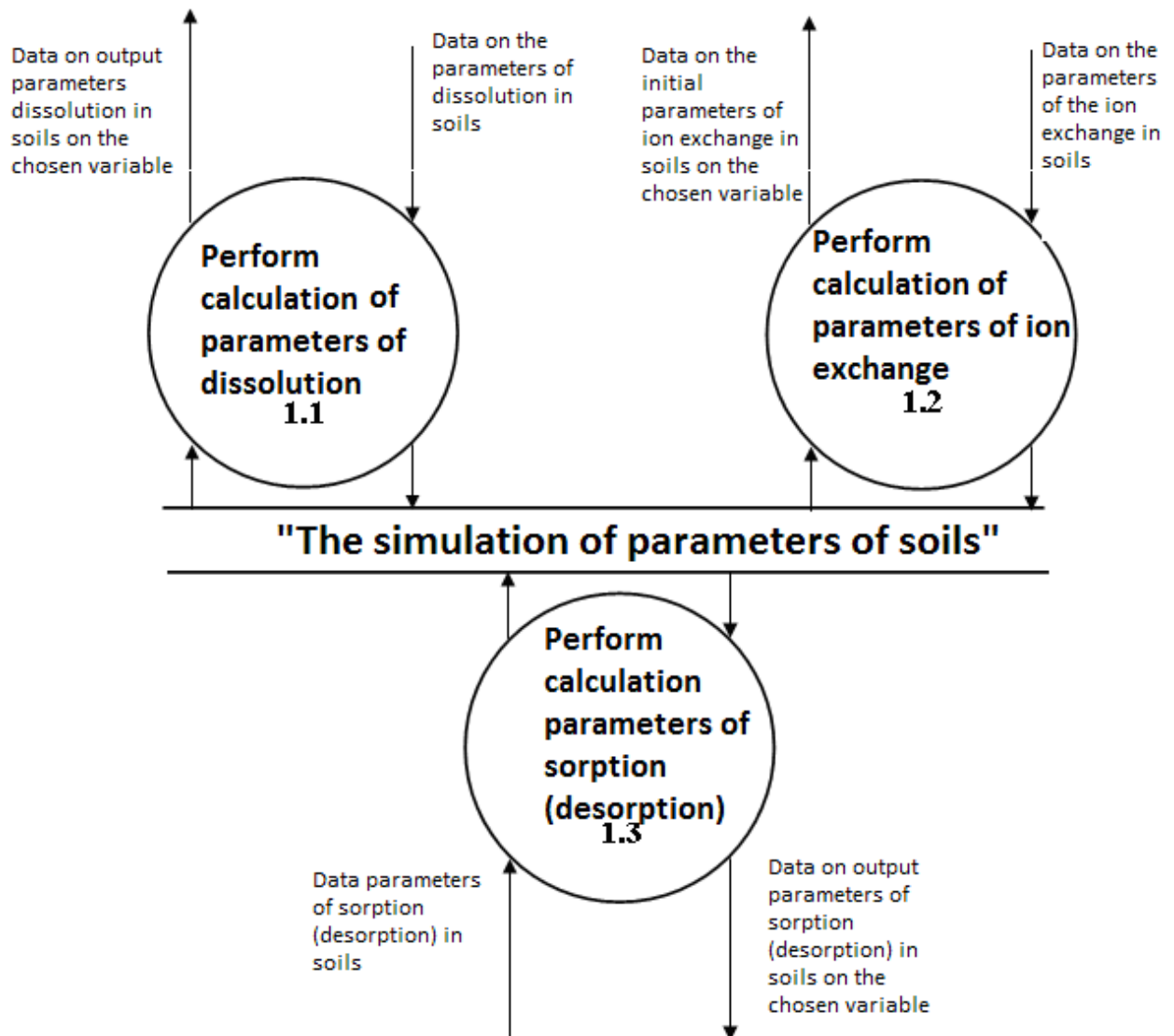


Fig. 5. Context diagram of the second level

Events list shows which streams are at this level, every event from the list should form a stream (event forms the input stream, the reaction – the output stream). The algorithm calculates the parameters of dissolution, ion exchange and sorption (desorption) is implemented as a separate software module using the concept of object-oriented programming. Module consists of object realization that calculates the parameters of above processes. To the main program module is connected with the operator, then a variable is created that has the type of object used (called an instance of an object). The object has a constructor to initialize the object, typically setting the input field values object rule calculations and the results and destructor.

The software of formulated and algorithimized mathematical models performed only in complex, user-friendly, and performs the following functions:

- simulation of dissolution processes, ion exchange, adsorption (desorption) in soils;
- determination of the concentration;
- definition of time;
- determination of temperature;
- determination of moisture.

The algorithm calculates the parameters of dissolution, ion exchange and adsorption (desorption), implemented as a separate software module. The software of defined and algorithmised mathematical models is the only complex that is convenient for the user. Screen forms are implemented as a standard window interface of Windows, using components of the development environment Borland Delphi7.

Fig. 6. Screenshot of the program and an example of calculation of process of dissolution of the variable C (determination of concentration) in simulating mode

Модельовання процесів розчинення, іонного обміну та сорбції (десорбції) в ґрунті

Файл Інформація

Параметри імітації Таблица расчётов Протокол имітації

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Dn	1300	1300	1300	1300	1300	1300	1300	1300	1300	1300	1300	1300
WPn	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
WGn	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
W0n	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
W1n	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
T0n	293	293	293	293	293	293	293	293	293	293	293	293
T1n	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314
TMKn	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
CPn	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015
COn	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
CKn	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055	0,0055
C1n	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008
CZPn	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018
NBn	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096
NPn	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NOn	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tn	298	298	298	298	298	298	298	298	298	298	298	298
Wn	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
TMn	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
Cn	0,0107400	0,0106514	0,0105781	0,0105165	0,0104639	0,0104186	0,0103791	0,0103444	0,0103136	0,0102861	0,0102615	0,0102386

Экспорт в Excel Выход

Fig. 7. Screenshot of the program – Table accumulation of a series of calculations to be exported to an external application (Microsoft Excel)

Модельовання процесів розчинення, іонного обміну та сорбції (десорбції) в ґрунті

Файл Інформація

Параметри імітації Таблица расчётов Протокол имітації

```

Dn=1300
WPn=30
WGn=10
W0n=25
W1n=15
T0n=293
T1n=303
TMKn=3
CPn=0,015
COn=0,005
CKn=0,0055
C1n=0,008
CZPn=0,018
NBn=0,096
NPn=0
NOn=0
Tn=298
Wn=28
TMn=30
Cn=0,0107400928059554

```

Fig. 8. Screenshot of the program (protocol simulation)

## Conclusion

The series of simulation computational experiments is conducted, on which fairly accurate regression models were built, easier and more convenient for practical use.

Implemented in the work algorithms can be a part of SPPR analysis of sanitary and epidemic emergencies and can be used to create simulation systems in order to optimize the quality of soils.

1. Kirillov O. M., Rogalsky F. B., Mykhailyk S. V., Voronenko M. O. *Protection of population and territories from emergency situations of peaceful time.* – Kherson: KHNTU, 2007. – 328 p. 2. Zaychenko D. *Analysis of emergency situations of technogenic and natural character // Emergency situation.* – 2010. – №3. – P.37–38. 3. Guriev S. *State service of disaster medicine as a component of national security of Ukraine / Guriev S., N. Terent'eva // Emergency situation.* – 2010. – №2. – P. 54–56. 4. Goryev L. M., Doroguntsov S. I., Hvesyk M. A. *“Optimization of ecoareas“ Book1.* – Kiev: Naukova dumka, 1997. – 542 s. 5. Gentleman R, Carey V, Huber W, Irizarry R, Dudoit S. / R. Gentleman, V. Carey, W. Huber, R. Irizarry, S. Dudoit // *Bioinformatics and Computational Biology. Solutions Using R and Bioconductor*, 2005. – 473 p. 6. Tchernorutskiy I. G. *Metody optimizatsii v teorii upravleniya.* – SPb.: Piter, 2004. – P. 256.

УДК 519.765

\*І. Хомицька, В. Теслюк

Національний університет “Львівська політехніка”,

\*кафедра прикладної лінгвістики,

кафедра систем автоматизованого проектування

## МЕТОД СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТЕКСТІВ ДРАМАТУРГІЇ Б. ШОУ І РОЗМОВНОГО СТИЛЮ

© Хомицька І., Теслюк В., 2015

Проаналізовано фоностатистичні структури текстів підстилю драматургії та розмовного стилю. Доведено, що середні частоти груп приголосних фонем є критерієм диференціації зіставлених текстів. Побудовано модель визначення ступеня взаємодії текстів художнього (підстиль драматургії) та розмовного стилів. Встановлено ступінь проникнення елементів розмовного стилю в підстиль драматургії художнього стилю за чотирма з восьми груп приголосних фонем, за якими статистичним методом визначено істотні відмінності.

**Ключові слова:** середня частота груп приголосних фонем, фоностатистична структура, позиція фонем в слові.

Phonostatistical structures of the texts of the substyle of drama and colloquial style have been analyzed. Mean frequency of occurrence of groups of consonant phonemes has been proved to be differentiation criterion of the compared texts. A model has been built to determine the degree of interaction of the texts of the belles-lettres (substyle of drama) and colloquial styles. The degree of penetration of elements of the colloquial style into the substyle of drama of the belles-lettres style has been established by four out of eight groups of consonant phonemes by which essential differences have been determined by statistical method.

**Key words:** mean frequency of occurrence of groups of consonant phonemes, phonostatistical structure, position of a phoneme in a word.

## Вступ

Методи математичної статистики є надійним інструментом при розмежуванні текстів мовних різновидів. Особливо це стосується тих випадків, коли функціональні стилі втрачають свою чітко окреслену окремішність і містять достатньо велику кількість спільних елементів. Визначення



ступеня взаємопроникнення елементів при зіставленні досліджуваних мовних різновидів є актуальною проблемою на сучасному етапі розвитку структурної та математичної лінгвістики.

Побудова моделей, які визначають ступінь взаємопроникнення елементів зіставлених текстів, є важливим кроком у вирішенні проблеми взаємодії мовних різновидів.

Серед дослідників, які використовували моделі для характеристики мовних одиниць, явищ і процесів, слід назвати А. Ф. Лосєва, М. П. Муравицьку, І. І. Рєвзіна, В. А. Тузова [7; 14; 16; 18]. Так, А. Ф. Лосєв вважає, що, в загальному розумінні, модель можна визначити як ту чи іншу схему конструювання мовних елементів [7]. В. А. Тузов запропонував модель мови на основі п'ять принципів: 1) універсальність; 2) простота опису; 3) точність опису; 4) мінімальність; 5) багаторівневість [18].

Моделювання є одним із виявів здатності людського мозку узагальнювати факти. Лінгвістичні моделі дають змогу дослідити закономірності в мові і відстежити характер взаємозв'язків між мовними фактами. Модель є свого роду інваріантом, який залишається незмінним у численних варіантних видозмінах.

Показовим прикладом інваріантної моделі є статистична модель, елементами якої є середні частоти фонем чи груп фонем. Середня частота, отримана шляхом математичної операції, є абстрактною, інваріантною величиною, одержаною із численних варіантних частот фонем чи їх груп.

Позаяк моделювання дає змогу з більшою точністю охарактеризувати певні ознаки та властивості мовних одиниць та виявити нові аспекти в трактуванні тих чи інших мовних явищ, ми пропонуємо модель, яка визначає ступінь потрапляння елементів розмовного стилю в драму Б. Шоу.

Новизною дослідження є розроблена лінгвістична модель виявлення спільних елементів розмовного стилю та підстилю драматургії художнього стилю англійської мови на фонологічному рівні, яка на відміну від існуючих, враховуючи позицію фонем в слові, визначає наявність спільних елементів у зіставлених текстах за кількістю груп приголосних фонем, за якими статистичним методом, за середніми частотами груп приголосних фонем, встановлено неістотні відмінності. Модель дає змогу з більшою точністю визначити ступінь взаємопроникнення елементів та встановити відстані між зіставленими текстами.

Об'єктом дослідження є процес визначення співвідношення якісних та кількісних характеристик груп приголосних фонем у фонологічній підсистемі системи функціональних стилів англійської мови (розмовного та художнього (підстиль драматургія)).

Предметом дослідження є моделі визначення ступеня взаємодії та взаємопроникнення елементів фоностатистичних структур досліджуваних стилів на основі, встановлених методами математичної статистики, істотних відмінностей.

Матеріалом дослідження є тексти літературного різновиду розмовного стилю та тексти з драми Б. Шоу "Другий острів Джона Буля".

Метою дослідження є вивчення ступеня взаємопроникнення елементів розмовного стилю та підстилю драматургії художнього стилю за встановленням співвідношення кількості груп приголосних фонем, за якими, статистичним методом, за середніми частотами груп приголосних фонем встановлено істотні відмінності між зіставленими текстами.

Для досягнення поставленої мети виконано такі завдання :

1. Перевірено вірність гіпотези: середні частоти груп приголосних фонем  $\bar{x}$  генеральної сукупності (функціонального стилю) підлягають нормальному розподілу;

2. Визначено обсяг робочої вибірки, на основі якого можна отримати інформацію про генеральну сукупність (функціональний стиль);

3. Продиференційовано досліджувані функціональні стилі аналізом величин типу  $\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a$  для трьох випадків позиції фонем у слові;

4. Встановлено співвідношення дії стильового та підстильового факторів при диференціюванні стилів;

5. Розроблено модель, яка визначає ступінь взаємопроникнення елементів розмовного стилю та підстилю драматургії художнього стилю.

Для одержання статистичних даних використано нижче поданий математичний апарат.

## Основна частина

Доцільність використання апарату математичної статистики полягає у тому, що він дає змогу на основі даних, одержаних з робочої вибірки обмеженого обсягу, зробити висновки про генеральну сукупність (розмовний стиль, підстиль драматургії художнього стилю).

Як критерій диференціації досліджуваних текстів розмовного стилю і драми Б. Шоу вибрано величину  $\bar{x}_r^a$ , де  $\bar{x}$  – середня частота груп приголосних фонем;  $r$  – позначає текст;  $a$  – позначає групу приголосних фонем, виокремлених за акустико-артикуляційними ознаками (губні, передньоязикові, середньоязикові, задньоязикові, носові, сонорні, щілинні, зімкнені).

Тексти розмовного стилю та драми Б. Шоу попарно зіставлено, тому  $r$  набуває значення 1,2. Індекс  $a$  набуває значення 1,2...8.

Щоб одержати інформацію про величину  $\bar{x}_1^a$ , необхідно встановити розподіл цієї величини. Вважаємо, що це розподіл Гаусса. Мова є системою, і тому її параметри повинні підлягати нормальному розподілу.

Висуваємо нульову гіпотезу  $H_0$ : середні частоти груп приголосних фонем  $\bar{x}_1^a$  генеральної сукупності (розмовний стиль, підстиль драматургії художнього стилю) підлягають нормальному розподілу. Перевірити гіпотезу можна на основі робочих вибірок (кожна обсягом в 31000 фонем), використавши критерій згідності  $\chi^2$ . Значення  $\chi^2$  вираховуємо відомим методом [2; 3; 6; 9; 12–13; 15]. У дослідженні використано 5%-й рівень значущості. Частоти груп приголосних фонем підлягають нормальному розподілу, якщо вирахована величина  $\chi^2$  є такою, що при заданому числі степенів вільності  $\nu$ , імовірність появи цієї величини є рівною або більшою за 0,05 ( $r(\chi^2) \geq 0,05$ ).

Ми одержали позитивний результат: умова  $r(\chi^2) \geq 0,05$  виконується для всіх восьми груп приголосних фонем. Використавши теорему Ляпунова, доведено, що середні частоти груп приголосних фонем підлягають нормальному розподілу [9, с. 234; 6, с.359; 11, с. 216].

Критерій Стюдента використано для диференціації зіставлених текстів [2; 3; 8; 10, 11; 16].

Для розв'язання поставленої задачі (чи можна за допомогою величин  $\bar{x}_1^a$  диференціювати функціональні стилі?) висуваємо гіпотезу: одержані величини  $\bar{x}_1^a$  характеризують англійську мову загалом, і тому незбіг їх значень є неістотним, випадковим. У цьому випадку вони характеризують одну спільну сукупність. Перевірка гіпотези зводиться до виявлення факту: чи при вибраному рівні значущості 0,05 значення різниць  $\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a$ ;  $\bar{x}_2^a - \bar{x}_3^a$  і т.д. є величинами істотними.

Подальші міркування полягають в наступному [9, с. 354]. Розглядаємо дві вибірки з різних текстів (розмовний стиль та підстиль драматургії художнього стилю), які характеризуються середніми частотами вибраної групи фонем, наприклад,  $\bar{x}_1^a$  і  $\bar{x}_2^a$ .

Оцінка дисперсії цих величин визначається за формулою типу:

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{31} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{n_1 - 1}. \quad (1)$$

Основою перевірки висунутої гіпотези є різниці типу  $\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a$ . Дисперсія останньої величини дорівнює:

$$S_{\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a}^2 = \frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2} = \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2} \cdot S^2. \quad (2)$$

Тут  $\sigma$  – дисперсія загальної сукупності,  $n_1$  і  $n_2$  – кількість порцій відповідно в першій і другій вибірках. Тому що оцінки  $S_1^2$  і  $S_2^2$  дисперсії  $S^2$  мають вагу відповідно  $n_1 - 1$  і  $n_2 - 1$ , повна оцінка дисперсії дорівнює:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i}^a - \bar{X}_{1i}^a)^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i}^a - \bar{X}_{2i}^a)^2}{n_1 + n_2 - 1}. \quad (3)$$

Далі одержуємо:

$$t = \frac{\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a}{S} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \quad (4)$$

Кількість порцій вибірки  $n_1 = n_2 = 31$ . Отже, замість (4) отримуємо формулу:

$$t = 3,937 \cdot \frac{\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a}{S} \quad (5)$$

Величина  $t$  табульована [9, с. 538; 17, с. 778]. У таблиці зазначено імовірність, з якою з'являється конкретне значення величини  $t$ . Із збільшенням цього значення зменшується імовірність.

У нашому дослідженні одержано значення величини  $t$ , якому відповідає мала імовірність, тобто величини  $\bar{x}_r^a$  істотно відрізняються одна від однієї. Отже, вони є характеристиками стилів, а не англійської мови загалом.

Для оцінювання різниць типу  $\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a$  застосовано двосторонній рівень значущості  $2Q$ . Обрано рівень значущості  $0,05$ . У випадку  $2Q < 0,05$ , різниці типу  $\bar{x}_1^a - \bar{x}_2^a$  є істотними, і величини  $\bar{x}_r^a$  характеризують розмовний стиль та підстиль драматургії художнього стилю.

Отже, з вищевикладеного випливає, що, працюючи з текстами обмеженого обсягу, за цим критерієм диференціації (середні значення груп фонем) одержано інформацію про стилі. За цим самим критерієм одержано інформацію про відмінності між стилями.

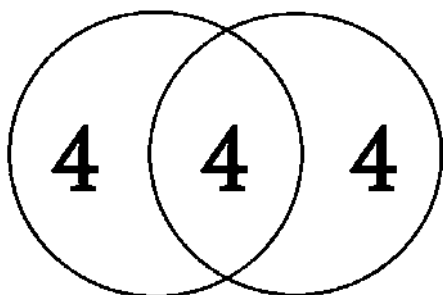
Одержані результати дослідження подано у табл. 1–3.

Таблиця 1

**Порівняння розмовного стилю з драмою Б. Шоу.  
Фонема на початку слова**

Гр. фонем	Б. Шоу		Розмовний стиль		$S$	$t$	$2Q$	Тип зн. Величини $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$
	$\bar{X}$	$\sum (X_i - \bar{X})^2$	$\bar{X}$	$\sum (X_i - \bar{X})^2$				
Губні	59,1	3807,51	72,0	5077,57	12,17	4,17	<0,1%	Істот.
Передньо-язикові	95,8	1735,44	100,0	7930,97	12,69	1,30	20%	Вип.
Середньо-язикові	16,4	1743,56	11,6	3409,36	9,27	2,04	<5%	Істот.
Задньо-язикові	33,6	1619,16	31,3	2880,77	8,66	1,05	>20%	Вип.
Носові	11,5	441,75	5,7	336,77	3,60	6,34	<0,1%	Істот.
Сонорні	71,4	3009,16	68,4	5383,10	11,83	1,00	>20%	Вип.
Щілинні	71,6	3747,56	69,3	3813,94	11,23	0,81	>20%	Вип.
Зімкнені	62,2	1316,24	78,2	5504,19	10,66	5,91	<0,1%	Істот.

Результати диференціації підстилю драматургії художнього стилю і розмовного стилю репрезентує модель (рисунок).



*Модель визначення ступеня взаємодії зіставлених текстів підстилю драматургії художнього стилю і розмовного стилю на фонологічному рівні*



## Порівняння розмовного стилю з драмою Б. Шоу. Фонема в кінці слова

Гр. фонем	Шоу		Розмовний стиль		S	t	2Q	Тип зн. величини $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$
	$\bar{X}$	$\sum(X_i - \bar{X})^2$	$\bar{X}$	$\sum(X_i - \bar{X})^2$				
Губні	26,2	742,84	23,5	1943,74	6,69	1,59	>10%	Вип.
Передньо-язикові	142,5	1247,75	128,7	4594,77	9,87	5,51	<0,1%	Істот.
Середньо-язикові	–	–	–	–	–	–	–	–
Задньо-язикові	15,4	633,36	18,4	993,36	5,21	2,27	<5%	Істот.
Носові	35,2	811,44	34,4	1913,68	6,74	0,47	>50%	Вип.
Сонорні	60,7	1740,39	53,6	1557,36	7,41	3,77	<0,1%	Істот.
Щілинні	49,3	1919,99	49,8	3069,42	9,12	0,65	>50%	Вип.
Зімкнені	74,4	2069,16	67,6	2373,68	8,60	3,11	<0,5%	Істот.

## Порівняння розмовного стилю з драмою Б. Шоу. Позицію фонему не враховано

Гр. фонем	Шоу		Розмовний стиль		S	t	2Q	Тип зн. величини $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$
	$\bar{X}$	$\sum(X_i - \bar{X})^2$	$\bar{X}$	$\sum(X_i - \bar{X})^2$				
Губні	121,1	2992,71	131,9	7611,48	13,29	3,20	<0,5%	Істот.
Передньо-язикові	390,2	9504,84	362,9	32500,3	26,46	4,06	<0,1%	Істот.
Середньо-язикові	18,6	1557,56	18,6	5175,36	10,59	0,00	100%	Вип.
Задньо-язикові	68,5	2707,75	72,6	5157,36	11,45	1,41	>10%	Вип.
Носові	92,2	6098,84	76,8	4202,84	13,10	4,63	<0,1%	Істот.
Сонорні	234,2	5611,44	226,9	14575,5	18,34	1,57	>10%	Вип.
Щілинні	162,6	5351,56	158,9	7948,71	14,89	0,98	>20%	Вип.
Зімкнені	202,6	5055,36	226,5	5725,74	13,40	7,02	<0,1%	Істот.

4 – істотні та неістотні розбіжності встановлено за чотирма групами приголосних фонем.

Наведені в таблицях дані та подана модель репрезентують фоностатистичні системи зіставлених текстів.

У плані лінгвістичної інтерпретації отриманих результатів слід зазначити, що для всіх трьох випадків позиції фонему в слові істотні відмінності встановлено за чотирма з восьми групами приголосних фонем. Одержаний результат засвідчує наявність спільних елементів, тобто взаємопроникнення стильових елементів. Лексичний пласт драми Б. Шоу “Другий острів Джона Буля” містить достатньо великий обсяг щоденної побутової лексики, що зближує його з лексичним наповненням літературного різновиду розмовного стилю.

Слід зазначити, що в дослідженні розглядається та різновидність розмовного стилю, яка є характерною для повсякденного спілкування. Ця різновидність функціонує в сфері побуту – в тих умовах, в яких проходить життя людей поза їх виробничою та суспільно-політичною діяльністю. Тому вона загалом не несе елементів стилів, характерних для згаданих сфер діяльності.

Вибірка значною мірою позбавлена елементів експресивності і емоційності, які є характерними для фамільярно-розмовної різновидності розмовного стилю і просторіччя. Тому

досліджувана літературно-розмовна різновидність розмовного стилю є відносно немаркованою спеціальними термінами певних сфер людської діяльності, а також експресивними та емоційними елементами.

Слід зауважити, що досліджувана різновидність розмовного стилю формує серцевину основного словникового фонду мови, тобто представляє відомі всьому народові життєво необхідні слова, які вживаються у всіх стильових різновидностях.

Представимо результати порівняння між розмовним стилем та художнім (підстиль драматургія).

Розглядаючи особливості драми Б.Шоу, неважко помітити, що, незважаючи на літературну обробку усного мовлення, діалог відображає основні закономірності живого розмовного мовлення. Тому не випадково в сучасному мовознавстві підкреслюється зближення книжно-літературної мови і розмовної мови в межах художнього твору.

Зокрема, Р. А.Будагов зазначає, що чимала кількість художніх творів написана значною мірою розмовним стилем. [4, с. 184]. Цієї ж думки дотримуються Ю. Ю.Аваліані (Авалиани, 1972, 1976), Ю. В.Ванніков (Ванников, 1972) та інші.

Слід зазначити, що елементи розмовного стилю потрапляють в художній твір не тільки через свою природну підвищену здатність до проникнення, але й як засоби типізації персонажів, які автор вживає з метою створення ефекту реального спілкування.

Отримані нами статистичним обстеженням дані вказують на наявність істотних відмінностей між розмовним стилем та художнім стилем (драматургія). Аналіз отриманих даних дає змогу зробити такі припущення і висновки.

Порівнянням розмовного стилю з драмою встановлено, що на відміну від попередніх розглянутих нами стилів [19–22] драма найменшою мірою відрізняється від розмовного стилю. Так, істотні розходження встановлено лише за чотирма групами фонем для всіх трьох випадків.

Аналізуючи кожен випадок зокрема, ми отримуємо такі розходження: не враховуючи позиції фонем в слові, стилі відрізняються за групами губних, передньоязикових, носових і зімкнених; для випадку позиції фонем на початку слова – за групами губних, середньоязикових, носових і зімкнених; для випадку позиції фонем в кінці слова – за групами передньоязикових, задньоязикових, сонорних і зімкнених.

Отже, група зімкнених фонем відзначається найбільшою стилерозмежувальною потужністю, оскільки за нею виявлені істотні розмежування порівнюваних стилів для всіх трьох випадків.

Зазначена близькість пояснюється переважанням діалогічної форми мовлення в обох мовних різновидах та особливостями творчої манери викладу Б. Шоу. Правдиве відтворення дійсності знаходить своє відображення у щоденно-побутовому змісті реплік персонажів драми. Елементи ірландського просторіччя та художньо-експресивні засоби спричиняють істотні розходження за вищеназваними групами.

Слід зазначити, що отримані числові дані є надійним підтвердженням близькості розглянутих мовних різновидів, щодо якої висловлюються припущення деякими дослідниками. Зокрема, це Р. А. Будагов (Будагов, 1967), Ю. Ю. Аваліані (Авалиани, 1972) та Ю. В.Ванніков (Ванников, 1972).

Встановлення відстані між стилями є одним з напрямків досліджень, які спрямовані на здійснення вимірів стильових характеристик. Серед лінгвістів, які називають зазначені дослідження стилеметрією, слід назвати В. Діттенбергера (Dittenberger, 1880), Н. А. Морозова (Морозов, 1915), Г. Н. Мартиненко, С. В. Чебанова (Мартыненко, Чебанов, 1987; 1988; Мартыненко, 1988).

Як встановити відстані між стилями в ситуації відсутності єдиного критерію їхнього розмежування? Виходом з цієї ситуації повинно стати виділення дослідником елементарних, доступних виміру ознак, які, незважаючи на складну природу досліджуваного об'єкта, зможуть його диференціювати в межах системи однорідних йому об'єктів.

Такими елементарними, доступними виміру ознаками в нашому дослідженні стають частоти груп фонем, з яких ми, внаслідок математичної операції, отримуємо середні частоти. Саме за середніми частотами груп фонем ми визначаємо відстані між розмовним стилем та драматургією Б. Шоу.

Відстані визначено за методикою, запропонованою В. І. Перебийніс, розробленою внаслідок поглиблення та розширення квантитативного підходу при дослідженні мовних явищ.

В. І. Перебийніс вводить таке поняття відстані між стилями [10, с. 43]:

$$l = \frac{t - t_0}{t}, \quad (6)$$

Тут параметр  $t$  критерія Стюдента відповідає величині типу  $\bar{x}_1 - \bar{x}_0$ ,  $t_0$  відповідає вибраному рівню значущості,  $\bar{x}_1$  і  $\bar{x}_0$ , – середні частоти груп приголосних фонем відповідно підстилю драматургії художнього і розмовного стилів. При визначенні характеристики  $l$  ми, як і у всій роботі, використовуємо рівень значущості 0,05.

Для наших досліджень степінь вільності  $\nu = 60$ . Отже, одержуємо  $t_0 = t_{0,05;60} = 2,00$  [9:538]. У табл. 4 подано відстані підстилю драматургії художнього стилю від розмовного стилю як для випадку, коли позиція фонем в слові не враховується, так і для випадків позиції фонем на початку і в кінці слова. Прочерк означає, що  $t < t_0$ , і відстані між підстилем драматургії художнього стилю і розмовним стилем немає.

Таблиця 4

**Відстані розмовного стилю від підстилю драматургії художнього стилю**

Групи фонем	Позиція фонем неврахована	Фонема на початку слова	Фонема в кінці слова
Губні	0,38	0,52	-
Передньоязикові	0,51	-	0,64
Середньоязикові	-	0,02	-
Задньоязикові	-	-	0,12
Носові	0,57	0,68	-
Сонорні	-	-	0,47
Щілинні	-	-	-
Зімкнені	0,72	0,66	0,68

### Висновки

Застосовані методи математичної статистики дали змогу встановити ступінь взаємопроникнення елементів літературного різновиду розмовного стилю та підстилю драматургії художнього стилю (драма Б. Шоу “Другий острів Джона Буля”) на фонологічному рівні, визначити відстані між досліджуваними мовними різновидами та встановити наявність спільного лексичного пласту за встановленими за середніми частотами груп приголосних фонем неістотними відмінностями між зіставленими текстами. В плані теоретичної цінності дослідження визначено співвідношення якісних та кількісних характеристик груп приголосних фонем літературного різновиду розмовного стилю та підстилю драматургії художнього стилю для трьох випадків позиції фонем в слові (позиція фонем не врахована, фонема на початку слова, фонема в кінці слова). В плані практичної цінності встановлено частотні характеристики, які уможливають визначення ступеня взаємопроникнення стильових елементів а тим самим засвідчують про спільне лексичне наповнення. Дослідження є перспективним у напрямі подальшого визначення ступеня взаємопроникнення стильових елементів та визначення відстані між мовними різновидами для більш точної характеристики взаємовідношення статистичних структур досліджених мовних різновидів.

1. Авалиани Ю. Ю., Ибрагимова Х. С. К сближению книжно-литературного языка и разговорной речи / Юлия Авалиани, Х. Ибрагимова // Вопросы фразеологии. – Самарканд, 1972,

Н.ІУ. – С.44–48. 2. Альтман Г. *Мода та істина в лінгвістиці*// Проблема квантитативної лінгвістики. – Чернівці: Рута, 2005. – С. 3–11. 3. Бектаев К. Б., Пиотровский Р. Г. *Математические методы в языкознании* / Калдыбай Бектаев, Раймонд Пиотровский. – Алма-Ата, 1974. – 260 с. 4. Будагов Р. А. *Литературные языки и языковые стили* / Рубен Будагов. – М.: Высшая школа, 1967. – 376 с. 5. Ванников Ю. В. *Лингвостатистические исследования разговорной речи и лингвостатистический справочник русской разговорной речи* / Юрий Ванников // Вопросы фразеологии. – Самарканд, 1972. N.IY. – С. 62–65. 6. Гнеденко Б. В. *Курс теории вероятностей* / Борис Гнеденко. – М.: Наука, 1988. – 448с. 7. Лосев А. Ф. *Введение в общую теорию языковых моделей* / Алексей Лосев. – М.: Моск.гос.пед.ин-т., 1968. – 296 с. 8. Мартыненко Г. Я. *Текст как объект и предмет стилеметрии* // Квантитативные аспекты системной организации текста / Григорий Мартыненко, Сергей Чебанов // Материалы межвузовского семинара. – Тбилиси, 1987. – С. 83–86. 9. Митропольський А.К. *Техника статистических вычислений* / Аристарх Митропольський. – М.: Наука, 1971. ь– 576с. 10. Перебийніс В. І. *Статистичні параметри стилів* / Валентина Перебийніс. – К.:Наукова думка, 1967. – 240 с. 11. Пиотровский Р. Г.*Математическая лингвистика* / Раймонд Пиотровский, Калдыбай Бектаев, Анна Пиотровская. – М.: Высшая школа, 1977. – 383 с. 12. Пушак Я. С. *Теорія імовірностей і елементи математичної статистики* / Ярослав Пушак, Богдан Лозовий. – Львів: Українська академія друкарства, 2006. – 264с. 13. Рабик В. М. *Основы теории імовірностей: навч. посіб.* / Володимир Рабик. – Львів: Магнолія плюс, 2006. – 176 с. 14. Ревзин И. И. *Структура языка как моделирующей системы* / Исаак Ревзин. – М.: Наука, 1978. – 277 с. 15. Сеньо П. С. *Теорія ймовірностей та математичної статистики: підручник* / Петро Сеньо. –К.: Центр навчальної літератури, 2004, – 448 с. 16. *Статистичні та структурні лінгвістичні моделі. Республіканський міжвідомчий збірник.* – К.: Наукова думка, 1966. – 161 с. 17. *Справочник по специальным функциям.* – М.: Наука, 1979. – 830 с. 18. Тузов В. А. *Математическая модель языка* / Виталий Тузов. – Л.:Изд-во ЛГУ,1984. – 176 с. 19. Хомицька І. Ю. *До проблеми взаємодії розмовного та художнього функціональних стилів англійської мови* / Ірина Хомицька // Гуманітарний вісник. Серія: Іноземна філологія. Число 12. – Черкаси: ЧДТУ, 2008. – Т. II. – С. 144–148. 20. Хомицька І.Ю. *Залежність середніх частот вживання груп приголосних фонем від типів мовленнєвих жанрів у драмі Б. Шоу «Другий острів Джона Буля»* / Ірина Хомицька // Наукові записки. – Вип. 96(2). – Серія: Філологічні науки (мовознавство): У 2 ч. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2011. – С. 326–329. 21. Хомицька І.Ю. *Залежність середніх частот вживання груп приголосних фонем від типів мовленнєвих актів у драмі Б. Шоу “Другий острів Джона Буля”* / Ірина Хомицька // “Англістика та американістика”. – Вип. 8. – Дніпропетровськ: ДНУ ім. О. Гончара, 2011. – С. 118–126. 22. Хомицька І. Ю., Теслюк В. М. *Метод статистичного аналізу англійських поетичних текстів* // Зб. наук.-техн. пр. : Науковий Вісник НЛТУ України. – 2015. – Вип. 25.02. – С. 350 – 356.

## ПОБУДОВА ЗМІСТОВНОЇ МОДЕЛІ ТЕКСТУ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ЛОГІКО-ЛІНГВІСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

© Вавіленкова А., 2016

**Проаналізовано недоліки існуючих моделей текстових документів, запропоновано уніфіковану форму змістовної моделі тексту, що сформована на основі синтезу логіко-лінгвістичних моделей його речень. Описано основні етапи алгоритму побудови запропонованої змістовної моделі тексту.**

**Ключові слова:** природна мова, логіко-лінгвістична модель, змістовна модель, модель тексту, синтез.

**The paper analyzes the shortcomings of existing models of text documents, it proposes an uniform content model of text that formed on the basis of synthesis of logic and linguistic models of its sentences. The work shows basic steps of the proposed algorithm for constructing content models of text.**

**Key words:** natural language, logic and linguistic model, content model, model of text, synthesis.

### Постановка проблеми

Незважаючи на майже столітню історію досліджень у сфері штучного інтелекту, комп'ютер досі не може вирішувати поставлені задачі обробки текстової інформації повністю, оскільки поки що не створено адекватних формалізованих моделей природномовних об'єктів, а вирішення відповідних завдань містить неформальні, творчі елементи, властиві лише людині [1].

Для опису глобального змісту тексту необхідна побудова схеми, що забезпечить швидкий аналіз поверхневих структур і конструювання відносно простої та жорсткої семантичної конфігурації [2]. Для побудови такої моделі необхідно вирішити задачу відновлення окремих об'єктів та їх взаємозв'язків, які були описані в тексті не явно. Важливість розв'язання цієї задачі в інформаційно-пошукових системах пов'язана з необхідністю звуження пошуку, виключаючи з нього документи, в яких говориться про непотрібні користувачу об'єкти, та застрахуватися від того, що користувач може запитувати про об'єкт зовсім не тими словами, якими автор описував ту чи іншу подію. Саме на створення уніфікованої форми семантичної конфігурації довільного текстового документа спрямовані подальші дослідження.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сьогодні існує декілька моделей представлення текстів, що використовуються сучасними системами інтелектуальної обробки текстових документів. Так, для класифікації електронних документів застосовується векторна модель: кожному тексту ставиться у відповідність точка, кожна координата якої відповідає частоті одного з його слів, внаслідок цього текстам зі схожими тематиками відповідатимуть просторово близькі вектори [3]. Ще одним прикладом векторної моделі тексту є мережа Кохонена, що використовується для квантифікації та виділення головних компонент тексту [4]. Лінгвістична процесуальна модель тексту передбачає аналіз тексту за допомогою різноманітних рівнів обробки (центральний процесор, сенсорний регістр, довгострокова і короткострокова пам'ять та ін.) [2].

Модель тексту за ван Дейком та В. Кінчем орієнтована на комплексність опису, тобто передбачає перехід від розуміння складових частин речень до послідовностей речень та найвищих структур тексту [5].

Традиційним вважається представлення тексту за допомогою гістограми однорідних ознак, наприклад, вектором кількості входжень ключових слів до документа. Ще одна із найпоширеніших сьогодні моделей тексту – модель “множина слів”, згідно з якою текст представляється як набір слів, без врахування порядку їх вживання [6].

Костянтин Білоусов у своїй роботі “Теория и методология полиструктурного синтеза текста” [7] замість терміна “модель тексту” вводить поняття “форма тексту” – спосіб організації мовного субстрату в цілісному просторі, що має своїм предметом структури даних, де структура – це проекція форми на предметну область.

Проте жодна з існуючих моделей не дає можливості відобразити змістовні зв’язки, наявні у тексті. Це відбувається тому, що в основу таких моделей покладено статистичні закономірності використання слів текстової бази, а не логічні зв’язки між ними.

### Формулювання цілі статті

Метою статті є опис алгоритму побудови змістовної моделі текстового документа на основі використання логіко-лінгвістичних моделей речень природної мови. Якщо розглядати текст як семантичну структуру, то головною проблемою, яку необхідно вирішити при побудові змістовної моделі, – сегментувати зміст тексту, класифікувати кванти інформації, що утворюють зміст. Адже, різні елементарні текстові фрагменти співвідносяться з ситуаціями, формуючи ієрархію семантичних складових. Тобто, у розрізі семантичного простору текст розглядається як сукупність лінійно розташованих знаків та як сукупність змістів [8].

Матеріали статті є результатом досліджень автора у сфері лінгвістики тексту та формальної семантики, що у поєднанні з математичним апаратом логіки предикатів першого порядку дали змогу формалізувати опис текстових документів.

### Виклад основного матеріалу

Текст вважається універсальним засобом представлення, накопичення та передавання знань, тому технології роботи з природномовними текстами завжди вважалися найважливішими для штучного інтелекту. *Текст* – це комплекс взаємопов’язаних одне з одним речень, що володіє певною автономністю відносно аналогічних комплексів, змістовною цінністю, яка забезпечується єдністю комунікативного напрямку. Цілісність тексту перетворює його на систему, в якій елементи залежать один від одного (речення, висловлювання, абзаци, розділи). А отже, текст можна формалізувати, створивши його змістовну модель [9].

*Логіко-лінгвістична модель текстового документу* – це абстрактна модель, яка об’єднує основні властивості тексту та його складових, відображає основні взаємозв’язки між структурними компонентами, являє собою впорядковану четвірку та масив логіко-лінгвістичних моделей речень природної мови, що входять до тексту [8].

Лінгвістична складова формального опису тексту:

$$t = \langle CQ, F, B, A \rangle, \quad (1)$$

де  $t \in T$  – конкретний електронний текст із всієї множини текстів;  $CQ = \{cq_1, \dots, cq_i, \dots, cq_n\}$  – множина існуючих типів текстів,  $i = \overline{1, n}$ ,  $n$  – кількість типів;  $F = \{f_1, \dots, f_j, \dots, f_m\}$  – множина складних синтаксичних частин тексту,  $j = \overline{1, m}$ ,  $m$  – кількість складних синтаксичних частин;  $B$  – текстова база, що складається з набору ключових слів тексту та взаємопов’язаних пропозицій, і яку можна представити у вигляді трійки:  $B = \langle K, SJ, D \rangle$ ,  $K$  – множина ключових слів тексту;  $SJ$  – множина ключових словосполучень тексту;  $D$  – множина пропозицій;  $A = \{a_1, \dots, a_k, \dots, a_q\}$  – множина абзацив тексту,  $k = \overline{1, q}$ ,  $q$  – кількість абзацив. Кожен абзац, своєю чергою, описується трійкою:  $a_k = \langle H, Y, R \rangle$ ,  $H = \{1, 2\}$  – множина типів зв’язків між реченнями (ланцюговий чи паралельний);  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  – множина типів тематичних прогресій, що вжиті у абзаци  $a_k \in A$ ;  $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  – множина рематичних домінант у абзаци  $a_k \in A$ .

Нехай текст природною мовою описується формулами із множини  $T$ , тоді логічна формула  $L(S)$  перетворюється на тотожно істинний предикат за такої довільної інтерпретації, за якої тотожно істинні предикати перетворюються на формули із множини  $T$ , тобто  $T \models L(S)$ .

Семантико-синтаксична складова формального опису тексту:

$$t' = \bigwedge_{g=1}^{N(t)} L(S_g), \quad (2)$$

де  $L(S_g)$  – логіко-лінгвістична модель [10] речення природної мови  $S_g$ ,  $g = \overline{1, N(t)}$ ;  $N(t)$  – кількість речень у тексті  $t$ .

Отже, модель (1) – (2) містить вичерпну інформацію про текст та зв'язки у ньому. Побудова такої логіко-лінгвістичної моделі для довільного типу тексту дає змогу перейти до аналізу текстової інформації, порівняння текстів за змістом, пошуку протиріч та збігів.

Алгоритм побудови змістовної моделі тексту на основі використання логіко-лінгвістичних моделей передбачає виконання таких кроків.

**1. Членування тексту.** Цей крок відповідає за розбиття всієї текстової інформації (електронного документа), на декілька рівнів. Членування тексту – функція загального композиційного плану документа, основну роль в якому відіграють розмір частин та змістовно-фактуальна інформація [11].

За Гальперінім, можна виділити два типи членування текстів: об'ємно-прагматичне та контекстно-варіативне [12]. В основу першого членування покладено кількісний параметр (поділ на розділи, частини, абзаци і т.д.). Другий тип членування дає можливість встановити типи зв'язків між складними синтаксичними частинами, тобто побудувати схематичну структуру тексту, що аналізується (у тексті виділяють три основні частини: зачин, розгортання думки і висновок). Залежно від типу зв'язного тексту таких складових може бути більше, тому для конкретної текстової бази буде свій набір складних синтаксичних частин  $F$ .

На цьому етапі відбувається об'ємно-прагматичне членування, тобто побудова схематичної структури документу: текст розбивається на розділи, частини, абзаци, а абзаци, своєю чергою, на речення. Членування тексту – це суто технічний крок, на якому не враховуються синтаксичні та семантичні зв'язки.

Тобто, після виконання етапу членування тексту  $t$  буде отримано множини абзацив  $A = \{a_1, \dots, a_k, \dots, a_q\}$ ,  $k = \overline{1, q}$ , де  $q$  – кількість абзацив, та множини речень природної мови  $S = \{S_1, \dots, S_g, \dots, S_{N(t)}\}$ , де  $g = \overline{1, N(t)}$ .

**2. Побудова логіко-лінгвістичних моделей речень тексту.** На цьому етапі до тексту  $t$  застосовується метод автоматизованої побудови логіко-лінгвістичних моделей речень природної мови, в результаті чого кожне речення тексту перетворюється на логічну формулу [13].

Виконання цього етапу алгоритму забезпечує формування семантико-синтаксичної складової формального опису тексту (2), тобто:

$$t' = \left\{ \begin{array}{l} L(S_1) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_1)} L_{\mu}(S_1) \\ L(S_2) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_2)} L_{\mu}(S_2) \\ \dots \\ L(S_g) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_g)} L_{\mu}(S_g) \\ \dots \\ L(S_{N(t)}) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_{N(t)})} L_{\mu}(S_{N(t)}) \end{array} \right. , \quad (3)$$

де простий предикат  $L_\mu(S)$  для кожного речення природної мови має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{cccccccc} P_{\mu[1]} & x_{\mu[1]} & c_{\mu[1]}(x_{\mu[1]}) & y_{\mu[1]} & c_{\mu[1]}(y_{\mu[1]}) & z_{\mu[1]} & c_{\mu[1]}(z_{\mu[1]}) & c_{\mu[1]}(p_{\mu[1]}) \\ P_{\mu[2]} & x_{\mu[2]} & c_{\mu[2]}(x_{\mu[2]}) & y_{\mu[2]} & c_{\mu[2]}(y_{\mu[2]}) & z_{\mu[2]} & c_{\mu[2]}(z_{\mu[2]}) & c_{\mu[2]}(p_{\mu[2]}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{\mu[g]} & x_{\mu[g]} & c_{\mu[g]}(x_{\mu[g]}) & y_{\mu[g]} & c_{\mu[g]}(y_{\mu[g]}) & z_{\mu[g]} & c_{\mu[g]}(z_{\mu[g]}) & c_{\mu[g]}(p_{\mu[g]}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{\mu[N(t)]} & x_{\mu[N(t)]} & c_{\mu[N(t)]}(x_{\mu[N(t)]}) & y_{\mu[N(t)]} & c_{\mu[N(t)]}(y_{\mu[N(t)]}) & z_{\mu[N(t)]} & c_{\mu[N(t)]}(z_{\mu[N(t)]}) & c_{\mu[N(t)]}(p_{\mu[N(t)]}) \end{array} \right. \quad (4)$$

**3. Синтез логіко-лінгвістичних моделей.** На третьому кроці алгоритму побудови логіко-лінгвістичної моделі текстового документа здійснюються об'єднання та заміна структурних компонентів логіко-лінгвістичних моделей (3), отриманих на попередньому етапі алгоритму. Це відбувається на основі виявлення способів логічного зв'язку між реченнями природної мови.

На основі використання принципів синтезу логіко-лінгвістичні моделі (3) набувають такого вигляду:

$$t' = \left\{ \begin{array}{l} L^{(\gamma)}(S_1) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_1)} L^{(\gamma)}_{\mu}(S_1) \\ L^{(\gamma)}(S_2) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_2)} L^{(\gamma)}_{\mu}(S_2) \\ \dots \\ L^{(\gamma)}(S_g) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_g)} L^{(\gamma)}_{\mu}(S_g) \\ \dots \\ L^{(\gamma)}(S_{N(t)}) = \bigwedge_{\mu=1}^{v(S_{N(t)})} L^{(\gamma)}_{\mu}(S_{N(t)}) \end{array} \right. ,$$

а, окрім заміни в формулах (4), кожній логіко-лінгвістичній моделі  $L^{(\gamma)}(S_g)$  приписується вектор характеристик  $l_g$ , кожна з яких відповідає певній компоненті логіко-лінгвістичної моделі речення  $S_e$ , пов'язаного за змістом з реченням тесту  $S_g$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1(l_1): U \rightarrow u_k(S_e), e \neq 1, \\ G_2(l_2): U \rightarrow u_k(S_e), e \neq 2, \\ \dots \\ G_g(l_g): U \rightarrow u_k(S_e), g \neq e \\ \dots \\ G_{N(t)}(l_{N(t)}): U \rightarrow u_k(S_e), e \neq N(t). \end{array} \right. \quad (5)$$

**4. Формування текстової бази.** Завдяки синтезу логіко-лінгвістичних моделей формується текстова база, що являє собою трійку:

$$B = \langle K, SJ, D \rangle,$$

де  $K$  – множина ключових слів тексту;  $SJ$  – множина ключових словосполучень тексту;  $D$  – множина пропозицій.

1) *множина ключових слів* тексту  $K$  формується з елементів векторів  $l_g$ ,  $g = \overline{1, N(t)}$ , тобто кожен елемент логіко-лінгвістичної моделі, що був замінений внаслідок використання принципів синтезу, входить до множини ключових слів:  $u_k(S_e) \subseteq K$ , де  $e = \overline{1, N(t)}$ , при  $e \neq g$ .



2) множина ключових словосполучень тексту  $SJ$  формується із словосполучень тексту, до яких входять ключові слова із утвореної множини  $K$ . Тобто, якщо слово  $H_r = u_k(S_e)$ ,  $r = \overline{1, n}$  речення  $S_g$  утворює словосполучення зі словом  $H_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ ,  $k \neq r$  цього ж речення:  $SJ_{rk} = H_r \cup H_k$ , то  $SJ_{rk} \in SJ$ .

3) для формування множини пропозицій  $D$  застосовується інтерпретатор продукцій, який працює циклічно. Основними даними для його роботи є отримані внаслідок синтезу логіко-лінгвістичних моделей вектори характеристик. Кожен елемент вектора характеристик  $l_g$  речення природної мови  $S_g$  інтерпретує зв'язок простого предиката  $L_{\mu}^{(\gamma)}(S_g)$  речення  $S_g$  та простого предиката  $L_{\mu}^{(\gamma)}(S_e)$  речення природної мови  $S_e$ , притому, що  $e \neq g$ .

Тобто, в результаті роботи інтерпретатора продукцій шукаються такі моделі  $L_{\mu}^{(\gamma)}(S_e)$ , які за змістом передують або з яких випливають моделі  $L_{\mu}^{(\gamma)}(S_g)$ :

$$L_{\mu}^{(\gamma)}(S_e) \rightarrow L_{\mu}^{(\gamma)}(S_g).$$

Етап побудови текстової бази дає змогу сформуванню змістовні зв'язки між реченнями тексту, незалежно від того, до якого абзацу чи складної синтаксичної частини вони належать.

**5. Визначення характеристик кожного з абзаців.** Визначення типів зв'язків між реченнями в кожному абзаці є одним із найважливіших етапів лінгвістичного аналізу тексту.

Кожен абзац  $a_k \in A$  характеризується трійкою:

$$a_k = \langle H, Y, R \rangle:$$

1) визначення першого параметра  $H = \{1, 2\}$  із множини *типів зв'язків між реченнями* (1 – ланцюговий чи 2 – паралельний);

2) визначення *типу тематичної прогресії* із множини  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , що вжита у абзаці  $a_k \in A$ :

1 – *проста лінійна прогресія* – для неї характерне послідовне розгортання інформації, коли рема попереднього речення стає темою наступного речення;

2 – *прогресія з наскрізною темою* – характеризується наявністю однієї теми, що повторюється у кожному реченні тексту;

3 – *прогресія з похідними темами* – кожне речення тексту, не маючи у своєму складі елементів послідовної лематизації (перший тип тематичних прогресій) або наскрізної тематизації (другий тип), використовується для вираження загальної тематичної направленості тексту;

4 – *прогресія з розщепленою темою* – основу складає подвійна рема, компоненти якої при тематизації утворюють початкові точки для розвитку окремих тематичних прогресій;

5 – *прогресія з тематичним стрибком* – передбачає наявність розриву в тема-рема-тематичному ланцюгу, який можна відновити з контексту;

3) визначення типу *рема-тематичних домінант* із множини  $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  у абзаці  $a_k \in A$ . Залежно від лексико-граматичного представлення рема може бути: предметна, статальна, динамічна, якісна, імпресивна та комбінована.

Отже, внаслідок встановлення властивостей абзаців вдасться виявити тематичну спрямованість та засоби побудови логічних зв'язків у них, завдяки чому можна формалізувати процес визначення міжфразових зв'язків.

**6. Формування складних синтаксичних частин тексту.** В результаті отриманих зв'язків між абзацами на попередньому етапі алгоритму текст поділяють на складні синтаксичні частини (контекстно-варіативне членування):

$$F = \{f_1, \dots, f_j, \dots, f_m\},$$

$$f_j \in F, j = \overline{1, m}.$$

Складні частини тексту формують, використовуючи множину продукцій текстової бази  $D$ , а також отриманих значень множини рем  $R$  на попередньому етапі алгоритму. Адже призначення реми у тексті полягає не лише у репрезентації нового змісту та актуалізації комунікативної значимості інформації, але і в організації семантики тексту. За межами речення рема вступає в змістовні зв'язки з ремами сусідніх речень, створюючи рематичну домінанту текстового фрагмента, що сигналізує про їх семантичну єдність.

Аналогічно попередньому етапу уже не речення, а абзаци піддаються перевірці на засоби когезії, на основі виявлення яких формуються продукції типу:

$$D_1 \rightarrow D_2,$$

де  $D_1$  – частина тексту з абзацу  $a_k \in A$ , що за змістом передує або з якої впливає частина тексту  $D_2$  з абзацу  $a_{k+1} \in A$ ,  $k = \overline{1, q}$ .

На основі таких продукцій можна визначити провідний зв'язок у складній синтаксичній частині.

**7. Визначення типу  $c_i$  зв'язного тексту  $t \in T$ .** На основі визначених на попередніх етапах типах змістовних зв'язків між складними та простими синтаксичними конструкціями визначається тип тексту  $c_i \in C$ ,  $C = \{c_1, \dots, c_i, \dots, c_n\}$  – множина існуючих типів текстів,  $i = \overline{1, n}$ ,  $n$  – кількість типів, (1 – науковий, 2 – публіцистичний, 3 – художній, 4 – офіційно-діловий).

Виконання описаних вище кроків є спробою формалізації семантичних явищ за допомогою лінгвістичних фактів. Тобто запропоновано концептуальний апарат семантичної теорії, який забезпечує експліцитне представлення змісту речень природної мови в структурі текстового документа, узгоджене з поняттями синтаксичної теорії.

### Висновки

У граматичному аспекті зв'язність тексту визначається законами узгодження, правилами побудови висловлювань з використанням морфологічних та синтаксичних засобів мови. У прагматичному аспекті зв'язність зумовлена загальною комунікативною функцією тексту, реалізується у суб'єктивній організації тексту, в системі просторових та часових характеристик, що пронизують текст з початку і до кінця [11]. Запропонована у статті логіко-лінгвістична модель текстового документу враховує обидва ці аспекти.

Основним кроком у алгоритмі побудови змістовної моделі тексту є синтез логіко-лінгвістичних моделей, що відбувається на основі правил побудови та пошуку елементарних відношень, які носять тотожний зміст і дозволяють однозначно інтерпретувати речення природної мови довільної структури. Логіко-лінгвістична модель текстового документу являється своєрідним шаблоном, до якого можна звести довільний текстовий документ.

1. Люгер Д. Ф. *Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем* / Д. Ф. Люгер. – 4-е изд. – М.: ООО “Вильямс”, 2005. – 864 с.
2. Елашкина А. *Тема-рематическая лингвистическая модель для машинной обработки текстов [Электронный ресурс]* / А. Елашкина, А. Красноусова, Н. Максимова, А. Русин. – 2005. – Режим доступа к журн.: <http://www.hr-portal.ru/article/tema-rematicheskaya-lingvisticheskaya-model-dlya-mashinnoy-obrabotki-tekstov#2>.
3. Орлов А. *Векторная модель текста [Электронный ресурс]* / А. Орлов. – 2009. – Режим доступа к журн.: <http://neural.ru/dictionary/>.
4. Kohonen T. *Self-Organizing Maps* / T. Kohonen. – New York: Springer, 2001. – Vol. 30. – 501 p.
5. Звегинцев В. *Новое в зарубежной лингвистике. Когнитивные аспекты языка: вып. 23* / В. . Звегинцев. – М.: Прогресс, 1988. – 320 с.
6. Сигачев А. *Модель текста в виде набора числовых признаков [Электронный ресурс]* / А. С. Сигачев. – Режим доступа к

журн.: <http://it-claim.ru/Library/Books/ITS/wwwbook/IST7/sigachov/Sigachov.htm>. 7. Белоусов К. Теория и методология полиструктурного синтеза текста [Монография] / К. Белоусов. – М.: Флинта: Наука, 2009. – 216 с. 8. Вавіленкова А. . Проект комп'ютерної технології лінгвістичного аналізу електронних документів / А. І. Вавіленкова // Strategy of quality in industry and education: IX international conference, June 6–13, 2014. – Varna (Bulgaria), 2014. – P. 388 – 394. 9. Вавіленкова А. І. Методологічні основи автоматичного аналізу логіко-лінгвістичних моделей текстових документів / А. І. Вавіленкова // Математичні машини та системи. – 2015. – № 1. – С. 65–71. 10. Вавіленкова А. І. Застосування формальних алгоритмів у структурній лінгвістиці / А. І. Вавіленкова // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2014. – № 699. – С. 265–272. 11. Головкина С. Х. Лингвистический анализ текста // С. Х. Головкина, С. Н. Смольников. – Вологда: Издательский центр ВИРО, 2006. – 124 с. 12. Гальперин И. Р. Текст как объект лингвистического исследования. Изд. 5-тое, стереотипное / И. Р. Гальперин. – М: КомКнига, 2007. – 144 с. 13. Вавіленкова А. І. Застосування формальних алгоритмів у структурній лінгвістиці / А. І. Вавіленкова // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2014. – № 699. – С. 265–272.

УДК 004.94

Я. Соколовський, М. Москвітіна  
НЛТУ України, м. Львів

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙНО-РЕЛАКСАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОХІДНИХ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ

© Соколовський Я., Москвітіна М., 2015

З використанням апарату дробових диференціальних та інтегральних операторів досліджено математичні моделі деформаційно-релаксаційних процесів, пов'язаних з ефектами пам'яті та самоорганізації. Наведено аналітичні співвідношення для визначення деформацій та напружень узагальнених дробово-диференціальних стандартних реологічних моделей. Для інтегрального представлення цих моделей визначено ядра повзучості та релаксації, а також термодинамічні функції стану. Досліджено вплив параметрів дробового диференціювання на деформаційні процеси матеріалів.

**Ключові слова:** математична модель, похідні дробового порядку, функція Міттаг – Леффлера, реологічні моделі, деформаційні процеси.

In the work, with the use apparatus of the fractional differential and integral operators investigated mathematical models strain-relaxation processes related to memory effects and self-organization. These analytical relations for determining the strain and stress of generalized fractional differential standard rheological models. For the integral representation of these models are defined kernel creep and relaxation, as well as the thermodynamic state function. The investigated the influence of parameters of fractional differentiation on the deformation processes of materials.

**Key words:** mathematical model, derivatives of fractional order, Mittag-Leffler function, rheological models, deformation processes.

### Актуальність досліджень

Розроблення адекватних математичних моделей процесів в'язкопружного деформування та тепломасоперенесення у середовищах з фрактальною структурою, для яких характерні ефекти пам'яті, просторової нелокальності і самоорганізації має ґрунтуватися на використанні математичного апарату дробових інтегро-диференціальних операторів. Наявність у диференціальних

рівняннях дробової похідної за часом характеризує ефекти пам'яті (еридитарності) або немарковість процесів моделювання. Дробові похідні за просторовими координатами відображають самоподібну неоднорідність фрактального середовища.

Значна кількість публікацій у цьому напрямі присвячена математичним основам та проблемам інтерпретації застосування дробового інтегрування та диференціювання для моделювання різних систем. У світі існують декілька наукових шкіл пов'язаних з іменами: Ф. Майнарді [4], І. Піддубного [5], В. Учайкіна [1], А. Нахушева [6], Р. Нігматуліна [7] та інших, які розвивають ідеї дробового інтегродиференційованого апарату до моделювання складних систем. Кількість публікацій швидко зростає та переважно стосується математичних питань дослідження диференційних рівнянь з похідними дробового порядку, аналітичних методів їх розв'язання, існування розв'язків, а також питань, пов'язаних з геометричною та фізичною інтерпретаціями дробових похідних. Значно меншу кількість робіт присвячено розвитку числових методів розв'язання диференційних рівнянь тепломасоперенесення з похідними дробового порядку. На початковому етапі знаходяться дослідження, присвячені питанням побудови математичних методів та моделей взаємозв'язаних деформаційно-релаксаційних та тепломасообмінних процесів у середовищах з фрактальною структурою. До кінця не розв'язаною залишається задача коректної та фізично-осмисленої постановки граничних і початкових умов для нелокальних математичних моделей нерівноважних процесів у середовищах з фрактальною структурою.

### **Аналіз сучасного стану досліджень**

Аналіз наукових джерел свідчить про те, що визначення похідних дробового порядку ґрунтується на двох підходах. Перший – це узагальнення відомої формули Коші, яка дозволяє звести багатократний інтеграл цілого порядку до однократного [8, 9] та ін.. Другий підхід розвинуто у працях [10, 11] та узагальнено у [11, 12] щодо визначення дробової похідної через границю скінченно-різницевого відношення. Також відомі ряд узагальнень та модифікацій таких підходів [13, 14]. Властивості дробового інтегродиференціювання у рамках цих підходів досліджено та описано у [1– 6, 15, 16]. Основною відмінністю дробових похідних від цілочислових є їх нелокальність, тобто залежність результатів диференціювання від значень функцій у всіх точках деякого відрізка або числової прямої, а не від значень функцій у точках із малого околу точки – як у випадку звичайного диференціювання. Також відомі дослідження щодо узагальнення дробових операторів диференціювання, зокрема у [17, 18] дробовий порядок описується функцією часу, а в [19] – випадковою величиною.

Характерною особливістю дробових операторів диференціювання та інтегрування є відсутність явної фізичної та геометричної інтерпретації таких операцій. Існують декілька підходів до вирішення цієї проблеми, які умовно можна поділити на три напрямки: ймовірнісний, геометричний та фізичний [1, 2, 5, 7]. Автори останніх двох підходів з використанням класичної фрактальної геометрії будують аналогію відносно операцій диференціювання цілого порядку. Зокрема, робиться спроба обґрунтування змісту дробових похідних з використанням зв'язку між дробовими операторами і фракталами у термінах операцій, що задаються на фрактальних багатообразах. Ймовірнісний підхід базується на аналізі статистичних розподілів «некласичної» поведінки. Наявність різних підходів до визначення дробових похідних породжують неоднозначність щодо коректності та фізичної осмисленості постановки початкових та граничних умов залежно від типу дробової похідної.

Останніми роками спостерігається значна зацікавленість щодо використання дробових диференційних рівнянь для моделювання різних процесів. Дослідженню динаміки та автохвильових розв'язків бістабільних систем реакції – дифузії з часовими дробовими похідними – присвячено праці [27–29]. Показано, що застосування дробових диференційних операторів дає змогу описати нові властивості таких систем порівняно з системами, у яких використовуються похідні цілого порядку. Побудовам фундаментальних розв'язків параболічних рівнянь з дробовою похідною за часом з різними граничними умовами присвячено праці [32–34]. Наведено розв'язки рівнянь дифузії та термопружності з дробовою похідною за часом. Роботи [30, 31] присвячені застосуванню

спектрального методу до розв'язування диференціальних рівнянь дробового порядку за часом з використанням многочленів Лагерра. Використання методів скінченних різниць для розв'язання двовимірних задач теплопровідності з похідними дробового порядку за часом у просторових координатах наведено у [38]. У працях [36, 38] застосовано явні та неявні схеми методу скінченних різниць для дослідження рівнянь тепломасоперенесення та в'язкопружного деформування з похідними дробового порядку за часом.

Для моделювання дисипативних властивостей в'язкопружних середовищ, пов'язаних з тепловими затратами енергії, подоланням сил тертя та опору зовнішньому навантаженню у працях [1, 2] показано, що напруження можна представити згортокою дробово-степеневі функції і деформації або похідної від деформації. Дробовий показник степеневі функції зумовлений реальною фізичною поведінкою таких середовищ. Окрім цього, використання диференціальних рівнянь дробового порядку для побудови математичних моделей в'язкопружного деформування дозволяють адекватно, враховуючи фізичні міркування, узагальнювати експериментальні дані для ідентифікації параметрів моделей.

Дробово-диференціальний підхід у математичних моделях в'язкопружності дає змогу враховувати ефекти пам'яті. Відомо [10], що врахування ефекту пам'яті для зміни деякої фізичної величини  $F(t)$  залежно від іншої  $f(t)$  визначається залежністю

$$F(t) = \int_0^t K(t-t')f(t')dt',$$

де  $K$  – функція пам'яті;  $t, t'$  – час.

Для моделювання систем у випадку відсутності ефекту пам'яті (марківські процеси) функція  $F(t)$  має вигляд  $K(t-t') = hd(t-t')$ , де  $d(t)$  – дельта-функція Дірака;  $h > 0$  – деяка константа. У випадку «повної» пам'яті маємо співвідношення  $K(t-t') = t^{-1}h(t-t')$ , де  $h(t)$  – одинична функція Хевісайда. Проміжний часовий етап розвитку та функціонування систем між двома граничними станами (відсутність пам'яті – наявність “повної” пам'яті), як показано в [3], характеризуються множиною міри Хаусдорфа–Безиковича, а зв'язок між величинами  $F(t)$  і  $f(t)$  описується дробовим інтегралом

$$F(t) = \Gamma^{-1}(a) \int_0^t (t-t')^{a-1} f(t') dt',$$

де  $\Gamma(a)$  – гамма-функція;  $a$  – фрактальна розмірність системи.

Зміна поведінки таких систем з частковою пам'яттю, зокрема пов'язаних з в'язкопружним деформуванням, дисипацією енергії, описується дробовими похідними

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t) \sim \frac{\partial^a}{t_0 \partial \bar{t}^a} f(\bar{t}) \sim \Gamma^{-1}(1-a) \frac{d}{t_0 d\bar{t}} \int_0^{\bar{t}} \frac{f(t')}{(x-t')^a} dt',$$

де  $\bar{t} = t_0$  – безрозмірний час;  $t_0$  – характерний час даного процесу. Видно, що шукана функція у визначенні дробові похідної знаходиться під інтегралом за часом, тобто конкретним значенням  $a$  враховуються ефект пам'яті, зокрема у наступні моменти часу.

Для моделювання самоподібної неоднорідності відповідно просторова похідна має аналогічний дробовий порядок  $t \rightarrow l_0$ ,  $\bar{t} \rightarrow x$ ,  $x = \frac{x}{l_0}$ , де  $l_0$  – характерний просторовий масштаб.

Для математичного моделювання деформаційно-релаксаційних процесів використовують структурні реологічні моделі. Ними користуються для визначення механічних властивостей полімерів, внутрішнього тертя в твердих тілах та інших властивостей реальних тіл. До традиційних реологічних моделей слід віднести моделі Максвелла, Фойгта, Кельвіна, Джеффріса тощо, які описують властивості суцільних середовищ. У більшості випадків для опису моделей допускається, що механічні властивості досліджуваного середовища можна з достатньою точністю описати на основі трьох основних властивостей: пружних, пластичних та в'язкопружних.

Використовуючи можливі комбінації таких моделей, можна отримати різні схеми в'язкопружного деформування, що описуються різними типами диференціальних рівнянь, які містять звичайні похідні. Своєю чергою, ці рівняння дають змогу отримати функції вільної енергії, зміни ентропії та розсіювання енергії для кожної найпростішої моделі. Враховуючи вищенаведені міркування, що базуються на аналізі робіт [1, 21, 22], можна вважати, що для математичного моделювання реологічних властивостей в'язкопружних середовищ доцільне використання інтегродиференціальних операторів дробового порядку. Зазначимо, що дробово-диференціальний підхід для моделювання реологічної поведінки матеріалів пов'язаний з роботами [1, 23–25] та працями інших авторів. У статті розглядаються математичні моделі лінійної в'язкопружності, які ґрунтуються на введенні дробового диференціювання та отриманні основні термодинамічні функції реологічних моделей.

### Математичне моделювання з використанням дробово-диференційного підходу

Математичні моделі деформування у в'язкопружних фрактальних середовищах описуються відповідними рівняннями дробово-диференціального типу [1]:

для моделі Максвелла

$$s(t) + t^a D_t^a s(t) = E t^b D_t^b e(t), \quad 0 < a, b < 1 \quad (1)$$

для моделі Фойгта

$$s(t) = E(t^a D_t^a s(t) + t^b D_t^b e(t)), \quad 0 < a < b < 1 \quad (2)$$

для моделі Кельвіна

$$E_1 t^a D_t^a s(t) + (E_1 + E_2) s(t) = E_1 E_2 (e(t) + t^b D_t^b e(t)), \quad 0 < a, b < 1, \quad (3)$$

де  $t, t$  – час,  $E$  – модуль пружності для моделей Максвелла та Фойгта;  $E_1$  – модуль пружності елемента Фойгта для моделі Кельвіна;  $E_2$  – модуль пружності для моделі Кельвіна;  $s(t)$  – напруження,  $e(t)$  – деформація;  $D_t^a, D_t^b$  – дробові похідні по часу з порядком відповідно  $a, b$ .

Дробова похідна порядку  $a$  від функції  $f(t)$  визначається формулою [5]:

$$D_t^a f = \frac{1}{\Gamma(n-a)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(t')}{(t-t')^{a-n+1}} dt', \quad 0 \leq n-1 < a < n \quad (n=1,2,\dots) \quad (4)$$

Знайдемо розв'язки рівнянь відносно напруження  $s(t)$ , використовуючи метод перетворення Лапласа. Запишемо загальне рівняння, що описує моделі Максвелла та Кельвіна:

$$D_t^a s(t) + a_{M,K} s(t) = h_{M,K}(t), \quad (5)$$

де  $a_M = \frac{1}{t^a}$ ,  $a_K = \frac{E_1 + E_2}{E_1 t^a}$ ,  $h_M(t) = E t^{b-a} D_t^b e(t)$ ,  $h_K(t) = \frac{E_2}{t^a} (e(t) + t^b D_t^b e(t))$ , де  $a_M, a_K$  – деякі коефіцієнти для моделей Максвелла і Кельвіна;  $h_M(t), h_K(t)$  – функції від часу для моделей Максвелла і Кельвіна відповідно.

Алгебраїчне рівняння для трансформанти матиме вигляд:

$$I^a \hat{S}(I) + a_{M,K} \hat{S}(I) = \hat{h}_{M,K}(I) + c_{M,K}, \quad (6)$$

де  $\hat{h}_M = E t^{b-a} I^b \hat{e}(I)$  – лапласовий образ перетворення функції  $h_M(t)$  для моделі Максвелла;

$\hat{h}_K(I) = \frac{E_2}{t^a} (\hat{e}(I) + (tI)^b D_t^b \hat{e}(I))$  – лапласовий образ перетворення функції  $h_K(t)$  для моделі

Кельвіна;  $c_M = S^{(a-1)}(0+) - E t^{b-a} e^{(b-1)}(0+)$ ,  $c_K = S^{(a-1)}(0+) - E_2 t^{b-a} e^{(b-1)}(0+)$  – деякі коефіцієнти для моделі Максвелла і Кельвіна відповідно; для дробового показника  $a$  використано [1],

що  $f^{(a-1)}(0+) = \lim_{x \downarrow 0} \frac{1}{\Gamma(1-a)} \int_0^x \frac{f(x)}{(x-x)^a} dx$ .

З рівняння (6) отримаємо:

$$\hat{S}(I) = \frac{\hat{h}_{M,K}(I)}{I^a + a_{M,K}} + \frac{c_{M,K}}{I^a + a_{M,K}}. \quad (7)$$

Для здійснення оберненого перетворення Лапласа зручно подати вираз  $\frac{1}{I^a + a_{M,K}}$  у вигляді

$$\frac{1}{I^a + a_{M,K}} = I^{-a} \frac{1}{1 + a_{M,K} I^{-a}} = \sum_{j=0}^{\infty} (-a_{M,K})^j I^{-aj-a}. \quad (8)$$

Тоді

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{I^a + a_{M,K}} \right\} (t) = \sum_{j=0}^{\infty} (-a_{M,K})^j L^{-1} \{ I^{-aj-a} \} (t), \quad (9)$$

де  $L^{-1}$  – оператор оберненого перетворення Лапласа.

Використовуючи [1] співвідношення  $L^{-1} \{ I^{-g} \} (x) = \frac{x^{g-1}}{\Gamma(g)}$ , для нашого випадку отримаємо

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{I^a + a_{M,K}} \right\} (t) = t^{a-1} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-a_{M,K} t^a)^j}{\Gamma(aj + a)} \quad (10)$$

Для подальших перетворень скористаємось функцією Мітгаг – Леффлера [2]:

$$E_{a,b}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{t^j}{\Gamma(aj + b)} \quad (11)$$

Тоді (8) зможемо переписати у вигляді

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{I^a + a_{M,K}} \right\} (t) = t^{a-1} E_{a,a}(-a_{M,K} t^a) \quad (12)$$

Використовуючи теорему про згортку двох функцій [1] та підставляючи відповідні значення  $a_{M,K}$  та  $h_{M,K}(t)$ , отримаємо розв'язок рівнянь (1) та (3) відносно напруження  $s(t)$ :

$$s_M(t) = c_M t^{a-1} E_{a,a} \left( -\frac{t^a}{t^a} \right) + Et^{b-a} \int_0^t (t-z)^{a-1} E_{a,a} \left( -\frac{(t-z)^a}{t^a} \right) D_z^b e(z) dz, \quad (13)$$

$$s_K(t) = c_K t^{a-1} E_{a,a} \left( -\frac{(E_1 + E_2)t^a}{E_1 t^a} \right) + \frac{E_2}{t^a} \int_0^t (t-z)^{a-1} E_{a,a} \left( -\frac{(E_1 + E_2)(t-z)^a}{E_1 t^a} \right) (e(z) + t^b D_z^b e(z)) dz, \quad (14)$$

де  $0 < a \leq 1$ ,  $0 \leq b \leq 1$ .

Використовуючи співвідношення (4), перепишемо рівняння (2) у вигляді

$$s_F(t) = ED_t \int_0^t \left( \frac{t^a (t-z)^{-a}}{\Gamma(1-a)} + \frac{t^b (t-z)^{-b}}{\Gamma(1-b)} \right) e(z) dz, \quad 0 \leq a, b < 1, \quad (15)$$

де  $D_t$  – цілочислова похідна за часом  $t$ .

Знайдемо розв'язок відносно деформації  $e(t)$  для моделі Фойгта. Виконавши перетворення Лапласа з рівняння (2), отримаємо

$$(I^b + t^{a-b} I^a) \hat{e}(I) = \hat{h}_F(I) + c_F, \quad (16)$$

де  $\hat{h}_F(I) = \hat{S}(I) / Et^b$  – лапласовий образ перетворення функції  $h_F(t)$  для моделі Фойгта,  $c_F = e^{(b-1)}(0+) + t^{a-b} e^{(a-1)}(0+)$  – деякий коефіцієнт для моделі Фойгта.

Трансформанта розв'язку має вигляд

$$\hat{e}(I) = \frac{\hat{h}_F(I) + c_F}{I^b + t^{a-b} I^a}. \quad (17)$$

Враховуючи вираз

$$\hat{e}(I) = [c_F + \hat{h}_F(I)] \sum_{j=0}^{\infty} (-t^{a-b})^j I^{(a-b)j-b}, \quad (18)$$

що представляє лапласовий образ перетворення степеневі функції  $t^{b-1}$  і двопараметричної функції Міттаг – Леффлера (11), отримаємо

$$L^{-1} \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} (-t^{a-b})^j I^{(a-b)j-b} \right\} (t) = t^{b-1} E_{b-a,b} \left( - \left( \frac{t}{t} \right)^{b-a} \right). \quad (19)$$

Знову використовуючи теорему про згортку [1], отримуємо вираз для деформації у випадку моделі Фойгта

$$e_F(t) = c_F t^{b-1} E_{b-a,b} \left( - \left( \frac{t}{t} \right)^{b-a} \right) + \frac{1}{Et^b} \int_0^t (t-z)^{b-1} E_{b-a,b} \left( - \left( \frac{t-z}{t} \right)^{b-a} \right) \mathcal{S}(z) dz, \quad (20)$$

де  $0 \leq a < b \leq 1$ .

Аналогічно у випадку моделі Кельвіна можна знайти вираз для деформації із рівняння (3), використовуючи метод перетворення Лапласа. Він має вигляд:

$$e_K(t) = \tilde{c}_K t^{b-1} E_{b,b} \left( - \frac{t^b}{t^b} \right) + \int_0^t (t-z)^{b-1} E_{b,b} \left( - \frac{(t-z)^{b-a}}{t^{b-a}} \right) \left[ \frac{t^{a-b}}{E_2} D_z^a \mathcal{S}(z) + \frac{(E_1 + E_2)}{E_1 E_2 t^b} \mathcal{S}(z) \right] dz, \quad (21)$$

де  $\tilde{c}_K = e^{(b-1)}(0+) - \frac{t^{a-b}}{E_2} \mathcal{S}^{(a-1)}(0+)$ ,  $0 \leq a \leq 1$ ,  $0 < b \leq 1$ .

Використовуючи властивості дробових похідних [1] отримуємо вираз, що описує деформацію для моделі Максвелла

$$e_M(t) = \frac{1}{Et^b} \int_0^t \left( \frac{t^a (t-z)^{b-a-1}}{\Gamma(b-a)} + \frac{(t-z)^{b-1}}{\Gamma(b)} \right) \mathcal{S}(z) dz, \quad 0 \leq a < b \leq 1. \quad (22)$$

У застосуванні лінійної теорії в'язкопружності використовуються математичні моделі зв'язку між напруженнями і деформаціями в інтегральній формі з використанням ядер повзучості і релаксації [17].

За наведеними вище виразами для напруження  $\mathcal{S}(t)$  та деформації  $e(t)$  можемо визначити для кожної з моделей ядра повзучості  $\Pi(t-z)$  та релаксації  $R(t-z)$ , які входять в інтегральні рівняння моделей.

Для моделі Максвелла ядра повзучості та релаксації отримуємо із співвідношень (13), (22):

$$\Pi_M(t-z) = \frac{1}{Et^b} \left( \frac{t^a (t-z)^{b-a-1}}{\Gamma(b-a)} + \frac{(t-z)^{b-1}}{\Gamma(b)} \right), \quad (23)$$

$$R_M(t-z) = Et^{b-a} (t-z)^{a-1} E_{a,a} \left( - \frac{(t-z)^a}{t^a} \right). \quad (24)$$

Аналогічно для моделей Фойгта та Кельвіна отримаємо ядра повзучості та релаксації із співвідношень (14), (15), (20) та (21):

$$\Pi_F(t-z) = \frac{1}{Et^b} (t-z)^{b-1} E_{b-a,b} \left( - \frac{(t-z)^{b-a}}{t^{b-a}} \right), \quad (25)$$



$$R_F(t-z) = ED_t \left( \frac{t^a (t-z)^{-a}}{\Gamma(1-a)} + \frac{t^b (t-z)^{-b}}{\Gamma(1-b)} \right), \quad (26)$$

$$\Pi_K(t-z) = (t-z)^{b-1} E_{b,b} \left( -\frac{(t-z)^b}{t^b} \right), \quad (27)$$

$$R_K(t-z) = E_2 t^{-a} (t-z)^{a-1} E_{a,a} \left( -\frac{(E_1 + E_2)(t-z)^a}{E_1 t^a} \right). \quad (28)$$

Важливим для дослідження в'язкопружних середовищ в умовах взаємодії з процесами тепло перенесення є термодинамічні функції. Лише для трьох класичних моделей відомі у явному вигляді термодинамічні параметри стану [26]. Для визначення термодинамічних функцій дробово-диференціальних моделей Максвелла, Фойгта та Кельвіна, як і у випадку звичайних моделей, енергію  $u$ , ентропію  $S$  та вільну енергію  $\Psi$  можна розглядати як функції температури  $J$  та пружної деформації  $e_1$ , а функцію розсіювання енергії  $W^*$  як функцію в'язкої деформації  $e_2$ .

Вирази, які описують термодинамічні функції, мають вигляд [39]:

$$\Psi = -\frac{c_r}{2T_0} J^2 + \frac{E}{2} (e_1^T)^2, \quad (29)$$

$$S = \frac{c_r}{T_0} J + a^* E e_1^T, \quad (30)$$

$$W^* = m (D_t e_2)^2, \quad (31)$$

де  $e_1^T = e_1 - a^* J$  – пружна складова деформації  $e_1$  елемента з врахуванням лінійного розширення,  $J = T - T_0$ ,  $T$  – температура;  $T_0$  – початкова температура;  $c_r$  – початкова об'ємна теплоємність;  $E$  – модуль пружності;  $a^*$  – коефіцієнт теплового (лінійного) розширення,  $m$  – в'язкість.

Використовуючи формули складання порядків та властивості обернених операторів для дробових похідних [1], знайдемо  $e_1^T$  за рівнянням (1), (2) та (3). Зауважимо, що модель Кельвіна складається із двох пружних елементів, тому  $e_1^T = e_1^{T'} + e_2^{T'}$ , де  $e_1^{T'}$ ,  $e_2^{T'}$  – пружні складові повної деформації елемента Фойгта та пружного елемента відповідно. Враховуючи структурні та фізичні відношення [3] для моделей Максвелла, Кельвіна і Фойгта, отримаємо:

$$e_1^T(M) = \frac{1}{(1 + w^a D_t^{-a})} \left( w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) + a^* J \frac{(wt)^{a-b}}{\Gamma(1+a-b)} \right), \quad 0 < b < a \leq 1; \quad (32)$$

$$e_1^T(K) = \frac{1}{A} \left( w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) + w^a D_t^{-a} e^T(t) + a^* JB \right) + C, \quad 0 < b < a \leq 1; \quad (33)$$

$$e_1^T(F) = \frac{D_t^a e(t)}{w^a} + \frac{D_t^b e(t)}{w^b} - \frac{D_t e(t)}{w}, \quad 0 \leq a, b \leq 1, \quad (34)$$

де  $D_t^{-a}$  – обернений для  $D_t^a$  оператор,  $e^T(t) = e(t) - a^* J$ ,  $A = 1 + w^a \frac{E_1 + E_2}{E_1} D_t^{-a}$ ,

$B = \frac{(wt)^{a-b}}{\Gamma(1+a-b)} + \frac{(wt)^a}{\Gamma(1+a)}$ ,  $C = \int_0^t h(t-t') de^T(t')$ ,  $h(t)$  – функція Хевісайда,  $w = \frac{Ea_T}{m}$ ,  $a_T$  – функція температурного зміщення.

Для дробово-диференціальної моделі Максвелла з врахуванням співвідношень  $e = e_1 + e_2$ ,  $e_2 = e^T - e_1^T$  отримаємо деформацію в'язкого елемента

$$e_2(M) = \frac{1}{(1 + w^a D_t^{-a})} \left( e^T(t) + w^a D_t^{-a} e^T(t) - w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) - a^* J \frac{(wt)^{a-b}}{\Gamma(1+a-b)} \right) \quad (35)$$

Отже, враховуючи (29)–(31) та вищезримані вирази для деформацій (32)–(35), для дробово-диференціальних моделей Максвелла, Кельвіна та Фойгта отримали такі термодинамічні функції:

$$\Psi_M = -\frac{c_r}{2T_0} J^2 + \frac{E}{2} \frac{1}{(1+w^a D_t^{-a})^2} \left( w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) + a^* J \frac{(wt)^{a-b}}{\Gamma(1+a-b)} \right)^2, \quad (36)$$

$$S_M = \frac{c_r}{T_0} J + a^* E \frac{1}{(1+w^a D_t^{-a})} \left( w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) + a^* J \frac{(wt)^{a-b}}{\Gamma(1+a-b)} \right), \quad (37)$$

$$W^*_M = \frac{Ea_T}{w} \left( D_t \left( \frac{1}{(1+w^a D_t^{-a})} \left( e^T(t) + w^a D_t^{-a} e^T(t) - w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) - a^* J \frac{(wt)^{a-b}}{\Gamma(1+a-b)} \right) \right) \right)^2, \quad (38)$$

$$\Psi_K = -\frac{c_r}{2T_0} J^2 + \frac{E_2}{2} \left( \frac{1}{A} \left( w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) + w^a D_t^{-a} e^T(t) + a^* JB \right) + C \right)^2, \quad (39)$$

$$S_K = \frac{c_r}{T_0} J + a^* E_2 \frac{1}{A} \left( w^{a-b} D_t^{b-a} e^T(t) + w^a D_t^{-a} e^T(t) + a^* JB \right) + C, \quad (40)$$

$$W^*_K = \frac{E_2 a_T}{w} (D_t e(t))^2, \quad (41)$$

$$\Psi_F = -\frac{c_r}{2T_0} J^2 + \frac{E}{2} \left( \frac{D_t^a e(t)}{w^a} + \frac{D_t^b e(t)}{w^b} - \frac{D_t e(t)}{w} \right)^2, \quad (42)$$

$$S_F = \frac{c_r}{T_0} J + a^* E \left( \frac{D_t^a e(t)}{w^a} + \frac{D_t^b e(t)}{w^b} - \frac{D_t e(t)}{w} \right), \quad (43)$$

$$W^*_F = \frac{Ea_T}{w} (D_t e(t))^2. \quad (44)$$

### Аналіз результатів числового моделювання

Числовий експеримент визначення залежності напруження  $s(t)$  та деформації  $e(t)$  від часу  $t$  для моделей Максвелла, Кельвіна та Фойгта наведемо для сосни, модуль пружності якої  $E$  ( $E = 10000 \text{ МПа}$ ).

На рис. 1 показано залежність напруження від деформації для моделей Максвелла, Кельвіна та Фойгта для фіксованого порядку дробової похідної  $b$  ( $b = 0,7$ ) та змінного порядку дробової похідної  $a$ . Проаналізувавши отримані результати та графічні залежності, зображені на рис. 1, можна зробити висновки, що для моделей Максвелла та Кельвіна найбільшого значення функції напруження досягається при більшому значенні  $a$ . Порівнюючи моделі між собою за фіксованих значень  $a$  та  $b$ , можна зауважити, що найбільшого значення функція напруження досягає за моделі Фойгта, а найменшого – за моделі Максвелла.

На рис. 2 проілюстровано залежність функції деформації від часу. Аналогічно як і у попередньому випадку проаналізовано отримані результати та графічні залежності для змінного порядку дробової похідної  $a$ . Найбільшого значення досягає функція деформації для моделі Максвелла, а найменшого – функція деформації для моделі Фойгта. Зафіксувавши показник дробової похідної  $b$  ( $b = 1$ ) та змінюючи показник дробової похідної  $a$ , можна зробити висновок, що для усіх моделей із збільшенням дробового показника  $a$  спостерігається зменшення значення функції деформації.

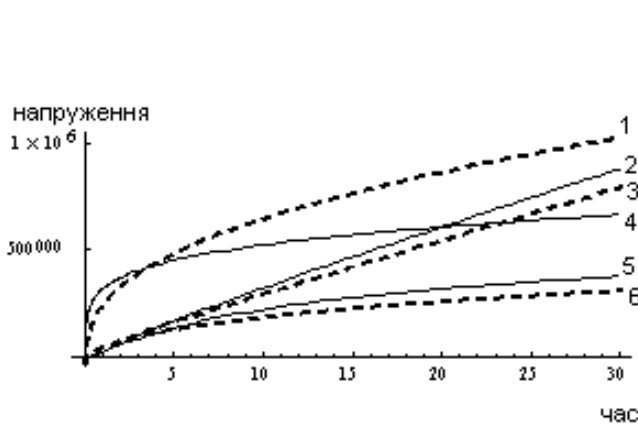


Рис. 1. Залежності напружень

- 1 – модель Фойгта ( $a = 0,5; b = 0,7$ )
- 2 – модель Кельвіна ( $a = 0,9; b = 0,7$ )
- 3 – модель Кельвіна ( $a = 0,5; b = 0,7$ )
- 4 – модель Фойгта ( $a = 0,9; b = 0,7$ )
- 5 – модель Максвелла ( $a = 0,9; b = 0,7$ )
- 6 – модель Максвелла ( $a = 0,5; b = 0,7$ )

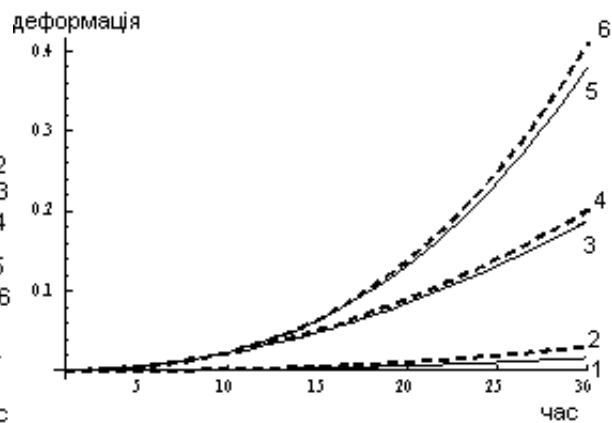


Рис. 2. Залежності деформацій

- 1 – модель Фойгта ( $a = 0,7; b = 1$ )
- 2 – модель Фойгта ( $a = 0,5; b = 1$ )
- 3 – модель Кельвіна ( $a = 0,7; b = 1$ )
- 4 – модель Кельвіна ( $a = 0,5; b = 1$ )
- 5 – модель Максвелла ( $a = 0,7; b = 1$ )
- 6 – модель Максвелла ( $a = 0,5; b = 1$ )

### Висновки

Розглянуто математичні моделі деформаційно-релаксаційних процесів у фрактальних середовищах з використанням апарату дробового інтегро-диференціювання. Для узагальнених дробових моделей стандартних типів визначено деформації та напруження.

Отримано формули для опису ядер повзучості та релаксації, які входять в інтегральні співвідношення моделей фрактального типу. Отримано вирази для визначення основних термодинамічних функцій таких моделей. Розроблене програмне забезпечення для дослідження впливу параметрів дробового диференціювання на реологічні властивості в'язкопружних середовищ.

Наведені результати можуть бути використані у задачах параметричної ідентифікації математичних моделей в'язкопружних середовищ з фрактальною структурою.

1. Учайкин В. В. Метод дробных производных / В. В. Учайкин. – Ульяновск: Издательство «Артишок», 2008. – 512 с.
2. Фракталы и дробные операторы / под общ. ред. А. Х. Гильмутдинова. Казань: Изд-во «Фэн» Академии наук РТ, 2010. – 488 с.
3. B.J. West, M. Bologna and P. Grigolini, *The Physics of Fractal Operators*, Springer-Verlag, New York 2003. – 354 p.
4. Tenreiro J. Machado, V. Kiryakova, F. Mainardi, *Recent history of fractional calculus // Commun Nonlinear Science and Numer Simulat.* – 2011. – Vol. 16. – P. 1140–1153.
5. Podlubny I. *Fractional Differential Equations // I. Podlubny, vol. 198 of Mathematics in Science and Engineering*, Academic Press, San Diego, Calif, USA, 1999. – 340 s.
6. Нахушев А. М. *Дробное исчисления и его применение / А. М. Нахушев.* – М.: Физматлит, 2003. – 272 с.
7. Нигматуллин Р. Р. *Дробный интеграл и его физическая интерпретация / Р. Р. Нигматуллин // Теоретическая и математическая физика.* – 1992. – Т. 90. – №3. – С. 354–368.
8. Самко С. Г. *Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С. Г. Самко, А. А. Килбас, О.И. Маричев.* – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.
9. Cottrill-Shepherd K., Naber M. *Fractional differential forms // Journal of Mathematical Physics.* Vol. 42. No. 5. (2001) 2203–2212.
10. Летников, А. В. *Теория дифференцирования с произвольным указателем / А. В. Летников // Мат. сб.* – 1868. – Т. 3, № 1. – С. 1–68.
11. Бутковский А. Г. *Дробное интегро-дифференциальное исчисление и его приложения в теории управления. / А. Г. Бутковский, С. С. Постнов, Е. А. Постнова // Автоматика и телемеханика.* – 2013. – # 4. – С. 3–29.
12. Post E. U. *Generalized Differentiation // Trans. of Amer. Math Soc.* – 1930. – Vol. 32. – № 4. – P. 723–781.
13. Zavađa P.

*Operator of fractional derivative in the complex plane // Communications in Mathematical Physics.* – 1998. – Vol. 192. – P. 261–285. 14. Chen Y. Yan Zhang. *Applications of Fractional Exterior Differential in The Dimension space // Appl. Math. Mech.* 2003. V. 24. N 3. –P. 216–260. 15. Псху А. В. Уравнения в частных производных дробного порядка / А. В. Псху; [отв. ред. А. П. Солдатов]; Научно-исследовательский ин-т приклад. математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра РАН. – М.: Наука, 2005. – 199 с. 16. Васильев В. В. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. Научное издание / В. В. Васильев, Л. А. Сумак. – К.: НАН Украины, 2008. – 256 с. 17. Lorenzo C. F., Hartley T. T., *Variable Order Distributed Order fractional Operators // Nonlin. Dyn.* 2002, V.29, p. 57–98. 18. Valerio D., da Costa J. S. *Variable-Order Fractional Derivatives and their Numerica Aproximations // Signal Proc.* 2011, V.91, p. 470–483. 19. Sun H., Chen Y., Chen W. *Time Fractional Differential Equation Model with Randow Derivative Order // Proc. ASME int. Design Engin. Technical Conf. Computers and Inform. in. Engin. Conf. /DETC/CIE 2009, Paper If DETC 2009-87483 (6 pages).* 20. Лавренюк М. *Моделі механіки де формівного твердого тіла неоднорідних середовищ.: Навчальний посібник / М. Лавренюк.* – К.: КНУ ім. Тараса Шевченка, 2012. – 86 с. 21. Шермергор Т. Д. Об использовании операторов дробного дифференцирования для описания наследственных свойств материалов // ПМТФ. 1966. – №6. – С. 118–121. 22. Сургуладзе Т. А. О гиперболичности некоторых одномерных уравнений движения вязкоупругости // *Мат. модел. систем и процессов*. 2002. – № 10. – С. 131–64. 23. Победря Б. Е. *Моделі лінійної теорії вязко-упругості // МТТ.* – 2005. № 6. – С. 121–134. 24. Tschoegl, N.W. *The Phenomenological Theory of Linear Viscoelastic Behavior.* – Berlin.: Springer – 1989. 25. Oldham K.B., Spanier J. *The Fractional Calculus.* New York-London: Academic Press. 1974. 26. Победря Б. Е. *Моделі механіки сплошної середі // Изв. РАН МТТ.* 200. № 3. – С. 47–59. 27. Дацко Б. Й. *Математичне моделювання нелінійної динаміки в бістабільних системах реакції-дифузії з дробовими похідними / Б. Й. Дацко // Математичні методи та фізико-механічні поля.* – 2011. – Т. 54, № 2. – С. 163–172. 28. Datsko B. Y., Gafiychuk V. V. *Different types of instabilities and complex dynamics in reaction-diffusion systems with fractional derivatives // Computational and Nonlinear Dynamics.* – 2012. – DOI No: CND-09-1119. 29. V. Gafiychuk, B. Datsko, *Mathematical modeling of different types of instabilities in time fractional reaction-diffusion systems, Computers and Mathematics with Applications*, 59, 1101–1107 (2010). 30. П'янило Я. Д., Васюник М., Васюник І. Використання многочленів Лагерра до спектрального методу розв'язання рівнянь дробових похідних за часом // *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології.* – 2013, №17. – С. 163–168. 31. П'янило Я. Д., Васюник М., Васюник І. *Дослідження спектрального методу розв'язання рівнянь у дробових похідних за часом у базисі многочленів Лагерра // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології.* – 2013. № 18. – С. 173–180. 32. Povstenko Y. *Fundamental solutions to time-fractional heat conduction equations in two joint half-lines // Cent. Eur. J. Phys.-* 11(10), 2013 p. 1284–1294. 33. Povstenko Y. *Neumanuboundary-value problems for a time- fractional diffusion -value equation in half-plane // J. Computers Mathematics with Applications*, Vol.64, 11, 2012 p.3183–3192. 34. Povstenko Y. *Fractional Heat Conduction in an Infinite Medium with a Spherical Inclusion // Entropy.* Vol. 15 (October 2013) p. 4122–4133. 35. Sokolowskyu Ya. *Mathematical Modelling of Non-Isothermal Moisture Transfer and Rheological Behavior in Cappillary-Porous Materrials with Fractal Structure During Drying / Sokolowskyu Ya., Shymanskyi V. // Computer and Information Science*, Vol 4, №4, 2014. – P.17–29. 36. Соколовський Я. І. *Математична модель теплового перенесення та напруженодеформівного стану у капілярно-пористих матеріалах з фрактальною структурою / Соколовський Я. І., Шиманський В. М. // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології,* 2012. – Вип. 16. – С.133–141. 37. Соколовський Я. І. *Фрактальна модель тепло і масоперенесення у капілярно-пористих матеріалах / Соколовський Я. І., Шиманський В. М // Вісник національного університету «Львівська політехніка»: Комп'ютерні науки та інформаційні технології.* – Львів: НУ “ЛП”, 2011. – №694. – С.424–428. 38. Бейболаев В. Д. *Численний метод решения математической модели теплопереноса в средах с фрактальной структурой // Фундаментальные исследования.* – 2007. – № 12. – С. 249–251. 39. Ильющин А. А. *Основы математической теории термовязко-упругости / А. А. Ильющин, Б. Е. Победря.* – М.: Наука, 1970. – 280 с.

## МОДЕЛЮВАННЯ АДСОРБЦІЙНИХ ЗВ'ЯЗКІВ ТА ЇХ ВПЛИВУ НА ІНФОРМАТИВНІ ПАРАМЕТРИ МЕЖІ МЕТАЛ-ЕЛЕКТРОЛІТ

© Джала Р., Юзевич В., Мельник М., 2015

**Описано методологію математичного моделювання та інформаційні засоби визначення впливу адсорбції на фізичні характеристики стану подвійного електричного шару межі “метал-електроліт”.**

**Ключові слова:** метал, електроліт, моделювання, адсорбція, хлористий натрій, подвійний електричний шар, інформаційні засоби.

**The methodology of mathematical modeling and information tools for determination the effect of adsorption on the physical characteristics of the electric double layer interphase "metal-electrolyte" are described.**

**Key words:** metal, electrolyte, modeling, adsorption, chlorous natrium, double electric layer, informative facilities.

### Вступ

Для прогнозування корозії металевих конструкцій у електропровідному середовищі (грунтовому електроліті, морській воді) необхідний комплексний аналіз фізико-хімічних факторів, що характеризують швидкість корозії матеріалу у хлоридно-сульфідних середовищах, які містять агресивні хімічні компоненти. Зокрема, потрібно вимірювати та оцінювати корозійні струми, поляризаційні потенціали, механічні напруження, коефіцієнти інтенсивності напружень, деформації, розміри та швидкості поширення каверн, тріщин і на основі отриманої інформації розробити систему діагностування і ефективного протикорозійного захисту конструкцій для продовження термінів їх надійної експлуатації.

### Зв'язок проблеми з науковими та практичними завданнями

**Практичне завдання:** для оцінювання станів конструкційних матеріалів, які знаходяться у агресивному середовищі типу морської води необхідні методи, моделі та інформаційні засоби як теоретична база для практичного діагностування корозії металоконструкцій. Такі засоби дадуть змогу підвищувати вірогідність рішень, що приймаються для забезпечення належного протикорозійного захисту конструкцій нафто- і газовидобувної промисловості та інших морських споруд.

**Наукове завдання.** Природу електричних та механічних явищ у міжфазному шарі на межі розділу метал–електроліт вивчено недостатньо. Необхідно розробити методику оцінювання параметрів конструкційних матеріалів (різних марок сталі), які знаходяться в хлоридно-сульфідних середовищах, моделюванням корозійних процесів на основі підходів нерівноважної термодинаміки, фізики поверхні, теорії планування експерименту. На основі отриманих результатів слід запропонувати інформаційні засоби, які становитимуть основу інформаційної технології для розв'язування відповідних оптимізаційних задач.

**Метою досліджень** є моделювання міжфазних зв'язків у системі метал – розчин електроліту, з урахуванням перерозподілу електричних зарядів, механічних напружень і адсорбції домішок (хлористого натрію) в околі межі розділу середовищ для оцінювання інформативних параметрів, що характеризують корозію металу.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій з цієї проблеми

Методологія оцінювання змін параметрів подвійного електричного шару у системі “метал-електроліт” на основі підходів нерівноважної термодинаміки і фізики поверхневих явищ розгля-

далась у працях [1, 2]. У [3, 4] запропоновано фізико-хімічні параметри і відповідні співвідношення імітаційної моделі, які описують поведінку механічно навантаженого металу з позиції електрохімії з урахуванням енергетичних характеристик поверхневих шарів. У праці [4] викладено основні принципи та положення реалізації обчислювальної процедури визначення енергетичних параметрів міжфазних шарів з урахуванням методу розкладу за малим параметром для розроблення інформаційної технології.

*Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується стаття.* Задачі інформаційного забезпечення відбору і опрацювання даних щодо процедур оцінювання коефіцієнтів інтенсивності напружень, деформацій, розмірів та швидкостей поширення тріщин і на цій основі розробка оптимальної системи ефективного антикорозійного захисту металоконструкцій, що забезпечуватиме високий рівень безпеки експлуатації, повною мірою ще не розв'язані. Найнебезпечнішими на поверхні металів є корозійні процеси в околі дефектів, оскільки там адсорбуються домішки і утворюються гальванічні пари “катод – анод”.

Тому основним завданням цієї праці є розроблення елементів інформаційної технології відбору і опрацювання даних, які характеризують корозійну ситуацію поблизу заповненої морською водою вершини каверни (тріщини) у зразках сталі.

**Об’єкт досліджень** – приповерхневі шари металу (сталі) в області, близькій до тріщини, в яку проникає електроліт (морська вода).

**Предмет досліджень** – методи й алгоритми відбору та опрацювання даних, що забезпечать підвищення якості та надійності протикорозійного захисту сталі у корозивному середовищі, що становлять основу нової інформаційної технології.

**Формулювання задачі.** Область металу ( $x > 0$ ) моделюємо однорідним півпростором, який контактує з півпростором електроліту ( $x < 0$ ). В околі межі розділу середовищ (при  $x = 0$ ) розподілені електричні заряди і механічні напруження. Зовнішнє відносно сталі корозійне середовище (морську воду) моделюємо водним розчином (електролітом), в якому розчинено NaCl.

В основу досліджень системи “метал–електроліт” покладено макроскопічний підхід, якому відповідають співвідношення нерівноважної термодинаміки та фізики поверхні твердого тіла [1–4]. Із використанням закономірностей механічних, дифузійних та електричних процесів вибрано систему рівнянь і граничних умов для опису електричних, механічних та адсорбційних параметрів, що характеризують термодинамічний стан системи “метал–електроліт”.

Інформаційна технологія оцінювання параметрів стану і корозійних процесів для металоконструкцій із сталі в морському середовищі містить такі основні дії: аналіз предметної області; вибір об’єкта дослідження та нормативної бази; оцінювання параметрів стану об’єкта; обчислювальний експеримент; формування вихідних даних для антикорозійного захисту.

### Основна частина

Для оцінювання впливу агресивного середовища на енергетичні характеристики поверхневих шарів використаємо експериментальні дані щодо критичного коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН)  $K_{1SCC}$  (Па· $\sqrt{м}$ ) у 3,5 % розчині NaCl для сталі 28Х2МФБД (табл. 1) [5].

Таблиця 1

**Критичний коефіцієнт інтенсивності напружень  $K_{1SCC}$  сталі 28Х2МФБД для температури відпуску  $T_V$**

Температура відпуску сталі 28Х2МФБД	$K_{1SCC0}$ у повітрі, МПа· $\sqrt{м}$	$K_{1SCC}$ в 3,5 % розчині NaCl, МПа· $\sqrt{м}$
$T_V = 700^\circ\text{C}$	92,5	74,3 (0,8· $K_{1SCC0}$ )

Співвідношення для КІН  $K_{1SCC}$  має вигляд [6]:

$$K_{1SCC} = \sqrt{\frac{E}{1-n^2} \cdot \left( W_{PL} - z_{si} F r d \frac{h}{M} \right)}. \quad (1)$$

Тут  $z_{si}$  – формальний заряд сольватованих іонів;  $F = 96500$  Кл/моль – постійна Фарадея;  $\delta$  – висота фронту мікротріщини, що насувається, м;  $M$  – молекулярна маса металу, г/моль;  $h$  – перенапруження реакції розчинення металу, В;  $K_{1SCC}$  – порогове значення КІН, тобто мінімальне значення, що відповідає початку поширення корозійної тріщини;  $W_{PL}$  – ефективна поверхнева енергія пластичного деформування.

Для оцінювання параметра  $h$  використаємо емпіричне співвідношення:

$$h = x_C \cdot \Delta\Psi_C, \quad (2)$$

де  $\Delta\Psi_C$  – стрибок потенціалу на границі метал – електроліт;  $x_C$  – емпірична константа, яка підлягає визначенню. В першому наближенні вважаємо залежність (2) між  $h$  і  $\Delta\Psi_C$  лінійною. Для оцінювання  $\Delta\Psi_C$  можна використати результати праці [3].

Вирази для КІН  $K_{1SCC}$  і поверхневої енергії  $W_{PLC}$  пластичної деформації для металу в електроліті, аналогічно [5], можна записати у вигляді:

$$W_{PLC} = W_{PL} \cdot (g_m / g)^n; \quad (3)$$

$$K_{1SCC} = K_{1C} \cdot \left( 1 - 2k_B T \frac{\Gamma_m}{g} \left( 1 + C_k \frac{C/C_0}{1 - C/C_0} \right) \right)^{n/2}, \quad (4)$$

де  $g_m$ , – міжфазна енергія відповідно для міжфазного шару металу, який контактує з агресивним середовищем;  $g$  – поверхнева енергія металу, який контактує з неактивним газовим середовищем (повітрям);  $K_{1C}$  – КІН для металу в повітрі;  $k_B = 1,3806 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – стала Больцмана;  $T$  – абсолютна температура;  $\Gamma_m$  – гранична адсорбція при насиченні поверхневого шару домішками, м<sup>-2</sup>;  $n$ ,  $C_k$  – емпіричні константи;  $C_0$ ,  $C$  – поверхнева концентрація адсорбованої речовини на міжфазній границі металу (сталі) у випадках повітря і водного корозійного середовища. При цьому, порівняно з аналогічним співвідношенням у [5], вираз для  $K_{1SCC}$  модифіковано: замість тисків для адсорбованої речовини уведено поверхневі концентрації  $C_0$ ,  $C$ . Відповідна модифікація (тобто узагальнення) може бути обґрунтовано на основі методик праці [3].

Розглянемо сталь як гомогенний метал у твердому стані при температурі  $T=20$  °С і атмосферному тиску  $p = 100$  кПа. Для оцінювання фізичних характеристик у рівняннях стану використовуємо результати теоретичних і експериментальних досліджень для  $s_h$ ,  $g$ ,  $E$ ,  $n$ ,  $r$ ,  $h$  [7–10]:

$$E = 211 \text{ ГПа}; \quad n = 0,29; \quad r = 7874 \text{ кг/м}^3; \quad h = 0,275 \text{ В}; \quad s_h = 2,913 \text{ Н/м}; \quad g = 2,680 \text{ Дж/м}^2. \quad (5)$$

Тут  $E$  – модуль Юнга металу,  $n$  – коефіцієнт Пуассона;  $r$  – питома густина матеріалу;  $s_h$  – поверхневий натяг металу, який контактує з неелектропровідним газовим середовищем.

Якщо  $n=1$  [5], а дані для  $K_{1SCC}$  взяті з табл. 1, то з урахуванням розв'язку сформульованої у [2, 4] оберненої задачі про визначення фізичних характеристик у рівняннях стану і енергетичних характеристик міжфазних шарів і з використанням методу розкладу параметрів стану в ряди за малим параметром, отримуємо:

$$g_C = 1,729 \text{ Дж/м}^2; \quad W_{PL} = 37,14 \text{ кДж/м}^2; \quad W_{PLC} = 23,96 \text{ кДж/м}^2; \\ V_w = (W_{PL} - W_{PLC}) / W_{PL} = 0,355; \quad s_{hC} = 1,849 \text{ Дж/м}^2; \quad \delta = 30 \text{ мкм}. \quad (6)$$

При зміні зовнішнього середовища повітря на електроліт – 3,5 % розчин NaCl з використанням наведеної у [2, 4] системи співвідношень, враховуючи значення  $g = 2,680$  Дж/м<sup>2</sup>,  $g_C = 1,729$  Дж/м<sup>2</sup>, знаходимо відповідні значення  $\Phi_0=3,958$  В,  $\Phi_{0C}=3,014$  В, які входять у граничну умову типу  $\phi = -\Phi_0$ , де  $\Phi_0$  або  $\Phi_{0C}$  – модифіковані хімічні потенціали електронів провідності (МХПЕП) на границях метал–повітря або метал–електроліт відповідно;  $\phi$  – зміна МХПЕП  $\Phi_0$ , спричинена впливом адсорбційного середовища. Тобто, у даному випадку вплив середовища (і, відповідно, адсорбційного шару) приведено до зміни числового значення константи  $\Phi_0$ , яка

входить у граничну умову типу  $\varphi = -\Phi_0$  для рівняння розподілу електричних зарядів у поверхневому або міжфазному шарі [2, 4].

За допомогою системи співвідношень [2, 4] знайдено низку значень фізичних величин для контактуючих середовищ метал (залізо) – 3,5 % розчин NaCl (табл. 2), де другий і третій стовпці характеризують фізичні величини в повітрі та 3,5 % розчині NaCl (з нижніми індексами “C”) відповідно, а четвертий – їх різницю і відносне відхилення, зокрема,  $\Delta b_c = |b - b_c|$ ,  $\delta b = 2 \times \Delta b / (b + b_c)$ .

Таблиця 2

Фізичні величини для поверхневого шару заліза

Назва характеристики	Повітря	3,5 % NaCl	Різниця; відносне відхилення
Модифікований хімічний потенціал електронів провідності (МХПЕП) $\Phi_0$ , V	3,958	$\Phi_{0c}=3,013$	$\Delta\Phi_c=0,944$ ; $\delta\Phi=0,271$
Електрострикційний коефіцієнт об'ємного розширення $b$ , $V^{-1}$	0,2140	$b_c=0,2016$	$\Delta b_c=0,0124$ ; $\delta b=0,0597$
Обернена відстань $k$ , на якій МХПЕП зменшується в $e$ разів, $1/nm$	16,05	$k_c=26,93$	$\Delta k_c=10,88$ ; $\delta k=0,506$
Безрозмірний коефіцієнт $x$ , що характеризує внесок механічної складової у поверхневу енергію	0,838	$x_c=1,424$	$\Delta x_c=0,586$ ; $\delta x=0,518$
Поверхневий заряд $W$ , $C/m^2$	0,5879	$W_c=0,5045$	$\Delta W_c=0,2016$ ; $\delta W=0,369$
Ємність подвійного електричного шару $C_s$ , $mF/m^2$	102,2	$C_{sc}=119,2$	$\Delta C_{sc}=17,0$ ; $\delta W=0,154$
Потенціал подвійного електричного шару $\Delta\Psi$ , V	5,750	$\Delta\Psi_c=4,234$	$\Delta\Psi_k=1,516$ ; $\delta\Psi=0,304$
Емпірична константа $x_z$ – (безрозмірна), яка характеризує співвідношення між перенапруженням $z$ реакції розчинення металу і стрибком потенціалу $\Delta\Psi_c$ на границі метал – електроліт	–	$x_z = 0,065$	–

Для оцінювання  $\Gamma_m$  в (4) використано відоме фундаментальне співвідношення Гіббса [11] для адсорбції домішок  $\Gamma_g$ , розмірність якої, моль/м<sup>2</sup>:

$$\Gamma_g = -\frac{ds_h}{dm} = -\frac{\Delta s_h}{\Delta C} \cdot \frac{C}{RT} \quad (7)$$

Тут  $R=8,314$  Дж/(моль·К) – універсальна газова стала;  $m$ ,  $C$ ,  $\Delta C$  – хімічний потенціал, концентрація та зміна концентрації для адсорбованої речовини відповідно;  $T$  – температура (приймаємо  $T = 293$  К).

Оскільки у першому стані для металу у повітрі, а в другому – у корозивному середовищі і в другому стані адсорбованих частинок на поверхні металу значно більше, то можна в (7) наближено прийняти  $C \approx \Delta C$ . З урахуванням вказаних (5) і (6) значень  $s_h$ , у припущенні одноатомного шару адсорбованої речовини із заданою концентрацією, отримуємо

$$\Gamma_g = |\Delta s_h| / (RT) = 0,000438 \text{ моль/м}^2.$$

Оскільки молярна маса води  $M(H_2O)=18$  г, хлору  $M(Cl)=35,5$  г, то з урахуванням даних (5), (6) і  $K_{1SCC}$  з табл. 1, для обчислення значення (4) отримуємо:

$$n \approx 1; \quad \Gamma_m = 2,63 \cdot 10^{20} \text{ 1/м}^2; \quad C/C_0 = 0,000831; \quad 2k \cdot T \cdot \Gamma_m / g = 0,793; \quad C_k = -905. \quad (8)$$



Тут  $\Gamma_m$  – усереднене число адсорбованих частинок електроліту на ювенільній поверхні сталі (для 3,5 % розчину NaCl) у розрахунку на 1 м<sup>2</sup>. У цьому випадку, замість трьох адсорбованих компонент (молекул H<sub>2</sub>O, Na<sup>+</sup> та Cl<sup>-</sup>), з метою спрощення подальших обчислень розглядаємо одну (ефективну) адсорбовану речовину, яка знаходиться на ювенільній поверхні у вершині тріщини і частинкам якої властиві усереднені властивості суміші (H<sub>2</sub>O та іонів Na<sup>+</sup>, Cl<sup>-</sup>).

Основними інформативними параметрами поверхневого шару на границі ювенільної поверхні у вершині тріщини з корозійним середовищем вважаємо ємність  $C_S$  та різницю потенціалів  $\Delta\Psi$ .

Залежно від  $\Delta\Psi_R$  запишемо лінійні співвідношення для фізичних величин, які характеризують перехід від стану металу в повітрі до стану данного металу в 3,5 % водному розчині NaCl:

$$\begin{aligned} k_C &= k \cdot (1 + Z_k \cdot \Delta\Psi_R); & x_C &= x \cdot (1 + Z_q \cdot \Delta\Psi_R); & C_{SC} &= C_S \cdot (1 + Z_C \cdot \Delta\Psi_R); \\ \Phi_C &= \Phi_0 \cdot (1 - Z_F \cdot \Delta\Psi_R); & g_C &= g \cdot (1 - Z_G \cdot \Delta\Psi_R); & s_{hC} &= s_h \cdot (1 - Z_S \cdot \Delta\Psi_R); \\ b_C &= b \cdot (1 - Z_b \cdot \Delta\Psi_R); & \Omega_C &= \Omega \cdot (1 - Z_O \cdot \Delta\Psi_R). \end{aligned} \quad (9)$$

З даних табл. 2 для виразів (9) отримуємо числові значення коефіцієнтів:

$$\begin{aligned} Z_k &= 0,447 \text{ В}^{-1}; & Z_q &= 0,462 \text{ В}^{-1}; & Z_C &= 0,110 \text{ В}^{-1}; & Z_F &= 0,207 \text{ В}^{-1}; \\ Z_G &= 0,234 \text{ В}^{-1}; & Z_S &= 0,241 \text{ В}^{-1}; & Z_b &= 0,0382 \text{ В}^{-1}; & Z_O &= 0,0936 \text{ В}^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

З урахуванням даних табл. 2 для співвідношення (1) отримаємо добуток

$$\delta \cdot h = \delta \cdot x_C \cdot \Delta\Psi_C = 8,256 \cdot 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{м}. \text{ Враховуючи (2), знаходимо } x_C = 0,065.$$

Якщо  $h$  у вершині тріщини невідоме, то для наближеного оцінювання параметра  $\delta$  можна використовувати числове значення критичного розкриття тріщини (КРТ)  $\delta_{IC}$ , яке визначається із співвідношень [12]:

$$d_1(s_T) = d_{IC}, \quad d_{IC} = \frac{K_{1SCC}^2}{E \cdot s_T}. \quad (11)$$

Підставляючи в (11)  $s_T = 755$  МПа [13],  $K_{1SCC}$  з табл. 1 та  $E = 211$  ГПа (5), отримуємо значення  $\delta_{IC} = 34,65$  мкм, яке близьке до  $\delta = 30$  мкм (6). Непевність між  $\delta_{IC}$  і  $\delta$  становить 15,5 %. Якщо вважати добуток  $\delta \cdot x_C \cdot \Delta\Psi_C = 8,25 \cdot 10^{-6}$  В·м заданим, то для заданих  $\delta^* = 34,65$  мкм і  $x_C = 0,065$  знаходимо уточнене значення перенапруження  $h^* = 0,238$  В.

Співвідношення (1)–(11) і методика оцінювання фізичних та електрохімічних характеристик міжфазного шару на межі метал–розчин електроліту з відповідними алгоритмами та комп’ютерними програмами, доповнені базою числових даних (типу табл. 1, 2 і даних (5), (6), (8), (10)), становлять інформаційні засоби, тобто основу інформаційної технології відбору та опрацювання даних щодо оцінювання енергетичних характеристик міжфазних шарів та перенапруження, які характеризують межу метал–середовище і умови пластичного деформування металу поблизу вершини каверни [6]. Це дасть можливість, зокрема, описати стан міжфазного шару металу з адсорбованими домішками у корозійному середовищі типу морської води.

### Висновки

Розроблено методику аналізу адсорбції домішок на межі “метал – розчин електроліту”, яка враховує розподіли електричних зарядів та механічних напружень. З використанням фундаментального співвідношення Гіббса для адсорбції домішок встановлено відхилення модифікованого хімічного потенціалу електронів провідності (МХПЕП) у граничній умові для рівняння розподілу електричних зарядів у міжфазному шарі. Наведено основні математичні співвідношення і елементи методики побудови інформаційної технології відбору та опрацювання даних щодо оцінювання енергетичних характеристик міжфазних шарів та перенапруження, які характеризують

межу метал із середовищем та можуть бути використані для досліджень деформування та руйнування металу з дефектом у корозивних середовищах.

1. Юзевич В. Моделювання корозійних процесів у системі “метал-електроліт” з урахуванням дифузійного імпедансу / В. Юзевич, І. Огірко, Р. Джала // *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. – 2011. – Вип. № 13. – С. 173–181. 2. Джала Р. М. Модель межі металів і метод малого параметра в задачах теорії адгезії / Р. М. Джала, А. В. Каплун, В. Б. Валяшек, В. М. Юзевич // *Відбір і обробка інформації*. – 2014. – № 4 (117). – С. 20–27. 3. Сопрунюк П. М. Діагностика матеріалів і середовищ. Енергетичні характеристики поверхневих шарів / П. М. Сопрунюк, В. М. Юзевич. — Львів: ФМІ ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2005. — 292 с. 4. Юзевич В. М. Алгоритмічний підхід до оцінювання поверхневих характеристик матеріалу твердих тіл / В. М. Юзевич, Б. П. Кома // *Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2013: Восьма міжнародна науково-практична конференція. Тези доповідей (Чернігів-Жукин, 24–28 червня 2013р.)*. – Чернігів, Черніг. держ. технол. ун-т, 2013. – С. 88–91. 5. Даль Ю. М. Разрушение твердых тел в агрессивных газах / Ю. М. Даль // *Физика твердого тела*. – 2005. – Т. 47, вып. 5. – С. 827–829. 6. Джала Р. Оцінювання параметрів напруженого стану металу трубопроводу з корозійною каверною / Р. Джала, В. Юзевич // *Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій: збірник наукових праць 5-ї Міжнародної конференції (24–27 червня 2014 р., Львів) / Під заг. ред. В. В. Панасюка*. – Львів: Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2014. – С. 675–680. 7. Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. И. К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с. 8. Eustathopoulos N. Interfacial tension and adsorption of metallic systems / N. Eustathopoulos, J.-C. Joud // *Current Topics in Material Science*. – 1980. – Vol. 4. – P. 281–360. 9. Alden M. Surface magnetism of iron, cobalt and nickel / M. Alden, S. Mirbt, H. L. Skriver // *Phys. Rev. B*. – 1992 – V. 46, № 10. – P. 6303–6312. 10. Зарецкий С. А. Электрохимическая технология неорганических веществ и химические источники тока: Учебник для учащихся техникумов / С. А. Зарецкий, В. Н. Сучков, П. Б. Животинский. – М.: Высшая школа, 1980. – С. 16. 11. Адамсон А. Физическая химия поверхностей / А. Адамсон: Пер. с англ. Под ред. З. М. Зорина, В. М. Муллера. – М.: Мир. – 568 с. 12. Панасюк В. В. Основы механики разрушения / В. В. Панасюк, А. Е. Андрейкив, В. З. Партон. – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с. 13. Чучман М. Корозійна та корозійно-механічна тривкість низьколегованої трубної сталі підвищеної міцності в морській воді / М. Чучман, Г. Круцан, М. Хома, А. Дячук // *Проблеми корозії та протикорозійного захисту матеріалів: У 2-х т. / Фізико-хімічна механіка матеріалів – Спецвипуск № 7*. – Львів: ФМІ НАНУ, 2008. – Т. 2. – С. 819–823.

## БІНАРНІ ЛІНІЙНО-КВАДРАТИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ З ЕЛЕМЕНТАМИ АЛГОРИТМУ RSA І ДОДАТКОВИМ ЗАШУМЛЕННЯМ У ЗАХИСТІ ЗОБРАЖЕНЬ

© Ковальчук А., Ступень М., 2015

Запропоновано алгоритм шифрування-дешифрування зображень з використанням елементів алгоритму RSA як найбільш криптографічно стійкого до несанкціонованого дешифрування, стосовно зображень зі строго чіткими контурами. Елементи алгоритму RSA пропонується використовувати як коефіцієнти деякого лінійно-квадратичного афінного перетворення. Запропонований алгоритм має вищу криптографічну стійкість порівняно з алгоритмом RSA.

**Ключові слова:** шифрування, дешифрування, зображення, контур, криптографічна стійкість.

**Suggested algorithm encryption-decryption images with using elements RSA algorithm, as most cryptographically stability to unauthorized decryption, concerning images with clear contours strictly. Elements of the RSA algorithm is proposed to use as the coefficients of a linear-quadratic affine transformation. The proposed algorithm has a higher stability cryptography compared with the RSA algorithm**

**Key words:** encryption, decryption, image, contour, cryptographic stability.

### Вступ

Важливою характеристикою зображення є наявність в зображенні контурів. Задача виділення контура вимагає використання операцій над сусідніми елементами, які є чутливими до змін і пригашають області постійних рівнів яскравості, тобто, контури – це ті області, де виникають зміни, стаючи світлими, тоді як інші частини зображення залишаються темними [2].

Відносно зображення існують певні проблеми його шифрування, а саме частково зберігаються контури на різко флуктуаційних зображеннях [3, 4].

Математично ідеальний контур – це розрив просторової функції рівнів яскравості в площині зображення. Тому виділення контура означає пошук найрізкіших змін, тобто максимумів модуля вектора градієнта [2]. Це є однією з причин, через що контури залишаються в зображенні при шифруванні в системі RSA, оскільки шифрування тут ґрунтується на піднесенні до степеня за модулем деякого натурального числа. При цьому на контурі і на сусідніх до контура пікселях піднесення до степеня значення яскравостей дає ще більший розрив.

Будемо вважати, що зображенню відповідає матриця кольорів

$$C = \begin{pmatrix} c_{1,1} & \dots & c_{1,m} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n,1} & \dots & c_{n,m} \end{pmatrix}.$$

Розглянемо афінне лінійно-квадратичне перетворення, де коефіцієнти  $A, B, C, D$  – довільні дійсні числа:

$$\begin{cases} Ax + By = u \\ Cx^2 + Dy^2 = v \end{cases} \quad (1)$$

### Шифрування і дешифрування за одним рядком матриці зображення

Нехай  $P$  і  $Q$  – пара довільних простих чисел. Виберемо числа

$$N = PQ, \varphi(N) = (P - 1)(Q - 1), \quad (2)$$

$$e_1 d_1 \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}, \quad (3)$$

$$e_2 d_2 \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}, \quad (4)$$

$$e_3 d_3 \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}. \quad (5)$$

Шифрування відбувається з використанням елементів одного рядка за такою схемою:

з кожного рядка матриці зображення  $C$  вибираються два послідовні значення інтенсивності кольору (кожне значення вибирається один раз) і обчислюються наступні три величини

$$I = P^{e_1} \pmod{N}, \quad J = Q^{d_2} \pmod{N}, \quad K = (P + Q)^{e_3} \pmod{N}, \quad (6)$$

де числа  $e_1, e_2, e_3, d_1, d_2, d_3$  отримуються з співвідношень (3)–(5) відповідно.

У (1) вибираються коефіцієнти  $A = I, B = C = J, D = K$  і  $x = c_{ij}, y = c_{i,j+1}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ . Величини  $u + f(i), v + g(i)$ , ( $u, v$  отримані з (1)) записуються як два послідовні в рядку значення зашифрованого зображення, кожне значення в один рядок.

Дешифрування проводиться за наступними формулами (після розв'язання системи (1) відносно  $x$  і  $y$ )

$$y = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha},$$

$$x = \frac{u - By}{A},$$

де

$$\alpha = CB^2 + A^2D,$$

$$\beta = 2CBu,$$

$$\gamma = Cu^2 - A^2v.$$

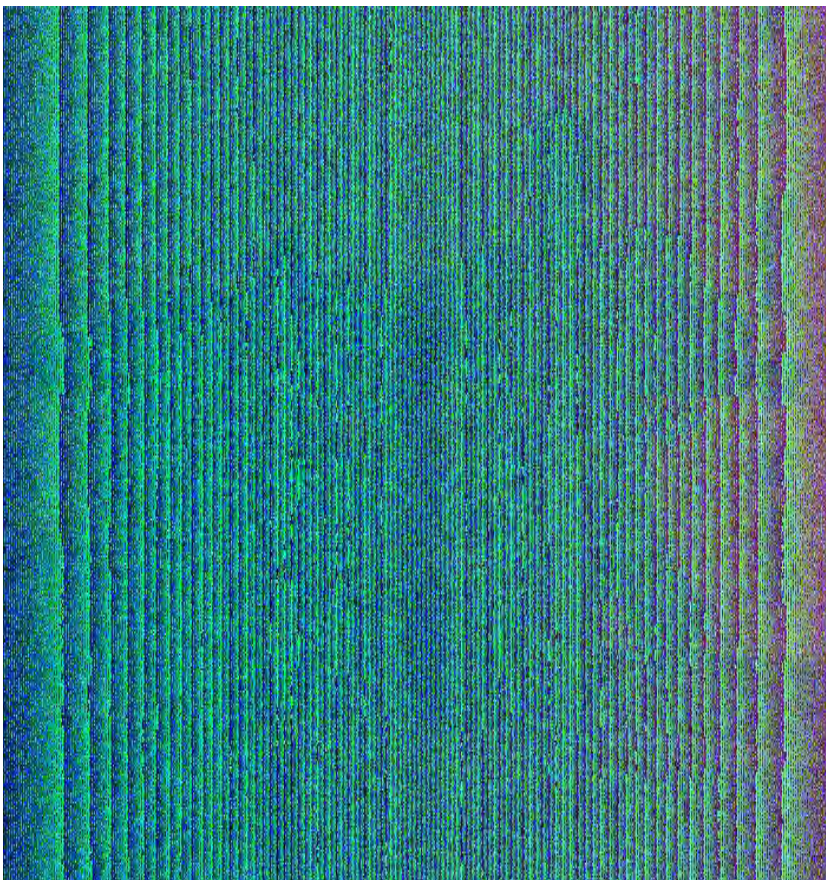
Результати при  $I = -1, C = B = J, D = K, P = 23, Q = 13, f(i) = Pi^2, g(i) = Qi^2$  наведені на рис. 1–3.

### Шифрування і дешифрування за двома рядками матриці зображення

В кожних двох рядках матриці зображення  $C$  вибирають відповідні значення інтенсивності кольору з кожного рядка  $x$  і  $y$ . Рядки вибираються послідовно. Кожний рядок вибирається тільки один раз.



*Рис. 1. Початкове зображення*



*Рис. 2. Зашифроване зображення*



Рис. 3. Дешифроване зображення

Шифрування проводиться як і у випадку використання одного рядка матриці зображення за формулами (1) – (6) з іншими функціями зашумлення. Дешифрування проводиться за тими самими формулами, що і у випадку використання одного рядка:

$$y = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}, \quad x = \frac{u - By}{A},$$

$$\alpha = CB^2 + A^2D, \beta = 2CBu, \gamma = Cu^2 - A^2v.$$

Результати при  $I = -1, C = B = J, D = K, P = 23, Q = 13, f(i) = i^3, g(i) = i^3$  наведено на рис. 4–6.

### Висновок

З порівняння рис. 2 і рис. 5 видно, що шифрування по одному рядку матриці зображення відрізняється від шифрування за трьома рядками цієї матриці. Контури в обох зашифрованих зображеннях відсутні. Візуально всі зашифровані зображення відрізняються між собою. Цей алгоритм можна використати при передаванні графічних зображень. Запропоновані модифікації можуть бути використані стосовно будь-якого типу зображень, але найбільших переваг досягають у випадку використання зображень, які дозволяють чітко виділяти контури.

Обидва способи шифрування-дешифрування можна використати і стосовно кольорових зображень. Однак, незалежно від типу зображення, пропорційно до розмірності вхідного зображення може зрости розмір шифрованого зображення.



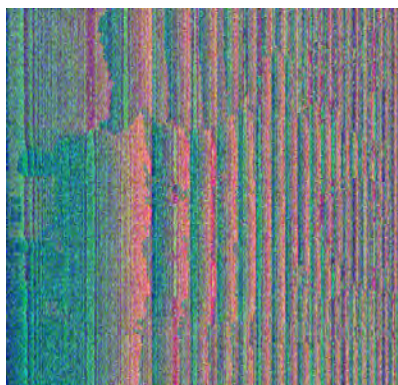
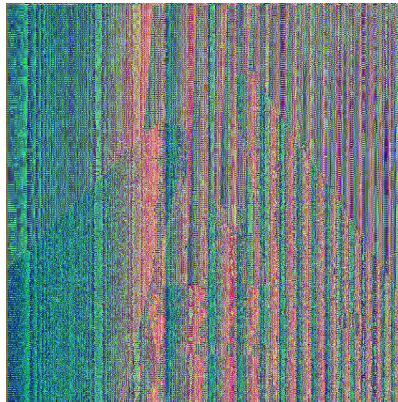
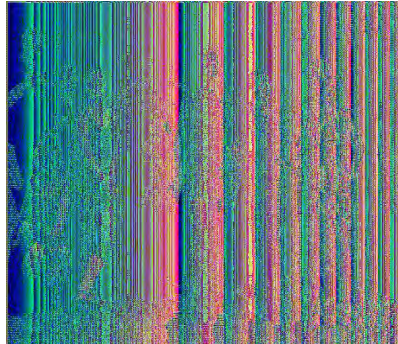
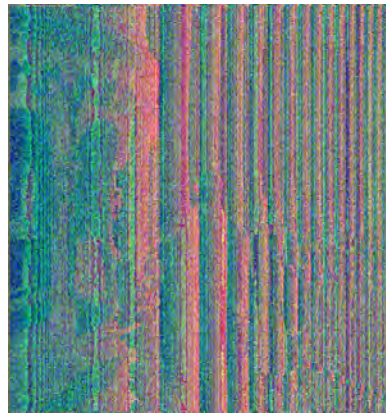


Рис. 4. Початкові зображення

Рис. 5. Зашифровані зображення

Рис. 6. Дешифровані зображення

1. Шнайер Б. Прикладная криптография / Б. Шнайер. – М.: Триумф, 2003. – 815 с. 2. Яне Б. Цифровая обработка изображений / Б. Яне. – М.: Техносфера, 2007. – 583 с. 3. Ковальчук А. Кубічні і лінійні фрактали з елементами алгоритму RSA в шифруванні і дешифруванні зображень /

*А. Ковальчук, І. Цмоць, М. Ступень // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – 2014. – № 800. – С. 149–153. 4. Ковальчук А. Бінарні операції та елементи алгоритму RSA при шифруванні-дешифруванні кольорових зображень / А. Ковальчук, Д. Пелешко, Ю. Борзов // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Комп'ютерні науки та інформаційні технології". – 2013. – № 771. – С. 121–125.*

УДК 621.317.73

**Е. Pokhodylo, V. Yuzva**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Metrology, Standardization and Certification

## MEASUREMENT OF ELECTROPHYSICAL PARAMETERS OF ALCOHOLIC SOLUTIONS

© Pokhodylo E., Yuzva V., 2015

**Mathematical models are analyzed which describe active and reactive components multielement two-terminal admittance, which provides system "electrode-alcohol solution."**

**Key words: admittance, capacity double layer, dielectric conductivity, specific conductance.**

### Introduction

Today, the need to control the quality of any products is known. The evaluation of quality of liquor (vodka, whiskey, gin, etc.) and ethanol is especially important. This is due to the advent of mass production of such low quality, which is dangerous for society, imitations of the products of large manufacturers, unaccounted products beyond the production control and replacement products on counterfeit analogue during transport from manufacturer to consumer. That is why speed control, eliminating subjective errors of assessment of product quality, comparing the quality control results of production by manufacturer with the results of monitoring by consumer provides its identification.

### Control of electrophysical parameters for the components immittance.

One method of such controlling is a method, which is based on measuring electrophysical parameters, namely the dielectric permeability  $\epsilon_x$  and conductivity  $\sigma_x$  of control object [1, 2]. Realized measuring of these parameters can be simple technical means of a special purpose or using serial wide-range meters of complex impedance parameters or conductivity (immittance) [3]. You must additionally have a primary converter of dielectric permittivity and conductivity of control object in measurable parameters applied device. Preferably these parameters are resistance  $R$ , and capacitance  $C$ , active  $G$  and reactive  $B$ , which are components of complex resistance  $Z$  (impedance) or active  $G$  and reactive  $B$ , which are components of complex conductivity  $Y$  (admittance). In this case permittivity and conductivity using capacitive primary converter of plane parallel constructs is determined by known formulas:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_x S}{d}, \quad (1)$$

$$G = S \frac{d}{S}, \quad (2)$$

from which get:

$$\epsilon_x = C \cdot \frac{d}{S} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} = \frac{A}{\epsilon_0} \cdot C, \quad (3)$$



$$S_x = G \frac{S}{d} = \frac{1}{A} \cdot G, \quad (4)$$

where  $A=d/S$  – was the primary converter ( $S$  and  $d$  – area of electrodes and the distance between them);  $\varepsilon_0$  – permittivity of vacuum.

In the light of the results of measurement parameters  $C$  and  $G$  by the expressions (3) and (4) define the electrophysical parameters  $\varepsilon$  and  $\sigma$ .

Since the electrical parameters linearly depend on the capacity (3) and conductivity (4), it is advisable for these kinds of measurements to use the appropriate mode of device measurement, i.e. mode of separate measurement of complex conductivity parameters for parallel circuit admittance parameters with its reactive  $\omega C$  and active  $G$  conductivity. One more fact should be noted that to ensure the adequacy between the measured values of these parameters and the corresponding real parameters of control objects (alcoholic solutions) it is necessary that the replacement scheme of object was the same as at a given frequency test signal device. In case of inadequacy of these mentioned schemes [4], we will have methodological error of measurement informative object parameters.

### Experimental investigations

**Scheme of control object substitution.** To determine the nature of the replacement circuit the authors conducted research of the alcoholic solution of three different concentrations (distilled water and alcohol) in the frequency range from 100Hz to 100 kHz by immittance meter with contact two electrode capacitive primary converter (sensor) in the measurement mode of admittance parameters. The results are presented in graphical interpretation in Figure 1 (active component) and Figure 2 (reactive component). On the figures curves correspond to alcohol concentration B – 40 % curves D – 60 %, and the curves C – 80 %.

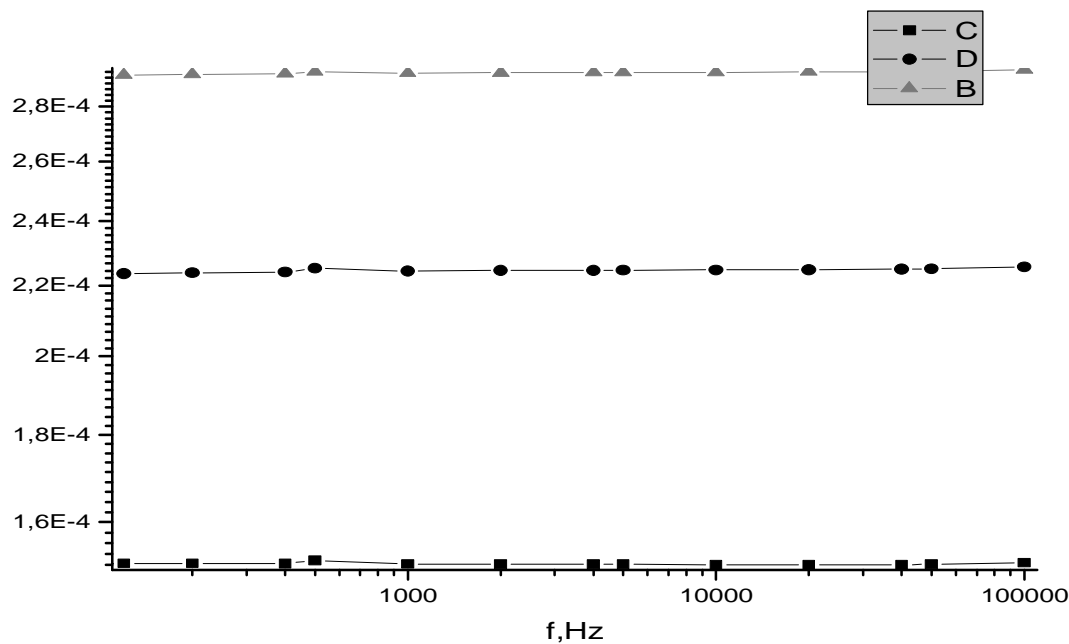


Fig. 1. The dependence of active component of alcohol solution of the frequency

Analysis of the results showed that the active component is virtually independent of frequency in the test range. This lower concentration of alcohol in the solution meets the larger value of active component. However, reactive component has a nonlinear dependence of the frequency range up to 1 kHz, and further almost linear dependence of the selected frequency range is observed. The dependence of reactive component of concentration at a fixed frequency is significantly less of the dependence of active component, but the nature is the same. Based on the experimental results can be considered that the object replacement scheme at frequencies exceeding 1kHz used for primary capacitive transducer is approximate

to a scheme under which the device measurements are made, ie parallel circuit with RC-elements. The higher is the rate, the less methodical error of measurement. Nonlinear nature of reactive component dependence of the frequency up to 1 kHz is explained by the presence of double layer capacitance  $C$  on the verge of electrode-solution. [5]. So, in this case, the scheme of system replacement "electrode-object" will appear as shown in Figure 3.

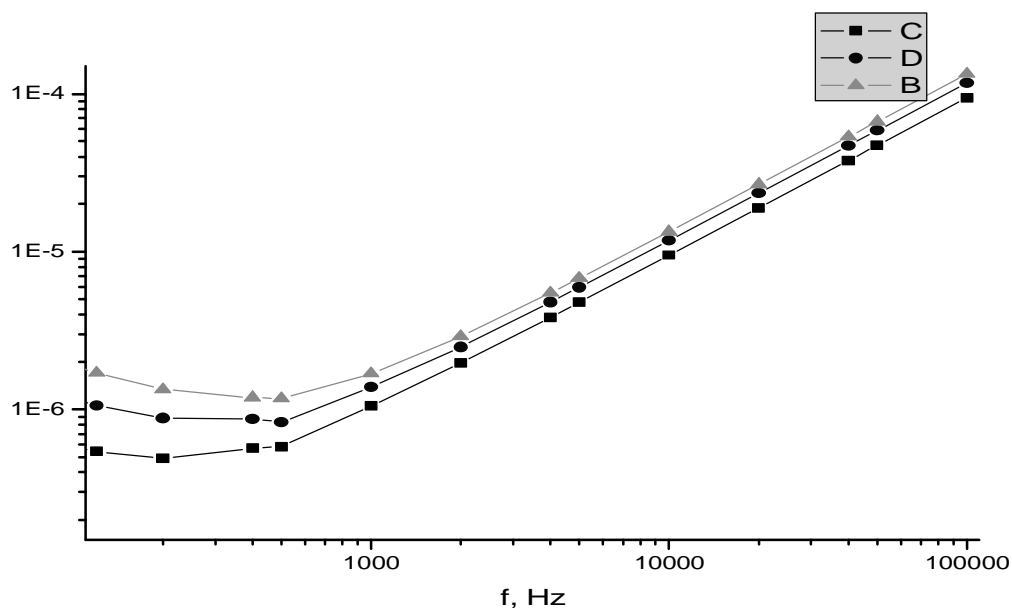


Fig. 2. The dependence of reactive component of alcohol solution of the frequency

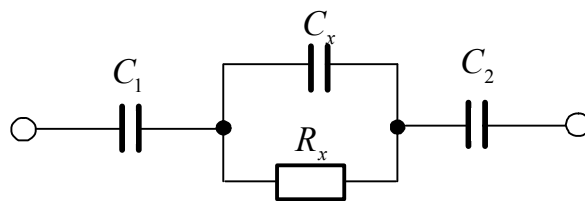


Fig. 3. Scheme of system replacement "electrode-object"

**Mathematical models and its analysis.** Let's analyze the impact of the double layer capacitance in the case of using admittance components as informative parameters. It is necessary to write the expression admittance two-terminal  $Y$  shown in Figure 3. Then considering dependence  $Y=1/Z$  and one electrode get:

$$Y = \frac{j\omega C - \omega^2 C C_x R_x}{1 + j\omega R_x (C_x + C)}, \quad (5)$$

where active  $\text{Re}(Y)$  and reactive  $\text{Im}(Y)$  admittance components are described by formulas that  $C \gg C_x$  [5] simplified provided:

$$\text{Re}(Y) = G_x \cdot \frac{\omega^2 C^2 \left(1 - \frac{C_x}{C}\right)}{G_x^2 + \omega^2 C^2} \approx G_x \frac{1}{1 + \left(\frac{G_x}{\omega C}\right)^2}, \quad (6)$$

$$\text{Im}(Y) = \frac{\omega C + \omega^3 C^2 C_x R_x^2}{1 + \omega^2 C^2 R_x^2} \approx \omega C \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega C}{G_x}\right)^2} + \omega C_x \frac{1}{1 + \left(\frac{G_x}{\omega C}\right)^2}, \quad (7)$$

where  $C_x$  and  $G_x$  – object control parameters;  $C=C_1=C_2$ , and  $C_1$  and  $C_2$  – double layer capacitance of the first and second electrodes primary converter, which is proportional to their areas appropriately.

If the primary converter electrodes have the same active area (area of the electrode in contact with the object of control), the  $C_1=C_2$ . This is inherent to capacitive primary converter of plane-parallel structures. For coaxial construction transducer this equality is not provided, since the area of the electrodes is different. It depends on the diameter electrodes and their length, and therefore area ratio, and accordingly the double layer capacitance is proportional to the ratio of the diameter of the sensor.

Let's analyze dependences (6) and (7) of admittance components. As seen from the expressions on the dependence character of two expressions affect the ratio between active conductivity  $G_x$  of control object and reactive conductivity  $\omega C$ , formed double layer capacity. Moreover, the impact in expressions of such kind of ratio is reversed and determined by the frequency at which measurements are made. If you

provide a condition  $\left(\frac{G_x}{\omega C}\right)^2 \ll 1$  (expression (6)), and accordingly will be  $\left(\frac{\omega C}{G_x}\right)^2 \gg 1$  (expression (7)),

the conductivity of these components will be as follows:

$$\operatorname{Re}(Y) = G_x, \quad (8)$$

$$\operatorname{Im}(Y) = \frac{G_x^2}{\omega C} + \omega C_x, \quad (9)$$

Accepted condition is achieved by high frequency of test signal and low active conductivity at constant values of double layer capacitance for the selected type of primary converter. Under this condition there will be independence of solution active conductivity of the double layer capacitance in this frequency range. However, under these same conditions reactive conductivity is defined by the sum of the components (9), which in different ways depend on the frequency, i.e. if the first decreases non-linearly with frequency increasing, the second increases linearly with frequency increasing. This explains the nonlinear dependence of reactive component at frequencies up to 1 kHz. In the future, with increasing frequency the second component of reactive conductivity, i.e.  $\omega C$ , defines the nature of the admittance component change, that will have:

$$\operatorname{Im}(Y) = \omega C_x \quad (10)$$

Under condition  $\left(\frac{G_x}{\omega C}\right)^2 \gg 1$ , and appropriately get  $\left(\frac{\omega C}{G_x}\right)^2 \ll 1$ , 3 (6) and (7) appropriately get the following expressions:

$$\operatorname{Re}(Y) = \frac{\omega^2 C^2}{G_x}, \quad (11)$$

$$\operatorname{Im}(Y) = \omega C + \omega C_x \frac{\omega^2 C^2}{G_x^2}, \quad (12)$$

Such condition is achieved by low frequency and high conductivity at constant value of double layer capacitance. Under this condition, as seen from the expressions (11) and (12), the active component is proportional to the frequency square and inversely proportional to the active conductivity, and reactive has component, which has a cubic dependence on the frequency and the inverse square dependence of conductivity. As expressions (11) and (12) do not satisfy the dependence (3), (4), there is no need to measure the above electrophysical parameters of the alcohol solutions under these conditions.

## Conclusion

Analysis of obtained mathematical models of the system "electrode-solution" in the frequency range showed the following:

1) The electrical equivalent circuit of alcohol solutions (alcoholic beverages and ethyl spirit) can be considered a two-element in the frequency range from 1 kHz to 100 kHz. It contains a parallel connection of resistance and capacitance.

2) The active component of admittance (of) alcohol solution is determined by resistance of replacement circuit and does not depend on the frequency of the test signal provided  $\left(\frac{G_x}{\omega C}\right)^2 \ll 1$ .

Conductivity can be determined by measuring results of the admittance active component and is inversely proportional to the alcohol content in the solution.

3) Reactive component of admittance is linearly dependent on frequency provided  $\frac{G_x^2}{\omega C} \ll \omega C_x$ . In this case, the dielectric permeability is determined by measuring results reactive component at a given frequency of test signal.

4) The lower limit of frequency range measurement of electrical parameters of alcoholic solutions is defined by outside value of methodical error of reactive component measurement. This limit can be reduced for solutions with low conductivity (high concentration of alcohol) or increase the sensor electrodes area.

*1. Patent of Russian №2203485S1. The method of determining the operational strength aqueous-alcoholic solution. IPC G01N27 / 48 of 27.04.2003. 2. Patent of Ukraine №93243. Method of Rapid Determination of ethanol content in water – alcohol rozchyni.MPK G01N27 / 48 of 09.25.2014. 3. Pohodylo Ye .V. Measuring the transformation of CLR “imittance-voltage”: monograph / Ye .V. Pohodylo, V. V. Homa. – Lviv, Lviv Polytechnic National University Publishing House, 2011. – 292 p. 4. Pohodylo EV Development of the theory and principles of building measurement imittance quality control objects: Author. dis ... Dr. Sc. Sciences: 05.11.05 / National University “Lviv Polytechnic”. – Lviv, 2004. – 40 p. 5 .Hryhorchak II Impedance spectroscopy: a manual /I.I.Hryhorchak, H.V.Ponedilok. – Lviv, Lviv Polytechnic National University Publishing House, 2011. – 352 p.*

К. Алексєєва<sup>1</sup>, А. Берко<sup>2</sup>, В. Висоцька<sup>3</sup>

Національний університет “Львівська політехніка”,

<sup>1</sup>кафедра соціальних комунікацій та інформаційної діяльності,

<sup>2</sup>кафедра загальної екології та екоінформаційних систем,

<sup>3</sup>кафедра інформаційних систем та мереж

## ОСОБЛИВОСТІ ПРОЦЕСУ УПРАВЛІННЯ WEB-РЕСУРСОМ КОМЕРЦІЙНОГО КОНТЕНТУ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ

© Алексєєва К., Берко А., Висоцька В., 2015

Запропоновано метод управління комерційним контентом як етап життєвого циклу контенту в системах електронної комерції. Метод управління комерційним контентом описує процеси формування Web-ресурсів у системах електронної контент-комерції та спрощує технологію управління комерційним контентом. У цій роботі проаналізовано основні проблеми електронної контент-комерції та функціональних сервісів опрацювання комерційного контенту. Запропонований метод дає можливість створити засоби опрацювання Web-ресурсів у системах електронної контент-комерції та реалізувати підсистему управління комерційним контентом.

**Ключові слова:** Web-ресурс, комерційний контент, контент-аналіз, контент-моніторинг, контентний пошук, система електронної контент-комерції.

The method of commercial content management as the content life cycle stage in electronic commerce systems is proposed. The method of commercial content management describes the Web resources forming in electronic content commerce systems and automation technology that simplifies the commercial content management. The main problems of electronic content commerce and functional services of commercial content management are analyzed. The proposed method gives an opportunity to create an instrument of Web resources processing in electronic commerce systems and to implement the subsystem of commercial content management.

**Key words:** Web resources, commercial content, content analysis, content monitoring, content search, electronic content commerce systems

### Вступ. Загальна постановка проблеми

Розроблення технології управління Web-ресурсів актуальне з огляду на такі фактори, як недостатність теоретичного обґрунтування методів опрацювання потоків комерційного контенту і потреба в уніфікації ПЗ управління Web-ресурсами в системах електронної контент-комерції (СЕКК) [1–25]. Практичний чинник опрацювання Web-ресурсів у СЕКК, пов’язаний з вирішенням завдань управління дедалі більшими обсягами комерційного контенту в Інтернеті, активним розвитком е-бізнесу, швидкими темпами поширення доступу до Інтернету, розширенням набору інформаційних товарів та послуг, зростанням попиту на комерційний контент. Принципи та ІТ електронної контент-комерції застосовують, створюючи інтернет-магазини (продаж eBooks, Software, video, music, movies, picture), системи on-line (газети, журнали, дистанційне навчання, видавництва) та off-line продажу контенту (copywriting services, Marketing Services Shop, RSS Subscription Extension), cloud storage та cloud computing. У цьому напрямі працюють провідні світові виробники ПЗ управління Web-ресурсами – Apple, Google, Intel, Microsoft, Amazon.

Основні проблеми розвитку ПЗ електронної контент-комерції такі [1–25]:

- Більшість рішень та досліджень реалізовано на рівні конкретних проєктів.
- СЕКК побудовані за закритим принципом як разові проєкти.

- Сучасні СЕКК орієнтовані на реалізацію комерційного контенту, який створений за межами системи.
- Проектування, створення, впровадження та супровід СЕКК неможливі без використання сучасних методів та ІТ формування, управління та супроводу комерційного контенту.

### **Зв'язок висвітленої проблеми із важливими науковими та практичними завданнями**

Роботу виконано в межах наукових досліджень кафедри інформаційних систем та мереж Національного університету “Львівська політехніка” на тему “Дослідження, розроблення і впровадження інтелектуальних розподілених інформаційних технологій та систем на основі ресурсів баз даних, сховищ даних, просторів даних та знань з метою прискорення процесів формування сучасного інформаційного суспільства”. Результати досліджень одержано під час виконання держбюджетної науково-дослідної роботи на тему “Розробка методів, алгоритмів і програмних засобів моделювання, проектування та оптимізації інтелектуальних інформаційних систем на основі Web-технологій “ВЕБ”, номер держреєстрації 0102U001171.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

Кількість контентних потоків помітно більша, ніж шляхів переміщення товарів на промислових підприємствах [1]. Споживачі контенту задовольняють інформаційні потреби такими способами: відвідують Web-ресурси або бази і сховища даних; періодично отримують контент на е-пошту; підключаються до спеціалізованих систем/мереж. Опрацювання Web-ресурсів у СЕКК є могутнім та ефективним засобом ведення е-бізнесу. СЕКК – основний ефективний інструмент е-комерції для здійснення довільних операцій над Web-ресурсом через зручний і зрозумілий інтерфейс (табл. 1) [1].

*Таблиця 1*

### **Класифікація інструментів електронної контент-комерції**

Назва	Визначення
Корпоративний Web-сайт	Web-сторінка/ресурс з даними про компанію, проект, контент, вид діяльності, пропозиції щодо співробітництва тощо, який має ієрархічну структуру та оптимальну схему функціонування.
Інтернет-видавництво	Різновид інтернет-магазину, де товар для продажу – актуальний протягом певного часу тематичний контент, класифікований та поданий на Web-ресурсах.
Провайдер	Надання доступу до Інтернету та інформаційних послуг.
Інтернет-реклама	Комерційна пропаганда споживчих якостей товару з метою підвищення попиту з використанням ІТ та методів інтернет-маркетингу.
Дистанційна освіта	Курси за профілем або дистанційне навчання (де контент – це множина знань) з подальшим отриманням документа про вивчення курсу за спеціальністю.
Контентний портал	Складна система управління бізнес-процесами та контентними потоками компанії, створена на основі корпоративного Web-ресурсу й інтегрована з СЕКК.
Інтернет-маркетинг	Система управління виробничою/збутовою діяльністю підприємств/фірм, основана на комплексному аналізі ринку, вивченні/прогнозуванні попиту, цін, реклами, координації планування й фінансування, створенні нових видів контенту тощо.
Реалізація ПЗ	Проектування, розроблення та супровід ПЗ в on-line режимі через Інтернет.
Підписка	Підсистема автоматичної тематичної підписки на електронне розсилання контенту.
Розсилка	Підсистема електронної періодичної розсилки контенту серед користувачів .
Web-вітрина	Web-сторінка/ресурс для off-line торгівлі на замовлення через Інтернет; не зменшує витрати операційні й на утримання штату; неповоротке і негнучке рішення з управління та організації маркетингових акцій; неефективна і нерентабельна організація торгівлі.
Система управління контентом	Web-сторінка/ресурс для on-line торгівлі через Інтернет; зменшує операційні витрати й на утримання штату; гнучке рішення з погляду управління та організації маркетингових акцій; рентабельна організація торгівлі.
СЕКК	Web-сторінка/ресурс для on-line торгівлі через Інтернет; зменшує операційні витрати й на утримання штату; ефективно та гнучке рішення з погляду управління і організації маркетингових акцій; ефективна і рентабельна організація торгівлі; на створення необхідна більша кількість разових витрат порівняно з CMS або Web-вітриною.

Web-ресурс в СЕКК є зв'язком між користувачами та системою. Адміністрування системи забезпечує опрацювання Web-ресурсів у СЕКК (налаштування підпрограм, адміністрування користувачів/груп, управління комунікацією). СЕКК вмонтовує до Web-ресурсу різні застосування, наприклад, рекламні, пошукової оптимізації та спеціальні підпрограми. Інтернет-маркетинг передбачає використання стратегій та напрямів традиційного маркетингу прямого відгуку та спеціальних напрямів дослідження, які застосовують до е-бізнесу. Інтернет-маркетинг – це не лише торгівля комерційним контентом, але й інформаційним простором, бізнес-моделями тощо [1–3]. Компанії Google, Yahoo і MSN підняли на новий рівень і сегментували ринок інтернет-реклами, пропонуючи е-бізнесу послуги з локальної реклами. Через автоматизацію процесу дослідження аудиторії рентабельність інвестицій зростає, а витрати знижуються. Серед завдань надання контенту виділяють неплатежі боржників, збільшення собівартості, мінімізацію податкових виплат, реалізацію комерційного контенту на ринку. Основними напрямками дослідження є вдосконалення/розроблення методів покращення та стратегічного планування е-бізнесу; впровадження систем управління якістю, персоналом і контентними потоками та ІТ е-комерції. Потоки контенту складаються з легкоформалізованих і автоматизованих процедур [1]. Ядром процесу контентного обміну є СЕКК.

Система управління контентом (англ. Content management system, CMS) – це ІС для організації інформаційних ресурсів у Інтернеті, Intranet або Extranet [1]. Вихідною інформацією процесу опрацювання комерційного контенту через управління Web-ресурсами систем е-бізнесу є дані про призначення й умови роботи ІС [1], які визначають основну мету моделювання і дають змогу сформулювати вимоги до CMS [1]. Процес управління комерційним контентом подано як

$$Y = \langle X, Q, C, V, H, Z, T, \delta \rangle, \quad (1)$$

де  $X = \{x_1, x_2 \mathbf{K}, x_{n_x}\}$  – множина даних з різних джерел (Web-ресурси, автори, модератори, редактори, відвідувачі, журналісти, користувачі, аналітики, адміністратори),  $Q = \{q_1, q_2 \mathbf{K}, q_{n_q}\}$  – множина інформаційних запитів користувачів,  $C = \{c_1, c_2 \mathbf{K}, c_{n_c}\}$  – множина комерційного контенту,  $V = \{v_1, v_2 \mathbf{K}, v_{n_v}\}$  – множина умов супроводу комерційного контенту та зовнішніх впливів середовища на систему,  $H = \{h_1, h_2 \mathbf{K}, h_{n_h}\}$  – множина умов опрацювання комерційного контенту,  $Z = \{z_1, z_2 \mathbf{K}, z_{n_z}\}$  – множина компонентів Web-ресурсу,  $T = \{t_1, t_2 \mathbf{K}, t_{n_t}\}$  – час транзакцій опрацювання комерційного контенту,  $Y = \{y_1, y_2 \mathbf{K}, y_{n_y}\}$  – колекція вихідних характеристик роботи системи,  $\delta$  – оператор формування результатів аналізу статистики функціонування CMS (рис. 1).

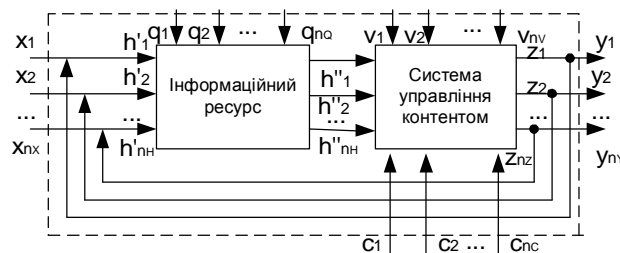


Рис. 1. Структура системи управління контентом, розроблено за [1]

Величини  $x_i$ ,  $c_r$ ,  $v_l$ ,  $h_k$ ,  $z_d$ ,  $y_j$  є елементами непересічних підмножин і містять детерміновані і стохастичні складові [47, 136]. Вхідні впливи  $x_i$  (запити відвідувачів та користувачів до CMS), впливи потоку контенту  $c_r$ , впливи середовища  $E$  та внутрішні параметри системи є незалежними змінними, а вихідні характеристики системи є залежними змінними [15, 45, 47, 53, 56, 60, 65, 66, 71–92, 136]. Процес опрацювання Web-ресурсів з (1) описують як

$$y_j(t_{p+1}) = \delta(x_i, q_d, c_r, v_l, h_k, t_p, z_w). \quad (2)$$

Згідно з Google Analytics [2] величина  $y_j = \{y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{gj}\}$  є колекцією даних за визначений період, де  $y_1$  – кількість відвідувань,  $y_2$  – середній час відвідування Web-ресурсу, хв:с;  $y_3$  – показник відмовлень, %;  $y_4$  – досягнута мета пошуку;  $y_5$  – динаміка контенту, %;  $y_6$  – загальна кількість переглянутих сторінок;  $y_7$  – кількість переглянутих сторінок за одне відвідування;  $y_8$  – нові відвідування, %;  $y_9$  – абсолютно унікальні відвідувачі;  $y_{10}$  – джерело трафіку, % (пошуковий, прямий трафік або трафік переходів) тощо. Впливи величин  $c_r$ ,  $v_l$ ,  $h_k$  на  $z_w$  та  $y_j$  як результат роботи CMS не відомі та не досліджені. Формальний опис CMS не розкриває зв'язків та залежностей між вхідними даними, комерційним контентом, вихідними даними й процесами опрацювання Web-ресурсів. Аналіз динаміки потоку контенту та побудова етапів опрацювання Web-ресурсів є важливими та актуальними [1]. Для ефективної реалізації процесу управління комерційним контентом розділяють множину контенту  $C_r$  на релевантні/нерелевантні та видані/невидані підмножини (табл. 2), де кількість множини контенту дорівнює  $C = a + b = d + g$  [1].

Таблиця 2

**Показники ефективності пошуку контенту, розроблено за [1]**

Коефіцієнт	Характеризує контент	У множині контенту	Формула
Повноти	виданий релевантний $a$	релевантного	$p_1 = a/(a + g) = 1 - p_6$ .
Точності	виданий релевантний $a$	виданого	$p_2 = a/(a + b) = 1 - p_3$ .
Шуму	виданий нерелевантний $b$	виданого	$p_3 = b/(a + b) = 1 - p_2$ .
Осаду	виданий нерелевантний $b$	нерелевантного	$p_4 = b/(d + b) = 1 - p_5$ .
Специфічності	невиданий нерелевантний $d$	нерелевантного	$p_5 = d/(d + b) = 1 - p_4$ .
Залишку	невиданий релевантний $g$	релевантного	$p_6 = g/(a + g) = 1 - p_1$ .
Невизначеності	невиданий релевантний $g$	невиданого	$p_7 = g/(g + d) = 1 - p_8$ .
Неоднозначності	невиданий нерелевантний $d$	невиданого	$p_8 = d/(g + d) = 1 - p_7$ .

У табл. 2 подано формули розрахунку показників ефективності пошуку комерційного контенту [1]. Стівідсоткова якість пошуку неможлива через обмеженість потужності пошукового програмного засобу. Спроби поліпшити один з параметрів (точності/повноти) пошуку приводять до погіршення іншого. Динаміка тематичних потоків комерційного контенту зумовлює обмеженість моделей [1]. Процеси управління контентом призначені для визначення старіння/актуальності контентного потоку. Вони не вирішують проблеми формування, супроводу комерційного контенту.

Автори життєвих циклів комерційного контенту пропонують та описують кілька етапів з набором властивостей, які підтримуються різними ІТ та процесами (табл. 3). Вони пропонують різні етапи життєвого циклу контенту [1]. В деяких життєвих циклах контенту передбачені концепції управління проектом/контентом/ресурсом, інформаційна архітектура, стратегії контенту, семантичний друк. Основні етапи (створення, розроблення, перегляд, поширення та архівація) є у всіх запропонованих моделях [1].

Таблиця 3

**Класифікація життєвих циклів комерційного контенту, розроблено за [1]**

Автор	Модель	Опрацювання ресурсів		
		Формування	Управління	Супровід
1	2	3	4	5
McKeever S.	Збирання, доставка/публікація	+/-	-	+/-
Voiko B.	Збирання, управління, публікація	+/-	+/-	+/-
McGovern G.	Створення, редагування, публікація	+/-	-	+/-
Naskos J.	Створення, архівування, складання/поєднання, публікація	+/-	-	+/-



1	2	3	4	5
Rockley A.	Створення, перегляд, управління, доставка	+/-	+/-	+/-
Nakano R.	Подання, порівняння, оновлення, злиття, публікація	+/-	-	+/-
State Victoria	Розроблення, затвердження якості, публікація, скасування публікації, архівування	+/-	-	+/-
АІМ	Захоплення/поглинення, управління, накопичення, доставка, зберігання	+/-	+/-	+/-
СМР Org.	Планування, розроблення, управління, розгортання, зберігання, оцінювання	+/-	+/-	-
Doyle B.	Організація, створення, накопичення, workflow, управління версіями, публікація, архівування	+/-	+/-	+/-
Woods R.	Легалізація, шаблон, створення, модифікація, управління версіями, обертання, моніторинг, управління успіхом	+/-	+	+
Halverson	Аудит, аналіз, стратегія, класифікація, структуризація, створення, перегляд, повторний перегляд, завершальний перегляд, затвердження, тестування, форматування, публікація, поновлення, архівування	+	+/-	+/-

### Виділення проблем

Життєвий цикл процесів, дій, статусу і ролі управління контентом відмінні в моделях залежно від їхніх організаційних стратегій, потреб, вимог і можливостей [1]. Розглянуті моделі не вирішують завдань його формування і супроводу та реалізують не всі етапи управління: формування множини контенту користувачу згідно з його запитом, історією або інформаційним портфелем; автоматичне формування дайджестів та інформаційних портретів; виявлення тематичних сюжетів та дублювання змісту контенту; побудова таблиць взаємозв'язку та розрахунок рейтингів контенту; збирання даних з різних джерел та їх форматування; виявлення ключових слів контенту; рубрикація та вибіркоче поширення контенту [1]. В табл. 4 подано порівняння особливостей СЕКК та СЕКК щодо реалізації етапів життєвого циклу контенту. В СЕКК є більше можливостей для реалізації всіх етапів життєвого циклу контенту для розширення функціональних можливостей та підвищення ефективності роботи цих систем. Наявні СЕКК не підтримують весь життєвий цикл контенту – його формування, управління та супровід.

Таблиця 4

### Порівняння особливостей СЕК та СЕКК

Назва характеристики	СЕК	СЕКК
1	2	3
Нематеріальність товару	-	+
Постійна кількість товару	-	+
Створення товару	-	+
Автоматичне управління товаром	+/-	+
Зростання кількості різновидів товару	+/-	+
Відсутність складу	-	+
Збереження товару в базах даних	-	+
Ефективність просування товару за ключовими словами	+/-	+
Ефективність пошуку товару за ключовими словами	+/-	+
Автоматичне виявлення та ліквідація дублювання товару	-	+
Автоматичне визначення старіння товару за змістом	-	+
Автоматичне визначення актуальності товару	+/-	+
Автоматичний аналіз аудиторії	+/-	+
Автоматичне формування дайджестів	-	+

1	2	3
Автоматичний розподіл товару між учасниками	+/-	+
Автоматичний розподіл дайджестів між працівниками	-	+
Автоматичне формування товару	-	+
Автоматичне форматування товару	-	+
Вплив досвіду користувача на збільшення обсягу продажів	+/-	+
Автоматичний супровід товару	+/-	

Для СЕКК характерна складна множина взаємозв'язаних операцій, методів, прийомів (рис. 2), що формують технологічний процес її роботи.

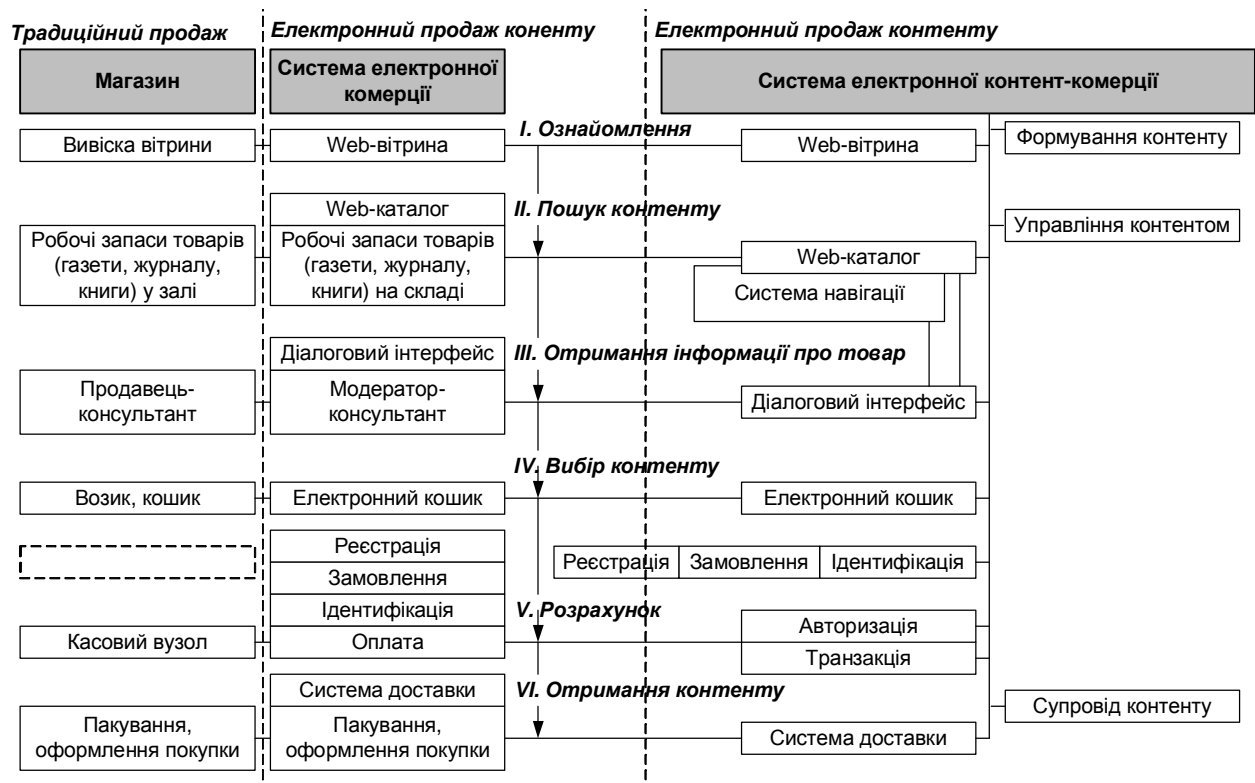


Рис. 2. Фази технологічного процесу роботи систем електронної контент-комерції

Технологічний процес роботи СЕКК складається із шести фаз: ознайомлення з системою, пошук товару; отримання інформації про товар; відбір категорії товару; розрахунок; доставка товару. Технологічний процес функціонування СЕКК спрощений через нематеріальність товару, але ускладнюється додатковими етапами життєвого циклу контенту в процесі опрацювання Web-ресурсів: формування, управління та супровід комерційного контенту. Електронний продаж контенту зменшує кількість працівників організації з надання послуг е-бізнесу, але збільшує кількість учасників е-комерції та дає ширші можливості для реалізації своїх потреб та досягнення мети як для авторів комерційного контенту, так і для користувачів СЕКК. Відсутність рекомендацій з проектування та загальних вимог до структури СЕКК приводить до проблеми визначення і формування методів опрацювання Web-ресурсів цих систем. Це обґрунтовує мету, актуальність, доцільність та напрями дослідження.

## Формулювання мети

Функціонування СЕКК описується такими схемами зв'язків її основних компонентів:

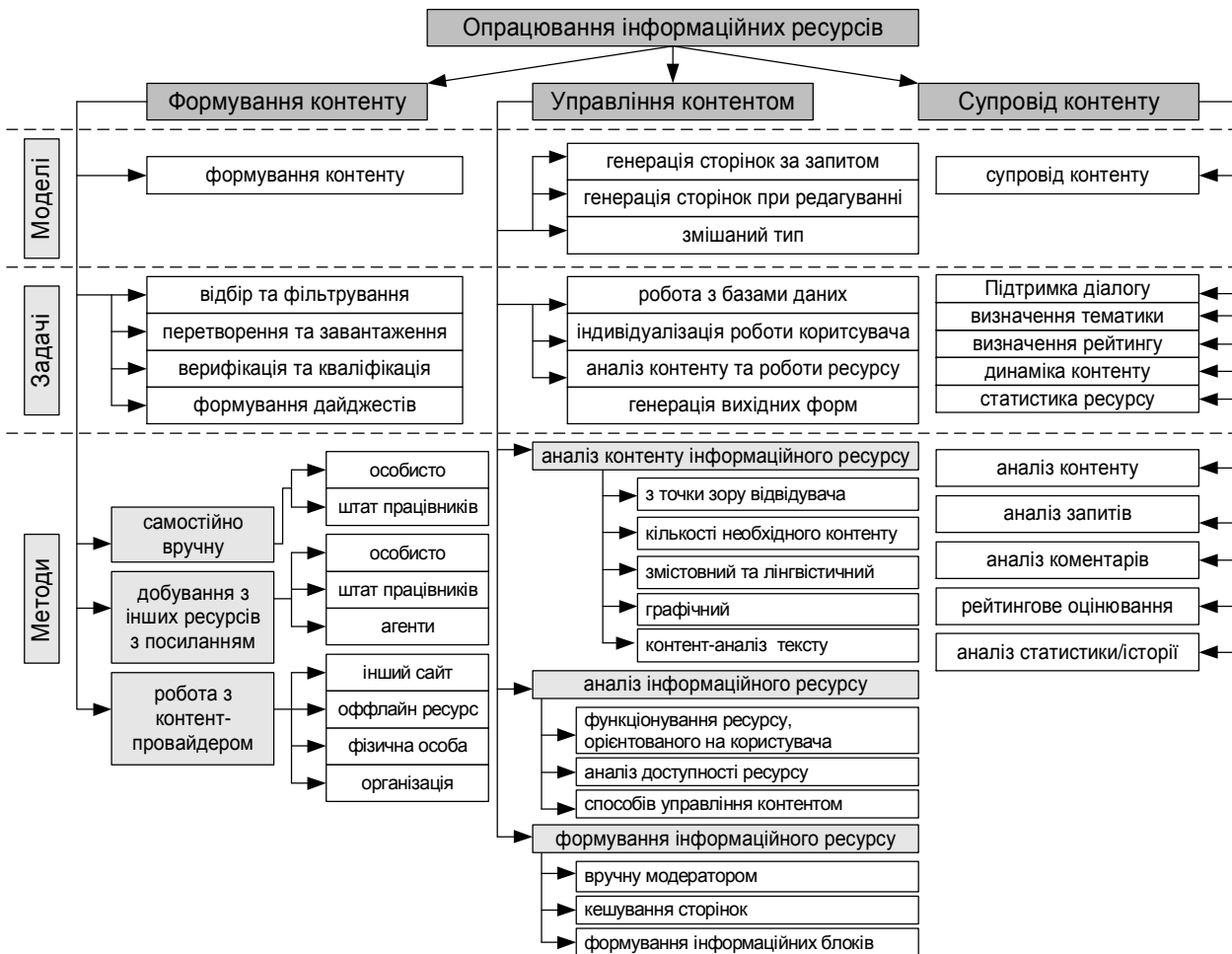


Рис. 3. Особливості процесу опрацювання Web-ресурсів СЕКК

- 1) для процесу формування Web-ресурсу системи схема така:  
контент ® формування комерційного контенту ® база даних комерційного контенту ® управління комерційним контентом ® Web-ресурс системи;
- 2) для процесу формування відповіді на запит користувача схема така:  
запит користувача ® Web-ресурс системи ® управління комерційним контентом ® Web-ресурс системи ® супровід комерційного контенту ® база даних користувачів;
- 3) для процесу формування звіту роботи системи для модератора схема така:  
запит модератора ® супровід комерційного контенту ® база даних користувачів ® управління комерційним контентом ® Web-ресурс системи ® звіт для модератора;
- 4) для процесу модерації внутрішніх параметрів системи схема така:  
запит модератора ® Web-ресурс системи ® формування комерційного контенту ® база правил ® супровід комерційного контенту ® Web-ресурс системи ® база правил ® управління комерційним контентом ® Web-ресурс системи ® результат.

Основними підсистемами опрацювання Web-ресурсів у СЕКК є формування, управління та супровід контенту (рис. 3), схема зв'язків яких є такою: *формування контенту ® управління контентом ® супровід контенту*. Необхідно розв'язати науково-практичну задачу розроблення методу опрацювання інформаційного продукту, автоматизуючи управління Web-ресурсами в СЕКК на основі нечіткої логіки.

### Аналіз отриманих наукових результатів

Процес управління Web-ресурсом у СЕКК подано як

$$Y = \langle X, Q, H, C, V, Z, T, \alpha, \beta, \gamma \rangle, \quad (3)$$

де величина  $X = \{x_1, x_2 \mathbf{K}, x_{n_x}\}$  – множина вхідних даних  $x_i \in X$  з різних джерел інформації, якщо  $i = \overline{1, n_x}$ ; величина  $Q = \{q_1, q_2 \mathbf{K}, q_{n_q}\}$  – множина запитів  $q_d \in Q$  користувачів, якщо  $d = \overline{1, n_q}$ ; величина  $H = \{h_1, h_2 \mathbf{K}, h_{n_h}\}$  – множина внутрішніх параметрів  $h_k \in H$  СЕКК, якщо  $k = \overline{1, n_h}$ ; величина  $C = \{c_1, c_2 \mathbf{K}, c_{n_c}\}$  – множина комерційного контенту  $c_r \in C$ , якщо  $r = \overline{1, n_c}$ ; величина  $V = \{v_1, v_2 \mathbf{K}, v_{n_v}\}$  – множина параметрів впливу  $v_l \in V$  зовнішнього середовища на СЕКК, якщо  $l = \overline{1, n_v}$ ; величина  $Z = \{z_1, z_2 \mathbf{K}, z_{n_z}\}$  – множина сторінок  $z_w \in Z$  Web-ресурсу в СЕКК, якщо  $w = \overline{1, n_z}$ ; величина  $T = \{t_1, t_2 \mathbf{K}, t_{n_t}\}$  – час  $t_p \in T$  транзакції опрацювання Web-ресурсу в СЕКК, якщо  $p = \overline{1, n_t}$ ; величина  $Y = \{y_1, y_2 \mathbf{K}, y_{n_y}\}$  – колекція статистичних даних  $y_j \in Y$  роботи СЕКК, якщо  $j = \overline{1, n_y}$ ; величина  $\alpha$  – оператор формування комерційного контенту,  $\beta$  – оператор управління комерційним контентом,  $\gamma$  – оператор супроводу комерційного контенту. Тоді з (1-1)  $\delta: X \rightarrow Y$  подано суперпозицією функцій

$$\delta = \gamma \circ \beta \circ \alpha, \quad (4)$$

Величина  $y_j = \{y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{gj}\}$  є колекцією даних за визначений період часу, де  $y_1$  – кількість відвідувань;  $y_2$  – середній час відвідування Web-ресурсу, хв:с;  $y_3$  – показник відмовлень, %;  $y_4$  – досягнута мета пошуку;  $y_5$  – динаміка контенту, %;  $y_6$  – загальна кількість переглянутих сторінок;  $y_7$  – кількість переглянутих сторінок за одне відвідування;  $y_8$  – нові відвідування, %;  $y_9$  – абсолютно унікальні відвідувачі;  $y_{10}$  – джерело трафіку (прямі переходи, переходи з пошукових систем, переходи з інших сайтів тощо), % тощо [1]. Оператор формування комерційного контенту  $\alpha$  є відображенням комерційного контенту  $c_r$  в новий стан  $c_{r+1}$ , що відрізняється від попереднього стану появою нової частини контенту  $\Delta c$ , яка доповнює попередній стан  $c_{r+1} = c_r + \Delta c$ , якщо

$$\alpha: (c_r, t_p, X, u_f) \rightarrow (c_{r+1}, t_{p+1}), \quad (5)$$

де  $u_f = \{u_{1f}, u_{2f}, \mathbf{K}, u_{n_{uf}}\}$  – множина умов формування комерційного контенту  $c_r$ .

Комерційний контент  $c_r$  подано як

$$c_r = \left\{ \bigcup_i^{n_x} x_i \left| \begin{array}{l} \forall x_i \in X_{u_f}, x_i \notin X_{u_f}^-, \exists u_f \in U_{x_i}, u_f \notin U_{x_i}^-, \\ X = X_{u_f} \cup X_{u_f}^-, U = U_{x_i} \cup U_{x_i}^-, f = \overline{1, n_U} \end{array} \right. \right\}, \quad (6)$$

де множину умов  $u_f$  формування комерційного контенту  $c_r$  визначають як

$$u_f = \left\{ \bigcup_j^k u_{jf} \left| \begin{array}{l} \forall u_{jf} \in U_{x_i}, \exists x_i \in X_{u_f}, u_{jf} \notin U_{x_i}^-, \\ U = U_{x_i} \cup U_{x_i}^-, X_{u_f} \subseteq X, f = \overline{1, n_U}, i = \overline{1, m} \end{array} \right. \right\}. \quad (7)$$

Оператор управління комерційним контентом  $\beta$  є відображенням контенту  $c_r$  в новий стан  $c'_r$ , який відрізняється від попереднього стану значеннями визначальних параметрів  $h_k \rightarrow h'_k$  (актуальність, старіння, повнота, точність, релевантність, автентичність, достовірність), що задовольняють наперед визначені вимоги

$$\beta: (q_d, z_w, c_r, h_k, u_M, t_p) \rightarrow (c'_r, h'_k, z_{w+1}, t_{p+1}), \quad (8)$$

де  $q_d \in Q$ ,  $h_k \in H$ ,  $h_k = \{h_{1k}(c_r, q_d), \mathbf{K}, h_{n_{hk}}(c_r, q_d)\}$  – множина умов управління комерційним контентом  $c_r$ . Управління комерційним контентом подано як

$$z_w = \left\{ \prod_{r=1}^{n_c} c_r \left| \begin{array}{l} \forall c_r \in C_{q_d}, \exists q_d \in Q, \exists h_k \in H_{c_r}, c_r \notin C_{q_d}, h_k \notin H_{c_r}, \\ C = C_{q_d} \cup C_{q_d}, H = H_{c_r} \cup H_{c_r}, d = \overline{1, n_Q}, k = \overline{1, n_H} \end{array} \right. \right\}, \quad (9)$$

де множини значень визначальних параметрів формують як  $h'_k = h_k + \Delta h$ .

Оператор супроводу комерційного контенту  $\gamma$  є відображенням комерційного контенту  $c_r$  в колекцію значень  $y_i$ , які утворюються як результат аналізу, моніторингу, оцінювання взаємодії з користувачем, пошуковими системами та іншими Web-ресурсами, що є основою для прийняття рішень щодо формування та управління комерційним контентом.

$$\gamma : (c_r, q_d, v_l, h_k, z_w, u_s, t_p) \rightarrow y_i, \quad (10)$$

де  $v_l = \{v_{l1}(q_i, h_k, c_r, z_w, t_p), \mathbf{K}, v_{n_{v,l}}(q_i, h_k, c_r, z_w, t_p)\}$  – множина умов супроводу контенту та впливів середовища на систему. Вихідні дані реалізовано

$$y_j = \left\{ \prod_l^{n_v} v_l \left| \begin{array}{l} \forall v_l \in V_{q_d} \cup V_{z_w}, \exists q_d \in Q, \exists z_w \in Z, \exists h_k \in H_{c_r}, v_l \notin V_{q_d}, v_l \notin V_{z_w}, \\ V_{q_d} \subset V, V_{z_w} \subset V, d = \overline{1, n_Q}, w = \overline{1, n_Z}, r = \overline{1, n_C}, k = \overline{1, n_H} \end{array} \right. \right\}. \quad (11)$$

Колекція  $y_j = \{y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{gj}\}$  описує процес функціонування СЕКК з основними процесами опрацювання Web-ресурсів як формування, управління та супровід контенту. Аналіз статистики роботи СЕКК проводять, проаналізувавши реакції на цю систему постійного/потенційного користувача (відвідування, запити, пошук за ключовими словами тощо). Це сприяє ефективному проведенню аналізу реакції цільової та потенційної аудиторії. Для детального аналізу функціонування СЕКК типу інтернет-газета та інтернет-журнал розроблено та впроваджено вісім різних систем відповідно з підтриманням для кожної з них різної кількості етапів життєвого циклу контенту. Тобто для різних реалізованих систем розроблені не всі компоненти або взагалі не були розроблені такі підсистеми опрацювання Web-ресурсів, як формування, управління та супровід контенту. В табл. 5 подано список реалізованих СЕКК із вказанням наявності реалізованих підсистем опрацювання Web-ресурсів з підтриманням життєвого циклу комерційного контенту. В табл. 6–8 подані результати роботи розроблених систем згідно з Google Analytics за 2010–2014 рр.

Таблиця 5

#### Реалізація опрацювання Web-ресурсів у розроблених СЕКК

№	Web-ресурс	Адреса Web-ресурсу	Тип	Наявність підсистеми		
				формування	управління	супровід
1	Фотогалерея Висоцьких	fotoghalereja-vysocjkykh.com	журнал	+/-	+	+/-
2	Вголос	vgholos.com.ua	газета	+	+	+
3	Татьяна	tatjana.in.ua	журнал	-	+/-	+/-
4	Прес-Тайм	presstime.com.ua	газета	+/-	+	+
5	AutoChip	www.autochip.vn.ua	журнал	-	+	+/-
6	Курси валют	kursyvalyut.com	газета	+	+	-
7	Добрий ранок	dobryjranok.com	газета	+/-		+/-
8	Інформація для бізнесу	goodmorningua.com	газета	+/-	+/-	-
9	Львівська школа № 3	zsh3lviv.in.ua	газета	-	-	-
10	Victana	victana.lviv.ua	журнал	-	+/-	+

Аналіз результатів супроводу комерційного контенту дає змогу визначити причини формування цільової аудиторії за набором характеристик функціонування СЕКК. Регулюючи тематичний набір комерційного контенту, його унікальність, оперативність його формування та адекватне управління ним згідно з індивідуальними потребами постійного користувача, можна моделювати межі цільової соціальної аудиторії та кількість унікальних відвідувачів з пошукових систем.

Таблиця 6

## Вихідний параметр: кількість відвідувань

Кількість відвідувань	Відвідування	Перегляди сторінок	Частка в загальному обсязі	
			Відвідування, %	Перегляди сторінок, %
1	1 104 194	1 747 476	35,77	24,89
2	248 146	474 620	8,04	6,76
3	126 535	267 233	4,10	3,81
4	84 933	187 771	2,75	2,67
5	64 765	149 478	2,10	2,13
6	52 896	124 112	1,71	1,77
7	45 104	107 373	1,46	1,53
8	39 476	96 071	1,28	1,37
9-14	172 195	431 313	5,58	6,14
15-25	191 648	504 396	6,21	7,19
26-50	239 860	664 731	7,77	9,47
51-100	233 159	684 453	7,55	9,75
101-200	201 626	630 126	6,53	8,98
201+	282 272	950 916	9,14	13,55
Всього	3 086 818	7 020 069	–	–

Таблиця 7

## Зацікавленість. Вихідний параметр: тривалість відвідування

Тривалість відвідування	Відвідування	Перегляди сторінок	Частка в загальному обсязі	
			Відвідування, %	Перегляди сторінок, %
0-10 с	2 017 353	2 083 177	65,35	29,67
11-30 с	119 744	270 527	3,88	3,85
31-60 с	144 070	374 595	4,67	5,34
61-180 с	289 271	960 500	9,37	13,68
181-600 с	269 319	1 266 576	8,72	18,04
601-1800 с	190 228	1 118 690	6,16	15,94
1801+ с	56 824	946 004	1,84	13,48

Таблиця 8

## Увесь трафік

Джерело/засіб	Відвідування	Сторінки/відвідування	Сер. тривалість відвідування	% нових відвідувань	Показник відмов, %
google / organic	1 208 131	2,63	00:03:49	38,02	59,79
ukr.net / referral	754 725	1,56	00:01:43	19,29	74,28
(direct) / (none)	471 285	2,89	00:04:15	29,32	47,40
yandex / organic	98 335	2,13	00:02:16	55,33	66,73
news.join.ua / referral	83 335	1,36	00:00:48	82,08	81,32
ua.redtram.com / referral	61 306	1,50	00:01:15	72,76	79,01
facebook.com / referral	45 682	2,68	00:04:47	18,66	53,88
google.com.ua / referral	42 012	2,05	00:02:09	53,67	59,17
news.meta.ua / referral	37 825	1,26	00:00:40	83,02	87,42
vkontakte.ru / referral	28 138	1,98	00:02:30	42,90	72,48

## Висновки і перспективи подальших наукових розвідок

Розв'язана задача розроблення методів та програмних засобів формування, управління та супроводу інформаційних продуктів у вигляді теоретично обґрунтованої концепції з автоматизацією опрацювання Web-ресурсів у СЕКК для збільшення обсягів продажу контенту постійному користувачеві, активного залучення потенційних користувачів та розширення меж цільової аудиторії. Перспективи подальших досліджень полягають у застосуванні запропонованого підходу для розроблення рекомендацій з проектування структури СЕКК через деталізацію етапів опрацювання Web-ресурсів та реалізації підсистем формування, управління та супроводу комерційного контенту, що дасть змогу ефективно просто підтримувати життєвий цикл комерційного контенту на рівні розробника систем (зменшення ресурсів та часу на розроблення, покращення якості роботи систем).

1. Берко А. Системи електронної контент-комерції / А. Берко, В. Висоцька, В. Пасічник. – Л. : НУЛП, 2009. – 612 с.
2. Клифтон Б. Google Analytics: профессиональный анализ посещаемости веб-сайтов / Б. Клифтон. – М. : Вильямс, 2009. – 400 с.
3. Основы моделирования и оценки электронных информационных потоков / [Д. Ландэ, В. Фурашев, С. Брайчевский, О. Григорьев]. – К. : Інжиніринг, 2006. – 348 с.
4. Ландэ Д. Основы интеграции информационных потоков: монография / Д. Ландэ. – К. : Інжиніринг, 2006. – 240 с.
5. Математична лінгвістика / [В. Висоцька, В. Пасічник, Ю. Щербина, Т. Шестакевич]. – Л. : “Новий Світ-2000”, 2012. – 359 с.
6. Berko A. Features of information resources processing in electronic content commerce / A. Berko, V. Vysotska, L. Chyrun // Applied Computer Science. ACS journal. – Volume 10, Number 2. – Poland, 2014. – P. 5-19.
7. CM Lifecycle Poster [Electronic resource] / Content Management Professionals. – Retrieved 20 July 2010. – Access mode: <http://www.cmprosold.org/resources/poster/>. – Title from the screen.
8. EMC. Content Management Interoperability Services. Appendices. Version 0.5 / EMC, IBM, Microsoft. – Hopkinton : EMC, 2008. – 17 p.
9. EMC. Content Management Interoperability Services. Part I. Version 0.5 / EMC, IBM, Microsoft. – Hopkinton : EMC, 2008. – 76 p.
10. EMC. Content Management Interoperability Services. Part II – REST protocol binding. Version 0.5 / EMC, IBM, Microsoft. – Hopkinton : EMC, 2008. – 79 p.
11. EMC. Content Management Interoperability Services. Part II – SOAP protocol binding. Version 0.5 / EMC, IBM, Microsoft. – Hopkinton : EMC, 2008. – 37 p.
12. Hackos J. Content Management for Dynamic Web Delivery / J. Hackos. – Hoboken : Wiley, 2002. – 432 p.
13. Halvorson K. Content Strategy for the Web / K. Halvorson. – Reading : New Riders Press, 2009. – 192 p.
14. McGovern, G. Content Critical / G. McGovern, R. Norton. – Upper Saddle River : FT Press, 2001. – 256 p.
15. McKeever S. Understanding Web content management systems: evolution, lifecycle and market / S. McKeever // Industrial Management & Data Systems (MCB UP), 2003. – № 103 (9). – P. 686–692.
16. Nakano R. Web content management: a collaborative approach / R. Nakano. – Boston: Addison Wesley Professional, 2002. – 222 p.
17. Papka R. On-line News Event Detection, Clustering, and Tracking : thesis for the degree doctor of philosophy / R. Papka. – Amherst : Massachusetts University, 1999. – 154 p.
18. Woods R. Defining a Model for Content / R. Woods. – 2010. – Access: [http://www.contentmanager.net/magazine/article\\_785\\_defining\\_a\\_model\\_for\\_content\\_governance.html](http://www.contentmanager.net/magazine/article_785_defining_a_model_for_content_governance.html). – Title from the screen.
19. Rockley A. Managing Enterprise Content: A Unified Content Strategy / A. Rockley. – Reading : New Riders Press, 2002. – 592 p.
20. Stone W.R. Plagiarism, Duplicate Publication and Duplicate Submission: They Are All Wrong! / W.R. Stone // IEEE Antennas and Propagation, 2003. – Vol. 45. – № 4. – P. 47–49.
21. Sullivan D. Invisible Web Gets Deeper / D. Sullivan // Search Engine Report. – 2002. – Access mode: <http://searchenginewatch.com/sereport/article.php/2162871>. – Title from the screen.
22. The Content Management Possibilities Poster [Electronic resource] / Metatorial Services, Inc. – Retrieved 20 July 2010. – Access mode: <http://metatorial.com/pagea.asp?id=poster>.
23. Vysotska V. Web Content Processing Method for Electronic Business Systems / V. Vysotska, L. Chyrun // International Journal of Computers & Technology. – 2013. – Vol 12, № 2. – P. 3211-3220. – Access mode: <http://cirworld.com/index.php/ijct/article/view/3299>. – Title from the screen.
24. Vysotska V. Designing features of architecture for e-commerce systems / V. Vysotska, L. Chyrun // MEST Journal. – Vol. 2, No.1. – 2014. – P. 57–70. – Access: [http://mest.meste.org/MEST\\_1\\_2014/R\\_06.pdf](http://mest.meste.org/MEST_1_2014/R_06.pdf).
25. Vysotska V. Analysis and evaluation of risks in electronic commerce / V. Vysotska, I. Rishnyak, L. Chyrun // Experience of Designing and Applications of CAD Systems in Microelectronics (CAD Systems in Microelectronics, CADSM '07): 9th International Conference, Lviv, 24 February 2007: proceedings. – P.332–333.

## ПРИНЦИПИ І ЗАСОБИ ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДІВ СТАТИСТИЧНОГО ОПРАЦЮВАННЯ РЕАЛІЗАЦІЙ ПЕРІОДИЧНО КОРЕЛЬОВАНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ

© Драган Я., Дозорський В., Дедів І., Дедів Л., 2015

**Розглянуто питання обґрунтування методів статистичного опрацювання реалізацій сигналів у разі подання їх як періодично корельованого випадкового процесу. Розроблено метод статистичного опрацювання електрокардіосигналу для виявлення проявів ішемічної хвороби серця.**

**Ключові слова:** періодично корельований випадковий процес, ішемічна хвороба серця, метод статистичного опрацювання.

**The work is devoted to the grounding of methods of statistical processing of signal implementations in presenting them as periodically correlated random process. The method of electrocardiosignal statistical processing for detection of ischemic heart disease is developed.**

**Key words:** periodically correlated random process, ischemic heart disease, a method of statistical processing.

### Вступні завваги

Коректні засоби статистичного опрацювання реалізацій періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) як математичних моделей ритмічних процесів ґрунтуються на використанні статистики стаціонарних випадкових процесів, які за умови справдження критерію Слуцького ( $\lim R(u)=0$ , тобто швидкого спадання коваріації) трактують як ергодичні й на підставі цього обґрунтовують законність обчислення оцінок їхніх імовірнісних характеристик, замінюючи усереднення за розподілом (чи, інакше, за ансамблем, як звикли говорити фізики) на усереднення в часі. Для обґрунтування такої процедури, своєю чергою, спираються на поняття кондиційності статистичного матеріалу [1, 2], тобто даних, що є результатами міряння значень ознак ПКВП, та на ідеологію МАПР-тріади (модель–алгоритм–програмна реалізація) [3]. Оскільки базовим членом тріади є математична модель, то для розуміння й тлумачення названої процедури треба залучати всі доступні з літератури відомості про структуру ПКВП як математичного об'єкта: від першої появи цієї ідеї до поглибленого дослідження та систематизації й наукового узагальнення [1–6], тобто створення науки як системи знань, здатної до саморозвитку, за словами відомого вітчизняного природодослідника М. Холодного. Ця система має за мету забезпечити прозорість всієї галузі досліджень ритміки природних явищ, зокрема коректування термінології в душі математичного називництва.

Почнімо тому з концепції зведення до стаціонарності, поскільки ПКВП за означенням є нестаціонарними, а теорія її показує, що пов'язані та ще й у кількох відношеннях (аспектах) зі стаціонарними процесами.

Зокрема, у статті [2, 3] аргументовано, на підставі розкладу пов'язання сигналів та лінійних перетворювачів з однаковим типом зміни у часі їхніх характеристик подання ПКВП як суми добутків періодичної функції на стаціонарний процес, який потрактовано як перетвір інваріантною компонентою періодичного оператора білого шуму, що вносить у процес випадковість [4]. З погляду теорії радіокомунікації, тобто передавання відомостей за допомогою гармонічних коливань, такий добуток трактують як модуляцію цих гармонік згаданими стаціонарними інформаційними випадковими процесами, які природно назвати, згідно зі сказаним, стаціонарними компонентами ПКВП (згідно з традицією, що кожна компонента породжує



стаціонарний процес, а всі такі компоненти творять векторний стаціонарний процес, а за словниками – складова вектора, що є проекцією його на координатну вісь у просторі – в цьому разі періодичних функцій – має назву саме компонента як іменника жіночого роду). Оскільки у просторі періодичних функцій базис творять гармоніки кратних до  $\frac{2p}{T}$  частот, то в разі максимального рангу періоду  $T$  векторного процесу стаціонарних компонент отримаємо подання ПКВП через модуляційні компоненти у вигляді  $x(t) = \sum_{k \in Z} e^{ik \frac{2p}{T} t} x_k(t)$ ,  $t \in R$ , де  $Z$  – множина цілих чисел, а  $R$  – дійсна числова вісь (див. [4]).

Викладені тут міркування не є формальним доведенням останньої формули, і в літературі такого не виявлено. Апеляція ж до адамарового добутку просторів містить пояснення логічності терміна «стаціонарні компоненти», бо тоді можна сформулювати тезу: адамарів добуток просторів  $H_1$  та  $H_2$  – це такий новий простір, що його базисом є адамарів добуток базисів співмножників  $H_1$  та  $H_2$ , яка розкриває математичний сенс цієї формули і підтверджує природність термінології. Додаймо, що таке подання називають ще поданням через модуляційні стаціонарні компоненти, бо кожен доданок його – гармоніка, промодульована стаціонарним процесом.

Специфічне подання ПКВП, що бере початок з імпульсної техніки комутації, обґрунтував К. Джордан, спираючись на теорему Мерсера з матфізики, через так званий трансляційний базис функцій із  $L^2(0, T)$ , помножених в сенсі Адамара на  $n$ -вимірну стаціонарну послідовність зі своїми для кожного часового інтервалу  $D_k = [kT, (k+1)T]$  компонентами. Цим розкрито ще один аспект структури ПКВП, але статистичні методи дослідження ритмічних процесів, основані на такому трансляційному поданні ПКВП, практично не розроблені. А такі подання слугують засобом виправдання використання і в цьому разі традиційного аналізу, добре розвиненого на підставі подання через модуляційні стаціонарні компоненти у вигляді нескінченновимірного векторного стаціонарного.

Практично використовують ще методику, що ґрунтується на розкладі у ряд Фур'є параметричної коваріації  $b(t, u) = r(t+u, t)$ , як періодичної щодо параметра  $t$ , тобто  $b(t, u) = \sum B_k(u) e^{ik \frac{2p}{T} t}$ , де  $B_k(u)$  –  $k$ -й кореляційний компонент (від лат. *componens* – складник, складова частина), але тут іменник чоловічого роду із поняттям (а отже, і терміном) не має нічого спільного, хіба що граматичний корінь (*compono* – складаю). Таке подання ПКВП – підстава компонентного та фільтрового [4] аналізу.

А найприроднішим (тому й не до кінця усвідомленим) є так званий синфазний метод (грец. *сов* разом, *фазіс* поява), який спирається на виявлений ще 1977 р. (див. [1]) факт: синфазні значення ПКВП на ґратках  $\{t_0 + kT, k \in Z\}$  для всіх  $t_0 \in [0, T]$  творять стаціонарні й стаціонарно пов'язані випадкові послідовності, які в разі  $\mathbf{h}^T$ -ергодичності ПКВП ергодичні й ергодично пов'язані, а усереднення в кожній із таких ґраток виявляє фазову структуру корельованості.

Але тут заввага: послідовності  $x(t_0) = x(t_0 + kT)$ ,  $k \in Z$  ніяк не можна просто трактувати як стаціонарні компоненти ПКВП в означеному вище сенсі. Їх називають ще укладеними у ПКВП стаціонарними послідовностями, не наводячи строгого означення терміна.

Отже, ситуація загалом така, що всякий раз доконче необхідно докладно до подробиць аргументувати кожен крок статистичного аналізу реєстрограм ритмічних процесів. Засоби понятійного й формального апарату ЕТСС (енергетичної теорії стохастичних сигналів), яка є логічним завершенням кореляційної та природно охоплює як теорію ПКВП, так і теорію стаціонарних випадкових процесів як вироджений випадок її, як це засвідчують здобутки її та системний аналіз їх [7], надає достатню підставу цього.

### Метод статистичного опрацювання електрокардіосигналу для завдання виявлення проявів ішемічної хвороби серця

Ситуація із необхідністю детальної аргументації кожного кроку статистичного аналізу виникла під час розроблення методу опрацювання електрокардіосигналу (ЕКС) для завдання виявлення проявів у його структурі ішемічної хвороби серця (ІХС) людини.

У використовуваних діагностичних системах опрацювання ЕКС проводиться на сегменті ST [10] (за зміною амплітуди сигналу саме на цьому сегменті лікарі визначають наявність або відсутність ІХС). Інформація, що зосереджена на інших сегментах ЕКС (PQ, QR, RS), фактично ігнорується. Для опрацювання застосовують методи аналізу морфологічних параметрів часових реалізацій ЕКС та методи спектрально-кореляційного аналізу. Рішення про наявність або відсутність епізоду ішемії приймають за результатами спостереження сегмента ST сигналу, усередненого на короткому інтервалі часу. Однак епізод ішемії розвивається протягом кількох секунд [10]. Тому значна частина інформації не тільки про наявність епізоду ішемії, а і про його перебіг (за умови наявності) в процесі опрацювання практично втрачається. Тому важливим є завдання розроблення нових ефективних методів опрацювання ЕКС для завдань виявлення проявів ІХС, що давали б можливість оцінювання змін як сегмента ST, так і інших сегментів.

#### Результати проведених досліджень

На основі наведених в праці [11] властивостей ЕКС та співвідношень, що визначають адекватність задачі виявлення патологічних станів його (ЕКС) математичної моделі у вигляді ПКВП, можна для опрацювання реєстрограм ЕКС застосувати синфазний метод, в основу якого покладено припущення, що відліки значень ЕКС, взяті через період корельованості за різного вибору початку відліку (початкової фази)  $t_0 \in [0, T]$  утворюють стаціонарну ергодичну векторну випадкову послідовність  $\{x(t_0), t_0 \in [0, T]\}$ , де позначено  $x(t_0) \equiv \{x(t_0 + kT), k \in Z\}$ . Отримані стаціонарні «вкладені» (фазні) послідовності є компонентами лише у фазі ПКВ послідовності: вона розпадається на  $N$  стаціонарних, які емпірично виділяє  $N$ -позиційний комутатор. Після формування стаціонарних послідовностей їх опрацьовують із використанням методів спектрально-кореляційного аналізу теорії стаціонарних випадкових процесів.

Описаний вище спосіб формування стаціонарних послідовностей реалізовано в середовищі Matlab. Під час формування таких послідовностей значення величини періоду корельованості обчислювали із застосуванням методу, описаного в праці [12]. На основі розробленого програмного забезпечення здійснено опрацювання вибірки з реєстрограми ЕКС пацієнта, що перебуває в стані медичної норми (рис. 1).

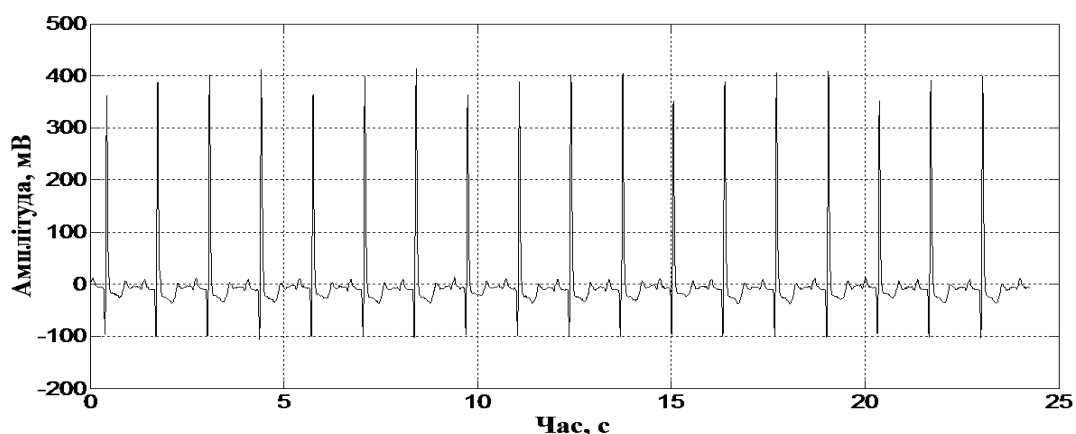


Рис. 1. Вибірка з реєстрограми ЕКС пацієнта,  
що перебуває у стані норми

Отримані реалізації стаціонарних послідовностей у вигляді тримірної графіки наведено на рис. 2.

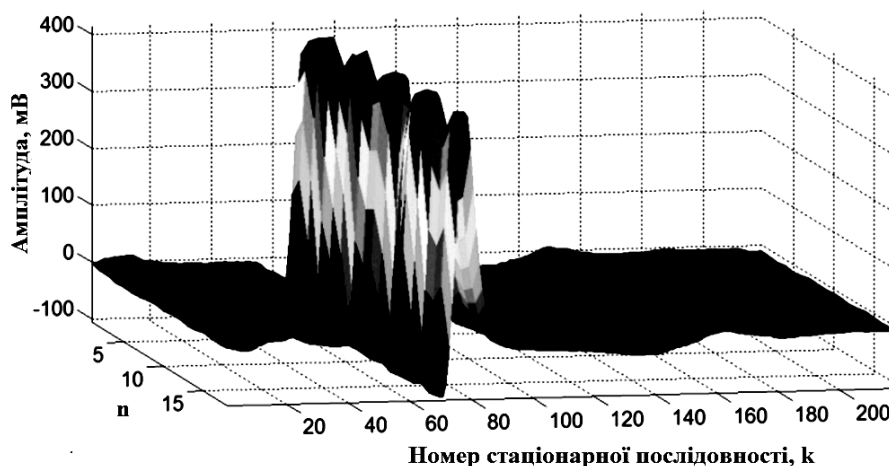


Рис. 2. Реалізації стаціонарних послідовностей, обчислені для сигналу, що зображений на рис. 1

Для кожної отриманої стаціонарної послідовності почислено оцінки математичного сподівання, графічне зображення яких наведено на рис. 3.

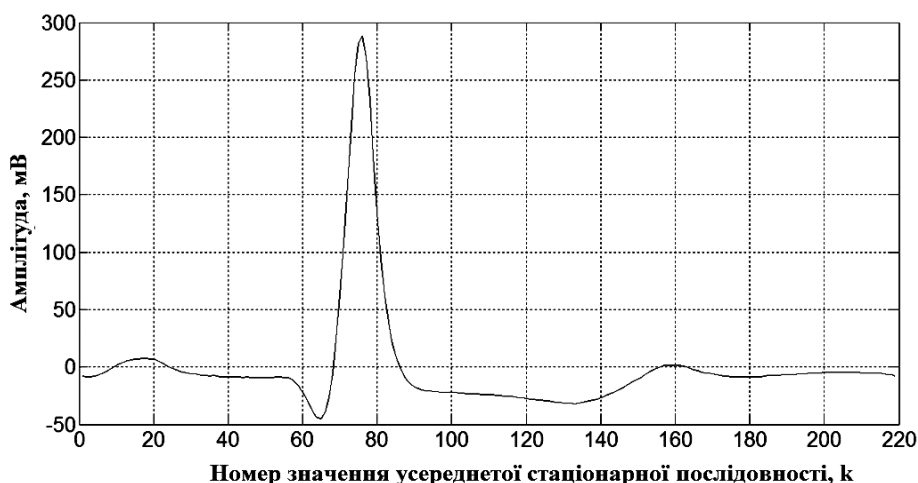


Рис. 3. Оцінки математичного сподівання стаціонарних послідовностей (рис. 2)

Подібно обчислено оцінки максимального та мінімального відхилення значень кожного елемента стаціонарної послідовності від їх математичного сподівання. Ці оцінки формують межі зміни ЕКС для стану медичної норми (рис. 4).

У разі появи відхилення амплітудного значення сегмента ST від стану норми воно (це відхилення) проявлятиметься у стаціонарних послідовностях, і відповідно виходитиме за встановлені межі.

Алгоритм опрацювання ЕКС розробленим методом повинен передбачати такі дії: 1) формувати стаціонарні послідовності із вибірки з реєстрограми ЕКС, тривалістю 30–40 с, що не містить проявів ІХС; 2) для цієї вибірки обчислити межі зміни значень елементів стаціонарних послідовностей (максимальне і мінімальне відхилення від математичного сподівання); 3) оцінювати можливість виходу за встановлені межі кожного наступного значення стаціонарних

послідовностей. Якщо це наступне значення потрапить у встановлений діапазон, повторити операції 1-3 для наступної вибірки з ЕКС. Так ми ніби формуємо вікно, в межах якого ЕКС опрацьовується запропонованим методом, а саме вікно переміщається по ЕКС.

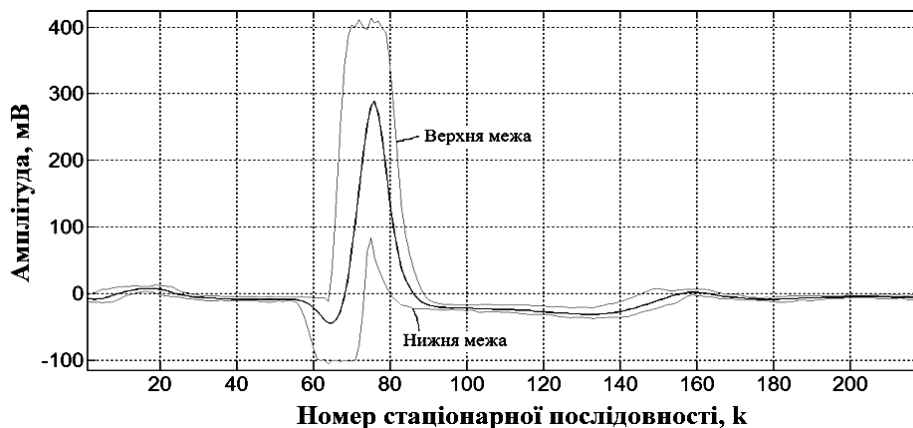


Рис. 4. Межі зміни оцінок стаціонарних послідовностей, відібраних з ЕКС, для стану норми

#### Результати опрацювання електрокардіосигналу розробленим методом у випадку наявності епізоду ішемії

Для верифікації розробленого методу опрацювання ЕКС проведено опрацювання сигналу (ЕКС), що містить епізод ішемії. Реєстрограма ЕКС із проявом ІХС наведена на рис. 5, а. На рис. 6 подано вигляд сформованих оцінок стаціонарних послідовностей та вказано місце прояву патології.

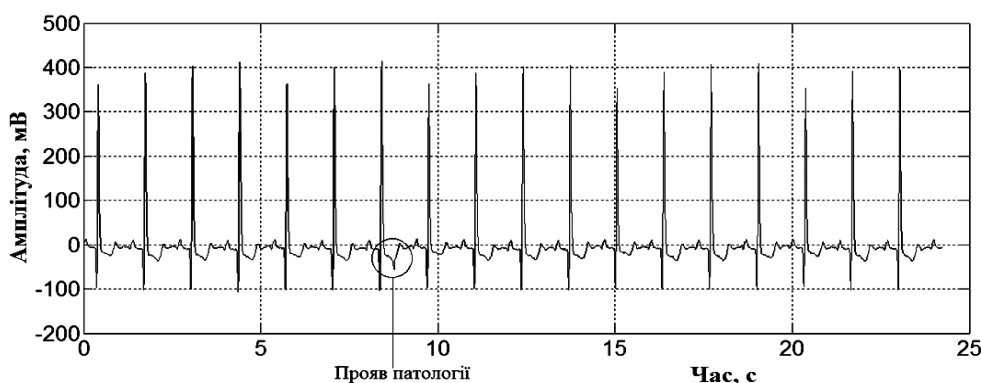


Рис. 5. Реєстрограма ЕКС із проявом ішемічної хвороби серця людини

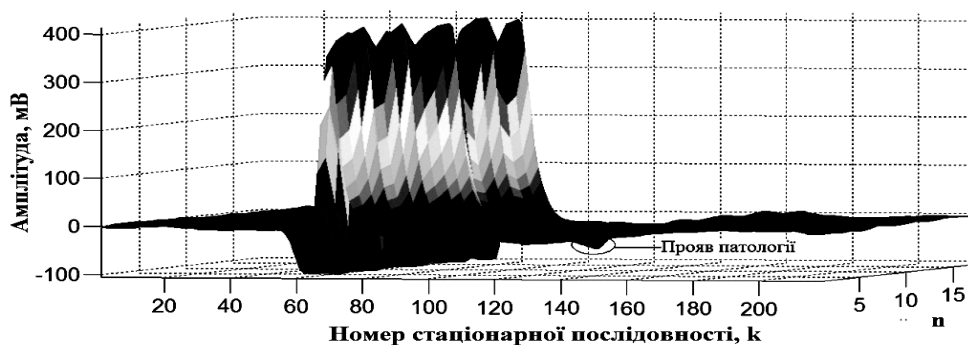


Рис. 6. Оцінки стаціонарних компонент із вказанням місця прояву патології

На рис. 7 наведено вигляд оцінок стаціонарних послідовностей і верхньої та нижньої меж відхилення значень елементів цих послідовностей (свого роду вікно для стану медичної норми).

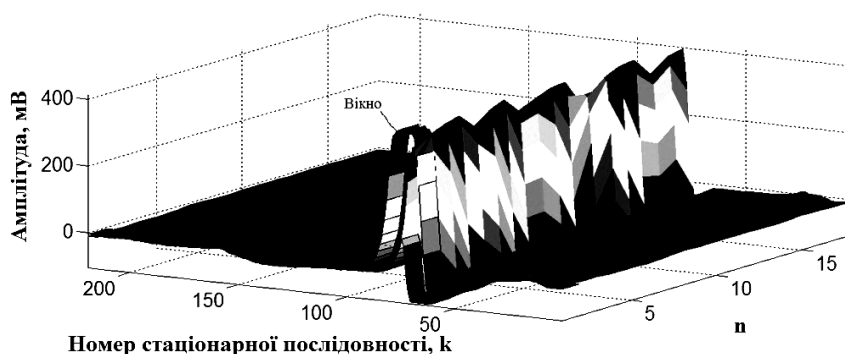


Рис. 7. Вигляд оцінок стаціонарних послідовностей із вікном для виявлення патології

На рис. 8 наведено вигляд оцінок стаціонарних послідовностей із зображенням верхньої та нижньої меж вікна і вказано місце перевищення нижньої межі вікна ділянки стаціонарних послідовностей із проявом патології.

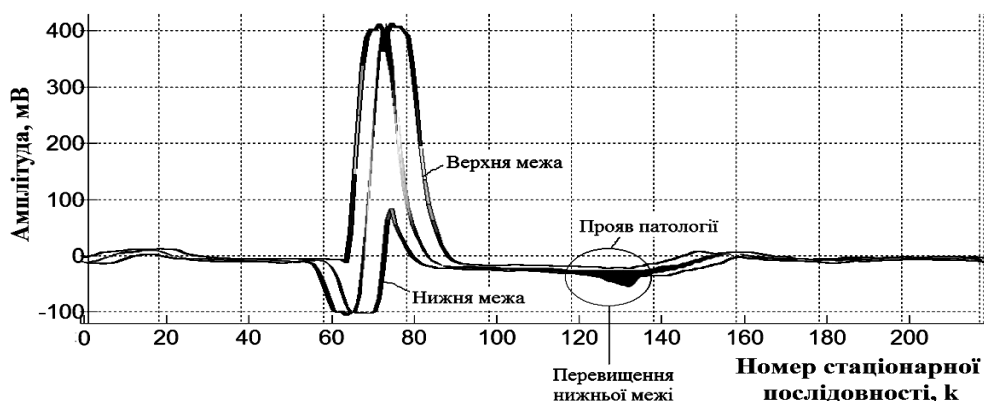


Рис. 8. Оцінки стаціонарних послідовностей із зображенням верхньої та нижньої меж вікна та вказанням місця перевищення нижньої межі вікна ділянки елементів стаціонарних послідовностей із патологією

### Висновки

Застосування синфазного методу до опрацювання ЕКС дає можливість звести сигнали такого типу до стаціонарних послідовностей, за змінами значень елементів яких можна виявляти прояви ІХС як на сегменті ST, так і на інших сегментах (PQ, QR, RS). А обґрунтованість кроків такого опрацювання уможливорює коректну інтерпретацію отриманих результатів та розроблення алгоритмів опрацювання для забезпечення можливості автоматизованого виявлення проявів ІХС. Розроблений метод статистичного опрацювання можна використовувати для побудови програмного забезпечення сучасних систем контролю функціонального стану пацієнта.

1. Драган Я. Гармонізованість і спектральний розклад випадкових процесів зі скінченною середньою потужністю // Доповіді Академії наук УРСР, серія "А" фіз-мат. науки. – 1978. – № 8. – С. 679–684. 2. Драган Я. П. Про класи комутативних і некомутативних лінійних випадкових процесів // Доповіді Академії наук Української РСР, 1969. – № 5. – С. 400–402. 3. Драган Я. П. Системний аналіз концепції та принципів побудови математичної моделі досліджуваного об'єкта в фізико-технічних науках та оцінювання її якості / Я. П. Драган, М. О. Медиковський, В. К. Овсяк, Л. С. Сікора, Б. І. Яворський // Вісник Національного університету "Львівська політехніка":

*Комп'ютерні науки та інформаційні технології*, 2010. – № 686. – С. 170–199. 4. Драган Я. П. О периодически коррелированных случайных процессах и системах с периодически изменяющимися параметрами // *Отбор и передача информации*. – 1969. – Вып. 23. – С. 27–33. 5. Драган Я. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. – Львів: Центр стратегічних еко-біотехнічних систем, 1997. – XVI+333 с. 6. Войчишин К. С. О простой стохастической модели естественных ритмических процессов / К. С. Войчишин, Я. П. Драган // *Отбор и передача информации*. – 1971. – С. 7–15. 7. Драган Я., Сікора Л., Яворський Б. Системний аналіз та обґрунтування основ сучасної теорії стохастичних сигналів: енергетична концепція, математичний субстрат, фізичне тлумачення: монографія. – Львів: НВФ “Українські технології”, 2014. – 240 с. 8. Драган Я. П. Случайные процессы с конечной средней мощностью, их спектры и гармонизуемость // *Тез. докл. 2-й Вильнюсс. конф. по теории вероятностей и вероятн. и мат. статистики*. – Вильнюс: изд. Ин-та матем. и киберн. АН Лит. ССР, 1977. – Т. 1. – С. 133–134. 9. Драган Я. Статистичне оцінювання станів стохастичної системи: індикативність її сигнальної моделі та кондиційність статистичних даних // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”*: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів: НУЛП, 2011. – № 694. – С. 418–424. 10. Немирко А. П. Алгоритмы измерения и анализа параметров ST-сегмента ЭКГ для систем автоматического наблюдения за состоянием человека / А. П. Немирко, Л. А. Манило, К. Н. Милева // *Вопросы кибернетики*. – 1991. – Вып. 164. – С. 127–141. 11. Дунець В. Л. Обґрунтування адекватності математичної моделі електрокардіосигналу для задачі виявлення патології / В. Л. Дунець, Я. П. Драган, Г. М. Осухівська // *Вісник Хмельницького національного університету*. – Хмельницький: ХНУ. – 2007. – № 2. – С. 99–102. 12. Драган Я. П. Проблема апостеріорного визначення темпу ритміки / Я. П. Драган, Н. Р. Крива, Б. І. Яворський // *Вісник Тернопільського державного технічного університету*. – 1997. – № 1. – Т. 2. – С. 115–125.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНВЕКТИВНОГО ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ДЕРЕВИНИ З УРАХУВАННЯМ ГРАНИЦЬ ФАЗОВИХ ПЕРЕХОДІВ

© Борецька І., Соколовський Я., 2015

Наведено математичну модель тепломасоперенесення у капілярно-пористих тілах для сушіння з урахуванням руху зони випаровування. Отримано аналітичні розв'язки нелінійних задач тепломасоперенесення для нестационарних режимів сушіння. Досліджено вплив тривалості етапів режимів сушіння на температуру фазового переходу в деревині.

**Ключові слова:** математична модель, тепломасоперенесення, фазові переходи, процес сушіння.

The mathematical model of heat and mass transfer in capillary-porous bodies for drying with taking into account the zone of evaporation movement is given in the work. The analytical solutions of nonlinear problems of heat and mass transfer for unsteady regimes of drying are received. The effect of duration of drying regimes on the temperature of phase transition in wood is investigated.

**Key words:** mathematical model, heat and mass transfer, phase transitions, process of drying.

### Актуальність досліджень

Вибір раціональних технологій конвективного сушіння матеріалів із забезпеченням максимальних інтенсивностей процесів та мінімальних енергетичних ресурсів є важливим завданням. Складність процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини, зумовлена перебігом взаємозв'язаних фізичних явищ тепломасоперенесення і деформування в умовах високої мінливості структурних та фізичних властивостей гігроскопічних тіл.

Сучасний підхід до математичного моделювання тепломасоперенесення у процесі сушіння матеріалів ґрунтується на застосуванні теорії теплопровідності. Вона дає змогу використовувати класичні методи математичної фізики для розв'язання конкретних крайових задач. Однак для врахування фазових переходів, зокрема рухомої зони випаровування всередині матеріалу, необхідно застосовувати методи дослідження неklasичної теплопровідності. Тому розроблення математичних моделей тепломасообінних процесів під час сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини, з урахуванням руху границь фазових переходів, дослідження закономірностей їх зміни уможливають вдосконалення наявних та розроблення нових технологій конвективного сушіння.

### Аналіз досліджень

Механізм поглиблення зони випаровування висушуваного матеріалу вперше дослідив Т. Шервуд [1, 2]. Подальші теоретичні та експериментальні підтвердження поглиблення поверхні випаровування наведено у працях [1, 3–5]. Є декілька підходів до моделювання процесів тепломасоперенесення у матеріалах під час сушіння з урахуванням руху поглиблення зони випаровування. Для деяких матеріалів критерій фазового переходу, що змінюється за координатою тіла, враховується у граничних умовах.

За іншого підходу моделювання процесу видалення вологи розглядається у межах задачі Стефана [6, 7]. З математичного погляду крайові задачі тепломасоперенесення або узагальнені

крайові задачі принципово відрізняються від класичних задач. Залежність характеристичного розміру області випаровування від часу ускладнює застосування класичних методів розділення змінних або інтегральних перетворень. Аналітичні дослідження здійснено для обмежених випадків наперед відомого закону руху границі, наприклад, лінійного або параболічного. Для цього використовували методи теплових потенціалів [8, 9], контурного інтегрування [10], степеневих рядів [8, 11], “миттєвих” власних функцій Грінберга [12]. Отримання аналітичних розв’язків крайової задачі узагальненого типу в області з рухомою границею фазового переходу за довільним законом зводилося до інтегро-диференціальних рівнянь, зокрема інтегральних рівнянь Вольтера другого роду зі складними ядрами. Тому встановлювалися лише якісні результати поведінки таких систем.

У цьому аспекті важливі роботи [6, 13]. Отримані функціональні перетворення дали змогу застосовувати класичні методи розділення змінних з урахуванням різних змін руху границі для відповідних граничних умов у класичних системах координат. Доволі ефективним методом розв’язання задач нагрівання та кінетики сушіння вологих матеріалів є метод диференціальних рядів [8]. Він дає змогу отримати числово-аналітичні розв’язки крайової задачі тепломасоперенесення для граничних умов третього роду.

Для багатовимірних задач тепломасоперенесення з фазовим переходом використання числових методів з явним виділенням границі фазових переходів у багатьох випадках пов’язано з алгоритмічними труднощами та значними обчислювальними затратами. Зокрема, для знаходження наближеного розв’язку широкого застосування набули методи “наскрізного” розрахунку [7] з використанням узагальненого формування класичної задачі Стефана, у якій невідомою є не температура, а ентальпія. Для числової реалізації математичних моделей використовують різницеві схеми [14, 15] та їх різні модифікації.

Тому метою цієї роботи є побудова математичної моделі та дослідження процесів тепломасоперенесення під час сушіння капілярно-пористих матеріалів з урахуванням руху зони випаровування для нестационарного режиму сушіння, заданого у вигляді полінома експоненціальних функцій. Крайова задача теплопровідності у випадку лінійної триетапної зміни агента сушіння досліджена у працях [16, 17].

### **Математична модель тепломасоперенесення з урахуванням границь фазового переходу**

Розглянемо задачу тепломасоперенесення капілярно-пористої пластини завтовшки  $2L$  ( $-L \leq z \leq L$ ,  $z$  – координата) за дії на її границю конвективного нестационарного потоку тепла. Пластина віднесена до декартової системи координат. У випадку наявності дисперсії розмірів пор треба враховувати наявність осушеної, двофазної та рідинної зон. Пори відкриті й у початковий момент часу насичені рідиною. У процесі сушіння пластина контактує з газовим середовищем, яке є сумішшю сухого повітря та пари. В процесі конвективного сушіння тепло, яке підводиться агентом сушіння, витрачається на випаровування рідини, нагрівання матеріалу і подолання енергії зв’язку з матеріалом. З випаровуваною вологою тепло частково повертається у середовище. Швидкість обміну теплом і масою, якщо внутрішньодифузійний опір малий, залежить тільки від опору прилежого шару агента сушіння. Товщина і гідродинамічний стан пластини залежать від відносної швидкості нагрітого повітря. Рівномірність та симетрія двостороннього процесу сушіння матеріалу створюються циркуляцією нагрітого повітря.

Математична модель процесу тепломасоперенесення у пластині під час сушіння з урахуванням зміни у часі границі фазового переходу  $L_m$  будується так.

Рівняння енергії має вигляд:

$$[\Pi(c_v r_v + c_a r_a) + (1 - \Pi)c_s r_s] \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( I_c \frac{\partial T}{\partial z} \right) + F, \quad L_m \leq z \leq L, \quad 0 \leq L_m \leq L, \quad (1)$$

де  $c_v, c_a, c_s$  – питомі теплоємності пари, повітря, деревного скелета;  $r_v, r_a, r_s$  – густини цих самих компонентів вологої пластини;  $F$  – внутрішнє джерело;  $\Pi$  – пористість матеріалу.



Якщо водяна пара в зовнішньому середовищі не є насиченою, то відбувається процес випаровування з парового простору пластини від її поверхні в глибину тіла. Прийmemo, що пори мають однаковий розмір і знехтуємо механізмом плівкового масоперенесення. Вважаємо, що теплові умови на поверхнях пластини однакові й процес сушіння симетричний відносно середньої поверхні. В зв'язку з відсутністю дисперсії розмірів пор за радіусами процес сушіння відбувається однаково по всьому перерізу тіла. В процесі сушіння у пластині виникає зона осушених пор та пор, насичених рідиною. Межа контакту  $L_m$  цих зон поширюється в глибину пористої пластини.

Зазначимо, що сушіння не буває повним. У гідрофільних порах залишається волога у вигляді пристінкового шару (зв'язана волога). Механізм плівкового перенесення рідини, зумовленого градієнтом розклинювального тиску та явищем термоосмосу, не враховуємо. Вважаємо, що ці процеси набагато менше впливають, ніж процеси фазового переходу. В зоні сушіння у порах пластини є повітря та пара води. Надалі вважатимемо, що поперечний розмір пор суттєво більший за середню довжину вільного пробігу наявних молекул. Це дає змогу записати вирази для потоків повітря  $\dot{j}_a$  та пари  $\dot{j}_v$  двокомпонентної суміші в зоні сушіння виразами [18]:  $\dot{j}_k = r_k \mathbf{u} - D' \nabla r_k$ ,  $k = a; v$ , де  $D'$  – ефективний коефіцієнт бінарної дифузії в порах.

Потік повітря всередину пластини кількісно значно менший за потік пари назовні, зумовлений фазовим переходом “вода–пара”. У зв'язку з цим надалі нехтуватимемо потоком повітря  $\dot{j}_a$ , приймаючи  $\dot{j}_a = 0$ . Надалі вважатимемо локальну зміну густини пари  $r_v$  сталою, тобто нехай  $\partial r_v / \partial t = 0$ . Згідно з [18] отримаємо рівняння балансу маси пари  $\nabla \cdot \dot{j}_v = 0$ .

Вплив пористої структури деревної пластини враховується введенням у рівняння Стефана–Максвелла ефективних коефіцієнтів бінарної взаємодії. Система рівнянь Стефана–Максвелла доповнюється рівнянням фільтрації Дарсі з ефективними характеристиками в'язкості  $m_g$  та проникності  $K_g$

$$\mathbf{u} = -\frac{K_g}{m_g} \frac{\partial P_g}{\partial z}, \quad (2)$$

де  $P_g$  – тиск газу в порах.

Прийmemo, що для газової суміші виконується рівняння стану ідеального газу

$$P_g = \left( \frac{r_a}{M_a} + \frac{r_v}{M_v} \right) RT, \quad (3)$$

де  $M_a$ ,  $M_v$  – молярна маса повітря і пари;  $R$  – газова стала.

Рівняння конвективного масоперенесення у пористій пластині в області  $L_m < z < L$  набуде вигляду

$$r_a \frac{K_g}{m_g} \frac{\partial P}{\partial z} + D' \frac{\partial r_a}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left( r_v \frac{K_g}{m_g} \frac{\partial P}{\partial z} + D' \frac{\partial r_v}{\partial z} \right) = 0 \quad (4)$$

Використовуючи рівняння стану для газової суміші та закон Дарсі (2), запишемо рівняння Стефана–Максвелла відносно функцій  $r_a$ ,  $r_v$  – густин повітря та пари

$$r_a \frac{K_g}{m_g} \nabla \cdot \left( \frac{r_a}{M_a} + \frac{r_v}{M_v} \right) RT + D' \nabla r_a = 0, \\ \nabla \cdot \left[ r_v \frac{K_g}{m_g} \nabla \cdot \left( \frac{r_a}{M_a} + \frac{r_v}{M_v} \right) RT + D' \nabla r_v \right] = 0, \quad (5)$$

де  $K_g$  – коефіцієнт проникності, залежний від радіуса та форми пор;  $m_g$  – коефіцієнт динамічної в'язкості газу.

Записана нелінійна система диференціальних рівнянь (5) чинна в області сушіння пор, яка обмежена граничною поверхнею ( $S$ ) та поверхнею ( $S^*$ ), що визначається координатою  $L_m$ .

Для подальших досліджень приймемо [2], що на рухомій поверхні ( $S^*$ )  $z = L_m$  густину пари можна взяти такою, що дорівнює густині насиченої пари, тобто

$$r_v = r_{v0} \text{ на поверхні } z = L_m. \quad (6)$$

Умови на поверхнях  $z = L$  газової зони запишемо так:

$$r_v \frac{K}{m_g} \frac{\partial P}{\partial z} + D' \frac{\partial r_v}{\partial z} = -j, \quad r_a = r_{a0} \text{ на поверхні } z = L, \quad (7)$$

де  $j = \tilde{b}(r_v - r_{v0})$ ;  $\tilde{b}$  – коефіцієнт масообміну. Оскільки задача масоперенесення надалі розв'язується у квазістаціонарному формулюванні (для атмосферного тиску середовища сушіння), а  $T_m$  – температура фазового переходу залежна від тиску насичення, то вважатимемо  $T_m = f(P_n)$ , де  $P_n$  – тиск насиченої пари.

Рівняння балансу енергії на рухомій межі фазових переходів  $z = L_m$  запишемо у вигляді:

$$-I_c \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L_m+0} = r_k \frac{K_g}{m_g} \frac{\partial P_g}{\partial z} \Big|_{z=L_m+0}, \quad (8)$$

$$T = T_m, \quad (9)$$

де  $I_c$  – теплопровідність висушеної зони,  $T_m$  – поки що не відома температура фазового переходу, яка залежить від тиску насиченої пари  $P_n$ .

Лінеаризоване рівняння стану на рухомій межі  $z = L_m$  фазових переходів:  $T_m = T_{mk} + a_{mk} P_n$ ,

де  $T_{mk} = \frac{9T_k V_k}{8V}$ ,  $a_{mk} = \frac{3T_k V}{8V_k}$ ,  $T_k, V_k$  критична температура та тиск. Зокрема, в роботі [18]

$T_m = 83 + 16 \cdot 10^{-5} P_n$ . В інших випадках коефіцієнти  $T_{mk}$ ,  $a_{mk}$  визначаються з температурних режимів сушіння конкретного матеріалу. Граничні умови на границі  $z = L$  виражають теплообмін між поверхнями пластини і сушильним агентом за законом Ньютона

$$I_c \frac{\partial T}{\partial z} + \tilde{a}[T - T_a(t)] = 0, \quad (10)$$

де  $\tilde{a}$  – коефіцієнт теплообміну;  $T_a(t)$  – змінна в часі температура агента сушіння. Функцію  $T_a(t)$  можна подати у вигляді полінома від експоненціальних функцій

$$T_a(t) = T_1 + (T_2 - T_1) \sum_{i=1}^N (a_i e^{-b_i t}) = a_0 + \sum_{i=1}^N (a_i e^{-b_i t}). \quad (11)$$

Тут для зручності перепозначено:  $a_0 = T_1$ ,  $a_i = (T_2 - T_1)a_i$ ;  $D' = D_{ij}^1 = (1/D_i^\infty + (1 - a_{ij} z_i)/D_{ij})^{-1}$ ;  $D_{va}^1 = D_{av}^1 = D'$  – ефективний коефіцієнт дифузії;  $D_{va} = D_{av} = D_{ij}$  – ефективний бінарний коефіцієнт дифузії у макропорах; другий доданок у виразі  $D_v^\infty = D^\infty$  враховує ефект течіння Кнудсена пари в мікропорах. Параметри  $a_i$ ,  $b_i$  ( $i = \overline{1, N}$ ) визначаються апроксимацією конкретного температурного режиму агента сушіння.

В початковий момент температура пластини задовольняє умову

$$T(t=0) = f(z), \quad (12)$$

де  $f(z)$  – функції температури для періодів сталої та спадної швидкостей сушіння.

Визначимо відносну вологість  $W_m$  пористої пластини як відношення маси  $m_L$  рідини в ній у момент часу  $t$  до маси  $m_{L_n}$  рідини в момент часу  $t = 0$  (насичення вологою)

$$W_m = \frac{m_L}{m_{L_n}} = \frac{\Pi L_m S r_L}{\Pi L S r_L} = \frac{L_m}{L} = \bar{z}_m, \quad (13)$$

де  $S$  – площа пор;  $r_L$  – густина води. Витрачена під час сушіння маса  $\Delta m$  рідини визначається так

$$\Delta m = m_{L_n} - m_L = \Pi S r_L L (1 - \bar{z}_m). \quad (14)$$

Отже, відносна насиченість пор рідиною у капілярно-пористому матеріалі за умови прийняття моделі циліндричних капілярів без урахування дисперсії розмірів пор збігається з безрозмірною координатою межі розділу фаз “рідина–газ”.

Швидкість зміни маси рідини в пластині визначається потоком  $j$  пари з неї, тобто

$$d\Delta m / dt = j S. \quad (15)$$

Тоді рівняння руху межі розділу фазового переходу має вигляд:

$$\frac{d\bar{z}_m}{dt} = - \frac{j(\bar{z}_m)}{\Pi r_L L} \quad (16)$$

для початкової умови

$$\bar{z}_m = 1. \quad (17)$$

Рівняння (1)–(17) утворюють математичну модель, яка описує конвективний процес сушіння капілярно-пористого тіла (пластини) з урахуванням рухомої границі фазових переходів. Відзначимо нелінійність рівнянь у сформульованій математичній моделі.

#### **Дослідження процесу тепломасоперенесення для нестационарного режиму агента сушіння**

У рівнянні теплопровідності (1) математичної моделі перейдемо до безрозмірної системи координат. Використаємо заміну  $t = a_T t / L^2$ ,  $\bar{z} = z / L$ ,  $\bar{z}_m = L_m / L$ , де  $\bar{z}_m$  – безрозмірна координата межі фазового переходу. Рівняння теплопровідності набуде вигляду:

$$\frac{\partial T}{\partial t}(\bar{z}, t) = \frac{\partial^2 T(\bar{z}, t)}{\partial \bar{z}^2} + F, \quad (18)$$

де  $F = \frac{L^2 W_1}{a_T C r}$  – внутрішнє джерело;  $a_T = l_c / (\Pi [(1 - \bar{z}_m)(C_v r_v + C_a r_a)] + (1 - \Pi) C_s r_s)$ .

Граничні умови на границі  $\bar{z} = 1$  будуть такі:

$$\partial T / \partial \bar{z} + H_T [T - T_a(t)] = 0, \quad H_T = \tilde{a} L / l, \quad (19)$$

$\tilde{a}$  – коефіцієнт теплообміну, а на межі фазового переходу  $\bar{z} = \bar{z}_m$  приймаємо, що

$$T = T_m. \quad (20)$$

Побудуємо розв’язок (18)–(20) для початкової умови:  $T(\bar{z}, 0) = f(\bar{z})$ .

Розв’язок рівняння тепломасоперенесення шукаємо у вигляді  $T = T_1 + T^*$ , де  $T_1 = c_0 + \sum_{i=1}^N c_i e^{-b_i t}$

представляє розв’язок рівняння теплопровідності, який задовольняє граничні умови задачі без врахування початкової умови, а  $T^*$  є розв’язком рівняння теплопровідності, яке задовольняє початкову умову й однорідні граничні умови. Підставимо цей вираз у рівняння (18) і прирівняємо подібні члени в рівнянні та крайових умовах (19), (20) так, щоб величини  $c_0, c_i$  задовольнили рівняння та крайові умови, а функція  $T^*$  – нульові граничні умови та підправляли початкову умову. Тоді, для знаходження  $c_0$  і  $c_1$  ( $i = \overline{1, n}$ ), отримаємо диференціальні рівняння:

$$d^2 c_0 / d\bar{z}^2 = 0, \quad d^2 c_i / d\bar{z}^2 + b_i c_i = 0, \quad (21)$$

які задовольняють умови:

$$\begin{aligned} \partial c_0(1) / \partial \bar{z} + H_T [c_0(1) - a_0] &= 0, \quad c_0(\bar{z}_m) = T_m; \\ \partial c_i(1) / \partial \bar{z} + H_T [c_i(1) - a_i] &= 0, \quad c_i(\bar{z}_m) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Для знаходження  $T^*$  отримаємо крайову задачу:

$$\partial^2 T^*(\bar{z}, t) / \partial \bar{z}^2 = \partial T^*(\bar{z}, t) / \partial t; \quad (23)$$

$$\partial T^*(1, t) / \partial \bar{z} + H_T T^*(1, t) = 0; \quad T^*(\bar{z}_m, t) = 0;$$

$$T^*(\bar{z}, 0) = f(\bar{z}) - c_0(\bar{z}, 0) - \sum_{i=1}^n c_i(\bar{z}, 0). \quad (24)$$

Для побудови розв'язку крайової задачі (23)–(24) використаємо функцію впливу задачі (18)–(20) з однорідними граничними умовами за відсутності функції внутрішнього джерела. Функція впливу має вигляд

$$G(\bar{z}, \bar{z}_m, x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2H_T \frac{\left[ \frac{\sin m_n (\bar{z} - \bar{z}_m)}{m_n} \right] \left[ \cos m_n (1-x) + H_T \frac{\sin m_n (1-x)}{m_n} \right] e^{-m_n^2 t}}{\cos m_n (1 - \bar{z}_m) \left[ (m_n^2 + H_T^2)(1 - \bar{z}_m) + H_T \right]}, \quad (25)$$

де  $m_n$  – корені трансцендентного рівняння  $tg m_n (1 - \bar{z}_m) = -m_n / H$ .

Вирази для  $c_0$ ,  $c_i$  шукаємо у вигляді  $c_0 = c_0 + d_0 \bar{z}$ ;  $c_i = c_i \cos \sqrt{b_i} \bar{z} + d_i \sin \sqrt{b_i} \bar{z}$ .

Якщо граничні умови задовольняють вирази для  $c_i$  (22), отримаємо залежності для знаходження невідомих величин  $c_0$ ,  $d_0$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ):

$$\begin{aligned} c_0 &= T_m - H_T \frac{a_0 - T_m}{[H_T (1 - \bar{z}_m) + 1]} \bar{z}_m, \quad d_0 = H_T \frac{a_0 - T_m}{[H_T (1 - \bar{z}_m) + 1]}; \\ c_i &= \frac{H_T [\sin \sqrt{b_i} (1 - \bar{z}_m) - a_i \cos \sqrt{b_i} \bar{z}_m] \sin \sqrt{b_i} (1 - \bar{z}_m)}{\sqrt{b_i} \cos \sqrt{b_i} (1 - \bar{z}_m) \cos \sqrt{b_i} \bar{z}_m}, \\ d_i &= -\frac{H_T [\sin \sqrt{b_i} (1 - \bar{z}_m) - a_i \cos \sqrt{b_i} \bar{z}_m]}{\sqrt{b_i} \cos \sqrt{b_i} (1 - \bar{z}_m)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Значимо, що  $c_i, d_i$  є функціями рухомої координати  $\bar{z}_m$  фазового переходу.

Тоді

$$c_0 = T_m + H_T \frac{a_0 - T_m}{[H_T (1 - \bar{z}_m) + 1]} (\bar{z} - \bar{z}_m); \quad c_i = C_i \frac{\sin \sqrt{b_i} (\bar{z} - \bar{z}_m)}{\sqrt{b_i}}, \quad \text{де } (i = \overline{1, n}). \quad (27)$$

З (27) видно, що  $c_i(\bar{z}_m) = 0$  для  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Функцію  $\sum_{i=1}^N c_i(x)$  запишемо у вигляді  $\sum_{i=1}^N c_i(x) = \sum_{i=1}^N C_i \frac{\sin \sqrt{b_i} (x - \bar{z}_m)}{\sqrt{b_i}}$ , де

$$C_i(\sqrt{b_i}, \bar{z}_m) = \frac{H_T [\sin \sqrt{b_i} (1 - \bar{z}_m) - a_i \cos \sqrt{b_i} \bar{z}_m]}{\cos \sqrt{b_i} (1 - \bar{z}_m) \cos \sqrt{b_i} \bar{z}_m}. \quad (28)$$

Для знаходження  $T^*(\bar{z}, \bar{z}_m, t)$  використаємо функцію (25), що задовольняє умови  $T_m(\bar{z}_m, t) = 0, T_a(1, t) = 0$ . Розв'язок крайової задачі (23), (24) отримаємо за допомогою функції впливу (25), якщо замість  $f(\bar{z})$  взяти

$$f_1(\bar{z}) = f(\bar{z}) - \bar{T}_0, \text{ де } \bar{T}_0 = \sum_{i=0}^N c_i(\bar{z}). \quad (29)$$

Тоді згідно з (21)–(22) отримаємо

$$T^*(\bar{z}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin m_n(\bar{z} - \bar{z}_m)}{m_n} \exp(-m_n^2 t), \quad (30)$$

де

$$A_n = \frac{1}{\Delta_n(m_n, \bar{z}_m)} \int_{\bar{z}_m}^1 f_1(\bar{z}) \left[ \cos m_n(1 - \bar{z}) + \frac{H}{m_n} \sin m_n(1 - \bar{z}) \right] d\bar{z}. \quad (31)$$

$$\Delta_n(m_n, \bar{z}_m) = \cos m_n(1 - \bar{z}_m) \left[ (m_n^2 + H^2)(1 - \bar{z}_m) + H \right]$$

Для знаходження  $T^*(\bar{z}, \bar{z}_m, t)$  використаємо розв'язок (21), що задовольняє умови  $T_m(\bar{z}_m, t) = 0, T_a(1, t) = 0$ . Якщо початковий розподіл температури рівномірний, тобто  $T(\bar{z}, 0) = T_0$ , то, з урахуванням (21), внесок початкової температури в  $T^*(\bar{z}, \bar{z}_m, t)$  матиме вигляд:

$$T_0^*(\bar{z}, \bar{z}_m) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin m_n(\bar{z} - \bar{z}_m)}{m_n} A_n^*(\bar{z}_m) e^{-m_n^2 t}, \quad (32)$$

$$A_n^* = \frac{2T_0 H_T}{\Delta_n} \left\{ \frac{\sin m_n(1 - \bar{z}_m)}{m_n} - \frac{H_T}{m_n^2} [\cos m_n(1 - \bar{z}_m) - 1] \right\} \quad (33)$$

Внесок у  $T^*(\bar{z}, \bar{z}_m)$  від суми  $\sum_{i=1}^N c_i(\bar{z})$  подамо у вигляді

$$T_j^* = - \int_{\bar{z}_m}^1 \sum_{i=1}^N c_i(x) \times G(\bar{z}, \bar{z}_m, x, t) dx =$$

$$= - \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-m_n^2 t} \left[ \frac{\sin m_n(\bar{z} - \bar{z}_m)}{m_n} \right] \int_{\bar{z}_m}^1 \left[ \cos m_n(1 - x) + H_T \frac{\sin m_n(1 - x)}{m_n} \right] \sum_{i=1}^N C_i \sin \sqrt{b_i}(x - \bar{z}_m) dx,$$

де

$$B_n = \frac{2H_T}{\cos m_n(1 - \bar{z}_m) \left[ (m_n^2 + H_T^2)(1 - \bar{z}_m) + H_T \right]}; \quad (34)$$

$$\int_{\bar{z}_m}^1 \left[ \cos m_n(1 - x) + H_T \frac{\sin m_n(1 - x)}{m_n} \right] \sum_{i=1}^N C_i \sin \sqrt{b_i}(x - \bar{z}_m) dx = Z_{n1} - Z_{n2},$$

$$\text{де } Z_{n1} = \sum_{i=1}^N C_i \left\{ - \frac{\cos[\sqrt{b_i}(1 - \bar{z}_m)]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} - \frac{\cos[\sqrt{b_i}(1 - \bar{z}_m)]}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} + \frac{\cos[m_n(1 - \bar{z}_m)]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} + \frac{\cos[m_n(1 - \bar{z}_m)]}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} \right\},$$

$$Z_{n2} = \sum_{i=1}^N \frac{C_i H_T}{m_n} \left\{ \frac{\sin[\sqrt{b_i}(1 - \bar{z}_m)]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} - \sin \frac{(\sqrt{b_i}(1 - \bar{z}_m))}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} - \frac{\sin[m_n(1 - \bar{z}_m)]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} + \frac{\sin[m_n(1 - \bar{z}_m)]}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} \right\}$$

Для завершення процесу сушіння  $\bar{z}_m = 0$  отримаємо  $Z_n(0) = Z_{n1}(0) - Z_{n2}(0)$ , де

$$Z_{n1}(0) = \sum_{i=1}^N C_i \left\{ - \frac{\cos[\sqrt{b_i}]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} - \frac{\cos[\sqrt{b_i}]}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} + \frac{\cos[m_n]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} + \frac{\cos[m_n]}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} \right\},$$

$$Z_{n2}(0) = \sum_{i=1}^N \frac{C_i H_T}{m_n} \left\{ \frac{\sin[\sqrt{b_i}]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} - \sin \frac{(\sqrt{b_i})}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} - \frac{\sin[m_n]}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} + \frac{\sin[m_n]}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} \right\}.$$

$$Z_n(1) = (Z_{n1}(1) - Z_{n2}(1)) = 0$$

$$Z_{n1}(1) = \sum_{i=1}^N C_i \left\{ \frac{1}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} - \frac{1}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} + \frac{1}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} + \frac{1}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} \right\} = 0,$$

$$Z_{n2}(1) = \sum_{i=1}^N \frac{C_i H_T}{m_n} \left\{ \frac{\sin 0}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} - \frac{\sin 0}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} - \frac{\sin 0}{2(\sqrt{b_i} - m_n)} + \frac{\sin 0}{2(\sqrt{b_i} + m_n)} \right\} = 0$$

$$T_c^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin m_n (\bar{z} - \bar{z}_m)}{m_n} Z_n(\bar{z}_m) e^{-m_n t}, \quad (35)$$

$$Z_n(\bar{z}_m) = Z_{n1} - Z_{n2},$$

Температуру за нестационарного конвективного нагрівання (11) можна записати

$$T(\bar{z}, t) = c_0(\bar{z}) + \sum_{i=1}^N [c_i(\bar{z}) e^{-b_i t}] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin m_n (\bar{z} - \bar{z}_m)}{m_n} Z_n(\bar{z}_m) e^{-m_n^2 t}, \quad (36)$$

де

$$Z_n(\bar{z}_m) = \frac{2T_0 H_T}{\Delta_n} \left\{ \frac{\sin m_n (1 - \bar{z}_m)}{m_n} - \frac{H_T}{m_n^2} [\cos m_n (1 - \bar{z}_m) - 1] \right\} + (Z_{n1} - Z_{n2}). \quad (37)$$

При цьому  $T^* = T_0^* + T_c^*$  задовольняє умови  $T^*(\bar{z}_m, \bar{z}_m) = T^*(\bar{z}_m, 1) = 0$ .

Формула (36) дає змогу обчислити значення температури в довільній точці за товщиною пластини і в довільний момент часу залежно від координати фазового переходу.

#### Дослідження процесу масоперенесення для симетричного конвективного сушіння

Вважаємо, що теплові умови на поверхнях пластини однакові й процес сушіння симетричний відносно серединної поверхні. В зв'язку з симетрією задачі проведемо дослідження для однієї з половин пластини. Розглянемо математичну модель масоперенесення (5)–(7). Введемо безрозмірні змінні  $r_a = r_{a0} \bar{r}_a$ ,  $r_v = r_n \bar{r}_v$ ,  $z = L \bar{z}$  для заданої температури середовища сушіння

$T_c = \frac{1}{t_{\Pi}} \int_0^{t_{\Pi}} \int_0^1 T d\bar{z} dt$ , де  $r_{a0}$  – густина повітря на зовнішніх стінках пластини. Проінтегрувавши

друге рівняння системи (5), отримаємо:

$$\frac{d\bar{r}_a}{d\bar{z}} + b \frac{d\bar{r}_v}{d\bar{z}} + a \frac{1}{\bar{r}_a} \frac{d\bar{r}_a}{d\bar{z}} = 0, \quad (38)$$

$$\bar{r}_v \left( \frac{d\bar{r}_a}{d\bar{z}} + b \frac{d\bar{r}_v}{d\bar{z}} \right) + a \frac{d\bar{r}_v}{d\bar{z}} + b^* a (\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0}) = 0, \quad (39)$$

Граничні умови (6), (7), (36), (37) набудуть вигляду

$$j = b' r_n (\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0}), \quad \bar{r}_a = 1 \text{ на поверхні } \bar{z} = 1, \quad (40)$$

$$\bar{r}_v = 1 \text{ на поверхні } \bar{z} = \bar{z}_m, \quad (41)$$

де  $a = \frac{D' M_a m_g}{K_g r_{a0} R T_c}$ ,  $b = \frac{r_n M_a}{r_{a0} M_v}$ ,  $b^* = \frac{L b'}{D'}$ .

Інтегруючи рівняння (38) по  $\bar{z}$ , отримуємо  $\bar{r}_a + b \bar{r}_v + a \ln \bar{r}_a = C_1$ .

Сталу інтегрування  $C_1 = 1 + b \bar{r}_{v1}$  знайдено з другої умови (40), де  $\bar{r}_{v1}$  – невідоме безрозмірне значення густини пари на поверхні  $\bar{z} = 1$ . Провівши лінеаризацію з урахуванням того, що потоком

повітря в порах знехтувано, (тоді безрозмірна густина повітря в порах мало відрізняється від одиниці), отримуємо:  $\frac{d\bar{r}_a}{d\bar{z}} = -\frac{b}{1+a} \frac{d\bar{r}_v}{d\bar{z}}$ . Тоді рівняння (40) з урахуванням (41) запишеться так:

$$\frac{b}{(1+a)} \bar{r}_v \frac{d\bar{r}_v}{d\bar{z}} + \frac{d\bar{r}_v}{d\bar{z}} + b * (\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0}) = 0.$$

Загальний інтеграл цього рівняння має вигляд:

$$\frac{b}{(1+a)} \frac{\bar{r}_v^2}{2} + \bar{r}_v + b * (\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0}) \bar{z} = C_2, \quad (42)$$

де  $C_2 = \frac{b}{(1+a)} \frac{1}{2} + 1 + b * (\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0}) \bar{z}_m$  – стала інтегрування, яка визначена з умови (41).

Безрозмірну густина пари за товщиною шару визначимо за формулою

$$\bar{r}_v(\bar{z}, \bar{z}_m) = -A + \sqrt{A_2 - 2A_1(\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0})(\bar{z} - \bar{z}_m)}, \quad (43)$$

де  $A = (1+a)/b$ ;  $A_1 = -b * A$ ;  $A_2 = (A+1)^2$ .

Тиск пари в довільній точці  $\bar{z}$  за товщиною пластини визначається за формулою:

$$P(\bar{z}, \bar{z}_m) = \left[ -A + \sqrt{A_2 - 2A_1(\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0})(\bar{z} - \bar{z}_m)} \right] r_n \frac{RT}{M_v}.$$

Тоді на поверхні пластини ( $\bar{z} = 1$ ) виконується рівняння

$$\frac{b}{(1+a)} \frac{(\bar{r}_{v1}^2 - 1)}{2} + \bar{r}_{v1} - 1 + b * (\bar{r}_{v1} - \bar{r}_{v0})(1 - \bar{z}_m) = 0.$$

Його розв'язок визначає величину безрозмірної густини пари. Позначимо  $\bar{z}_m^* = 1 - \bar{z}_m$ .  $\bar{z}_m^* = W_m^*$  – зміна відносної вологості в процесі сушіння. Фізично прийнятна вітка розв'язку має вигляд:

$$\bar{r}_{v1} = -(A + A_1 \bar{z}_m^*) + \sqrt{A_2 + A_3 \bar{z}_m^* + A_1^2 \bar{z}_m^{*2}}, \quad (44)$$

де

$$A_3 = 2A_1(A + \bar{r}_{v0}). \quad (45)$$

Якщо відома густина пари на стінці, згідно з умовою (39), величину потоку  $j$  подамо так:

$$j = H_m \left[ -(a_1 + A_1 \bar{z}_m^*) + \sqrt{A_2 + A_3 \bar{z}_m^* + A_1^2 \bar{z}_m^{*2}} \right], \quad (46)$$

де  $a_1 = A + h_0$ ;  $H_m = b r_n$ .

Визначимо відносну вологість  $W_m$  пористої пластини за формулою (13), (14), де

$$\Delta m_L = \Pi S r_L L (1 - \bar{z}_m) = \Pi S r_L L \bar{z}_m^* \quad (47)$$

– витрачена під час сушіння маса рідини.

З (46) отримуємо рівняння для визначення зміни відносної вологості в часі та рівняння руху межі розділу фаз рідина–газ

$$\frac{d\bar{z}_m^*}{dt} = \frac{j(\bar{z}_m^*)}{\Pi r_L L} = \frac{b r_n}{\Pi r_L L} \left[ -(a_1 + A_1 \bar{z}_m^*) + \sqrt{A_2 + A_3 \bar{z}_m^* + A_1^2 \bar{z}_m^{*2}} \right] \quad (48)$$

для початкової умови

$$\bar{z}_m^* = 0 \text{ для } t = 0. \quad (49)$$

Для розв'язання задачі Коші (48), (49) використаємо заміну змінних

$$\sqrt{A_2 + A_3 \bar{z}_m^* + A_1^2 \bar{z}_m^{*2}} = f + \bar{z}_m^* A_1. \quad (50)$$

Оскільки  $\bar{z}_m^* = \frac{f^2 - U}{A_3 - 2fA_1}$  та  $\frac{d\bar{z}_m^*}{df} = 2 \frac{(-A_1f^2 + A_3f - A_1A_2)}{(A_3 - 2A_1f)^2}$ , приведемо рівняння (48) до

вигляду:

$$2 \left( \frac{-A_1f^2 + A_3f - A_1A_2}{(A_3 - 2A_1f)^2} \right) \frac{df}{dt} = H(f - a_1). \quad (51)$$

Враховуючи, що  $f - a_1 = \frac{2A_1f - A_3}{A_1}$ , останнє рівняння запишемо так:

$$4A_1 \left( \frac{A_1f^2 - A_3f + A_1A_2}{(2A_1f - A_3)^3} \right) df = H dt. \quad (52)$$

Загальний інтеграл рівняння (52) має вигляд:

$$\frac{1}{2A_1} \ln|-A_3 + 2A_1f| + \frac{A_3^2 - 4A_1^2A_2}{4A_1} \frac{1}{(-A_3 + 2A_1f)^2} = H_m t + A_5, \quad (53)$$

де сталу інтегрування  $A_5$  знаходимо з умови (52):

$$A_5 = \frac{1}{2A_1} \ln|-A_3 + 2A_1\sqrt{A_2}| + \frac{A_3 + 2A_1\sqrt{A_2}}{4A_1(A_3 - 2A_1\sqrt{A_2})}. \quad (54)$$

З отриманих співвідношень можна визначити час, для якого відносна насиченість досягає значення  $\bar{z}_m^*$ . Він визначається за формулою:

$$t = \frac{\left\{ \ln \left| \frac{2A_1f - A_3}{2A_1\sqrt{A_2} - A_3} \right| + \frac{1}{2} [A_3^2 - 4A_1^2A_2] \left[ \frac{1}{(2A_1f - A_3)^2} - \frac{1}{(2A_1\sqrt{A_2} - A_3)^2} \right] \right\}}{2H_m A_1}. \quad (55)$$

Повний час процесу сушіння визначають за формулою:

$$t_{\Pi} = \frac{1}{2H_m A_1^2} \left\{ \ln \left| \frac{f_0 - (A + \bar{r}_{v0})}{\sqrt{A_2} - (A + \bar{r}_{v0})} \right| + \frac{1}{2} [(A + \bar{r}_{\theta})^2 - (A + 1)^2] \left[ \frac{1}{[f_0 - (A + \bar{r}_{\theta})]^2} - \frac{1}{[\sqrt{A_2} - (A + \bar{r}_{\theta})]^2} \right] \right\}, \quad (56)$$

де  $f_0 = -A_1 + \sqrt{A_1^2 + A_2 + A_3} = -A_1 + \sqrt{A_1^2 + (A + 1)^2 + 2A_1(A + \bar{r}_{v0})}$ .

З цього виразу видно, що час сушіння (55), та повний час сушіння (56) залежать від відносної насиченості парю середовища  $\bar{r}_{v0}$  та приведенного коефіцієнта масообміну  $A_1$ . Мінімізуючи повний час осушення за цими параметрами та знаючи залежність коефіцієнтів масообміну від критерію Рейнольдса, можна визначити швидкість обдуву та насиченість вологою агента сушіння, які мінімізують час сушіння пористого тіла.

### Висновки

Наведена одновимірна нестационарна математична модель процесу тепломасоперенесення для сушіння капілярно-пористих матеріалів з урахуванням границі поглиблення зони випаровування. Отримані аналітичні вирази для дослідження температурних і вологісних полів у висушуваній пластині в довільний момент часу залежно від координати фазового переходу та параметрів зміни агента сушіння.



Запропонована методика досліджень та встановлені закономірності процесу сушіння вологої пластини можуть бути використані для розроблення систем автоматизованого моделювання та аналізу таких процесів, а також для вибору раціональних технологій сушіння.

1. Лыков А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 472 с. 2. Шервуд Т. К. Сушка твердых тел. – Гослесиздат., 1936. 3. Шубин Т. С. Сушка и тепловая обработка древесины. – М.: Лесная промышленность, 1990. – 336 с. 4. Гайвась Богдана. Математичне моделювання конвективного сушіння матеріалів з урахуванням механотермодифузійних процесів / Б. Гайвась // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології : наук. зб. – Львів : ЦММ ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України. – 2010. – Вип. 12. – С. 9–37. 5. Гринчик Н. Н. Интенсивность фазовых переходов // Н. Н. Гринчик, В. А. Цурко // Инженерно-физический журнал. – 2002. – Т. 75, № 3. – С. 135–141. 6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнение математической физики: учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 799 с. 7. Данилюк И. И. О задаче Стефана // Успехи математических наук, 1985, т.40, вып.5 (245), с.133–185. 8. Любов Б. Я. Метод решения краевых задач диффузии для областей с границей, движущейся по произвольному закону / Б. Я. Любов, Э. М. Карташов // Изд. вузов. Серия Физика. – 1970, № 12. – С.97–101. 9. Карташов Э. М. Метод решения обобщенных краевых задач уравнения теплопроводности в области с границей, движущейся по произвольному закону / Э. М. Карташов, Г. М. Бартнев, Б. Я. Любов // В кн.: Тепло и массоперенос. – Минск. – 1972, т.8 – С. 274–285. 10. Квальвассер В. И. Методы нахождения функции Грина краевых задач уравнения теплопроводности для отрезка прямой с равномерно движущимися границами / В. И. Квальвассер, Я. Ф. Рутнер // Докл. АН СССР. – 1964, т. 165, № 6. – С. 1273-1276. 11. Петухов Б. С. Теплообмен в ядерных энергетических установках / Б. С. Петухов, Л. Г. Генин, С. А. Ковалеви др. – М.: Издательство МЭИ, 2003. – 548 с. 12. Гринберг Г. А. Об одном возможном методе подхода к рассмотрению задач теории теплопроводности, диффузии, волновых и им подобных при наличии движущихся границ и о некоторых иных его приложениях / Г. А. Гринберг // Прикладная математика и механика. – 1967, т.31, №2. – С. 393–403. 13. Дульнев Г. Н., Новиков В. В. Процессы переноса в неоднородных средах. – Л.: Энергоатомиздат, 1991, 248 с. 14. Галанин М. П., Савенков Е. Б. Методы вычислений. Уравнения в частных производных. Интегральные уравнения: Учеб. пособие. – М.: Изд-во ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2006, 72 с. 15. Патанкар С. В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 312 с. 16. Гайвась Б. І. Осушення пористих тіл в сушильних установках при м'яких режимах / Б. І. Гайвась, І. Б. Борецька // Науковий вісник НЛТУ України: зб. наук.-техн. пр. – Львів: НЛТУ України. - 2011. Вип. 21.9 – С. 317–324. 17. Гайвась Б. Вплив режиму сушильного агента на осушення пористих тіл / Б. Гайвась, І. Борецька // Комп'ютерні технології друкарства. – 2011. – № 26. – Львів. – С. 231–240. 18. Дерягин Б. В. Поверхностные силы / Б. В. Дерягин, Чураев Н. В., Муллер В. М. – М: Наука, 1985. – 398 с.

## MATHEMATICAL MODELLING OF NONLINEAR DYNAMICS IN ACTIVATOR-INHIBITOR SYSTEMS WITH SUPERDIFFUSION

© Prytula Z., 2015

**The nonlinear dynamics in generalized activator-inhibitor systems with space fractional derivatives is studied. As an example, the Brusselator model and the reaction–diffusion model with cubic nonlinearity, in which the classical spatial differential operators are replaced by their fractional analogues, are considered. The fractional operator reflects the nonlocal behavior of superdiffusion. The spatially homogeneous, time independent solution has been found for each system. We have also studied its linear stability and determined instability conditions of both Hopf and Turing. It was established that the anomalous diffusion (superdiffusion) leads to the qualitative change of nonlinear dynamics in mentioned systems.**

**Key words: reaction-diffusion system, fractional operator, superdiffusion, Brusselator model, cubic nonlinearity, Hopf and Turing instabilities, dissipative structures.**

### Introduction

Experimental observations of spiral waves, spatial dissipative structures with complicated symmetries in many physical, chemical and biological media have made reaction-diffusion systems the subject of numerous investigations. At the same time investigations have shown that diffusion in many real systems has anomalous character and cannot be described in terms of normal (Fickian) diffusion. These processes can be described using models with subdiffusion or superdiffusion. Unlike normal diffusion, which is characterized by the dependence of the mean square displacement of a randomly walking particle on time  $\langle (\Delta r)^2 \rangle \sim t$ , anomalous diffusion is characterized by the more general dependence

$$\langle (\Delta r)^2 \rangle \sim 2dK_\gamma t^\gamma,$$

where  $d$  is the spatial dimension,  $K_\gamma$  is a generalized diffusion constant. For normal diffusion the exponent  $\gamma$  is equal 1 and constant  $K_1 = D$  being the ordinary diffusion coefficient. For  $\gamma < 1$ , the diffusion process is slower than normal diffusion and is called subdiffusion. The randomly walking particle can wait a long time to make a finite jump. While for  $\gamma > 1$ , the diffusion is called superdiffusion and is characterized by higher diffusion rate, and so the particle will pass this distance faster than in the case of normal diffusion.

Subdiffusion often occurs in gels [1–3], in porous media [4–6], and polymers [7, 8], while superdiffusion has been observed in transport in nonhomogeneous rocks [9, 10], in turbulent flows [11, 12], and also in optics [13], in single-molecule spectroscopy [14].

Because of anomalous diffusion the mentioned processes can be adequately described only using fractional differential equations apparatus [15–18].

The effect of anomalous diffusion on dissipative structures formation in time fractional reaction-diffusion systems is studied, in particular, in [19–21].

In work [22] the linear stability analysis in the Brusselator model with superdiffusion showed that, unlike the case of normal diffusion, the Turing instability can occur even when diffusion of the inhibitor is slower than that of the initiator. Therefore, studying the models with superdiffusion is an essential and important problem.

In this work, we investigate generalized reaction-diffusion models with superdiffusion, namely the Brusselator model and the model with cubic nonlinearity. These mathematical models that we consider are

the standard models with the only exception that the classical Laplacians are replaced by the fractional operators that reflect nonlocal behavior of superdiffusion.

### Brusselator model with superdiffusion. Linear stability analysis

We consider the well-known reaction-diffusion model Brusselator [23], in which the classical spatial differential operators are replaced by their fractional analogues

$$\begin{aligned}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} &= D_1 \Delta^\alpha u(x,t) + A - (B+1)u + u^2 v, \\ \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} &= D_2 \Delta^\alpha v(x,t) + Bu - u^2 v.\end{aligned}\quad (1)$$

The system (1) must be completed by the following conditions on the boundaries:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad (2)$$

or periodic boundary conditions

$$\begin{aligned}u|_{x=0} &= u|_{x=L}, \quad v|_{x=0} = v|_{x=L}, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} &= \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=L}, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=L},\end{aligned}\quad (3)$$

where  $u = u(x,t)$  is an activator variable and  $v = v(x,t)$  is inhibitor one;  $D_1, D_2$  are diffusion coefficients;  $A, B$  are external bifurcation parameters;  $x \in [0, L]$  is a space coordinate;  $t$  is a time;  $\alpha$  is the exponent of fractional operator. Besides,  $1 < \alpha < 2$ , in other words the system of equation (1) describes the case when the diffusion exhibits anomalous character, namely the diffusion process passes faster than the normal diffusion.

We consider the fractional derivative in the form [16–18]

$$\frac{\partial^\alpha f(x,t)}{\partial x^\alpha} = -\frac{1}{2 \cos(\pi\alpha/2)} \left[ D_+^\alpha f(x,t) + D_-^\alpha f(x,t) \right],$$

where for  $1 < \alpha < 2$

$$D_+^\alpha f(x,t) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{d^2}{dx^2} \int_{-\infty}^x \frac{f(\xi,t)}{(x-\xi)^{\alpha-1}} d\xi, \quad D_-^\alpha f(x,t) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \frac{d^2}{dx^2} \int_x^\infty \frac{f(\xi,t)}{(\xi-x)^{\alpha-1}} d\xi,$$

or in a form defined by its action in Fourier space  $F\left[\frac{\partial^\alpha f}{\partial x^\alpha}\right](k) = -k^\alpha F[f](k)$ .

Then the fractional Laplacian  $\Delta^\alpha$  are replaced by such operator [15]

$$\Delta^\alpha \equiv -(-\Delta)^{\alpha/2} \quad (1 < \alpha < 2),$$

or, using Fourier transform

$$F[\Delta^\alpha f](\mathbf{k}) = -\mathbf{k}^\alpha F[f](\mathbf{k}),$$

where  $(-\Delta)^{\alpha/2}$  is Riesz derivative [15] and  $\Gamma(2-\alpha)$  is the Gamma function.

It should be noted that in the case  $\alpha = 2$ , we'll obtain the standard Brusselator model [23].

The spatially homogeneous and stationary solution of the system (1) with the boundary conditions (2) or (3) is obtained as solution of the system of algebraic equations

$$A - (B+1)u + u^2v = 0,$$

$$Bu - u^2v = 0.$$

So the critical point of the system (1) corresponding to a homogeneous stationary solution, is

$$u_s = A, \quad v_s = \frac{B}{A}.$$

If we consider the deviation of the solution from the critical point

$$U = u - A, \quad V = v - \frac{B}{A},$$

then as a result, we obtain

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= D_1 \Delta^\alpha U + (B-1)U + U^2V + \frac{B}{A}U^2 + 2AUV + A^2V, \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= D_2 \Delta^\alpha V - BU - U^2V - \frac{B}{A}U^2 - 2AUV - A^2V. \end{aligned} \quad (4)$$

The critical point is now given by  $U = V = 0$ . Stability of homogeneous stationary solution of the system can be analyzed by linearization of the system nearby this solution. So we decompose the nonlinear functions in the right sides of system (4) into Taylor series nearby the critical point  $U = V = 0$ .

Then the system can be transformed to a linear system which has the form

$$\frac{\partial \mathbf{u}(x,t)}{\partial t} = \overset{\frown}{F}(u) \mathbf{u}(x,t), \quad (5)$$

$$\text{where } \mathbf{u}(x,t) = \begin{pmatrix} U(x,t) \\ V(x,t) \end{pmatrix}, \quad \overset{\frown}{F}(u) = \begin{pmatrix} D_1 \Delta^\alpha + B - 1 & A^2 \\ -B & D_2 \Delta^\alpha - A^2 \end{pmatrix}.$$

Here,  $\overset{\frown}{F}(u)$  is Frechet derivative.

If we substitute the solution in such a form

$$\mathbf{u}(x,t) = \begin{pmatrix} U(x,t) \\ V(x,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \end{pmatrix} e^{\lambda t + ikx} \quad (6)$$

into the linear system (5), then we obtain the characteristic equation for determine eigenvalues  $\lambda$

$$\det |F - \lambda I| = 0,$$

where  $F = \begin{pmatrix} -D_1 k^\alpha + B - 1 & A^2 \\ -B & -D_2 k^\alpha - A^2 \end{pmatrix}$  is a matrix determined by the operator  $\overset{\frown}{F}$ , or explicitly

$$\lambda^2 - [B - 1 - A^2 - (D_1 + D_2)k^\alpha] \lambda + A^2 + [D_1 A^2 - D_2 (B - 1)] k^\alpha + D_1 D_2 k^{2\alpha} = 0.$$

Here  $k$  is a wave number.

The eigenvalues are

$$\lambda_{1,2} = \frac{\text{tr}F \pm \sqrt{\text{tr}^2 F - 4 \det F}}{2},$$

where  $\text{tr}F = B - 1 - A^2 - (D_1 + D_2)k^\alpha$  is a trace of matrix  $F$ ;

$\det F = A^2 + [D_1 A^2 - D_2 (B - 1)] k^\alpha + D_1 D_2 k^{2\alpha}$  is its determinant.

If  $\text{tr}F = 0$  on condition that  $\det F > 0$ , we obtain the critical value of the parameter  $B_{cr}$

$$B_{cr} = 1 + A^2 + (D_1 + D_2)k^\alpha. \quad (7)$$

New solutions that can exist above the curve of neutral stability will be oscillating with natural frequency determined by imaginary part of eigenvalue. However, these solutions will be characterized by trivial space dependence since in this case the first unsteady mode will be excited when  $k=0$ . This is the conditions of Hopf bifurcation.

It will be a different situation if the characteristic equation will have real roots. In this case the condition of neutral stability will have the simply form  $\lambda=0$ . Thus, we have

$$\det F = A^2 + [D_1 A^2 - D_2 (B-1)] k^\alpha + D_1 D_2 k^{2\alpha} = 0.$$

As a result, neutral stability curve can be written in the form

$$B = \frac{1}{k^\alpha} (1 + D_1 k^\alpha) \left( \frac{A^2}{D_2} + k^\alpha \right). \quad (8)$$

This is the condition of Turing stability boundary. In this case, one can observe the mechanism of the genesis of own wave length in the system, i.e. there is a spatial symmetry breakdown.

### The reaction–diffusion model with cubic nonlinearity

We investigate the effect of anomalous diffusion on pattern formation also in the reaction-diffusion model with cubic nonlinearity

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} &= D_1 \Delta^\alpha u(x,t) + u - \frac{1}{3} u^3 - v, \\ \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} &= D_2 \Delta^\alpha v(x,t) + u - v + A. \end{aligned} \quad (9)$$

Under the boundary conditions (2) or (3) the spatially homogeneous and stationary solution exists in the system (9) which has such a form

$$u_s = \sqrt[3]{-3A}, \quad v_s = \sqrt[3]{-3A} + A.$$

We rewrite the system of equations (9) in terms of the deviation of the solution from the critical point by introducing

$$U = u - \sqrt[3]{-3A}, \quad V = v - \sqrt[3]{-3A} - A.$$

Thus, we get

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= D_1 \Delta^\alpha U + (1 - \sqrt[3]{9A^2})U - V + \sqrt[3]{3A}U^2 - \frac{1}{3}U^3, \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= D_2 \Delta^\alpha V + U - V. \end{aligned} \quad (10)$$

We carry out linearization of the system (10) nearby the homogeneous stationary solution  $U = V = 0$ . As a result, we obtain

$$\frac{\partial \mathbf{u}(x,t)}{\partial t} = \mathbf{F}(u) \mathbf{u}(x,t), \quad (11)$$

$$\text{where } \mathbf{u}(x,t) = \begin{pmatrix} U(x,t) \\ V(x,t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}(u) = \begin{pmatrix} D_1 \Delta^\alpha + 1 - \sqrt[3]{9A^2} & -1 \\ 1 & D_2 \Delta^\alpha - 1 \end{pmatrix}.$$

The dispersion relation is

$$\begin{aligned} \lambda^2 + M_1 \lambda + M_2 &= 0, \\ M_1 &= \sqrt[3]{9A^2} + (D_1 + D_2) k^\alpha, \end{aligned}$$

$$M_2 = \sqrt[3]{9A^2} + \left[ D_1 - \left(1 - \sqrt[3]{9A^2}\right) D_2 \right] k^\alpha + D_1 D_2 k^{2\alpha}.$$

We are particularly interested in the Turing stability boundary, which corresponds to  $\lambda = 0$ . Then the neutral stability curve can be written in the form

$$A = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\left( \frac{D_2 k^\alpha - D_1 k^\alpha - D_1 D_2 k^{2\alpha}}{1 + D_2 k^\alpha} \right)^3}. \quad (12)$$

The curve has a single minimum  $(A_{cr}, k_{cr})$ :

$$A_{cr} = \frac{1}{3} \left[ 1 + \frac{D_1}{D_2} - 2 \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \right]^{3/2}, \quad k_{cr} = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{\sqrt{D_1 D_2}} - \frac{1}{D_2} \right]^{1/\alpha}.$$

In conclusion, we obtain the Turing instability threshold  $A_{cr}$  and also the critical value of the wave number  $k_{cr}$ , which depends on exponent  $\alpha$ .

### Numerical simulations

Systems of equations (1), (9) have been reduced to the corresponding systems of ordinary differential equations. For that we considered an analytical grid with nodes at the points  $x_i = (i-1)h$ ,  $h = L/(N-1)$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Fractional derivatives were approximated using schemes based on Grünwald-Letnikov and Riemann-Liouville definitions for  $1 < \alpha < 2$  [24].

As a result for Riesz fractional derivative we have obtained such formula:

$$\Delta^\alpha U_i \approx -\frac{1}{2 \cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)} \left( \sum_{k=0}^{i+1} c_k U_{i-k+1} + \sum_{k=0}^{i+1} c_k U_{i+k-1} \right),$$

where  $c_0 = \frac{1}{h^\alpha}$ ,  $c_k = c_{k-1} \cdot \left(1 - \frac{1+\alpha}{k}\right)$ ,  $k = 1, 2, 3, \mathbf{K}$ .

The results of numerical simulations are shown below.

Figure 1 presents characteristic view of dissipative structures for the system (1) for  $A=1$ ,  $B=3$ ,  $D_1=0.04$ ,  $D_2=1$ ,  $\alpha=2$ , i.e. for derivative of integer order  $\alpha=2$ . In figure 2 we can see characteristic view of dissipative structures for fractional derivative, namely for  $\alpha=1.5$ .

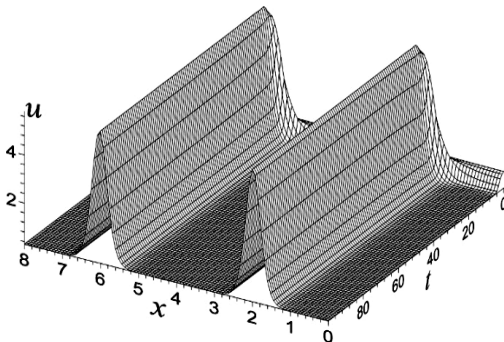


Fig. 1. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 2$   
(the Brusselator model)

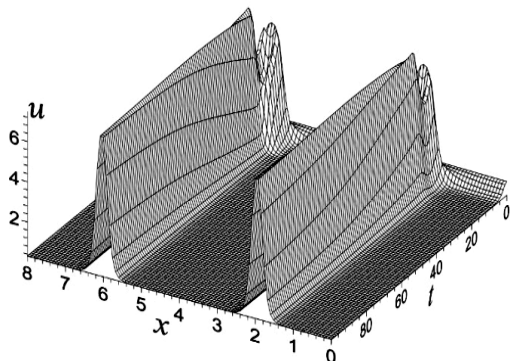


Fig. 2. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 1.5$   
(the Brusselator model)

With decreasing  $\alpha$  without changing other parameters we can observe qualitative change of nonlinear dynamics of dissipative structures (fig. 3 for  $\alpha = 1.3$ , fig. 4 for  $\alpha = 1.01$ ).

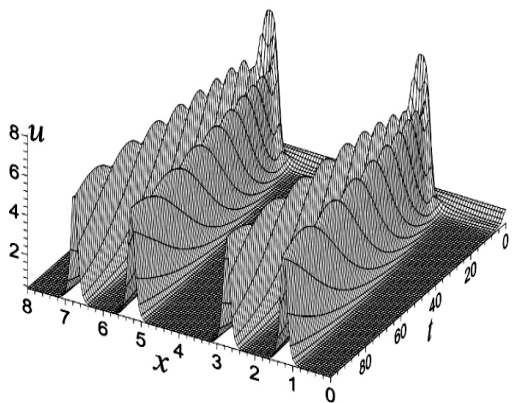


Fig. 3. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 1.3$   
(the Brusselator model)

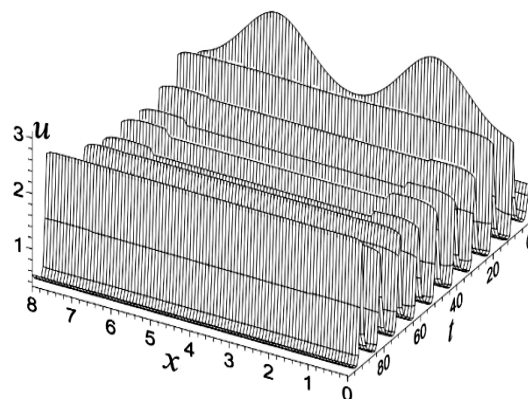


Fig. 4. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 1.01$   
(the Brusselator model)

Figs. 5 and 6 illustrate dissipative structures for the system (9), i.e. for the model with cubic nonlinearity for  $A = -0.02$ ,  $D_1 = 0.04$ ,  $D_2 = 1$ . Fig. 5 corresponds to the case of derivative of integer order  $\alpha = 2$ , while fig. 6 presents the results for fractional derivative of order  $\alpha = 1.5$ .

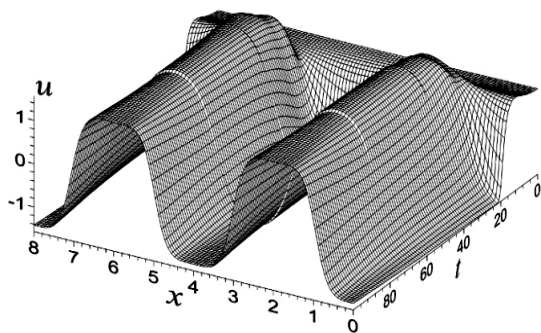


Fig. 5. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 2$   
(the model with cubic nonlinearity)

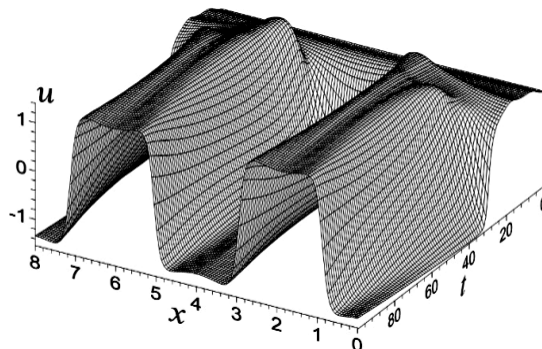


Fig. 6. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 1.5$   
(the model with cubic nonlinearity)

The decrease of  $\alpha$ , in particular, for  $\alpha = 1.2$  (fig. 7) and for the value close to unity  $\alpha = 1.01$  (fig. 8) without changing other parameters, leads to qualitative change of dissipative structures.

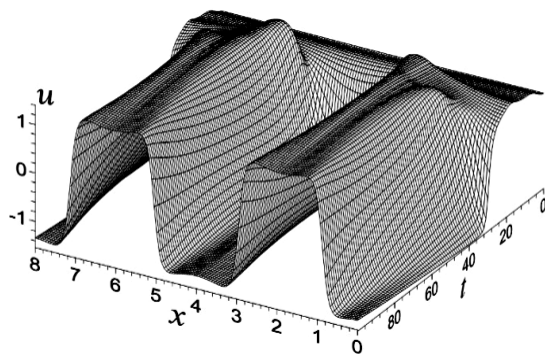


Fig. 7. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 1.2$   
(the model with cubic nonlinearity)

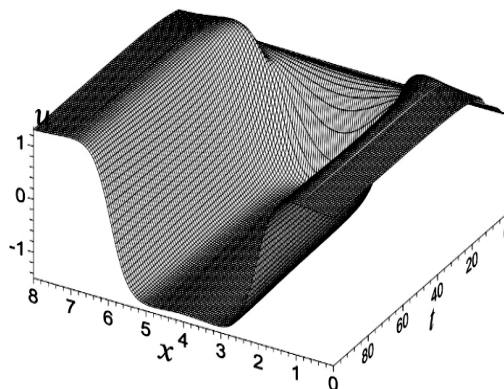


Fig. 8. Dynamics of variable  $u$  for  $\alpha = 1.01$   
(the model with cubic nonlinearity)

The obtained results of numerical simulations have been shown that decrease of order of fractional derivative, i.e. when the level of anomalous diffusion  $\alpha < 2$  is essential, the qualitatively different types of spatio-temporal dynamics can occur in considered systems.

### Conclusions

The nonlinear dynamics in generalized reaction-diffusion systems, namely in the Brusselator model and the model with cubic nonlinearity, in which the classical Laplacians are replaced by their fractional analogues, have been investigated. In these systems the fractional operator reflects the nonlocal behavior of superdiffusion. The linear stability analysis has been carried out. We have also determined the instability conditions of both Hopf and Turing.

We have obtained spatio-temporal patterns the occurrence of which is due to the properties of fractional operator of superdiffusion. It was shown that a decrease of order of fractional derivative i.e., when the level of anomalous diffusion is essential, the qualitatively different types of spatio-temporal nonlinear dynamics can occur in these systems. It was established, in particular, that the wave number depends on the order of fractional derivative.

The self-organization phenomena analyzed in this work can be used for studying nonlinear properties for a wide class of physical, chemical, biological, environmental and other active systems.

1. Fatin-Rouge N., Starchev K., Buffle J. *Size effects on diffusion processes within agarose gels*, *Biophys. J.*, 86 (2004), pp. 2710-2719. 2. Kosztolowicz T., Dworecki K. and Mrówczyński St. *How to Measure Subdiffusion Parameters*, *Phys. Rev. Lett.*, 94 (2005), 170602. 3. M. Weiss, *Stabilizing Turing patterns with subdiffusion in systems with low particle numbers*, *Phys. Rev. E.*, 68 (2003), 036213. 4. F. D. A. Aaro Reis and D. di Caprio, *Crossover from anomalous to normal diffusion in porous media*, *Phys. Rev. E.*, 89 (2014), 062126. 5. Carcione J. M., Sanchez-Sesma F. J., Luzon F. and Gavilan J. J. P. *Theory and simulation of time-fractional fluid diffusion in porous media*, *J. Phys. A: Math. Theor.*, 46 (2013), 345501. 6. S. Fomin, V. Chugunov, and T. Hashida, *Mathematical modeling of anomalous diffusion in porous media*, *Fract. Different. Calc.*, 1, No 1.(2011), pp. 1-28. 7. Farago J., Meyer H., Semenov A. N. *Anomalous Diffusion of a Polymer Chain in an Unentangled Melt*, *Phys. Rev. Lett.*, 107, Issue 17 (2011), 178301. 8. S. C. Weber, J. A. Theriot, A. J. Spakowitz, *Subdiffusive motion of a polymer composed of subdiffusive monomers*, *Phys. Rev. E.*, 82 (2010), 011913. 9. R. Garra, *Fractional-calculus model for temperature and pressure waves in fluid-saturated porous rocks*, *Phys. Rev. E.*, 84 (2011), 036605. 10. D. Roubinet, J.-R. de Dreuzy, D. M. Tartakovsky, *Particle-tracking simulations of anomalous transport in hierarchically fractured rocks*, *Computers & Geosciences*, 50 (2013), pp. 52–58. 11. Carreras B. A., Lynch V. E., Zaslavsky G. M. *Anomalous diffusion and exit time distribution of particle tracers in plasma turbulence model*, *Phys. Plasmas*, 8, Issue 12 (2001), pp. 5096-5103. 12. Priego M., Garcia O. E., Naulin V., Rasmussen J. J. *Anomalous diffusion, clustering, and pinch of impurities in plasma edge turbulence*, *Phys. Plasmas*, 12, Issue 6 (2005), 062312. 13. Krivolapov Y., Levi L., Fishman Sh., Segev M., Wilkinson M. *Super-diffusion in optical realizations of Anderson localization*, *New J. Phys.*, 14 (2012), 043047. 14. Barkai E., Jung Y., Silbey R. *Theory of single-molecule spectroscopy: beyond the ensemble average*, *Annu. Rev. Phys. Chem.*, 55 (2004), pp. 457–507. 15. Samko S. G., Kilbas A. A., Marichev O. I. *Fractional integrals and derivatives, theory and applications*, Gordon and Breach, Amsterdam, 1993 (Engl. Transl. from Russian, Nauka i Tekhnika, Minsk, 1987). 16. Uchaikin V. *Method of fractional derivatives*, Artishok-Press, 2008 (in Russian). 17. Petras I. *Fractional-Order Nonlinear Systems. Modeling, Analysis and Simulation*, Springer, 2011. 18. Podlubny I. *Fractional Differential Equations*, San Diego: Acad. Press, 1999. 19. Datsko B. Y., Gorak M. M., Izmaylova Y. Y., Meleshko V. V. *Dissipative structures in fractional reaction-diffusion systems*, *Appl. problems of mech. and math.*, 3 (2005), pp. 107-113. 20. Gafiychuk V., Datsko B., Meleshko V., Blackmore D. *Analysis of the solutions of coupled nonlinear fractional reaction-diffusion equations*, *Chaos, Solitons and Fractals*, 41, Issue 3 (2008), pp. 1095-1104. 21. Datsko B., Gafiychuk V. *Complex nonlinear dynamics in subdiffusive activator-inhibitor systems*, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 17, Issue 4 (2012), pp. 1673-1680. 22. Golovin A. A.,



Matkowsky B. J., and Volpert V. A. Turing pattern formation in the Brusselator model with superdiffusion, *J. Appl. Math.*, 69, No. 1 (2008), pp. 251-272. 23. Nicolis G., Prigogine I. *Self-organization in Non-equilibrium Systems*, Wiley, New York, 1977. 24. Oldham K.B., Spanier J. *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*, New York: Acad. Press, 1974.

УДК 519-866

О. Трофимчук<sup>1</sup>, П. Бідюк<sup>2</sup>, О. Кожухівська<sup>3</sup>, А. Кожухівський<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАНУ

<sup>2</sup>Інститут прикладного системного аналізу НТУУ “КПІ”

<sup>3</sup>Черкаський державний технологічний університет,  
кафедра інформатики та інформаційної безпеки

## ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНІ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В СИСТЕМАХ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

© Трофимчук О., Бідюк П., Кожухівська О., Кожухівський А., 2015

Ринок систем підтримки прийняття рішень (СППР) пропонує численні системи різного функціонального призначення і їх кількість постійно збільшується. Для подальшого поліпшення якості рішень, що приймаються за допомогою СППР, необхідно впроваджувати нові методи побудови математичних моделей, прогнозування та генерування альтернатив з використанням сучасних інформаційних технологій. Розроблено узагальнену процедуру побудови математичних моделей та оцінювання прогнозів на їх основі, сформовано послідовність дій стосовно обробки можливих невизначеностей під час моделювання і запропоновано методи врахування невизначеностей ймовірно-статистичного характеру у процесі побудови моделей, а також розглянуто ілюстративний приклад зменшення рівня невизначеності.

Ключові слова: математичне моделювання і прогнозування, ймовірно-статистичні невизначеності, байєсівський підхід до моделювання, врахування невизначеностей, системи підтримки прийняття рішень.

Available on the market decision support systems (DSS) provide a possibility for solving of a wide range of problems in various directions of human activities. To further enhance quality of decision making it is necessary to develop new methods and approaches to model constructing and decision making in the frames of modern concepts of DSS development using available information technologies.

The main objective of this study is in solving of the following problems: development of the general procedure for model constructing and decision alternatives generation using statistical or experimental data and expert judgments in the frames of DSS; development of procedure for processing possible probabilistic and statistical uncertainties in the model constructing process and forecasts estimating; to review some approaches to taking into consideration possible probabilistic and statistical uncertainties and to give an illustrative example for uncertainty reducing.

To develop DSS for modeling dynamic processes in various areas of human activities and forecasts estimation on the basis of these models we propose to use the following system analysis principles: hierarchical architecture, identification and taking into consideration of

possible uncertainties, tracking of all the stages of model constructing and forecasts estimating with separate sets of statistical quality criteria etc. An analysis is provided for selecting possible methods and techniques for taking into consideration statistical and probabilistic types of uncertainties identified in the process of data processing. The set of methods proposed for decreasing the negative influence of uncertainties are as follows: Kalman filters of various modifications, nonparametric regression, static and dynamic Bayesian networks, Bayesian regression, and hierarchical Bayesian modeling. The set of modern Kalman filtering techniques provides a possibility for taking into consideration an influence of external stochastic disturbances, measurement errors (noise), and estimation of non-measurable variables in the frames of linear and non-linear models. Estimation of non-measurable variables is possible when appropriate elements of covariance matrix for estimation errors have nonzero values. Nonparametric and Bayesian regressions have the features of modeling various probability distributions besides normal that are characteristic for specific cases. Such approach provides a possibility for reducing uncertainties that appear due to the use of incorrect probability distributions for model variables and its parameters. Static and dynamic Bayesian networks are a powerful probabilistic and statistical tool for modeling high dimensional processes and systems that are characterized by quantitative and qualitative variables, parametric uncertainty, expert judgments, hidden variables and unknown (unidentified) cause-and-effect relations. Their field of applications is very wide and continues to grow. The hierarchical Bayesian modeling reflects availability of parametric dependences at different levels of a complex system model. Such models provide more correct insight into hierarchical links and dependences in the frames of a system under investigation and consequently such models are more adequate to real world. Generally the set of Bayesian models provides many mentioned above possibilities for handling the uncertainties related to model constructing, forecasts estimating, and generating decision alternatives that could be rather easily implemented in the frames of intellectual DSS.

The main result of the study is in development of system analysis based theory for building modern DSS helping to construct mathematical models, estimate forecasts and compute decision alternatives using statistical data and expert judgments. High quality of the final result is achieved thanks to identification and taking into consideration of possible probabilistic and statistical uncertainties, and tracking of all computational stages within DSS using several sets of statistical quality criteria. The main attention is paid to application of Bayesian approaches to uncertainties handling. An example is given for reducing parametric model uncertainty with the use of Markov chain Monte Carlo computational procedure for parameter estimation.

Thus, we developed a systemic approach to constructing DSS aiming to forecasting model development and decision alternatives generation in conditions of influence of probabilistic, statistical and parametric uncertainties. The future studies will be directed towards further extension of the number of uncertainty processing techniques and their application to investigation of real life systems and processes.

**Key words:** mathematical modeling and forecasting, probabilistic and statistical uncertainties, Bayesian approach to modeling, uncertainty processing, decision support systems.

### **Вступ**

Системи підтримки прийняття рішень (СППР) знаходять все ширше застосування фактично у всіх галузях людської діяльності завдяки їхнім новим функціональним можливостям стосовно множини можливих аспектів підтримки прийняття рішень. Зокрема, цьому сприяють нові можливості потужних сучасних інформаційних технологій, методів обробки даних та експертних оцінок, методів побудови математичних моделей, оцінювання прогнозів на необхідний часовий горизонт, а також стрімкий розвиток методів генерування альтернативних рішень [1, 2]. У напрямі подальшого розвитку методології побудови та реалізації СППР працює велика кількість учених та

інженерів, зусилля яких спрямовані на розширення функціональності систем, поліпшення якості (точності та корисності) остаточних результатів, підвищення зручності використання систем та введення елементів їх адаптації до користувачів, зменшення строків розроблення та реалізації, розширення можливостей стосовно модифікації та подальшого функціонального розширення наявних систем.

Узагальнена архітектура СППР передбачає наявність таких основних підсистем: підсистема забезпечення взаємодії з оператором або особою, що приймає рішення (ОПР); підсистема обробки даних та експертних оцінок з метою побудови математичних моделей, обчислення оцінок прогнозів та генерування альтернативних рішень, з яких вибирається краще для практичної реалізації; база знань і даних; підсистема представлення проміжних та остаточних результатів користувачеві у зручній для нього формі. Всі етапи обчислень повинні супроводжуватись контролем якості проміжних та остаточних результатів за допомогою відповідних множин статистичних критеріїв якості (критерії якості даних, критерії якості моделей і оцінок прогнозів та критерії якості рішень). СППР надають користувачеві свободу вибору необхідної множини обчислювальних інструментів для розв'язання задач визначеного класу, оперативно розширювати цю множину новими функціями та критеріями, комбінувати результати, отримані за допомогою різних методів, подання проміжні та остаточні результати у зручній для сприйняття формі, формувати спеціалізовані бази знань і даних тощо.

Розроблено узагальнену системно орієнтовану методологію проектування СППР з функціями ідентифікації та врахування можливих невизначеностей, які негативно впливають на отримувані результати.

### **Постановка задачі**

Мета роботи полягає у розв'язанні таких задач: розроблення загальної процедури побудови моделі, оцінювання прогнозу та генерування альтернативних рішень з використанням СППР; сформулювати послідовність дій стосовно обробки невизначеностей під час побудови моделей та оцінювання прогнозів; проаналізувати можливі типи невизначеностей, які можуть бути враховані під час розроблення СППР для обробки даних з метою оцінювання прогнозів та формування альтернативних рішень; запропонувати методи врахування невизначеностей ймовірнісно-статистичного характеру у процесі побудови моделей і розглянути ілюстративний приклад зменшення рівня невизначеності.

### **Процедура побудови моделі, оцінювання прогнозу та генерування альтернативних рішень за допомогою СППР**

СППР надає ефективну допомогу користувачеві, якщо вона забезпечує таку послідовність виконання дій (функцій), яка максимально наближається до характеру мислення ОПР під час розв'язування задач прийняття рішень [2]. Узагальнену процедуру побудови моделі, оцінювання прогнозу та генерування альтернативних рішень з використанням СППР подано на рис. 1.

Що особливо характерно для системного підходу до проектування СППР такого типу – це використання критеріїв якості даних, якості (адекватності) моделі, яка будується за статистичними (експериментальними) даними, якості оцінок прогнозів, що обчислюються за моделлю, та якості рішень, що приймаються з використанням оцінок прогнозів. У процесі побудови математичної моделі досліджуваного процесу, як правило, оцінюють кілька кандидатів, з яких вибирають найкращу модель за множиною відповідних критеріїв. Хоча у цьому випадку остаточний вибір моделі повинен виконуватись після обчислення оцінок прогнозів, оскільки саме якість оцінок прогнозів – це остаточна характеристика якості моделі. Імітаційним моделюванням можна оцінити якість альтернативних рішень-кандидатів, які можуть бути згенеровані на основі моделі та оцінок прогнозів. Отже, аналіз якості результатів проміжних обчислень забезпечить належну якість остаточного результату, тобто вибраного рішення.

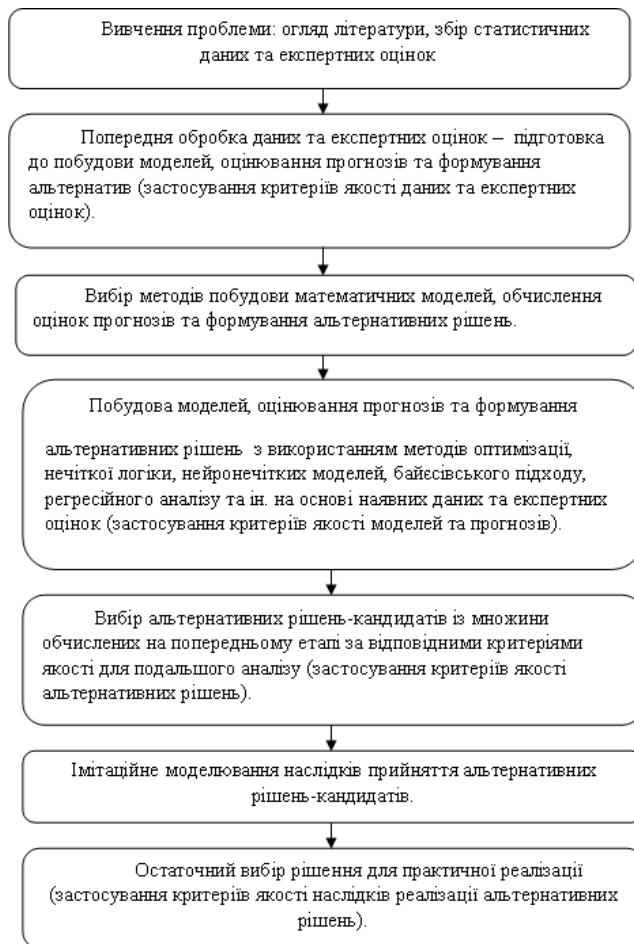


Рис. 1. Узагальнена процедура побудови моделі, оцінювання прогнозу та генерування альтернативних рішень з використанням СППР

### Невизначеності даних, моделей та оцінок прогнозів

Практика створення СППР для розв’язання задач математичного моделювання, оцінювання прогнозів і прийняття рішень на їх основі свідчить про те, що системи такого типу необхідно проектувати і реалізовувати з використанням принципів системного аналізу [3]. Зокрема, це такі: ієрархічність, функціональна повнота, адаптивність до даних і користувача, ідентифікація і врахування невизначеностей, контроль всіх етапів обчислювального процесу за допомогою окремих множин статистичних критеріїв якості тощо. Надалі вважатимемо, що у процесі побудови моделей за статистичними даними, оцінювання прогнозів на основі створених моделей та генерування альтернативних рішень виникають ймовірно-статистичні, структурні і параметричні невизначеності. Послідовність виявлення, обробки та врахування невизначеностей подана на рис. 2. Всі згадані задачі можна успішно розв’язати за допомогою належно спроектованої та реалізованої СППР.

Означення визначеності та невизначеності подано у багатьох роботах, зокрема в роботі [4]: “Визначеність – це умова стосовно отримання всіх знань, необхідних для вибору такого напрямку руху, який приведе до найбільш прийняттого результату”. На основі цього означення формулюється невизначеність: “Невизначеність для особи, що приймає рішення, визначається різницею між визначеністю та поточним станом інформації, наявної для прийняття рішення”.

Вважатимемо, що невизначеності – це фактори, що негативно впливають на весь процес побудови математичної моделі, оцінювання прогнозів та формування альтернативних рішень. Їх поява зумовлена неповнотою та неточністю наших знань стосовно досліджуваного процесу чи об’єкта або некоректним вибором та застосуванням обчислювальних процедур тощо.

Невизначеності можуть бути зумовлені неповнотою даних та похибками (шумами) вимірів, наявністю впливу негативних випадкових збурень на функціонування досліджуваних об'єктів, неправильною оцінкою структури моделі або вибором типу ймовірнісних розподілів під час її побудови або ж неправильним вибором методу оцінювання параметрів моделі.



Рис. 2. Послідовність ідентифікації та обробки невизначеностей під час побудови моделей та оцінювання прогнозів

Задача ідентифікації невизначеностей даних розв'язується за допомогою спеціальних тестів та візуального дослідження даних. Деякі методи зменшення невизначеностей ймовірнісно-статистичного характеру розглянуто нижче. Рекомендації стосовно зменшення впливу невизначеностей структури і параметрів моделі потребують окремого аналізу. Невизначеності, пов'язані з даними та моделями, впливають на якість остаточного результату – оцінок прогнозів та рішень, які приймаються на їх основі. Послідовне зменшення впливу невизначеностей різного характеру і природи надає можливість суттєво покращити якість остаточних результатів [5].

### Урахування невизначеностей ймовірнісно-статистичного типу

До невизначеностей статистичного типу зарахуємо такі: невизначеність стосовно типу розподілу даних та випадкових збурень, що діють на досліджувані процеси; наявність пропусків даних та великих імпульсних (екстремальних) значень у вибірках, що використовуються для побудови моделей процесів; наявність шумів (похибок) вимірів; наявність прихованих (невимірюваних) змінних; вплив коротких вибірок на якість моделей та оцінок прогнозів, обчислених на їх основі; недостатня інформативність даних; наявність різких стрибкоподібних змін у рядах даних (зміна режиму функціонування процесу). Останній ефект можна віднести також до випадкових структурних змін даних. Розглянемо деякі інструменти боротьби з невизначеностями статистичного характеру.

**Фільтри Калмана.** Зменшити негативний вплив зовнішніх випадкових збурень та похибок вимірів можна завдяки застосуванню належної модифікації оптимального адаптивного фільтра Калмана. За допомогою адаптивного фільтра можна оцінити деякі невідомі параметри математичної моделі процесу (об'єкта) у просторі станів (ПС) і скористатись цими оцінками для уточнення математичної моделі та підвищення ступеня її адекватності. Сьогодні використовуються декілька модифікацій оптимальних фільтрів залежно від постановки задачі дослідження [6]. Фільтри використовують також для оцінювання значень невимірюваних (прихованих) змінних завдяки наявності ненульових значень відповідних (недіагональних) компонент коваріаційних матриць похибок оцінок вектора стану моделі. Отже, оптимальні фільтри – це корисний

статистичний інструмент для згладжування даних, урахування впливу випадкових збурень та похибок вимірів, оцінювання невимірюваних компонент вектора стану моделі, а також для короткострокового прогнозування.

**Використання непараметричної регресії.** Відомо, що для розв'язання задачі моделювання і прогнозування процесів довільної природи широко використовуються лінійні за параметрами математичні моделі або нелінійні стосовно змінних (лінійна та псевдолінійна регресія). Однак на використання лінійних і псевдолінійних моделей та методу найменших квадратів (МНК) для їх оцінювання накладаються доволі жорсткі умови, а саме:

- основна (залежна) змінна повинна мати нормальний розподіл з обмеженою постійною дисперсією:

$$\{y(k) \sim N(\bar{y}, s_y^2), s_y^2 = \text{const} \leq c, c > 0;$$

- випадковий процес у правій частині моделі  $e(k)$  – це послідовність некорельованих однаково розподілених значень з нульовим середнім:

$$E[e(k)e(l)] = \begin{cases} s_e^2, & k=l; \\ 0, & k \neq l; \end{cases} \quad E[e(k)] = 0, \quad k=0,1,2,\dots; \quad l=0,1,2,\dots$$

- випадковий процес  $e(k)$  не повинен бути корельованим із минулими значеннями основної

$$\text{змінної: } E[e(k)y(k-l)] = \begin{cases} s_e^2, & k=l; \\ 0, & k \neq l. \end{cases}$$

У наведених виразах  $E$  – символ математичного сподівання;  $k$  – дискретний час, зв'язаний з реальним неперервним часом  $t$  періодом дискретизації вимірів  $T_s$ :  $t = kT_s$ . Крім того, припускають, що регресори – це детерміновані величини, а пошук «найкращої» структури моделі здебільшого є проблематичним («найкращої» взято у лапки, оскільки будь-яка модель – це апроксимація). Очевидно, що забезпечення згаданих обмежень на процеси далеко не завжди можливе. Загалом можна сказати, що класичний регресійний підхід до моделювання не завжди може забезпечити достатню структурну гнучкість (необхідний ступінь адаптованості до даних) під час побудови математичних моделей, тобто структура моделі характеризується невизначеністю.

Для того щоб зменшити кількість обмежень, під час побудови моделі можна скористатись непараметричною регресією. На відміну від класичної регресії, застосування непараметричної передбачає стохастичність регресорів,  $X_1, X_2, \dots, X_p$ , тобто  $X_i, i=1, \dots, p$  – випадкові змінні, що практично завжди відповідає дійсності. Загальне представлення непараметричної регресії практично таке ж, як і класичної параметричної:

$$y(k) = j[X(k)] + e(k),$$

де  $e(k) = y(k) - j[X(k)]$ ,  $E[e(k)|X(k)] = 0$ , але припущення стосовно цієї моделі дещо інші. По-перше, припускають, що похибка моделі непараметричної регресії залежить від значень регресорів  $X_i$ , а тому тип її розподілу залежить від розподілу регресорів. По-друге, регресори  $X_1, X_2, \dots, X_p$  можуть мати різні розподіли і кількість регресорів може бути довільно великою, тобто  $\dim[X] \gg 2$ . Оцінку функції  $j[x(k)]$  для цієї регресії можна записати так [6]:

$$f_n[x(k)] = \sum_{k=1}^n w_{n,k}(x) y(k),$$

де  $x(k)$  – фактичні незалежні змінні моделі;  $w_{n,k}(x)$  – вагові коефіцієнти, які визначають внесок вимірів основної змінної у значення функції і можуть бути представлені у вигляді:  $w_{n,k}(x) = w_{n,k}(x, X_1, \dots, X_n) \in \mathfrak{R}$ ;  $n$  – кількість вимірів. Значення вагових коефіцієнтів та функції регресії можна оцінити за допомогою індикаторних функцій (partitioning estimate) або ядра Надарая–Уотсона [7]. Отже, застосування непараметричної регресії дає змогу зменшити статистичну невизначеність даних завдяки використанню фактичних розподілів змінних, що автоматично приводить до зниження невизначеності структури моделі.

**Байєсівський підхід.** У СППР часто виникає необхідність побудови моделей у формі розподілів випадкових величин (ВВ). Це можуть бути моделі самих змінних досліджуваного процесу, випадкових збурень та похибок вимірів. Як показано вище, задача визначення типу розподілу виникає також у регресійному моделюванні. У процесі побудови моделей у формі розподілів дискретних випадкових величин кожному значенню присвоюється ймовірність його появи. Сукупність значень ВВ та ймовірностей їх появи утворює розподіл ймовірностей для конкретного випадку. Завдання дослідника – встановити тип розподілу й обчислити оцінки його параметрів. У випадках, коли одночасно аналізуються дві і більше ВВ, виникає задача побудови спільних багатовимірних розподілів. Спільні розподіли дають можливість обчислювати умовні ймовірності, використовуючи відомі процедури нормування там, де це необхідно.

У процесі виконання ймовірнісних розрахунків часто використовується поняття умовної незалежності ВВ:  $P(x, y | v) = P(x | v) P(y | v)$ , де  $x$  і  $y$  – незалежні величини. Дуже корисною властивістю правила (теореми) Байєса  $P(A | B) = P(B | A) P(A) / P(B)$  є те, що задачу визначення умовної ймовірності можна формулювати зворотно: “Якщо подія  $A$  сталася, то яка ймовірність того, що її спричинила подія  $B$ ?”.

Невизначеність ймовірнісного типу, тобто станеться деяка подія чи ні, можна врахувати за допомогою різних ймовірнісних моделей, наприклад, моделей байєсівського типу. Такий підхід відомий у спеціальній літературі як байєсівське програмування (парадигма) [8]. Клас моделей такого типу містить байєсівські мережі (БМ), динамічні байєсівські мережі (ДБМ), байєсівську регресію, ієрархічні байєсівські моделі, байєсівські фільтри, приховані марковські моделі, фільтри Калмана, байєсівські карти (відображення) та деякі інші.

Узагальнена структура байєсівської програми складається з таких елементів (кроків): (1) опис і постановка задачі, у якій ставиться запитання стосовно оцінювання умовної ймовірності: знайти  $P(X_i | D, K_n)$ , де  $X_i$  – цільова змінна (подія), ймовірність значення якої необхідно отримати в результаті застосування деякого вибраного правила формування ймовірнісного висновку; (2) використання експериментальних даних  $D$  і апріорних знань  $K_n$  для оцінювання структури і параметрів моделі конкретного типу; (3) вибір і застосування методу формування ймовірнісного висновку, який повинен дати відповідь на поставлене вище запитання; (4) аналіз якості остаточного результату. Очевидно, що наведена послідовність дій є певною мірою стандартною стосовно моделювання та формування висновку на основі експериментальних (статистичних) даних. Вона природно узгоджується з методами циклічної структурно-параметричної адаптації моделі до нових даних та експертних оцінок. Останні можуть бути корисними, наприклад, для оцінювання типів апріорних розподілів та структури моделі.

Сьогодні все популярнішими стають БМ та ДБМ, які формально можна подати четвіркою компонент:  $N = \langle V, G, P, T \rangle$ . Першою компонентою четвірки є множина змінних моделі  $V$ ; другою – спрямований ациклічний граф  $G$ , вузли якого відповідають випадковим змінним модельованого процесу;  $P$  – спільний розподіл ймовірностей змінних (вершин графа)  $V = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ;  $T$  – таблиці умовних ймовірностей, кількість яких визначається кількістю змінних моделі. Стосовно множини змінних виконується марковська умова, тобто кожна змінна мережі не залежить від усіх інших змінних, за винятком батьківських попередників цієї змінної.

У процесі побудови моделі спочатку ставиться задача обчислення значень взаємної інформації між усіма вершинами (змінними) мережі. Потім необхідно знайти оптимальну структуру мережі з використанням як критерію якості, наприклад, оцінки опису структури мережі мінімальної довжини (ОМД), яка аналізується і оновлюється на кожній ітерації алгоритму навчання. Використання ймовірнісно-статистичних моделей у формі БМ надає такі переваги: модель може містити кількісні та якісні (дискретні та неперервні) змінні одночасно; кількість змінних може бути великою (наприклад, кілька тисяч); для обчислення значень таблиць умовних ймовірностей можна використовувати статистичні дані та експертні оцінки; методика побудови БМ спрямована на виявлення істинних причинно-наслідкових зв'язків між змінними, що забезпечує високий ступінь

адекватності результуючої моделі; структура мережі може доповнюватись моделями інших типів, наприклад, регресійними, моделями на основі м'яких обчислень, нейронними мережами тощо; для обчислення ймовірнісного висновку існує доволі широка множина методів, які можна використовувати у межах знаходження розв'язку однієї задачі. Отже, БМ – це потужний інструмент моделювання процесів (об'єктів) довільної природи в умовах наявності статистично-ймовірнісних та структурних невизначеностей (коли недостатньо інформації для оцінювання структури моделі).

Для зменшення впливу ймовірнісно-статистичних невизначеностей можна скористатись також моделями у формі байєсівської регресії, побудова та використання яких ґрунтуються на аналізі фактичних розподілів змінних і параметрів моделі. Так, проста одновимірна модель парної регресії має вигляд:

$$y(k)|x(k) = b_1 + b_2 x(k) + u(k), \quad k=0,1,\dots, n.$$

Припускають, що значення випадкового процесу  $u_1, \dots, u_n$  – незалежні й можуть мати, наприклад, нормальний розподіл  $\{u(k)\} \sim N(0, s_u^2)$ ; вектор невідомих параметрів складається з трьох елементів:  $q = (b_1, b_2, s_u^2)^T$ . Для вимірів основної змінної  $y = (y_1, \dots, y_n)^T$  та регресора  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  функція правдоподібності (без коефіцієнта пропорційності) має вигляд:

$$L(y|x, b_1, b_2, s_u) = \frac{1}{s_u^N} \exp \left\{ -\frac{1}{2s_u^2} \sum_{k=1}^N [y(k) - b_1 - b_2 x(k)]^2 \right\}.$$

За умови прийняття спрощених (неінформативних) апріорних розподілів стосовно невідомих параметрів у вигляді:

$$\begin{aligned} g(b_1, b_2, s_u) &= g_1(b_1) g_2(b_2) g_3(s_u), \\ g_1(b_1) &\propto \text{const}, \\ g_2(b_2) &\propto \text{const}, \\ g_3(s_u) &\propto 1/s_u, \end{aligned}$$

де  $\propto$  – символ пропорційності, за теоремою Байєса можна знайти спільну апостеріорну щільність у вигляді [8]:

$$\begin{aligned} h(b_1, b_2, s_u | x, y) &\propto \frac{1}{s} \frac{1}{s^N} \exp \left[ -\frac{1}{2s^2} \sum_{k=1}^N (y(k) - b_1 - b_2 x(k))^2 \right], \\ -\infty &< b_1, b_2 < +\infty, \quad 0 < s_u < \infty. \end{aligned}$$

Оцінки параметрів моделі за методом максимальної правдоподібності визначаються так:

$$\hat{b}_1 = \bar{y} - \hat{b}_2 \bar{x}; \quad \hat{b}_2 = \frac{\sum_{k=1}^N [x(k) - \bar{x}][y(k) - \bar{y}]}{\sum_{k=1}^N [x(k) - \bar{x}] \sum_{k=1}^N [y(k) - \bar{y}]},$$

де  $\bar{x} = N^{-1} \sum_{k=1}^N x(k)$ ,  $\bar{y} = N^{-1} \sum_{k=1}^N y(k)$ , а незміщена оцінка дисперсії випадкового процесу обчислюється за виразом:

$$\hat{s}_u^2 = s^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{b}_1 - \hat{b}_2 x(k)].$$

Спільна апостеріорна щільність для параметрів моделі відповідає двовимірному розподілу Стюдента:

$$\begin{aligned} h_1(b_1, b_2 | y, x) &\propto \left\{ (N-2)s^2 + N(b_1 - \hat{b}_1)^2 + (b_2 - \hat{b}_2)^2 \sum_{k=1}^N x(k)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2(b_1 - \hat{b}_1)(b_2 - \hat{b}_2) \sum_{k=1}^N x(k) \right\}^{-0,5N}. \end{aligned}$$



Отже, можна виконувати уточнення розподілів змінних і параметрів моделі, що сприяє підвищенню її ступеня адекватності. На основі відомого нового спостереження  $x^*$  та апіорної інформації стосовно моделі можна знайти прогнозний інтервал для основної змінної  $y^*$ :

$$p(y^* | x^*) = \iiint L(y^* | x^*, b_1, b_2, s) h(b_1, b_2, s | x, y) db_1, db_2, ds.$$

**Ієрархічне байєсівське моделювання.** Ієрархічне моделювання – це підхід до побудови складних моделей, що ґрунтується на побудові множини простих умовних розподілів, які утворюють одну модель. Він природно поєднується з теорією формування байєсівського ймовірнісного висновку за допомогою сучасних числових методів байєсівських обчислень [9, 10]. Ієрархічні моделі належать до класу маргінальних моделей (тобто остаточною результатом є розподіл  $P(y)$ , де  $\mathbf{y}$  – наявний вектор даних), які формуються з послідовності умовних розподілів вибраних змінних, серед яких приховані змінні. На рис. 3 подано графічне представлення послідовності умовних моделей для трьох рівнів ієрархії.

Стрілки на рис. 3 вказують на змінні (або параметри), які визначаються за умови, що накладаються попередніми батьківськими змінними. Таке представлення передбачає, що дані  $\mathbf{y}$  розміщуються на першому (нижньому) рівні, а гіперпараметри моделі  $(m, t^2)$  на третьому (верхньому) рівні. Тому стрілки, які вказують на наявні причинно-наслідкові залежності, спрямовані вниз. У цьому прикладі множина параметрів  $q = (q_i, i=1, 2, \dots, n)$ ,  $q_i \sim N(m, t^2)$  другого рівня визначає розподіли  $y_i \sim N(q_i, s^2)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , а параметри розподілу  $\{q_i\}$  визначаються парою  $(m, t^2)$ .

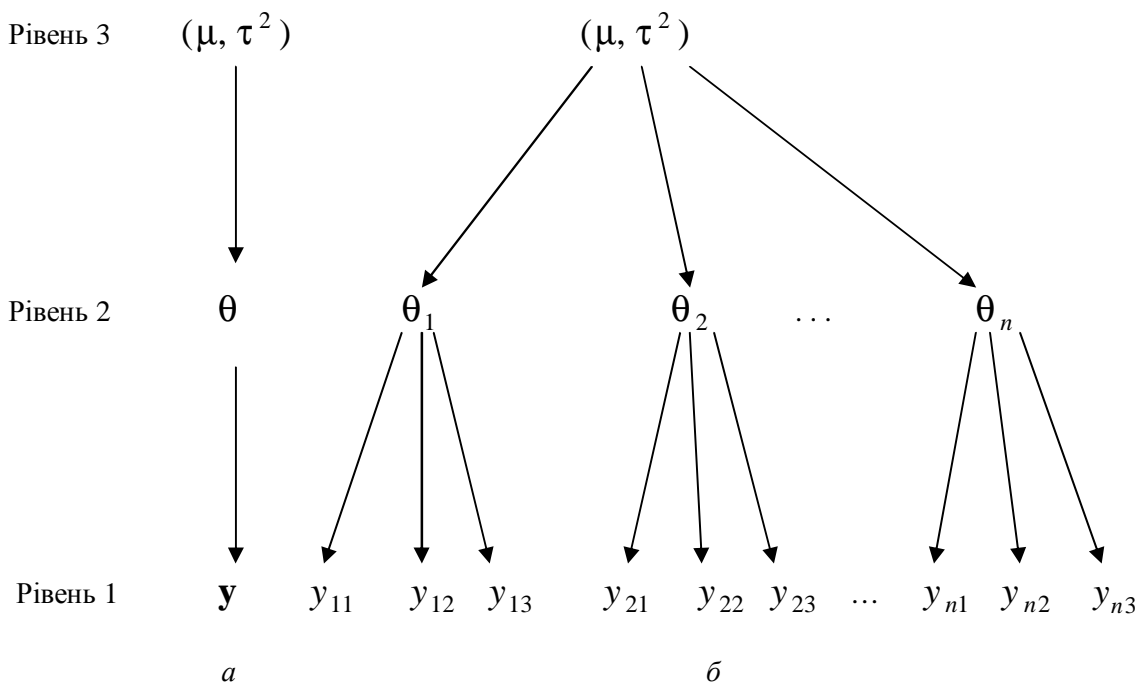


Рис. 3 Графічне представлення послідовності умовних моделей для випадку трьох рівнів ієрархії: а – спрощене подання; б – розширене представлення з ілюстрацією умовної незалежності

Припустимо, що значення параметрів  $s^2$  і  $t^2$  – відомі скінченні величини, а параметр  $m$  невідомий з апіорним розподілом  $p_m$ . Тоді спільну апіорну щільність для  $(q, m)$  можна подати у вигляді:  $p_m(m) \prod_i p_q(q_i | m)$ , а спільний апіорний розподіл для вектора параметрів  $q$  визначається інтегралом по  $m$ :

$$p(\mathbf{q}) = \int p_m(m) \prod_i p_q(q_i | m) d m.$$

Якщо припустити, що  $\mu$  має рівномірний (неінформативний) апіорний розподіл, апостеріорний розподіл для  $q_i$  матиме вигляд [9, 11]:

$$q_i \sim N(\hat{q}_i^0, v_i),$$

$$\text{де } \hat{q}_i^0 = (y_i / s^2 + \bar{y} / t^2) / (1/s^2 + 1/t^2); v_i = s^2 (s^2 / n + t^2) / (s^2 + t^2);$$

$\bar{y} = n^{-1} \sum y_i$  – вибіркове середнє.

**Приклад аналізу ймовірнісно-статистичної невизначеності.** Розглянемо ілюстраційний приклад уточнення значення параметра моделі стаціонарного процесу і зменшення ступеня статистичної невизначеності з використанням байєсівського підходу оцінювання за методом Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ). У цьому випадку ланцюг Маркова першого порядку формується з послідовності значень оцінок невідомого параметра. Процес представлено зашумленою короткою вибіркою зі стандартним відхиленням похибок вимірів  $s_e = 0,15$ ; також припустимо, що  $0 \leq q \leq 1$  (умова стаціонарності процесу). Мета побудови імітаційної моделі полягає у визначенні оцінки параметра апроксимуючої функції  $j(x, k)$ , яка встановлює залежність між вхідною та вихідною змінними:

$$y(x, k) = j(x, k) + e(k), \quad k = 1, \dots, n, \quad \{e(k)\} \sim N(0; 0,0225),$$

де  $n$  – кількість вимірів. Вибіркову щільність для основної змінної виберемо у вигляді:

$$L(y | j(\mathbf{q})) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y - j(\mathbf{q}))^T \Sigma_y^{-1} (y - j(\mathbf{q})) \right\},$$

де  $y = [y(x_1), \dots, y(x_n)]^T$ ;  $j(\mathbf{q}) = [j(x_1, \mathbf{q}), \dots, j(x_n, \mathbf{q})]^T$ ;  $\Sigma_y = I_n 0,15^2$ ;  $I_n$  – одинична матриця відповідної розмірності;  $\propto$  – символ пропорційності, який використовують у випадках, коли права частина потребує додаткового нормування. Для постановки задачі оцінювання у байєсівській формі необхідно вибрати апіорний розподіл для невідомого параметра, тобто  $p(\mathbf{q})$ . Якщо немає інформації стосовно апіорного розподілу, часто приймають, що він рівномірний (неінформативний) у деякому інтервалі значень, наприклад,  $[0, 1]$ . Згідно з правилом Байєса апостеріорний розподіл для  $\mathbf{q}$  можна записати у вигляді:

$$p(\mathbf{q}, y) \propto L(y | j(\mathbf{q})) p(\mathbf{q}) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y - j(\mathbf{q}))^T \Sigma_y^{-1} (y - j(\mathbf{q})) \right\} I.$$

Очевидно, що застосування апіорних інформативних розподілів можливе і корисне за умови наявності відповідної інформації.

Для генерування значень з апостеріорних розподілів часто застосовують належну модифікацію методу МКМЛ, який широко використовують у випадках використання багатовимірних розподілів [10]. Однією з доволі простих процедур є алгоритм Метрополіса:

- 1 – задати початкове значення параметра  $\theta_0$ ;
- 2 – на основі поточного значення  $\theta_i$  згенерувати із симетричного розподілу кандидата на наступну оцінку  $\theta'_{i+1}$ ;
- 3 – обчислити ймовірність прийняття/відхилення згенерованої оцінки  $a = \min \{1, p(\theta'_{i+1} | y) / p(\theta_i | y)\}$ ;

4 – присвоїти наступне значення оцінці параметра:

$$q_{i+1} = \begin{cases} q'_{i+1} & \text{з ймовірністю } a, \\ q_i & \text{з ймовірністю } 1-a; \end{cases}$$

5 – продовжити ітерації до збіжності оцінки.

Критеріями зупинки процесу оцінювання параметрів можуть бути автокореляційні функції послідовності оцінок або вибрані порогові значення стосовно приросту оцінки. Як правило, кількість ітерацій процедури МКМЛ становить  $n = 1000$ ,  $n=2,3,\dots$ . Велику допомогу в розв'язанні задач оцінювання з використанням МКМЛ надає система R, яка є у вільному доступі.

Для обчислення середнього апостеріорного розподілу як оцінки параметра використано 3500 останніх значень з 4500 згенерованих. Отримане значення  $\hat{q} = 0,756$  свідчить про стаціонарність процесу. Послідовність значень оцінок випадкового процесу  $\{\hat{e}(k)\} = \{y(k) - \{j(x, \hat{q})\}$ , обчислених з використанням знайденого значення параметра моделі, має такі характеристики:  $\{\hat{e}(k)\} \sim N(0,3 \cdot 10^{-4}; 0,0149)$ , тобто стандартне відхилення становило 0,122. Отже, апріорно задана стандартним відхиленням невизначеність вимірів ( $s_e = 0,15$ ) зменшилась до  $s_{\hat{e}} = 0,122$ .

Очевидно, що переваги цього методу проявляються під час розв'язування задач оцінювання багатовимірних моделей, тобто оцінювання векторів параметрів у випадках, коли аналітичні процедури застосувати неможливо. У межах методу МКМЛ існує множина підходів до генерування псевдовипадкових послідовностей, які можуть забезпечити належну точність апостеріорних оцінок за прийнятний час обчислень.

### Висновки

У процесі побудови математичних моделей за статистичними (експериментальними) даними є такі три основні види невизначеностей: ймовірнісно-статистичні, структурні й параметричні. Врахування цих невизначеностей можливе завдяки використанню належно спроектованої та реалізованої СППР із застосуванням принципів системного аналізу – ієрархічності, адаптивності, функціональної повноти, аналізу якості результатів обчислень на всіх етапах моделювання і генерування рішень тощо. Процедури ідентифікації та врахування невизначеностей проектуються та реалізуються послідовно згідно з ієрархією процесу обробки даних.

Для обробки та врахування ймовірнісно-статистичних невизначеностей запропоновано множину моделей байєсівського типу, що відомі у спеціальній літературі як байєсівське програмування. Такий підхід забезпечує побудову моделей високого ступеня адекватності в умовах наявності пропусків даних та з використанням в одній моделі числових даних і експертних оцінок, а також в умовах, коли виникають труднощі із встановленням коректних причинно-наслідкових зв'язків між змінними. Крім того, використання у моделях багатовимірних умовних розподілів, що фактично існують на практиці, сприяє подальшому покращенню характеристик моделі та отриманню прийняттого за якістю результату. Ієрархічне моделювання природно поєднується з теорією формування ймовірнісного висновку за допомогою сучасних числових методів байєсівських обчислень. Розглянутий приклад покращення статистичних характеристик моделі свідчить про наявність практично орієнтованих методів зменшення впливу невизначеностей на процес прийняття рішень на основі модельного підходу.

У подальших дослідженнях необхідно розглянути можливості зменшення впливу невизначеностей, пов'язаних із структурою і параметрами математичної моделі, та виконати необхідні обчислювальні експерименти з використанням СППР описаного типу.

1. Holsapple C. W. *Decision support systems: a knowledge – based approach* / C. W. Holsapple, A. B. Whinston. – New York: West Publishing Company, 1996. – 863 p. 2. Burstein F. *Handbook on decision support systems 1: basic themes* / F. Burstein, C. W. Holsapple. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 908 p. 3. Zgurovsky M. Z. *System analysis: theory and applications* / M. Z. Zgurovsky, N. D. Pankratova. – Berlin: Springer-Verlag, 2007. – 447 p. 4. Nikolaidis E. *Engineering design reliability*

handbook / E. Nikolaidis, D. M. Ghiocel, S. Singhal. – New York: CRC Press, 2004. – 1216 p. 5. Wit E. All models are wrong: an introduction to model uncertainty / E. Wit, E. Van den Heuvel, J.-W. Romeijn // *Statistica Neerlandica*. – Vol. 66. – No. 3. – 2012. – P. 217–236. 6. Gibbs B. P. *Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling* / B. P. Gibbs. – Hoboken (New Jersey): John Wiley & Sons Inc., 2011. – 627 p. 7. Györfi L. *Distribution-free theory of nonparametric regression* / L. Györfi, M. Kohler, A. Krzyżak, H. A. Walk. – New York: Springer-Verlag, 2002. – 664 p. 8. Bernardo J. M. *Bayesian theory* / J. M. Bernardo, A. F. M. Smith. – New York: John Wiley & Sons, Ltd, 2000. – 586 p. 9. Press S. J. *Subjective and objective Bayesian statistics* / S. J. Press. – Hoboken: John Wiley & Sons, Ltd, 2003. – 558 p. 10. Bolstad W. M. *Understanding computational Bayesian statistics* / W. M. Bolstad. – Hoboken (New Jersey): John Wiley & Sons, Ltd, 2010. – 334 p. 11. Lindley D. V., Smith A. F. M. *Bayes estimates for the linear model* / D. V. Lindley, A. F. M. Smith // *J. Royal Statist. Soc.* – Vol. 34B. – 1972. – P. 1–41.

УДК 681.5.015:007

Г. Ракитянська

Вінницький національний технічний університет

## РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ НЕЧІТКИХ ЛОГІЧНИХ РІВНЯНЬ У ЗАДАЧАХ ОБЕРНЕНОГО ВИВЕДЕННЯ

© Ракитянська Г., 2015

Розглянуто задачу оберненого логічного виведення на основі багатовимірних нечітких відношень. Запропоновано метод розв'язання систем нечітких логічних рівнянь з розширеною max-min композицією та еквівалентних систем з ієрархічною max-min/min-max композицією. Доведено властивості множини розв'язків таких систем. Задача знаходження множини розв'язків формулюється у вигляді задачі оптимізації, для розв'язання якої використовується генетичний алгоритм. Запропонований підхід ілюструється прикладом технічної діагностики.

**Ключові слова:** обернене логічне виведення, композиційне правило виведення, багатовимірні нечіткі відношення, розв'язання систем нечітких логічних рівнянь.

In this paper the problem of inverse logical inference based on multivariable fuzzy relations is considered. The method for solving systems of fuzzy logical equations with the extended max-min composition and equivalent systems with the hierarchical max-min/min-max composition is proposed. The properties of the solution set for such systems are also proven. The problem of the solution set finding is formulated in the form of the optimization problem which is solved using the genetic algorithm. The proposed approach is illustrated by the example of technical diagnosis.

**Key words:** inverse logical inference, compositional rule of inference, multivariable fuzzy relations, solving systems of fuzzy logical equations.

### Вступ

Широке коло задач, які виникають у техніці, медицині, економіці та інших сферах і потребують відновлення причин за спостережуваними наслідками, належить до класу обернених задач [1]. Зручним інструментом формалізації експертної інформації під час моделювання причинно-наслідкових зв'язків є теорія нечітких множин [2]. Модель об'єкта будується на основі композиційного правила виведення Заде [2], яке зв'яже вхідні та вихідні змінні об'єкта (причини і наслідки) за допомогою матриці нечітких відношень. Задача відновлення входів (причин) формулюється у вигляді оберненого нечіткого логічного виведення і потребує розв'язання системи

нечітких логічних рівнянь, яка описує залежність «входи – виходи». Недостатнє використання оберненого виведення зумовлене відсутністю ефективних алгоритмів розв’язання таких систем.

### Аналіз досліджень та публікацій

Аналітичні методи розв’язання нечітких логічних рівнянь зі спрощеною max-min композицією досліджуються протягом багатьох років [3, 4]. Множина розв’язків такої системи рівнянь визначається єдиним максимальним розв’язком і множиною мінімальних розв’язків [3]. Задача пошуку множини мінімальних розв’язків належить до класу NP-складних [5].

Нечіткі логічні рівняння зі спрощеною max-min композицією розглядаються як нечіткий апроксиматор “один вхід – один вихід” [6]. Обернене виведення на основі багатовимірних нечітких відношень потребує модуляризації системи рівнянь, тобто представлення її у вигляді сукупності підсистем “один вхід – один вихід” з використанням багаторівневого правила виведення [7–9]. Такі структури не застосовують у задачах оберненого виведення, оскільки не досліджено властивості розв’язків багатовимірних нечітких логічних рівнянь.

У [10–12] запропоновано підхід до розв’язання задач оберненого виведення на основі нечітких відношень і правила спрощеної max-min композиції. Задача знаходження розв’язків нечітких логічних рівнянь формулювалась у вигляді задачі оптимізації, для розв’язання якої використовувався генетичний алгоритм. Основні генетичні операції для реалізації пошуку розв’язків визначено у [13]. У роботі [14] цей підхід розвинено для нечітких правил ЯКЦО–ТО.

### Формулювання цілі статті

Метою цієї роботи є узагальнення підходу [10–12] для багатовимірних нечітких відношень. В цьому випадку задача оберненого виведення потребує розв’язання системи нечітких логічних рівнянь з розширеною (агрегаційною) max-min композицією [6] або еквівалентної системи з ієрархічною max-min/min-max композицією [14]. З метою розроблення ефективних алгоритмів розв’язання систем нечітких логічних рівнянь, які описують залежність “входи – виходи”, постає завдання дослідження властивостей розв’язків таких систем, яке і вирішується в цій статті.

### 1. Нечіткі логічні рівняння

Розглядається об’єкт з  $n$  входами і  $m$  виходами. Виходи об’єкта асоціюються зі спостережуваними наслідками (симптомами). Входи відповідають причинам спостережуваних наслідків (діагнозам). Задача оберненого виведення полягає у відновленні причин (входів) за спостережуваними наслідками (виходами). Входи і виходи розглядаються як лінгвістичні змінні, для оцінки яких використано нечіткі терми.

Введемо позначення:  $\{x_1, \dots, x_n\}$  – множина вхідних параметрів,  $x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\{y_1, \dots, y_m\}$  – множина вихідних параметрів,  $y_j \in [\underline{y}_j, \overline{y}_j]$ ,  $j = \overline{1, m}$ ;  $\{c_{i1}, \dots, c_{ik_i}\}$  – множина нечітких термів для оцінки параметра  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\{e_{j1}, \dots, e_{jq_j}\}$  – множина нечітких термів для оцінки параметра  $y_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Множину вхідних і вихідних терм-оцінок перепозначимо так:  $\{C_1, \dots, C_N\} = \{c_{11}, \dots, c_{1k_1}, \dots, c_{n1}, \dots, c_{nk_n}\}$  – множина нечітких причин, де  $N = k_1 + \dots + k_n$ ;  $\{E_1, \dots, E_M\} = \{e_{11}, \dots, e_{1q_1}, \dots, e_{m1}, \dots, e_{mq_m}\}$  – множина нечітких наслідків, де  $M = q_1 + \dots + q_m$ .

Моделювання причинно-наслідкових зв’язків здійснюється за допомогою інтерпретації розширеного (агрегаційного) [6] або ієрархічного [14] композиційного правила виведення.

Взаємозалежність “причини – наслідки” задамо системою матриць нечітких відношень “один вхід – один вихід”  $\mathbf{R}_{ij} \subseteq c_{il} \times e_{jp} = [r_{il, jp}]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $l = \overline{1, k_i}$ ,  $p = \overline{1, q_j}$ , яка еквівалентна

нечіткій матриці відношень “багато входів – багато виходів”  $\mathbf{R} \subseteq C_I \times E_J = [r_{IJ}, I = \overline{1, N}, J = \overline{1, M}]$ . Елемент матриці  $\mathbf{R}$ ,  $r_{IJ} \in [0, 1]$ , характеризує ступінь впливу причини  $C_I$  на виникнення наслідку  $E_J$ .

За наявності матриці  $\mathbf{R}$  залежність “входи – виходи” описується за допомогою розширеного композиційного правила виведення [6]

$$(\mu^{B_1}, \dots, \mu^{B_m}) = (\mu^{A_1}, \dots, \mu^{A_n}) * \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \dots & \mathbf{R}_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{R}_{n1} & \dots & \mathbf{R}_{nm} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де  $(\mu^{A_1}, \dots, \mu^{A_n}) = ((\mu^{c_{11}}, \dots, \mu^{c_{1k_1}}), \dots, (\mu^{c_{n1}}, \dots, \mu^{c_{nk_n}}))$  або  $\mu^C = (\mu^{C_1}, \dots, \mu^{C_N})$  – вектор мір значущостей причин;  $(\mu^{B_1}, \dots, \mu^{B_m}) = ((\mu^{e_{11}}, \dots, \mu^{e_{1q_1}}), \dots, (\mu^{e_{m1}}, \dots, \mu^{e_{mq_m}}))$  або  $\mu^E = (\mu^{E_1}, \dots, \mu^{E_M})$  – вектор мір значущостей наслідків; \* – операція  $(\mathbf{o}, \mathbf{I})$  [6].

Зі співвідношення (1) випливає система нечітких логічних рівнянь

$$\begin{aligned} \mu^{B_1} &= \mu^{A_1} \mathbf{o} \mathbf{R}_{11} \mathbf{I} \dots \mathbf{I} \mu^{A_n} \mathbf{o} \mathbf{R}_{n1} \\ &\dots \\ \mu^{B_m} &= \mu^{A_1} \mathbf{o} \mathbf{R}_{1m} \mathbf{I} \dots \mathbf{I} \mu^{A_n} \mathbf{o} \mathbf{R}_{nm} \end{aligned} \quad (2)$$

З урахуванням того, що в теорії нечітких множин операція  $\mathbf{o}$  асоціюється з max-min, а операції  $\mathbf{I}$  відповідає min, система (2) переписується у вигляді:

$$\mu^{e_{jp}} = \min_{i=1, n} [ \max_{l=1, k_i} (\min(\mu^{c_{il}}, r_{il, jp})) ], \quad j = \overline{1, m}, \quad p = \overline{1, q_j}. \quad (3)$$

Взаємозв'язок «причини – наслідки» може задаватись ієрархічною системою матриць відношень  $\mathbf{V} \subseteq C_I \times P_L = [v_{IL}, I = \overline{1, N}, L = \overline{1, K}]$  і  $\mathbf{W} \subseteq P_L \times E_J = [w_{LJ}, L = \overline{1, K}, J = \overline{1, M}]$ . Елемент матриці  $\mathbf{V}$ ,  $v_{IL} = 1(0)$ , визначає наявність (відсутність) терма  $C_I$  в комбінації причин  $P_L$ . Елемент матриці  $\mathbf{W}$ ,  $w_{LJ} \in [0, 1]$ , характеризує ступінь впливу комбінації причин  $P_L$  на виникнення наслідку  $E_J$ .

За наявності матриць  $\mathbf{W}$  і  $\mathbf{V}$  залежність «входи – виходи» описується за допомогою ієрархічного композиційного правила виведення:

$$\mu^E = \mu^P \mathbf{o} \mathbf{W}, \quad (4)$$

$$\mu^P = \mu^C \bullet \bar{\mathbf{V}}, \quad (5)$$

де  $\mu^P = (\mu^{P_1}, \dots, \mu^{P_K})$  – вектор мір значущостей комбінацій причин  $P_L$ ;  $\bar{\mathbf{V}}$  – матриця інверсних значень ваг термів;  $\mathbf{o} (\bullet)$  – операція max-min (двоїстої min-max) композиції [3, 4].

Зі співвідношень (4) і (5) випливає ієрархічна система нечітких логічних рівнянь

$$\mu^{E_J} = \max_{L=1, K} (\min(\mu^{P_L}, w_{LJ})), \quad J = \overline{1, M}, \quad (6)$$

$$\mu^{P_L} = \min_{I=1, N} (\max(\mu^{C_I}, \bar{v}_{IL})), \quad L = \overline{1, K} \quad (7)$$

або

$$\mu^{E_J} = \max_{L=1, K} (\min(\min_{I=1, N} (\max(\mu^{C_I}, \bar{v}_{IL})), w_{LJ})), \quad J = \overline{1, M}. \quad (8)$$

Задача оберненого логічного виведення формулюється так: за відомими матрицею  $\mathbf{R}$  і нечітким вектором наслідків  $\mu^E$  необхідно знайти нечіткий вектор причин  $\mu^C$ . Знаходження вектора  $\mu^C$  полягає у розв'язанні системи нечітких логічних рівнянь (3) або (8).

## 2. Розв'язання нечітких логічних рівнянь з розширеною max-min композицією

### 2.1. Задача оптимізації

Дотримуючись [10–12], задачу розв'язання системи нечітких логічних рівнянь (3) сформулюємо так. Знайти нечіткий вектор причин  $\mu^C = (\mu^{C_1}, \dots, \mu^{C_N})$ , який задовольняє обмеження  $\mu^{C_l} \in [0, 1]$ ,  $l = \overline{1, N}$ , і забезпечує найменшу відстань між спостережуваними і модельними мірами значущості наслідків системи (3):

$$F_1 = \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^{q_j} \left[ \mu^{e_{jp}} - \min_{i=1, n} \left[ \max_{l=1, k_i} (\min(\mu^{C_{il}}, r_{il, jp})) \right] \right]^2 = \min_{\mu^C}. \quad (9)$$

**Твердження 1.** Система рівнянь (3) має множину розв'язків  $S(\mathbf{R}, \mu^E)$ , яка визначається множиною максимальних розв'язків  $\bar{S}^*(\mathbf{R}, \mu^E) = \{\bar{\mu}_k^C, k = \overline{1, T}\}$ , де кожному розв'язку  $\bar{\mu}_k^C \in \bar{S}^*$  відповідає множина мінімальних розв'язків  $\underline{S}^*(\mathbf{R}, \mu^E) = \{\underline{\mu}_l^C, l = \overline{1, H}\}$ :

$$S(\mathbf{R}, \mu^E) = \bigcup_{\substack{\bar{\mu}_k^C \in \bar{S}^* \\ \underline{\mu}_l^C \in \underline{S}^*}} \bigcup \left[ \underline{\mu}_l^C, \bar{\mu}_k^C \right], \quad l = \overline{1, H}, \quad k = \overline{1, T}, \quad (10)$$

де  $\bar{\mu}_k^C = (\bar{\mu}_k^{C_1}, \dots, \bar{\mu}_k^{C_N})$  і  $\underline{\mu}_l^C = (\underline{\mu}_l^{C_1}, \dots, \underline{\mu}_l^{C_N})$  – вектори верхніх і нижніх границь мір значущості причин  $C_l$ , де операція об'єднання виконується над усіма  $\bar{\mu}_k^C \in \bar{S}^*(\mathbf{R}, \mu^E)$  і  $\underline{\mu}_l^C \in \underline{S}^*(\mathbf{R}, \mu^E)$ .

*Доведення.* Оскільки агрегація підсистем “один вхід – один вихід” здійснюється виконанням операції  $\wedge$  (min), то система (3) з двоїстою min-max композицією має підмножину розв'язків  $D_1 \subseteq S$ , яка визначається єдиним мінімальним або агрегаційним розв'язком  $\mu_a^C$  і множиною максимальних розв'язків  $\bar{S}^*(\mathbf{R}, \mu^E) = \{\bar{\mu}_k^C, k = \overline{1, T}\}$ :

$$D_1(\mathbf{R}, \mu^E) = \bigcup_{\bar{\mu}_k^C \in \bar{S}^*} \left[ \mu_a^C, \bar{\mu}_k^C \right], \quad k = \overline{1, T}. \quad (11)$$

З іншого боку, оскільки система (3) містить підсистеми з max-min композицією, то єдиному агрегаційному або максимальному розв'язку  $\mu_a^C$  відповідає множина мінімальних розв'язків  $\underline{S}^*(\mathbf{R}, \mu^E) = \{\underline{\mu}_l^C, l = \overline{1, H}\}$ , які визначають підмножину розв'язків  $D_2 \subseteq S$ :

$$D_2(\mathbf{R}, \mu^E) = \bigcup_{\underline{\mu}_l^C \in \underline{S}^*} \left[ \underline{\mu}_l^C, \mu_a^C \right], \quad l = \overline{1, H}. \quad (12)$$

Тоді, виконавши об'єднання  $D_1 \cup D_2$ , отримуємо формулу (10), у якій інтервальні розв'язки визначаються так:  $\left[ \underline{\mu}_l^C, \bar{\mu}_k^C \right] = \left[ \underline{\mu}_l^C, \mu_a^C \right] \cup \left[ \mu_a^C, \bar{\mu}_k^C \right]$ .

## 2.2. Генетичний пошук множини розв'язків

Для реалізації генетичного алгоритму розв'язання задачі оптимізації (9) хромосома визначається як вектор-рядок двійкових кодів розв'язків  $\mu^{C_I}$ ,  $I = \overline{1, N}$  [13]. Операція схрещування полягає в обміні частин хромосом в кожному розв'язку  $\mu^{C_I}$ . Функція відповідності будується на основі критерію (9).

Формують інтервали (11) і (12), багаторазово розв'язуючи задачу оптимізації (9), починаючи з пошуку її нульового розв'язку  $\mu_0^C = (\mu_0^{C_1}, \dots, \mu_0^{C_N})$ ,  $I = \overline{1, N}$ . Встановлення агрегаційного розв'язку  $\mu_a^C = (\mu_a^{C_1}, \dots, \mu_a^{C_N})$  здійснюється за правилом: під час пошуку нижніх границь ( $\underline{\mu}_l^{C_I}$ ) вважають, що  $\mu_a^{C_I} = \min(\bar{\mu}_k^{C_I})$ ,  $k \leq T$ , а під час пошуку верхніх границь ( $\bar{\mu}_k^{C_I}$ ) вважають, що  $\mu_a^{C_I} = \max(\underline{\mu}_l^{C_I})$ ,  $l \leq H$ . Нижня границя ( $\underline{\mu}_l^{C_I}$ ) для  $l=1$  лежить у діапазоні  $[0, \mu_0^{C_I}]$ , а для  $l > 1$  – в діапазоні  $[0, \mu_a^{C_I}]$ , причому мінімальні розв'язки  $\underline{\mu}_s^{C_I}$ ,  $s < l$ , вилучаються із області пошуку. Верхня границя ( $\bar{\mu}_k^{C_I}$ ) для  $k=1$  міститься в діапазоні  $[\mu_0^{C_I}, 1]$ , а для  $k > 1$  – в діапазоні  $[\mu_a^{C_I}, 1]$ , причому максимальні розв'язки  $\bar{\mu}_p^{C_I}$ ,  $p < k$ , вилучаються із області пошуку.

Нехай  $\mu^C(t) = (\mu^{C_1}(t), \dots, \mu^{C_N}(t))$  розв'язок задачі оптимізації (9) на  $t$ -му кроці формування інтервалів, тобто  $F_1(\mu^C(t)) = F_1(\mu_0^C)$ , оскільки для всіх  $\mu^C \in D_1(\mathbf{R}, \mu^E)$  і  $\mu^C \in D_2(\mathbf{R}, \mu^E)$  значення критерію (9) однакове. Під час пошуку верхніх границь ( $\bar{\mu}_k^{C_I}$ ) передбачається, що  $\mu^{C_I}(t) \geq \mu^{C_I}(t-1)$ , а під час пошуку нижніх границь ( $\underline{\mu}_l^{C_I}$ ) передбачається, що  $\mu^{C_I}(t) \leq \mu^{C_I}(t-1)$ . Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо  $\mu^C(t) \neq \mu^C(t-1)$ , то  $\bar{\mu}_k^{C_I}(\underline{\mu}_l^{C_I}) = \mu^{C_I}(t)$ ,  $I = \overline{1, N}$ . Якщо  $\mu^C(t) = \mu^C(t-1)$ , то формування інтервального розв'язку  $[\underline{\mu}_l^C, \bar{\mu}_a^C]$  або  $[\bar{\mu}_a^C, \underline{\mu}_k^C]$  припиняється. Пошук інтервалів (11) і (12) продовжується, доки виконується умова  $\bar{\mu}_k^{C_I} \neq \bar{\mu}_p^{C_I}$  і  $\underline{\mu}_l^C \neq \underline{\mu}_s^C$ ,  $p < k$ ,  $s < l$ .

## 3. Розв'язання нечітких логічних рівнянь з ієрархічною max-min/min-max композицією

### 3.1. Задача оптимізації

Дотримуючись [10–12], задачу розв'язання системи нечітких логічних рівнянь (8) сформулюємо так. Знайти нечіткий вектор причин  $\mu^C = (\mu^{C_1}, \dots, \mu^{C_N})$ , який задовольняє обмеження  $\mu^{C_I} \in [0, 1]$ ,  $I = \overline{1, N}$ , і забезпечує найменшу відстань між спостережуваними і модельними мірами значущості наслідків системи (8):

$$F_2 = \sum_{J=1}^M \left[ \mu^{E_J} - \max_{L=1, K} \left( \min \left( \min_{I=1, N} (\max(\mu^{C_I}, \bar{v}_{IL})), r_{LJ} \right) \right) \right]^2 = \min_{\mu^C}. \quad (13)$$

**Твердження 2.** Система рівнянь (8) має множини розв'язків  $S(\mathbf{R}, \mu^E)$ , яка збігається із множиною розв'язків (10) системи рівнянь (3), і визначається множиною мінімальних розв'язків



$\underline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, l = \overline{1, H}\}$ , де кожному розв'язку  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*$  відповідає множина максимальних розв'язків  $\overline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C, k = \overline{1, T}\}$ :

$$S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*} \bigcup_{\overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \overline{S}^*} \left[ \underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C \right], l = \overline{1, H}, k = \overline{1, T}, \quad (14)$$

де  $\overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C = (\overline{\mu}_k^{C_1}, \dots, \overline{\mu}_k^{C_N})$  і  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C = (\underline{\mu}_l^{C_1}, \dots, \underline{\mu}_l^{C_N})$  – вектори верхніх і нижніх границь мір значущості причин  $C_l$ , які збігаються із границями розв'язків множини (10).

*Доведення.* Формула (14) випливає із послідовного розв'язання систем (6) і (7) з max-min і двоїстою min-max композицією.

Система рівнянь (6) має множину розв'язків  $Q(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$ , яка визначається єдиним максимальним розв'язком  $\overline{\boldsymbol{\mu}}^P$  і множиною мінімальних розв'язків  $\underline{Q}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P, l = \overline{1, H}\}$ :

$$Q(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P \in \underline{Q}^*} \left[ \underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P, \overline{\boldsymbol{\mu}}^P \right], \quad (15)$$

де  $\overline{\boldsymbol{\mu}}^P = (\overline{\mu}^{P_1}, \dots, \overline{\mu}^{P_K})$  і  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P = (\underline{\mu}_l^{P_1}, \dots, \underline{\mu}_l^{P_K})$  – вектори верхніх і нижніх границь мір значущості комбінацій причин  $P_L$ , де операція об'єднання виконується над усіма  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P \in \underline{Q}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$ .

Кожному інтервальному розв'язку  $\left[ \underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P, \overline{\boldsymbol{\mu}}^P \right]$ ,  $l = \overline{1, H}$ , системи (6) відповідає множина розв'язків  $G_l(\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P, \overline{\boldsymbol{\mu}}^P)$  системи (7), яка визначається єдиним мінімальним розв'язком  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*$  і множиною максимальних розв'язків  $\overline{S}^*(\overline{\boldsymbol{\mu}}^P) = \{\overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C, k = \overline{1, T}\}$ :

$$G_l(\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P, \overline{\boldsymbol{\mu}}^P) = \bigcup_{\overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \overline{S}^*} \left[ \underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C \right], \quad (16)$$

де  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C = (\underline{\mu}_l^{C_1}, \dots, \underline{\mu}_l^{C_N})$  і  $\overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C = (\overline{\mu}_k^{C_1}, \dots, \overline{\mu}_k^{C_N})$  – вектори нижніх і верхніх границь мір значущості причин  $C_l$ , де операція об'єднання виконується над усіма  $\overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \overline{S}^*(\overline{\boldsymbol{\mu}}^P)$ .

Тоді, виконавши об'єднання  $\bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P \in \underline{Q}^*} G_l(\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^P, \overline{\boldsymbol{\mu}}^P)$ , отримуємо формулу (14), де інтервальні

розв'язки  $\left[ \underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \overline{\boldsymbol{\mu}}_k^C \right]$  збігаються з (10).

### 3.2. Генетичний пошук множини розв'язків

Для реалізації генетичного алгоритму розв'язання задачі оптимізації (13) хромосома визначається як вектор-рядок двійкових кодів розв'язків  $\mu^{P_L}$  і  $\mu^{C_I}$ ,  $L = \overline{1, K}$ ,  $I = \overline{1, N}$  [13]. Операція схрещування виконується обміном частин хромосом в кожному розв'язку  $\mu^{P_L}$  і  $\mu^{C_I}$ . Функція відповідності будується на основі критерію (13).

Формування інтервалів (15) здійснюється багаторазовим розв'язанням задачі оптимізації (13) і починається з пошуку її нульового розв'язку  $\mu_0^P = (\mu_0^{P_1}, \dots, \mu_0^{P_K})$ . Верхня границя ( $\bar{\mu}^{P_L}$ ) лежить у діапазоні  $[\mu_0^{P_L}, 1]$ . Нижня границя ( $\underline{\mu}^{P_L}$ ) для  $l=1$  міститься в діапазоні  $[0, \mu_0^{P_L}]$ , а для  $l>1$  – в діапазоні  $[0, \bar{\mu}^{P_L}]$ , причому із області пошуку вилучаються мінімальні розв'язки  $\underline{\mu}_s^P$ ,  $s < l$ .

Нехай  $\mu^P(t) = (\mu^{P_1}(t), \dots, \mu^{P_K}(t))$  – розв'язок задачі оптимізації (13) на  $t$ -му кроці формування інтервалів (15), тобто  $F_2(\mu^P(t)) = F_2(\mu_0^P)$ , оскільки для всіх  $\mu^P \in Q(\mathbf{R}, \mu^E)$  значення критерію (13) однакове. Під час пошуку верхніх границь ( $\bar{\mu}^{P_L}$ ) передбачається, що  $\mu^{P_L}(t) \geq \mu^{P_L}(t-1)$ , а під час пошуку нижніх границь ( $\underline{\mu}^{P_L}$ ) передбачається, що  $\mu^{P_L}(t) \leq \mu^{P_L}(t-1)$ . Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо  $\mu^P(t) \neq \mu^P(t-1)$ , то  $\bar{\mu}^{P_L}(\underline{\mu}^{P_L}) = \mu^{P_L}(t)$ ,  $L = \overline{1, K}$ . Якщо  $\mu^P(t) = \mu^P(t-1)$ , то формування інтервального розв'язку  $[\underline{\mu}_l^P, \bar{\mu}^P]$  припиняється. Пошук інтервалів (15) продовжується, допоки виконується умова  $\underline{\mu}_l^P \neq \underline{\mu}_s^P$ ,  $s < l$ .

Формують інтервали (16), багаторазово розв'язуючи задачу оптимізації (13), починаючи з пошуку нульових розв'язків  $\mu_{0l}^C = (\mu_{0l}^{C_1}, \dots, \mu_{0l}^{C_N})$  для кожного інтервального розв'язку  $[\underline{\mu}_l^P, \bar{\mu}^P]$ ,  $l = \overline{1, H}$ , системи (6). Нижня границя ( $\underline{\mu}_l^{C_I}$ ) міститься в діапазоні  $[0, \mu_{0l}^{C_I}]$ . Верхня границя ( $\bar{\mu}_k^{C_I}$ ) для  $k=1$  міститься в діапазоні  $[\max(\mu_{0l}^{C_I}), 1]$ , а для  $k>1$  – в діапазоні  $[\max(\underline{\mu}_l^{C_I}), 1]$ , причому із області пошуку вилучаються максимальні розв'язки  $\bar{\mu}_p^{C_I}$ ,  $p < k$ .

Нехай  $\mu^C(t) = (\mu^{C_1}(t), \dots, \mu^{C_N}(t))$  – розв'язок задачі оптимізації (13) на  $t$ -му кроці формування інтервалів (16), тобто  $F_2(\mu^C(t)) = F_2(\mu_{0l}^C)$ , оскільки для всіх  $\mu^C \in G_l(\underline{\mu}_l^P, \bar{\mu}^P)$  значення критерію (13) однакове. Під час пошуку верхніх границь ( $\bar{\mu}_k^{C_I}$ ) передбачається, що  $\mu^{C_I}(t) \geq \mu^{C_I}(t-1)$ , а під час пошуку нижніх границь ( $\underline{\mu}_l^{C_I}$ ) – що  $\mu^{C_I}(t) \leq \mu^{C_I}(t-1)$ . Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо  $\mu^C(t) \neq \mu^C(t-1)$ , то  $\bar{\mu}_k^{C_I}(\underline{\mu}_l^{C_I}) = \mu^{C_I}(t)$ ,  $I = \overline{1, N}$ . Якщо  $\mu^C(t) = \mu^C(t-1)$ , то формування інтервального розв'язку  $[\underline{\mu}_l^C, \bar{\mu}_k^C]$  припиняється. Пошук інтервалів (16) продовжується, допоки виконується умова  $\bar{\mu}_k^{C_I} \neq \bar{\mu}_p^{C_I}$ ,  $p < k$ , і  $\underline{\mu}_l^C \neq \underline{\mu}_s^C$ ,  $s < l$ .

#### 4. Приклад технічної діагностики

Розглядається діагностика паливного насоса.

Вхідні параметри насоса такі:  $x_1$  – частота обертання двигуна;  $x_2$  – тиск у вхідній магістралі;  $x_3$  – радіальний зазор шестерень;  $x_4$  – витік палива;  $x_5$  – кінематична в'язкість палива. Причинами несправності є:  $c_{11}$  – зменшення частоти обертання  $x_1$ ;  $c_{21}$  – падіння тиску  $x_2$ ;  $c_{31}$  – збільшення зазору  $x_3$ , тобто зношеність шестерень;  $c_{41}$  – збільшення витoku  $x_4$ , тобто порушення герметичності;  $c_{51}$  ( $c_{52}$ ) – низька (висока) в'язкість палива  $x_5$ .

Вихідні параметри насоса:  $y_1$  – продуктивність;  $y_2$  – споживана потужність. Наслідками несправності є:  $e_{11}$  ( $e_{12}$ ) – падіння (підвищення) продуктивності  $y_1$ ;  $e_{21}$  ( $e_{22}$ ) – падіння (підвищення) споживаної потужності  $y_2$ .

Перепозначимо множину причин і наслідків так:  $\{C_1, \dots, C_6\} = \{c_{11}, c_{21}, c_{31}, c_{41}, c_{51}, c_{52}\}$ ;  $\{E_1, \dots, E_4\} = \{e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}\}$ .

Нехай для моделювання причинно-наслідкових зв'язків використовується розширене (агрегаційне) композиційне правило виведення [6]. Тоді експертна матриця нечітких відношень має вигляд [10, 11]:

$$\mathbf{R} = \begin{matrix} & E_1 & E_2 & E_3 & E_4 \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.44 & 0.55 & 0.99 & 0 \\ 0.78 & 0 & 0.46 & 0 \\ 0.55 & 0 & 0.55 & 0.67 \\ 0.67 & 0.46 & 0.87 & 0 \\ 0 & 0.67 & 0 & 0.89 \\ 0.78 & 0.34 & 0.87 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Система нечітких логічних рівнянь у цьому випадку виглядає так:

$$\begin{aligned} \mu^{E_1} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0.44) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0.78) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0.55) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0.67)] \wedge [\mu^{C_6} \wedge 0.78] \\ \mu^{E_2} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0.55) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0.46)] \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0.67) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0.34)] \\ \mu^{E_3} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0.99) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0.46) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0.55) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0.87)] \wedge [\mu^{C_6} \wedge 0.87] \\ \mu^{E_4} &= [\mu^{C_3} \wedge 0.67] \wedge [\mu^{C_5} \wedge 0.89] \end{aligned} \quad (17)$$

Нехай нечіткий вектор причин, заданий експертом, такий

$$\hat{\mu}^C = (\hat{\mu}^{C_1} = 0.14; \hat{\mu}^{C_2} = 0.75; \hat{\mu}^{C_3} = 0.21; \hat{\mu}^{C_4} = 0.67; \hat{\mu}^{C_5} = 0.38; \hat{\mu}^{C_6} = 0.95),$$

що означає падіння тиску і витік у магістралі за високої кінематичної в'язкості палива. В результаті прямого логічного виведення отримуємо нечіткий вектор наслідків

$$\hat{\mu}^E = (\hat{\mu}^{E_1} = 0.75; \hat{\mu}^{E_2} = 0.38; \hat{\mu}^{E_3} = 0.67; \hat{\mu}^{E_4} = 0.21),$$

що означає падіння продуктивності та споживаної потужності насоса.

А тепер оберненим логічним виведенням для нечіткого вектора наслідків  $\hat{\mu}^E$  відновимо нечіткий вектор причин  $\mu^C$ .

За допомогою генетичного алгоритму отримано нульовий розв'язок

$$\mu_0^C = (\mu_0^{C_1} = 0.67, \mu_0^{C_2} = 0.75, \mu_0^{C_3} = 0.21, \mu_0^{C_4} = 0.44, \mu_0^{C_5} = 0.38, \mu_0^{C_6} = 0.87),$$

для якого значення критерію оптимізації (9) дорівнювало  $F_1 = 0.0000$ .

Отриманий нульовий розв'язок дозволив організувати генетичний пошук множин розв'язків  $D_1(\mathbf{R}, \mu^E)$  і  $D_2(\mathbf{R}, \mu^E)$ , які визначаються агрегаційним розв'язком

$$\mu_a^C = (\mu_a^{C_1} = 0.67, \mu_a^{C_2} = 0.75, \mu_a^{C_3} = 0.21, \mu_a^{C_4} = 0.67, \mu_a^{C_5} = 0.38, \mu_a^{C_6} = 0.75),$$

двома максимальними розв'язками  $\bar{S}^* = \{\bar{\mu}_1^C, \bar{\mu}_2^C\}$

$$\bar{\mu}_1^C = (\bar{\mu}_1^{C_1} = 0.67, \bar{\mu}_1^{C_2} = 0.75, \bar{\mu}_1^{C_3} = 0.21, \bar{\mu}_1^{C_4} = 0.67, \bar{\mu}_1^{C_5} = 0.38, \bar{\mu}_1^{C_6} = 1.0);$$

$$\bar{\mu}_2^C = (\bar{\mu}_2^{C_1} = 0.67, \bar{\mu}_2^{C_2} = 1.0, \bar{\mu}_2^{C_3} = 0.21, \bar{\mu}_2^{C_4} = 0.67, \bar{\mu}_2^{C_5} = 0.38, \bar{\mu}_2^{C_6} = 0.75)$$

і двома мінімальними розв'язками  $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C, \underline{\mu}_2^C\}$

$$\underline{\mu}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C_1} = 0.67, \underline{\mu}_1^{C_2} = 0.75, \underline{\mu}_1^{C_3} = 0.21, \underline{\mu}_1^{C_4} = 0, \underline{\mu}_1^{C_5} = 0.38, \underline{\mu}_1^{C_6} = 0.75);$$

$$\underline{\mu}_2^C = (\underline{\mu}_2^{C_1} = 0, \underline{\mu}_2^{C_2} = 0.75, \underline{\mu}_2^{C_3} = 0.21, \underline{\mu}_2^{C_4} = 0.67, \underline{\mu}_2^{C_5} = 0.38, \underline{\mu}_2^{C_6} = 0.75).$$

Множину розв'язків системи нечітких логічних рівнянь (17), визначену об'єднанням  $D_1 \cup D_2$ , можна подати у вигляді інтервалів:

$$S(\mathbf{R}, \underline{\mu}^E) = \{\mu^{C_1} = 0.67; \mu^{C_2} = 0.75; \mu^{C_3} = 0.21; \mu^{C_4} \in [0, 0.67]; \mu^{C_5} = 0.38; \mu^{C_6} \in [0.75, 1.0]\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{C_1} \in [0, 0.67]; \mu^{C_2} = 0.75; \mu^{C_3} = 0.21; \mu^{C_4} = 0.67; \mu^{C_5} = 0.38; \mu^{C_6} \in [0.75, 1.0]\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{C_1} = 0.67; \mu^{C_2} \in [0.75, 1.0]; \mu^{C_3} = 0.21; \mu^{C_4} \in [0, 0.67]; \mu^{C_5} = 0.38; \mu^{C_6} = 0.75\} \cup$$

$$\cup \{\mu^{C_1} \in [0, 0.67]; \mu^{C_2} \in [0.75, 1.0]; \mu^{C_3} = 0.21; \mu^{C_4} = 0.67; \mu^{C_5} = 0.38; \mu^{C_6} = 0.75\}. \quad (18)$$

Нехай для моделювання причинно-наслідкових зв'язків використовується ієрархічне композиційне правило виведення [14]. Тоді експертна матриця нечітких відношень має вигляд:

$$\mathbf{W} = \begin{matrix} & E_1 & E_2 & E_3 & E_4 \\ \begin{matrix} C_1 C_5 \\ C_3 C_5 \\ C_4 C_5 \\ C_1 C_6 \\ C_2 C_6 \\ C_3 C_6 \\ C_4 C_6 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccc} 0 & 0.55 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.67 \\ 0 & 0.46 & 0 & 0 \\ 0.44 & 0.34 & 0.87 & 0 \\ 0.78 & 0 & 0.46 & 0 \\ 0.55 & 0 & 0.55 & 0 \\ 0.67 & 0.34 & 0.87 & 0 \end{array} \right] \end{matrix}.$$

Нечіткі логічні рівняння в цьому випадку виглядають так:

$$\begin{aligned} \mu^{E_1} &= (\mu^{P_4} \wedge 0.44) \vee (\mu^{P_5} \wedge 0.78) \vee (\mu^{P_6} \wedge 0.55) \vee (\mu^{P_7} \wedge 0.67) \\ \mu^{E_2} &= (\mu^{P_1} \wedge 0.55) \vee (\mu^{P_3} \wedge 0.46) \vee (\mu^{P_4} \wedge 0.34) \vee (\mu^{P_7} \wedge 0.34) \\ \mu^{E_3} &= (\mu^{P_4} \wedge 0.87) \vee (\mu^{P_5} \wedge 0.46) \vee (\mu^{P_6} \wedge 0.55) \vee (\mu^{P_7} \wedge 0.87) \\ \mu^{E_4} &= (\mu^{P_2} \wedge 0.67) \end{aligned} \quad (19)$$

де

$$\begin{aligned} \mu^{P_1} &= \mu^{C_1} \wedge \mu^{C_5} \\ \mu^{P_2} &= \mu^{C_3} \wedge \mu^{C_5} \\ \mu^{P_3} &= \mu^{C_4} \wedge \mu^{C_5} \\ \mu^{P_4} &= \mu^{C_1} \wedge \mu^{C_6} \\ \mu^{P_5} &= \mu^{C_2} \wedge \mu^{C_6} \\ \mu^{P_6} &= \mu^{C_3} \wedge \mu^{C_6} \\ \mu^{P_7} &= \mu^{C_4} \wedge \mu^{C_6} \end{aligned} \quad (20)$$

Для експертного нечіткого вектора причин  $\hat{\mu}^C$  в результаті прямого виведення отримуємо нечіткий вектор комбінацій причин

$$\hat{\mu}^P = (\hat{\mu}^{P_1} = 0.14, \hat{\mu}^{P_2} = 0.21, \hat{\mu}^{P_3} = 0.38, \hat{\mu}^{P_4} = 0.14, \hat{\mu}^{P_5} = 0.75, \hat{\mu}^{P_6} = 0.21, \hat{\mu}^{P_7} = 0.67),$$

якому відповідає нечіткий вектор наслідків  $\hat{\mu}^E$ .

А тепер оберненим логічним виведенням для нечіткого вектора наслідків  $\hat{\mu}^E$  відновимо нечіткі вектори причин  $\mu^P$  і  $\mu^C$ .

За допомогою генетичного алгоритму отримано нульовий розв'язок

$$\mu_0^P = (\mu_0^{P_1} = 0.38, \mu_0^{P_2} = 0.21, \mu_0^{P_3} = 0.10, \mu_0^{P_4} = 0.67, \mu_0^{P_5} = 0.75, \mu_0^{P_6} = 0.12, \mu_0^{P_7} = 0.35),$$

для якого значення критерію оптимізації (13) становило  $F_2 = 0.0000$ .

Отриманий нульовий розв'язок дав змогу організувати генетичний пошук множини розв'язків  $Q(\mathbf{R}, \mu^E)$ , яка визначається максимальним розв'язком

$$\bar{\mu}^P = (\bar{\mu}^{P_1} = 0.38, \bar{\mu}^{P_2} = 0.21, \bar{\mu}^{P_3} = 0.38, \bar{\mu}^{P_4} = 0.67, \bar{\mu}^{P_5} = 0.75, \bar{\mu}^{P_6} = 1.0, \bar{\mu}^{P_7} = 0.67)$$

і двома мінімальними розв'язками  $\underline{Q}^* = \{\underline{\mu}_1^P, \underline{\mu}_2^P\}$

$$\underline{\mu}_1^P = (\underline{\mu}_1^{P_1} = 0.38, \underline{\mu}_1^{P_2} = 0.21, \underline{\mu}_1^{P_3} = 0, \underline{\mu}_1^{P_4} = 0.67, \underline{\mu}_1^{P_5} = 0.75, \underline{\mu}_1^{P_6} = 0, \underline{\mu}_1^{P_7} = 0);$$

$$\underline{\mu}_2^P = (\underline{\mu}_2^{P_1} = 0, \underline{\mu}_2^{P_2} = 0.21, \underline{\mu}_2^{P_3} = 0.38, \underline{\mu}_2^{P_4} = 0, \underline{\mu}_2^{P_5} = 0.75, \underline{\mu}_2^{P_6} = 0, \underline{\mu}_2^{P_7} = 0.67).$$

Отже, розв'язок системи нечітких логічних рівнянь (19) можна подати у вигляді інтервалів:

$$Q(\mathbf{R}, \mu^E) = \{ \mu^{P_1} = 0.38, \mu^{P_2} = 0.21, \mu^{P_3} \in [0, 0.38], \mu^{P_4} = 0.67, \mu^{P_5} = 0.75, \mu^{P_6} \in [0, 1.0], \mu^{P_7} \in [0, 0.67] \} \cup$$

$$\mathbf{U} \{ \mu^{P_1} \in [0, 0.38], \mu^{P_2} = 0.21, \mu^{P_3} = 0.38, \mu^{P_4} \in [0, 0.67], \mu^{P_5} = 0.75, \mu^{P_6} \in [0, 1.0], \mu^{P_7} = 0.67 \}.$$

Для інтервальних розв'язків  $[\underline{\mu}_1^P, \bar{\mu}^P]$  і  $[\underline{\mu}_2^P, \bar{\mu}^P]$  за допомогою генетичного алгоритму отримано нульові розв'язки

$$\mu_{01}^C = (\mu_{01}^{C_1} = 0.67, \mu_{01}^{C_2} = 0.80, \mu_{01}^{C_3} = 0.21, \mu_{01}^{C_4} = 0.54, \mu_{01}^{C_5} = 0.38, \mu_{01}^{C_6} = 0.75),$$

$$\mu_{02}^C = (\mu_{02}^{C_1} = 0.18, \mu_{02}^{C_2} = 0.90, \mu_{02}^{C_3} = 0.21, \mu_{02}^{C_4} = 0.67, \mu_{02}^{C_5} = 0.38, \mu_{02}^{C_6} = 0.75),$$

для яких значення критерію оптимізації (13) становило  $F_2 = 0.0000$ .

Отримані нульові розв'язки дали змогу організувати генетичний пошук множин розв'язків  $G_1(\underline{\mu}_1^P, \bar{\mu}^P)$  і  $G_2(\underline{\mu}_2^P, \bar{\mu}^P)$ , які визначаються двома мінімальними розв'язками  $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C, \underline{\mu}_2^C\}$

$$\underline{\mu}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C_1} = 0.67, \underline{\mu}_1^{C_2} = 0.75, \underline{\mu}_1^{C_3} = 0.21, \underline{\mu}_1^{C_4} = 0, \underline{\mu}_1^{C_5} = 0.38, \underline{\mu}_1^{C_6} = 0.75);$$

$$\underline{\mu}_2^C = (\underline{\mu}_2^{C_1} = 0, \underline{\mu}_2^{C_2} = 0.75, \underline{\mu}_2^{C_3} = 0.21, \underline{\mu}_2^{C_4} = 0.67, \underline{\mu}_2^{C_5} = 0.38, \underline{\mu}_2^{C_6} = 0.75)$$

і двома максимальними розв'язками  $\bar{S}^* = \{\bar{\mu}_1^C, \bar{\mu}_2^C\}$

$$\bar{\mu}_1^C = (\bar{\mu}_1^{C_1} = 0.67, \bar{\mu}_1^{C_2} = 1.0, \bar{\mu}_1^{C_3} = 0.21, \bar{\mu}_1^{C_4} = 0.67, \bar{\mu}_1^{C_5} = 0.38, \bar{\mu}_1^{C_6} = 0.75);$$

$$\bar{\mu}_2^C = (\bar{\mu}_2^{C_1} = 0.67, \bar{\mu}_2^{C_2} = 0.75, \bar{\mu}_2^{C_3} = 0.21, \bar{\mu}_2^{C_4} = 0.67, \bar{\mu}_2^{C_5} = 0.38, \bar{\mu}_2^{C_6} = 1.0).$$

Отже, інтервальним розв'язкам  $[\underline{\mu}_1^P, \bar{\mu}^P]$  і  $[\underline{\mu}_2^P, \bar{\mu}^P]$  відповідають розв'язки системи нечітких логічних рівнянь (20) у вигляді інтервалів:

$$G_1(\underline{\mu}_1^P, \bar{\mu}^P) = \{ \mu^{C_1} = 0.67, \mu^{C_2} \in [0.75, 1.0], \mu^{C_3} = 0.21, \mu^{C_4} \in [0, 0.67], \mu^{C_5} = 0.38, \mu^{C_6} = 0.75 \} \cup$$

$$\mathbf{U} \{ \mu^{C_1}=0.67, \mu^{C_2}=0.75, \mu^{C_3}=0.21, \mu^{C_4} \in [0, 0.67], \mu^{C_5}=0.38, \mu^{C_6} \in [0.75, 1.0] \};$$

$$G_2(\underline{\mu}_2^P, \bar{\mu}^P) = \{ \mu^{C_1} \in [0, 0.67], \mu^{C_2} \in [0.75, 1.0], \mu^{C_3}=0.21, \mu^{C_4}=0.67, \mu^{C_5}=0.38, \mu^{C_6}=0.75 \} \mathbf{U}$$

$$\mathbf{U} \{ \mu^{C_1} \in [0, 0.67], \mu^{C_2}=0.75, \mu^{C_3}=0.21, \mu^{C_4}=0.67, \mu^{C_5}=0.38, \mu^{C_6} \in [0.75, 1.0] \}.$$

Множина розв'язків системи нечітких логічних рівнянь (20), визначена об'єднанням  $S(\mathbf{R}, \mu^E) = G_1(\underline{\mu}_1^P, \bar{\mu}^P) \mathbf{U} G_2(\underline{\mu}_2^P, \bar{\mu}^P)$ , збігається із множиною розв'язків (18) системи рівнянь (17).

Отриманий розв'язок дає підставу зробити такі висновки. Причиною спостережуваного стану насоса є падіння вхідного тиску за підвищеної в'язкості палива, оскільки міри значущості причин  $C_2$  і  $C_6$  є максимальними. Крім того, зменшення кількості обертів двигуна або витік палива також можуть позначатись на роботі насоса, оскільки міри значущості причин  $C_1$  і  $C_4$  є достатньо високими. Зношеність шестерень слід виключити, оскільки міра значущості причини  $C_3$  мала.

Параметри основних генетичних операцій вибрано відповідно до рекомендацій роботи [13]. Кількість ітерацій для пошуку розв'язків систем нечітких логічних рівнянь (3) і (8) оцінювали так. Нехай:

$T_0$  – кількість ітерацій генетичного алгоритму для пошуку нульового розв'язку;

$T_1$  – кількість запусків генетичного алгоритму для пошуку однієї границі;

$T_2$  – кількість запусків генетичного алгоритму для пошуку множини границь.

Тоді розв'язання систем рівнянь (3) та (8) потребує  $2T_0T_1$  ітерацій для пошуку єдиної границі у спрощених множинах розв'язків (11), (12) та (15), (16), а також  $2T_0T_1T_2$  ітерацій для пошуку множини верхніх і нижніх границь у розширених множинах розв'язків (10) та (14).

### Висновки

В статті розглянуто задачу оберненого логічного виведення на основі багатовимірних нечітких відношень. Встановлено, що моделювання причинно-наслідкових зв'язків потребує використання розширеного (агрегаційного) або ієрархічного композиційного правила виведення.

Запропоновано метод розв'язання систем нечітких логічних рівнянь з розширеною max-min композицією та еквівалентних систем з ієрархічною max-min/min-max композицією. Доведено властивості множини розв'язків таких систем. Задача знаходження множини розв'язків сформульована у вигляді задачі оптимізації, для розв'язання якої використано генетичний алгоритм. Розглянуто приклад технічної діагностики, який ілюструє застосування запропонованого методу.

1. Groetsch C. W. *Inverse problems in the mathematical sciences* / C. W. Groetsch. – Braunschweig: Vieweg Verlag, 1993. – 152 с.
2. Заде Л. *Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений* / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 166 с.
3. Di Nola A. *Fuzzy relation equations and their applications to knowledge engineering* / A. Di Nola, S. Sessa, W. Pedrycz, E. Sanchez. – Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1989. – 278 p.
4. Peeva K. *Fuzzy relational calculus. Theory, applications and software* / K. Peeva, Y. Kyosev. – New York: World Scientific, 2004. – 304 p.
5. Markovskii A. *On the relation between equations with max-product composition and the covering problem* / A. Markovskii // *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 153, 2005, pp. 261–273.
6. Yager R. *Essentials of fuzzy modeling and control* / R. Yager, D. Filev. – New York: John Willey & Sons, 1994. – 408 p.
7. Gegov A. E. *Reduction of multidimensional relations in fuzzy control systems* / A. E. Gegov, P. M. Frank // *Systems & Control Letters*. Vol. 25 (4), 1995, pp. 307–313.
8. Pedrycz W. *Modularization of fuzzy relational equations* / W. Pedrycz, A. V. Vasilakos // *Soft Computing – A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*. Vol. 6 (1), 2002, pp. 33 – 37.
9. Duan J.-C. *Multilevel fuzzy relational systems: structure and identification* / J.-C. Duan, F.-L. Chung // *Soft Computing*. Vol. 6 (2), 2002, pp. 71–86.
10. Ротштейн А. П. *Диагностика на основе нечетких отношений* / А. П. Ротштейн, А. Б. Ракитянская // *Автоматика и телемеханика*. – № 12. – 2007. – С. 113–130.
11. Rotshtein A. *Diagnosis problem solving using fuzzy relations* / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol. 16 (3), 2008, pp. 664–675.

12. Ротштейн А. П. Адаптивная система диагностики на основе нечетких отношений / А. П. Ротштейн, А. Б. Ракитянская // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 4. – С. 135–150.
13. Ротштейн А. П. Решение задач диагностики на основе нечетких отношений и генетического алгоритма / А. П. Ротштейн, А. Б. Ракитянская // Кибернетика и системный анализ. – № 6. – 2001. – С. 162–170.
14. Rotshtein A. Fuzzy evidence in identification, forecasting and diagnosis / A. Rotshtein, H. Rakytyanska. – Heidelberg: Springer, 2012. – 314 p.

УДК 004.896, 004.855.5, 004.932, 004.048, 004.942

Ю. Рашкевич<sup>1</sup>, І. Ізонін<sup>1</sup>, Д. Пелешко<sup>1</sup>, І. Малець<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра інформаційних технологій видавничої справи.

<sup>2</sup>Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,  
кафедра управління проектами, інформаційних технологій та телекомунікацій

## ЗМІНА РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ ЗОБРАЖЕННЯ ЗАСОБОМ ПСЕВДООБЕРТАННЯ ВИРОДЖЕНОГО МАТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА ВІДНОСНИХ СИМЕТРИЧНИХ МІР КОНВЕРГЕНЦІЇ

Ї Рашкевич Ю., Ізонін І., Пелешко Д., Малець І., 2015

Розроблено метод зміни роздільної здатності зображення на основі псевдообертання виродженого матричного оператора відносних симетричних мір конвергенції. Процедура передбачає побудову виродженого квадратного матричного оператора на основі мір подібності. Експериментальні дослідження показують високу стійкість методу до обробки зображень із різкофлюктуаційною функцією інтенсивності. Це зумовлює можливість його застосування для оброблення зображень з різкими краями.

Ключові слова: зображення, надвисока роздільна здатність, міри подібності, матриця Мура–Пенроуза, псевдообертання.

The method of changing the image resolution based on pseudorotation degenerate operator's matrix of relative symmetric measures of convergence is developed. The procedure involves the construction of a degenerate square matrix operator based on measures of similarity. Experimental studies show high resistance to image processing method with sharply fluctuating function of intensity. This leads to the possibility of its application in image processing with sharp edges.

Key words: images, super-resolution, similarity measures, Moore-Penrose matrix, pseudorotation.

### Вступ

Якість інформації про об'єкт на зображенні чи власне зображення визначає ефективність його обробки у багатьох прикладних галузях, зокрема у: медичній візуалізації, дистанційному зондуванні, телебаченні високої чіткості, відеоспостереженні, відеоконференціях тощо. Отже, зображення з високою роздільною здатністю необхідні для підвищення ефективності роботи цих систем. Сучасна високоточна оптика та різноманітні датчики реєстрації зображення надають можливість його отримання з достатньо високою якістю, проте обмеження цих пристроїв, а також їхня вартість накладають певні обмеження на їх використання. Тому виникає науково-практична задача збільшення роздільної здатності зображень саме програмним шляхом.

### Аналіз відомих методів

Класичні методи (білінійна, бікубічна інтерполяції) збільшення роздільної здатності зображень характеризуються високою швидкістю. Проте їм притаманні деякі артефакти, що накладають обмеження на практичне застосування цих методів. Окрім цього вони оперують лише одним зображенням. У деяких випадках це можна вважати недоліком. Зокрема, наявність декількох зразків однієї сцени, які суміщені один відносно одного на неціле значення пікселя, дає додаткову інформацію, яку можна було б використати як для збільшення роздільної здатності, так і для покращення якості вихідного зразка.

Одним із можливих розв'язків такої задачі є використання методів Super resolution reconstruction, або надвисокої роздільної здатності [2]. У загальному випадку технологія надвисокої роздільної здатності складається із двох класів методів [15], зокрема: оптичні (OSR) та геометричні (GSR) методи надвисокої роздільної здатності. Перший клас (OSR) становлять методи, орієнтовані на апаратну реалізацію. Водночас другий клас (GSR) – це методи, алгоритмічна реалізація яких ґрунтується на обробці наборів однотипних зображень чи їх фрагментів. Ідея класу геометричних методів надвисокої роздільної здатності – збільшення зображення чи набору зображень на основі одного чи декількох зразків низької роздільної здатності, для яких характерний піксельний чи субпіксельний зсув. Для методів надвисокої роздільної здатності на основі декількох зразків низької роздільності однієї сцени важлива саме наявність піксельного чи субпіксельного зсуву між ними. Саме він є носієм тієї додаткової інформації, яка дасть змогу отримати зображення з високою інформативністю.

Бурхливий розвиток методів цього класу характеризується застосуванням різноманітного інструментарію для розв'язання поставленої задачі. Відповідно, розроблено кілька класифікацій цих методів [4, 9], зокрема щодо кількості зображень низької роздільності, що використовуються у процесі роботи [7] чи щодо області, у якій працюють ці методи [8], або щодо фактичного методу реконструкції вихідного зразка тощо.

Найдетальнішу класифікацію методів надвисокої роздільної здатності, на нашу думку, подано у [9]. Згідно з нею, розглядаються дві групи методів надвисокої роздільної здатності зображень просторової області: а) класичні – методи, що працюють з декількома зразками низької роздільності та б) на основі обробки одного зображення (рис. 1). Автори у [9] виділяють такі класичні методи: методи ітеративного зворотного проектування, ітеративної адаптивної фільтрації, прямі методи, методи на основі теорії проєкцій на опуклі множини та ймовірнісні методи. Додамо, що ця класифікація неповна, оскільки за останні роки набули розвитку методи, що поєднують різноманітні математичні апарати з вищеперерахованих груп і утворюють групу гібридних методів [7, 10, 11, 16, 18].

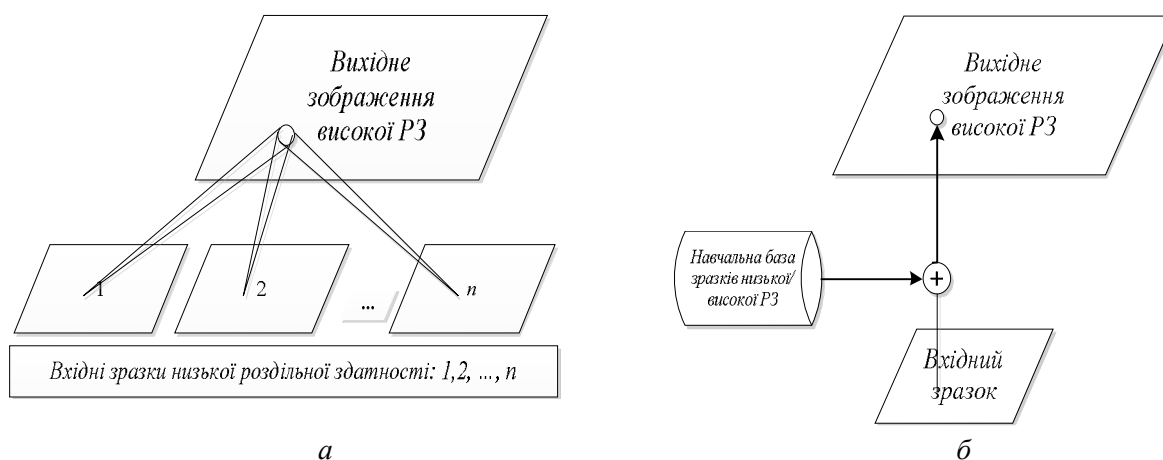


Рис. 1. Узагальнена схема роботи методів:  
а – класичних, б – на основі обробки одного зображення



Використання методів ітеративного зворотного проектування [17] може зумовити такі артефакти на результуючому зображенні, як ефект дзвону та ступінчастості. Окрім цього, ітераційний процес мінімізації помилки реконструкції може сходитися до декількох результатів. Це зумовлює існування декількох розв'язків і алгоритм може коливатися між ними або сходитися до одного із них.

Методи ітеративної адаптивної фільтрації створено для обробки відеопотоків. Їх основною метою є оцінка невідомих змінних, тому вони переважно використовують фільтр Калмана.

Група методів [19] на основі теорії проєкцій на опуклі множини ґрунтується на ітеративному знаходженні елемента допустимої області, яка визначається перетином ряду опуклих обмежень, починаючи з довільної точки. Основним завданням є визначення проєкцій, що може виявитися зовсім нетривіальним завданням. Окрім цього, розв'язок цих методів теж може бути не єдиним.

Інша підгрупа методів [6] – статистична, розв'язує задачу надвисокої роздільної здатності стохастично, близькою до оптимальної реконструкції зображення. Результуюче зображення та міжкадровий рух розглядаються як стохастичні змінні. Ці методи формують задачу надвисокої роздільності як обернену задачу, чутливу до різноманітних артефактів. Окрім цього, якщо кількість зображень низької роздільності, що використовує метод, є меншою за коефіцієнт збільшення роздільної здатності вихідного зображення, то це знову ж таки зводиться до некоректної задачі. Інакше кажучи, методи цього класу також не забезпечують єдиності розв'язку поставленої задачі.

### Постановка задачі

Головним завданням, яке розглядається в роботі, є розроблення методу збільшення роздільної здатності (в контексті задачі надвисокої роздільної здатності), який для випадку цифрових зображень із різкими флуктуаціями функції інтенсивності дасть змогу уникати деяких інтерполяційних артефактів та розмитості контурів.

### Методи надвисокої роздільної здатності

#### Побудова матричного оператора.

Нехай задано цифрове напівтонове зображення :

$$C = [c_{i,j}]_{i=1..h}^{j=1..l}, \quad (1)$$

де  $c_{i,j}$  – значення функції інтенсивності піксела з координатами  $(i, j)$ .

Зсунемо значення дискретного набору точок  $C$  у додатну область:

$$c_{i,j} = c_{i,j} + \frac{1}{2} \left( \max_{\substack{i \in [1;h]; \\ j \in [1;l]}} c_{i,j} + \min_{\substack{i \in [1;h]; \\ j \in [1;l]}} c_{i,j} \right), \quad (2)$$

і пронормуємо зсунутий сигнал  $C$  за схемою оберненого мінімаксного множника  $K$  [13]:

$$c_{i,j} = K c_{i,j}, \quad \text{де} \quad K = \frac{1}{\max_{i \in [1;h]; j \in [1;l]} c_{i,j}}. \quad (3)$$

Надалі розглядатимемо процедури передискретизації у вертикальному напрямку (у напрямку, заданому індексом  $i$ ). Для кожного рядка матриці  $C$  будемо оператор відносних симетричних мір конвергенції [3] у вигляді квадратної виродженої симетричної матриці

$$\forall i \in [1;h]: \nabla_i = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{i,2} & c_{i,1} \\ c_{i,1} & c_{i,2} \end{pmatrix} & \dots & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{i,l} & c_{i,2} \\ c_{i,2} & c_{i,l} \end{pmatrix} \\ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{i,1} & c_{i,2} \\ c_{i,2} & c_{i,1} \end{pmatrix} & 1 & \dots & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{i,l} & c_{i,2} \\ c_{i,2} & c_{i,l} \end{pmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{i,1} & c_{i,l} \\ c_{i,l} & c_{i,1} \end{pmatrix} & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{i,2} & c_{i,l} \\ c_{i,l} & c_{i,2} \end{pmatrix}^{-1} & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

У результаті алгебраїчних перетворень оператор (4) можна записати у вигляді:

$$\forall i \in [1; h]: \nabla_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & \delta_{1,2} & \dots & \delta_{1,l} \\ \delta_{1,2} & 2 & \dots & \delta_{2,l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{1,l} & \delta_{2,l} & \dots & 2 \end{pmatrix} \text{ де } \delta_{m,n} = \begin{pmatrix} c_{i,m}^2 + c_{i,n}^2 \\ c_{i,m}c_{i,n} \end{pmatrix}, \quad m, n \in [1; l]. \quad (5)$$

Розмірність оператора (5) дорівнює:  $\dim \nabla_i = l \times l$ .

Оператор (5) є квадратною виродженою невід'ємною матрицею. Невід'ємність визначається операціями зсуву (2) та нормалізації (3). Невиродженість оператора (5) – із методу оточення мінорів [1], за яким:

$$\text{rang}(\nabla_i) = 1. \quad (6)$$

Оскільки  $\text{rang}(\nabla_i) < l$ , то матриця  $\nabla_i$  вироджена. Для побудови операторів відносних симетричних мір конвергенції у напрямку  $j$  вхідна матриця значень функції інтенсивності  $C$  транспонується і надалі використовується формула (5).

### Визначення характеристичного вектора на основі псевдообертання Мура–Пенроуза матриці відносних симетричних мір конвергенції

Відповідно до п. 4.1 розглянемо побудову характеристичних векторів у напрямку  $i$ . Для вирішення завдання побудови характеристичних векторів  $y_i$ , які виступатимуть характеристиками кожного рядка (чи стовпця) зображення  $C$ , розглянемо рівняння:

$$\nabla_i y_i = c_i, \quad (7)$$

де  $c_i = \{c_{i,j} \mid j = 1..l\}$ ;  $y_i = (y_{i,1}, \dots, y_{i,l})$  –  $l$ -вимірний вектор характеристичних значень зображення  $C$  для  $i$ -го рядка.

У загальному випадку характеристичний вектор  $y_i$  із (7) визначається так:

$$y_i = \nabla_i^{-1} c_i. \quad (8)$$

За (6) матриця  $\nabla_i$  є виродженою ( $\det(\nabla_i) = 0$ ), а отже, обернена матриця  $\nabla_i^{-1}$  не існує. Тому, для розв'язання задачі (8), за теоремою про мінімізацію нев'язки  $\|x_i - \nabla_i y_i\|^2$  лінійної системи з [14] пропонується такий спосіб визначення вектора  $y_i$ :

$$y_i = \nabla_i^+ c_i + (1 - \nabla_i^+ \nabla_i) r_i, \quad (9)$$

де  $\nabla_i^+$  – узагальнена обернена матриця Мура–Пенроуза (псевдообернена до  $\nabla_i$  матриці [12, 14]);  $(1 - \nabla_i^+ \nabla_i)$  – оператор проектування на ядро оператора  $\nabla_i$ ;  $r_i$  – випадковий вектор розмірності  $l$ . Перший доданок у (9) виступає псевдооберненим розв'язком, а другий є розв'язком однорідної системи  $\nabla_i y_i = 0$ . Наведений через (9) спосіб визначення вектора характеристик  $i$ -го елемента покриття  $\chi$  можливий, оскільки згідно з [14] матриця  $\nabla_i^+ \nabla_i$  перестає бути виродженою.

Матриця Мура–Пенроуза  $\nabla_i^+$  визначається за сингулярним розкладом матриці  $\nabla_i$  у такий спосіб [12]:

$$\nabla_i^+ = V_i \Sigma_i^+ U_i^T, \quad (10)$$

де  $U_i, V_i$  – унітарні матриці порядку  $l \times l$  сингулярного розкладу матриці  $\nabla_i$ ;  $\Sigma_i^+$  – матриця порядку  $l \times l$ , яка є псевдооберненою до діагональної матриці  $\Sigma_i$  сингулярного розкладу матриці  $\nabla_i$ . Оскільки матриця  $\Sigma_i$  також вироджена, то матрицю  $\Sigma_i^+$  отримують з  $\Sigma_i$ , замінивши усі ненульові сингулярні числа  $\sigma_{i,q}$  ( $\sigma_{i,1} \geq \sigma_{i,2} \geq \dots \geq \sigma_{i,l} \geq 0$ ) на відповідно обернені до них  $1/\sigma_{i,q}$ .

В ітераційному процесі знаходження за  $y_i^{j+1}$  за (9) випадковий вектор  $r_i^{j+1}$  визначено за нев'язкою:  $r_i^{j+1} = \|x_i - \nabla_i y_i^j\|_l$ , тут  $\|\cdot\|_l$  –  $l$ -норма.

### Алгоритм передискретизації зображень

Алгоритм збільшення роздільної здатності складається із двох послідовних частин, за якими передискретизація зображення здійснюється у вертикальному та горизонтальному напрямках відповідно. Послідовність виконання дії кожної частини алгоритму може бути довільною.

*Збільшення роздільної здатності.* Для розв'язання цієї задачі побудовано алгоритм, частинами якого є:

- Обчислення характеристичних векторів  $u_i$  квадратних матриць, побудованих за співвідношеннями (5), за ітераційною процедурою (9).
- Побудова розширеного зображення додаванням у початкову матрицю  $C$  характеристичного вектора в позицію рядка чи стовпця.

Зазначені дві частини послідовно застосовують до всіх рядків матриці  $C$  для збільшення розмірів заданого зображення по висоті, і – до всіх стовпців матриці  $C$  для збільшення зображення по ширині.

### Аналіз результатів практичних експериментів

За алгоритмом, описаним у п. 4.3, розроблене програмне рішення в середовищі Matlab. Завдяки цьому рішенню проведено експерименти, які засвідчили ефективність запропонованого методу.

Вхідне зображення, що використовувалося в одному із експериментів, наведене на рис. 2 (тип – 2-байтовий напівтоновий (grayscale), розмірність –  $231 \times 199$  пікселів).

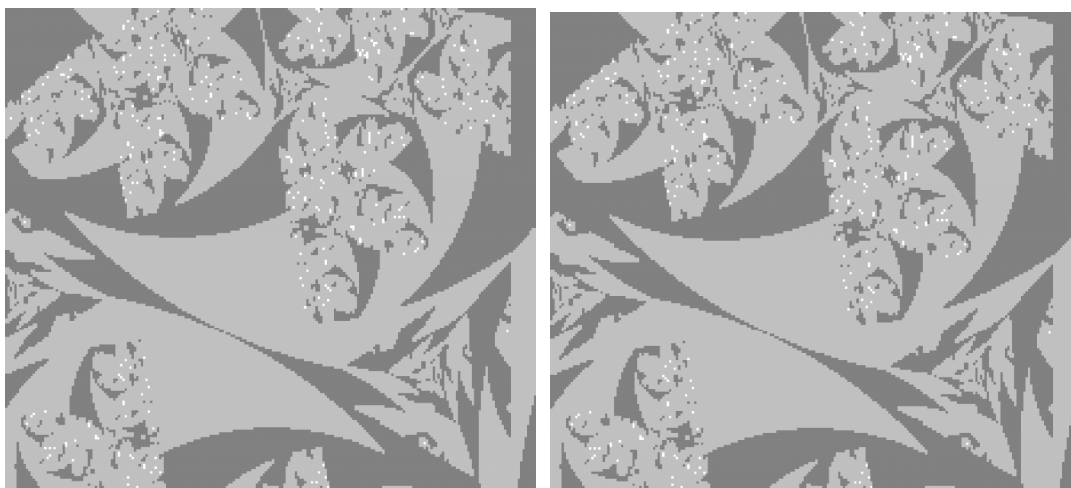


Рис. 2. Вхідне зображення

На рис. 3 наведено результати збільшення у 16 разів вхідного зображення (а) й еталонне зображення (б). Зазначимо, що усі зображення масштабовані для наведення у статті. З наведених на рис. 3 зображень можна констатувати, що передискретизоване зображення візуально практично нічим не відрізняється від еталонного. Тобто експертне оцінювання засвідчить практично стовідсотковий збіг цих двох зображень. Необхідно зазначити, що вдалось повністю зберегти дрібні деталі вхідного зображення, які визначались різкофлуктуаційними значеннями функції інтенсивності.

На рис. 4 наведено значення PSNR між еталонними зображеннями та збільшеними зображеннями за розробленим методом за різних коефіцієнтів збільшення. А на рис. 5 – модуль градієнта PSNR. З наведених графіків варто зробити такі важливі висновки:

- значення PSNR на проміжку коефіцієнта збільшення [2;16] відрізняються несуттєво. Це означає, що зростання зашумлення на збільшених зображеннях не є великим;
- модуль градієнта зміни PSNR на першій частині проміжку [2;10] більше, ніж на третій частині [12;16];
- стрибок значення градієнта PSNR є на другій частині проміжку значень коефіцієнта збільшення [10; 12].



*a*

*б*

*Рис. 3. Результати передискретизації:  
а – еталонне зображення; б – збільшене у 16 разів зображення*



*Рис. 4. Значення співвідношення сигналу до шуму  
за різних значень коефіцієнта збільшення*



*Рис. 5. Модуль градієнта PSNR*

На підставі наведених висновків можна констатувати таке.

Для наведеного у роботі методу проміжок значень коефіцієнта збільшення умовно можна розділити на три частини. На першій частині збільшені зображення дуже сильно збігаються за значеннями PSNR з еталонними зображеннями. На другому проміжку спостерігається стрибок значення відхилення від еталонного зображеннями. Проте у міру зростання значення коефіцієнта збільшення зашумлення зростає, але з не дуже великими значеннями приросту. На третьому проміжку відхилення від еталонних зображень зростатимуть дуже сильно. А у міру зростання значення коефіцієнта збільшення різко зростатиме шум, який зробить незадовільним використання цього методу.

Проведення експериментів з іншими зображеннями лише підтвердили правильність висновків. В усіх випадках спостерігався поділ проміжку коефіцієнта збільшення на три частини за значеннями PSNR. Проте границі цих частин збігались не завжди, тобто значення правої та лівої границь коливаються в деяких околах.

### Висновок

У роботі запропоновано новий метод надвисокої роздільної здатності зображень на основі псевдообертання виродженого матричного оператора відносних симетричних мір конвергенції матриці. Процедура передбачає побудову виродженого квадратного матричного оператора на основі мір подібності. Завдяки псевдообертанню цього оператора вдалось виділити характеристики, які можна використати для розв'язання задачі збільшення роздільної здатності. Перевагою такого підходу є те, що він не потребує застосування будь-якої інтерполяції, що характерно для прямих методів. Це забезпечує високу ефективність передискретизації за критерієм на основі PSNR і зменшення впливу артефактів, які притаманні різним видам інтерполяції.

1. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц*. – М.: Наука. – 1967. – 576 с. 2. Кочерга О. *Англійсько-українсько-англійський словник наукової мови (фізика та споріднені науки). Парт I – English-Ukrainian / Ольга Кочерга, Євген Мейнарович*. – Вінниця, Нова Книга, 2010. – XXXIV+1384 с. 3. *Матрица мер конвергенции [Електронний ресурс]* – Режим доступу до журналу: [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%86%D0%B0\\_%D0%BC%D0%B5%D1%80\\_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B8](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%BC%D0%B5%D1%80_%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B8) 4. Пелешко Д. Д. *Аналіз основних методів збільшення роздільної здатності зображень на основі технології super resolution / Д. Д. Пелешко, І. В. Ізонін, Ю. М. Пелех // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова*. – 2013. – Вип. 67. – С. 162–169. 5. Borman S. *Super-resolution from image sequences – A review / S. Borman, R. L. Stevenson // Circuits and Systems: proc. of the 1998 Midwest Symposium, Notre Dame, 9–12 Aug. 1998*. – IEEE, 1998. – P. 374–378. 6. Cain S. *Restoration of aliased video sequences via a maximum-likelihood approach / S. Cain, R. C. Hardie, and E. E. Armstrong // Passive Sensors: proc. of nat. infrared inform. symp., Monterey, Mar. 1996*. – CA, 1996. – P. 377–390. 7. Elad M. *Restoration of a single super-resolution image from several blurred, noisy and down-sampled measured images. / M. Elad, A. Feuer // IEEE Transactions on Image Processing*. – 1997. – Vol. 6, № 12. – P. 1646–1658. 8. Glasner D. *Super-Resolution from a Single Image / D. Glasner, S. Bagon, M. Irani // Computer Vision: proc. of 12-th intern. conf., Kyoto, 27 Sept. – 4 Oct. 2009*. – IEEE, 2009. – P. 349–356. 9. Nasrollahi K. *Super-resolution: a comprehensive survey / K. Nasrollahi, T. B. Moeslund // Machine Vision and Applications*. – 2014. – Vol. 25, № 6. – P. 1423–1468. 10. Patti A. J. *Artifact reduction for set theoretic super resolution image reconstruction with edge adaptive constraints and higher-order interpolation / A. J. Patti, Y. Altunbasak // IEEE Transaction on Image Processing*. – 2001. – Vol. 10, № 1. – P. 179–186. 11. Patti A. J. *Robust methods for high quality stills from interlaced video in the presence of dominant motion / A. J. Patti, M. Sezan, and A. M. Tekalp // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*. – 1997. – Vol. 7, № 2. – P. 328–342. 12. Penrouse R. *A generalized inverse for matrices. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 51, 406–413 (1955). 13. Rashkevych Y., Peleshko D., Kovalchuk A., Kupchak M., Pelekh Y. *Speech signal pseudo invariants. Computer Science And Information Technologies:*

*Materials of the Vith International Scientific and Technical Conference CSIT 2001. – Lviv: Publishig House Vezha&Co, 2011. 2011, с.21–22. 14. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание / А. Алберт // пер. с англ. – М.: Наука, 1977. – 224 с. 15. Superresolution. [Электронный ресурс]. – <http://www.wikiwand.com/en/Superresolution>. 16. Shen W. Projection onto Convex Sets Method in Spacefrequency Domain for Super Resolution / Wanqiang Shen, Lincong Fang, Xiang Chen, Honglin Xu // Journal of computers. – 2014. – Vol. 9, № 8. – P. 1959–1966. 17. Tai Y. W. Perceptually-inspired and edge-directed color image super-resolution / Y. W. Tai, W. S. Tong, and C. K. Tang // Computer Vision and Pattern Recognition: proc. of intern. conf, New York, 17 – 22 June 2006. – Los Alamitos: IEEE CS, 2006. – Vol. 2. – P. 1948–1955. 18. Tang Z. Projection onto convex sets super-resolution image reconstruction based on wavelet bi-cubic interpolation / Zhifei Tang, Deng M., Chuangbai Xiao, Jing Yu // Electronic and Mechanical Engineering and Information Technology (EMEIT): proc. of intern. conf., Harbin, 12–14 Aug. 2011. – IEEE Press, 2011. – Vol. 2. – P. 351–354. 19. Wheeler W. E. Super-Resolution Image Synthesis using Projections onto Convex Sets in the Frequency Domain / Frederick W. Wheeler, Ralph T. Hoctor and Eamon B. Barrett // Computational Imaging, Electronic Imaging Symposium: proc. of intern. conf., San Jose, January 2005. – 2005. – Vol. 5. – P.479–490.*

УДК 519.8

О. Михальова

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

## ПРО ЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ БАГАТОКРАТНОГО КУЛЬОВОГО ПОКРИТТЯ ОБМЕЖЕНИХ МНОЖИН ТА ЇХ МУЛЬТИПЛЕКСНОГО РОЗБИТТЯ

© Михальова О., 2015

Запропоновано модифікацію критерію оптимальності в неперервній задачі оптимального мультиплексного розбиття обмеженої множини  $n$ -вимірному евклідовому простору, який дає змогу у результаті розв'язання останньої отримати мінімальний радіус багатократного кульового покриття цієї множини.

Ключові слова: неперервна задача багатократного покриття, оптимальне  $k$ -кратне кульове покриття, діаграми Вороного вищих порядків, мультиплексне розбиття множин

There is proposed a modification of optimality criterion in the continuous problem of optimal multiplex-partitioning of a bounded set from  $n$ -dimensional Euclidean space, which allows in the result of its solving receive the smallest radius of the multiple covering by balls of this set.

Key words: continuous problem of multiple covering, optimal  $k$ -multiple covering by balls, Voronoi diagrams of higher orders, multiplex-partitioning of sets

### Вступ

Задачі багатократного кульового покриття двовимірної області виникають у різних сферах людської діяльності. Широкий спектр практичних їх застосувань наведений, наприклад, у роботах [1–3].

У переважній більшості моделі задач покриття, що вивчаються в науковій літературі, є дискретними. Відомі задачі 0–1 покриття та багатократного покриття як задачі цілочислового

лінійного програмування [4, 5]. Задачі, в яких множина, що покривається, є континуальною, в науковій літературі називають неперервними задачами покриття [2–7 та ін.]. Добре вивчена задача однократного покриття кругами обмеженої частини площини, поширена назва якої – задача про  $p$  центри. Для неї запропоновані різні евристичні алгоритми та алгоритми, які ґрунтуються на використанні діаграм Вороного. Велика бібліографія з питань розроблення алгоритмів розв’язання задачі про  $p$  центри наведена у [8]. В [9] запропоновано використовувати області Вороного вищих порядків [10] та згладжування цільової функції для пошуку напряму спуску під час розв’язання мінімаксімічних задач, які саме і є математичними моделями неперервних задач оптимального покриття. Числові алгоритми розв’язання задач багатократного покриття обмежених множин  $N$  кулями мінімального радіуса подано у роботах [2, 3, 5–7].

У [11] представлені математичні постановки так званих неперервних задач оптимального мультиплексного розбиття множин. Ці задачі описують ситуацію, коли потрібно розділити задану область на регіони, які охоплюють клієнтів, що мають ті самі  $k$  найближчі сусідні сервісні центри з  $N$  існуючих (або можливих). Передбачається, що клієнти кожної області можуть обслуговуватися будь-яким з найближчих  $k$  центрів. В моделях, запропонованих у [11], критерій розбиття є лінійним і полягає у мінімізації сумарних витрат на надання чи отримання тієї чи іншої послуги.

Вочевидь, за своїми інтерпретаціями неперервні задачі покриття множин і задачі мультиплексного розбиття споріднені. Метою цієї роботи є демонстрація зв’язку між вказаними задачами у різних їх постановках, можливості визначати радіус кульового покриття під час розв’язання неперервних лінійних задач мультиплексного розбиття множин. Дослідимо також, яким має бути критерій якості мультиплексного розбиття множин, щоб у відповідній задачі з розміщенням центрів можна було б отримати таке їх розташування, яке збігатиметься з центрами куль мінімального радіуса, що покривають  $k$ -кратно задану множину.

### Математичні постановки неперервних задач кульового покриття і задач мультиплексного розбиття множин

Спочатку наведемо математичну формалізацію неперервних задач багатократного покриття обмеженої множини, які є конструктивнішими з погляду розроблення алгоритмів їх розв’язання [3, 5].

Нехай  $\Omega$  – обмежена, вимірна за Лебегом замкнена множина у просторі  $E_n$ ,  $\tau_i = (\tau_i^{(1)}, \dots, \tau_i^{(n)}) \in \Omega$ , для усіх  $i = 1, \mathbf{K}, N$ , – деякі точки, що зветься «центрами» (вони можуть бути фіксованими або підлягати визначенню).  $B(\tau_i, R) = \{x \in E_n : c(x, \tau_i) \leq R\}$  –  $c$ -куля радіуса  $R$  з центром у точці  $\tau_i$  з  $\Omega$ , де  $c(x, \tau_i)$  – метрика.

Задача про пошук радіуса  $N$  кругів, які створюють  $k$ -кратне  $c$ -кульове покриття множини, полягає у пошуку величини

$$\bar{R} = \sup_{x \in \Omega} \min_{\lambda(x) \in \Lambda_N^k} \max_{i=1, N} c(x, \tau_i) \lambda_i(x), \quad (1)$$

$$\text{де } \Lambda_N^k = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_N) : \lambda_i = 0 \vee 1, i = \overline{1, N}; \sum_{i=1}^N \lambda_i = k \right\}.$$

Задача про мінімальне  $k$ -кратне  $c$ -кульове покриття записується у такий спосіб: знайти

$$\bar{R}(\lambda^*(\cdot), \tau_*^N) = \inf_{(\tau_1, \dots, \tau_N) \in \Omega^N} \sup_{x \in \Omega} \min_{\lambda(x) \in \Lambda_N^k} \max_{i=1, N} c(x, \tau_i) \lambda_i(x), \quad (2)$$

а також вектор-функцію  $\lambda^*(\cdot) : \forall x \in \Omega \lambda^*(x) \in \Lambda$ , та вектор  $\tau_*^N = (\tau_1^*, \dots, \tau_N^*) \in \Omega^N \subset E_n^N$ , за яких у (2) досягається нижня грань.

Далі представимо математичну формалізацію неперервних лінійних задач оптимального мультиплексного розбиття множин [11]. Введемо такі позначення:  $N = \{1, 2, \dots, N\}$  – множина всіх індексів центрів;  $M(N, k)$  – множина всіх  $k$ -елементних підмножин множини  $N$ ,

$|M(N, k)| = C_N^k = L$ ;  $\sigma_l = \{j_1^l, j_2^l, \dots, j_k^l\}$ ,  $l = \overline{1, L}$ , – елементи множини  $M(N, k)$ . З кожним елементом  $\sigma_l$  множини  $M(N, k)$  асоціюватимемо деяку підмножину  $\Omega_{\sigma_l}$  точок із  $\Omega$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ . Своєю чергою, з цією підмножиною  $\Omega_{\sigma_l}$  пов'язуватимемо набір центрів  $\{\tau_{j_1^l}, \tau_{j_2^l}, \dots, \tau_{j_k^l}\}$ .

Сукупність вимірних за Лебегом підмножин  $\Omega_{\sigma_1}, \Omega_{\sigma_2}, \dots, \Omega_{\sigma_L}$  з  $\Omega \subset E_n$  називатимемо **розбиттям  $k$ -го порядку множини  $\Omega$**  на її підмножини  $\Omega_{\sigma_1}, \Omega_{\sigma_2}, \dots, \Omega_{\sigma_L}$ , що не перетинаються, якщо

$$\bigcup_{i=1}^L \Omega_{\sigma_i} = \Omega, \quad \text{mes}(\Omega_{\sigma_i} \cap \Omega_{\sigma_j}) = 0, \quad \sigma_i \in M(N, k), \quad i \neq j, \quad i, j = \overline{1, L},$$

де  $\text{mes}(\cdot)$  означає міру Лебега. Підмножини  $\Omega_{\sigma_1}, \Omega_{\sigma_2}, \dots, \Omega_{\sigma_L}$  множини  $\Omega$  назвемо **підмножинами  $k$ -го порядку** цієї множини.

Нехай  $\Sigma_{\Omega}^{N, k}$  – клас всіх можливих розбиттів  $k$ -го порядку множини  $\Omega$  на її підмножини  $\Omega_{\sigma_1}, \Omega_{\sigma_2}, \dots, \Omega_{\sigma_L}$ , що не перетинаються:

$$\Sigma_{\Omega}^{N, k} = \left\{ \bar{\omega} = \{ \Omega_{\sigma_1}, \dots, \Omega_{\sigma_L} \} : \bigcup_{i=1}^L \Omega_{\sigma_i} = \Omega; \text{mes}(\Omega_{\sigma_i} \cap \Omega_{\sigma_j}) = 0, \quad i \neq j, \quad \sigma_i, \sigma_j \in M(N, k), \quad i, j = \overline{1, L} \right\}.$$

**Задача А1- $k$** . Неперервна лінійна задача оптимального розбиття  $k$ -го порядку множини  $\Omega \subset E_n$  на її підмножини  $\Omega_{\sigma_1}, \Omega_{\sigma_2}, \dots, \Omega_{\sigma_L}$ , що не перетинаються і серед яких можуть бути порожні, з фіксованими центрами  $\tau_1, \dots, \tau_N$  без обмежень:

$$F(\{ \Omega_{\sigma_1}, \dots, \Omega_{\sigma_L} \}) \rightarrow \min_{\{ \Omega_{\sigma_1}, \dots, \Omega_{\sigma_L} \} \in \Sigma_{\Omega}^{N, k}},$$

$$F(\{ \Omega_{\sigma_1}, \dots, \Omega_{\sigma_L} \}) = \sum_{l=1}^L \int_{\Omega_{\sigma_l}} \sum_{i \in \sigma_l} (c(x, \tau_i) / w_i + a_i) \rho(x) dx,$$

де  $x = (x^{(1)}, \dots, x^{(n)}) \in \Omega$ ;  $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_i, \dots, \tau_N) \in \Omega^N$ , координати  $\tau_i^{(1)}, \dots, \tau_i^{(n)}$  центра  $\tau_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , фіксовані; функції  $c(x, \tau_i)$  – обмежені, визначені на  $\Omega \times \Omega$ , вимірні по аргументу  $x$  за будь-якого фіксованого  $\tau_i = (\tau_i^{(1)}, \dots, \tau_i^{(n)})$  із  $\Omega$  для всіх  $i = 1, \dots, N$ ;  $\rho(x)$  – обмежена, вимірна, невід'ємна на множині  $\Omega$  функція;  $w_i > 0$ ,  $a_i \geq 0$ ,  $i = \overline{1, N}$ , – задані числа.

Розбиття  $k$ -го порядку  $\bar{\omega}^* = \{ \Omega_{\sigma_1}^*, \dots, \Omega_{\sigma_L}^* \}$  множини  $\Omega \subset E_n$ , що доставляє мінімальне значення функціоналу  $F$ , називатимемо **оптимальним розв'язком задачі А1- $k$** .

Якщо в задачі А1- $k$  координати центрів  $\tau_1, \dots, \tau_N$  невідомі заздалегідь, і їх необхідно визначити поряд з розбиттям  $k$ -го порядку  $\bar{\omega}^* = \{ \Omega_{\sigma_1}^*, \Omega_{\sigma_2}^*, \dots, \Omega_{\sigma_L}^* \}$  множини  $\Omega \subset E_n$ , то отримаємо нову задачу.

**Задача А2- $k$** . Неперервна лінійна задача оптимального розбиття  $k$ -го порядку множини  $\Omega \subset E_n$  на її підмножини  $\Omega_{\sigma_1}, \Omega_{\sigma_2}, \dots, \Omega_{\sigma_L}$ , що не перетинаються і серед яких можуть бути порожні, без обмежень з розміщенням центрів  $\tau_1, \dots, \tau_N$ :

$$F(\{ \Omega_{\sigma_1}, \dots, \Omega_{\sigma_L} \}, \{ \tau_1, \dots, \tau_N \}) \rightarrow \min_{\substack{\{ \Omega_{\sigma_1}, \dots, \Omega_{\sigma_L} \} \in \Sigma_{\Omega}^{N, k} \\ \{ \tau_1, \dots, \tau_N \} \in \Omega^N}},$$



де функціонал має вигляд

$$F(\bar{\omega}, \tau^N) = F\left(\left\{\Omega_{\sigma_1}, \mathbf{K}, \Omega_{\sigma_L}\right\}, \left\{\tau_1, \dots, \tau_N\right\}\right) = \sum_{l=1}^L \int_{\Omega_{\sigma_l}} \sum_{i \in \sigma_l} (c(x, \tau_i) / w_i + a_i) \rho(x) dx, \quad (3)$$

в якому  $x = (x^{(1)}, \dots, x^{(n)}) \in \Omega$ ;  $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_i, \dots, \tau_N) \in \Omega^N$ ; функції та параметри ті самі, що у задачі **A1-k**.

Пару  $(\bar{\omega}^*, \tau^N) = \left(\left\{\Omega_{\sigma_1}^*, \mathbf{K}, \Omega_{\sigma_L}^*\right\}, \left\{\tau_1^*, \mathbf{K}, \tau_N^*\right\}\right)$ , яка забезпечує мінімальне значення функціоналу (1), називатимемо **оптимальним розв'язком задачі A2-k**.

### Ідея методу розв'язання задачі оптимального мультиплексного розбиття множини з фіксованими центрами

За аналогією з методикою розв'язання неперервних лінійних задач оптимального розбиття множин [2] (які є окремими випадками задач **A1-k** або **A2-k**) вихідна задача **A1-k** записується як наведена нижче задача нескінченновимірної математичної програмування з булевими змінними.

Нехай  $\bar{\omega} = \left\{\Omega_{\sigma_1}, \dots, \Omega_{\sigma_l}, \mathbf{K}, \Omega_{\sigma_L}\right\}$  – деяке розбиття  $k$ -го порядку множини  $\Omega$ . Кожній точці  $x \in \Omega_{\sigma_l}$ ,  $l = \overline{1, L}$ , поставимо у відповідність  $N$ -вимірний вектор  $\lambda^l(x) = (\lambda_1^l(x), \dots, \lambda_N^l(x))$ , координати якого визначимо у такий спосіб:

$$\lambda_i^l(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_{\sigma_l} \text{ \& } i \in \sigma_l, \\ 0 & \text{в іншому випадку} \end{cases} \quad i = 1, \dots, N, \quad l = 1, \dots, L, \quad (4)$$

де  $\sigma_l \in M(N, k)$ ,  $\sigma_l = \{j_1^l, j_2^l, \dots, j_k^l\}$  – набір індексів центрів  $\{\tau_{j_1^l}, \tau_{j_2^l}, \dots, \tau_{j_k^l}\}$ , що асоціюються з підмножиною  $\Omega_{\sigma_l}$ .

Вектор-функцію  $\lambda^l(x) = (\lambda_1^l(x), \dots, \lambda_N^l(x))$ , яка визначена на множині  $\Omega$ , з координатами, що задаються формулою (4), назвемо характеристичною вектор-функцією підмножини  $\Omega_{\sigma_l}$ , що входить у розбиття  $k$ -го порядку множини  $\Omega$ .

Задача **A1-k** переформулюється відносно характеристичних вектор-функцій підмножин, що утворюють розбиття  $k$ -го порядку множини  $\Omega$ .

**Задача B1-k.**  $\min_{\lambda(\cdot) \in \Gamma_0^k} I(\lambda(\cdot)), \quad I(\lambda(\cdot)) = \int_{\Omega} \sum_{l=1}^L \left( \sum_{i=1}^N (c(x, \tau_i) / w_i + a_i) \lambda_i^l(x) \right) \rho(x) dx,$

$$\Gamma_0^k = \left\{ \lambda(x) = (\lambda^1(x), \dots, \lambda^L(x)) : \lambda^l(x) = (\lambda_1^l(x), \dots, \lambda_N^l(x)); \right.$$

$$\left. \lambda_i^l(x) = 0 \vee 1 \text{ для } x \in \Omega, i = \overline{1, N}, l = \overline{1, L}; \sum_{i=1}^N \lambda_i^l(x) = k, l = \overline{1, L}, \text{ м.в. для } x \in \Omega \right\};$$

$$\tau = (\tau_1, \dots, \tau_N) \in \Omega^N = \underbrace{\Omega \times \dots \times \Omega}_N = \Omega^N \text{ – заданий вектор.}$$

Оптимальний розв'язок задачі **B1-k** досягається на вектор-функції  $\lambda^*(x) = (\lambda_1^*(x), \dots, \lambda_i^*(x), \dots, \lambda_N^*(x))$ , кожна компонента  $\lambda^l(x)$ ,  $l = \overline{1, L}$ , якої обчислюється за формулою: м.в. для  $x \in \Omega$

$$\lambda_i^l(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } c(x, \tau_i) / w_i + a_i \leq c(x, \tau_j) / w_j + a_j, \\ & \text{водночас } \forall i \in \sigma_l, j \in N \setminus \sigma_l, \text{ і тоді } x \in \Omega_{\sigma_l}^*, \quad i = \overline{1, N}. \\ 0 & \text{у інших випадках,} \end{cases} \quad (5)$$

Функціонал задачі **B1-k** при  $\lambda(\cdot) = \lambda^*(\cdot)$  записується у такий спосіб:

$$I(\lambda^*(\cdot)) = \int_{\Omega} \min_{l=1, L} \left( \sum_{i \in \sigma_l} (c(x, \tau_i) / w_i + a_i) \right) \rho(x) dx.$$

Для задачі **B2-k**, еквівалентної **A2-k** і записаної відносно характеристичних функцій підмножин, що утворюють розбиття  $k$ -го порядку заданої множини  $\Omega$ , оптимальний розв'язок можна отримати за такими формулами: м.в. для  $x \in \Omega$

$$\lambda_{*i}^l(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } c(x, \tau_{*i}) / w_i + a_i \leq c(x, \tau_{*j}) / w_j + a_j, \\ & \forall i \in \sigma_l, j \in N \setminus \sigma_l, \text{ і тоді } x \in \Omega_{* \sigma_l}, \quad i = 1, \dots, N, \quad l = \overline{1, L}, \\ 0 & \text{у інших випадках,} \end{cases}$$

як  $\tau_{*1}, \dots, \tau_{*N}$  вибирають оптимальний розв'язок задачі

$$G(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in \Omega^N}, \quad (6)$$

де

$$G(\tau) = \int_{\Omega} \min_{\sigma_l \in M(N, k)} \sum_{i \in \sigma_l} [c(x, \tau_i) + a_i] \rho(x) dx. \quad (7)$$

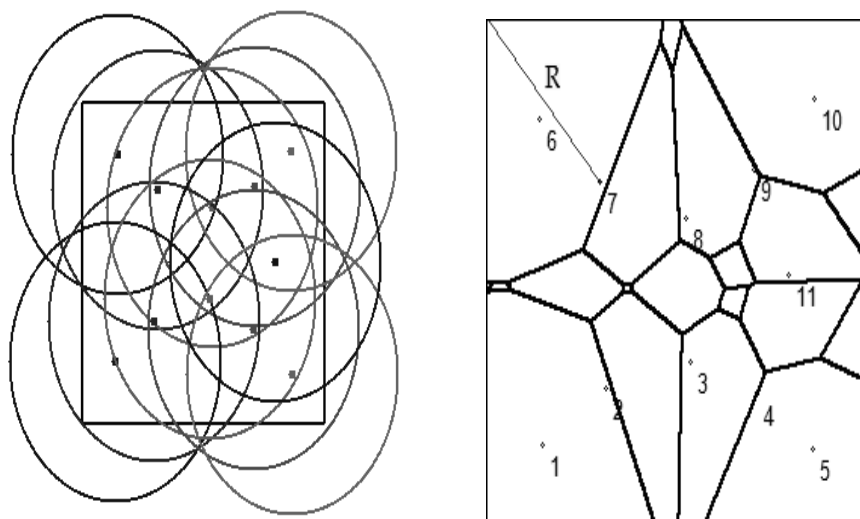
### **Порівняння результатів розв'язання неперервних задач покриття і мультиплексного розбиття множин**

Реалізуючи числовий алгоритм розв'язання задачі мультиплексного розбиття множини **A1-k**, як вже зазначалося вище, можна водночас визначати і радіус покриття відповідної кратності цієї множини як величину максимальної відстані між центром і найвіддаленішою точкою у підмножині  $k$ -го порядку, що обчислюється за формулою (1).

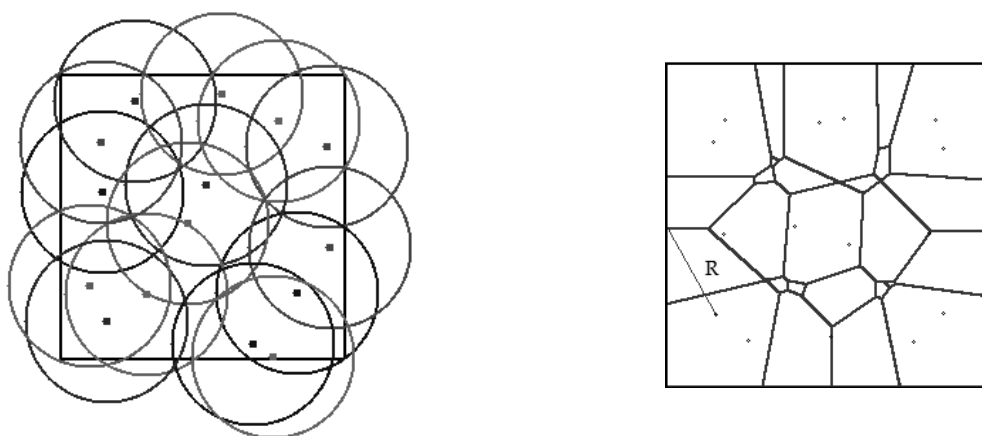
На рис. 1 наведені двократне кульове покриття і оптимальне дуплексне розбиття квадрата  $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$  з  $N=15$  фіксованими центрами з такими параметрами:  $c(x, \tau_i)$  – евклідова метрика,  $a_i = 0$ ,  $w_i = 1$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $\rho(x) = 1 \forall x \in \Omega$ . Величина радіуса покриття в обох задачах становить  $R=0.4353$ . Тут і далі на розбитті тонкою лінією проведений шуканий радіус покриття. На рис. 2, 3 наведено оптимальні двократне і трикратне кульові покриття, а також відповідного порядку оптимальні розбиття множини  $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$  з розміщенням  $N=15$  і 17 центрів відповідно. Обчислений при цьому радіус двократного покриття дорівнює:  $R=0.28714$  і  $R=0.2961$  (рис. 2);  $R=0.33264$  і  $R=0.33232$  (рис. 3).

Радіуси двократного кульового покриття, які обчислені у процесі розв'язання неперервних задач оптимального дуплексного розбиття за  $N=13, 15, 17, 19, 21$ , наведені у таблиці. Для порівняння в таблиці подано і результати розв'язання відповідних задач оптимального двократного кульового покриття за допомогою алгоритмів з [2] та [6].

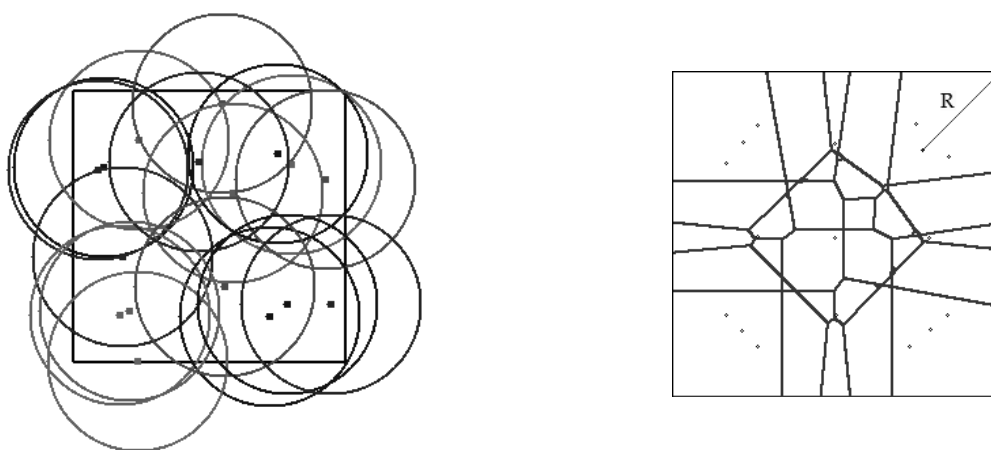
Зазначимо, що розв'язання задачі (6) здійснювалося за допомогою  $g$ -алгоритму Шора [12]. З урахуванням того, що цей алгоритм забезпечує пошук лише локального мінімуму негладкої функції, а задача (6) – багатоекстремальна, за різних початкових наближень координат центрів можна отримати різні локальні розв'язки задач оптимального мультиплексного розбиття, а відповідно й радіус багатократного покриття кулями, центри яких є розв'язками задачі (6).



*Рис. 1. Двократне покриття і дуплексне розбиття квадрата за  $N=11$  фіксованих центрів*



*Рис. 2. Двократне мінімальне покриття і оптимальне дуплексне розбиття квадрата з розміщенням  $N=15$  центрів*



*Рис. 3. Трикратне мінімальне покриття і оптимальне триплексне розбиття квадрата з розміщенням  $N=17$  центрів*

## Мінімальний радіус двократного покриття одиничного квадрата

№	Значення $R(\tau^*)$ , отримане		
	у роботі [2]	за допомогою алгоритму 2 з [6]	розв'язанням задачі дуплексного розбиття
11	0.31280	0.3164	0.34042
13	0.29106	0.29700	0.29614
15	0.26650	0.27807	0.28771
17	0.25372	0.26570	0,27308
19	0.22766	0.23685	0.23529
21	0.21601	0.22500	0.23306

### Мінімізація радіуса багатократного покриття обмеженої множини як критерій оптимальності у задачі мультиплексного розбиття множин

Численні обчислювальні експерименти з розв'язання задач мультиплексного розбиття з наведеним вище критерієм оптимальності й задач багатократного кульового покриття дали змогу зробити такі висновки. У випадку фіксованих центрів значення радіуса багатократного покриття, отримані під час розв'язання задачі (1) і задачі **A1-k**, збігаються. Така ситуація не простежується, коли у задачі мультиплексного розбиття центри мають бути розміщені. Постають питання: як має бути записаний цільовий функціонал задачі про оптимальне мультиплексне розбиття множини з розміщенням центрів або якими мають бути множина, що розділяється, та метрика на ній, щоб описана вище ситуація виникла?

Запропонуємо таку модифікацію критерію якості мультиплексного розбиття в задачі **A2-k**:

$$F_R(\bar{\omega}, \tau^N) = \max_{l=1, L} \sup_{x \in \Omega_{\sigma_l}} \max_{i \in \sigma_l} (c(x, \tau_i) / w_i + a_i) \rho(x).$$

Неважно помітити: якщо в  $F_R(\bar{\omega}, \tau^N)$  вибрати такі параметри:  $c(x, \tau_i)$  – евклідова метрика,  $a_i = 0$ ,  $w_i = 1$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $\rho(x) = 1 \forall x \in \Omega$ , то задача **A2-k** з таким критерієм мультиплексного розбиття стає еквівалентною до задачі (2) пошуку покриття множини заданою кількістю куль мінімального радіуса. Тим самим можна отримати ще одну конструктивну математичну формалізацію задачі оптимального багатократного кульового покриття і її різні узагальнення.

### Висновки

Отже, на прикладах розв'язання неперервних задач багатократного кульового покриття множин, а також задач пошуку розбиття відповідної кратності цих множин, продемонстрована можливість визначення радіуса покриття під час розв'язання неперервних лінійних задач мультиплексного розбиття множин. Для задачі мультиплексного розбиття множини з розміщенням центрів запропоновано критерій якості розбиття, який дає змогу отримувати таке розташування центрів, яке збігається з набором центрів куль **мінімального** радіуса, що покривають  $k$ -кратно задану множину.

1. Михалева А. А. Непрерывные задачи оптимального шарового покрытия и их практические приложения // III Международный форум студентов, аспирантов, молодых ученых. – Днепропетровск, 2015. – С. 504 – 506. 2. Галиев Ш. И., Карпова М. А. Оптимизация многократного покрытия ограниченного множества кругами // Журнал вычисл. математики и матем. физики. – 2010. – Т. 50, № 4. – С. 757–769. 3. Киселева Е. М., Коряшкіна Л. С. Модели и методы решения непрерывных задач оптимального разбиения множеств: линейные, нелинейные, динамические задачи: монография. – К.: Наукова думка, 2013. – 606 с. 4. Farahani R. Z. Facility location. Concepts, models, algorithms and case studies. Berlin, Heidelberg: 2009. – Springer-Verlag: 530 p. 5. Киселева Е. М., Коряшкіна Л. С., Михалева А. А. Конструктивные алгоритмы решения непрерывных задач многократного покрытия // Системные технологии. – Д.: ДМетАУ, 2014. –

Вып. 4 (93). – С. 3–16. 6. Коряшкіна Л. С., Михалева А. А., Навоенко В. И. Применение методов оптимального разбиения множеств к непрерывным задачам многократного покрытия // *Питання прикладної математики і математичного моделювання: зб. наук. праць.* – Дніпропетровськ, 2014. – С. 141–154. 7. Киселева Е. М., Коряшкіна Л. С., Михалева А. А. Непрерывная задача многократного шарового покрытия с ограничениями и метод ее решения // *Системні технології. Дніпропетровськ.* – 2015. – №1. – С. 165–179. 8. Z. Drezner. The  $p$ -centre problem – heuristic and optimal algorithms. *J/ OR Soc.* 1984. V. 35. P. 741 – 748. 9. Галиев Ш. И. Направление убывания для минимаксиминных задач // *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.* – 1994. – Т. 34. – № 3. – С. 323–343. 10. Preparata F. P., Shamos M. I. 1985. *Computational Geometry: An Introduction (Texts and Monographs in Computer Science)*. New York: Springer-Verlag New York, Inc: 390. 11. Коряшкіна Л. С. Обобщение одного класса задач бесконечномерного математического программирования // *Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2015: тези доповідей Десятої міжнар. наук.-практ. конф. (Чернігів, 22 – 26 червня 2015 р.).* – Чернігів: ЧНТУ, 2015.– С. 160–164. 12. Шор Н.З. *Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения.* – К.: *Наук. думка*, 1979. – 200 с.

УДК 519.8

О. Мриглод

Інститут фізики конденсованих систем НАН України

## АВТОМАТИЗОВАНИЙ АЛГОРИТМ ПОШУКУ ТЕРМІНІВ У НАУКОВИХ ПУБЛІКАЦІЯХ

© Мриглод О., 2015

Описано послідовність застосування одного з алгоритмів автоматизованого пошуку наукових термінів, модифікованого з огляду на специфіку поставленої задачі. Проаналізовано сукупність наукових документів з вибраної тематики, погрупованих за кількома дисциплінарними напрямками. В результаті комбінації лінгвістичного та статистичного підходів до аналізу текстів визначено перелік найважливіших термінів, що дають змогу оцінити спектр дрібніших тематичних напрямів у публікаціях з кожної дисципліни.

**Ключові слова:** інтелектуальний аналіз тексту, автоматизований пошук термінів, текст, публікація.

The application of partially modified semi-automatic algorithm of scientific terms searching is described in this paper. The set of research papers of a given topic within several disciplines were analyzed. The combination of linguistic and statistical approach to the analysis of texts gave a possibility to get the list of the most important terms. These terms can be used to reveal the spectra of subtopics in the set of selected publications within each discipline.

**Key words:** text mining, semi-automatic terms identification, text, publication.

### Вступ

Серед наукометричних досліджень важливе місце посідають проблеми вивчення структури науки та її еволюції. Виявлення так званих “гарячих напрямів” та спостереження за розвитком окремих тематик – це задачі, розв’язок яких може бути вельми корисним для практичного використання. Адже інформація про те, які напрями у науці сьогодні є особливо затребуваними та

гіпотетично перспективними, є необхідною для прийняття рішень, починаючи від постановки задачі для майбутніх дослідників і завершуючи розподіленням державних або грантових коштів. Завдання моніторингу наукових напрямів, на перший погляд, може видатись достатньо простим, проте з огляду на складність системи науки та процесів, що відбуваються у ній, однозначного вирішення досі не має [1, 2]. Для того, щоб погрупувати публікації або, скажімо, видання за тематичною ознакою, і тим самим визначити певну структуру наукових досліджень, використовують різні методи. Окрім експертного аналізу, тобто класифікації чи сортування “вручну”, використовуються алгоритми автоматизованої кластеризації на основі даних про співавторство або ж співцитування (про одні із перших спроб див. у [3, 4]). Також проблема визначення тематичного забарвлення наукових текстів суміжна з проблемою виділення основних тематичних концепцій та побудови тезаурусів, що часто використовує лінгвістичні підходи для аналізу власне змісту текстів – так званого контент-аналізу. А вже підзадача виявлення тематики публікації виявляється потенційно корисною для цілого спектра практичних застосувань: організації релевантного інформаційного пошуку, каталогізації та рубрикації електронних ресурсів або ж публікацій у виданні, автоматичного пошуку рецензентів та багатьох інших. Загалом, завдання зводиться до розроблення методів автоматичного чи хоча б автоматизованого (за часткової участі людини-експерта) аналізу текстів з виділенням ключових тематичних концепцій, поданих у вигляді ключових слів. У випадку наукових текстів результатом може бути перелік значущих наукових термінів (формальніше визначення *терміна* розглянуто далі), що, власне, відображають ці концепції.

### **Коротко про підходи до виявлення ключових слів у текстах**

Розробити автоматичний чи хоча б напівавтоматичний спосіб виділення ключових термінів, що описували б основні концепції документів, намагаються вже не перше десятиліття (див., наприклад, [5–8]). Адже така задача потенційно має не одне практичне застосування: тематичне маркування виявлених груп документів, завдання інформаційного пошуку, каталогізації, та інші, згадані вище.

Перш ніж перейти власне до обговорення способів аналізу текстів, необхідно визначити, що ж ми розуміємо під *терміном*. Насправді не існує чітко формалізованого визначення, проте зазвичай термінами називають так звані “змістовні” (чи “сигнальні” [5]) слова або словосполучення, що передають основні змістові ідеї тексту, тобто відображають ту чи іншу тематичну концепцію, висвітлену в документі. На відміну від таких “змістовних” слів, “функціональні” використовуються для зв’язування речень та передавання додаткової інформації [9]. Можна уявити, що “функціональні” слова є середовищем, яке забезпечує розташування “змістовних” слів – наче риб у воді. До “функціональних”, зокрема, зараховують усі види сполучників та службових слів.

Важливо розуміти, що “змістовність” кожного конкретного слова невід’ємна від контексту. Так, слово “шум” може бути вторинним у тексті з біології, проте стати терміном для фізичної публікації. Релевантність слова може змінюватись навіть у межах однієї дисципліни, тому множина термінів завжди є індивідуальною для конкретно вибраного набору документів.

Окремою проблемою є охоплення аналізом не лише одиничних, але й складених термінів (з кількох слів). Їх автоматичне виділення технічно є проблематичнішим, проте часто вони допомагають уточнити загальніші за значенням одиничні терміни, детальніше описати ту чи іншу концепцію документа. Скажімо, коли іменник “пухлина” може означати доволі широкий медичний спектр тематик, то словосполучення “тироїдна пухлина” вже значно звужує коло пошуку. У цьому випадку знову не знімається питання про те, що в подальшій роботі все-таки вважати терміном: слово “пухлина” чи словосполучення “тироїдна пухлина”. Тут, як правило, потрібно приймати рішення знову ж таки для кожного конкретного набору документів.

Вважається, що найнадійнішим методом визначення множини ключових термінів для корпусу документів чи певної галузі є залучення експертів – фахівців у відповідній ділянці. Автоматизувати цей процес поки що не вдається власне через відсутність абсолютних критеріїв, багатозначність

мови, її контекстність тощо. Проте вже тривалий час пропонуються та вивчаються напівавтоматичні методи аналізу текстів та визначення ключових слів, термінів або ж концептів. Для знаходження множини слів чи словосполучень, що потенційно можуть бути такими ключовими словами, можна використовувати різні принципові підходи: на основі статистичного, синтаксичного чи змішаного аналізу слів у наборі документів [6, 9]. У першому випадку текст розглядається лише як випадковий набір або ж впорядкована послідовність елементів – слів. Тоді можна робити частотний аналіз, знаходити типові послідовності елементів та застосовувати інші статистичні підходи. У другому випадку враховуються синтаксис, частини мови та структура слів у реченнях. А, зрештою, на практиці найчастіше використовується комбінація цих двох методів [9, 11].

Якщо знехтувати структурою документа та вважати його “мішком зі словами”, то можна проаналізувати частоту вживання слів  $k$ , побудувавши її розподіл. Ще у середині минулого століття доведено, що в результаті такого аналізу одержимо степеневий закон розподілу слів, відомий як закон Зіпфа [10]. Останній говорить про те, що у тексті типово є велика кількість різних слів, що трапляються один раз або кілька разів, і лише декілька таких, що вживаються дуже часто (див. далі рис. 3). Певний парадокс полягає у тому, що хоч частота вживання слів є одним із базових понять, проте на основі лише частотного розподілу неможливо визначити, які ж зі слів можна вважати ключовими або такими, сукупність яких описує власне основні концепції документа. Найчастіше вживані слова, як правило, є дуже загальними за змістом, а рідко вживані – дуже конкретними, проте не можуть вважатися статистично значущими. Вважають, що найкращі кандидати у “змістовні” слова розмістяться десь посередині згаданого частотного розподілу (див. рис. 3) – такі, що вживаються не найчастіше, проте і не надто рідко [5, 9, 11]. Залежно від зростання довжини текстів частота “функціональних” та “змістовних” слів змінюється по-різному: для перших вона пропорційно зростає, тоді як для других просто відбувається розширення словника (більший текст – більша імовірність обговорення нової концепції – нові ключові слова/терміни) [9, 11].

Окрім частоти вживання, додаткову інформацію можна отримати, враховуючи структуру корпусу та окремих його документів. Відомо, що «функціональні» та «змістовні» слова неоднаково розподілені серед документів чи структурних частин одного документа, тоді як перші характеризуються швидше рівномірною розкиданістю по корпусу та документах, другі вживаються нерівномірно – сконцентровано у групі документів (чи в певному місці окремого документа) та рідко в інших.

Вже побіжний огляд показує велику кількість неоднозначностей, пов’язаних із намаганням автоматично виявити значущі слова, що б відображали тематичний спектр набору документів. При цьому досі йшлося лише про формування списку кандидатів на терміни – слів/словосполучень, які надалі потрібно оцінити на предмет їх “значущості”, тобто релевантності, специфічності та важливості для конкретного набору текстів. Знову ж таки, за відсутності визначення такої значущості, можна використовувати різні методи для “зважування” потенційних термінів і порівняння їх ваг між собою. Наприклад, можна використати вже згадану властивість неоднорідного розподілу “змістовних” слів. Про міру “специфічності” слова/словосполучення може говорити добуток частоти його вживання  $k_i$  на так звану обернену частоту документів  $idf_i$ , в яких воно трапляється. Остання величина дорівнює відношенню загальної кількості документів у корпусі  $N$  до кількості документів, в яких трапилось це слово/словосполучення  $n_i$ : з огляду на типово велике значення  $N$ , можна розглядати логарифм відношення, тобто  $idf_i = \log(N/n_i)$ . З одного боку, величина  $k_i \times idf_i$  буде пропорційною до загальної вживаності кандидата у терміни, а з іншого боку – обернено пропорційною до кількості різних документів, де він вживається [9]. Існує ціла низка методів зважування та нормалізації, що можуть враховувати довжини документів чи їх

структуру (тобто місця локалізації слів у певних частинах документа), факти співпояв слів, їх контекст тощо.

Якщо йдеться виключно про наукові статті та виявлення у них наукових термінів, то задача дещо полегшується з огляду на чітку структурованість таких документів. Вважається, що значущі терміни найбільше сконцентровані у певних структурних частинах, таких як заголовки, анотація, перший абзац статті чи висновки. Деякі дослідники вважають, що комбінація заголовка та анотації є достатньою основою для аналізу (наприклад, [6, 12]), інші вважають найрелевантнішими окремо взяті заголовки (див. [13]), проте завжди потрібно враховувати невеликий розмір цих фрагментів з погляду статистичного підрахунку частот. Крім того, значущість тих чи інших структурних елементів статей є різною для природничих та гуманітарних наук.

Можна виділити типові риси наукових термінів загалом. Так, вважається, що найчастіше це одноосібні іменники або ж словосполучення, що формуються навколо головного іменника, доповнюючись іншими іменниками, прикметниками тощо. Потрібно зауважити, що такі висновки поки що найобґрунтованіші для англійських текстів як найдослідженіших [9, 11].

Далі у роботі описано покрокову напівавтоматичну процедуру виявлення наукових термінів у публікаціях вибраної тематики. Таке завдання поставлено в межах ширшої задачі дослідження реакції наукової спільноти – що відображається власне в опублікованих роботах – на визначену подію.

#### **Постановка задачі: приклад тематичного аналізу наукових публікацій**

Нещодавно під час вивчення реакції наукової спільноти на Чорнобильську аварію [14, 15] зібрано бібліографічні дані про усі релевантні до проблеми наукові публікації в базі даних Scopus ([www.scopus.com](http://www.scopus.com)) на початок 2015 р. Загалом кінцевий перелік містив понад 9,5 тис. бібліографічних записів про публікації, що містили різні написання слова “Chornobyl” у заголовках, анотаціях чи ключових словах. Зібрано тематичну колекцію наукових документів із вузької тематики. Окрім дослідження розподілу публікацій за галузями науки та за роками, аналізу відповідної мережі співпраці на рівні країн, виявлення зміни зацікавленості в межах різних дисциплін та інших завдань, цікаво було дослідити тематичний спектр всередині зібраного корпусу документів. Адже, поряд із загальнодисциплінарними тенденціями до підвищення чи загасання інтересу в межах тієї чи іншої галузі науки, можна очікувати зміни тематичного спектра на тоншому масштабі, в межах однієї дисципліни – адже з часом актуальність одних проблем втрачається, тоді як інші починають активно досліджуватись. Такий детальніший аналіз тим цікавіший з огляду на те, що сьогодні для домінуючих дисциплін (за кількістю чорнобильських публікацій у Scopus) спостерігається більш-менш стала картина, тобто щорічна кількість публікацій коливається навколо певного значення. З іншого боку, для низки інших дисциплін спостережено тенденції до загасання (скажімо, для ветеринарії) чи зростання (наприклад, для економіки та фінансів) інтересу до чорнобильської тематики [14, 15]. Поставлене завдання виявлення внутрішніх тематик для набору статей хоча б для п'яти найпоширеніших у базі Scopus дисциплін: медицини (3 635 статей); наук про навколишнє середовище (3 156); енергетики (1 470); фізики та астрономії (1 437); біохімії, генетики та молекулярної біології (1 198).

Виявлення ключових термінів дає змогу визначити найактуальніші завдання за часом. Такий аналіз також допомагає побудувати карту наукових дисциплін – тобто візуально показати, як знайдені терміни (а отже, і тематичні піднапрями) взаємопов'язані між собою. Наприклад, на рис. 1 показано карту термінів для нашого набору статей з дисциплін, які домінують, згенеровану за допомогою спеціальної програми VOSviewer [16, 17]. У цьому випадку для автоматичного виділення термінів використовувалась інформація про їх співпояви у заголовку та анотації (що в цьому випадку трактується як один документ) кожної статті. Вбудований алгоритм кластерування дає змогу розрізнити декілька тематичних груп: чотири більші та дві менші. І хоча ці групи не відповідають взаємно однозначно п'яти дисциплінам, що домінують, можна чітко розрізнити дві найбільші ділянки досліджень, що стосуються аварії на Чорнобильській АЕС : вплив на здоров'я



людини (три великі кластери зліва) та наслідки для навколишнього середовища (великий кластер справа). Також достатньо добре візуально розрізняються піднапрями, що пов'язані із онкологічними захворюваннями, генетичними ефектами та аналізом шляхів забруднень у різних середовищах.

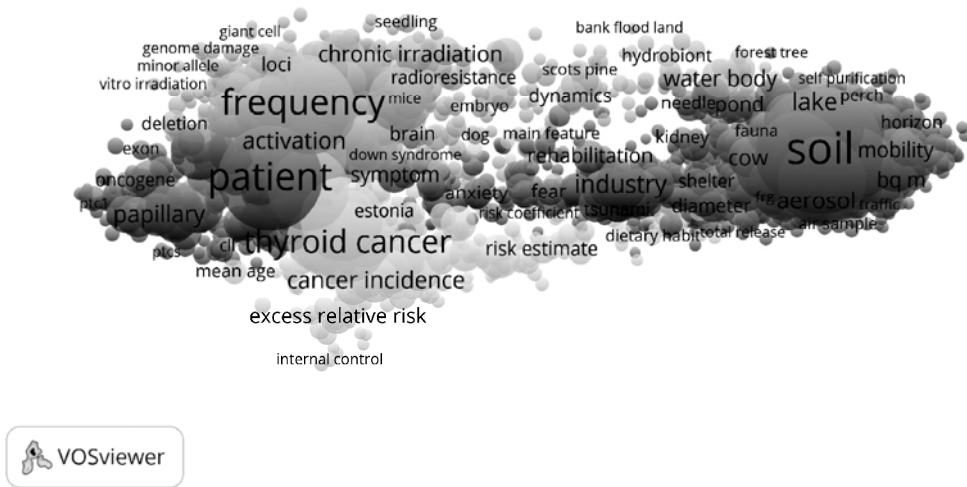


Рис. 1. Карта термінів для чорнобильських публікацій з медицини; наук про навколишнє середовище; енергетики; фізики та астрономії; біохімії, генетики та молекулярної біології, знайдених у базі Scopus на початок 2015 р. Показано 60 % найбільш релевантних термінів

### Покрокова процедура виявлення термінів

Для того, щоб отримати ключові слова, набір яких найточніше описує загальний тематичний зміст чорнобильських наукових публікацій з п'яти дисциплін, що домінують, перелічених вище та двох додаткових – мистецтва (лише 59 публікацій у Scopus) та соціології (310) як яскравих представників гуманітарних наук, – модифіковано процедуру, запропоновану в [11]. Основні кроки описано нижче.

**Крок 1.** Передусім потрібно визначити, що буде основою для аналізу: окрім інформації про авторів та видання, у нашій базі зібрані анотації, заголовки та ключові слова. Оскільки ключові слова за замовчуванням можна вважати авторськими термінами, за основу об'єктивного аналізу беремо анотації та/чи заголовки. Заголовок за призначенням мав би найточніше та найкоротше вказувати на суть статті, проте все частіше заголовки покликані скоріше привабити читача, аніж вказати на зміст. Тому не комбінувалися заголовок+анотація, а порівнювалися два окремі випадки, коли як *документи* трактували окремо заголовки та окремо анотації.

**Крок 2.** Для того, щоб одержати інформацію про лінгвістичні властивості слів у документах, можна використати одну із доступних у вільному доступі програм – а саме TreeTagger [18]. Ця програма призначена для маркування слів у тексті за частинами мови та знаходження базової форми для кожного слова – що пізніше дає змогу нехтувати різними закінченнями, що залежать від числа або роду. Приклад результатів обробки фрагмента тексту програмою наведено на рис. 2.

```
colony-stimulating|NN|colony-stimulating
factors|NNS|factor
for|IN|for
the|DT|the
treatment|NN|treatment
of|IN|of
the|DT|the
hematopoietic|JJ|hematopoietic
component|NN|component
```

Рис. 2. Результат обробки програмою TreeTagger фрагмента тексту: “colony-stimulating factors for the treatment of the hematopoietic component”

**Крок 3.** Із одержаного переліку легко відібрати потрібні конструкції – які ми далі називатимемо *семантичними одиницями*, дотримуючись означення, введеного в роботах [11, 15, 19] (semantic units) – одиничні іменники або ж словосполучення, що складаються лише з іменників та прикметників. Подібно, як у [11, 19], використано загальне правило для відбору складених конструкцій: *\*прикметник \*іменник*. Ця загальна форма означає, що фраза може розпочинатись із довільної кількості прикметників та завершуватись довільною кількістю іменників, наприклад: “post-chernobyl radioactive contamination”, “radionuclide contamination source”. Крім того, певні найпростіші правила перетворення дають змогу не відсіювати ті конструкції, які існують неявно:

- Ї Фраза, що містить на початку декілька прикметників, розділених комами, та один іменник в кінці, перетворюється на декілька фраз, що складаються з одного прикметника та іменника; наприклад, конструкція “personal, political, linguistic, historical complexity” буде врахована у вигляді чотирьох семантичних одиниць: “personal complexity”, “political complexity”, “linguistic complexity”, “historical complexity”.
- Ї Фраза, у якій один прикметник відноситься до декількох іменників, розділених сполучником “and” (“і” чи “та” з англ.), перетворюється на декілька фраз, що містять прикметник та один із іменників; наприклад, із конструкції “individual responses and responsibilities” отримаємо “individual responses” та “individual responsibilities”.

Звичайно, неможливо передбачити та забезпечити перетворення усіх можливих варіантів конструкцій коректно. Поряд із технічними помилками чи описками існують такі, які за змістом мали б розглядатись, проте не відповідають заданому шаблону, містячи сполучники. Скажімо, класичним прикладом є словосполучення “degrees of freedom”. Тому потрібно пам'ятати про неминучі похибки автоматичних процедур, особливо тих, що стосуються обробки природної мови.

Відбираючи семантичні одиниці, відразу ж варто відсіяти такі, що занесені у так званий стоп-список. Цей перелік, як правило, складається вручну і конкретно для кожного набору документів. Так, наприклад, у нашому випадку стоп-словами стали семантичні одиниці “article” (“стаття”), “Elsevier” (назва видавництва), різноманітні одиниці вимірювання величин тощо.

У результаті виконання перших трьох кроків для нашого корпусу отримано список із 80 094 семантичних одиниць для анотацій та 15 020 – для заголовків.

**Крок 4.** Наступним кроком є підрахунок семантичних одиниць для проведення частотного аналізу. Проте проста, на перший погляд, процедура не є однозначною.

- Ї Передусім, всупереч поширеній практиці, що передбачає відсіювання маловживаних семантичних одиниць одразу ж [11, 19], ми їх спочатку не вилучаємо. Оскільки розміри наших вибірок даних, особливо для гуманітарних дисциплін, є невеликими, таке відсіювання завадить побачити загальну форму частотного розподілу. На рис. 3 зображено частотно-рангові розподіли семантичних одиниць: для їх побудови спочатку треба посортувати усі семантичні одиниці за зменшенням частоти появ  $k$  (по вертикальній осі на рисунку), а тоді присвоїти їм відповідні ранги  $r$  у послідовності зростання (горизонтальна вісь, відповідно). Отже, на рис. 3 бачимо відповідні графіки для анотацій (а) та заголовків (б), що демонструють близькість до степеневого закону. Така форма розподілу типова для текстів, написаних природною мовою [10, 20]. І навіть більше, не лише форма, але й нахил одержаної кривої (зі значенням експоненти, що близька до  $-1$ ) свідчить про універсальні характеристики таких коротких текстів, як

анотації (рис. 3, а). Такий результат не є цілком очевидним, адже в цьому випадку ми оперуємо не частотою слів, а частотою лише певних семантичних конструкцій.

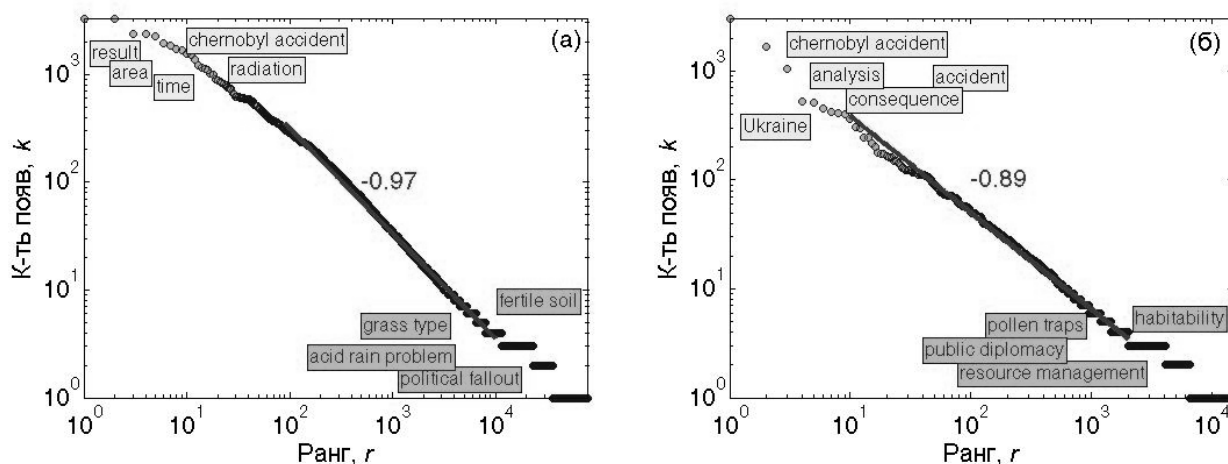


Рис. 3. Частотно-рангові розподіли семантичних одиниць для (а) анотацій та (б) заголовків чорнобильських публікацій з семи вибраних дисциплін у базі даних Scopus. Розподіли добре апроксимуються степеневими залежностями  $k \sim r^{-a}$  із показниками  $a \approx 0.97$  та  $a \approx 0.89$ , відповідно

Ї Перед тим, як рахувати частоту появ складених конструкцій, тобто тих, що складаються з двох чи більше слів, можна спочатку оцінити їх зв'язаність, статистично підтвердивши, що ціла конструкція трапляється достатню кількість разів порівняно з частотою її окремих елементів. Тобто можна йти шляхом первинної перевірки того, чи знайдені складені семантичні одиниці повинні фігурувати як одне ціле, чи доречно їх розділити на менші елементи (див. [11, 19]). Проте у нашому дослідженні такої перевірки не зроблено, оскільки розраховується частота не лише всієї складеної конструкції, але й її складових: окремо останнього слова (іменник, що трактується як головний у семантичній одиниці), а далі останнього слова разом із тими, що йому передують, додаючи їх один за одним. Наприклад, для семантичної одиниці “low-dose radiation exposure” підраховується частота вживань “exposure”, “radiation exposure” та “low-dose radiation exposure”. Тобто ми беремо до уваги так звані вкладені терміни (nested terms): терміни, що можуть бути самостійними або входити до складу інших [11].

Ї Для підрахунку кількості вживань семантичної одиниці використано так званий бінарний спосіб, тобто якщо в тому самому документі вона виявлена більше від одного разу, все одно “зараховується” лише одноразово. Отже, загальна кількість появ дорівнюватиме кількості документів, у яких трапилася ця конструкція.

**Крок 5.** Нарешті, із загального списку зібраних та підрахованих семантичних одиниць потрібно виділити власне *терміни*. Як вже згадано вище, важливість семантичної одиниці як терміна не є прямо пропорційною до її частоти вживання. Найчастіше вживані слова, що потрапляють на початок частотно-рангового розподілу типу Зіпфа, є, як правило, найзагальнішими за змістом для цього набору документів. Скажімо, у нашому випадку це такі семантичні одиниці, як “Chornobyl accident”, “radiation”, “Ukraine” тощо (рис. 3). З іншого боку, слова із найменшою кількістю вживань, що потрапляють у “хвіст” розподілу, насправді вельми специфічні, проте не розглядаються як статистично значущі: наприклад, “grass type”, “public diplomacy” тощо. Найвірогіднішими кандидатами у терміни є семантичні одиниці, розміщені посередині розподілу (рис. 3) [9]. Тому на цьому кроці важливо застосувати певні частотні (чи інші) фільтри для

відокремлення термінів. Спочатку введемо нижнє критичне значення частоти  $k_c = 4$ , тобто відсіємо усі семантичні одиниці, що виявлені у менше ніж чотирьох документах. Це значення вибрано за допомогою емпіричного спостереження: частота появ семантичних одиниць, якщо  $k \leq k_c$  знижується повільно, тоді як вище від цього значення режим змінюється на значно швидший.

Черговий фільтр пов'язаний із нерівномірним поширенням термінів між дисциплінами. Тоді як семантичні одиниці можуть однаково активно використовуватися у статтях, що стосуються різних галузей знань, термінами називатимуться ті, що характерні для певної дисципліни чи кількох дисциплін. Щоб виразити концепцію такого нерівномірного розподілу в числовому вигляді, використаємо ідею так званої “термінності” (*termhood*), запропоновану у [11, 19]. Йдеться про міру специфічності семантичної одиниці, тобто її характерності для певної/певних дисциплін. Для розрахунку термінності спочатку потрібно побудувати ймовірнісний розподіл частоти вживання усіх кандидатів у терміни  $P(d)$  за дисциплінами ( $d = 1..7$ ). Відповідний графік для бази даних анотацій (майже збігається із аналогічним графіком для заголовків) показано на рис. 4 (лінія з кружечками).

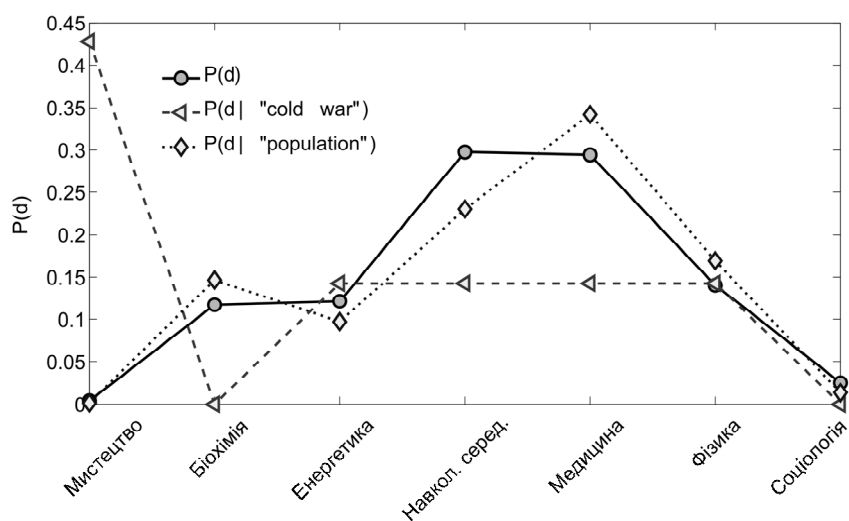


Рис. 4. Ймовірнісні розподіли частоти появ семантичних одиниць у дисциплінах на основі бази даних анотацій чорнобильських публікацій: загальний розподіл  $P(d)$  та два індивідуальні розподіли для семантичних одиниць “cold war” та “population”

Із рис. 4 видно, що найбільша кількість семантичних одиниць стосується наук про навколишнє середовище та медицини. Очікувано, що найменші значення відповідають обидвом гуманітарним дисциплінам. Далі аналогічно для кожної семантичної одиниці  $s$  ( $s$  змінюється від 1 до загальної кількості семантичних одиниць у сформованому списку) будується її власний, індивідуальний розподіл  $P(d | s)$ . Інакше кажучи,  $P(d)$  показуватиме ймовірність будь-якої семантичної одиниці “потрапити” у певну дисципліну  $d$ , а  $P(d | s)$  – цю ймовірність для конкретної семантичної одиниці  $s$  див. рис. 3 (лінії з трикутниками та ромбами). Різниця між загальним  $P(d)$  та конкретним  $P(d | s)$  розподілом, виражена у числовому вигляді, і буде шуканою величиною. Існують різні математичні способи порівняння розподілів між собою, ми використали запропонований у [11, 19]. Для розрахунку рівня “неподібності” між кожною парою розподілів  $P(d)$  та  $P(d | s)$  вживається поняття так званої від’ємної ентропії. Так, міру termhood для вибраної семантичної одиниці  $j$  розраховують як:

$$t_s = \sum_{d=1}^7 \log p_d, \quad \text{де} \quad p_d = \frac{P(d | s) / P(d)}{\sum_{d'=1}^7 P(d' | s) / P(d')}$$

приймаючи, що  $0 \log 0 = 0$ . Що вище значення величини  $t_s$ , то специфічнішою (характернішим для певної дисципліни чи кількох дисциплін) вважається семантична одиниця – то більше підстав її вважати терміном. На рис. 5 продемонстровано, як для кожної семантичної одиниці змінюються її загальна частота  $k_s$  та специфічність  $t_s$ .

Очевидно, що необхідно знайти компроміс між цими двома величинами, проте будь-яке рішення буде певною мірою умовним або суб'єктивним. Така ситуація доволі типова для задач, що потребують участі експертів та не можуть бути повністю автоматизованими. У цьому випадку до термінів зараховано ті семантичні одиниці, що відповідали таким критеріям:

- $k_s > k_c$ , де  $k_c = 4$  (див. вище).
- $t_s > t_c$ , де  $t_c$  дорівнює медіані.
- Семантична одиниця належить до перших 50 у переліку, відсортованому за значенням величини  $t'_s \cdot k'_s$  (добутком  $t_s$  та  $k_s$ , нормованими так, щоб належати інтервалу  $[0..1]$ ) – така вага дає додаткову перевагу специфічності термінів порівняно з їх частотою.

Деякі семантичні одиниці вилучені зі списку термінів вручну на фінальній стадії – як пояснювалося вище, обійтися без втручання людини-експерта поки що неможливо.

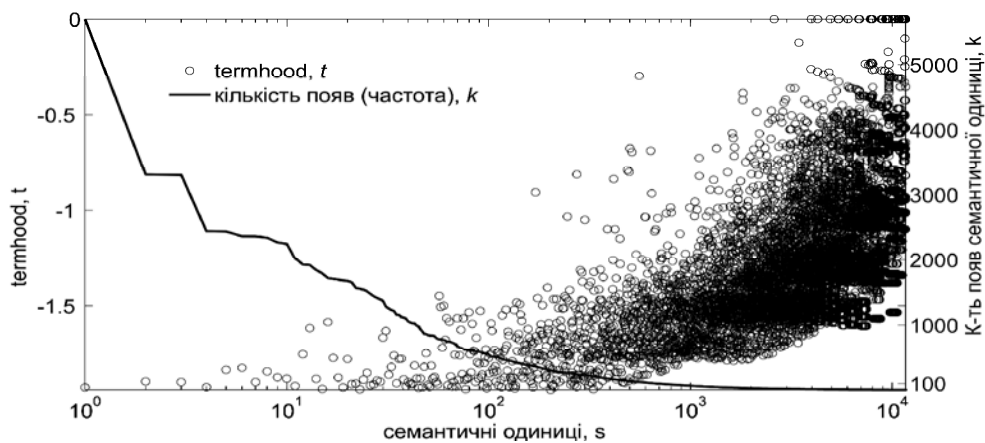


Рис. 5. Специфічність (termhood)  $t_s$  відносно частоти появ  $k_s > k_c$  для семантичних одиниць на основі бази анотацій

У результаті одержано переліки термінів, що характеризують публікації на тему Чорнобильської аварії для кожної із семи вибраних дисциплін. На їх основі можна робити висновки про піднапрями, актуальні в межах ширших областей досліджень. У табл. 1 та 2 наведено по двадцять найспецифічніших термінів, отриманих на основі анотацій та заголовків, відповідно. Можна побачити, що у часовий період, найближчий до аварії, виділялися терміни із наук про навколишнє середовище. Більшість термінів, характерних для біохімії, генетики та молекулярної біології, вперше з'являються у публікаціях на початку 90-х років. Гуманітарні терміни починають виникати ще пізніше (2002–2006). Це підтверджує думку про те, що чорнобильська тематика досліджувалась в межах різних дисциплін не синхронно [14, 15]. Природно, що безпосередньо після катастрофи акцентували на найшвидших її наслідках для навколишнього середовища, здоров'я людей; з часом все актуальнішими стали віддаленіші наслідки, наприклад, генетичні та онкологічні; натомість після кількох десятиріч обговорюються також економічні, соціальні та культурні проблеми, пов'язані з аварією на ЧАЕС.

Таблиця 1

**Перша двадцятка термінів, найспецифічніших для чорнобильських публікацій  
у межах семи досліджуваних дисциплін, відібраних на основі анотацій статей у Scopus**

Терміни (мовою оригіналу)	Терміни (український переклад)	Характерні для:	Рік першої появи у базі даних
1) carcinoma	1) карцинома	біохімія	1992
2) thyroid carcinoma	2) карцинома щитовидної залози	біохімія	1992
3) tumor	3) пухлина	біохімія	1994
4) gene	4) ген	біохімія	1987
5) rearrangement	5) перебудова	біохімія	1993
6) papillary thyroid carcinoma	6) папілярний рак щитовидної залози	біохімія	1995
7) ptc*	7) ptc	біохімія	1992
8) papillary carcinoma	8) папілярна карцинома	гуманітарні	2002
9) science	9) наука	біохімія	1994
10) carcinogenesis	10) канцерогенез	біохімія	1992
11) malignancy	11) злоякісність	навкол. сер.	1987
12) activity ratio	12) коефіцієнт активності	гуманітарні	2006
13) threat	13) загроза	біохімія	1992
14) metastasis	14) метастази	біохімія	1994
15) surgery	15) хірургічна операція, хірургія	соціологія	1989
16) policy	16) політика	біохімія	1999
17) cleanup worker	17) працівник з очищення (ліквідатор)	біохімія	1997
18) high frequency	18) висока частота	біохімія	1990
19) nuclear disaster	19) ядерна катастрофа	соціологія	1990
20) discharge	20) розряд	навкол. сер.	1988

\* ptc – аббревіатура від “papillary thyroid carcinoma”

Таблиця 2

**Перша двадцятка термінів, найспецифічніших для чорнобильських публікацій  
у межах семи досліджуваних дисциплін, відібраних на основі заголовків статей у Scopus**

Терміни (мовою оригіналу)	Терміни (український переклад)	Характерні для:	Рік першої появи у базі даних
1) carcinoma	1) карцинома	біохімія	1993
2) thyroid carcinoma	2) карцинома щитовидної залози	біохімія	1993
3) patient	3) пацієнт	біохімія	1991
4) rearrangement	4) перебудова	біохімія	1991
5) sediment	5) осад	навкол. сер.	1987
6) papillary thyroid carcinoma	6) папілярний рак щитовидної залози	біохімія	1995
7) transport	7) перенесення, транспорт	навкол. сер.	1987
8) mutation	8) мутація	біохімія	1989
9) tumor	9) пухлина	біохімія	1994
10) cleanup worker	10) працівник з очищення (ліквідатор)	біохімія	1993
11) cleanup	11) очищення (ліквідація)	медицина	1992
12) unit	12) модуль	енергетика	1982
13) history	13) історія	гуманітарні	2009
14) pond	14) ставок	навкол. сер.	1987
15) policy	15) політика	соціологія	1988
16) prevalence	16) поширеність, розповсюдження	біохімія	1995
17) Black sea	17) Чорне море	навкол. сер.	1987
18) thyroid disease	18) хвороба щитовидної залози	біохімія	1991
19) radiation protection	19) захист від радіації	гуманітарні	2006
20) forest ecosystem	20) екосистема лісу	навкол. сер.	1991

## Висновки

У результаті виконаної роботи можна зробити дві групи висновків. Перша стосується самої процедури виокремлення термінів (ключових/значущих слів) у наукових текстах. Сьогодні є усі підстави вважати, що її повна автоматизація неможлива – на тому чи іншому етапі необхідно залучати експертів у відповідній галузі знань для кожного конкретного набору наукових публікацій. Така експертна участь необхідна як на проміжних стадіях, скажімо, для формування списку слів, які завідомо не є змістовними – стоп-списку, так і на кінцевій стадії для верифікації результатів. Проте численні напрацювання у цьому напрямі забезпечили чималий арсенал підходів та методів для автоматизації окремих етапів процедури пошуку термінів. Звичайно, можна повністю покластися на розроблені програми (такі продукти вже існують, наприклад, VOSviewer [16]), проте необхідно допускати відповідну похибку в результатах.

У роботі реалізовано алгоритм пошуку наукових термінів до бібліометричної бази статей, що стосуються аварії на Чорнобильській АЕС. Цей алгоритм ґрунтується на комбінації лінгвістичних та статистичних методів опрацювання наукових текстів. З врахуванням усіх нюансів та часткою суб'єктивності вдалося сформувати перелік термінів, характерних для п'яти дисциплін із найбільшою кількістю публікацій від 1986 до початку 2015 року та двох гуманітарних дисциплін. В результаті вдалося вирізнити не лише найактуальніші піднапрями у межах кожної галузі, що дає змогу детальніше описати тематичний спектр чорнобильських досліджень, але й простежити їх в часі, спостерігаючи, як одна тематика змінює іншу.

*Дослідження проведено у межах проектів: “Статистична фізика у різноманітних реалізаціях” (Сьома рамкова угода, FP7-PEOPLE, IRSES project N295302) та “Структура та еволюція складних систем із застосуванням у фізиці та природничих науках” (Сьома рамкова угода, FP7-PEOPLE, IRSES project N612669). Особлива подяка колегам по проекту, у який увійшла ця задача: Юрію Головачу, Ральфу Кенні та Бертрану Бершу, а також Нілу ван Еку за плідні дискусії та роз'яснення певних моментів роботи програми VOSviewer.*

1. Tseng, Y. H., Lin, Y. I., Lee, Y. Y., Hung, W. C., \ Lee, C. H. (2009). A comparison of methods for detecting hot topics // *Scientometrics*, 81(1), 73–90. 2. Akritidis, L., Katsaros, D., Bozanis, P. (2012). Identifying attractive research fields for new scientists. *Scientometrics*, 91(3), 869–894. 3. Griffith, B. C., Small, H., Stonehill, J. A., Dey, S. (1974). The structure of scientific literatures II: Toward a macro- and microstructure for science. *Science Studies*, 4(4), 339-365. 4. White, H. D., Griffith, B. C. (1981). Author cocitation: A literature measure of intellectual structure. *Journal of the American Society for Information Science*, 32(3), 163-171. 5. Rip, A., Courtial, J. (1984). Co-word maps of biotechnology: An example of cognitive scientometrics. *Scientometrics*, 6(6), 381–400. 6. Tseng, Y. H. (1998, August). Multilingual keyword extraction for term suggestion. In *Proceedings of the 21st annual international ACM SIGIR conference on Research and development in information retrieval* (pp. 377–378). ACM. 7. Jones, L. P., Gassie Jr, E. W., Radhakrishnan, S. (1990). INDEX: The statistical basis for an automatic conceptual phrase-indexing system. *Journal of the American Society for Information Science* (1986-1998), 41(2), 87. 8. Kageura, Kyo, and Bin Umino. Methods of automatic term recognition: A review // *Terminology* 3.2 (1996): 259-289. 9. Schneider, J. W. (2005, June). Verification of bibliometric methods' applicability for thesaurus construction. In *ACM SIGIR Forum* (Vol. 39, No. 1, pp. 63-64). ACM. 10. Zipf, G. K. (1949). Human behavior and the principle of least effort. 11. van Eck, N. J. (2011). Methodological advances in bibliometric mapping of science (No. EPS-2011-247-LIS). Erasmus Research Institute of Management (ERIM). 12. Resnick, A. (1961). Relative effectiveness of document titles and abstracts for determining relevance of documents. *Science*, 134(3484), 1004-1006. 13. Zuccala, A., Van Eck, N. J. (2011). Poverty

research in a development policy context. *Development Policy Review*, 29(3), 311-330. 14. Мриглод О. І., Головач Ю. В. (2012). Реакція наукової спільноти на Чорнобильську аварію: аналіз розвитку тематики публікацій // *Вісник НАН України*. 15. Mryglod O., Holovatch Yu., Kenna R., Berche B. Quantifying the evolution of a scientific topic: reaction of the academic community to the Chornobyl disaster // *Scientometrics* (подано до друку). 16. Van Eck, N. J., Waltman, L. (2010). Software survey: VOSviewer, a computer program for bibliometric mapping // *Scientometrics*, 84(2), 523–538. 17. Van Eck N. J., Waltman L. (2011). Text mining and visualization using VOSviewer. *arXiv preprint arXiv:1109.2058*. 18. TreeTagger (2015): a language independent part-of-speech tagger <http://www.cis.uni-muenchen.de/~schmid/tools/TreeTagger/>. Перевірено доступність 15 вересня 2015 р. 19. van Eck, N., Waltman, L., Noyons, E., Buter, R. (2010). Automatic term identification for bibliometric mapping // *Scientometrics*, 82(3), 581-596. 20. Simon, H. A. (1955). On a class of skew distribution functions. *Biometrika*, 425–440.



# МЕТОДИ І АЛГОРИТМИ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

UDK 681.142.2; 622.02.658.284; 621. 325, 004.942,  
MSC 2000: Primes 11A41; Secondary: Linear equations 11D04

A. Kovalchuk

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Information Technology Publishing Affair

## SOME GENERALIZATION OF GOLDBACH'S CONJECTURE AND BERTAND'S POSTULATE

© Kovalchuk A., 2015

**In the article the elementary proofs of some generalizations of Goldbach's Conjecture, Bertand's postulate and some corollarys from this are presented.**

**Key words: prime number, Goldbach's conjecture, Bertrand's postulate.**

The Goldbach's conjecture is worded this way: every even number,  $\geq 6$ , can be expanded into the sum of two odd prime numbers [1].

**Definition 1.** If two prime numbers  $p$  and  $q$  are the 'twin'-numbers, (the equality  $p - q = 2$  is executable) [2], so we'll call  $p$  the greater and  $q$  – the smaller prime. We'll mark set of all 'twin'-numbers as  $\mathbf{B}_2$ .

**Definition 2.** If the equality  $r - s = 4$  is executable for two prime numbers  $r$  and  $s$ , we'll call  $r$  the greater and  $s$  – the smaller prime. We'll mark set of those prime numbers as  $\mathbf{B}_4$ .

**Definition 3.** If the equality  $u - v = 6$  is executable for two prime numbers  $u$  and  $v$ , we'll call  $u$  the greater and  $v$  – the smaller prime. We'll mark set of those prime numbers as  $\mathbf{B}_6$ .

**Definition 4.** If the equality  $s - t = 8$  is executable for two prime numbers  $s$  and  $t$ , we'll call  $s$  the greater and  $t$  – the smaller prime. We'll mark set of those prime numbers as  $\mathbf{B}_8$ .

**Theorem 1.** Every even natural number, beginning with 6, can be represented by the sum of two odd primes, one of which belongs to set  $\mathbf{B}_4$  and another one – to set  $\mathbf{B}_2$ .

**Proof.** Let's mark the  $n$ -th even number as  $a_n$ ,  $a_n = 2n$ ,  $n \geq 3$ . We'll prove this theorem by using the method of mathematical induction by the number  $n \geq 3$ , beginning with  $a_3 = 3 + 3$ . Let's suppose, that all even numbers that are less than or equal to  $a_n$ , can be represented by the sum of  $q_n + p_n$ , where  $q_n \in \mathbf{B}_4$ ,  $p_n \in \mathbf{B}_2$ . Then  $a_{n+1}$  will look like

$$a_{n+1} = a_n + 2 = p_n + q_n + 2. \quad (1)$$

If in (1)  $p_n \in \mathbf{B}_2$  is the smaller prime, then the proof is concluded, as then for  $p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$ ,  $p'_{n+1} = p_n + 2$  is the greater prime,  $a_{n+1} = q_n + p'_{n+1}$ .

But let's suppose, that,  $p_n \in \mathbf{B}_2$  is the greater prime in  $\mathbf{B}_2$ . Let's present  $a_{n+1}$  in form of

$$a_{n+1} = a_{n-1} + 4 = p_{n-1} + q_{n-1} + 4, \quad (2)$$

where  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_4$  and  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$ .

For the primes in (2) the following opportunities are possible:

- 1)  $p_{n-1}$  is smaller in  $\mathbf{B}_2$ ,  $q_{n-1}$  is smaller in  $\mathbf{B}_4$ ,  $(q_{n-1} + 2) \in \mathbf{B}_4$ ;
- 2)  $q_{n-1}$  is smaller in  $\mathbf{B}_4$ ,  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$ ;
- 3)  $p_{n-1}$  is greater in  $\mathbf{B}_2$ ,  $q_{n-1}$  is greater in  $\mathbf{B}_4$ ;
- 4)  $q_{n-1}$  is greater in  $\mathbf{B}_4$ ,  $p_{n-1}$  is smaller in  $\mathbf{B}_2$ .

If condition (1) is executable, then theorem 1 is proved, as  
 $a_{n+1} = q'_{n+1} + p'_{n+1}$ ,  $p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$ ,  $q'_{n+1} \in \mathbf{B}_4$ ,  $p'_{n+1} = p_{n-1} + 2$ ,  $q'_{n+1} = q_{n-1} + 2$ .

If condition (2) is executable, then theorem 1 is also proved, as  $a_{n+1} = q'_{n+1} + p_{n-1}$ ,  $q'_{n+1} \in \mathbf{B}_4$ ,  $q'_{n+1} = q_{n-1} + 4$ .

By carrying out condition 3) from (1) and (2) we'll get  $p_n + q_n + 2 = p_{n-1} + q_{n-1} + 4$  as a result, or

$$a_{n-1} = p_{n-1} + q_{n-1} = p'_n + q_n, \tag{3}$$

where  $p'_n = p_n - 2$  is the smaller prime in  $\mathbf{B}_2$ ,  $p'_n \in \mathbf{B}_2$ .

If 4) is executable, then it follows from (1) and (2) that:

$$a_n = p_n + q_n = p'_{n-1} + q_{n-1}, \tag{4}$$

where  $p'_{n-1} = p_n + 2$  is the greater prime in  $\mathbf{B}_2$ ,  $p'_{n-1} \in \mathbf{B}_2$ .

It now follows from (3) and (4) that each even number can be represented by the sum of two prime numbers, one of which belongs to  $\mathbf{B}_4$ , and another one-- to  $\mathbf{B}_2$ . But this statement is incorrect, because for the numbers  $6 = 3 + 3$ ,  $8 = 5 + 3$ ,  $12 = 5 + 7$ ,  $94 = 71 + 23$  these expansions are the only ones possible.

This contradiction proves, that the assumption, that  $p_n \in \mathbf{B}_2$  is the greater prime in  $\mathbf{B}_2$  is incorrect. To end the proof, let's show, that in (3) and (4)  $q_n \neq q_{n-1}$ . But let's suppose that in (3)  $q_n = q_{n-1}$ . Then  $p_n - p_{n-1} = 2$ , that contradicts the assumption 3). If  $q_n = q_{n-1}$  in (4), then according to the assumption 4)  $q_n$  is the greater prime in  $\mathbf{B}_4$ . That is, each even number  $a_n$  can be represented by the sum of two greater primes, one of which is in  $\mathbf{B}_2$  and another one -- in  $\mathbf{B}_4$ , not less than twice, that contradicts, for example, such expansions as  $14 = 11 + 3$ ,  $16 = 13 + 3 = 5 + 11$ , where at least one of the primes is the smaller one. We got the contradictions, which prove that in (3) and (4)  $q_n \neq q_{n-1}$ . Theorem 1 is proved.

Even numbers, that are less than or equal to 120 and that can be represented by the sum  $q + p$ ,  $p \in \mathbf{B}_2$ ,  $q \in \mathbf{B}_4$ , are presented in Table 1.

Table 1

$p \backslash q$	3	7	11	13	17	19	23	37	41	43	47	67
3	6	10	14	16	20	22	26	40	44	46	50	70
5	8	12	16	18	22	24	28	32	46	48	52	72
7	10	14	18	20	24	26	30	44	48	50	54	74
11	14	18	22	24	28	30	34	48	52	54	58	78
13	16	20	24	26	30	32	36	50	54	56	60	80
17	20	24	28	30	34	36	40	54	58	60	64	84
19	22	26	30	32	36	38	42	56	60	62	66	86
29	32	36	40	42	46	48	52	66	70	72	76	96
31	34	38	42	44	48	50	54	68	72	74	78	98
41	44	48	52	54	58	60	64	78	82	84	88	108
43	46	50	54	56	60	62	66	80	84	86	90	110
59	62	66	70	72	76	78	82	96	100	102	106	126
61	64	68	72	74	78	80	84	98	102	104	108	128
71	74	78	82	84	88	90	94	108	112	114	118	138
73	76	80	84	86	90	92	96	110	114	116	120	140

**Theorem 2.** Every odd number  $4n + 1$ , beginning with 9, can be represented by the sum  $q + 2p$ , where  $q \in \mathbf{B}_4$ ,  $p \in \mathbf{B}_2$ ,

**Proof.** Let's mark the  $n$ -th odd number as  $a_n$ ,  $a_n = 4n + 1$ . We'll prove this theorem by using the method of mathematical induction by the number  $n \geq 2$ , beginning with  $a_2 = 3 + 2 \cdot 3$ . Let's suppose, that all odd numbers  $4n + 1$ , that are less than or equal to  $a_n$ , can be represented by the sum  $q_n + 2p_n$ , where  $q_n \in \mathbf{B}_4$ ,  $p_n \in \mathbf{B}_2$ .

Then  $a_{n+1}$  will look like

$$a_{n+1} = a_n + 4 = q_n + 2p_n + 4. \tag{5}$$

If at least one prime in (5) is the smaller one, then the proof is concluded, as or  $a_{n+1} = q_n + 2p'_{n+1}$ ,  $p'_{n+1} = p_n + 2$ ,  $p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$  if  $p_n$  is the smaller prime, join  $a_{n+1} = q'_{n+1} + 2p_n$ ,  $q'_{n+1} = q_n + 4$ ,  $q'_{n+1} \in \mathbf{B}_4$ , if  $q_n$  is the smaller prime. Let's suppose, that  $q_n \in \mathbf{B}_4$ ,  $p_n \in \mathbf{B}_2$  are both greater primes. If  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_4$ ,  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$ , then  $a_{n+1}$  will look like

$$a_{n+1} = a_{n-1} + 8 = q_{n-1} + 2p_{n-1} + 8, \quad (6)$$

For primes in (6) the following opportunities are possible:

- 1) both numbers are the smaller primes;
- 2)  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$  is the smaller prime,  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_4$  is the greater prime;
- 3)  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$  is the greater prime,  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_4$  is the smaller prime;
- 4) both numbers are the greater primes.

If condition 1) is executable, then the proof is concluded, as  $a_{n+1} = q'_{n+1} + 2p'_{n+1}$ ,  $q'_{n+1} \in \mathbf{B}_4$ ,  $p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$  and  $q'_{n+1} = q_{n-1} + 4$ ,  $p'_{n+1} = p_{n-1} + 2$  are the greater primes.

By carrying out condition 2) from (6), we'll get:

$$a_{n+1} = q_{n-1} + 2p'_n + 4, \quad (7)$$

where  $p'_n \in \mathbf{B}_2$ ,  $p'_n = p_{n-1} + 2$  is the greater prime.

As a result of assumption of the induction, it follows from (7), that

$$a_n = q_n + 2p_n = q_{n-1} + 2p'_n. \quad (8)$$

If condition 3) is executable, then it follows from (6) that

$$a_n = q_n + 2p_n = q'_n + 2p_{n-1}, \quad (9)$$

where  $q'_n \in \mathbf{B}_4$ ,  $q'_n = q_{n-1} + 4$  is the greater prime.

Correlations (8) and (9) signify, that every odd number  $a_n = 4n + 1$  can be represented in form of the sum of the greater prime from set  $\mathbf{B}_4$  and the doubled greater prime from set  $\mathbf{B}_2$ , that contradicts the statement that  $9 = 3 + 2 \cdot 3$ , and  $3 = 7 + 2 \cdot 3 = 3 + 2 \cdot 5$ , where the prime 3 is the smaller prime in any case.

If condition 4) is executable, then it means, that all odd numbers  $a_{n-1}$ ,  $a_n$  can be represented in form of the sum of the greater prime number from  $\mathbf{B}_4$  and the doubled greater prime from set  $\mathbf{B}_2$ , that contradicts, for example, such expansions as:  $9 = 3 + 2 \cdot 3$  and  $13 = 3 + 2 \cdot 5$ , where the numbers 3 and 5 are the smaller primes, or the expansions:  $33 = 11 + 2 \cdot 11$  and  $37 = 13 + 2 \cdot 11$ , where 11 is the smaller prime in  $\mathbf{B}_2$ . Theorem 2 is proved.

The numbers in form of  $4n + 1$ , that can be represented by the sum  $q + 2p$ , where  $q \in \mathbf{B}_4$ ,  $p \in \mathbf{B}_2$ , are given in Table 2.

Table 2

$p \setminus q$	3	7	11	19	23	43	47	67	71	79	83
3	9	13	17	25	29	49	53	73	77	85	89
5	13	17	21	29	33	53	57	77	81	89	93
7	17	21	25	33	37	57	61	81	85	93	97
11	25	29	33	41	45	65	69	89	93	101	105
13	29	33	37	45	49	69	73	93	97	105	109
17	37	41	45	53	57	77	81	101	105	113	117
19	41	45	49	57	61	81	85	105	109	117	121
29	61	65	69	77	81	101	105	125	129	137	141
31	65	69	73	81	85	105	109	129	133	141	145
41	85	89	93	101	105	125	129	149	153	161	165
43	89	93	97	105	109	129	133	153	157	165	169
59	121	125	129	137	141	161	165	185	189	197	201
61	125	129	133	141	145	165	169	189	193	201	205
71	145	149	153	161	165	185	189	209	213	221	225
73	149	153	157	165	169	189	193	213	217	225	229

**Theorem 3.** Every even number  $6n + 2$ , beginning with 14, can be represented by the sum  $q + 3p$ , where  $q \in \mathbf{B}_6$ ,  $p \in \mathbf{B}_2$ .

**Proof.** Let's mark the  $n$ -th even number as  $a_n$ ,  $a_n = 6n + 2$ . We'll prove this theorem by using the method of mathematical induction by the number  $n \geq 2$ , beginning with  $a_2 = 14$ . Let's suppose, that all even numbers in form of  $6n + 2$ , that are less than or equal to  $a_n$ , can be represented by the sum  $q_n + 3p_n$ , where  $q_n \in \mathbf{B}_6$ ,  $p_n \in \mathbf{B}_2$ . Then

$$a_{n+1} = a_n + 6 = q_n + 3p_n + 6. \quad (11)$$

If at least one prime in (11) is the smaller one, then the proof is concluded, as or  $a_{n+1} = q_n + 3p'_{n+1}$ ,  $p'_{n+1} = p_n + 2$ ,  $p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$ , if  $p_n$  is the smaller prime, join  $a_{n+1} = q'_{n+1} + 3p_n$ ,  $q'_{n+1} = q_n + 6$ ,  $q'_{n+1} \in \mathbf{B}_6$ , if  $q_n$  is the smaller prime.

Let's suppose, that  $q_n \in \mathbf{B}_6$ ,  $p_n \in \mathbf{B}_2$  are both greater primes. Let's present  $a_{n+1}$  in form of

$$a_{n+1} = a_{n-1} + 12 = q_{n-1} + 3p_{n-1} + 12, \quad (12)$$

where  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_6$ ,  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$ .

For the primes in (12) the following opportunities are possible:

- 1) both numbers are the smaller primes;
- 2)  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$  is the smaller prime,  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_6$  is the greater prime;
- 3)  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$  is the greater prime,  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_6$  is the smaller prime;
- 4) both numbers are the greater primes.

If condition 1) is executable, then the proof is concluded, as  $a_{n+1} = q'_{n+1} + 3p'_{n+1}$ ,  $q'_{n+1} \in \mathbf{B}_6$ ,  $p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$  and  $q'_{n+1} = q_{n-1} + 6$ ,  $p'_{n+1} = p_{n-1} + 2$  are the greater primes.

By carrying out condition 2) from (12), we'll get:

$$a_{n+1} = q_{n-1} + 3p'_n + 6, \quad (13)$$

where  $p'_n \in \mathbf{B}_2$ ,  $p'_n = p_{n-1} + 2$  is the greater prime.

As a result of assumption of the induction, it follows from (13), that

$$a_n = q_n + 3p_n = q_{n-1} + 3p'_n. \quad (14)$$

By carrying out condition 3) from (6) we'll get, if  $q'_n \in \mathbf{B}_6$ ,  $q'_n = q_{n-1} + 6$  is the greater prime:

$$a_n = q_n + 3p_n = q'_n + 3p_{n-1}, \quad (15)$$

Correlations (14) and (15) signify, that every even number  $a_n = 6n + 2$  can be presented in form of the sum of the greater prime from set  $\mathbf{B}_6$  and the greater prime from set  $\mathbf{B}_2$ , that is multiplied by three, that contradicts the expansion  $14 = 5 + 3 \cdot 3$ , where both numbers are the smaller primes.

By carrying out proof step 4) from (11) and (12), we'll get the equality  $q_n + 3p_n + 6 = q_{n-1} + 3p_{n-1} + 12$ . Taking into account the assumption of the induction, it follows from this equality, that

$$a_{n-1} = q_{n-1} + 3p_{n-1} = q'_{n-1} + 3p_n = q_n + 3p'_{n-1}, \quad (16)$$

where  $q'_{n-1} \in \mathbf{B}_6$ ,  $p'_{n-1} \in \mathbf{B}_2$ ,  $q'_{n-1} = q_n - 6$ ,  $p'_{n-1} = p_{n-1} - 2$  are the smaller primes.

Correlation (16) means, that every even number  $a_{n-1} = 6(n-1) + 2$  can be presented in form of the sum of the prime from set  $\mathbf{B}_6$  and the prime from set  $\mathbf{B}_2$ , that is multiplied by three, where at least one of the primes is the greater one, that contradicts the statement, that even number  $20 = 5 + 3 \cdot 5 = 11 + 3 \cdot 3$  has an expansion, in which both primes are the smaller ones.

We got the contradictions, which prove, that or one of the primes is the smaller one in the correlation (11), join both primes are the smaller ones in the correlation (12) Theorem 3 is proved.

The numbers, that look like  $6n + 2$  and can be represented by the sum  $q + 3p$ , where  $q \in \mathbf{B}_6$ ,  $p \in \mathbf{B}_2$ , are shown in Table 3.

Table 3

p/q	5	11	17	29	41	47	53	59	67	73
3	14	20	26	38	50	56	62	68	76	82
5	20	26	32	44	56	62	68	74	82	88
7	26	32	38	50	62	68	74	80	88	94
11	38	44	50	62	74	80	86	92	100	106
13	44	50	56	68	80	86	92	98	106	112
17	56	62	68	80	92	98	104	110	118	124
19	62	68	74	86	98	104	110	116	124	130
29	92	98	104	116	128	134	140	146	154	160
31	98	104	110	122	134	140	146	152	160	166
41	128	134	140	152	164	170	176	182	190	196
43	134	140	146	158	170	176	182	188	196	202
59	182	188	194	206	218	224	230	236	244	250
61	188	194	200	212	224	230	236	242	250	256
71	218	224	230	242	254	260	266	272	280	286
73	224	230	236	248	260	266	272	278	286	292

**Theorem 4.** Every odd number  $8n + 1$ , beginning with 17, can be represented by the sum  $q + 4p$ , where  $q \in \mathbf{B}_8, p \in \mathbf{B}_2$ .

**Proof.** Let's mark the  $n$ -th odd number as  $b_n, b_n = 8n + 1$ . We'll prove this theorem by using the method of mathematical induction by the number  $n \geq 2$ , beginning with  $a_2 = 5 + 4 \cdot 3$ .

Let's suppose, that all odd numbers  $8n + 1$ , that are less than or equal to  $b_n$ , can be represented by the sum  $q_n + 4p_n$ , where  $q_n \in \mathbf{B}_8, p_n \in \mathbf{B}_2$ . Then

$$b_{n+1} = b_n + 8 = q_n + 4p_n + 8. \quad (17)$$

If at least one of the primes in (17) is the smaller one, then the proof is concluded, as or  $b_{n+1} = q_n + 4p'_{n+1}, p'_{n+1} = p_n + 2, p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$ , if  $p_n$  is the smaller prime, join, if  $q_n$  is the smaller prime, then  $b_{n+1} = q'_{n+1} + 4p_n, q'_{n+1} = q_n + 8, q'_{n+1} \in \mathbf{B}_8$ .

Let's suppose, that  $q_n \in \mathbf{B}_8, p_n \in \mathbf{B}_2$  are both greater primes. Let's write  $b_{n+1}$  in form of

$$b_{n+1} = a_{n-1} + 16 = q_{n-1} + 4p_{n-1} + 16, \quad (18)$$

where  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_8, p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$ .

For the primes in (18) the following opportunities are possible:

- 1) both numbers are the smaller primes;
- 2)  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$  is the smaller prime,  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_8$  is the greater prime;
- 3)  $p_{n-1} \in \mathbf{B}_2$  is the greater prime,  $q_{n-1} \in \mathbf{B}_8$  is the smaller prime;
- 4) both numbers are the greater primes.

If condition 1) is executable, then the proof is concluded, as  $a_{n+1} = q'_{n+1} + 4p'_{n+1}, q'_{n+1} \in \mathbf{B}_8, p'_{n+1} \in \mathbf{B}_2$  and  $q'_{n+1} = q_{n-1} + 8, p'_{n+1} = p_{n-1} + 2$  are the greater primes.

By carrying out 2) from (18) we'll get:

$$b_{n+1} = q_{n-1} + 4p'_n + 8, \quad (19)$$

where  $p'_n \in \mathbf{B}_2, p'_n = p_{n-1} + 2$  is the greater prime.

As a result of assumption of the induction, it follows from (19), that

$$b_n = q_n + 4p_n = q_{n-1} + 4p'_n. \quad (20)$$

If condition 3) is executable, then

$$b_n = q_n + 4p_n = q'_n + 4p_{n-1}, \quad (21)$$

where  $q'_n \in \mathbf{B}_8, q'_n = q_{n-1} + 8$  is the greater prime.

It arises from (20) and (21), that every odd number  $b_n = 8n + 1$  can be represented by the sum of the greater prime from set  $\mathbf{B}_8$  and the greater prime from set  $\mathbf{B}_2$ , that is multiplied by four, that contradicts such expansions as  $15 = 3 + 4 \cdot 3, 17 = 5 + 4 \cdot 3, 25 = 5 + 4 \cdot 5, 35 = 23 + 4 \cdot 3$ , in which both primes are the smaller ones.

By carrying out condition 4) from (17) and (18) we'll get:  $q_n + 4p_n + 8 = q_{n-1} + 4p_{n-1} + 16$ . Taking into account assumption of the induction, it follows from this equality, that

$$b_{n-1} = q_{n-1} + 4p_{n-1} = q'_{n-1} + 4p_n = q_n + 4p'_{n-1} \quad (22)$$

where  $q'_{n-1} \in \mathbf{B}_8, p'_{n-1} \in \mathbf{B}_2, q'_{n-1} = q_n - 8, p'_{n-1} = p_{n-1} - 2$  are the smaller primes.

Equality (22) means, that every odd number  $b_{n-1} = 8(n - 1) + 1$  can be represented by the sum of the prime from set  $\mathbf{B}_8$  and the greater prime from set  $\mathbf{B}_2$  that is multiplied by four, but that contradicts the fact, that the odd numbers have the expansions in form of the sum  $23 = 3 + 4 \cdot 5 = 11 + 4 \cdot 3, 49 = 5 + 4 \cdot 11 = 29 + 4 \cdot 5$ , in which both primes are the smaller ones.

We got the contradictions, which prove that or in the equality (17) one of the primes is the smaller one, join in the equality (18) both primes are the smaller ones. Theorem 4 is proved.

**Theorem 5.** (Bertrand's postulate). For every natural number  $n > 2$  between  $n$  and  $2n$  there is at least one prime number  $p \geq 3$ .

**Proof.** According to theorem 1 for every even number  $2n = p + q$ , where  $p, q$  are the primes, there is a prime (let's call it  $p$ ), that  $p < 2n$ . The following opportunities are possible: or  $p > n$ , and the proof is concluded, join  $p < n$ . Let's suppose, that  $p < n$ . Then  $p$  doesn't divide or divides  $n$ .

Let's take up the first case. Then  $n - p = a, 2n - p = q$ . By subtracting and adding these two equalities, we'll get, that  $n = q - a, 3n - 2p = q + a$ , and it follows from them, that  $a^2 = q^2 + 2pn - 3n^2$ .

The last equality is executable for every  $n$  number. And as its left part is a perfect square, so the discriminant of its right part is  $4(p^2 + 3q^2) = 0$ , but that is impossible, as  $p \neq 0, q \neq 0$ . So, if  $p < n$ , then  $p$  divides  $n, n = mp, m < 1$ . Then  $2mp = p + q$ , that is  $p(2m - 1) = q$ , but that is impossible, as  $q$  is a prime number. We came to the contradictions, which prove, that the inequality  $p < n$  is impossible.

**Theorem 6.** (The generalization of Bertand's postulate). For every  $n > 2$  and  $k, 0 \leq k < n/2$  between  $n$  i  $2(n - k)$  there is at least one prime number  $p \geq 3$ .

**Proof.** According to theorem 1 for every even number  $2(n - k)$  the equality  $2(n - k) = p + q$  is executable, where  $p$  and  $q$  are the odd primes, so there is a prime number (let's call it  $p$ ), which  $p < 2(n - k)$ . So, or  $p > n$  and the proof is concluded, join  $p \leq n$ . Let's suppose, that  $p \leq n$ . Then  $p$  doesn't divide  $n$  or  $p$  divides  $n$ . Let's take up the first case. Then  $n - p = a, 2n - p = q + 2k$ . By subtracting and adding these two equalities, we'll get, that:  $n = q - a + 2k$  and  $3n - 2p = q + a + 2k$ . It arises from these equalities, that for every natural  $n: -a^2 = 3n^2 - 2(p + 4k)n + 4k(p + k) - q^2$ . The last part of the last equality is a perfect square for every  $n$ . Then the discriminant of its right part is equal to zero. It means, that the following equality is correct:  $(p - 2k)^2 + 3q^2 = 0$ , but it's impossible, because  $p \neq 0$  i  $q \neq 0$ . So, if  $p \leq n$ , then  $p$  divides  $n$ . Let's suppose, that  $n = mp$ . Then the equality  $(2m - 1)p - 2k = q$  is executable, and, according to the fact, that  $q > 2$  is a prime, it arises from this statement, that  $(p, k) = 1$ . Let's suppose, that  $p < n/2$ . Then  $n - 2p = a, 2n - p = q + 2k$ . By subtracting and adding these two equalities, we'll get, that  $n + p = q + 2k - a, 3n - 3p = q + 2k + a$ . It arises from these equalities, that forevery natural  $n$  the following equality is executable:  $-a^2 = 3n^2 - [3p^2 + (q + 2k)^2]$ . The left part of the last equality is a perfect square for every  $n$ . Then the discriminant of its right part is equal to zero. It means, that the following equality is correct:  $(q + 2k)^2 + 3p^2 = 0$ , but it's impossible, because  $p \neq 0$  and  $q > 0$ . So,  $p \geq n/2$ , so  $n \leq 2p$ . When the last inequality is divided by  $p$ , we'll get, that  $m \leq 2$ . If  $m = 1$  then  $p - q = 2k, n = p$  and theorem 6 is proved. If  $m = 2$  than  $n = 2p$  and by theorem 5 the theorem 6 also is proved.

**Corollary 1.** Every even number  $2k$  can be represented in form of  $p - q = 2k$ , where  $p, q$  are some primes,  $(p, k) = 1$ .

**The proof** arises from the proof of theorem 6, because for  $m = 1, n = p$ , then  $p - q = 2k$ .

**Corollary 2.** Every even number  $2k$  can be represented in form of  $3p - q = 2k$ , where  $p, q$  are some primes,  $(p, k) = 1$ .

**The proof** also arises from the proof of theorem 6, because if  $m = 2, n = p$  and  $3p - q = 2k$ .

1. Sierpin'ski W. *Elementary theory of numbers.* – Warszawa: Pan'stwowe wydawnictwo naukowe 1964. – С. 335. 2. Прахар К. *Распределение простых чисел.* – М.: Мир, 1967. – С. 511.

Т. Басюк, Я. Пушко  
Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра інформаційних систем та мереж

## АНАЛІЗ ТА КЛАСИФІКАЦІЯ ОСНОВНИХ МЕТОДІВ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ НА ПЛОЩИНІ ПРОЕКЦІЇ

© Басюк Т., Пушко Я., 2015

Проаналізовано основні методи розпізнавання образів у інформаційних системах. Розглянуто проблеми у сфері розпізнавання і методи їх вирішення. Наведено критерії для здійснення порівняльного аналізу та сформульовано висновки щодо можливості використання описаних методів для пошуку зображення лазера на площині проекції. В результаті подальшого дослідження здійснено системний аналіз предметної області згідно з методологією Rational Unified Process, що дало змогу сформулювати розширений набір прецедентів. Проведено моделювання з використанням засобів мови UML, що сприяло специфікації та документуванню артефактів, які необхідні для розроблення програмної системи.

**Ключові слова:** розпізнавання образів, класифікація методів розпізнавання, евристичні методи, математичні методи, лінгвістичні методи.

The paper analyzes the main methods of pattern recognition in information systems. The existing problems in the recognition and methods for their solution are studied. Criteria for comparative analysis are provided and conclusions about the possibility of using the described methods for searching the laser image on the plane projection are formulated. As a result of further investigation carried out a systematic analysis of the subject area on the methodology Rational Unified Process, which made it possible to form an expanded set of precedents. The simulation with the use of language UML, which contributed to the specification and documentation of artifacts that are needed in the development of a software system.

**Key words:** pattern recognition, classification of recognition methods, heuristic methods, mathematical methods, linguistic methods.

### Вступ

Сьогодні діяльність будь-якої галузі промисловості чи науки не можна уявити собі без проекційних засобів, які незамінні у процесі відображення значного масиву інформації для широкого загалу. Інтенсивність впровадження цих засобів сприяє розвитку відповідних технологій для їх реалізації. Найперспективніше застосування технологій: DLP та LCOS [1]. DLP (англ. Digital Light Processing) – технологія, яка широко використовується у проекторах, основою якої є електромеханічна система, що створює зображення за допомогою мікроскопічних дзеркал, розташованих у вигляді матриці на напівпровідниковому кристалі DMD (Digital Micromirror Device) [2]. LCOS (англ. Liquid Crystal on Silicon) використовує спеціальні LCoS-кристали, що складаються з рідкокристалічної матриці та поляризатора. Під дією електричних імпульсів рідкі кристали перебувають або у відкритому, або у закритому стані, тим самим пропускаючи або відбиваючи світло від підкладки LCoS-кристала [3].

Особливістю цих технологій є висока якість проекції та можливість інтерактивного керування процесом її опрацювання. Проте недоліком є відсутність мобільності та висока ціна, зокрема, проектор NEC VE281, побудований на основі технології DLP, коштує 7 540 грн, що є значним недоліком для освітніх закладів, які в сучасному інформаційному суспільстві прагнуть забезпечити якісний виклад інформації. Як вихід з цієї ситуації пропонується використання зв'язку: комп'ютер –

веб-камера – лазерна указка. Цей ланцюжок характеризується і значною мобільністю, і відсутністю додаткових засобів для реалізації інтерактивної взаємодії доповідача з проекційним зображенням. Проте його реалізація вимагає розв’язання множини задач, таких як визначення типу лазера, його розпізнавання на площині, організація взаємодії тощо.

### **Зв’язок висвітленої проблеми із важливими науковими та практичними завданнями**

Проектування системи розпізнавання лазера на площині проекції є важливим завданням у межах розвитку як IT-галузі, так і промисловості загалом, оскільки немає жодного підприємства чи суб’єкта господарювання, в арсеналі якого не застосовується проекційне обладнання, що сприяє необхідності розвитку відповідного математико-алгоритмічного апарату для його реалізації.

Внаслідок неординарності поставленої задачі немає загального її розв’язання для різних типів лазера та проекції, тому з певними допущеннями можна застосовувати як методи розпізнавання зображень, так і технології штучного інтелекту. Побудова нових методів опрацювання сприятиме розв’язанню задачі розпізнавання та забезпечить істотне здешевлення інтерактивного обладнання.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

Створення систем підвищення інтерактивності взаємодії для забезпечення як промислового, так і навчального процесу набуває все більшої популярності, оскільки представлення значних потоків інформації вимагає застосування як нових методів, так і засобів для їх коректного відображення [4].

У роботах [5–6] описано можливі підходи до розв’язання описаної задачі, проте за всієї різноманітності праць у жодному з наведених досліджень автори не проаналізували основні методи розпізнавання зображень на площині проекції з метою їх застосування для вирішення поставленого науково-практичного завдання.

### **Основні завдання дослідження та їх значення**

Основними завданнями дослідження є: аналіз методів розпізнавання зображень та оцінка їх ефективності під час побудови системи розпізнавання зображень на площині проекції. Відповідно до вказаних завдань дослідження, для їх вирішення необхідно сформулювати критерії для порівняння методів розпізнавання та вибору найоптимальнішого, що можна застосувати для розв’язання досліджуваної задачі; проаналізувати етапи розпізнавання зображень та сформулювати основні концепції побудови прикладної системи розпізнавання образів на площині.

Розв’язання зазначених задач дасть змогу спроектувати прикладну систему, яка надасть засоби інтерактивної взаємодії з елементами проекції з мінімальною кількістю як апаратних, так і програмних ресурсів.

### **Основні результати досліджень**

Методи розпізнавання образів використовуються в різноманітних сферах життя людини: у медицині, металургії, банківській справі, біометрії тощо. У кожній галузі розпізнавання виконує певну роль. Це може бути як контроль якості, наприклад, у банкоматі під час ідентифікації купюри, так і процеси автентифікації користувачів. Для кожної галузі застосовуються свої методи, оскільки саме вони дають змогу отримати найкращі результати за заданих вхідних даних. Для розв’язання досліджуваної задачі можна застосувати різні класи методів: евристичні, лінгвістичні та математичні [6].

Якщо опис об’єктів розпізнавання здійснюється за допомогою підобразів і їх співвідношень, то для конструювання системи використовують лінгвістичний або синтаксичний підхід з використанням принципу загальності властивостей. Основне припущення, яке робиться у цьому методі, ґрунтується на тому, що образи, які належать тому самому класу, володіють низкою загальних властивостей або ознак, які відображають їх подібність. У випадку представлення неklasифікованого образу вибирається набір ознак, які порівнюються із наявними в системі розпізнавання. У разі використання цього методу основне завдання полягає у виділенні загальних властивостей образів, причому їхня належність до цього класу відома [5].



Найпростішим методом, що реалізується з використанням цього підходу, є розпізнавання образів на основі їх порівняння з еталонами. Класифікація ґрунтується на раніше вибраному критерії зіставлення подібності. Інакше кажучи, якщо вхідний образ краще відповідає еталону  $i$ -го класу, то він класифікується як його представник. Такий підхід використовується для розпізнавання друкованих літер та банківських чеків. Недоліком цього підходу є складність вибору еталона, який найбільше підходить до кожного класу образів, та встановлення необхідного критерію відповідності. Зазначені труднощі особливо істотні, коли образи належать до одного класу, типовим прикладом якого є розпізнавання рукописних літер.

В основу математичного підходу покладено правила класифікації, які формуються і виводяться в межах визначеного математичного формалізму за допомогою принципів загальності властивостей і кластеризації. Побудова системи розпізнавання, яка основана на реалізації цих принципів, визначається просторовим розміщенням окремих кластерів. Якщо кластери, що відповідають різним класам, рознесені один від одного, то застосовують прості схеми розпізнавання, наприклад, класифікацію за принципом мінімальної відстані [6].

В основу евристичного підходу покладено поняття інтуїції та досвіду: використовуються принципи перелічення членів класу та загальні властивості. Зазвичай системи, побудовані на основі таких методів, містять набір специфічних процедур, розроблених для конкретних задач розпізнавання. Структура і якість евристичної системи великою мірою визначається досвідом розробників. Найчастіше цей клас методів використовується у задачах біометрії [7].

Наведений аналіз свідчить, що сьогодні існує множина методів розпізнавання, які застосовуються в різних галузях та ґрунтуються на різних критеріях. Можливість їх використання для розв'язання цієї задачі актуалізує процедуру їх детального аналізу та класифікації.

З метою проведення аналізу та здійснення класифікації пропонується застосовувати такі критерії оцінювання: кількість зразків для збереження, розмірність ознакового простору, ризик втрати, кількість образів, що розпізнаються, можливість безпосереднього використання, швидкодія роботи. Результати порівняння наведено в таблиці.

### Порівняння методів розпізнавання

Методи	Критерії порівняння					
	A	B	C	D	E	F
Метод масок	Один ( $a=1$ )	Мінімальна	Середній	Залежить від кількості збережених класів образів	Так	повільно ( $f>2$ )
Метод фрагментів	Один ( $a=1$ )	Середня	Мінімальний	Залежить від кількості збережених класів образів	Так	Швидко ( $f<1$ )
Метод проекції	Один ( $a=1$ )	Велика	Великий	Залежить від кількості збережених класів образів	Так	Середньо ( $1<f<2$ )
Метод аналізу штрихових елементів	Декілька ( $1<a<10$ )	Велика	Мінімальний	Формується інженером із знань	Ні	Повільно ( $f>2$ )
Метод синтезу системи	Декілька ( $1<a<10$ )	Середня	Середній	Формується інженером із знань	Ні	Середньо ( $1<f<2$ )
Метод потенціальних функцій	Декілька ( $1<a<10$ )	Середня	Середній	Невелика кількість ( $d<=3$ )	Ні	Середньо ( $1<f<2$ )
Метод кластерів	Багато ( $a>10$ )	Велика	Середній	Формується інженером із знань	Так	Швидко ( $f<1$ )

*Кількість зразків для збереження (A)* – цей критерій вказує кількість навчальних зразків, що містяться в системі, та відповідну кількість порівнянь, які необхідно здійснювати. Що стосується цієї задачі, то він є критичним, оскільки, з одного боку, під час збереження всіх навчальних зразків зменшується ризик нерозпізнавання зображення, а, з іншого, потребує великих обсягів пам'яті та обчислювальних ресурсів.

*Розмірність ознакового простору (B)* здебільшого є мінімальним значенням, оскільки сприяє зменшенню кількості необхідних вимірів, спрощується процес обчислення, збільшується статична стійкість результатів розпізнавання. Разом з тим зменшення розмірності ознакового простору збільшує ризик втрати зображення. З огляду на це, визначення цього критерію є компромісом, який можна розділити на дві частини: формування початкового ознакового простору та його мінімізація. Початковий ознаковий простір зазвичай формується на основі досвіду та інтуїції (основна мета, яка ставиться – мінімізація ризику втрат), а мінімізація розмірності реалізується із застосуванням формальних методів та відповідних алгоритмів розпізнавання.

*Ризик втрати (C)* – критерій, за яким формується найінформативніший ознаковий простір. Кількість навчальних зразків має бути такою, щоб, за можливістю, мінімізувати ризик втрати зображення. Крім того, цей критерій формують обчислювальні затрати на ліквідацію помилок розпізнавання та виміри ознак розпізнаваних об'єктів.

*Кількість образів, що розпізнаються (D)*, завжди скінченна і не може бути меншою від двох значень. Іноді розглядаються випадки, коли такий образ лише один, проте цей випадок є виродженим, оскільки всі реалізації належать до того самого класу. Перелік образів, що розпізнаються, може надаватися системі ззовні (інженером із навчання) або формуватись в автономному режимі.

*Можливість безпосереднього використання (E)* – цей критерій вказує на необхідність попередньої обробки зображення з використанням досліджуваного методу під час фільмування зображення відеокамерою.

*Швидкість роботи (F)* – важливий критерій, що безпосередньо впливає на роботу всієї системи. Швидкі методи можуть призводити до втрати образу розпізнавання, тим самим призводячи до помилок роботи всієї системи, а повільні, навпаки, унеможливають «комфортну» роботу користувача. Оскільки робота проводиться в реальному масштабі часу, то необхідно забезпечити компроміс між швидкістю роботи та потрібною якістю розпізнавання.

Як показує аналіз, наведені методи не можуть гарантувати виконання всіх критеріїв під час розпізнавання зображення лазера на площині. Отже, частковим варіантом використання може бути застосування методів фрагментів чи масок, які утворюють множину методів евристичного аналізу.

### **Системний аналіз предметної галузі**

Що стосується реалізації, то з метою успішної побудови будь-якої складної інформаційної системи необхідно виконати ґрунтовний системний аналіз предметної області, що дає змогу визначити мету і призначення системи, зрозуміти структуру і механізми функціонування. Аналіз проводиться згідно з методологією Rational UnifiedProcess [8]. Найінформативнішим при цьому є розгорнутий опис прецедентів:

- *зацікавлені особи прецеденту та їхні вимоги*: прикладний програміст – потребує наявності відповідного програмного та апаратного забезпечення; адміністратор – вимагає наявності простого механізму встановлення та налаштування; користувач – хоче отримати просту у використанні систему з повною функціональністю;
- *основний актор прецеденту* – користувач, що використовує розроблену систему, щоб збільшити інформативність доповіді;
- *передумови прецеденту* – успішність налаштування програмної системи;
- *основний успішний сценарій* – налаштування системи; ідентифікація вказівника лазера; керування процесом відображення даних; завершення роботи;

- *спеціальні системні вимоги* – забезпечення роботи в реальному часі; створення множини фільтрів з метою покращення розпізнаваного зображення; керування вказівником лазера;
- *додаткові пристрої* – веб-камера, проектор, лазерна указка (лазер);
- *розширення основного сценарію або альтернативні потоки* – полягають у можливій появі помилок в процесі роботи системи, а саме неможливості ідентифікації користувачького вказівника. Альтернативні потоки:
- фон площини або проекції збігається з кольором керуючого вказівника (система виводить повідомлення про помилку ідентифікації користувачького вказівника і переходить в стан очікування; адміністратор змінює фон проекції; програмна система відновлює роботу та переходить у звичний режим);
- на площині є декілька вказівників (система виводить повідомлення про помилку ідентифікації, продовжуючи відстежувати попередній вказівник; адміністрування ситуації та продовження функціонування).

Наступним етапом розроблення стало проведення моделювання з використанням засобів мови UML з метою специфікації та документування всіх артефактів, які необхідні для розроблення програмної системи [9]. Розроблено такі діаграми:

- *варіантів використання (use case)* – акторів цієї діаграми подано в розгорнутому описі прецедентів (рис.1). Акторами в цій діаграмі виступають адміністратор, прикладний програміст та користувач. Користувач – актор, який здійснює керування комп'ютером та володіє обмеженим функціоналом системи: зміною слайдів, збільшенням частини екрана тощо. Адміністратор – актор, що налаштовує систему, вибирає робочу поверхню проекції, змінює набір фільтрів. Прикладний програміст – змінює внутрішню структуру системи шляхом модифікації алгоритмів роботи.

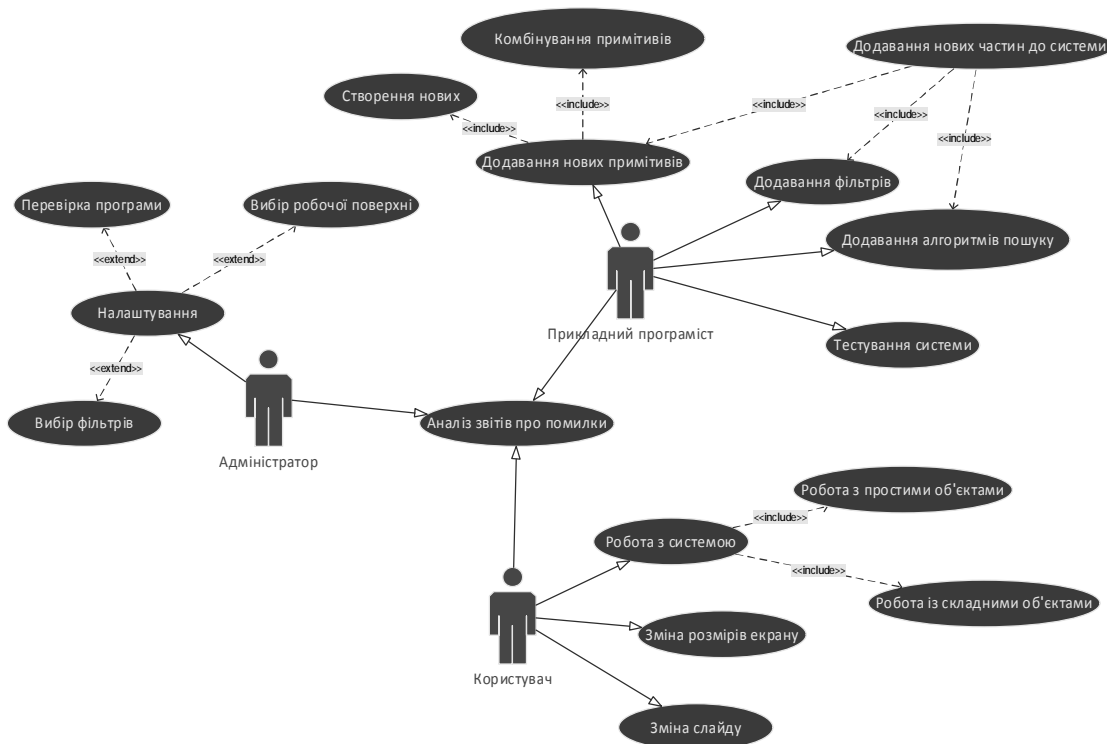


Рис.1. Діаграма варіантів використання

- *класів (class)* – використовується для представлення статичної структури моделі системи в термінології класів об'єктно-орієнтованого програмування (рис. 2). Основні класи: камера

(Camera Connect), журнал (Logger), фільтр (Filters), розпізнавання (Recognition), позиція курсора (CursorPos), зв'язок з операційною системою (OSconnect), графічний інтерфейс (GUI). Клас *камера* містить відомості щодо засобу спостереження, способів та типу підключення, швидкості роботи тощо. *Журнал* є особливим класом, оскільки здійснює не лише протоколювання роботи системи, але й реалізує функції інформування користувача про можливі помилки запису/читання.

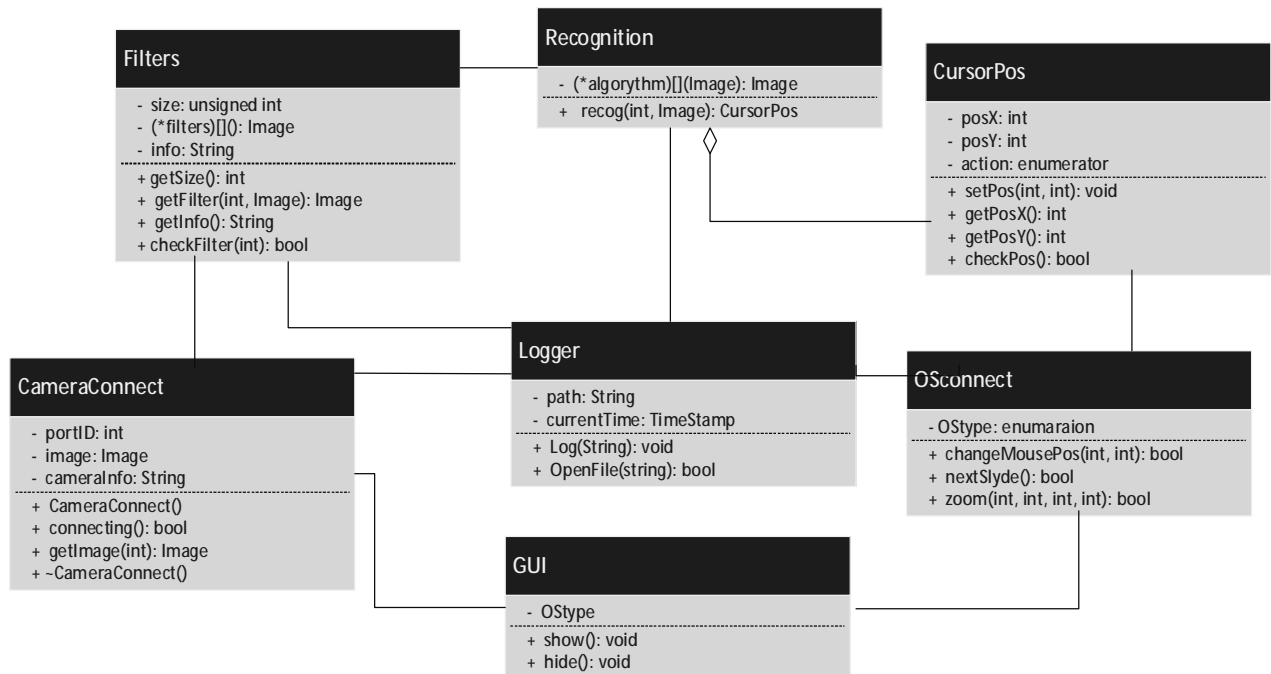


Рис. 2. Діаграма класів

Клас *фільтр* є одним з основних класів, оскільки містить методи, які застосовуються для покращення розпізнавання зображення. Клас *розпізнавання* містить інформацію про масив вказівників на функції, що реалізують процедуру розпізнавання зображення. В класі *позиція курсора* зберігаються дані щодо поточного розташування вказівника та перелік дій, які він передбачає. Клас *зв'язок з операційною системою* реалізує інтерфейси доступу до API функцій, які забезпечують необхідний функціонал. Графічний інтерфейс містить методи побудови графічного оформлення програмного продукту;

- **послідовності (sequence)** – використовуються для відображення в часі взаємодії об'єктів та особливостей передавання і приймання повідомлень. Наведені об'єкти (рис. 3) обмінюються повідомленнями згідно з потоками, представленими на діаграмі. Після закінчення роботи адміністратор завершує роботу системи.
- **активності (activity)** – являє собою статичне представлення дій системи під час аналізу активності користувача на площині проекції (рис. 4).

Наведена діаграма ілюструє можливі дії користувача під час роботи з системою. А саме: на початку роботи система вибирає необхідну множину фільтрів та застосовує певний алгоритм розпізнавання. Далі відбувається власне робота із системою (переміщення курсора, масштабування зображення чи зміна слайда). Після завершення роботи відповідні відомості надсилаються засобам операційної системи та відбувається термінація програмного засобу

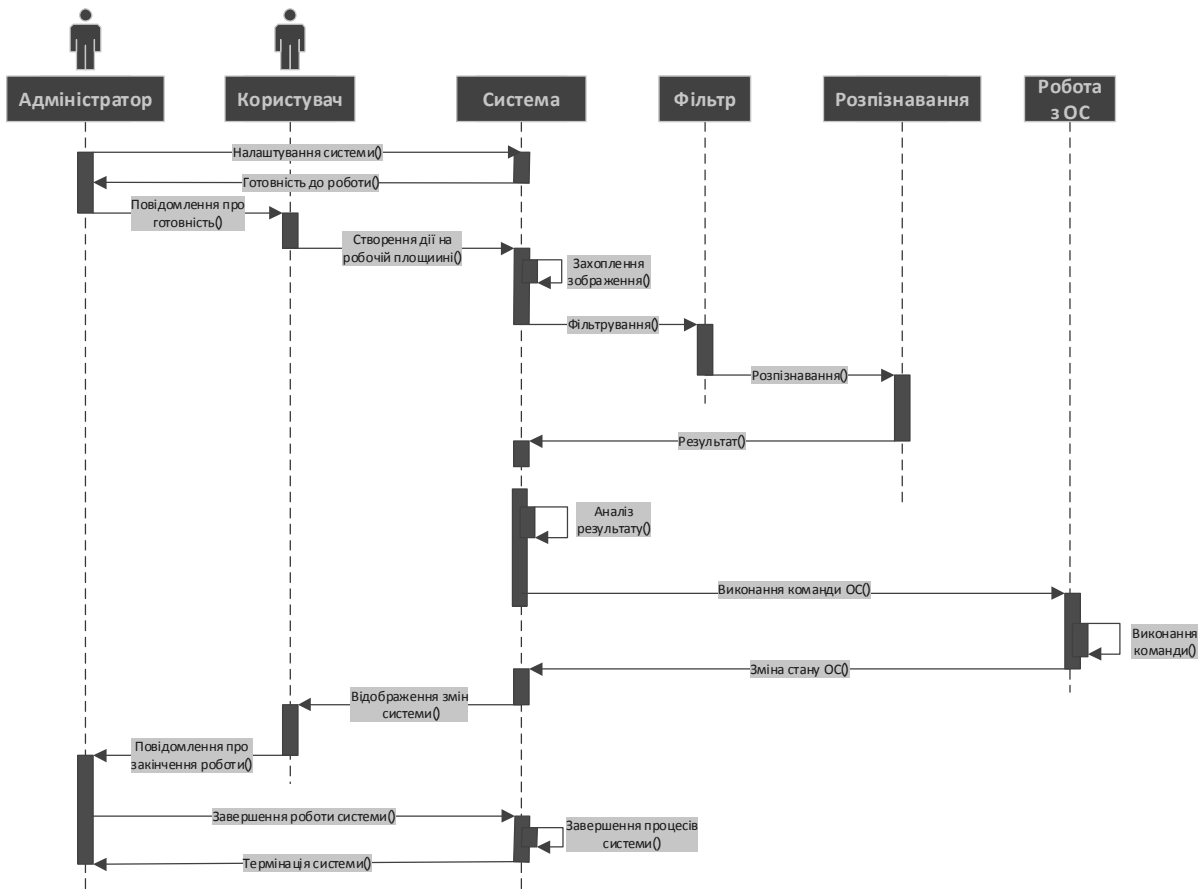


Рис. 3. Діаграма послідовності

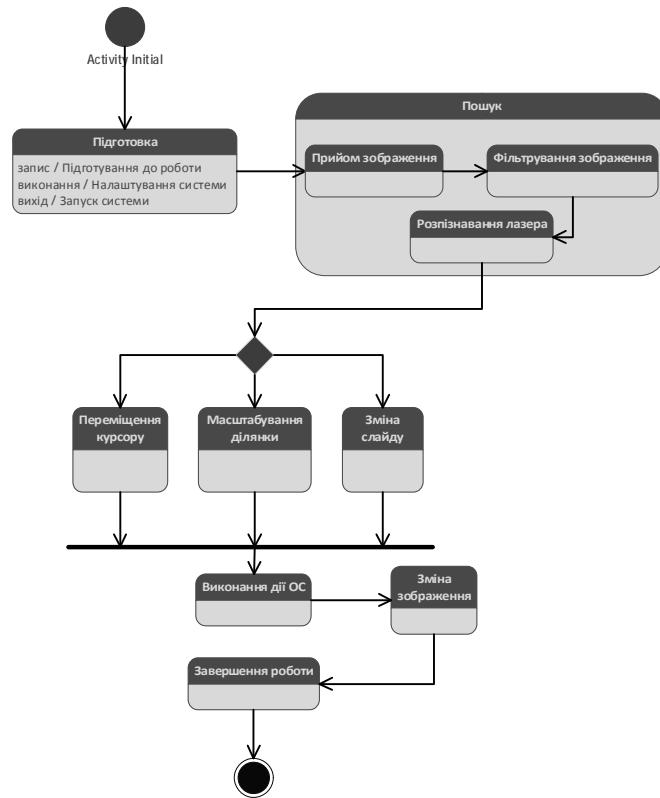


Рис. 4. Діаграма активності

## Висновки

В результаті проведеного дослідження розглянуто актуальні проблеми у сфері розпізнавання образів та описано основні підходи, що застосовуються для їх вирішення. На основі здійсненого аналізу розроблено критерії, які застосовано для проведення порівняльного аналізу методів розпізнавання лазера на площині проекції. Наведена класифікація надала засоби з підбору методів, які застосовані в процесі конструювання прототипу функції пошуку зображення лазера на площині. Подальші дослідження стосуватимуться проектування модулів системи відповідно до створеного методологічного підґрунтя та їх тестування на відповідність поставленим вимогам.

1. Чепмен Н. Цифровые технологии мультимедиа / Н. Чепмен, Д. Чепмен. – М.: Вильямс, 2006. – 624 с.
2. How DLP Technology Works [Electronic Resource] – Mode of access: <http://www.dlp.com/technology/how-dlp-works/default.aspx>. – 21.01.2015. – The name of the screen title
3. LCoS Projectors [Electronic Resource] – Mode of access: <http://www.projectorreviews.com/projector-categories/lcos-projectors>. – 21.01.2015y. – The name of the screen title
4. Мерков А. Б. Распознавание образов. Введение в методы статистического обучения / А. Б. Мерков. – М.: Эдиториал, 2011. – 256 с.
5. Форсайт Д. А. Компьютерное зрение. Современный подход / Д. А. Форсайт, Д. Понс – М.: Вильямс, 2004. – 928 с.
6. Bishop C. M. Neural Networks for Pattern Recognition / C. M. Bishop – Oxford University Press, 1996. – 504 p.
7. Блог “Розпізнавання образів” [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://patterns-recognition.blogspot.com/> – 12.11.2014y. – Назва з титулу екрана.
8. Крачтен Ф. Введение в Rational Unified Process / Ф. Крачтен. – СПб.: Вильямс, 2002. – 240 с.
9. Рамбо Д. UML 2.0. Объектно-ориентированное моделирование и разработка / Дж. Рамбо, М. Блаха. – СПб.: Питер, 2007. – 544 с.

А. Павельчак<sup>1</sup>, В. Самотий<sup>2,3</sup>, В. Остапчук<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра комп’ютеризованих систем автоматички

<sup>2</sup>Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki,  
katedra Automatyki i Technik Informatycznych

<sup>3</sup>Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,  
кафедра управління інформаційною безпекою

## ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМИ РЕГУЛЮВАННЯ НАПРУГИ ГЕНЕРАТОРА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ГЕНЕТИЧНИМ АЛГОРИТМОМ

© Павельчак А., Самотий В., Остапчук В., 2015

Розглянуто параметричну оптимізацію для системи регулювання напруги генератора постійного струму з електромашинним підсилювачем з використанням генетичного алгоритму. Отримано якісні характеристики перехідного процесу системи регулювання.

**Ключові слова:** оптимізація, генетичний алгоритм, система керування.

**Parametric optimization of voltage control system of oscillator DC with dynamoelectric amplifier was considered. Optimization was conducted using Genetic Algorithm. Qualitative characteristics of the transition process of control system were obtained.**

**Key words:** optimization, genetic algorithm, control system.

### Вступ

Проблема параметричної оптимізації не є новою. Алгоритми її реалізації можуть бути застосовані до будь-чого, як для оптимізації витрат на виробництві, транспортних розв’язок, організації людської життєдіяльності, розведення тварин на фермі, так і для підбору параметрів математичних моделей, законів керування, у криптографії, задачах апроксимації тощо. Фактично, можливості застосування оптимізаційних алгоритмів обмежуються лише уявою дослідника.

Задача параметричної оптимізації полягає у відшуванні таких параметрів, за яких буде отримано локальний чи глобальний оптимум для цільової функції. Останній, звісно, бажаніший. Параметрична оптимізація системи керування дає можливість спроектувати її так, щоб вона якнайкраще відповідала визначеним для неї якісним критеріям. Вибір методу оптимізації залежить від наявної у нас інформації про об’єкт дослідження, його математичної моделі, її лінійності чи нелінійності та інших факторів. Якщо деякі методи залежать безпосередньо від об’єкта дослідження, то певні методи, такі як, наприклад, еволюційні методи, можуть бути використані для найширшого класу задач. У статті ми розглядаємо алгоритмічну реалізацію класичного генетичного алгоритму із застосуванням його для мультипараметричної оптимізації системи регулювання напруги генератора постійного струму з електромашинним підсилювачем.

### Аналіз публікацій

Оптимізаційні алгоритми загалом поділяють на два класи: детерміністичні та ймовірнісні [1]. На кожному кроці виконання детерміністичного алгоритму існує лише один варіант для продовження його роботи. Якщо він відсутній, то алгоритм завершує свою роботу. Для однакових вхідних даних детерміністичний алгоритм завжди запропонує ті самі результати. Однак іноді виникають ситуації, коли детерміністичні алгоритми знаходять лише локальний оптимум. Якщо

зв'язок між отриманим рішенням і його придатністю не є очевидним, динамічно змінюється, надто складний чи діапазон пошуку дуже великий, використання більшості детерміністичних підходів є неефективним. От тоді і використовують імовірнісні алгоритми оптимізації. Як правило, точні алгоритми можуть бути набагато ефективнішими, ніж імовірнісні в багатьох сферах. До того ж імовірнісні алгоритми мають додатковий недолік, вони можуть призвести до різних результатів під час кожного запуску для тих самих вхідних даних.

Серед детерміністичних алгоритмів [2, 3] можемо виділити такі групи методів: пошук у просторі станів (State space search), метод гілок і меж (Branch and bound), метод Гоморі (Cutting-plane method) та інші. Серед імовірнісних алгоритмів [4] виділимо такі: алгоритм пошуку зі сходженням до вершини (Hill climbing), алгоритм імітації відпалу (Cutting-plane method), Табу пошук (Tabu Search), екстремальна оптимізація (Extremal optimization), метод Нелдера–Міда (Downhill simplex). Окремою групою серед імовірнісних виділимо еволюційні алгоритми [4–8]: генетичні алгоритми, еволюційні стратегії, генетичне програмування, еволюційне програмування, диференціальна еволюція, алгоритм оцінки розподілу.

### Постановка задачі

Мультипараметрична оптимізація системи регулювання напруги генератора постійного струму з електромашинним підсилювачем виконується за допомогою класичного бінарного генетичного алгоритму. Тому поставлене завдання була розділене на дві частини:

1. Аналіз та алгоритмічна реалізація як складових частин генетичного алгоритму, так і самого генетичного алгоритму загалом. Алгоритмічна реалізація повинна забезпечувати певну функціональність: довільний вибір основних операторів генетичного алгоритму, вибір діапазонів значень параметрів, кількості хромосом у популяції, кількості бітів для кодування генів, ймовірності мутації, кількості поколінь, можливості призупинення та відновлення роботи генетичного алгоритму, продовження пошуку оптимуму після досягнення встановленої кількості поколінь, а також збереження у файл на диску отриманої кінцевої популяції та відновлення її з файлу для продовження пошуку оптимуму. Реалізація алгоритму повинна давати змогу призупинити процес пошуку оптимуму, змінювати значення параметрів генетичного алгоритму та продовжувати далі роботу над пошуком оптимуму.

2. Пошук оптимуму для системи регулювання напруги генератора постійного струму. Якісним критерієм для оптимізації системи виберемо реакцію системи на зміну вхідного сигналу, тобто оптимізуватимемо якість перехідного процесу в системі керування.

### Реалізація генетичного алгоритму

Тип даних для кодування хромосом у генетичному алгоритмі може бути поданий у бінарному, цілому чи дійсному вигляді. Ми вибрали бінарний запис, як найпридатніший для широкого класу задач. На рис. 1 подана розроблена нами структура даних для алгоритмічної реалізації бінарного генетичного алгоритму. Основним елементом генетичного алгоритму є хромосома, яка складається з  $n$ -кількості генів. Гени, своєю чергою, представляють параметри досліджуваної для оптимізації задачі. Кодування параметрів у бінарні гени здійснюється квантуванням (1) діапазону можливих змін значень параметрів.

$$step_i = \frac{valueMax_i - valueMin_i}{2^n - 1}, \quad gene_i = \frac{param_i - valueMin_i}{step_i}. \quad (1)$$

Зворотне декодування здійснюється за формулою (2):

$$param_i = valueMin_i + gene_i \cdot step_i. \quad (2)$$

В алгоритмічній реалізації хромосома є масивом генів беззнакового цілого типу даних. Для кодування параметрів можемо вибирати довільну кількість бітів, у нашому випадку від 8 до 32 бітів. Менша кількість бітів дає змогу швидше покривати простір досліджень, а більша кількість – точність дослідження. Розроблені алгоритми для операторів генетичного алгоритму працюють лише у межах вибраних бітів, решта старших бітів у масиві генів встановлені в нуль та ігноруються.



Основним критерієм для генетичного алгоритму є фітнес-значення, згідно з яким і проводиться оптимізація.

Використання кодування генів за допомогою коду Грея не дало ніякого помітного покращення результату роботи генетичного алгоритму, тому ми від нього відмовилися.

Основними параметрами генетичного алгоритму є кількість поколінь, через які повинен бути віднайдений шуканий оптимум, кількість хромосом у кожному поколінні, кількість генів у кожній хромосомі, кількість бітів для кодування кожного гена. Також мають бути встановлені діапазони зміни значень робочих параметрів досліджуваної моделі та внутрішні коефіцієнти для операторів генетичного алгоритму.

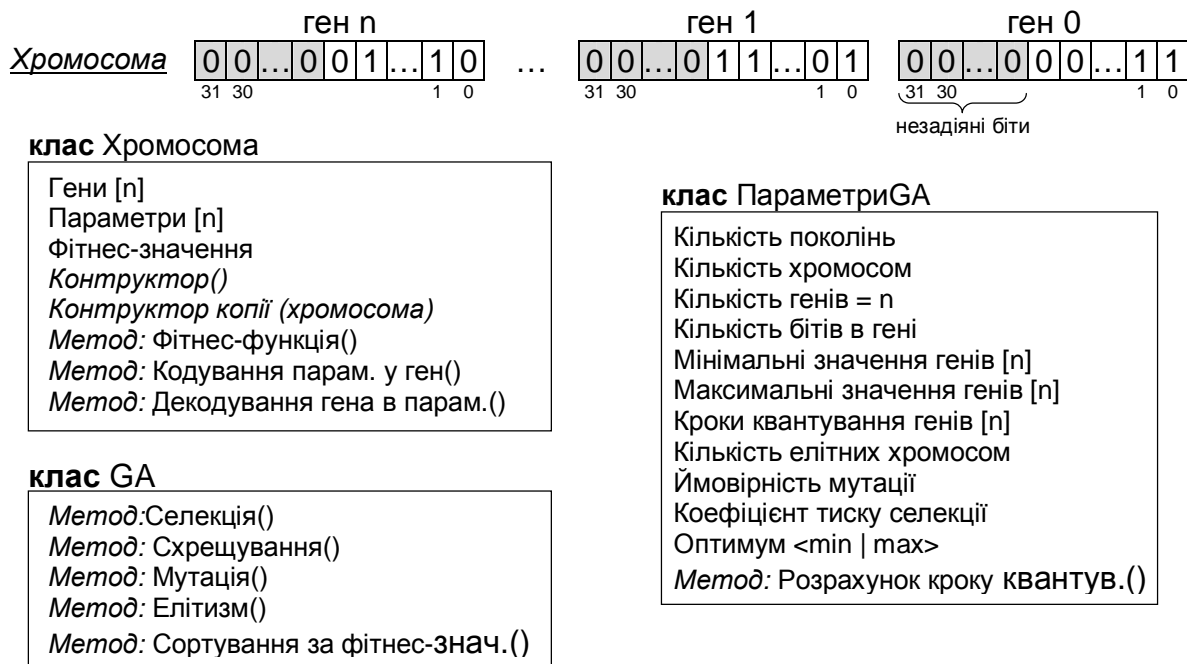


Рис. 1. Структура даних бінарного генетичного алгоритму

Розроблена нами реалізація бінарного генетичного алгоритму має таку послідовність дій:

1. Створення початкової популяції з ініціалізацією хромосом та обчисленням фітнес-значень. За створення та ініціалізацію відповідає конструктор класу хромосоми. Генерування бінарної стрічки виконується біт за бітом за допомогою генератора випадкових чисел. Тобто згенероване для кожного біта дійсне число від 0 до 1 заокруглюється, відповідно, в бінарний 0 чи 1. Початкова чисельність популяції залежить від типу задачі, що підлягає оптимізації. Теоретично, що більша чисельність, то краще. Далі в ході роботи генетичного алгоритму чисельність популяції можна буде зменшити.
2. Сортування популяції за фітнес-значенням. Виконується за найкращими фітнес-значеннями (мінімальними чи максимальними). Краще фітнес-значення при цьому міститься внизу популяції (останнє значення в масиві хромосом), гірше фітнес-значення – на початку популяції.
3. Селекція. Відбір хромосом для популяції здійснюємо за допомогою лінійного ранжування:

$$Fitneb(Pos) = 2 - SP + 2 \cdot (SP - 1) \cdot \frac{Pos - 1}{Nind - 1}, \quad (3)$$

де  $Nind$  – кількість хромосом (особин) в популяції;  $Pos$  – позиція хромосоми в популяції (найменш пристосовані хромосоми мають  $Pos=1$ , найбільш пристосовані –  $Pos=Nind$ ),  $SP$  – коефіцієнт тиску селекції, який може набувати значення в межах  $[1,0; 2,0]$ . Згідно з отриманим значенням  $Fitneb$

визначається кількість входжень хромосоми в популяцію. Додаткові копії кращих хромосом вставляємо із заміною гірших на початок популяції. Під час тестування генетичного алгоритму коефіцієнт  $SP$  виявився оптимальним, починаючи зі значення 1,6.

4. *Відбір елітних хромосом.* Копіюємо задану в параметрах генетичного алгоритму кількість кращих хромосом у проміжний буфер. Для копіювання використовуємо конструктор копій класу хромосоми.
5. *Схрещування.* Протестовано стандартні бінарні оператори схрещування (кросовери): односточковий, двоточковий та Uniform. Якихось істотних відмінностей у кінцевому результаті між ними не виявлено, тому в алгоритмі використовуємо простий односточковий кросовер. Зазначимо лише, що спаровування відбувається за ранжиром, спершу попарно кращі, а потім поступово до гірших. Варіант, коли кращі хромосоми спаровуються з гіршими хромосомами, загалом дав гірший кінцевий результат, як і варіант випадкового відбору хромосом для схрещування.
6. *Обчислення фітнес-значення для отриманих нащадків після схрещування.*
7. *Сортування популяції за фітнес-значенням.* Сортування у цьому місці необхідне для того, щоб виявити найпристосованішу хромосому, яка не повинна підлягати мутації.
8. *Мутація.* У параметрах генетичного алгоритму задається відсоток для ймовірності мутації бітів в усій популяції. На основі цього значення розраховується кількість бітів, що повинні мутувати, тобто інвертувати свої значення з 0 на 1, чи навпаки. Для цього створюємо масив масок, в яких визначаємо довільно позиції цих бітів. Спершу визначається випадково номер хромосоми в популяції, а потім номер біта в хромосомі. Після цього масив масок додається порозрядною операцією XOR до масиву хромосом, тобто виконуємо операцію інверсії. Найпристосованіша хромосома вилучається з процедури мутації. Під час тестування генетичного алгоритму значення відсотка мутації було оптимальним в межах 1–5 %.
9. *Сортування популяції за фітнес-значенням.* Цей крок можна пропустити, якщо значення елітизму дорівнює нулю.
10. *Елітизм.* Ця процедура вставляє на початок популяції відібрані елітні хромосоми у п. 4 із заміною гірших хромосом.
11. *Сортування популяції за фітнес-значенням.*
12. *Створення копії покоління.* Ця копія буде необхідною, якщо ми вирішимо продовжити пошук оптимуму за допомогою генетичного алгоритму. Можливий варіант, що під час роботи генетичного алгоритму захочеться змінити деякі із параметрів як об'єкта оптимізації, так і самого алгоритму, наприклад, зменшити відсоток ймовірності мутації чи кількості бітів у генах. Для цього потрібно буде зупинити роботу генетичного алгоритму, вибрати нові параметри та продовжити оптимізацію.
13. Якщо задана кількість поколінь пройдена, то завершуємо роботу генетичного алгоритму, а якщо ні, то переходимо до п.3.

Реалізація генетичного алгоритму виконувалася мовою C#. Відповідно, ми скористалися вбудованим генератором псевдовипадкових чисел з рівномірним законом розподілу (клас Random) з бібліотеки .NET Framework, який побудований на основі субтрактивного алгоритму генератора випадкових чисел Д. Кнута.

Реалізація генетичного алгоритму апробована на тестових задачах для оптимізації [9]: De Jong's function 1, Axis parallel hyper-ellipsoid function, Rotated hyper-ellipsoid function, Rastrigin's function 6, Schwefel's function 7. Для усіх тестових задач реалізований алгоритм знайшов визначені мінімуми та максимуми функцій.

### **Параметрична оптимізація системи регулювання напруги генератора**

Система автоматичного регулювання напруги генератора постійного струму з електромашинним підсилювачем призначена для автоматичного регулювання напруги на виході генератора за заданою напругою. Генератори постійного струму різної потужності широко

використовуються в різних галузях промисловості. У системах автоматичного регулювання і управління, а також в системах стеження застосовуються електромашинні підсилювачі постійного струму. Розглянемо структурну схему системи регулювання напруги генератора постійного струму з електромашинним підсилювачем (рис. 2). Працює ця система так: з генератора постійного струму (Г) знімається вихідна напруга  $U_{ВИХ}$ , яка віднімається від задаючої напруги  $U_3$  і результуюча напруга безпосередньо надходить на обмотку управління електромашинного підсилювача (ОУ ЕМП). Від якоря цього підсилювача живиться обмотка збудження генератора. На виході генератора буде напруга  $U_{ВИХ}$ . Якщо, наприклад, напруга генератора зменшиться, то напруга  $U_1$  обмотки управління збільшиться, і, відповідно, буде збільшена напруга  $U_2$  короткозамкненої обмотки генератора (КО ЕМП), а внаслідок цього зросте  $U_{ВИХ}$ . Напруга генератора завжди менша від задаючої напруги на значення  $U_1$ , яке достатнє для того, щоб створити напругу на генераторі, яка майже дорівнює задаючій напрузі. Різниця між задаючою напругою і вихідною напругою буде тим меншою, що вищий буде коефіцієнт підсилення електромашинного підсилювача. Отже, точність регулювання напруги в цій системі великою мірою залежить від коефіцієнта підсилення електромашинного підсилювача, а час проходження перехідного процесу залежить від сталих часу системи.

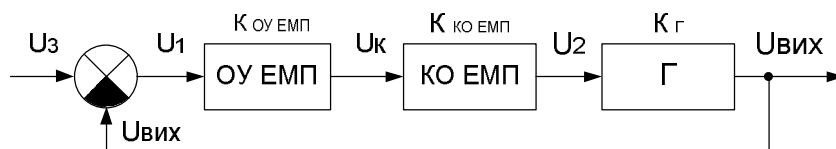


Рис. 2. Структурна схема системи регулювання напруги генератора постійного струму

Елементи цієї системи регулювання описуються такими рівняннями.

1. Схема порівняння:

$$U_1 = U_3 - U_{ВИХ} \quad (4)$$

2. Електромашинний підсилювач:

$$\text{обмотка управління} \quad T_{K2} \frac{d^2 U_K}{dt^2} + T_{K1} \frac{dU_K}{dt} + U_K = K_1 U_1, \quad (5)$$

$$\text{короткозамкнена обмотка} \quad T_K \frac{dU_2}{dt} + U_2 = K_2 U_K. \quad (6)$$

3. Генератор постійного струму:

$$T_2 \frac{dU_{ВИХ}}{dt} + U_{ВИХ} = K_3 U_2. \quad (7)$$

Привівши рівняння (5)–(7) до нормальної форми Коші, можемо проінтегрувати систему та отримати якісну характеристику перехідного процесу. Ручний підбір коефіцієнтів для отриманої математичної моделі системи регулювання напруги генератора постійного струму потребує певного досвіду та все одно не дає змоги точно підібрати параметри для отримання необхідного оптимуму.

Для оптимізації характеристики перехідного процесу системи ми використали описаний вище генетичний алгоритм. Як критерій для значення фітнес-функції вибрано відхилення дискретних миттєвих точок перехідного процесу системи від задаючої напруги. Тобто фітнес-значення розраховують за такою формулою:

$$Fitness = \sum_i |U_3 - U_{ВИХ}(t_i)|. \quad (8)$$

Моделювання системи виконуємо методом Рунге–Кутта четвертого порядку. Зауважимо, що за певних значень вибраних параметрів система може розбігатися або мати дуже значне перерегулювання. Тому ми внесли обмеження у фітнес-функцію під час інтегрування системи. Вважаємо, що якщо миттєві значення вихідної напруги  $U_{ВИХ}$  більші у п'ять разів від задаючої, то

такі значення вибраних параметрів для нас неприйнятні. У цьому випадку повертаємо велике фітнес-значення для вказаної хромосоми (ми вибрали значення  $10^5$ ).

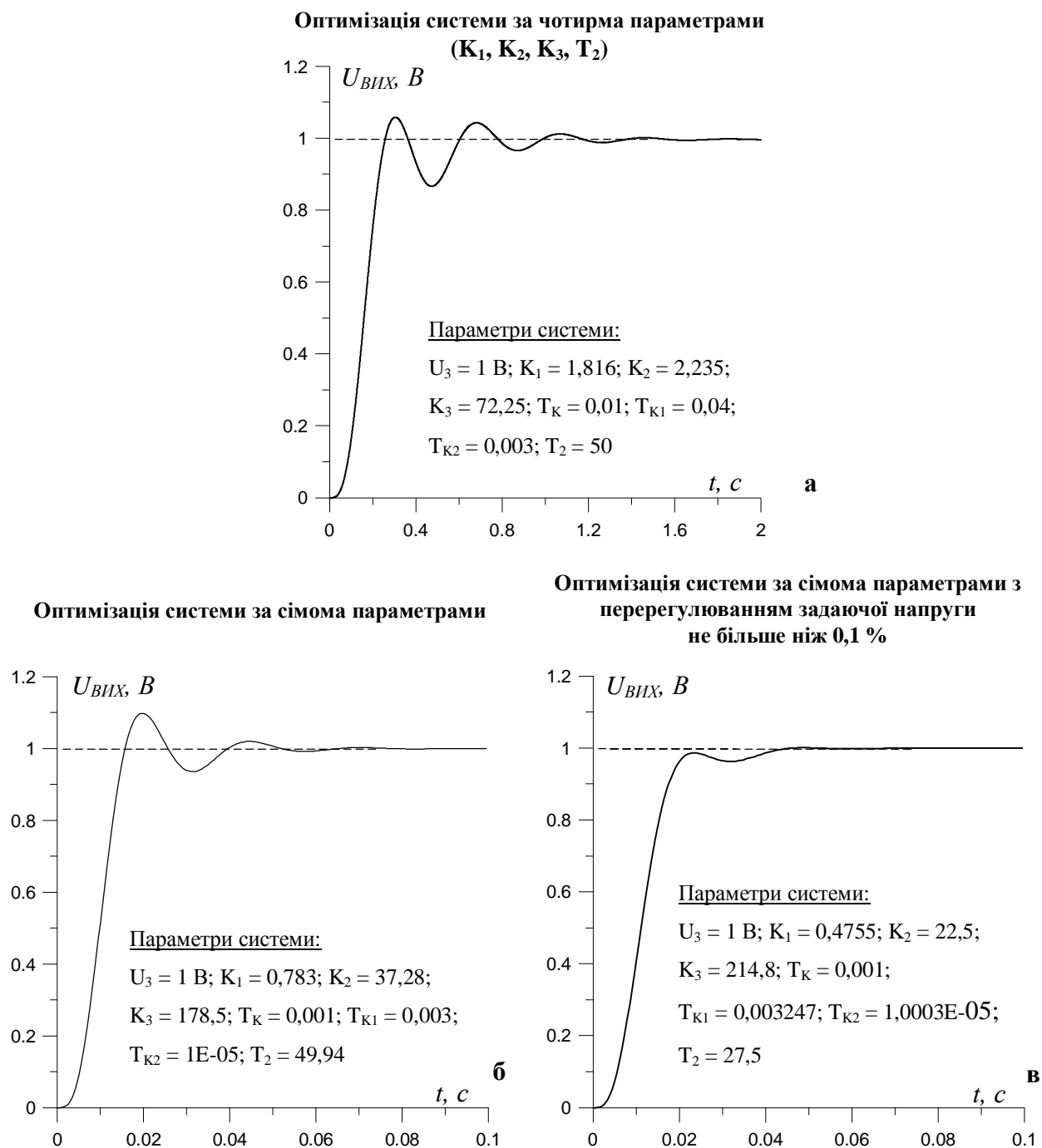


Рис. 3. Результати оптимізації системи регулювання напруги генератора постійного струму

На першому етапі дослідження оптимізація системи виконувалася за чотирма параметрами, для яких ми встановили такі межі:  $K_1 = [0,05; 10]$ ,  $K_2 = [0,2; 40]$ ,  $K_3 = [1; 500]$ ,  $T_2 = [0,5; 50]$ . Решта параметрів зафіксовані та мали такі значення:  $T_K = 0,01 \text{ с}$ ,  $T_{K1} = 0,04 \text{ с}$ ,  $T_{K2} = 0,003 \text{ с}$ . Інтегрування системи методом Рунге-Кутта четвертого порядку виконувалося на інтервалі часу 5 с. За заданих параметрів за допомогою генетичного алгоритму віднайдено оптимум для характеристики перехідного процесу (рис. 3, а). Добитися завершення перехідного процесу менш ніж за 1,5 с нам не вдалося. Тому прийнято рішення задіяти для пошуку усі параметри системи.

На другому етапі дослідження оптимізація системи здійснювалася за сімома параметрами, для яких встановлено такі межі:  $K_1 = [0,05; 10]$ ,  $K_2 = [0,2; 40]$ ,  $K_3 = [1; 500]$ ,  $T_2 = [0,5; 50]$ ,  $T_K = [0,001; 1]$  с,  $T_{K1} = [0,001; 1]$  с,  $T_{K2} = [0,00001; 1]$  с. Інтегрування системи виконувалося протягом 5 с. Зазначимо, що процес пошуку оптимуму відбувався значно повільніше, але і результати були набагато кращі. На рис. 3, б представлено характеристику перехідного процесу системи для знайдених параметрів генетичним алгоритмом. Фактично перехідний процес завершується за короткий інтервал часу в 0,1 с, що є хорошим результатом. Перерегулювання – близько 10 % від задаючої напруги. Тому ми вирішили виконати пошук оптимуму, внівши обмеження до 0,1 % перерегулювання у фітнес-функцію. На рис. 3, в наведено результат нашого пошуку. На відміну від попереднього результату, характеристика перехідного процесу має дещо менш різкий початковий фронт, але натомість загасання проходять плавніше.

### Висновок

За допомогою бінарного генетичного алгоритму проведена мультипараметрична оптимізація системи регулювання напруги генератора постійного струму з електромашинним підсилювачем. Оптимізація дала можливість отримати якісні характеристики перехідного процесу системи регулювання. Ми змогли добитися як швидкої реакції системи на зміну задаючої напруги, так і плавного загасання перехідної характеристики.

1. Edwin K. P. Chong, Stanislaw H. Zak. *An Introduction to Optimization, 4<sup>th</sup> Edition*. – John Wiley & Sons. – 2013. – 640 p. 2. Reiner Horst and Tuy Hoang. *Global Optimization: Deterministic Approaches, 3rd edition*. – Springer-Verlag GmbH: Berlin, Germany, 1996. – 696 p. 3. Mordecai Avriel. *Nonlinear Programming: Analysis and Methods*. – Dover Publications: Mineola, NY, USA. – 2003. 4. Thomas Weise. *Global optimization algorithms: theory and application, 3rd Edition*. – Thomas Weise, 2011. – 1217 p. 5. Sivanandam S. N., Deepa S. N. *Introduction to Genetic Algorithms*. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – 456 p. 6. Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt. *Practical genetic algorithms*. – 2<sup>nd</sup> ed. – John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2004. – 272 p. 7. Mitchell Melanie. *An Introduction to Genetic Algorithms*. – A Bradford Book The MIT Press, 1999. – 162 p. 8. Субботін С. О., Олійник А. О., Олійник О. О. *Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей*. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. – 375 с. 9. Hartmut Pohlheim. *Examples of Objective Functions*. – [www.geatbx.com](http://www.geatbx.com) – 2006. – 21 p.

І. Процько

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,  
кафедра управління інформаційною безпекою

## РОЗПАРАЛЕЛЕННЯ НА РІВНІ ПІДЗАДАЧ АЛГОРИТМУ ШГП НА ОСНОВІ ЦИКЛІЧНИХ ЗГОРТОК

© Процько І., 2015

Розглянуто паралельну модель обчислення швидких гармонічних перетворень на основі циклічних згорток. Цей підхід проаналізовано з погляду розпаралелення обчислення через підзадачі з можливістю ефективного обміну даними між ними.

**Ключові слова:** паралельна модель, підзадачі синтезу й обчислення, дискретні гармонічні перетворення, циклічна згортка.

**Parallel model of efficient computation discrete harmonic transforms using of circular convolutions is considered. Analysis the method by means of paralleling computing subtasks with capability efficient transput data is presented.**

**Key words:** parallel model, synthesis and computation subtasks, discrete harmonic transform, cyclic convolution.

### Вступ

Дискретні перетворення класу Фур'є завдяки ефективним обчислювальним алгоритмам відіграють ключову роль в обробці сигналів. Інформаційні дані можна представити як у часовій, так і в частотній областях. Засоби швидких гармонічних перетворень (ШГП) класу Фур'є конвертують одне представлення в інше. Дослідження і розвиток загальних підходів ефективного обчислення дискретних гармонічних перетворень (ДГП) послідовностей довільного обсягу уможливають спектральний, кореляційний, кепстральний аналіз. До застосувань перетворень входять кодування, розпізнавання образів, цифрова адаптивна інтерполяція та багато інших [1]. Однак інтенсивне розширення діапазону можливих застосувань ставить все вищі вимоги перед дискретними перетвореннями. Одним з напрямів розв'язання задачі є використання дедалі більшої обчислювальної продуктивності на основі нових інформаційних технологій. Ці технології включають як архітектурні рішення з розпаралелення обчислень на різних рівнях, так і програмні продукти, в яких задачі створення і керування багатьма обчислювальними потоками виконують компілятори. Відповідно до нових технологій паралельних обчислень, інтенсивно узагальнюються та розвиваються алгоритмічні засоби.

### Аналіз літературних джерел

Для розв'язання задач підвищення ефективності обчислення дискретних гармонічних перетворень на основі розпаралелення швидких алгоритмів запропоновано багато робіт [2, 3]. Більшість досліджень аналізують і модифікують відомі швидкі алгоритми, щоб уможливити паралельне їх виконання. Ці підходи мають певні переваги та недоліки [4]. Паралельне обчислення ефективних алгоритмів дискретних перетворень класу Фур'є декомонує схему обчислення на частини, які можуть до певного моменту паралельно виконуватись різними процесорами, але при цьому іноді зростають обчислювальні затрати.

### Постановка проблеми

Одним з напрямів ефективних дискретних перетворень класу Фур'є довільних обсягів є їх обчислення на базі швидких згорток [5, 6]. Актуальний аналіз цього підходу з погляду розпаралелення обчислень на декілька порівняно самостійних підзадач з можливістю ефективного обміну даними між ними.

Базисна квадратна матриця  $W(k,n)$  дискретних гармонічних перетворень

$$X = W^* x \quad (1)$$

може набувати вигляду:

$W(k,n) = \exp(-j2\pi kn/NT)$ , дискретного перетворення Фур'є (ДПФ);

$W(k,n) = \cos(2\pi kn/NT) + j\sin(2\pi kn/NT)$ , дискретне перетворення Хартлі (ДПХ);

$W(k,n) = c(n)x(n)\cos[\pi(2k+1)n/2NT]$ , дискретного косинусного перетворення (ДКП),

$W(k,n) = c(n)x(n)\sin[\pi(2k+1)n/2NT]$ , синусне перетворення (ДСП),

$$c(n) = \begin{cases} 2^{-1/2}, & \text{якщо } n=0; \\ 1, & \text{в інших випадках;} \end{cases}$$

де  $n, k=0, (1), \dots, N-1$ ;  $x(N)$  та  $X(N)$  – матриці-стовпці вхідних та вихідних даних;  $T$  – інтервал дискретизації,  $N$  – обсяг перетворення.

Обчислювальний підхід з використанням циклічних згорток для ефективного виконання дискретних гармонічних перетворень полягає у декомпозиції дискретної базисної матриці (1) на циклічні підматриці [7]. В результаті, на основі цього підходу, структуру базисної матриці з циклічними згортками задає твірний масив

$$P(n) = P(n_1)P(n_2) \dots P(n_k) = (n_{11}, n_{12}, n_{13}, \dots, n_{1L_1})(n_{21}, n_{22}, n_{23}, \dots, n_{2L_2}) \dots (n_{kL_1}, n_{kL_2}, \dots, n_{kL_k}) \quad (2)$$

де  $k$  – кількість підматриць;  $n$  – обсяг масиву. Твірний масив  $P(n)$  також визначає послідовність елементів вхідних даних під час обчислення дискретних гармонічних перетворень. Визначення відповідних параметрів на основі твірного масиву  $P(n) = P(n_1) P(n_2) \dots P(n_k)$  і характеризує матричну структуру  $W$  дискретного гармонічного перетворення довільного обсягу.

Властивості симетрії та періодичності базису гармонічного перетворення приводять до ефективнішого представлення меншими значеннями елементів твірних підмасивів  $P'(n)$  з доповненнями відповідних підмасивів знаків  $Z(n)$ . Підматриці знаків  $Z(n)$  містять значення елементів  $+1, -1, 0$ .

Параметри структури базисної матриці перетворення визначають особливість обчислювального алгоритму дискретних гармонічних перетворень. У випадку розміщення однакових підматриць по вертикалі/горизонталі базисної матриці обчислюється тільки одна циклічна згортка. Це зменшує кількість циклічних згорток обчислювального алгоритму, що можуть обчислюватись паралельно. Об'єднання проміжних результатів згортки виконується відповідно до структури базисної матриці за твірним масивом.

Проаналізуємо цей підхід з погляду виділення окремих підзадач і формування на їх основі паралельної моделі обчислень.

### Підзадачі обчислення ШГП на основі швидких згорток

Розглянемо етап декомпозиції задачі ШГП, де аналізується та оцінюється можливість її розпаралелення. Розпаралелення ШГП на рівні підзадач (великоблоковий паралелізм) можна розділити на три частини:

- синтез алгоритму обчислення ШГП, адаптованого до довільного цілого значення обсягу  $N$ ;
- визначення гармонічних коефіцієнтів перетворення;
- виконання ШГП, адаптованого до обсягу перетворення.

Великоблоковий паралелізм ефективного виконання ШГП містить три базових компоненти: блок синтезу (SU), блок гармонічних коефіцієнтів (W), виконавчий блок (PU). Число  $N$  з множини натуральних чисел задає обсяг перетворення і подається на блоки SU, W. Входи  $x(n)$  та виходи  $X(n)$  в блоці PU задають інформаційні ці перетворення (рис. 1).

Послідовно-паралельно за синтезом у SU після визначення результату підзадачі приналежності значення довільного обсягу перетворення розпочинається паралельне виконання ШГП в частинах W, PU.

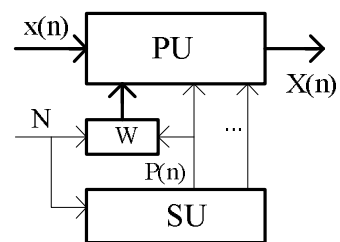


Рис. 1. Великоблоковий паралелізм ШГП на основі згортки

Блок синтезу SU виконує підзадачі:

- визначення приналежності обсягу перетворення  $N$  до підмножини цілих чисел;
- визначення циклічного розкладу підстановки  $P(n)$ ;
- спрощення циклічного розкладу підстановки  $P'(n)$  з доповненням знаками  $Z(n)$ ;
- аналіз структури базисної матриці перетворення на основі визначених  $P(n)$ ,  $P'(n)$ ,  $Z(n)$ .

Обмін інформації на цьому рівні виконується на рівні повідомлень від блока синтезу SU до виконавчого блока PU через:

- $n=[N/2]$  – об'єднання елементів для обсягу перетворення  $N$  ( $S1, S2$ ) або  $n=[N/4]$  – для обсягу  $N$  ( $S3, S4, S5$ );
- твірний масив  $P(n)=(n_1)(n_2)\dots(n_k)$  перепорядкування вхідних інформаційних даних  $x(n)$ ;
- структура спрощеного твірного масиву  $P'(n)$  задає наступні об'єднання вхідних елементів  $x(n_1), x(n_2)\dots x(n_k)$ ;
- підмасиви спрощеного твірного масиву  $P'(n)$  з доповненням знаками  $Z(n)$  для обчислення згорток.

Аналіз структури спрощеної базисної матриці визначає порядок об'єднання вхідних даних  $x(i)$ . Цей аналіз виконується через визначення відповідних параметрів твірного масиву  $P(n)=P(n_1)P(n_2)\dots P(n_k)$  для заданого обсягу перетворення. До таких взаємопов'язаних параметрів належить:

- $N$  обсяг перетворення: а)  $N=p$  (просте або непарне); б)  $N=2p$ ; (парні або кратні  $N=4p$ ;  $N=2^p$ );
- $k$  – кількість підмасивів у твірному масиві  $P(n)=P(n_1)P(n_2)\dots P(n_k)$ ;
- число елементів кожного твірного підмасиву  $(t_1), (t_2), \dots, (t_k)$ ;
- кількість підматриць  $m \geq k^2$  базової матричної структури;
- координати  $(v_{i,j})$  і відповідні значення  $(p_{11}), (p_{21}), \dots, (p_{m1})$  перших елементів підматриць у матричній структурі;
- кількість повторень однакових підматриць  $r < m$ , визначається за однаковими значеннями перших елементів у матричній структурі та приналежністю до відповідного твірного підмасиву;
- кількість підматриць, що починаються з  $(n_i)$  проміжного елемента твірного підмасиву  $P(n_i)$ .

Для підматриць, що містять як по горизонталі, так і по вертикалі однакові значення аргументів, проводять об'єднання вхідних даних. Це зменшує кількість циклічних згорток, що необхідно буде виконати PU. Блок синтезу SU використовує тільки арифметику цілих чисел для виконання виділених підзадач.

Блок гармонічних коефіцієнтів W виконує підзадачі:

- визначення приросту аргумента перетворення  $\Delta\varphi=(2\pi/N)$ , відповідно вхідного значення обсягу  $N$ ;
- обчислення аргументів гармонічних функцій  $\Delta\varphi=(2\pi/N)$ ,  $i*\Delta\varphi$ ,  $i=1, \dots, n/2$ ;
- обчислення абсолютних значень гармонічних коефіцієнтів  $\{\cos(i*\Delta\varphi), \sin(i*\Delta\varphi), \text{cas}(i*\Delta\varphi)\}$ .

Обмін інформацією у блоці W виконується на рівні повідомлень між частинами SU, PU.

Від блока синтезу SU до блока W передаються:

- $n=[N/2]$  – максимальна кількість значень гармонічних коефіцієнтів для обсягу перетворення  $N$  ( $S1, S2$ ) або  $n=[N/4]$  – для обсягу  $N$  ( $S3, S4, S5$ );
- $P(n_i)$  – послідовність коефіцієнтів для аргументів гармонічних функцій, що необхідні для виконання згортки.

Від блока W до виконавчого блока PU передаються:

- значення гармонічних коефіцієнтів  $\{\cos(i*\Delta\varphi), \sin(i*\Delta\varphi), \text{cas}(i*\Delta\varphi)\}$  для обчислення циклічних згорток.

Виконавчий блок PU виконує підзадачі:

- об'єднання вхідних інформаційних даних перетворення  $x(n)$ ;
- відбір і групування об'єднаних даних;
- виконання швидких циклічних згорток між згрупованими даними та відповідними значеннями гармонічних коефіцієнтів базисної функції;
- об'єднання результатів згортки у вихідні інформаційні дані  $X(n)$  перетворення.



У загальну структуру блока PU входить: BD – буфер попереднього об'єднання та групування даних; BDO – буфер об'єднання результатів згорток для формування вихідних інформаційних даних  $X(n)$ ; CCU – виконання циклічних згорток (рис. 2). Виконання ШГП блоком PU відповідно до алгоритму можна поділити на три послідовно-паралельні етапи: попереднього об'єднання даних (BD), виконання циклічних згорток (CCU), формування вихідних значень (BDO). Обчислення ШГП ґрунтується на паралельному виконанні швидких коротких або середніх згорток у CCU [8]. Робота CU – керування виконавчим блоком PU виконується відповідно до обчислювальних ресурсів PU та повідомлень блока синтезу SU, адаптованих до обсягу перетворення  $N$ .

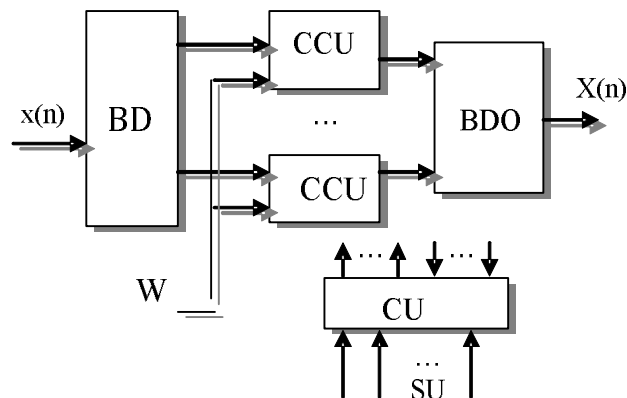


Рис. 2. Структура виконавчого блока PU

Технічні можливості відповідних блоків та конкретна архітектура обчислювальної системи визначаються параметрами завдання з виконання ШГП класу Фур'є, адаптованого до певного обсягу перетворення.

### Паралельна модель (підзадача/канал) обчислення ШГП на основі згорток

Розроблення алгоритмів у межах паралельної моделі не прив'язується до відображення на конкретну архітектуру і кількості процесорів обчислювальної системи. В основу взаємодії обчислювальних ресурсів під час розпаралелення закладається універсальний механізм.

Відповідно до розпаралелення ШГП на рівні підзадач (великоблоковий паралелізм) і аналізу їх особливостей сформуємо модель паралельного обчислення ШГП на основі згорток. Ця модель формується на таких засадах:

- обчислення складаються з декількох підзадач, пов'язаних каналами комунікації, і виконуються одночасно;
- кожна підзадача містить послідовний код і локальну пам'ять;
- канал комунікації забезпечує обмін повідомлень з даними;
- підзадача може помістити в канал повідомлення або видалити повідомлення, прийнявши з нього дані;
- операція передавання повідомлень асинхронна, завершується тільки у разі виконання операції прийому даних.

Модель (рис. 3) складається з відповідних входів  $N$ ,  $x(n)$ ,  $X(n)$ , вузлів та однонапрямлених дуг. Дуги між вузлами моделі забезпечують обмін повідомленнями у каналах комунікації між конкретними вузлами і вказують на залежність вузлів від обміну даними.

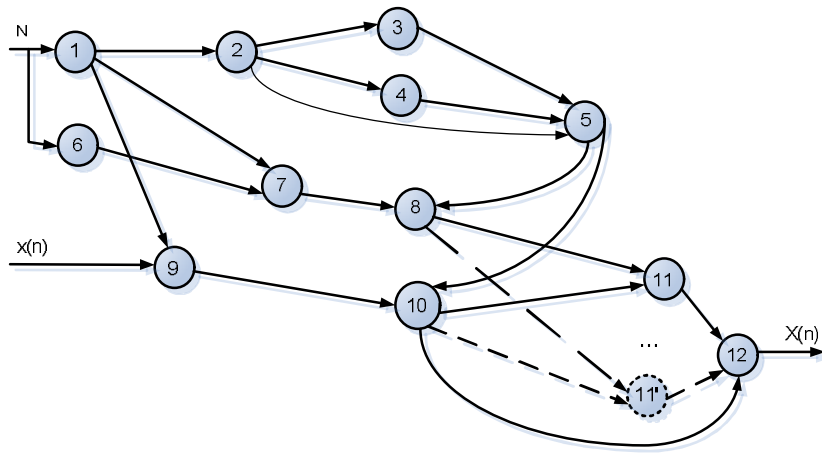


Рис. 3. Модель паралельного обчислення ШГП на основі згорток

Вузли (1, 2, 3, 4, 5) відповідають підзадачі синтезу алгоритму обчислення ШГП, адаптованого до довільного цілого значення обсягу  $N$ :

1 – визначення приналежності обсягу перетворення  $N$  до підмножини цілих чисел з формуванням  $p$  (простим зсувом бінарного коду обсягу перетворення. Множина натуральних чисел за аналізом розподілена на п'ять підмножин  $S_i$  ( $i=1,2,3,4,5$ ), де  $S_1=\{3,5,7,9,11,13,15,17,\dots\}$ ,  $S_2=\{6,10,14,18,22,26,30,34,38,42,46,50,58,\dots\}$ ,  $S_3=\{12,20,28,36,44,52,60,\dots\}$ ,  $S_4=\{2,4,8,16,32,64,128,256,\dots\}$ ,  $S_5=\{24,40,48,56,72,80,88,96,104,\dots\}$ .

2 – визначення циклічного розкладу підстановки  $P(n)$  за допомогою рядків аргументів базисної матриці;

3 – спрощення циклічного розкладу підстановки  $P'(n)$  на основі симетричності базисної функції;

4 – доповнення знаками  $Z(n)$  спрощеного циклічного розкладу підстановки;

5 – аналіз структури базисної матриці перетворення на основі визначених  $P(n)$ ,  $P'(n)$ ,  $Z(n)$ .

Вузли (6, 7, 8) відповідають підзадачі визначення гармонічних коефіцієнтів перетворення:

6 – визначення приросту аргумента перетворення  $\Delta\varphi=(2\pi/N)$ ;

7 – визначення аргументів гармонічних функцій  $\Delta\varphi=(2\pi/N)$ ,  $i*\Delta\varphi$ ,  $i=1,\dots, n/2$ ;

8 – обчислення абсолютних значень гармонічних коефіцієнтів  $\cos(i*\Delta\varphi)$ ,  $\sin(i*\Delta\varphi)$ ,  $\text{cas}(i*\Delta\varphi)$ .

Вузли (9, 10, 11, ..., 11', 12) відповідають підзадачі виконання ШГП, адаптованого до обсягу перетворення:

9 – об'єднання вхідних інформаційних даних перетворення  $x(n)$ ;

10 – відбір і групування об'єднаних даних для циклічних згорток;

11, ..., 11' – паралельне виконання швидких циклічних згорток між згрупованими даними та відповідними значеннями гармонічних коефіцієнтів базисної функції;

12 – об'єднання результатів згортки у вихідні інформаційні дані  $X(n)$  перетворення.

Розглянемо на основі узагальненої схеми приклад синтезу масиву вихідних даних матричної структури  $W$  обчислення косинусної частини ДПФ обсягу  $N=51$ .

Вузол 1.  $N$  відноситься до  $S_2=p; x_p=3 \times 17$ ;  $n=\{N/2\}-1=26-1=25$ ;

Вузол 9. Симетричне об'єднання вхідних даних  $x(i)+x(N-i)$ ,  $i=(1,2(1),\dots,25)$ ;

Вузол 2. Формування значень твірною масиву за підстановкою, елементами твірною масиву можуть бути значення  $n_{ij}=(1,\dots,25)$ :

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25)

(2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 25 23 21 19 17 15 13 11 9 7 5 3 1)

$P(25)=P(n_1)P(n_2)P(n_3)P(n_4)P(n_5)=(1,2,4,8,16,19,13,25)(3,6,12,24)(5,10,20,11,22,7,14,23)(9,18,15,21)(17)$ .

Вузол 5. Твірний масив складається з підмасивів  $P(n_2), P(n_4), P(n_5)$ , які містять елементи, кратні 3, 17.

Визначення параметрів :  $k=5$  – кількість підмасивів у твірному масиві;

$t_1=8, t_2=4, t_3=8, t_4=4, t_5=1$ ;  $t_i$  – кількість елементів у підмасивах  $P(n_i)$  задають обсяг циклічних згорток.

Відбір однотипових вертикально розміщених підматриць:

$m \geq k^2=25$  загальна кількість підматриць  $m=33$ ;

координати  $(v_{i,j})$  і відповідні значення  $(p_{11}), (p_{21}), \dots, (p_{m1})$  перших елементів підматриць у матричній структурі.

Відповідність координат  $(i, j)$  елементам твірного масиву  $P(n_i)$ :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25  
 $(1,2,4,8,16,19,13,25) (3,6,12,24) (5,10,20,11,22,7,14,23) (9,18,15,21) (17)$ .

Координати перших елементів підматриць  $i+t_i, j+t_i$  ( $t_i$  – вибирають за приналежністю до твірного підмасиву значення перших елементів підматриць у матричній структурі, які обчислюються за відповідністю координат  $(i,j)$  елементам твірного масиву  $(n_i \times n_j) \bmod N$ , а, у випадку одержання значення, більшого за  $\{N/2\}$ , спрощується за виразом  $N - [(n_i \times n_j) \bmod N]$ , як подано в таблиці.

$(i+t_i, j+t_i) - n_{ij}$ (координати рядок/стовпець) – значення першого елемента підмасиву					
$(1,1) - 1$ ;		$(1,9) - 3$ ;	$(1,13) - 5$ ;		$(1, 21) - 9$ ;
		$(5,9) - 3$ ;			$(5,21) - 9$ ;
$(9,1) - 3$ ;	$(9,5) - 3$ ;	$(9,9) - 9$ ;	$(9,13) - 15$ ;	$(9,17) - 15$ ;	$(9,21) - 24$ ;
$(13,1) - 5$ ;		$(13,9) - 15$ ;	$(13,13) - 25$ ;		$(13,21) - 6$ ;
		$(17,9) - 15$ ;			$(17,21) - 6$ ;
$(21,1) - 9$ ;	$(21,5) - 9$ ;	$(21,9) - 24$ ;	$(21,13) - 6$ ;	$(21,17) - 6$ ;	$(21,21) - 21$ ;
$(25,1) - 17$ ;		$(25,9) - 0$ ;	$(25,13) - 17$ ;		$(25,21) - 0$ ;
					$(25,25) - 17$ ;

Відбір за координатами перших елементів однакових підматриць по горизонталі:

Вузол 5 : для Вузла 10:  
 $(9,1) - 3$ ;  $(9,5) - 3$ ; для  $P(n_2)=(3\ 6\ 12\ 24)$ ,  $[x(1),x(2),x(4),x(8)]+[x(16), x(19),x(13),x(25)]$ ;  
 $(21,1) - 9$ ;  $(21,5) - 9$ ; для  $P(n_4)=(9\ 18\ 15\ 21)$ ,  $[x(1),x(2),x(4),x(8)]+[x(16), x(19),x(13),x(25)]$ ;  
 $(9,13) - 15$ ;  $(9,17) - 15$ ; для  $P(n_4)=(15\ 21\ 9\ 18)$ ,  $[x(5),x(10),x(20),x(11)+x(22),x(7),x(14),x(23)]$ ;  
 $(21,13) - 6$ ;  $(21,17) - 6$ ; для  $P(n_2)=(6\ 12\ 24\ 3)$ ,  $[x(5),x(10),x(20),x(11)+x(22),x(7),x(14),x(23)]$ ;  
 $(25,9) - 0$ ;  $(25,21) - 0$ ; для  $P(n_5)=(0)$ ,  $[x(3)+x(6)+x(12)+x(24)+x(9)+x(18)+x(15)+x(21)]$ ;  
 $(25,1) - 17$ ;  $(25,13) - 17$ ;  $(25,25) - 17$ ; для  $P(n_5)=(17)$ ,  $[x(1)+x(2)+x(4)+x(8)+x(16)+x(19)+x(13)+x(25)]$ ,  
 $[x(5)+x(10)+x(20)+x(11)+x(22)+x(7)+x(14)+x(23)]$ .

Виконується додавання вхідних значень для виконання однієї згортки.

Відбір за координатами перших елементів однакових підматриць по вертикалі:

Вузол 5 : для Вузла 10:  
 $(1,9) - 3$ ;  $(5,9) - 3$ ; для  $P(n_2)=(3\ 6\ 12\ 24)$ ,  $[x(3),x(6),x(12),x(24)]$   
 $(13,9) - 15$ ;  $(17,9) - 15$ ; для  $P(n_4)=(15\ 21\ 9\ 18)$ ,  $[x(3),x(6),x(12),x(24)]$   
 $(1, 21) - 9$ ;  $(5, 21) - 9$ ; для  $P(n_4)=(9\ 18\ 15\ 21)$ ,  $[x(9),x(18),x(15),x(21)]$   
 $(13,21) - 6$ ;  $(17,21) - 6$ ; для  $P(n_2)=(6\ 12\ 24\ 3)$ ,  $[x(9),x(18),x(15),x(21)]$   
 $(1,25) - 17$ ;  $(13,25) - 17$ ;  $(25,25) - 17$ ; для  $P(n_5)=(17)$ ,  $x(17)$ .

Вузол 11...11':

Виконання однієї згортки для однакових вертикальних підматриць. Решта циклічних згорток виконуються за своїми параметрами на основі визначених координат.

Вузол 12. Об'єднання результатів згорток:

– результат 8-точкової згортки з координатами  $(1,1)$  додається до двох 4-точкових однотипних згорток з  $(1,9)$ ,  $(5,9)$  додається до 8-точкової згортки з  $(1,13)$  додається до двох 4-точкових однотипних згорток з  $(1, 21)$ ,  $(5,21)$  додається до 8-точкового вектора з  $(1,25)$ ;

– результат 4-точкових об'єднаних згорток з координатами  $(9,1)+(9,5)$  додається до 4-точкової згортки з  $(9,9)$  додається до 4-точкових об'єднаних згорток з  $(9,13)+(9,17)$  додається до 4-точкової згортки з  $(9,21)$  додається до 4-точкового вектора з  $(9,25)$ ;

- результат 8-точкової згортки з координатами (13,1) додається до двох 4-точкових однотипних згорток з (13,9), (17,9) додається до 8-точкової згортки з (13,13) додається до двох 4-точкових однотипних згорток з (13, 21), (17,21) додається до 8-точкового вектора з (13,25);
- результат 4-точкових об'єднаних згорток з координатами (21,1)+(21,5) додається до 4-точкової згортки з (21,9) додається до 4-точкових об'єднаних згорток з (21,13)+(21,17) додається до 4-точкової згортки з (21,21) додається до 4-точкового вектора з (21,25);
- результат об'єднань з координатами (25,1)+(25,13)+(25,25) додається до об'єднань з (25,9)+(25,21).

Одержані вихідні значення перетворення відповідають порядку відповідно значень твірного масиву:

X(1),X(2),X(4),X(8),X(16),X(19),X(13),X(25),X(3),X(6),X(12),X(24),X(5),X(10),X(20),X(11),X(22),X(7),  
X(14),X(23),X(9),X(18),X(15),X(21),X(17).

Відповідно до алгоритму ШГП для цього прикладу обсягу  $N=51$ , що належить до множини  $S_2$ , вузли 3, 4 не виконуються. Тобто відсутні спрощення циклічного розкладу підстановки  $P(n)$  з відповідним доповненням знаками  $Z(n)$ , оскільки враховано спрощення послідовності аргументів по симетрії  $(N/2)$  косинусної частини базисної функції.

### Висновки

Модель паралельного обчислення ШГП на основі згорток не має властивості універсальності. Виділений набір вузлів виконується відносно паралельно до виділених підзадач, відповідно до засад незалежності [9]:

- 1) незалежності даних (дані, що обробляються однією підзадачею, не модифікуються іншою);
- 2) незалежності керування (послідовність виконання у підзадачі визначається тільки під час виконання);
- 3) незалежність ресурсів (забезпечується достатнім апаратним обчислювальним ресурсом для виконання підзадач);
- 4) незалежність введення/виведення (за одночасного звертання до тих самих даних).

Адаптація до обсягу перетворення у підзадачі синтезу алгоритму, гнучкість обчислення швидких циклічних згорток у підзадачі виконання ШГП, є перевагами обчислювальних моделей. Виділення інших рівнів паралелізму в моделі обчислення цього ШГП є достатньо багатограним і містить широке поле різноманітних реалізацій.

1. Оппенгейм А., Шафер Р. *Цифровая обработка сигналов.* – М.: Техносфера, 2006. 2. Chu E. and George A. *FFT algorithms and their adaptation to parallel processing. Linear Algebra and its Appl.,* 284:95–124, 1998. 3. Chiper D.-F., Swamy M. N.S., Ahmad M. O., *An Efficient Unified Framework for Implementation of a Prime-Length DCT/IDCT With High Throughput Signal Processing, IEEE Transactions on.* 07/2007; 55(6):2925-2936. 4. Chu E., George A. *INSIDE the FFT BLACK BOX (Serial and Parallel Fast Fourier Transform Algorithms) CRC Press LLC, New York, 2000.* 5. Патент 96540 Україна, G06F 17/16 (2006.01), H03M 7/30 (2006.01). Спосіб приведення дискретних гармонічних складових цифрових сигналів до циклічних згорток / Процько І. О., (Україна) Заявл. 25.11.2010; Опубл. 10.11.2011, Бюл. №21. 6. Ihor Prots'ko, *The algorithm and structures for efficient computation of type II/III DCT/ DST/ DHT using cyclic convolutions. // International Journal of Signal Processing Systems, Volume 2, No. 2, 2014. – P. 119–127.* 7. Процько І. О. Розробка схеми узагальненого ефективного алгоритму гармонічного перетворення даних. // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2005. – № 549. – С. 157–164. 8. Макклеллан Дж. Х., Рейдер Ч. М. *Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов: пер. с англ.* – М.: Радио и связь, 1983. 9. Немнюгин С., Стесик О. *Параллельное программирование для многопроцессорных вычислительных систем.* – СПб.: БХВ-Петербург, 2002.

O. Kozhukhivska<sup>1</sup>, P. Bidyuk<sup>2</sup>, A. Kozhukhivskiy<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Cherkassy state technological university,

<sup>2</sup>Institute of applied system analysis of National technical university of Ukraine “KPI”

## ADAPTIVE DECISION SUPPORT SYSTEM FOR ESTIMATING FINANCIAL RISKS

© Kozhukhivska O., Bidyuk P., Kozhukhivskiy A., 2015

A computer based decision support system is proposed the basic tasks of which are adaptive model constructing and forecasting of financial risks. The DSS development is based on the system analysis principles, i.e. the possibility for taking into consideration of some stochastic and information uncertainties, forming alternatives for models and forecasts, and tracking of the computing procedures correctness during all stages of data processing. A modular architecture is implemented that provides a possibility for the further enhancement and modification of the system functional possibilities with new forecasting and parameter estimation techniques. A high quality of final result is achieved thanks to appropriate tracking of the computing procedures at all stages of data processing during computational experiments: preliminary data processing, model constructing, and forecasts estimation. The tracking is performed with appropriate set of statistical quality parameters. Examples are given for estimation of financial credit. The examples solved show that the system developed has good perspectives for the practical use. It is supposed that the system will find its applications as an extra tool for decision making when developing the strategies for financial companies and enterprises of various types.

**Key words:** mathematical model, system analysis principles, adaptive forecasting, decision support system, risk estimation.

### Introduction

Financial risk analysis and management is an urgent problem not only for the active financial organizations and companies but for all industrial enterprises, small and medium business, investment and insurance companies etc. Adequate models of multidimensional risks and the loss forecasts based upon them help to take into consideration a set of various influencing risk factors and make objective quality managerial decisions. There are many types of financial risks that could be described with mathematical models in the form of appropriately constructed equations or probability distributions. The market and some other types of risks are estimated with different modifications of VaR methodology that provides a possibility to reach practically acceptable quality of risk estimates [1, 2]. One of the widely spread type of risks is credit risk that arises due to failures of clients to return loans to banks. To analyze credit risks in banks the following models are used as of today: linear and nonlinear regression (logit and probit), Bayesian networks, decision trees, fuzzy logic, factor analysis, support vector machine (SVM), neural networks and neuro-fuzzy techniques, and combinations of the approaches mentioned [3 – 5].

All types of mathematical modeling usually need to cope with various kinds of uncertainties related to data, structure of the process under study and its model, parameter uncertainty, and uncertainties relevant to the models and forecasts quality. To avoid or to take into consideration the

uncertainties and improve this way the quality of final result (risk values forecasts and decisions based on them) it is necessary to construct appropriate computer based systems for solving specific problems.

Selection and application of a specific model for process description and forecasts estimation depends on application area, availability of statistical data, qualification of personnel, who work on the financial analysis problems, and availability of appropriate applied software. Better results for estimation of financial processes risks is usually achieved with application of ideologically different techniques combined in the frames of one computer based system. Such approach to solving the problems of quality risk forecasts estimation can be implemented in the frames of modern decision support systems (DSS). DSS is a powerful instrument for supporting user's (managerial) decision making as far as it combines a set of appropriately selected data and expert estimates processing procedures aiming to reach final result of high quality – objective high quality alternatives for a decision making person (DMP). Development of a DSS is based on modern theories and techniques of system analysis, information processing systems, estimation and optimization theories, mathematical and statistical modeling and forecasting, decision making theory as well as many other results of theory and practice of processing data and expert estimates [6, 7].

The paper considers the problem of DSS constructing for solving the problems of modeling and estimating selected types of financial risks with the possibility for application of alternative data processing techniques, modeling and estimation of parameters and states for the processes under study.

**Problem formulation.** The purpose of the study is as follows: 1) analysis and development of requirements to the modern decision support systems; 2) development of the system architecture for financial risk evaluation; 3) selection of mathematical modeling and forecasting techniques for selected financial risks; 4) illustration of the system application to solving selected problem of financial risk estimation using statistical data.

### Requirements to modern DSS

Modern DSS are rather complex multifunctional (possibly distributed) highly developed computing systems of informational type with hierarchical architecture that corresponds to the nature of decision making by a human. To make their performance maximum useful and convenient for users of different levels (like engineering and managerial staff) they should satisfy some general requirements. Define DSS formally as follows:

$$DSS = \{ DKB, PDP, DT, MSE, MPE, RGP, DQ, MQ, REQ, AQ \},$$

where *DKB* is data and knowledge base; *PDP* is a set of procedures for preliminary data processing; *DT* is a set of statistical tests for determining possible effects contained in data (like integration or heteroskedasticity); *MSE* is a set of procedures for estimation of mathematical model structure; *MPE* is a set of procedures for estimation of mathematical model parameters; *RGP* are risk estimates generating procedures; *DQ, MQ, REQ, AQ* are the sets of statistical quality criteria for estimating quality of data, models, risk estimates, and decision alternatives, accordingly.

Such systems should satisfy the following general requirements: 1) – contain highly developed bases of data and knowledge with mathematical models, quality criteria for each type of computing, and model selection rules, as well as necessary computational procedures; 2) – to achieve high quality of the final result the hierarchy of a system functioning should correspond to the hierarchic process of making decision by a human; 3) – their interface should be based on the human factors principles, user friendly, convenient and simple for use, as well as adaptive to users of various levels (e.g., engineering and managerial staff); 4) – the system should possess an ability for learning in the process of its functioning, i.e. accumulate appropriate knowledge regarding possibilities of solving the

problems of definite (selected) class; 5) – the organization and techniques for computing procedures should provide for appropriate rate of computing that corresponds to the human requirements with regard to the rate of alternatives generating and reaching the final result; 6) – computing (precision) quality should satisfy preliminary established requirements by a user and developer; 7) – intermediate and final results of computations should be controlled with appropriate sets of analytic quality criteria, what will allow to enhance significantly quality and reliability of the final result (decision alternatives); 8) – DSS should generate all necessary for a user forms and types of intermediate and final results representations with taking into consideration the users of various levels; 9) – the system should contain the means for exchanging with data and knowledge with other information processing systems via local and/or global computer nets; 10) – to make the system functionality flexible DSS should be easily expandable with new functions.

Satisfaction of all the requirements mentioned above provides a possibility for effective practical application of the system developed and enhancing general behavioristic effect of the DSS as a whole for a specific company or an enterprise within long periods of time [7].

### **Basic mathematical tools for DSS**

All mathematical methods and techniques that are hired for development and implementation of DSS could be divided into two following groups: 1 – general purpose methods that provide for implementation of system functions; and 2 – special purpose methods that are necessary for solving specific problems regarding preliminary and basic data processing, model constructing, alternatives generating, selecting the best alternative for implementation and forecasting of the implementation consequences.

The group of the general purpose methods includes the following ones: – data and knowledge collecting and editing procedures; – preliminary data processing techniques such as digital filtering, normalization, imputation of missing values, detecting special effects (regime switching, seasonal effects, nonstationarity etc); – the methods for accumulating information regarding previous applications of DSS to problem solving for the retrospective use; – computer graphics techniques; – techniques for syntactic analysis to be used in a command interpreter; – methods for organizing communications with other information processing systems via local and global nets; – logical rules to control the system functioning. The set of the methods mentioned could be modified or expanded depending on specific practical application.

Selection of the application defined mathematical methods for a DSS depends on the specific system application area, possible problem statements regarding data processing, model building, processes forecasting, and alternatives generation. However, it is possible to state that in most cases of DSS development it is necessary to use the following mathematical methods: – methods and methodologies for mathematical (statistical and probabilistic) modeling using statistical/experimental data; – risk estimating and forecasting techniques on the basis of the models constructed with possibilities for combining the forecasts computed with different techniques; – operations research optimization techniques and dynamic optimization (optimal control) methods; – the methods for forecasting/foresight of decision implementation consequences; – the sets of special analytic criteria to control the processes of computations performed at each stage of data processing and alternatives generation aiming to reach high quality of a final result.

All the methods and methodologies mentioned are described well in special modern literature. For example, time series modeling and forecasting are presented in many references, more particularly in [8, 9]. The task for a DSS developer is in appropriate selection of model classes, modeling and optimization techniques, quality criteria as well as relevant methodologies for appropriate organization of computing procedures.

### Coping with uncertainties

As it was mentioned above all types of mathematical modeling usually need to cope with various kinds of uncertainties linked with data, structure of the process under study and its model, parameter uncertainty, and uncertainties relevant to the models and forecasts quality. In many cases a researcher has to cope with the following types of uncertainties: structural, statistical and parametric. Structural uncertainties are encountered in the cases when structure of the process under study is unknown or not clearly enough defined. For example, when the functional approach to model constructing is applied usually we do not know object (or a process) structure, it is estimated with appropriate model structure estimation techniques: correlation analysis, estimation of mutual probabilities, lags estimation, testing for nonlinearities and nonstationarity etc. As far as we usually work with stochastic data, application of all the techniques mentioned provides a possibility for approximate estimation of an object (and its model) structure. To find “the best” model structure it is recommended to apply adaptive estimation schemes that provide automatic search in a wide range of model structure parameters (model order, time lags, and nonlinearities). Usually the search is performed in the class of regression type models with the use of integrated criterion of the following type [9]:

$$V_N(\mathbf{q}, D_N) = e^{|1-R^2|} + \ln\left(1 + \frac{SSE}{N}\right) + e^{|2-DW|} + \ln(1 + MSE) + \ln(MAPE) + e^U, \quad (1)$$

where  $\mathbf{q}$  is a vector of model parameters;  $N$  is a power of time series used;  $R^2$  is a determination coefficient;  $DW$  is Durbin-Watson statistic;  $MSE$  is mean square error;  $MAPE$  is mean absolute percentage error;  $U$  is Theil coefficient. There are several possibilities for adaptive model structure estimation: (1) automatic analysis of partial autocorrelation for determining autoregression order; (2) automatic search for the exogeneous variable lag estimate (detection of leading indicators); (3) automatic analysis of residual properties; (4) analysis of data distribution type and its use for selecting correct model estimation method; (5) adaptive model parameter estimation with hiring extra data; (7) optimal selection of weighting coefficients for exponential smoothing, nearest neighbor and some other techniques; (6) the use of adaptive approach to model type selection. The use of a specific adaptation scheme depends on volume and quality of data, specific problem statement, requirements to forecast estimates, etc.

The adaptive estimation schemes also help to cope with the model parameters uncertainties. New data are used to compute model parameter estimates that correspond to possible changes in the object under study. In the cases when model can be nonlinear alternative parameter estimation techniques can be hired to compute alternative (though admissible) sets of parameters and to select the most suitable of them using statistical quality criteria.

While performing practical modeling very often we don't know statistical characteristics (covariance) of random external disturbances and measurement noise (errors). To eliminate this uncertainty optimal filtering algorithms are applied that provide for a possibility of simultaneous estimation of object (system) states and the covariance matrices. One of the possibilities hired is optimal Kalman filter. Kalman filter is used to find optimal estimates of system states on the bases of the system model represented in convenient state space form as follows:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(k, k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}(k, k-1)\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{w}(k), \quad (2)$$

where  $\mathbf{x}(k)$  is  $n$ -dimensional vector of system states;  $k=0,1,2,\dots$  is discrete time;  $\mathbf{u}(k-1)$  is  $m$ -dimensional vector of deterministic control variables;  $\mathbf{w}(k)$  is  $n$ -dimensional vector of external random disturbances;  $\mathbf{A}(k, k-1)$  is  $(n \times n)$ -matrix of system dynamics;  $\mathbf{B}(k, k-1)$  is  $(n \times m)$ -matrix of control coefficients. The double argument  $(k, k-1)$  means that the variable or parameter is used at the moment  $k$ , but its value is based on the former (earlier) data including moment  $(k-1)$ . Usually the matrices  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$  are written with one argument like  $\mathbf{A}(k)$ , and  $\mathbf{B}(k)$ , to simplify text. Obviously



stationary system model is described with constant parameters like  $\mathbf{A}$ , and  $\mathbf{B}$ . As far as matrix  $\mathbf{A}$  is a link between two consequent system states, it is also called state transition matrix. Discrete time  $k$  and continuous time  $t$  are linked via data sampling time  $T_s$ :  $t = kT_s$ . In the classic problem statement for optimal filtering the vector sequence of external disturbances  $\mathbf{w}(k)$  is supposed to be zero mean white Gaussian noise with covariance matrix  $\mathbf{Q}$ , i.e. the noise statistics are as follows:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{w}(k)] &= 0, \quad \forall k, \\ E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^T(j)] &= \mathbf{Q}(k)\delta_{kj}, \end{aligned} \quad (3)$$

where  $\delta_{kj}$  is Kronecker delta-function:  $\delta_{kj} = \begin{cases} 0, & k \neq j; \\ 1, & k = j \end{cases}$ ;  $\mathbf{Q}(k)$  is positively defined covariance ( $n \times n$ )-matrix. The diagonal elements of the matrix are variances for the components of disturbance vector  $\mathbf{w}(k)$ . Initial system state  $\mathbf{x}_0$  is supposed to be known with the following statistics:

$$E[\mathbf{x}_0] = \bar{\mathbf{x}}_0; \quad E[\mathbf{x}_0\mathbf{x}_0^T] = \mathbf{M}; \quad E[\mathbf{w}(k)\mathbf{x}_0^T] = 0, \quad \forall k.$$

The measurement equation for vector  $\mathbf{z}(k)$  of output variables has the following form:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k), \quad (4)$$

where  $\mathbf{H}(k)$  is ( $r \times n$ ) observation (coefficients) matrix;  $\mathbf{v}(k)$  is  $r$ -dimensional vector of measurement noise with statistics:

$$E[\mathbf{v}(k)] = 0, \quad E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)] = \mathbf{R}(k)\delta_{kj}, \quad (5)$$

where  $\mathbf{R}(k)$  is ( $r \times r$ ) positively defined measurement noise covariance matrix, the diagonal elements of which represent variances of additive noise for each measured variable. The noise of measurements is also supposed to be zero mean white noise sequence that is not correlated with external disturbance  $\mathbf{w}(k)$  and initial system state:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{v}(k)\mathbf{w}^T(j)] &= 0, \quad \forall k, j; \\ E[\mathbf{v}(k)\mathbf{x}_0^T] &= 0, \quad \forall k. \end{aligned} \quad (6)$$

For system (2) – (6) with state vector  $\mathbf{x}(k)$  it is necessary to find state estimate  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  at arbitrary moment  $k$  as a linear combination of estimate  $\hat{\mathbf{x}}(k-1)$  at the previous moment ( $k-1$ ) and the last measurement available,  $\mathbf{z}(k)$ . The estimate of state vector  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  is computed as optimal with minimizing the expectation of the sum of squared errors, i.e.:

$$E[(\hat{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{x}(k))^T (\hat{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{x}(k))] = \min_K, \quad (7)$$

where  $\mathbf{x}(k)$  is an exact value of state vector that can be found by deterministic part of the state equation (2);  $\mathbf{K}$  is optimal matrix gain that is determined as a result of minimizing criterion (7).

Thus, the filter is constructed to compute optimal state vector  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  in conditions of influence of random external system disturbances and measurement noise. Here uncertainty arises when we don't know estimates of covariance matrices  $\mathbf{Q}$  and  $\mathbf{R}$  in (3) and (4), respectively. To solve the problem an adaptive Kalman filter is constructed that allows to find estimates  $\hat{\mathbf{Q}}$  and  $\hat{\mathbf{R}}$  together with the state vector  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ . Another choice is in constructing separate algorithm for computing  $\hat{\mathbf{Q}}$  and  $\hat{\mathbf{R}}$ . Other instruments to fight uncertainties are fuzzy logic, neuro-fuzzy models, Bayesian networks and appropriate types of distributions.

Other statistical data uncertainties such as skipped measurements, extreme values and high level jumps of unknown origin could be processed with appropriately selected statistical procedures. There exist a number of data imputation procedures that help to complete the data collected. For example, very often skipped measurements for time series can be generated with appropriately selected distributions.

Appropriate processing of jumps and extreme values helps with adjusting data stationarity and to estimate correctly probability distribution.

### **Generation and implementation of alternatives with DSS**

Decision making process includes rather sophisticated procedures that could be partially or completely iterative, i.e. executed repeatedly when the alternative found is not satisfactory for a decision making person (DMP). DSS can return automatically (or on DMP initiative) to the previous stages of data and knowledge analysis.

The whole process of making and implementing decision could be considered as consisting of the stages given below.

1 – A thorough analysis of the decision problem using all available sources of information, collection of data and knowledge relevant to the problem. At this stage it is also important to consider and use former solutions to the problem if such are available. The information regarding former solutions of similar problem can be helpful for correcting problem statement, to select appropriate techniques for data analysis, to speed up alternative generation, and to decline the alternatives that turned out to be ineffective in the past.

2 – Selection of a class (classes) of mathematical models for the problem description, and analysis of a possibility for the use of available (previously developed) models. The models could belong to different classes as far as they can be formulated in continuous or discrete time, be linear or nonlinear, they can be developed according to the structural or functional approach etc. In some cases it is necessary to construct complex simulative model that would include a set of simpler models of different classes.

3 – Development of new models for the problem (process, object, system) under study what includes structure and parameter estimation for candidate models using available data (and possibly expert estimates) and knowledge of various types. The alternative structures of candidate models provide a possibility for selecting the best one of them for generating alternative decisions (loss estimates, forecasts, control actions, risk estimates etc) on their bases.

4 – Analysis of the candidate models constructed and selecting of the best one of them with application of a set of statistical quality criteria and expert estimates. At this stage again more than one model can be selected for the further use as far as the best model (for a particular application) can be found only after application of the candidates for solving particular problem, i.e. after alternatives generating and estimating possible consequences of their implementation.

5 – Application of the model (models) selected to solving risk estimation and/or control problem (when necessary). If the forecasts or controls computed are not satisfactory we should return back to stage one or stage three, and repeat the process of model constructing. At this stage another set of statistical quality criteria should be applied to the analysis of risk estimates, forecasts or controls determined.

6 – Generating of a set of alternatives with the use of the model (models) constructed and various admissible initial conditions and constraints on variables. In a case of controls generating the alternatives could be built with different optimality criteria, utility functions or other criteria.

7 – Analysis of the alternatives generated with the experts of an enterprise or a company, and final selection of the best one for practical implementation. In a case when no alternative is acceptable we should return back to the model constructing or alternative generating stages. New knowledge or data can be required for the next iteration of computing new decision alternatives.

8 – Planning of actions and estimation of financial, material and human resources that are necessary for implementation of the alternative selected. Determining of a time horizon (horizon of control) necessary for implementing the decision made.

9 – Implementation of the decision made: current monitoring of availability and spending the necessary resources, estimation of necessary time frames, registering and quality estimation of intermediate and final results.

10 – Application of possible analytic and expert quality criteria to estimation of final results.

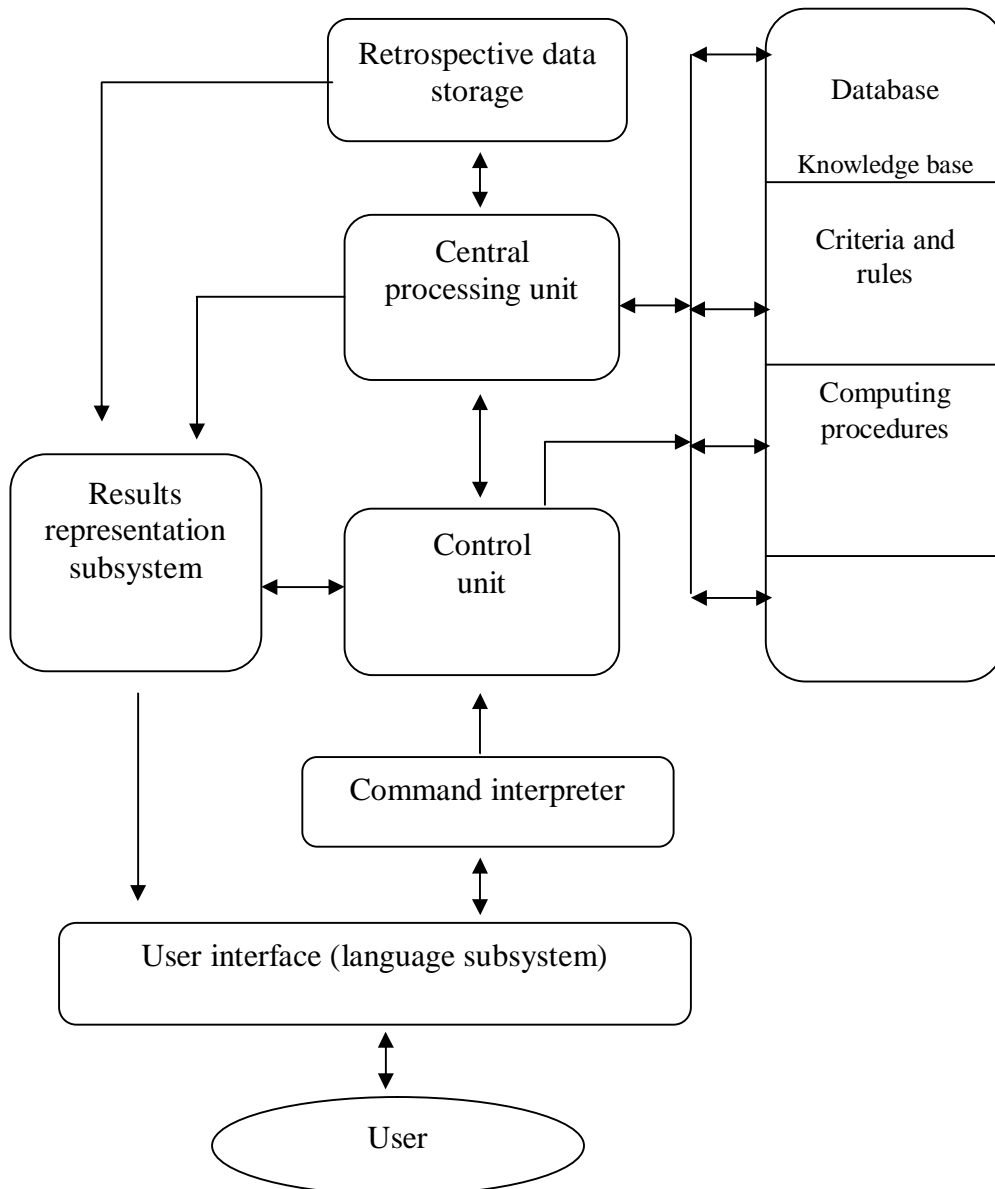
11 – Analysis of the final results by the company experts, and final elucidation of advantages and disadvantages of the alternative implemented; analysis of the decision making and implementing process, and forming forecasts (foresights) for the future.

12 – Writing the final report on the tasks performed.

**Architecture of DSS for estimation of financial risks**

DSS architecture is a generalized large-scale representation of basic system elements with links between them. Architecture gives a notion for the general purpose of system constructing and its basic functions (Fig. 1).

DSS functionality is controlled by user commands, correctness of which is monitored by the command interpreter which constitutes a part of user interface. The user commands are implemented by the main operation module that coordinates functioning of all system elements. Specific commands and actions can be as follows: expanding and modification of bases available in the system; initiation and starting of data and knowledge processing procedures; model constructing, risks and forecasts estimation, alternative generating; viewing intermediate and final results of computing; retrospective analysis of previous results of decision making; comparing of current results with the previous ones.



*Fig. 1. DSS architecture for estimation of financial risks*

The system interface is considered as its most important element from the point of view of its presentation to user. This is justified by the fact that interface construction influences substantially convenience as well as rate and effectiveness of user interaction with the system. The principles of interface constructing and its implementation create a separate special task that is not considered here.

It is clear that architecture, given in Fig. 1, is highly generalized. It means that practically the same type of architecture could be used to construct DSS for solving rather wide class of problems that require statistical/experimental data processing, mathematical modeling, optimal state and parameter estimation for dynamic systems, possible loss estimation, forecasting the future process evolution and making decisions on this basis.

### **Data, model and forecasts quality criteria**

To achieve reliable high quality final result of risk estimation and forecasting at each stage of computational hierarchy separate sets of statistical quality criteria have been used. Data quality control is performed with the following criteria:

- database analysis for missing values using developed logical rules, and imputation of missed values with appropriate techniques;
- analysis of data for availability of outliers with special statistical tests, and processing of outliers to reduce their negative influence on statistical properties of data;
- normalizing of data in a case of necessity;
- application of low-order digital filters (usually that's low-pass filters) for separation of observations from measurement noise;
- application of principal component method to achieve desirable level of orthogonalization between the variables selected;
- computing of extra indicators for the use in regression and other models.

It is also useful to test how informative is the data collected. Very formal indicator for data being informative is its sample variance. It is considered formally that the higher is the variance the richer is the data with information. Another criterion is based on computing derivatives with a polynomial that describes data in the form of a time series. For examples, such polynomial may describe rather complex process trend as follows:

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + c_1 k + c_2 k^2 + \dots + c_m k^m + e(k), \quad (8)$$

where  $y(k)$  is basic dependent variable;  $a_i, c_i$  are model parameters;  $k=0,1,2,\dots$  is discrete time;  $e(k)$  is a random process that integrates the influence of external disturbances to the process being modeled as well as model structure and parameters errors. Autoregressive part of model (1) describes the deviations that are imposed on a trend, and the trend itself is described with the  $m$ -th order polynomial. In this case maximum number of derivatives can be  $m$ , though in practice actual number of derivatives is defined by the largest number  $i$  of parameter  $c_i$ , that is statistically significant. To select the best models constructed the following statistical criteria are used: determination coefficient ( $R^2$ ); Durbin-Watson statistic ( $DW$ ); Fisher  $F$ -statistic; Akaike information criterion ( $AIC$ ), and residual sum of squares ( $SSE$ ). The forecasts quality is estimated with hiring the following criteria: mean squared error ( $MSE$ ); mean absolute percentage error ( $MAPE$ ); and Theil inequality coefficient ( $U$ ). To perform automatic model selection the above mentioned combined criterion (1) could be hired. The power of the criterion was tested experimentally and proved with a wide set of models and statistical data. Thus, the three sets of quality criteria are used to insure high quality of final result.

To analyze the quality of credit borrowers classification model the following quality criteria were used: common accuracy, errors of type I and type II, ROC-curve, and Gini index. Common accuracy is computed as follows [3]:

$$CA = \frac{\text{Correct Forecast}}{N},$$

where *Correct Forecast* is a number of correctly forecasted cases;  $N$  is general number of cases (clients) considered. To some extent this criteria is subjective because it depends on a number of defaults as well as on the cut-off threshold value. ROC-curve (Receiver Operation Characteristic) shows relation between the number of correctly classified positive cases (positives) and the number of incorrectly classified negative cases (negatives). The first ones are called true positive set, and the second one – negative set (specificity). Obviously, the cut-off threshold value also influences the errors of type I and type II. Among other criteria are the following: True Positives Rate (TPR), False Positives Rate (FPR), sensitivity (Se), specificity (Sp), and Gini index. The last one is determined by the area under ROC-curve [10]. Table 1 shows relation between area under curve (AUC) and Gini index.

Table 1

**Relation between AUC and GINI index**

AUC interval	Gini index	Model quality
0,9 – 1,0	0,8 – 1,0	Excellent
0,8 – 0,9	0,6 – 0,8	Very high
0,7 – 0,8	0,4 – 0,6	Acceptable
0,6 – 0,7	0,2 – 0,4	Medium
0,5 – 0,6	0 – 0,2	Unacceptable

The ROC-curve can be used to find optimum cut-off value as a compromise between sensitivity and specificity of a model. The following criteria can be used for cut-off value selection: 1 – the requirement of minimum sensitivity,  $Se$ , (or specificity,  $Sp$ ); 2 – the requirement of maximum total sensitivity and specificity of a model,  $cutoff = \max_k (Se_k + Sp_k)$ , where  $k=1,2,3,\dots$  is a number of client; the requirement of a balance between sensitivity and specificity, i.e. when  $Se \approx Sp$ :  $cutoff = \min_k |Se_k - Sp_k|$ .

### Some mathematical models used in DSS

When considering mathematical models it is important to use a unified notion of model structure which we define as follows:

$$S = \{ r, p, m, n, d, z, l \},$$

where  $r$  is model dimensionality (number of equations);  $p$  is model order (maximum order of differential or difference equation in a model);  $m$  is a number of independent variables in the right hand side;  $n$  is a nonlinearity and its type;  $d$  is a lag or output reaction delay time;  $z$  is external disturbance and its type;  $l$  are possible restrictions for the variables and/or parameters.

*Generalized linear models* (GLM). GLM can be considered as further enhancement of multiple linear regression (MLR) model. It is distinguished from MLR with the following features: – distribution of dependent variable can be non-Gaussian and not necessarily continuous, say binomial; – predicted values of dependent variable are computed as linear combination of predictors that are linked to dependent variable via selected link function. Generally, GLM create a class of statistical models that includes linear regression, variance analysis relations, nonlinear models like logit and probit, Poisson regression and some others [11]. In a general linear model independent variable is supposed to be normally distributed and the link function is called identity function, i.e. linear combination of independent variables is not subjected to any transform. Thus, GLM is a model of the following type:

$$y = g^{-1} \left( \sum_{i=1}^m b_i g_i(x) \right),$$

where  $m$  is a number of independent (explaining) variables;  $g(\cdot)$  is a link function. It is usually supposed that dependent variable  $y$  belongs to the class of exponential distributions. Thus, characteristics of GLM suppose the knowledge of dependent variable distribution, characteristics and parameters of the link function  $g(\cdot)$ , and of linear predictor  $\mathbf{X}\mathbf{b}$ , where  $\mathbf{X}$  is a measurement matrix for independent variables;  $\mathbf{b}$  is parameter vector. The class of exponential distributions includes the following distribution types: normal, gamma, and beta, and the discrete families – binomial, Poisson, and negative binomial. General representation of PDFs or PMFs for them is as follows:

$$f(x|\mathbf{q}) = h(x) c(\mathbf{q}) \exp\left(\sum_{i=1}^k w_i(\mathbf{q}) l_i(x)\right),$$

where  $h(x) \geq 0$  and  $l_1(x), \dots, l_k(x)$  are real-valued functions of the observation  $x$  (they cannot depend on  $\mathbf{q}$ );  $c(\mathbf{q}) \geq 0$  and  $w_1(x), \dots, w_k(x)$  are real-valued functions of the possibly vector-valued parameter  $\mathbf{q}$  (they cannot depend on  $x$ ).

*Nonlinear models logit and probit.* To solve the problem of classifying credit borrowers into two groups it is quite logically to use appropriately transformed CDF. CDF belongs to the class of monotonous functions that monotonously decrease or increase on some interval. Suppose that for determining probability of crediting a client  $p_c$  it is chosen a normal distribution:

$$p_c = \Phi(\mathbf{b}^T \mathbf{x}) = \int_{-\infty}^u \varphi(z) dz,$$

where  $\varphi(z)$  is a density for standard normal distribution;  $u = \mathbf{b}^T \mathbf{x}$  is upper integration limit. This way so called probit model is constructed.

If the probability for successful crediting is determined with logistic distribution function then logit model is constructed. In this case we have:

$$p_c = \Phi(\mathbf{b}^T \mathbf{x}) = \int_{-\infty}^u \varphi(z) dz = \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{b}^T \mathbf{x})}, \quad (9)$$

or

$$p_c = \frac{\exp(b_1 x_1 + \dots + b_m x_m)}{1 + \exp(b_1 x_1 + \dots + b_m x_m)}.$$

In contrast to the normal distribution logistic function has so called closed form that provides a possibility for simplified computations in comparison to probit. Parameter estimates for both models can be found with maximum likelihood technique. An alternative possibility is Markov chain Monte Carlo (MCMC) approach that is based on correct generation of pseudorandom sequences that satisfy certain conditions. Due to availability of multiple alternative techniques for generating pseudorandom sequences MCMC has found wide applications [12]. Classification results achieved with logit and probit are usually acceptable in most cases of application.

*Bayesian networks (BN).* Bayesian networks are probabilistic and statistical models represented in the form of directed acyclic graphs (DAG) with vertices as variables of an object (system) under study, and arcs showing existing causal relations between the variables. Each variable of BN is characterized with complete finite set of mutually excluding states. The relations between the variables are established via expert estimates or applying special statistical and probabilistic tests to statistical data (when available) characterizing variables dynamics. The process of constructing BN is generally the same as for models of other types, say regression models. For example, as model parameters for BN are unconditional and conditional probabilities for specific values of variables, that are stored in respective tables. For parent variables these are unconditional probabilities and for daughter variables – conditional probability tables (CPT). Unconditional and conditional probabilities are determined by experts (in simpler cases), and by

special computational algorithms when appropriate sets of statistical (or experimental) data are available. Thus to each node of DAG is assigned CPT that is used for computing probabilistic inference over the BN [13, 14].

The process of constructing a model in the form of BN can be represented with the following steps: 1) – a thorough analysis of the process (object) under study aiming to detecting of its special functioning features and identification of parent and daughter variables; 2) – search and analysis of existing process models and determining the possibility of their usage in DSS; 3) – determining degree of relations between the process variables using special tests and expert estimates; 4) – reduction of the process dimensionality whenever this is possible; 5) – scaling and discretization of the data available when necessary; 6) – determining semantic restrictions on the future model; 7) – estimation of candidate model (directed acyclic graphs) structures using appropriate optimization procedures and score functions; 8) – candidate models analysis and selection of the best one using model quality criteria (including values of score functions); 9) – application of the model(s) constructed to solve the problem stated; 10) – computing inference with the model(s) constructed with regards to the variables selected, quality analysis of the result. In our case the final result of the model application is computing of client default probability with the conditions established by other model variables. According to alternative problem statement BM can be constructed for estimation of operational or other type of financial risks.

### Example of DSS application

In this example we used the database consisting of 4700 records that was divided into learning sample (4300 records), and test sample (400 records). The default probabilities were computed and compared to actual data, also errors of the first and second type were computed using different values of cut-off value. It was established for Bayesian network that maximum model accuracy reached was 0.764 with the cut-off value 0.3. The Bayesian network is “inclined to over insurance”, i.e. it rejects more often the clients who could return the credit. The model accuracy and the errors of type I and type II depend on the cut-off value. The cut-off value determines the lowest probability limit for client’s solvency, i.e. below this limit a client is considered as such that will not return the credit. Or the cut-off value determines the lowest probability limit for client’s default, i.e. below this limit a client is considered as such that will return the credit. As far as the cut-off value 0.1 or 0.2 is considered as not important, in practice it is reasonable to set the cut-off value at the level of about 0.25 – 0.30.

Statistical characteristics characterizing quality of the models constructed are given in table 2.

Table 2

#### Quality of the models constructed

Model type	Gini index	AUC	Common accuracy	Model quality
Bayesian network	<b>0.689</b>	0.845	0.764	Very high
Logistic regression	0.678	0.847	<b>0.798</b>	Very high
Decision tree	0.583	0.791	0.763	Acceptable
Linear regression	0.386	0.647	0.616	Unacceptable

It follows from the table 1 that the best models for estimation of credit return probability turned out to be logistic regression and Bayesian network. The best common accuracy showed logistic regression (0.798) though Bayesian network showed higher Gini index (0.689). The decision tree used is characterized by Gini index of about 0.583, and CA = 0.763. It should be stressed that acceptable values of Gini index for developing countries like Ukraine are in the range 0.4 – 0.6. Bayesian network constructed

and nonlinear regression showed rather high values of Gini index that are acceptable for the Ukrainian economy in transition.

The results of computing experiments lead to the conclusion that today scoring models and Bayesian networks are the best instruments for banking system due to the fact that BN provide a possibility for detecting “bad” clients and to reduce financial risks caused by the clients. It also should be stressed that DSS constructed is very useful instrument for a decision maker that helps to perform quality processing of statistical data using different techniques, generate alternatives and to select the best one with a set of appropriate criteria. The system performs tracking of the whole computational process using separate sets of statistical quality criteria at each stage of decision making: quality of data, models and forecasts (or risk estimates).

### Conclusions

The methodology was proposed for constructing DSS for mathematical modeling of economic and financial processes, and credit risk estimation that is based on the following system analysis principles: hierarchical system structure, taking into consideration of probabilistic and statistical uncertainties, features of adaptation, generating of multiple decision alternatives, and tracking of computational processes at all the stages of data processing with appropriate sets of statistical quality criteria.

The system proposed has a modular architecture that provides a possibility for easy extension of its functional possibilities with new parameter estimation techniques, forecasting methods, financial risk estimation, and alternative generation. High quality of the final result is achieved thanks to appropriate tracking of the computational processes at all data processing stages: preliminary data processing, model structure and parameter estimation, computing of short- and middle-term forecasts, and estimation of risk variables (parameters) as well as thanks to convenient for a user intermediate and final results representation. The system is based on the ideologically different techniques of modeling and risk forecasting what creates a good base for combination of various approaches to achieve the best results. The examples of the system application show that it can be used successfully for solving practical problems of risk estimation. The results of computing experiments lead to the conclusion that today scoring models and Nonlinear regression and Bayesian networks are the best instruments for banking system due to the fact that they provide a possibility for detecting “bad” clients and to reduce financial risks caused by the clients. It also should be stressed that DSS constructed turned out to be very useful instrument for a decision maker that helps to perform quality processing of statistical data using different techniques, generate alternatives and to select the best one with a set of appropriate criteria. The system performs tracking of the whole computational process using separate sets of statistical quality criteria at each stage of decision making: quality of data, models and forecasts or risk estimates.

The DSS can be used for support of decision making in various areas of human activities including strategy development for banking system and industrial enterprises, investment companies etc. Further extension of the system functions is planned with new forecasting techniques based on probabilistic technologies and fuzzy sets.

1. McNeil A. J. *Quantitative Risk Management* / A. J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts. – Princeton (New Jersey): Princeton University Press, 2005. – 538 p. 2. *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. A Revised Framework. Comprehensive Version.* – Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlements. – Basel, 2006. – 158 p. 3. Mays E. (Ed.) *Handbook of Credit Scoring* / E. (Ed.) Mays. – Chicago: Glenlake Publishing Company, Ltd., 2001. – 460 p. 4. Neil M. *Using Bayesian networks to model expected and unexpected operational losses* / Neil M., Fenton N. E., Taylor M. // *Risk Analysis*. – 2005. – P. 34-57. 5. Shakhov V. V. *Theory and management of insurance risks* / Shakhov V. V., Medvedev V. G., Millerman A. S. – M.: Finances and Statistics, 2002. – 224 p. 6. Burstein F. *Handbook of Decision Support Systems* / F. Burstein, C. W. Holsapple. – Berlin:



Springer-Verlag, 2008. – 908 p. 7. Hollsapple C. W. *Decision support systems* / C. W. Hollsapple, A. B. Winston. – Saint Paul: West Publishing Company, 1996. – 860 p. 8. Tsay R. S. *Analysis of financial time series* / R. S. Tsay. – Hoboken: Wiley & Sons, Inc., 2010. – 715 p. 9. Bidyuk P. I. *Methods of Forecasting* / P. I. Bidyuk, O. S. Menyailenko, O. V. Polovcev. – Lugansk: Alma Mater, 2008. – 608 p. 10. Bidyuk P. I. *Models for credit risk estimation* / P. I. Bidyuk, Ye. O. Matros // *Cybernetics and Computing Techniques*, 2008. – Vol. 153. – P. 87–95. 11. De Jong P. *Generalized Linear Models for Insurance Data* / P. De Jong, G. Z. Heller. – New York: Cambridge University Press, 2008. – 197 p. 12. Gilks W. R. *Markov chain Monte Carlo in practice* / W. R. Gilks, S. Richardson, D. J. Spiegelhalter. – New York: Chapman & Hall/CRC, 2000. – 486 p. 13. Jensen F. V. *Bayesian Networks and Decision Graphs* / F. V. Jensen, Th. D. Nielsen. – New York: Springer, 2007. – 457 p. 14. Zgurovsky M. Z. *Method of constructing Bayesian networks based on scoring functions* / M. Z. Zgurovsky, P. I. Bidyuk, O. M. Terentyev // *Cybernetics and System Analysis*, 2008. – Vol. 44. – No. 2. – P. 219-224.

УДК 004.4, УДК 621.317.089.6

О. Олесків, І. Микитин

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра інформаційно-вимірвальних технологій

## МЕТРОЛОГІЧНА ПЕРЕВІРКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ З РІЗНИМИ СТРУКТУРАМИ

© Олесків О., Микитин І., 2015

**Розглянуто класифікацію програмного забезпечення засобів вимірювання. Проведено класифікацію структур засобів вимірювання. Проаналізовано можливість проведення метрологічної перевірки певного типу програмного забезпечення засобів вимірювання відповідно до методів метрологічної перевірки програмного забезпечення.**

**Ключові слова:** засіб вимірювання, програмне забезпечення, метрологічна перевірка, структурна схема, вбудована система керування, кіберфізична система.

**We consider the classification of software measuring instruments. Classification of their structures is performed. The possibility of verification a certain type of the metrological software for measuring instruments is analyzed.**

**Key words:** measuring instrument, software, verification, block diagram, embedded system control, cyber-physical system.

### Вступ

Застосування програмного забезпечення (ПЗ) та мікроконтролерів дозволило зменшити аналогову та цифрову частину засобів вимірювання (ЗВ). Основне опрацювання результатів вимірювання, а саме усереднення, апроксимація, фільтрація, інтерполяція, перетворення Фур'є тощо, реалізуються переважно програмним способом. Некоректна програмна реалізація алгоритмів розрахунку та опрацювання результатів вимірювання, невідповідність ПЗ вимірвальній задачі приладу, випадкова або навмисна зміна функцій ПЗ можуть призвести до виникнення додаткової похибки вимірювання. Тому доцільно здійснювати перевірку програмного забезпечення засобів вимірювання для визначення його впливу на метрологічні характеристики ЗВ.

Структура засобу вимірювання може впливати на процес, а інколи і на можливість проведення метрологічної перевірки ПЗ. Не завжди є доступ до ПЗ, що ускладнює, а в деяких випадках і унеможливує перевірку ПЗ. З іншого боку, відсутність доступу до ПЗ покращує його захищеність, оскільки немає можливості його навмисної зміни або пошкодження. Якщо доступ до

ПЗ певною мірою (через додатковий вхід, програматор або операційну систему) є відкритим, то всі проникнення у програмні файли або зміни повинні реєструватися.

**Метою** роботи є дослідження впливу структур засобів вимірювання на можливість проведення метрологічної перевірки програмного забезпечення.

**Класифікація ПЗ ЗВ.** За матеріалами рекомендацій та інших метрологічних документів [1, 2, 3] класифікація ПЗ не є однозначною. За [1] першочерговою класифікаційною ознакою є поділ на основі апаратної конфігурації на інтегроване та прикладне програмне забезпечення.

Інтегроване ПЗ ЗВ – ПЗ у складі автономного приладу цільового призначення, що має строго встановлений набір вимірювальних функцій, причому перетворення фізичної величини, що вимірюється, та обробка результатів вимірювань виконуються тільки з використанням апаратних та програмних засобів [2].

Основні характеристики інтегрованого ПЗ ЗВ [1, 3]:

- розроблено для проведення вимірювань;
- інтерфейс користувача призначений тільки для вимірювальних цілей;
- переважно зберігається в постійній пам'яті;
- програмне середовище постійне, відсутні засоби для програмування або зміни ПЗ;
- операційна система, що має призначену для користувача оболонку, відсутня;
- може підтримуватися збереження вимірюваних даних на інтегрованому, віддаленому або знімному накопичувачі даних.

Прикладне ПЗ – ПЗ, що розміщується на жорстких носіях та працює під управлінням певної операційної системи [2].

Основні характеристики прикладного ПЗ ЗВ [1, 3]:

- може виконуватися на будь-якій операційній системі;
- на додаток до ПЗ ЗВ, яке не може модифікуватися після затвердження типу, в системі можуть також встановлюватися або постійно зберігатися в пам'яті інші ПЗ, які можуть бути модифіковані;
- переважно є доступ до файлів ПЗ;
- у ПЗ може бути передбачена можливість отримання даних для опрацювання з файлів;
- інтерфейс користувача може перебувати в двох режимах: режимі вимірювання та режимі загального користування;
- збереження даних може бути локалізованим, або віддаленим;
- є можливість видалення і переустановлення ПЗ.

Враховуючи особливості інтегрованого та прикладного ПЗ ЗВ, підходи до метрологічної перевірки ПЗ є різними та вимагають аналізу структур ЗВ.

**Структури засобів вимірювання з програмним забезпеченням.** За структурою ЗВ умовно можна розділити на:

- автономні ЗВ;
- ЗВ, які функціонують на базі ПК;
- інформаційно-вимірювальні системи;
- вбудовані системи керування;
- кіберфізичні системи.

**Автономні ЗВ** (рис. 1) є цільовими пристроями, що мають встановлений набір вимірювальних функцій. Перетворення вимірюваної величини й опрацювання вимірювальних даних виконується з використанням внутрішніх апаратних і програмних засобів. Автономні ЗВ характеризуються такими загальними технічними особливостями: закритий корпус (всі компоненти ЗВ всередині корпусу, можливо опечатування (таврування)); інтерфейс для передавання даних на різні пристрої; результати вимірювань можуть зберігатися на зовнішніх накопичувачах тощо [1, 2].

Програмне забезпечення автономного ЗВ є інтегрованим, а тому недоступним для перевірки під час експлуатації. Проводиться тільки перевірка ЗВ загалом: аналогової, цифрової і програмної частини. Метрологічна перевірка ПЗ можлива лише на етапі проектування ЗВ.

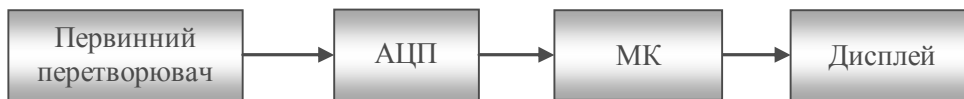


Рис. 1. Структурна схема автономного ЗВ

Як один з різновидів автономного ЗВ можна розглядати **автономний ЗВ з додатковим входом** (рис. 2), що дозволяє реалізувати необхідне тестування програмного забезпечення не лише на етапі розроблення ЗВ, а й під час експлуатації. Без введення додаткового входу метрологічна перевірка інтегрованого ПЗ стає важковирішуваним завданням [3].

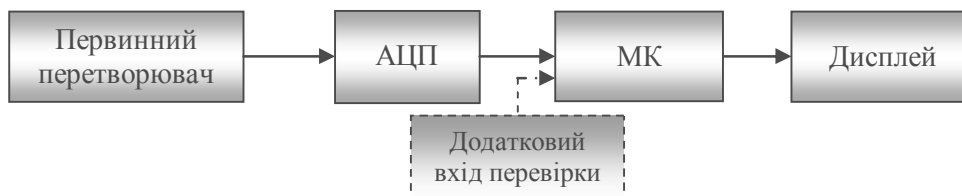


Рис. 2 Структурна схема автономного ЗВ з додатковим входом

**ЗВ на базі ПК.** Основною особливістю ЗВ на базі ПК (рис. 3) є те, що до складу ЗВ входить персональний комп'ютер [2, 4]. Причому опрацювання результатів вимірювання може проводитися:

- 1) тільки на ПК;
- 2) частково на МК та частково на ПК.

Обмін інформацією між ПК та мікроконтролерною частиною ЗВ може відбуватися через будь-який стандартний інтерфейс ПК. Якщо опрацювання результатів вимірювання відбувається лише на ПК, то немає перешкод для метрологічної перевірки ПЗ. Існує можливість подавання зразкових тестових послідовностей чисел через інтерфейс до ПЗ, яке проводить опрацювання результатів вимірювань за певним алгоритмом. Отриманий результат опрацювання тестової послідовності програмним забезпеченням, що перевіряється, порівнюється із зразковим результатом та робиться висновок про придатність ПЗ до подальшого використання. Для метрологічної перевірки ПЗ можуть також використовуватись інші методи [5]. У випадку, коли частина ПЗ розміщена на мікроконтролері, його перевірка є аналогічною перевірці ПЗ автономних ЗВ.

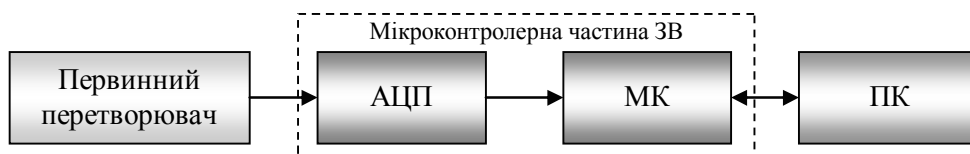


Рис. 3. Структурна схема ЗВ на базі ПК

**Інформаційно-вимірювальні системи (ІВС)** (рис. 4) є сукупністю функціонально об'єднаних вимірювальних, обчислювальних та інших допоміжних технічних засобів, що призначені для отримання вимірювальної інформації, її перетворення, опрацювання для представлення споживачу в необхідному вигляді, а також автоматичного контролю, діагностування, ідентифікації тощо [6].

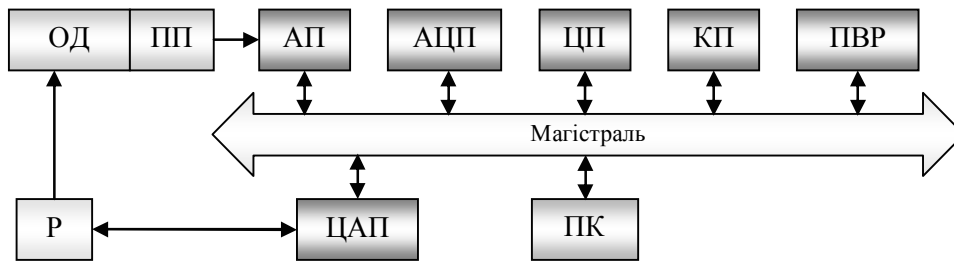


Рис. 4 Узагальнена структурна схема інформаційно-вимірювальної системи: ОД – об’єкт дослідження; ППІ – первинні перетворювачі; Р – регулятори; АП – аналогові перетворювачі; АЦП – аналогово-цифрові перетворювачі; ЦАП – цифро-аналогові перетворювачі; ЦП – цифрові прилади; КП – канали передавання; ПВР – пристрої відображення та реєстрації; ПК – персональний комп’ютер [6]

У разі реалізації ІВС для конкретної вимірювальної задачі наявність всіх функціональних блоків (рис. 4) не є обов’язковою. Характерними областями застосування ІВС є управління технологічними процесами, наукові дослідження тощо. Якщо в ІВС відбулися структурні зміни, що змінили алгоритм опрацювання результатів вимірювання, то така система, і ПЗ зокрема, можуть потребувати повторної метрологічної перевірки.

Програмне забезпечення інформаційно-вимірювальних систем, залежно від конфігурації, може бути вбудованим в ІВС (інтегроване) та міститися на ПК (прикладне). У першому випадку доступ до ПЗ переважно закритий і такий блок ІВС потрібно перевіряти загалом. У другому випадку перевірка ПЗ може проводитися із використанням зразкової тестової послідовності чисел, що подаються на ПК, або іншими методами [5].

**Вбудовані системи керування (ВСК)** – системи керування, конструктивно інтегровані в устаткування (рис. 5). Обов’язковий для багатьох ВСК компонент – інтерфейс із системою керування вищого рівня – промисловим комп’ютером. Наявність такого інтерфейсу дозволяє вирішувати завдання комплексної автоматизації групою одиниць технологічного устаткування, будувати розподілені системи керування [7].

Характерні особливості ВСК:

- вирішують певні специфічні завдання;
- будуються на основі різноманітного асортименту процесорів та архітектур;
- чутливі до обмежень за вартістю, габаритами, відмовами живлення, тепловиділенням тощо;
- є системами реального часу (з відповідним програмним забезпеченням, зокрема операційною системою);
- потребують менше ресурсів для свого функціонування, ніж звичайний комп’ютер;
- переважно зберігають ПЗ в постійній пам’яті.

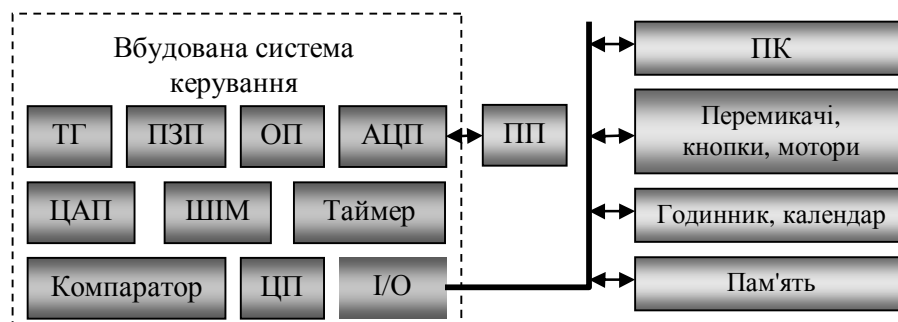


Рис. 5 Архітектура типової вбудованої системи: ППІ – первинні перетворювачі; ОП – оперативна пам’ять; ПЗП – постійний запам’ятовуючий пристрій; ТГ – тактовий генератор; ШІМ – широтно-імпульсний модулятор; ЦП – центральний процесор; I/O – пристрої вводу-виводу

Як і для ІВС, програмне забезпечення ВСК може бути як інтегрованим, коли опрацювання результатів вимірювання відбувається тільки у ВСК, так і прикладним, якщо частина опрацювання відбувається на ПК. ВСК перевіряється загалом, а ПЗ, яке розміщене на комп'ютері, – із використанням зразкової тестової послідовності чисел або іншими методами.

**Кіберфізичні системи (КФС)** – це системи, що об'єднують інформаційні та програмні компоненти з механічними або електронними компонентами, які “спілкуються” за допомогою комунікаційної інфраструктури, такої як Інтернет, в режимі реального часу (рис. 6) [8].

Базові технології КФС можна знайти в різних сферах інформатики: вбудованих системах керування, інтернет-технологіях і сенсорних мережах. Елементну базу КФС становлять електронні, оптичні, механічні та інші фізичні компоненти. Контрольні фізичні компоненти КФС зазвичай реалізуються на вбудованих системах керування, які охоплюють автономне керування, функції регулювання і спостереження [8].

Основними особливостями КФС вважаються:

- робота в реальному масштабі часу;
- різні, часто важкі, умови експлуатації;
- автономність роботи (відсутність оператора, обмеження електроживлення);
- високі вимоги до надійності і безпеки функціонування;
- обмежені ресурси;
- критичні застосування, пов'язані зі здоров'ям і життям людини [7].

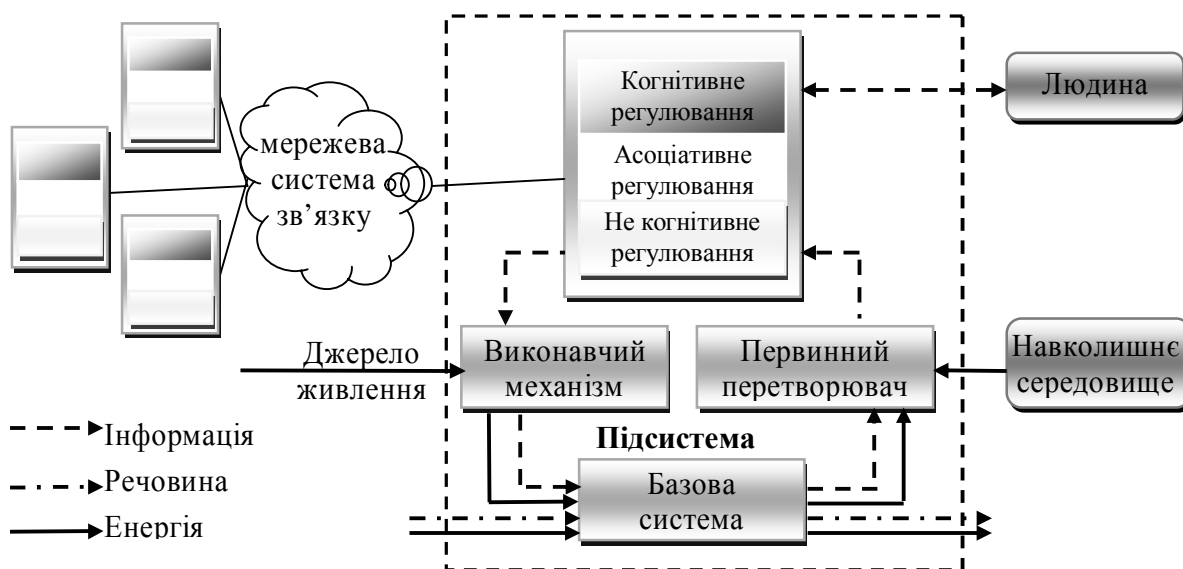


Рис. 6. Узагальнена структурна схема кіберфізичної системи [9]

Складність і питома вага програмної складової в КФС стрімко зростає. В перспективі компоненти КФС, використовуючи можливості Інтернету, можуть змінювати свою конфігурацію та об'єднуватися в єдину систему для виконання певної задачі. Під час конфігурації змінюються функції КФС та використовуються інші блоки та програмні засоби. Тому для коректної роботи такої системи після конфігурації потрібно проводити метрологічну перевірку засобів вимірювання КФС. Завдяки Інтернету такі системи можна перевіряти через віддалений доступ. Перевірка компонент КФС може бути реалізована програмно, однією із компонент КФС, або оператором, задаванням певних сигналів або команд перевірки, та оцінки правильності їх виконання.

Враховуючи результати класифікації ЗВ за структурою та можливості доступу до ПЗ, можна зробити висновок про те, що в будь-якому ЗВ використовується або інтегроване, або прикладне, або разом інтегроване та прикладне ПЗ. Відповідно до цього запропоновано зв'язок між методами

метрологічної перевірки програмного забезпечення засобів вимірювання та типом програмного забезпечення засобів вимірювання (рис. 7).

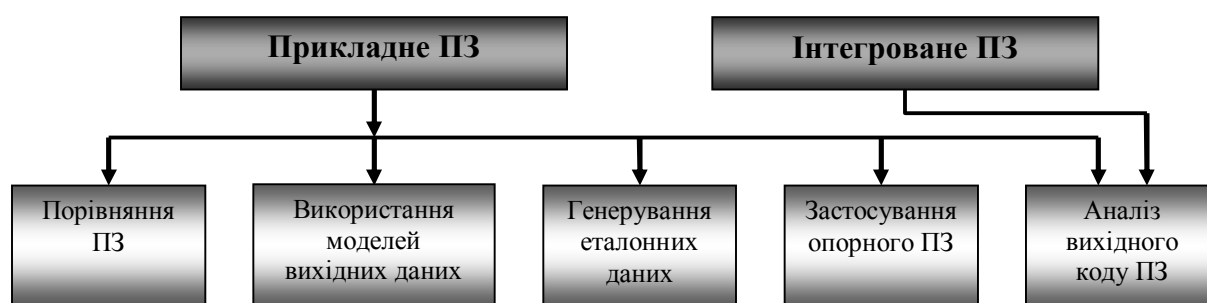


Рис. 7. Зв'язок між типом програмного забезпечення засобів вимірювання та методами метрологічної перевірки програмного забезпечення засобів вимірювання

### Висновки

Розглянуто класифікацію програмного забезпечення засобів вимірювання на основі апаратної конфігурації. Запропоновано класифікацію структур засобів вимірювання та проведено оцінку можливостей доступу до програмного забезпечення засобів вимірювання. Проведені дослідження показали, що різні структури засобів вимірювання потребують відповідної перевірки залежно від можливості доступу до програмного забезпечення. Засоби вимірювання, які мають інтегроване програмне забезпечення, можна перевіряти тільки загалом. Програмне забезпечення, що розміщене на комп'ютері, перевіряється зразковими тестовими послідовностями чисел або іншими методами перевірки. Запропоновано використання методів перевірки програмного забезпечення засобів вимірювання відповідно до типів програмного забезпечення засобів вимірювання.

Надалі планується розглянути проблематику метрологічної перевірки кіберфізичних систем.

1. ВЭЛМЭК – 7.2 Руководство по программному обеспечению (основано на Директиве по измерительным приборам 2004/22/ЕС). – М., 2009. – 130 с. 2. Порядок атестації програмного забезпечення засобів вимірювальної техніки. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до інформації: [http://www.uazakon.com/documents/date\\_9k/pg\\_izcgxm.htm](http://www.uazakon.com/documents/date_9k/pg_izcgxm.htm). 3. Классификация программного обеспечения средств измерений. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до інформації: [http://testrussia.ru/doc/classification\\_soft.pdf](http://testrussia.ru/doc/classification_soft.pdf). 4. Віртуальний вимірювальний комплекс для дослідження перехідних процесів в електричних колах довільної конфігурації. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до інформації: <http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/50831/09-Tarasenko.pdf?sequence=1>. 5. Аналітичний огляд процедур та методів метрологічної перевірки програмного забезпечення засобів вимірювання / Ольга Олесків, Ігор Кунець, Ігор Микитин. 6. Измерительные системы [Електронний ресурс]. – Режим доступу до інформації: <http://toekgei.ru/mcc/91-metrology>. 7. Проектування вбудованих комп'ютерних систем. Одеса 2008 – 89 с. 8. Cyber-physische Systeme [Електронний ресурс]. – Режим доступу до інформації: <http://www.enzyklopaedie-der-wirtschaftsinformatik.de/wi-enzyklopaedie/lexikon/informationssysteme/Sektorspezifische-Anwendungssysteme/cyber-physische-systeme>. 9. Technologie-Konzept. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до інформації: <http://www.its-owl.de/technologie-netzwerk/strategie/technologie-konzept/>.

П. Пукач

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра вищої математики

## МЕТОДИ АНАЛІЗУ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ КОЛИВАНЬ ОДНОВИМІРНИХ СЕРЕДОВИЩ ІЗ УРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНИХ СИЛ ОПОРУ

© Пукач П., 2015

Розглянуто математичні моделі коливань важливих класів одновимірних середовищ, згинальною жорсткістю яких можна знехтувати. Застосувати наближені аналітичні методи побудови розв'язків у математичних моделях динамічних процесів у них не вдається. Тому подано обґрунтування існування та єдиності розв'язків; проведено якісну їх оцінку; на базі числового аналізу підтверджено наведене вище та проаналізовано особливості динамічних процесів деяких із розглянутих класів систем.

**Ключові слова:** математична модель, нелінійні коливання, нелінійна крайова задача, метод Гальоркіна, метод монотонності.

**In this paper we consider the mathematical models of oscillations of important classes of one-dimensional environments, bending stiffness of which can be neglected. Approximate analytical methods of solution of mathematical models of dynamic processes cannot be applied. So here is given to justify the existence and uniqueness of solutions; carried out a qualitative their evaluation; based on numerical analysis are considering in this paper. Also the features of dynamic processes of some of examined class of systems are analyzed .**

**Key words:** mathematical model, nonlinear vibrations, nonlinear boundary value problem, Galerkin method, method of monotony.

### Актуальність проблеми. Огляд літератури

Розвиток нової техніки та перехід до швидкісного машинобудування вимагає постановки і розв'язання задач, математичні моделі яких не можна дослідити асимптотичними методами нелінійної механіки: задачі про коливання гнучких елементів пасових або ланцюгових передач, стрічкових систем для запису та відтворення інформації, конвеєрних ліній, різних канатних витягів, устаткування для рулонування паперу, металеві стрічки, дроту, нитки, устаткування для буріння нафтових і газових свердловин, трубопроводів тощо. У випадку нелінійного закону пружності матеріалу, суттєво нелінійної залежності амплітуди коливань від сил опору тощо задача пов'язана з принциповими математичними труднощами, оскільки відсутні загальні аналітичні методи розв'язування такого класу задач. Ця проблема в загальному випадку розв'язана лише для дуже вузького класу задач. Тому не існує загальних методик визначення амплітудно-частотних характеристик коливального процесу. З іншого боку, якісні методи загальної теорії нелінійних крайових задач дають змогу для широкого класу згаданих вище коливальних систем отримати результати коректності розв'язку задачі (йдеться про існування, єдиність та неперервну залежність від початкових даних). Вказана методика дає змогу обґрунтувати коректність розв'язку певної задачі в моделі та під час подальшого дослідження розв'язку застосовувати різноманітні наближені

(числові) методи. Отже, проблеми якісних методів дослідження нелінійних коливальних систем є актуальними. Методика якісного вивчення коливань обмежених та необмежених тіл під дією сил опору, викладена у цій роботі, ґрунтується на загальних принципах теорії нелінійних крайових задач – методі Гальоркіна та методі монотонності [1, 2]. Наукова новизна полягає в узагальненні методики вивчення нелінійних задач на нові класи коливальних систем, обґрунтуванні коректності розв’язку для вказаних математичних моделей, які практично застосовуються у реальних технічних коливальних системах.

Розв’язки задач для нелінійних хвильових рівнянь та систем, які моделюють динамічні процеси у коливальних системах, досліджено, зокрема, у працях [3–13]. Деякі результати коректності розв’язку у цих працях отримані в припущенні певної якісної поведінки розв’язку, початкових даних та правої частини рівняння (системи), інші результати – без таких припущень. У праці [12] досліджено першу змішану задачу для слабонелінійного гіперболічного рівняння другого порядку вигляду (1). Отримано умови існування та єдиності узагальненого розв’язку в просторах локально інтегровних функцій. У [14] вивчено змішану задачу для слабонелінійної системи гіперболічних рівнянь першого порядку з двома незалежними змінними. Аналогічні питання для математичної моделі, яка описується задачею для нелінійного хвильового рівняння, розглянуто в [15].

### **Постановка задачі. Якісні методи дослідження математичних моделей середовищ із урахуванням нелінійних сил опору**

Наведемо методику якісного дослідження математичної моделі нелінійних коливань напів-необмеженого неоднорідного середовища за умови нелінійної вінклерівської сили. У найпростішій постановці модель описується змішаною задачею для рівняння

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - a \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + g \left| \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right|^{p-2} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = f(x,t), \quad p > 2 \quad (1)$$

з початковими умовами

$$u(x,0) = u_0(x), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = u_1(x) \quad (3)$$

та крайовою умовою

$$u(0,t) = 0. \quad (4)$$

У співвідношеннях (1)–(4):

- $u(x,t)$  – поздовжнє (поперечне) переміщення середовища з координатою  $x$  в довільний момент часу  $t$ ;
- $a$  – стала, яка характеризує площу поперечного перерізу середовища, погонну масу, пружні властивості середовища тощо;
- $g > 0$  – стала, яка враховує наведені вище характеристики та описує нелінійний характер сил опору;
- $f(x,t)$  – функція, яка описує розподіл вздовж середовища сил;
- $u_0(x)$  та  $u_1(x)$  описують початковий стан середовища (початкове відхилення – форму та початкову швидкість).

Вказане рівняння, зокрема, описує вимушені коливання стрижня чи канату в середовищі з опором [2, с. 234]. Середовище напівбезмежне, тому  $x \in (0, +\infty)$ , а динамічний процес розглядаємо



на як завгодно великому часовому інтервалі, тому  $0 \leq t < +\infty$ . Всюди надалі в цій роботі вживаємо такі позначення для довільних  $R > 0$ ,  $t \in (0, T]$ :

$Q_{R,t} = (0, R) \times (0, t)$  – прямокутник з основою  $(0, R)$  на осі  $Ox$  та висотою  $t$ ;

$Q_t = (0, +\infty) \times (0, t)$  – півсмуга з основою  $(0, +\infty)$  на осі  $Ox$  та висотою  $t$ .

Для опису якісних властивостей вихідних даних та розв'язку використовуватимемо деякі простори узагальнених функцій:

$H_0^1(0, R)$  – простір функцій, квадрати яких разом з їхніми похідними інтегровні за Лебегом на інтервалі  $(0, R)$ , причому на кінцях інтервалу виконуються однорідні крайові умови

$u|_{x=0} = u|_{x=R} = 0$ . Норму в цьому просторі визначаємо так:  $\|u\|_{H_0^1(0,R)}^2 = \int_0^R \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx$ ;  $H_{0,loc}^1(0, +\infty)$  –

простір функцій, які належать до  $H_0^1(0, R)$  для довільного  $R > 0$ , причому  $u(0, t) = 0$ ;  $L_{loc}^r(\bar{Q})$  – простір функцій, інтегровних зі степенем  $p$  за Лебегом на інтервалі  $(0, R)$  для довільного  $R > 0$ , причому  $r \in (1, +\infty)$ .

**Основний результат.** Узагальненим розв'язком задачі (3)–(6) називаємо функцію  $u$ , що задовольняє умову (4) та інтегральну тотожність

$$\int_{Q_t} \left[ -\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right] dx dt + \int_{Q_t} \left[ \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial t} v - fv \right] dx dt + \int_0^{+\infty} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) v(x, t) dx - \int_0^{+\infty} u_1(x) v(x, 0) dx. \quad (5)$$

для довільного  $t \in (0, T]$  та для довільної функції  $v$  з обмеженим носієм, такої, що тотожність (5) має сенс. Стосовно коефіцієнтів, правої частини рівняння (1) та початкових даних припускатимемо виконання таких умов.

1. Функція  $f \in L_{loc}^q(\bar{Q})$ , причому число  $q$  – спряжене до  $p$ , тобто  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ .

2. Початкове відхилення  $u_0(x)$  – функція, яка належить до  $H_0^1(0, R)$  для довільного  $R > 0$ , причому  $u_0(0) = 0$ ; початкова швидкість  $u_1(x)$  – функція, яка належить до  $L^2(0, R)$  для довільного  $R > 0$ .

*Основний результат якісного дослідження:* якщо математична модель коливального процесу описується задачею (2)–(4) для рівняння (1), то у разі виконання умов 1–2 існує єдиний узагальнений розв'язок  $u(x, t)$  задачі (1)–(4), причому: функція  $u$  – неперервна за змінною  $t$  на відрізьку  $[0, T]$ , а за змінною  $x$  належить до простору  $H_{0,loc}^1(0, +\infty)$ ; похідна  $\frac{\partial u}{\partial t}$  – неперервна та локально інтегровна зі степенем  $p$  за змінною  $t$  на відрізьку  $[0, T]$ , а за змінною  $x$  – локально інтегровна зі степенем  $p$ .

### Результати числового інтегрування у модельному випадку

Розглянемо окремий випадок рівняння (1), а саме випадок власних коливань суцільного середовища за умови незмінних вздовж його довжини фізико-механічних характеристик, тобто

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) - g_0 \left| \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t).$$

У останньому співвідношенні  $a$  та  $g_0$  – сталі, а крайові умови набувають вигляду  $u(0,t) = u(l,t) = 0$ . Що стосується початкової форми, то

$$u_0(x) = \begin{cases} \frac{2hx}{l}, & 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ 2h - \frac{2hx}{l}, & \frac{l}{2} < x \leq l \end{cases}$$

Нехай початкова швидкість точок суцільного середовища дорівнює нулеві, тобто  $\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0$ . Сформульована задача описує власні поперечні коливання нитки (канату), яка у

початковий момент часу навантажена зосередженою силою у точці із координатою  $x = \frac{l}{2}$ .

Наведена задача є задачею вигляду (10)–(13). Як показано вище, існує єдиний узагальнений розв'язок цієї задачі. Тому для числового інтегрування рівнянь руху вибір методу є принциповим лише з обчислювального погляду. Розглянуте рівняння зведемо до системи двох рівнянь вигляду

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = v(x,t), \\ \frac{\partial v}{\partial t}(x,t) = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) - g_0 |v(x,t)|^{p-2} v(x,t). \end{cases}$$

Розділимо проміжок  $[0;l]$  точками дискретизації  $x_i = i \frac{l}{n}$  на  $n$  частин довжиною  $\Delta = \frac{l}{n}$ .

Апроксимуємо похідну за просторовою змінною скінченною різницею  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) = \frac{u(x_{i-1},t) - 2u(x_i,t) + u(x_{i+1},t))}{\Delta^2}$ . Числове розв'язування системи звичайних

диференціальних рівнянь  $\begin{cases} u'(t) = v(t), \\ v'(t) = L(t,v) \end{cases}$ , де  $L(t,v) = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) - g_0 |v(x,t)|^{p-2} v(x,t)$ , здійснено

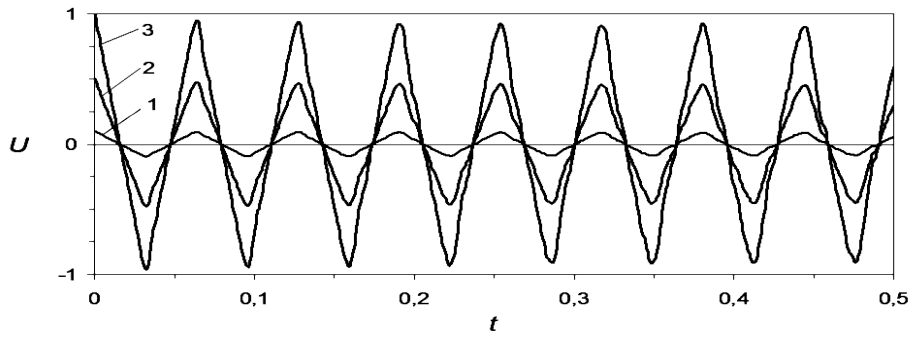
методом Рунге–Кутта четвертого.

На рис. 1, а–г відображено графічні зміни в часі відхилення в часі від рівноважного положення серединної точки середовища за умов різного початкового відхилення від положення рівноваги (крива 1– $h = 0,1$ ; крива 2– $h = 0,5$ ; крива 3– $h = 1$ ) із урахуванням різних моделей сил опору та за інших безрозмірних значень параметрів системи.

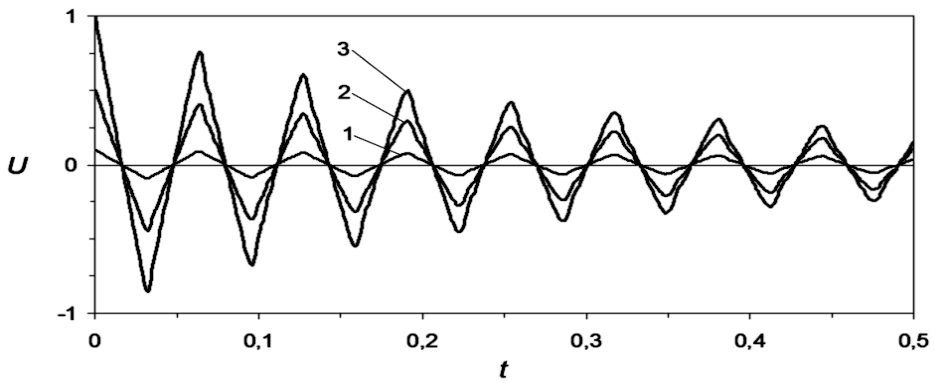
Метою наступних числових симуляцій було встановлення умов динамічного явища – резонансу та впливу параметрів нелінійної системи на амплітуду в динамічних режимах коливань, близьких до резонансних. На рис. 2, а–б подано графічні зміни в часі відхилення серединної точки середовища за умов початкового відхилення від положення рівноваги  $h = 1$  із урахуванням різних нелінійних моделей сил опору та за різних значень частоти вимушуючої сили та інших значень параметрів системи. Вивчають коливання середовища, математичною моделлю руху якого є диференціальне рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) - g_0 \left| \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) + k \sin wt - b, \quad p > 2.$$

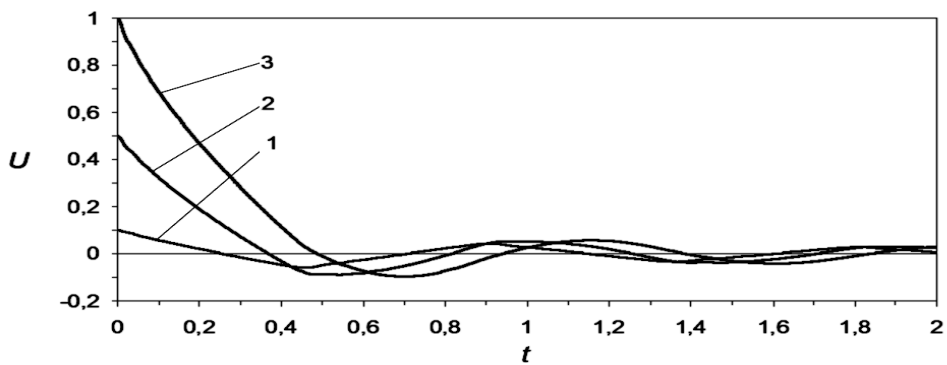
a)  $a=1000, g_0=1, p=2,1$ .



б)  $a=1000, g_0=1, p=3$ .



в)  $a=5, g_0=6, p=3$ .



г)  $a=5, g_0=6, p=4$ .

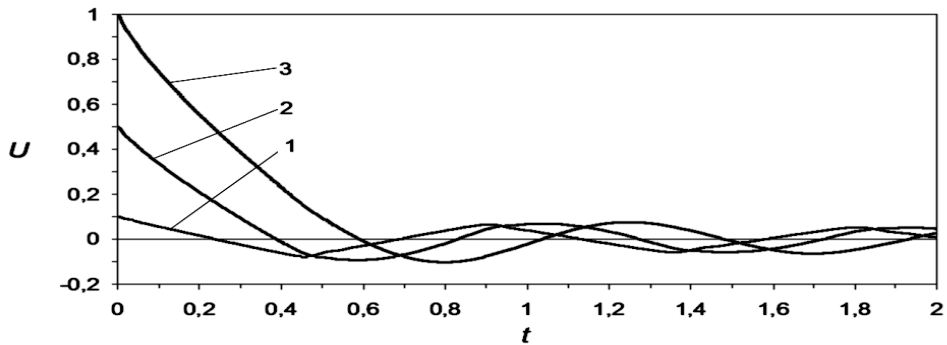
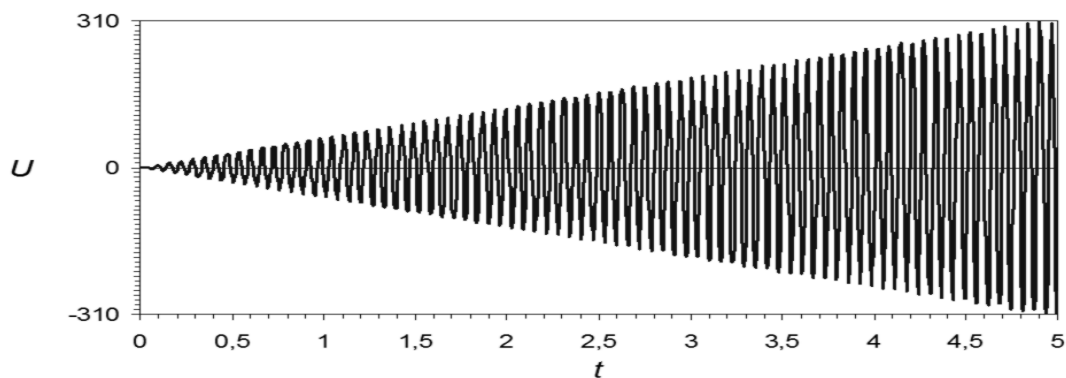


Рис. 1. Закони зміни відхилення середньої точки середовища за різних значень параметрів  $a, g_0, p$

а)  $l=1$ ,  $a=1000$ ,  $g_0=0,1$ ,  $k=10000$ ,  $w=\sqrt{a}p$ ,  $b=0$ ,  $p=2,5$  (нелінійний резонанс);



б)  $l=1$ ,  $a=1000$ ,  $g_0=0$ ,  $k=10000$ ,  $w=\sqrt{a}p$ ,  $b=-5$ ,  $p=2,5$  (динамічний режим “биття коливаний”).

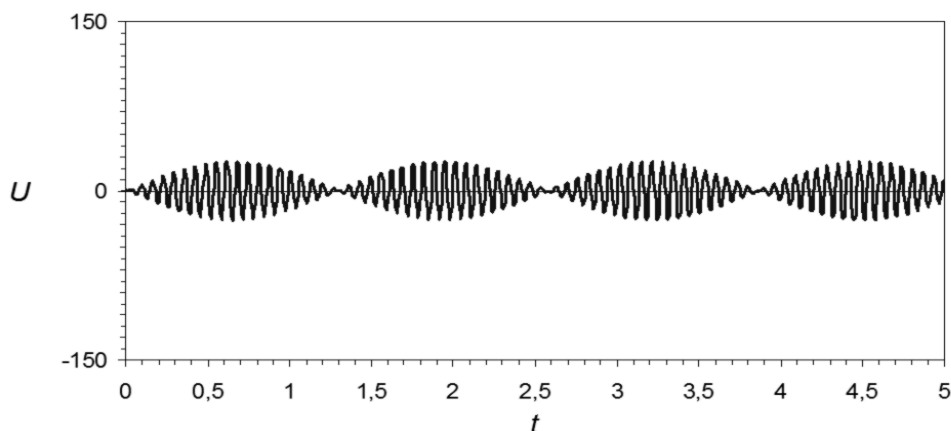


Рис. 2. Закони зміни відхилення серединної точки середовища за різних значень параметрів у динамічних режимах лінійних коливаний – резонансних та близьких до резонансних

### Висновки

Отримані у роботі якісні результати та представлені графічні залежності показують: 1) наявність сили опору призводить до загасання коливаний середовища; 2) швидкість загасання залежить більшою мірою від степеня нелінійності сили опору; 3) за значної нелінійності сили опору ( $p=3$ ) динамічний процес аперіодичний; по-четверте, вплив сили опору на період коливаний за малих значень параметрів  $g$ ,  $p$  та  $h$  незначний. Останнє також підтверджується асимптотичним інтегруванням вказаних диференціальних рівнянь.

1. Gajevski H., Greger K., Zakharias K., 1978. *Nichtlineare operatorgleichungen und operator-differentialgleichungen*. Mir, Moscow, Russia, 336 p. 2. Lions J. L. 2002. *Some methods for solving nonlinear boundary value problems*. Editorial URSS, Moscow, Russia, 587 p. 3. Pukach P. Ya. 2014. *Qualitative methods of the investigation of nonlinear oscillation systems*. Publishing House of Lviv National Polytechnic University, Lviv, Ukraine, 286 p. 4. Sleptsova I. P. 2005. Принцип Фрагмена–Линделефа для некоторых квазилинейных эволюционных уравнений второго порядка. *Ukrainian Math. Journ.*, Volume 57, Issue 2, 239–249. 5. Agre K. and Rammaha M. A. 2001. *Global solutions to boundary value problems for a nonlinear wave equation in high space dimensions*. *Diff. And Integr. Equat.*, Volume 14, 1315–1331. 6. D'Ancona P. and Manfredi R. 1995. *A class of locally solvable semilinear equations of weakly hyperbolic type*, *Ann. Mat. Pura Appl.*, Volume 168, 355–372. 7. Demeio L. and Lenci S. 2007. *Forced nonlinear oscillations of semi-infinite cables and beams resting on a unilateral elastic substrate*. *Nonlinear Dynamics*, Volume 49, 203–215. 8. Demeio L. and Lenci S. 2008. *Second-*

order solutions for the dynamics of a semi-infinite cable on a unilateral substrate. *Journ. Sound Vibration*, Volume 315, 414 - 432.

9. Ghayesh M. H. 2010. Parametric vibrations and stability of an axially accelerating string guided by a non-linear elastic foundation. *Int. Journ. Non-Lin. Mech.*, Volume 45, 382–394.

10. P. Pukach, I. Kuzio and M. Sokil. 2013. Qualitative methods for research of transversal vibrations of semi-infinite cable under the action of nonlinear resistance forces. *ECONTECHMOD*, Volume 2, Issue 1, 43–48.

11. Lavrenyuk S. P. and Pukach P. Ya. 2007. Mixed problem for a nonlinear hyperbolic equation in a domain unbounded with respect to space variables. *Ukrainian Mathematical Journal*, Volume 59, Issue 11, 1708–1718.

12. Lavrenyuk S. P. and Pukach P. Ya. 2007. Variational hyperbolic inequality in the domains unbounded in spatial variables. *Intern. Journ. of Evolution Equat*, Volume 3, Issue 1, 103–122.

13. Pukach P. Ya. 2014. Qualitative research methods of mathematical model of nonlinear vibrations of conveyor belt. *Journal of Mathematical Sciences*, Volume 198, Issue 1, 31–38.

14. Lavrenyuk S. P. and Olishevich M. O. 2002. Метод Гальоркіна для гіперболічних систем першого порядку з двома незалежними змінними. *Ukrainian Math. Journ.*, Volume 54, Issue 10, 1356–1370.

15. Barabash G. 2005. Мішана задача для одного слабконелінійного гіперболічного рівняння у необмеженій області. *Journ. of Lviv University. Mech. – Math.*, Volume 64, 7–19.

16. Chen L. Q. 2005. Analysis and control of transverse vibrations of axially moving strings. *Appl. Mech. Rev*, Volume 58, 91–116.

17. Pukach P. Ya. 2006. Mixed problem for some nonlinear equation of beam vibrations type in bounded domain. *Applied problems of mechanics and mathematics*, Issue 4, 59–69.

18. Pukach P. Ya. 2007. Mixed problem for nonlinear equation of beam vibrations type in unbounded domain. *Matematychni Studii*, Volume 27, no. 2, 139–148.

19. Pukach P. Ya. 2004. Mixed problem in unbounded domain for weakly nonlinear hyperbolic equation with growing coefficients. *Matematychni metody i fizyko-mekhanichni polya*, Volume 47, no. 4, 149–154.

20. Salenger G. and Vakakis A. F. 1998. Discreteness effects in the forced dynamics of a string on a periodic array of non-linear supports. *Int. Journ. Non-Lin. Mech.* Volume 33, 659–673.

21. Santee D. M. and Goncalves P. B. 2006. Oscillations of a beam on a non-linear elastic foundation under periodic loads. *Shock and Vibrations*, Volume 13, 273–284.

V. Osypenko<sup>1</sup>, A. Shvorov<sup>2</sup><sup>1</sup>National university of life and environmental sciences of Ukraine,<sup>2</sup>National technical university of Ukraine “KPI”

## ESTIMATION OF METHODS EFFICIENCY OF SEQUENCE PROCESSING DETERMINATION OF ELECTRONIC DOCUMENTS IN INTERNET

© Osypenko V., Shvorov A., 2015

**The article describes the approach to defining the importance of incoming documents and the technique of evaluating the effectiveness of application of parametric processing of electronic documents with the Internet. The assessment of the effectiveness of methods for priority processing of incoming documents in accordance with their importance.**

**Key words:** electronic document, priority treatment, evaluation, decision support system.

### Introduction

At the time when sharply increasing the supply of incoming documents (ID) of the Internet network, and time costs required for information processing, remain unchanged, there is a need in the task priority of incoming documents based on assessment of their importance. Thus the problem of determining the importance of ID for the purpose of processing priority is given to the top spot in modern search engines.

Analysis of the set of informative parameters by which possibly determine the importance of ID [1], [2], indicates the presence of a large number of dissimilar values measured in ordinal scale, the intervals scale as well as relations and absolute scales. The vast majority of existing processing methods experimentally obtained information is not designed to account for diversity values measured parameters.

The purpose of this paper is to develop a system of evaluating the effectiveness of the method for determining the parametric processing the consideration sequence of Internet ID in view of their importance.

### The presentation of research results

Typically, the processing of ID from Internet used the consistent manner view of each document without its importance. However, the storage system of full text documents require large amounts of memory and spending time on the transfer of these texts to the computer. In addition, the review process by PC-operator will last long enough. Therefore, to eliminate these deficiencies should ensure priority consideration of most important ID.

As practice shows, the importance of ID cannot be described as a simple variable flow in the separate functions or processes. This is a complex system quantity characterizing the content and working urgency of ID and recipient priority of sender.

Under the term “system” we mean the classical semantics, that is the totality (or complex) of while interacting with each other elementary structures or processes combined into one common solution of task that cannot be separately performed by any of the system components of [3, 4, 5].

Thus, the importance of ID changes over time and cannot be described by a set of fixed parameters (such as keywords, for example) for the following reasons:

- different spelling of the same words;
- among the keywords there are a lot synonyms and homonyms;
- keywords do not determine genitive-aspectual relationship between words.

The separate processing of measured parameters of ID importance and criteria of its evaluation does not always allow to give an unambiguous estimate [5, 6]. ID multilevel importance of Internet specifies the different directions for its determination.

One of these directions is to find the responses of established configurations for different behavioral situations that are the basis for selection of integrated indicators to assess the importance of ID.

In the general case under the integral method one should understand the methods based on combining of several methods for determining the certain parameters or a small homogeneous set of indicators for output on the basis of conditional (“artificial”) importance estimates of ID.

The variety of incoming documents functions and a large number of factors that affect the importance of ID, is the main difficulty in solution of the task evaluating the effectiveness of different methods of determining the sequence of electronic Internet-documents processing. To solve these tasks it is possible only through the use of integrated methods for determining the importance of ID.

The problems of uncertainty and multifactorial take place both within of each component of ID and at the convolution of aggregated estimates in the integral (generalized) importance indicator of ID ( $K_{id}$ ). For example, the analysis of sources [1-5] for the evaluation of ID importance you can use the following indicators (parameters):

- a) the set of statistical indicators  $\mathbf{X}^F$ , including:
  - the density of keywords in the title and in abstract ID that characterizes the important and essential ID (DEA), the scale of measurement – the ratio;
  - the density of keywords in the text that describes the most important ID (DMD), measuring scale – ratio;
  - the density of keywords in the text that describes important ID (DID), measuring scale – ratio;
  - the density of keywords in the text that describes not important ID (DND), the scale of measurement – the ratio;
  - other statistical indicators;
- b) the set of the functional parameters  $\mathbf{Y}^P$ , including:
  - based on the keyword density – the class (CID), to which belongs ID, the scale of measurement – ordinal;
  - motivation (M) of priority necessity of ID processing on time, the scale of measurement – ordinal;
  - other indicators;
- c) the set of technical indicators  $\mathbf{Z}^E$ , including:
  - the importance of the subscriber (IS), which sent the ID, the scale of measurement – ordinal;
  - time of receipt of IS, scale measuring – ordinal timing and other technical indicators.

Taking into account the indicated parameters of ID, the calculation flowchart of  $K_{id}$  can be represented as shown in Fig. 1.

On Fig. 1  $\mathbf{F}_{DMD/DID}^F$  and  $\mathbf{F}_{DND/M}^F$  are taken into account the expert conclusions about the existence of dependencies between individual parameters of one or more groups of indicators.

The task of this stage of technique can be solved in many ways, but in this case, stability is important final estimates experts. To such criteria may correspond estimates that are based on the median Kemeni [7].

Consider the algorithm of synthesis of such assessments, first defining a distance Kemeni interpretation, similar to [8].

In modern analytical methods for evaluation and harmonization the expert group conclusions are often used some binary relationship, including equivalence relation, the relation of similarity (tolerance) and others.

It is known that a binary relation  $A$  on finite set  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_k\}$  – is a subset of  $G^2 = \{(g_i, g_j), i, j = 1, 2, \dots, k\}$ . This pair is in  $A$  if and only if when between  $g_i$   $\dot{i}$   $g_j$  exists such attitude.

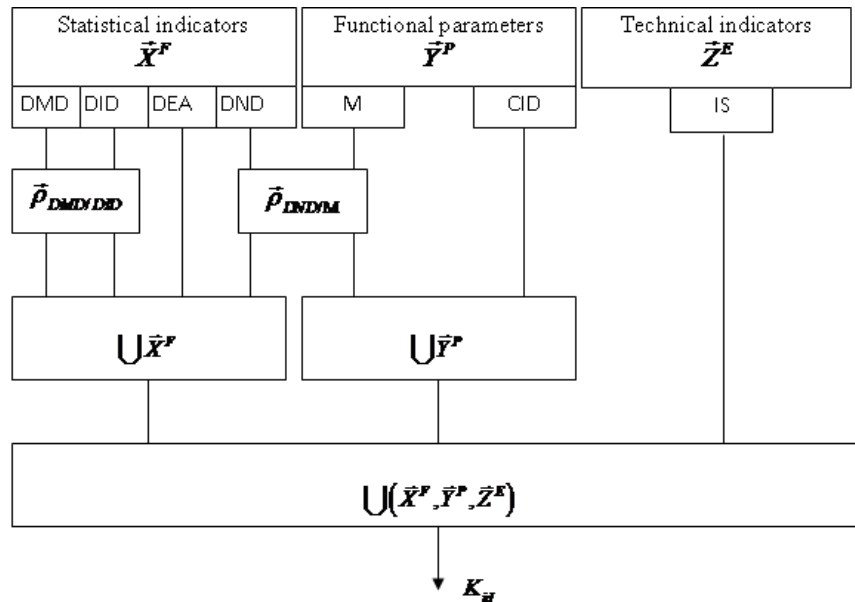


Fig. 1. Block diagram of a generalized index calculating of importance of ID

Let  $A_1, A_2, \dots, A_s$  – random tolerances (answers), which reflect the conclusions of  $s$  experts. It is known, that every binary relation  $A = \|a_{ij}\|$  can be represented as a matrix of 0 and 1, where  $a(i, j) = 1$  when  $g_i$  and  $g_j$  are in certain relation to  $A$ , but also  $a(i, j) = 0$  – when this relationship does not exist. Kemeni distance between binary relation  $A = \|a_{ij}\|$  and  $B = \|b_{ij}\|$  is called the value:

$$d(A, B) = \sum |a(i, j) - b(i, j)|, \quad i, j = 1, \dots, s. \quad (1)$$

Thus, the distance Kemeni between binary relation – is the sum of modules of differences of elements that are on the same locations and in relevant matrices or simpler – it is the number of does not coincide elements in matrices  $A$  and  $B$ . By definition [8] the Kemeni's median corresponds to the value:

$$A_m^0 = \arg \min_A \sum_{k=1}^s d(A_k, A). \quad (2)$$

In the quoted above work indicated, and it is obviously, that the Kemeni's median is partial case of empirical average for data of non numerical nature and for it is just law of large numbers at growth of  $s$ :

$$\arg \min_A \sum_{k=1}^s d(A_k, A) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \arg \min_A M[d(A_1, A)], \quad (3)$$

where  $M$  – the mathematical expectation operator.

Given this, it can be important for us to conclude that the Kemeni's median should be used as a stable benchmark assessment of the expert committee conclusions. This property the Kemeni's median we could use in the following algorithm.

Let the dependence levels between individual parameters are grouped in square symmetrical relatively main diagonal matrix, where  $n$  – number of indicators. These levels necessary to evaluate.

Step 1. Formation of questionnaires to the experts about the existence of relationships between individual indicators lodged above in paragraphs (a) - (c).

Step 2. Execution of expert session and receive matrices, where  $s$  – the number of experts.

Step 3. For element  $e_{ij}$  constructed the matrix of pairwise Kemeni' distances (1) for the set of binary relations, which includes  $s$  elements. This matrix has symmetrical view relative to the main zero-diagonal:



$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & d_{12} & \dots & d_{1s} \\ d_{21} & 0 & \dots & d_{2s} \\ & & \dots & \\ d_{s1} & d_{s2} & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Step 4. Finding the median of Kemeni (2). For this purpose to analysis we introduce the expression:

$$\rho_j(A_j) = \sum_{i=1}^s \rho(A_i, A_j), j=1, \dots, s, \quad (5)$$

where  $A_j, j=1, \dots, s$  – current matrix on which conducted the minimization and is located the meaning  $\mathcal{A}_m$  at which takes place (2), i.e.:

$$\rho^*(A^*) = \min_{\rho} \{ \rho_j(A_j) = \sum_{i=1}^s \rho(A_i, A_j), j=1, \dots, s \}, \quad (6)$$

Step 5. Value of the Kemeni's median  $\rho^*(A)$  assigned to element  $e_{ij}$ .

Step 6. Go to step 3.

The procedure is completed after determining of all elements of matrix  $E = (e_{ij})$ .

To solve the problem of classification, that is assigning ID that characterized by a set of indicators for important or for most important, it is proposed to use a special classifier [5, 6]. This classifier is a system that unites in structural and functional ways the principles of neural network models.

The task can be solved by, for example, 4-layer neural network, structural diagram of which is shown in Fig. 2.

The first layer  $A$  of the network provides at the output the degree of belonging as accordance of measured parameters ID  $\{X, Y, Z\}$  to specified requirements.

The proposed version of network is designed for 3-level evaluation: “not important”, “important”, “the most important.”

If necessary, the resolution of the classifier can be increased, which entails an increase in the number of neurons in the layer  $A$ , but it does not affect on other layers of the network and on its functioning algorithm.

The second layer  $B$  is unifying for each indicator  $x_i(y_j; z_k)$  and is required to take into account the possibility of getting  $i$ -th signs simultaneously in two classification groups (usually with varying degrees of belonging).

The third layer  $C$  is intended to combine estimates within each group of indicators:  $\dot{X}^F, \dot{Y}^P$  and  $\dot{Z}^E$ . The peculiarity connections between 3 and 4-th layers is the presence within the group  $\rho_{ij}^x$  and intergroup  $\rho_{ij}^{xy}$  auxiliary functional elements, reflecting the fact that the functional dependence of relevant  $(i, j)$  indicators. Introduction of auxiliary functional elements can increase the flexibility and reliability of the classifier in conditions of possible incompleteness of measurements because of time or technical problems in the normal mode.

Neurons of layer  $C$  is a standard neurons whose outputs are formed using sigmoid activation functions and are treated as belonging degree (measures of conformity) of statistical (functional and technical) indicators for given requirements of determine the importance of ID.

The fourth layer  $D$  is represented by a single neuron, whose inputs are weighted value of measures conformity ID for each group of indicators, and output is the measure of conformity about priority consideration of ID.

Weights of connections  $P(C_i, D)$  between the third and fourth layers are determined by experts in advance depending on the specific of ID class and characterize the importance one or another group of performance.

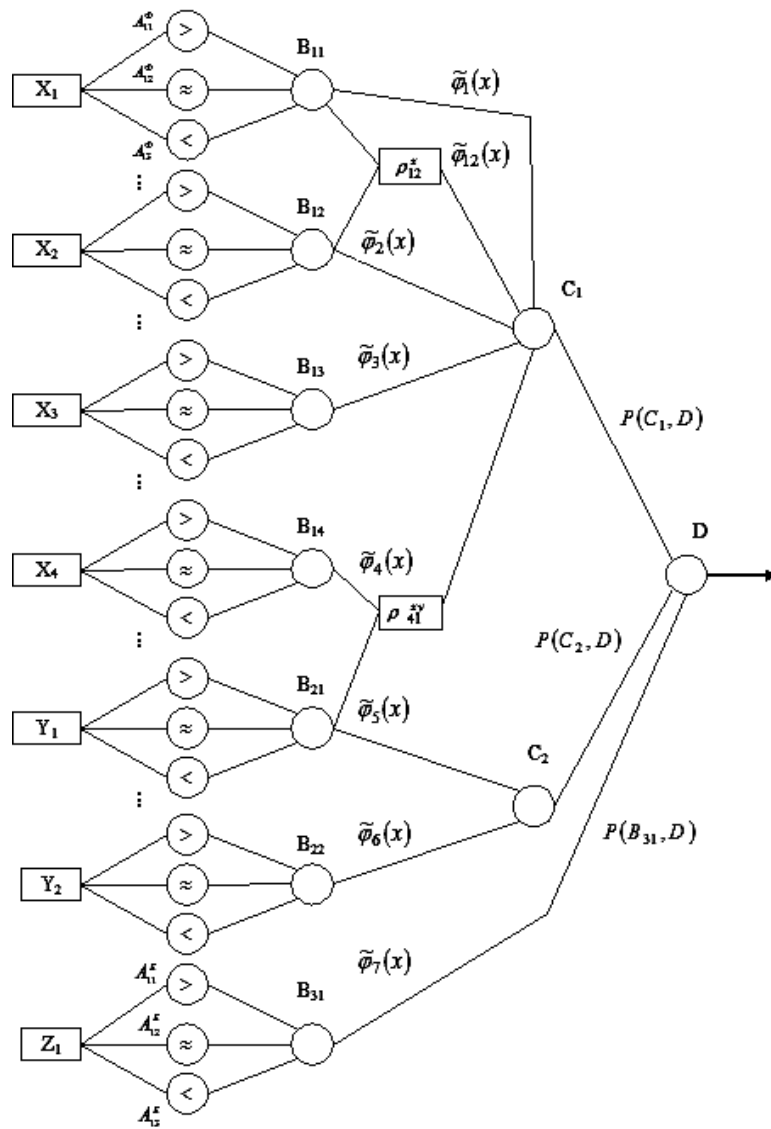


Fig. 2. Structural diagram of layer neuro-fuzzy network

The proposed neural network can be classified as synchronous multi-layered heterogeneous network with local connections but without feedback. It allows to remove the question on dynamic steadiness of neural network, that is an important advantage of the proposed structure.

An estimation technique of effectiveness of parametric processing methods of ID from the Internet includes the following steps:

- 1) determination of time cost of processing ID without priority parametric processing of ID;
- 2) calculation of time costs for priority processing for various methods of Internet-ID;
- 3) determination of most effective priority discipline of ID processing taking into account their importance.

To select the optimal organization of sequence processing of ID (on the criterion of time costs ID processing) consider a distributed computing network in terms of queuing system (QS).

The existing system of parametric processing of ID can be represented as QS with the priority queuing service discipline (FIFO).

For FIFO service discipline the average waiting time for processing materials defined as follows [9]:

$$\omega = \frac{\sum_{i=1}^M \lambda_i v_i^2}{2(1-R)}, \quad (7)$$

where  $\omega$  – the average waiting time of requests such  $i = 1, \dots, M$ ;  $\lambda_i$  – intensity of  $i = 1, \dots, M$ ;  $v_i^2$  – the second initial moments of the service time of requests such  $i = 1, \dots, M$ ;  $R$  – total system boot  $R = (\rho_1 + \dots + \rho_m) < 1$ .

Thus when using of service discipline with relative priority in the processing and transmission of ID, the average waiting time of requests with priorities  $k = 1, \dots, M$  is defined as follows:

$$\omega_k = \frac{\sum_{i=1}^M \lambda_i v_i^{(2)}}{2(1-R_{k-1})(1-R_k)}, \quad (8)$$

where  $W_i$  – the average waiting time of requests such  $i = 1, \dots, M$ ;  $k$  – priority of requests,  $k = 1, \dots, M$ ;  $\lambda_i$  – intensity of  $i = 1, \dots, M$ ;  $v_i^2$  – the second initial moments of service time requests such  $i = 1, \dots, M$ ;  $R$  – total system boot  $R = (\rho_1 + \dots + \rho_m) < 1$  [9].

The advantage of discipline with the relative priority of service is:

- time saving for ID priority compared to the FIFO;
- relatively simple implementation.

In the case where expected processing time of some ID does not satisfy the needs, compared to service discipline with relative priority, then apply the discipline of requests service with absolute priority. In this case, a priority of ID received in the system, stop processing with less priority requests. Then the average waiting time for ID with absolute priority  $k = 1, \dots, M$ , provided that interrupted the less priority requests are further served from the place of interruption:

$$\omega_i = \frac{R_{k-1} v_k}{1-R_{k-1}} + \frac{\sum_{i=1}^M \lambda_i v_i^{(2)}}{2(1-R_{k-1})(1-R_k)}, \quad (9)$$

$W_i$  – the average waiting time of requests such  $i = 1, \dots, M$ ;  $k$  – priority of requests,  $k = 1, \dots, M$ ;  $I_s$  – intensity of  $i = 1, \dots, M$ ;  $U_s^2$  – the second initial moments of service time requests such  $i = 1, \dots, M$ ;  $R$  – total system boot  $R = (\rho_1 + \dots + \rho_m) < 1$ ;  $v_i$  – mathematical expectation  $i = 1, \dots, m$  [9].

The advantage of discipline absolute priority consists in reduced of service time for important ID compared with the relative priority (Fig. 3).

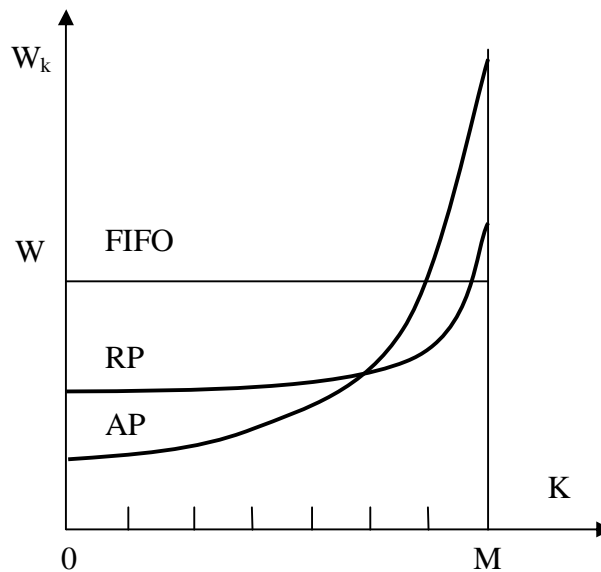


Fig. 3. The average waiting time for ID FIFO of:  
RP – relative- and AP – absolute priority

Thus, parametric processing of ID with absolute priority leads to a reduction of waiting time in 2-3 times for requests with high priority, but at the same time it increases the waiting time of ID of low priority. Based on this, one can say that the most effective method of parametric processing of ID with the absolute priority, that can be carried out on the basis of a special decision support system with priority consideration of Internet ID, technological principles of which have been considered in [10].

### Conclusion

1. The method of parametric processing of ID to determine the sequence of their consideration of Internet taking into account their importance was described.

2. A solution for importance evaluation incoming electronic documents using a hybrid classifier, which expediently to basis for decision support systems concerning priority consideration of ID using parametric method of processing information Internet network of absolute priority have been offered.

1. *Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень: теорія, синтез, ефективність* / В. О. Тарасов, Б. М. Герасимов, І.О. Левін, В. О. Корнійчук. – К.: МАКНС, 2007. – 255 с.
2. Герасимов Б. М. *Человеко-машинные системы принятия решений с элементами искусственного интеллекта* / Герасимов Б. М., Тарасов В. А., Токарев И. В. – К.: Наукова думка, 1993. – 184 с.
3. Герасимов Б. М. *Нечеткие множества в задачах проектирования, управления и обработки информации* / Герасимов Б. М., Грабовский Г. Г., Рюмишин Н. А. – К.: Техніка, 2002. – 140 с.
4. Герасимов Б. М. *Система поддержки принятия решений в АСУ реального времени* / Герасимов Б. М., Глуцкий В. М., Рабчун А. А. // *Искусственный интеллект*. – №3. – 2000. – С. 39–47.
5. Мельник Ю. В. *Застосування взаємодіючих нейромереж в задачах визначення готовності льотних екіпажів* / Ю. В. Мельник, О. Ю. Чуніхін // *Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка*. – 2007. – Вип. 7. – С. 123–128.
6. Шворов А. С. *Метод параметричної обробки інформації в інформаційно-аналітичних системах* / А. С. Шворов // *Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка*. – 2013. – № 43.– С. 128–132.
7. Кемени Дж., Снелл Дж. *Кибернетическое моделирование: Некоторые приложения*. – М.: Советское радио, 1972. – 192 с.
8. Орлов А. И. *Нечисловая статистика*. – М.: МЗ-Пресс, 2004. – 513 с.
9. Майоров С. А. *Основы теории вычислительных систем. Учеб. пособие для вузов* / Майоров С. А., Новиков Г. И., Алиев Т. И. – М.: “Высш. школа”, 1978. – 408 с.
10. Osypenko V. *About some design principles of information-retrieval system and processing of electronic documents in Internet* / Osypenko V., Shvorov A. // *Вісник національного університету “Львівська політехніка”*. – 2014. – № 800. – С. 10–15.

## ЕЛЕКТРОТЕПЛОВА SPICE – МОДЕЛЬ КАЛОРИМЕТРИЧНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА

© Бойко О., Голяка Р., 2015

На основі концепції електротеплової аналогії розроблена SPICE модель калориметричного перетворювача. Модель реалізована на RC ланках, керованих джерелах струму та керованих ключах типу S(V-Swich). Розглянуто особливості модельних досліджень елементів із саморозігріванням. Продемонстровано типові приклади калориметричних досліджень з використанням запропонованої SPICE моделі.

**Ключові слова:** калориметричний перетворювач, SPICE модель.

The SPICE model of calorimetric transducer based on the concept of electrothermal analogy is developed. The model is implemented on the RC circuit, controlled current sources and controlled switches S (V-Swich). The features of modeling the elements with selfheating are considered. Typical examples of calorimetric studies with the help of proposed SPICE model are demonstrated.

**Key words:** calorimetric transducer, SPICE model.

### Вступ

Робота стосується проблеми подальшого розвитку методів модельного дослідження калориметричних сенсорів. Інформативною величиною таких сенсорів є кількість тепла, яка поглинається чи виділяється в процесі фазового переходу досліджуваної речовини. Цей фазовий перехід забезпечується відповідним контрольованим нагрівом чи охолодженням вимірювальних перетворювачів [1].

Розвиток калориметричних сенсорів відбувається у напрямках підвищення чутливості та селективності, мініатюризації, розширення функціональності тощо. Значного прогресу досягнуто в реалізації калориметричних перетворювачів на базі інтегральної електроніки [2] та MEMs структур [3]. Розвиваються методи та засоби мікрокалориметрії [4] та нанокалориметрії [5]. Використовуються різноманітні методики дослідження, зокрема з модуляцією теплового потоку або температури [6].

Розроблення апаратури калориметричного аналізу та реалізація калориметричних досліджень передбачають широке використання математичних моделей та відповідного програмного забезпечення. У процесі розроблення апаратури проводять параметричний аналіз сенсорів, розрахунок теплових полів та модельний аналіз схем сигнальних перетворювачів, а в ході калориметричних досліджень визначають температури фазових переходів досліджуваних речовин та теплові потоки, що зумовлюють ці переходи [7, 8].

Сьогодні широкого застосування набули методи температурного дослідження на основі концепції електротеплової аналогії [9, 10]. Використовуючи ці методи, можливо поєднати теплове та схемотехнічне моделювання. Враховуючи, що основою більшості сучасних програмних засобів схемного моделювання є SPICE - Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis, розробляються гібридні SPICE моделі комплексного електротеплового дослідження [11, 12]. Особливої актуальності такі моделі набувають в пристроях, що використовують ефект саморозігрівання, зокрема в термоанемометрах [13, 14].

Актуальність цієї роботи зумовлена важливістю задач комплексного електротеплового дослідження структур калориметричних сенсорів, оптимізації їх конструктивних рішень та методик калориметричного аналізу. Особливо важливе значення цих задач у мікроелектронних калориметрах та у методиках з модуляцією температури.

### Електротеплова аналогія та її використання

Концепція електротеплової аналогії полягає у заміщенні теплових характеристик на їх електричні аналоги: різниця температур  $\Delta T(t)$  замінюється різницею напруг  $\Delta V(t)$ , тепловий потік  $F_T$  чи потужність  $P_T$  замінюються електричним струмом  $I_T$ , а тепловий опір  $R_q$  та теплоємність  $C_q$  – еквівалентними їм електричним опором  $R_T$  та ємністю  $C_T$  конденсатора. Відтак, теплові перехідні процеси описуються еквівалентними схемами Фостера та Кауера у вигляді декількох  $R_i C_i$  ланок. У разі використання схеми Фостера математичні вирази часової залежності температури  $\Delta T(t)$  замінюють відповідними виразами залежності напруги  $\Delta V(t)$ :

в процесі нагрівання

$$\Delta T(t) = P_T \sum_{i=1}^n R_{qi} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{t_i}\right) \right) \Rightarrow \Delta V(t) = I_T \sum_{i=1}^n R_{Ti} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{t_i}\right) \right), \quad (1)$$

в процесі остигання

$$\Delta T(t) = P_T \sum_{i=1}^n R_{qi} \exp\left(-\frac{t}{t_i}\right) \Rightarrow \Delta V(t) = I_T \sum_{i=1}^n R_{Ti} \exp\left(-\frac{t}{t_i}\right), \quad (2)$$

де  $P_T$  – потужність;  $t_i = R_i C_i$  – стала часу  $i$ -ї ланки;  $n$  – кількість ланок.

Залежно від складності структури з тепловою релаксацією та точності розрахунку використовують від однієї до п'яти ланок. Зокрема, для структур інтегральної електроніки такими ланками електротеплової моделі є: активна ділянка виділення тепла (p-n-перехід) – кристал інтегральної структури (здебільшого кремній); кристал – прокладка (клей, припій), прокладка – корпус, корпус – радіатор (за наявності); радіатор – навколишнє середовище (повітря).

На рис. 1 наведено результат використання електротеплової аналогії в задачі моделювання температури в структурі з трьох  $R_i C_i$  ланок. Моделювання проведено в середовищі пакета схемного моделювання MicroCAP [15]. Наведені на схемі позначення елементів відповідають вимогам бібліотечних елементів та синтаксису MicroCAP (зокрема, індекси в позначенні не передбачені). Крім вищезгаданих трьох ланок –  $Rt1$ ,  $Ct1$ ,  $Rt2$ ,  $Ct2$ ,  $Rt3$ ,  $Ct3$ , схема містить джерело струму  $I_t$ , резистор  $Ra$ , що задає вихідний опір цього джерела струму, а також ключ  $S1$ , що керується джерелом імпульсної напруги  $Vt$ . Останні формують імпульсний режим нагрівання. Результат модельного дослідження часової залежності температури представлено відповідними імпульсами напруги  $V(2)$  (напруга у вузлі 2). Крім того, напруги  $V(Rt1)$ ,  $V(Rt2)$ ,  $V(Rt3)$  демонструють відповідні компоненти температури на окремих  $R_i C_i$  ланках досліджуваної структури.

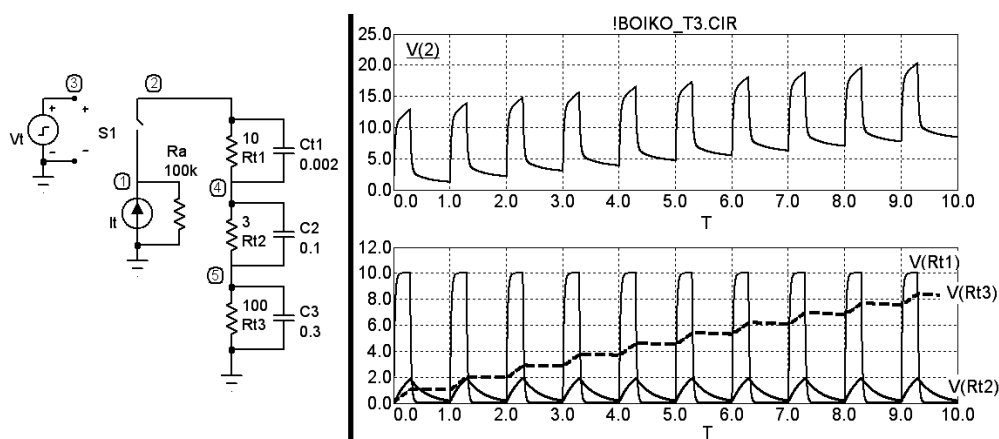


Рис. 1. Приклад моделювання з використанням електротеплової аналогії

Розглянемо елементарні приклади використання електротеплової аналогії у SPICE моделях елементів з саморозігріванням [13]. Перша з них (рис. 2, а) є схемою заміщення двополюсника (виводи 1, 2), зокрема терморезистора. Струм  $I_R$  через двополюсник задається функціональною

характеристикою керованого джерела струму  $CCS_R$  (Controlled Current Source). Аргументами цієї функціональної характеристики є опір  $R_0$  двополюсника за початкової температури  $T_0$  та напруга  $V_T$ . Ця напруга, відповідно до методу електротеплової аналогії, є інформативною величиною приросту температури  $\Delta T$ , зумовлена саморозігріванням структури двополюсника.

Напруга  $V_T$  формується у допоміжному колі на  $R_i C_i$  ланках, які представляють відповідні теплові опори та теплоємності структури. Для прикладу на рис. 2, б показано коло з двох ланок  $R_{T1} C_{T1}$ ,  $R_{T2} C_{T2}$ , струм через які задається допоміжним керованим джерелом струму  $CCS_P$ . Аргументом функціональної характеристики цього джерела є потужність  $P_T$ , що виділяється на структурі двополюсника. В першому наближенні приймають  $P_T = I_R^2 R_0$ . Для підвищення достовірності результату розрахунків виконують ітераційним методом, в якому потужність кожного наступного циклу ітерації визначається після встановленого в попередньому циклі опору  $R_T$  двополюсника за температури  $T$ .

Приклад спрощеної SPICE моделі триполюсника (виводи 1, 2, 3), зокрема біполярного транзистора TR, показана на рис. 2, в. Електротеплова модель останнього доповнена керованим джерелом напруги  $CVS_{TR}$  (Controlled Voltage Source) та керованим джерелом струму  $CCS_{TR}$ . Перше з них  $CVS_{TR}$  описує температурний дрейф напруги емітерного p-n-переходу транзистора, а друге  $CCS_{TR}$  – температурний дрейф колекторного кола транзистора. Напруга  $V_T$ , як і в раніше розглянутій схемі двополюсника, формується допоміжним колом на  $R_i C_i$  ланках (рис. 2, б).

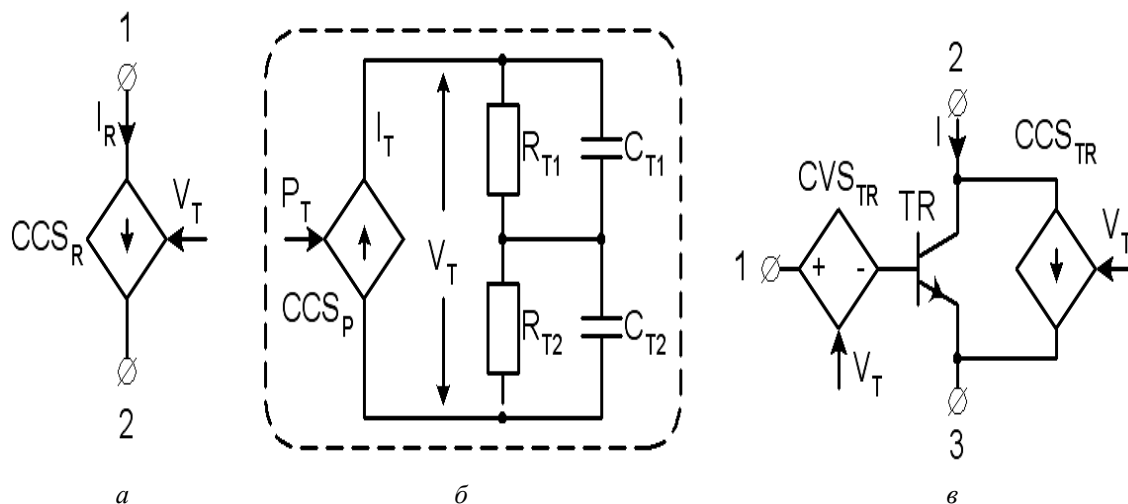


Рис. 2. Спрощені електротеплові SPICE моделі

### Електротеплова SPICE модель калориметричного перетворювача

У роботі пропонується подальший розвиток методів електротеплової аналогії із синтезом SPICE моделей вимірювальних калориметричних перетворювачів. Основними інформативними величинами калориметричних перетворювачів є температура фазового переходу (зокрема, плавлення, стеклування, кристалізації тощо) досліджуваної речовини та кількість теплової енергії, яка поглинається чи виділяється в процесі такого переходу. Проблема синтезу моделей таких перетворювачів зумовлена необхідністю коректного представлення перехідних процесів, які виникають під час фазових переходів. Крім вже згаданих  $R_i C_i$  ланок електротеплової моделі структури калориметра, повинні бути передбачені такі параметри моделі, як температура, кількість теплової енергії, гістерезис та швидкість фазового переходу досліджуваної речовини.

Електротеплова SPICE модель калориметричного перетворювача, що відповідає вказаним вимогам, наведена на рис. 3. Модель містить пасивне та активне кола.

Пасивне коло представляє теплові процеси в структурі калориметра, а активне – в досліджуваній речовині. Напруга  $V_{TA}$  є формальним аналогом температури навколишнього середовища  $T_A$ , напруга  $V_{TM}$  – температури фазового переходу  $T_M$ , а напруга  $V_{TH}$  – температури на межі між активною поверхнею перетворювача та досліджуваної речовини.

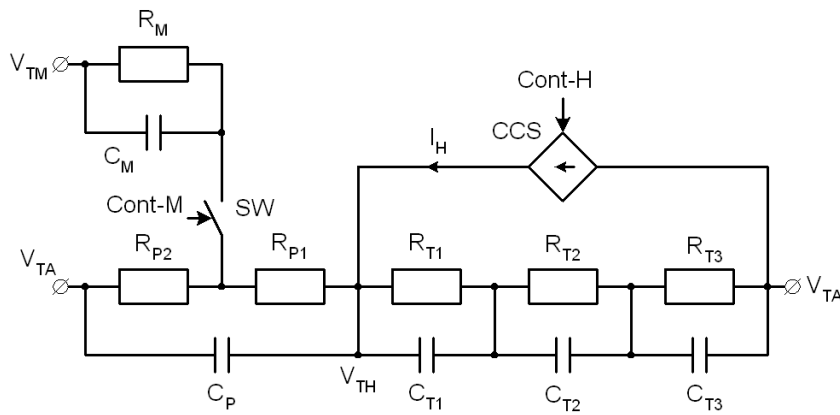


Рис. 3. Електротеплова SPICE модель калориметричного перетворювача

Залежно від конструкції калориметра пасивне коло може містити від однієї до трьох  $R_iC_i$  ланок (зокрема,  $R_{T1}C_{T1}$ ,  $R_{T2}C_{T2}$ ,  $R_{T3}C_{T3}$ ). Нагрівання структури здійснюється струмом  $I_H$  керованого джерела CCS, яке, відповідно до заданої методики калориметричного дослідження, визначає режими роботи. Це можуть бути режими зі сталою енергією нагрівання, сталою швидкістю нагріву чи їх модуляцією. Параметри режимів нагрівання задаються керуючим сигналом Cont-H.

Активне коло представлено:

- ланкою  $R_M C_M$ , параметри якої визначають теплові процеси фазового переходу в досліджуваній речовині;
- ключем SW, який визначає граничні умови такого переходу;
- ланкою  $R_{P1} R_{P2} C_P$ , параметри якої визначають теплообмін досліджуваної речовини.

Ключ SW керується сигналом Cont-M. Цей керуючий сигнал встановлює температурний інтервал та кількісні параметри взаємозв'язку між активним та пасивним колами під час фазового переходу. Принципово важливими з погляду якості моделі є тип та параметри ключа.

Проведений нами аналіз стандартної бібліотеки SPICE компонентів показав доцільність використання керованого чотириполосника типу S(V-Switch). Це керований напругою ключ (Voltage-controlled switch), функціональна характеристика якого, як показано далі, дає змогу синтезувати достатньо точні схеми заміщення калориметричного сенсора в процесі фазового переходу досліджуваної речовини.

Елементарна схема інвертора на ключі типу S(V-Switch) та вікно специфікації параметрів цього ключа наведені на рис. 4. Крім ключа S1, схема містить джерело напруги  $V_{in}$ , яке керує цим ключем, резистор кола навантаження R1 та джерело живлення  $V_e$  цього кола. Згідно з наведеною схемою вузол 2 визначає напругу  $V_{IN}$  у вхідному колі, а вузол 1 – напругу  $V_{OUT}$  у вихідному колі ключа.

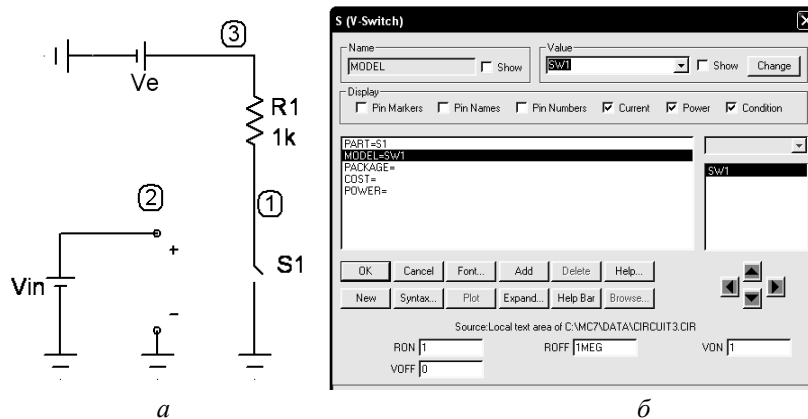


Рис. 4. Елементарна схема інвертора на ключі типу S(V-Switch) (а) та вікно специфікації його параметрів (б)



Параметрами ключа є:

- $R_{ON}$  (On resistance) – опір у увімкненому стані;
- $R_{OFF}$  (Off resistance) – опір у вимкненому стані;
- $V_{ON}$  (Control voltage for on state) – напруга увімкненого стану;
- $V_{OFF}$  (Control voltage for off state) – напруга вимкненого стану.

Функціональна характеристика ключа типу S(V-Switch) подається математичними виразами та псевдокодом логіки перемикавання:

$$\text{if } V_{ON} > V_{OFF} \ \& \ \text{if } V_C \geq V_{ON} \ \text{then } R_S = R_{ON}$$

$$\text{if } V_C \leq V_{OFF} \ \text{then } R_S = R_{OFF}$$

$$\text{if } V_{OFF} < V_C < V_{ON} \ \text{then } R_S = \exp\left(L_M + 3L_R \frac{V_C - V_M}{2V_D} - 2L_R \frac{(V_C - V_M)^3}{V_D^3}\right)$$

$$\text{if } V_{ON} < V_{OFF} \ \& \ \text{if } V_C \leq V_{ON} \ \text{then } R_S = R_{ON}$$

$$\text{if } V_C \geq V_{OFF} \ \text{then } R_S = R_{OFF}$$

$$\text{if } V_{OFF} > V_C > V_{ON} \ \text{then } R_S = \exp\left(L_M - 3L_R \frac{V_C - V_M}{2V_D} + 2L_R \frac{(V_C - V_M)^3}{V_D^3}\right),$$

$$\text{де } L_M = \ln \sqrt{R_{ON} R_{OFF}}; \ L_R = \ln \frac{R_{ON}}{R_{OFF}}; \ V_M = \frac{V_{ON} + V_{OFF}}{2}; \ V_D = V_{ON} - V_{OFF},$$

(if ... then – логічна умова типу “якщо ...то”, & – логічна операція “І”).

Приклади прохідних характеристик інвертора за декількох значень параметрів моделі ключа S(V-Switch) наведені на рис. 5. Можна бачити, що функціональні характеристики такої моделі є достатньо гнучкими та адаптивними, а відтак, можуть достатньо якісно описувати перехідні процеси в SPICE схемах заміщення калориметричних перетворювачів. Однак необхідно відзначити і певну проблематику синтезу таких схем заміщення. Розглянемо характерний приклад, в якому виникає проблема встановлення робочої точки схеми.

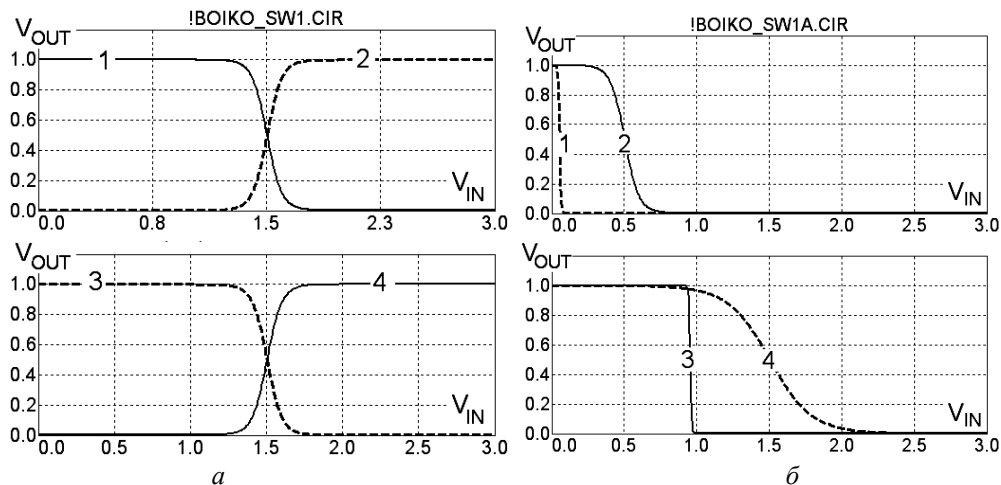


Рис. 5. Приклади прохідних характеристик інвертора на ключі типу S(V-Switch)

Відповідно до логіки функціонування моделі в температурному діапазоні фазового переходу, зокрема за температури плавлення досліджуваної речовини, ключ SW (рис. 3) приєднує ланку  $R_M C_M$  до пасивного кола схеми заміщення. Керуючий сигнал Cont-M є функцією температури структури калориметра, а відтак, відповідно до електротеплової аналогії, – напруги  $V_{TH}$ . Замикання ключа здійснюється за  $V_{TH}$  певного порогового значення. Своєю чергою, таке замикання призводить до зменшення  $V_{TH}$  та сигналу Cont-M, а відтак ключ розмикається. Може встановитися паразитний ефект стаціонарного чи загасаючого автоколивання. Приклад такого паразитного ефекту проілюстровано на схемі (рис. 6).

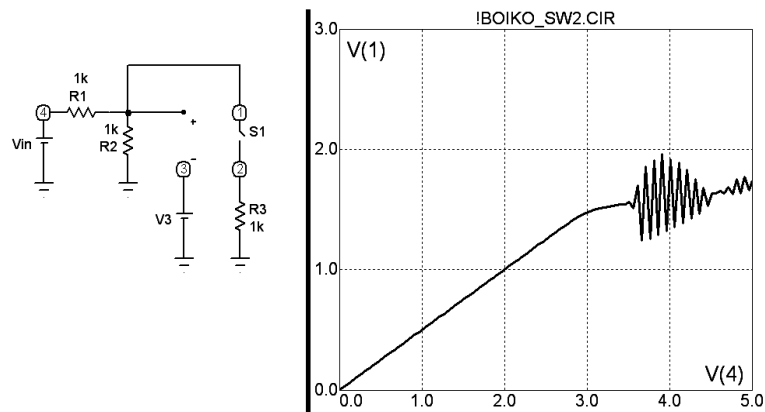


Рис. 6. Приклад проблематики встановлення робочої точки в схемі зі зворотним зв'язком

У схемі наявний зворотний зв'язок – після досягнення порогової напруги відкриття ключа S1 вихідне коло останнього приєднує до вхідного кола (подільника напруги на резисторах R1, R2) шунтувальний резистор R3. Цей резистор зменшує напругу вхідного кола, а відтак, за певних умов, ключ розмикається. Залежно від типу аналізу (DC – аналіз за постійним струмом чи TRANS – часовий аналіз перехідних процесів) іноді неможливі встановлення робочої точки чи паразитний автоколивальний процес.

Отже, у процесі синтезу та специфікації параметрів електротеплової SPICE моделі калориметричного сенсора необхідно не лише встановити функціональні взаємозв'язки між тепловими та електричними параметрами, але і вжити необхідних заходів, щоб запобігти нестабільності функціонування такої моделі.

Приклад схеми заміщення SPICE моделі, що відповідає вищезгаданим вимогам, наведено на рис. 7. Схема представляє калориметричний перетворювач диференціального типу, в якому вимірюється різниця температур чи теплових потоків між двома ідентичними перетворювачами. Досліджувана речовина розміщується на одному з перетворювачів, що формує інформативний сигнал. Натомість інший перетворювач без вказаної речовини чи зі “зразковою” речовиною з наперед відомими параметрами формує опорний сигнал. Електротеплова модель каналу опорного сигналу представлена елементами I1, S1, R11, C11, R12, C12, R13, C13 (аналогічно до рис. 1), а каналу інформативного сигналу – I2, S2, R21, C21, R22, C22, R23, C23. Вихідна напруга  $V_{TH}$ , яка формується на цих елементах, є функціональним аналогом температури структури калориметричного перетворювача. Параметри імпульсного режиму перетворювача задає джерело напруги  $V_t$ .

Елементи  $R_m$  та  $C_m$  відповідають ланці  $R_m C_m$ , параметри якої, як зазначено вище (рис. 3), визначають теплові процеси фазового переходу в досліджуваній речовині. В ході перехідного процесу на цій ланці формується напруга  $V_{CM}$ , граничні значення якої, як показано далі, формують гістерезис функціональної характеристики. Враховуючи, що зміна температури в процесі фазового переходу є незначною, доцільно встановити граничне значення напруги  $V_{CM}$  в межах  $V_{CMMAX} = 0,1 \dots 1$  В. Елементи  $R_{p1}, R_{p2}, C_p$  відповідають ланці  $R_{p1} R_{p2} C_p$ , параметри якої визначають теплообмін досліджуваної речовини. Напруга  $V_{TM}$  джерела напруги  $V_t$  є функціональним аналогом температури фазового переходу.

Ключі SA, SB, SC та SD типу S(V-Swich) задають функціональну характеристику фазового переходу і разом в комбінації реалізують логічну функцію  $F_T$ . Якщо  $F_T = 0$  фазовий перехід відсутній і ланка  $R_m C_m$  від'єднана, а якщо  $F_T = 1$ , фазовий перехід існує і ланка  $R_m C_m$  приєднана. Таку логічну функцію можна подати псевдокодом:

$$\begin{aligned}
 & \text{if } V_{TH} < V_{TM} \ \& \ V_{CM} < 0 \ \text{then } F_T = 0 \\
 & \text{if } V_{TH} < V_{TM} \ \& \ V_{CM} > 0 \ \text{then } F_T = 1 \\
 & \text{if } V_{TH} \geq V_{TM} \ \& \ V_{CM} < V_{CMMAX} \ \text{then } F_T = 1 \\
 & \text{if } V_{TH} \geq V_{TM} \ \& \ V_{CM} \geq V_{CMMAX} \ \text{then } F_T = 0.
 \end{aligned}$$

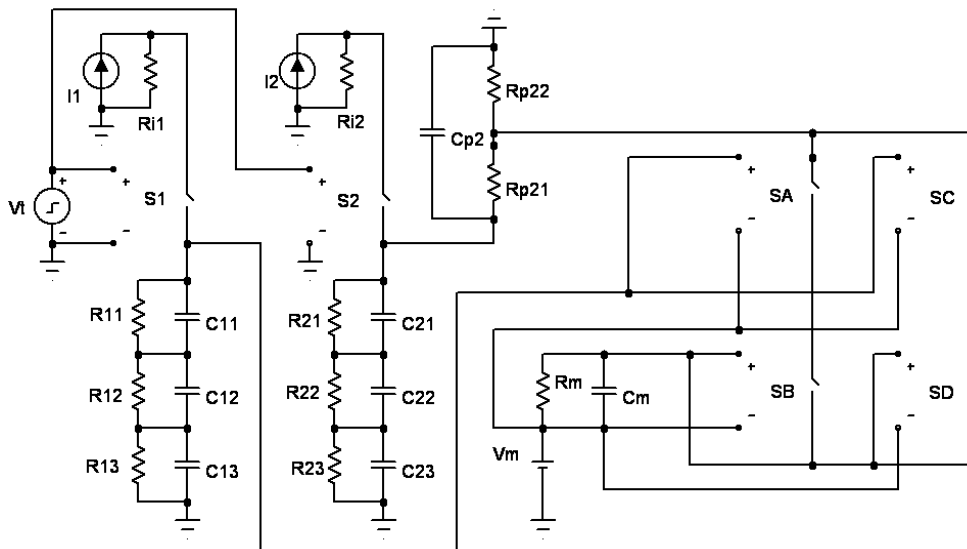


Рис. 7. Схема заміщення SPICE моделі диференціального калориметричного перетворювача

### Приклади результатів модельних досліджень

Розглянемо два характерні приклади використання вищезгаданих підходів електротеплової аналогії та відповідної SPICE моделі в задачах параметричного аналізу калориметричних сенсорів.

Перший приклад представляє результат параметричного аналізу з програмованою швидкістю нагрівання. В такій методиці дослідження вимірювальне коло калориметра охоплено зворотним зв'язком, що, змінюючи теплову потужність, яка виділяється в структурі перетворювача, забезпечує задану швидкість зміни температури. Для проведення модельних досліджень створюють гібридну SPICE модель, яка доповнює подані на рис. 2 та 3 електротеплові моделі вузлом керування з колом зворотного зв'язку.

Приклад такої гібридної моделі наведено на рис. 8. Температурний режим роботи калориметра, зокрема швидкість наростання температури, задається програмованим джерелом напруги VG. За фіксованої швидкості наростання температури  $dV_R(t)/dt = \text{const}$ . Вузол керування реалізовано на операційному підсилювачі OA та силовому каскаді PU, який формує струм нагрівання структури калориметра. Остання, аналогічно до рис. 2, а, представлена двополюсником  $CCS_R$ . Якщо перетворювач калориметра реалізовано на транзисторі, за допомогою якого проводять кероване нагрівання та вимірювання температури, використовують електротеплову модель триполюсника (рис. 2, в).

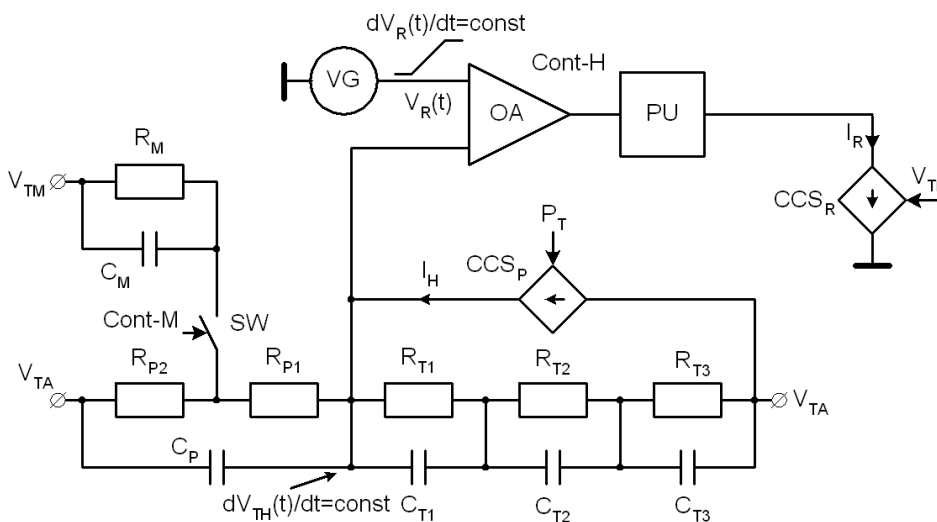


Рис. 8. Гібридна SPICE модель калориметричного перетворювача

Приклади результатів модельних досліджень перехідних характеристик з програмованою швидкістю нагрівання наведено на рис. 9. Бачимо, що в ході нагрівання після досягнення температури фазового переходу досліджуваної речовини спостерігається пікове зростання струму  $I$ . Після завершення такого переходу швидкість наростання струму повертається до попереднього значення. Криві 1, 2, 3 відображають варіанти з різними параметрами досліджуваної речовини, зокрема, теплою плавлення.

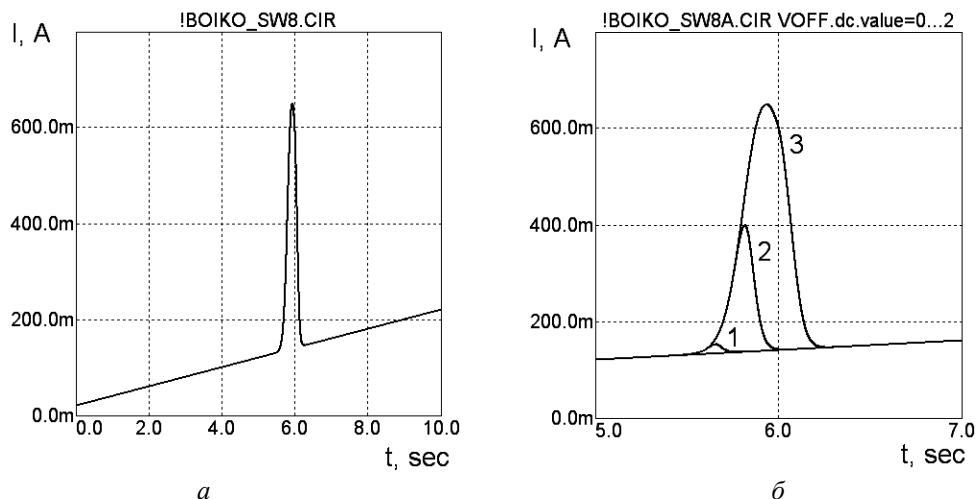


Рис. 9. Приклади перехідних характеристик з програмованою швидкістю нагрівання

Другий приклад представляє модельні дослідження калориметра в режимі імпульсної модуляції теплового потоку чи температури. Такий режим реалізується, зокрема, у методиці StepScan DSC MTDSC (Modulated Temperature Differential Scanning Calorimetry) диференціальних сканувальних калориметрів компанії PerkinElmer [6]. Отримані результати (рис. 10) демонструють перехідні процеси під час імпульсного нагрівання та інтенсивного відведення теплової потужності в околі точки фазового переходу.

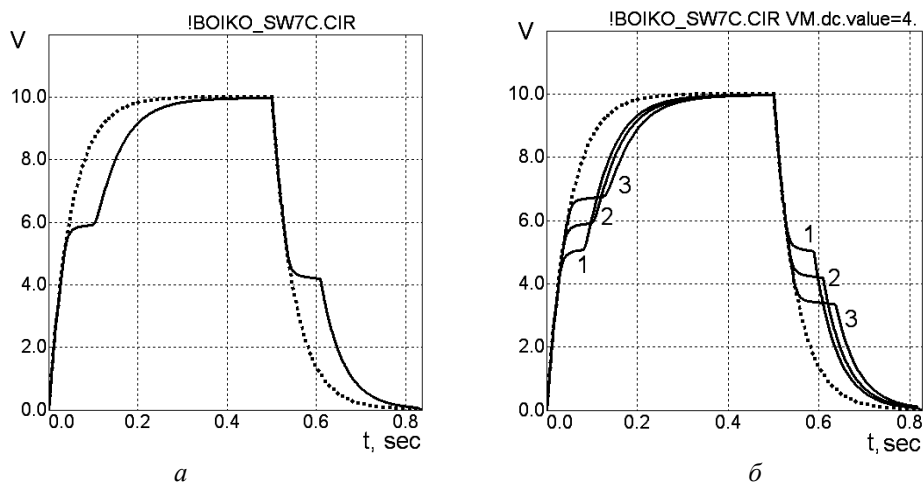


Рис. 10. Приклади перехідних характеристик за імпульсної модуляції теплового потоку

Загалом модельні дослідження, приклади яких наведено вище, дають змогу підвищити ефективність розроблення калориметричних перетворювачів, оптимізації їх структур та методик дослідження. Особливо це актуально в процесі розроблення мікро- та нанокалориметрів, зокрема з використанням MEMEs технологій, та інтегрування функцій керованого нагрівання – вимірювання температур на основі транзисторних структур.

## Висновки

SPICE модель калориметричного перетворювача у вигляді схеми заміщення ґрунтується на концепції електротеплової аналогії. Концепція полягає в заміщенні теплових характеристик на їх електричні аналоги: різниця температур  $\Delta T(t)$  заміщається різницею напруг  $\Delta V(t)$ , тепловий потік  $\Phi_T$  чи потужність  $P_T$  заміщаються електричним струмом  $I_T$ , а тепловий опір  $R_\theta$  та теплоємність  $C_\theta$  – еквівалентними їм електричним опором  $R_T$  та ємністю  $C_T$  конденсатора. Модель реалізована на RC ланках, керованих джерелами струму та керованих ключах типу S(V-Swich). Розглянуто особливості модельних досліджень елементів (двополюсників та триполюсників) із саморозігріванням. Використовуючи запропоновану SPICE модель, демонструють типові приклади калориметричних досліджень – перехідні характеристики з програмованою швидкістю нагрівання та імпульсною модуляцією теплового потоку.

1. Brown M. E. *Introduction to Thermal Analysis. Techniques and Applications.* [Text] / M. E. Brown. – Kluwer., 2001. – 310 p. 2. A.W. van Herwaarden. *Overview of calorimeter chips for various applications* [Text] / A.W. van Herwaarden // - *Thermochimica acta.* – 2005. – N. 432. – P. 192 – 201. 3. Youssef S., Podlecki J., Asmar R. *MEMS scanning calorimeter with serpentine-shaped platinum resistors for characterizations of microsamples* [Text] / S. Youssef, J. Podlecki, R. Asmar // *Journal of Microelectromechanical Systems.* – 2009. – № 18. – P. 414–423. 4. Анатычук Л. И., Лусме О. Я. *Микрокалориметрия* [Текст] / Л. И. Анатычук, О. Я. Лусме – Л.: Вища школа, 1981. – 160 с. 5. Kunal Lulla. *Highly sensitive nanocalorimeter* [Електронний ресурс] / *The laureates of nanoART 2013. Fondation Nanosciences.* – Режим доступу: <http://www.fondation-nanosciences.fr/RTRA/en/659/2013-nanoart-laureates.html>. 6. Cassel B. *Differential Scanning Calorimetry. Modulated Temperature DSC and the DSC 8500: A Step Up in Performance* [Електронний ресурс] / B. Cassel, R. Packer // *Technical Note.* – 2010. – 6 p. – Режим доступу: [www.perkinelmer.com](http://www.perkinelmer.com) 7. Програма теплового розрахунку SEMISEL. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.tsdrive.com.ua>. 8. Lerchner J. *Accuracy in integrated circuit (IC) calorimeters* [Text] / J. Lerchner, G. Wolf, C. Auguet, V. Torra // *Thermochimica Acta.* – № 382. – 2002. – P.65–76. 9. Помонов Ю. *Тепловое моделирование* [Текст] / Ю. Помонов // *EDA Expert.* – 2002. – № 10. – С. 60–62. 10. Кондратьев В. *Методы теплового расчета микросхем и дискретных устройств силовой электроники* [Текст] / В. Кондратьев // *Электронные компоненты.* – 2010. – № 1. – С.14–17. 11. Mohammadi F. A., Attar S. *Development of an electrothermal simulation tool for integrated circuits: Application to a two-transistor circuit* [Text] / F. A. Mohammadi, S. Attar // *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering.* – 2008. – Vol. 33. Issue: 3/4. – P. 191–200. 12. Priyadarshi S., Harris T. R., Melamed S. *Dynamic electrothermal simulation of three-dimensional integrated circuits using standard cell macromodels* [Text] / S. Priyadarshi, T. R. Harris, S. Melamed // *IET Circuits, Devices & Systems.* – 2012. – Vol. 6. Issue 1. – P. 35–44. 13. *Мікроелектронні сигнальні перетворювачі теплових сенсорів потоку: монографія* [Текст] / З. Ю. Готра, С. В. Павлов, Р. Л. Голяка та ін. – Вінниця: ВНТУ, 2012. – 240 с. 14. Готра З. Ю. *Принципи електротеплового моделювання електронних схем з динамічним саморозігрівом елементів* [Текст] / З. Ю. Готра, Р. Л. Голяка, С. В. Павлов, С. С. Куленко // *Електроніка. Вісник Національного університету „Львівська політехніка”.* – 2009. – № 646. – С. 57–65. 15. MICRO-CAP. *Electronic Circuit Analysis Program. Spectrum Software.* – 2014. – 8 p. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.spectrum-soft.com>

## DEVELOPMENT OF IN-SITU CALIBRATION METHOD'S ALGORITHM FOR THERMAL IMAGER

© Dzikovska Yu., Hots N., 2015

**The effect of impact factors on the output signal of the radiation receiver is analyzed. Necessity to do additional in-situ calibration of thermal imager by using the standard extended area grey emitter is justified. In-situ calibration method's algorithm for thermal imager is developed. It helps to eliminate the effect of impact factors on the measurement results of temperature gradient. The requirements to the standard extended area emitter are formulated.**

**Key words: thermal imager, standard extended area grey emitter, calibration's method, impact factors, method's error**

### Introduction

Thermal imaging research is one of the major and promising areas of development of thermal control [1]. Thermal imaging systems in industry and medicine play an important role as an effective means of obtaining of distance information about the thermal state of research objects. Processing and analysis of the object's thermal image (thermogram) provide the ability to diagnosing the state and the functioning of the object and spatio-temporal distribution of surface temperature informs about its external and internal structure, hidden defects and their location [2]. As a result, all collected data are output information for preventive measures, repair or appointment of the treatment or it is an incentive for the purpose of clarifying these researches.

Clearly, in this case the issue of ensuring the accuracy and reproducibility of the results of thermal imaging measurement of temperature and temperature gradient of objects appears particularly acute. Therefore, as a result of research of Ukrainian normative and technical documents about the measurements of temperature distribution of thermal field of objects in industry and medicine (Table), we defined their outdated, coverage only certain areas, the lack of integrated implementation of measurements, defect of the questions about the reduction of method's errors and a lack of methods of measurement results processing using the concept of uncertainty. Thus, taking this into account, it is important to develop appropriate methods of thermovision measurement and thermal imaging analysis of the results based on justification of significant influence of impact factors in the working conditions and the necessity for additional in-situ calibration.

The ensuring of the measurements accuracy is legally substantiated guaranteed by the technical documentation that came with the imager, where indicated possible deviations between the true and received meaning of the researched value. Thus, the analyzing of the most common in use devices of thermal imaging technology helps us to found that manufacturers indicate such magnitude error:  $\pm(2\div5) \%$  or  $\pm(2\div5) \text{ }^\circ\text{C}$ , depending on what is more [3]. But we should not forget that it is actually mentioned temperature sensitivity or basic error of temperature measurement, corresponding known as an instrumental error. Thus, the values of subjective and method's errors are leveled that makes the significant adjustments in the value of research results.

In addition, only thermal imaging equipment, that as a result of calibration is fitted, can be used in research. Herewith, the calibration in the calibration laboratories (CL) occurs under the normal conditions that provided by GOST (State Standard) 8.395-80, and also it should be taken into account the requirements of the maintenance document of a particular type of the thermal imager. Thus, the imager calibration function is deliberately programmed with these conditions.

**Ukrainian normative maintenance for measuring  
of the temperature distribution of thermal field of research objects**

№	Document's title
ГОСТ 8.558-2009	Государственная система обеспечения единства измерений. Государственная поверочная схема для средств измерений температуры
ГОСТ 23483-79	Контроль неразрушающий. Методы теплового вида. Общие требования
ГОСТ 25314-82	Контроль неразрушающий тепловой. Термины и определения (втратив чинність в РФ у 01.01.2011 у зв'язку з введенням сучаснішого ГОСТ Р 53698-2009 "Контроль неразрушающий. Методы тепловые. Термины и определения")
ДСТУ 4017-2001	Метрологія. Шкали температурні (ГОСТ 8.157-2001, IDT)
ДСТУ 3518-97	Термометрія. Терміни та визначення
ДСТУ 3194-2005	Державна повірочна схема для засобів вимірювання температури. Безконтактні вимірювання температури
ДСТУ 2958-94	Приймачі інфрачервоного випромінення. Терміни та визначення
ДСТУ 2820-94	Тепловізійні системи. Терміни та визначення
ДСТУ 3170-95 (ГОСТ 28243-96)	Пирометры. Общие технические требования (питання інструментальної похибки вимірювання тепловізора)
ДСТУ Б EN 13187:2011	Теплові характеристики будівель. Якісне виявлення теплових відмов у огорожувальних конструкціях. Інфрачервоний метод (ІЕН 13187:1998, IDT; замість ГОСТ 26629-85 "Здания и сооружения. Метод теплового контроля качества теплоизоляции ограждающих конструкций")
МПУ 219/06-2008	Інструкція. Метрологія. Тепловізори. Методика повірки
МБУ 048/06-2012	Метрологія. Опір теплопередаванню крізь огорожувальні конструкції будівель та споруд різного призначення. Методика виконання вимірювань комбінованим тепловізійно-теплометричним методом
МДУ 026/06-2008	Метрологія. Тепловізори. Типова програма та методика державної метрологічної атестації
Наказ МОЗ від 28 листопада 1997 р. № 340	Про удосконалення організації служби променевої діагностики та променевої терапії (а саме: Положення про кабінет клінічної термографії та Рекомендовані розрахункові норми часу на проведення термографічних досліджень)

As a result, the deviation, as the result of the differences between these and working conditions, is appeared, that is why indication of the thermal imager, calibrated using extended area emitter (model of Blackbody Radiation Sources) in normal conditions, when it used to measure the temperature of the object in working conditions, will vary. It determines the error of temperature measurement for radiation under operating conditions [3].

To resolve these discrepancies the algorithm of the additional in-situ calibration of the thermal imager is offered. It allows the determining of amount of the influence of the impact factors for their following usage in thermal imager calibration function. In fact, it is the algorithm of preparation for measurement provided by RMG (Recommendations on Interstate Standardization) 29-99 (according to international recommendations on interstate standardization) as a step of the methods of temperature distribution measurement of the research object. Also, as a result of the theoretical research, the requirements to the standard extended area radiator are formulated (it will ensure the successful implementation of additional calibration algorithm).

#### **Description of algorithm**

The values of the metrological characteristics of the thermal imager are installed during calibration. The best should be considered such calibration, in which the basic measurements conditions are simulated, including simulation of the properties of the research object. However, the reproduction of real measurements is rather costly process, moreover, it is not always technically possible. The difficulty of the reproduction of real measurement conditions is caused by the fact that often the emissivity of the research object is unknown.

In developing of the additional calibration methods of thermal imager it is expedient guided by formulas 1 and 2 of output signal of the radiation receiver in normal operating conditions.

$$S_H(I, T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R(I, T) \cdot t_{\text{ПЧВ}}(I, T) \left[ e_{EB}(I, T) \cdot C_1 I^{-5} \left( e^{\frac{C_2}{IT_{EB}}} - 1 \right)^{-1} + (1 - e_{EB}(I, T)) \Phi(I, T_{\Phi_{BHВ}}) \right] dI ; \quad (1)$$

$$S_P(I, T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R(I, T) \cdot t_{\text{ПЧВ}}(I, T) \left[ e_{OB}(I, T) \cdot C_1 I^{-5} \left( e^{\frac{C_2}{IT_{OB}}} - 1 \right)^{-1} + (1 - e_{OB}(I, T)) \Phi(I, T_{\Phi_{BPВ}}) \right] dI ; \quad (2)$$

where  $t_{\text{ПЧВ}}(I, T)$  – transmission coefficient of intermediate environment in normal (working) conditions;  $e_{E(O)B}(I, T)$  – coefficient of emissivity of standard extended area emitter (of research object);  $\Phi(I, T_{\Phi_{BH(P)В}})$  – the flow of background radiation of surrounding objects in normal (working) conditions;  $\lambda_1 \div \lambda_2$  – working spectral band of optical-reception system of thermal imager;  $C_1$  and  $C_2$  – constants.

Clearly, there are different of basic settings of function that gives deviation. It should be remembered that the flux of background radiation in normal conditions is actually missed out since the emissivity coefficient of extended area emitter is taken like 1.

The first stage of the developed algorithm includes the definition of the parameters that can be found using the extended area emitter, that are the transmittance of intermediate environment and background radiation in working conditions.

As we use a standard extended area radiator, we advance know the values of its emissivity coefficient and temperature. Accordingly, the value of background radiation and the transmittance coefficient of the intermediate environment can be determined by measuring of the radiation flux in measurements at two spectrums, when one of them is inside the other. It means that measurement will be conducted on the basis of the principle called “window in the window” of the specific range that is presented on Fig. 1 for radiation energy  $W$ . This can be achieved (if this feature is not provided by imager structure) through the use of bandpass filters. It should be remembered that the signal value should fluctuate enough that the search of the individual parameters is occurred at least at the level of a unit of measurement.

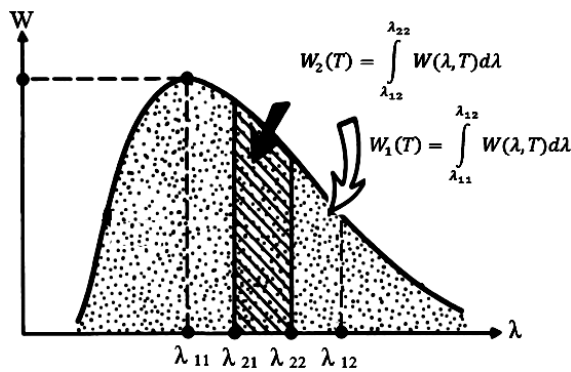


Fig 1. Range division by the principle called "window in the window" on example of Planck law

As the result we get system of two equations with two unknowns. In this case, we consider that environmental conditions remain the same size for fixing the second flux of radiation.

Thus, we need to do the following steps:

1. Standard extended area emitter is heated to a temperature that is as close to the potential temperature of the research object.
2. The imager output signal for the extended area emitter in a wider spectrum is determined  $\lambda_{11}:\lambda_{21}$ .
3. The imager output signal for the extended area emitter in a narrower spectrum is determined  $\lambda_{12}:\lambda_{22}$ .
4. The system of equations with two unknowns

is made up and solved.

$$\begin{cases} S_1(I, T) = \int_{\lambda_{11}}^{\lambda_{21}} R(I, T) \cdot t_{\text{ПЧВ}}(I, T) \left[ e_{EB}(I, T) \cdot C_1 I^{-5} \left( e^{\frac{C_2}{IT_{EB}}} - 1 \right)^{-1} + (1 - e_{EB}(I, T)) F(I, T_{\Phi_{BHВ}}) \right] dI \\ S_2(I, T) = \int_{\lambda_{12}}^{\lambda_{22}} R(I, T) \cdot t_{\text{ПЧВ}}(I, T) \left[ e_{EB}(I, T) \cdot C_1 I^{-5} \left( e^{\frac{C_2}{IT_{EB}}} - 1 \right)^{-1} + (1 - e_{EB}(I, T)) F(I, T_{\Phi_{BHВ}}) \right] dI \end{cases}$$



5.  $t_{ICPV}(I, T)$  and  $\Phi(I, T_{\Phi BPV})$  are gotten. These values are typical for given conditions of research and are considered unchanged during the period of further measurements.

So these values of transmittance coefficient of intermediate environment and background radiation can be made as a amendment during the measurement of the object's temperature distribution.

Unknowns in the working conditions still are temperature and radiation coefficient of the research object. In this case, it will be reasonable to carry out the measurement on a similar principle. When we solve this system, we obtain the coefficient of radiation and the temperature of the object in these conditions.

So, we need to do the following steps:

1. The output signal for the research object is determined in the spectrum  $\lambda_{11}:\lambda_{21}$ .
2. The output signal for the research object is determined in the spectrum  $\lambda_{12}:\lambda_{22}$ .
3. The system of equations with two unknowns is made up and solved.

$$\begin{cases} S_1(I, T) = \int_{I_{11}}^{I_{21}} R(I, T) \cdot t_{ICPV}(I, T) \left[ e_{OB}(I, T) \cdot C_1 I^{-5} \left( e^{\frac{C_2}{IT_{OB}}} - 1 \right)^{-1} + (1 - e_{OB}(I, T)) F(I, T_{\Phi BPV}) \right] dI \\ S_2(I, T) = \int_{I_{12}}^{I_{22}} R(I, T) \cdot t_{ICPV}(I, T) \left[ e_{OB}(I, T) \cdot C_1 I^{-5} \left( e^{\frac{C_2}{IT_{OB}}} - 1 \right)^{-1} + (1 - e_{OB}(I, T)) F(I, T_{\Phi BPV}) \right] dI \end{cases}$$

4.  $T_{OB}$  and  $e_{OB}(I, T)$  are gotten.

General view of the algorithm is represented in Fig. 2.

The use of observations that are made using the principal called “window in window”, i.e. simultaneous observation of individual images of the research object in different bands, will give as much information about the object against a background of environment that will reduce ambiguity in its interpretation, and the research of the function of the distribution of radiation coefficient and reflection coefficient in narrow spectrum bands will provide the information about the chemical, physical and biological state of the research object [4]. Thus, it expands the possibilities of thermal imaging researches in general.

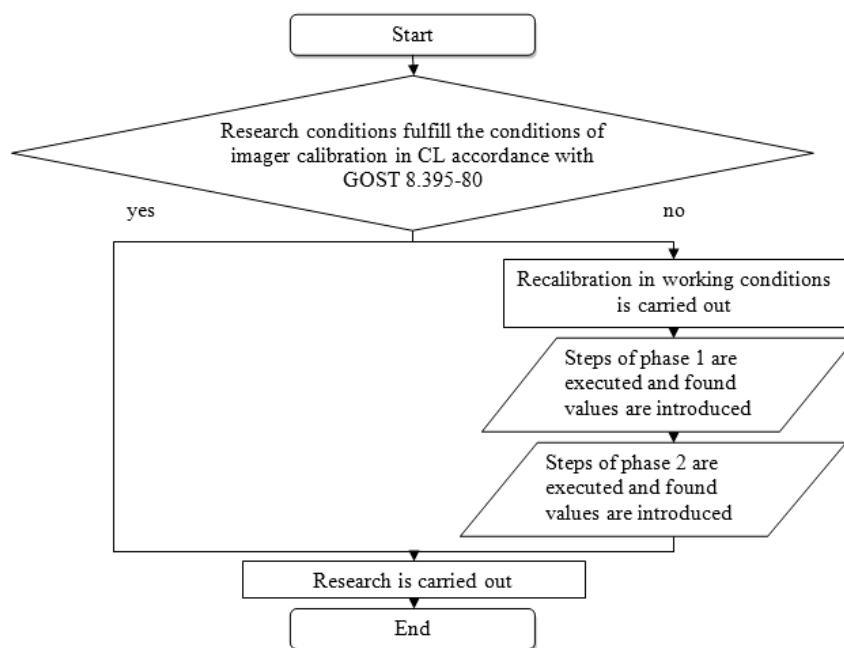


Fig. 2. Method's algorithm of additional in-situ calibration of thermal imager in the research

### Theoretical researches

As for calibration of thermal imagers in calibration laboratories it is used the emitters as a model of extended area blackbody radiation, which coefficient varies between 0,94-0,98, and their price is too large for their successful and available using in operating conditions, we offer to apply extended area emitter with a lower emissivity coefficient [3].

We know that in order to reduce the influence of the temperature difference between the standard and the research object, calibration can be performed by using variable-temperature radiator, but in this case there is an additional error as a result of differences between the emissivity of the object and source of calibration both the absolute value and the spectrum. But if we take in account that the thermal imager has many spectrums and channels, we can estimate the possible measurement error of surface radiation temperature of research object. In this situation we can make calibration by using the constant-temperature emitter. Experimental researches confirm that this error in the range of 2–14 microns and temperature range of 273–800 K does not exceed 3–5% [5]. That is why the focus in the formation of requirements for the model of extended area emitter to determine the values of impact factors in working conditions is done on these two extreme points. In addition, we know that the value of radiation flux can be changed both by changes of temperature, and by the selection of material and characteristics of radiation surface. The choice of material can provide a significant change in the body radiation flux for several stable temperatures. The cheapest material for the manufacture of a standard radiator is steel, the processing techniques of which can be varied (from grinding to minimize emissivity ability to uneven application of the coating to maximize the emissivity of surface).

### Results of research

Thus, the following requirements for extended area radiation source is formulated:

- 1) it is a gray body – a body, for which the absorption coefficient is independent of wavelength:  $\alpha = \text{const} < 1$ ;
- 2) optimal coverage material in terms of ease of processing and cost is steel;
- 3) the operation temperature range varies between 273–800 K.

### Conclusions

Calibration of thermal imager allows the researcher to be confident in the measurement results, such as values of temperature and temperature gradient, that are submitted on thermogram [6].

The article includes the analysis of the use of thermal imagers in working conditions, including the justification of the need for additional in-situ calibration immediately before use. It will help to take into account the impact of working conditions that are different from normal conditions, which are provided in calibration laboratories.

In this paper the calibration method's algorithm of thermal imager in working conditions is developed. Therefore the effect of impact factors on the result of measurement of temperature and temperature gradient of object surface can be considered. These factors include the emissivity of object's surface, transmittance of intermediate environment and the reflection of background radiation of the surrounding objects. The use for the calibration of thermal imager in the working conditions of the standard extended area emitter, which is a gray body, is justified.

The application of this method in real conditions will increase the accuracy of practical measurements, as will provide a significant reduction of method's component of error by taking into account the action effect of object's radiative properties, transmittance of intermediate environment and background radiation on the measurement result.

1. Основы тепловидения / В. В. Коротаев, Г. С. Мельников, С. В. Михеев [и др.]. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 122 с. 2. Грабко В. В. Математическая модель для диагностирования состояния изоляции работающей мощной электрической машины по ее тепловому портрету / В. В. Грабко, В. В. Грабко // Наукові праці ВНТУ. – 2008. – № 1 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://praci.vntu.edu.ua/article/download/1316/763>. – Назва з екрана. 3. Гоц Н. Є. Дослідження особливостей застосування тепловізорів у промислових умовах / Н. Є. Гоц, Ю. М. Дзіковська // Український метрологічний журнал. – 2015. – № 1. – С. 26–31. 4. Боженко В. І. Удосконалення методів та засобів формування зображення тепловізійною системою [Текст]: автореф. дис. на здоб. наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.12.17 “Радіотехнічні та телевізійні системи” / Боженко В. І.; Нац. ун-т “Львівська політехніка”. – Л., 2011. – 20 с. 5. Сильд Ю. А. Разработка системы метрологического обеспечения измерительных тепловизионных приборов / Ю. А. Сильд, М. А. Иванова, В. А. Никоненко // Измерительная техника. – 2004. – № 4. – С. 48–51. 6. Ochs M. A novel calibration method for an infrared thermography system applied to heat transfer experiments / M. Ochs, T. Horbach, A. Schulz, R. Koch, H.-J. Bauer // Measurement Science and Technology. – 2009. – Vol. 20. – P. 1–9.

## ОСОБЛИВОСТІ РУБРИКАЦІЇ ТЕКСТОВОГО КОМЕРЦІЙНОГО КОНТЕНТУ

© Висоцька В., 2015

**Розглянуто застосування породжувальних граматик у лінгвістичному моделюванні. Опис моделювання синтаксису речення застосовують для автоматизації процесів аналізу та синтезу природномовних текстів.**

**Ключові слова:** породжувальні граматика, структурна схема речення, інформаційна лінгвістична система, інформаційні ресурси, комерційний контент, контент-аналіз, контент-моніторинг, контентний пошук, система електронної контент-комерції.

**This paper presents the generative grammar application in linguistic modelling. Description of syntax sentence modelling is applied to automate the processes of analysis and synthesis of texts in natural language.**

**Key words:** generative grammar, structured scheme sentences, information linguistic system, generative grammar, structured scheme sentences, information linguistic system, information resources, commercial content, content analysis, content monitoring, content search, electronic content of commerce system.

### Вступ. Загальна постановка проблеми

Необхідність реалізації процесів аналізу та синтезу природномовних текстів зумовила появу відповідних лінгвістичних моделей процесів їх опрацювання. Виникла потреба в розвитку багатьох мовознавчих дисциплін для потреб інформаційних наук, у розробленні автоматизованих систем опрацювання багатомовної інформації [1–9].

Лінгвістичний аналіз природномовних текстів складається з декількох послідовних процесів – графемного, морфологічного, синтаксичного та семантичного аналізу. Для моделювання на синтаксичному рівні мови застосовують формалізм породжувальних граматик, що запропонував Н. Хомські. Формальний аналіз граматичної структури фраз дає змогу виділити синтаксичні структури (складові), що є основною схемою фрази, незалежно від її значення. Напрацювання Н. Хомські та А. В. Гладкого застосовні до розроблення таких засобів опрацювання природної мови, як інформаційно-пошукові системи, системи машинного перекладу, анотування текстів, морфологічний, синтаксичний та семантичний аналіз текстів, навчально-дидактичні системи, до лінгвістичного забезпечення спеціалізованих програмних систем тощо.

У статті наведено способи застосування апарату породжувальних граматик до моделювання синтаксису речень для різних мов – англійської, німецької та української. Для цього виконано розбір синтаксичної структури речень, продемонстровано особливості процесу синтезу речень зазначених мов. Розглянуто вплив норм та правил мови на хід побудови граматик. Додатково було наведено приклад застосування граматики для ілюстрації породження речення зі схемою елементарної іменної групи відповідного типу. Також подано список прикметників, забезпечених індексами класу.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Аналіз процесу опрацювання Web-ресурсу дає змогу зменшити витрати на формування, публікацію, зберігання, управління, супровід і донесення готового актуального та релевантного комерційного контенту постійному користувачеві. Публікація комерційного контенту на Web-ресурсах надає додаткові можливості всім авторам релевантного контенту, який актуальний для

вужького кола цільової аудиторії, але який не публікують через збитковість традиційні видавництва. Автори контенту мають змогу публікуватися самостійно, формуючи тексти в редакторах і розміщуючи їх на Web-ресурсах для поширення з урахуванням авторського права. Відомим методом аналізу змісту текстової інформації (коментарів, форумів, е-листування, статей тощо) є *контент-аналіз*. Поняття контент-аналізу не має однозначного визначення [1], тому ІС, побудовані на основі різних підходів, несумісні. Застосування контент-аналізу тексту в СЕKK дає переваги для спрощення ведення е-бізнесу та вирішує низку проблем учасників бізнес-процесів. Зростання темпів виробництва контенту призводить до зниження загального рівня інформованості потенційного користувача, у контенті з'являється інформаційний шум, підвищується нерелевантність контенту, відбувається його дублювання, ускладнюється процес пошуку в разі відбору контенту з різних джерел інформації. Для узагальнення великих динамічних потоків контенту запропоновано метод контент-моніторингу. Вхідною інформацією для контент-моніторингу є текст природною мовою як послідовність символів, вихідна інформація – це таблиці розділів, речень і лексем аналізованого тексту. Контент-моніторинг є програмним засобом автоматизації знаходження найважливіших складових у потоках контенту. Складовою контент-моніторингу є контент-аналіз тексту, призначений для пошуку контенту в масиві даних за змістовими лінгвістичними одиницями. Застосування контент-аналізу для моніторингу інтернет-джерел даних дає змогу автоматизувати процес виявлення найважливіших складових у потоках контенту під час відбору даних з цих джерел. Це усуває дублювання контенту, інформаційний шум, паразитичний контент, надмірність результатів пошуку тощо.

#### **Аналіз отриманих наукових результатів**

Аналіз лексико-граматичної та семантико-прагматичної побудови тексту використовують для автоматичної рубрикації контенту та формування дайджестів, що приводить до формування тематично підібраних масивів контенту (таблиця) [1–9].

#### **Основні етапи рубрикації комерційного контенту**

Назва	Призначення етапу
Підготовка	Визначення тематики/мети/об'єкта аналізу, хронологічні та географічні межі, принципи відбору.
Збір даних	Формування класифікатора відбору ключових цитат та інструкції для кодувальника.
Формальний аналіз	Перетворення фрагментів тексту без аналізу його змісту. Морфологічні дані забезпечують доступ до змісту, опосередкованого через співвідношення одиниць змісту з одиницями виразу.
Змістовий аналіз	Аналіз елементів і логіко-семантичних відношень між ними для подання семантики контенту.
Синтаксичний аналіз	Автоматично за наявності лексико-граматичних та граматичних даних до кожного слова синтаксично прив'язують словоформи у реченні.
Морфемний аналіз	Сегментування тексту, де виділення префіксів можливе без знання частин мови, а суфіксів – ні: потрібні різні їх набори та процедури відсікання суфіксів для кожної частини мови окремо.
Класифікація	Автоматичне опрацювання фрагментів текстового контенту для розпізнавання змісту.
Кодування	Кодування фрагментів текстового контенту.
Архівація	Збереження фрагментів текстового контенту в базі даних.

Формалізм породжувальних граматик у ході процесу контент-моніторингу реалізує роботу з текстом як набором лінійно впорядкованих слів, словосполучень і речень. У разі використання варіації статистичних методів аналізу ігнорують лінгвістичну взаємопов'язаність і нелінійність природної мови. Цей етап дає змогу привести до єдиного вигляду досліджуваний контент під час заповнення шаблону для полегшення подальшої роботи з ним.

Оператор рубрикації  $\alpha_5$  комерційного контенту є відображенням контенту  $C_3$  в новий стан  $C_4$  через його валідацію, який відрізняється від попереднього стану його приналежністю до множини тематичного контенту  $\alpha_5 : (C_3, U_{CT}, T) \rightarrow C_4$ . За змістовий аналіз контенту відповідає процес видобування граматичних даних зі слова за допомогою графемного аналізу та корегування результатів морфологічного аналізу через аналіз граматичного контексту лінгвістичних одиниць (алг. 1).

#### Алгоритм 1. Рубрикація текстового комерційного контенту

**Етап 1.** Поділ комерційного контенту  $C_3$  на блоки.

*Крок 1.* Подання на вхід блока побудови дерева блока комерційного контенту  $C_3$ .

*Крок 2.* Створення нового блока в таблиці блоків.

*Крок 3.* Накопичення символів до символу нового рядка.

*Крок 4.* Перевірка на наявність крапки перед символом нового рядка. Якщо є, то перехід до кроку 5, якщо ні, то збереження послідовності у таблиці, розбір нового блока контенту  $C_3$  та перехід до кроку 3.

*Крок 5.* Перевірка наявності кінця тексту для контенту  $C_3$ . Якщо кінець тексту, то перехід до кроку 6, якщо ні, то зберігається накопичена послідовність у таблицю, розбір нового блока контенту  $C_3$  та перехід до кроку 2.

*Крок 6.* Отримання на виході дерева блоків контенту  $C_3$  у вигляді таблиці  $U_{CT}^B \in U_{CT}$ .

**Етап 2.** Поділ блока на речення зі збереженням структури контенту  $C_3$ .

*Крок 1.* На вхід подається таблиця блоків  $U_{CT}^B \in U_{CT}$ . Створення таблиці речень  $U_{CT}^R \in U_{CT}$  зі зв'язком за полем Код\_розділу типу  $n$ -to-1 із таблицею блоків контенту  $C_3$ .

*Крок 2.* Створення нового речення у таблиці речень  $U_{CT}^R \in U_{CT}$ .

*Крок 3.* Накопичення символів до крапки, крапки з комою або символу нового рядка.

*Крок 4.* Перевірка на наявність скорочення. Якщо скорочення, то перехід до кроку 5, якщо ні, то збереження послідовності у таблиці  $U_{CT}^R \in U_{CT}$ , розбір нового речення та перехід до кроку 2.

*Крок 5.* Перевірка наявності кінця тексту блока для контенту  $C_3$ . Якщо кінець тексту, то перехід до кроку 6, якщо ні, то збереження послідовності у таблиці  $U_{CT}^R \in U_{CT}$ , розбір нового речення та перехід до кроку 2.

*Крок 6.* Отримують на виході дерево речень у вигляді таблиці  $U_{CT}^R \in U_{CT}$ .

*Крок 7.* Перевірка наявності кінця тексту для контенту  $C_3$ . Якщо кінець тексту, то перехід до кроку 8, якщо ні, то розбір нового блока та перехід до кроку 1.

*Крок 8.* Отримання на виході дерева речень у вигляді таблиць  $U_{CT}^L \in U_{CT}$ .

**Етап 3.** Поділ речень на лексеми із вказанням належності до речень  $U_{CT}^L \in U_{CT}$ .

*Крок 1.* Формування на основі таблиці речень таблиці лексем  $U_{CT}^L \in U_{CT}$  із полями Код\_лексеми (унікальний ідентифікатор), Код\_речення (число, що дорівнює коду речення з лексемою), Номер\_лексеми (число, що дорівнює номеру лексеми в реченні), Текст (текст лексеми).

*Крок 2.* Подання на вхід для розбору на лексеми речення з таблиці речень  $U_{CT}^L \in U_{CT}$ .

*Крок 3.* Створення нової лексеми в таблиці лексем  $U_{CT}^L \in U_{CT}$ .

*Крок 4.* Накопичення символів до крапки, пропусків або кінця речення та збереження в таблиці лексем.

*Крок 5.* Перевірка кінця речення. Якщо так, то перехід до кроку 6, якщо ні, то збереження накопиченої послідовності у таблицю  $U_{CT}^L \in U_{CT}$ , розбір нової лексеми та перехід до кроку 3.

*Крок 6.* Проведення синтаксичного аналізу на підставі вихідних даних (алг. 2).

*Крок 7.* Проведення морфологічного аналізу на основі даних, одержаних на виході.

**Етап 4.** Визначення тематики комерційного контенту  $U_{CT}^T \in U_{CT}$ .

*Крок 1.* Побудова ієрархічної структури властивостей  $U_{CT}^T \in U_{CT}$  кожної лексичної одиниці тексту, що містить граматичну та семантичну інформацію.

*Крок 2.* Формування лексикону з ієрархічною організацією типів властивостей, де кожен тип-нащадок успадковує і перевизначає властивості предка.

*Крок 3.* Уніфікація – базовий механізм побудови синтаксичної структури.

*Крок 4.* Визначення ключових слів *KeyWords* комерційного контенту  $C_4 = \alpha_5(\alpha_4(C_2, U_K), U_{CT})$  при  $U_{CT} = \{U_{CT1}, U_{CT2}, U_{CT3}, U_{CT4}\}$ , де  $U_{CT}$  – колекція умов рубрикації,  $U_{CT1}$  – множина тематичних ключових слів зі словника,  $U_{CT2}$  – множина частот вживання ключових слів у комерційному контенті,  $U_{CT3}$  – множина залежностей вживання ключових слів різних тематик (коефіцієнти визначає модератор за належністю ключового слова до певної тематики в межах  $[0,1]$ ),  $U_{CT4}$  – множина частот вживання тематичних ключових слів у контенті (алг.2).

*Крок 5.* Визначення  $U_{Ct}^T \in U_{Ct}$  з *TKeyWords* – тематичні ключові слова в множині *KeyWords* для *Topic* – тема контенту та *Category* – категорія контенту.

*Крок 6.* Визначення *FKeyWords* – частоти вживання ключових слів та *QuantitativyTKey* – частоти вживання тематичних ключових слів у тексті комерційного контенту.

*Крок 7.* Визначення *Comparison* – порівняння появи ключових слів різних тематик. Розрахунок *CofKeyWords* – коефіцієнт тематичних ключових слів контенту, *Static* – коефіцієнт статистичної важливості термів, *Addterm* – коефіцієнт наявності додаткових термів. Порівняння множини ключових слів контенту з ключовими поняттями тем. Якщо є збіг, то перехід до кроку 9, якщо ні, то перехід до кроку 8.

*Крок 8.* Формування нової рубрики з набором ключових понять аналізованого контенту  $C_4$ .

*Крок 9.* Присвоєння визначеній рубриці аналізованого комерційного контенту  $C_4$ .

*Крок 10.* Розрахунок *Location* – коефіцієнта розташування контенту  $C_4$  в тематичній рубриці.

**Етап 4.** Заповнення бази пошукових образів для атрибутів *Topic* – тема контенту, *Category* – категорія контенту, *Location* – коефіцієнт розташування контенту в тематичній рубриці, *CofKeyWords* – коефіцієнт тематичних ключових слів у контенті, *Static* – коефіцієнт статистичної важливості термів, *Addterm* – коефіцієнт наявності додаткових термів, *TKeyWords* – тематичні ключові слова, *FKeyWords* – частота вживання ключових слів, *Comparison* – порівняння появи ключових слів різних тематик, *QuantitativyTKey* – частота вживання тематичних ключових слів у тексті комерційного контенту  $C_4$ .

Побудова тексту контенту  $C_4$  визначається темою, вираженою інформацією, умовами спілкування, завданням повідомлення та стилем викладення. Із семантичною, граматичною та композиційною структурою контенту  $C_4$  пов'язані його стильові/стилістичні характеристики, залежні від індивідуальності автора та підпорядковані тематичній/стильовій домінанті тексту. Процес рубрикації контенту  $C_4$  у вигляді діаграми варіантів подано на рис. 1.

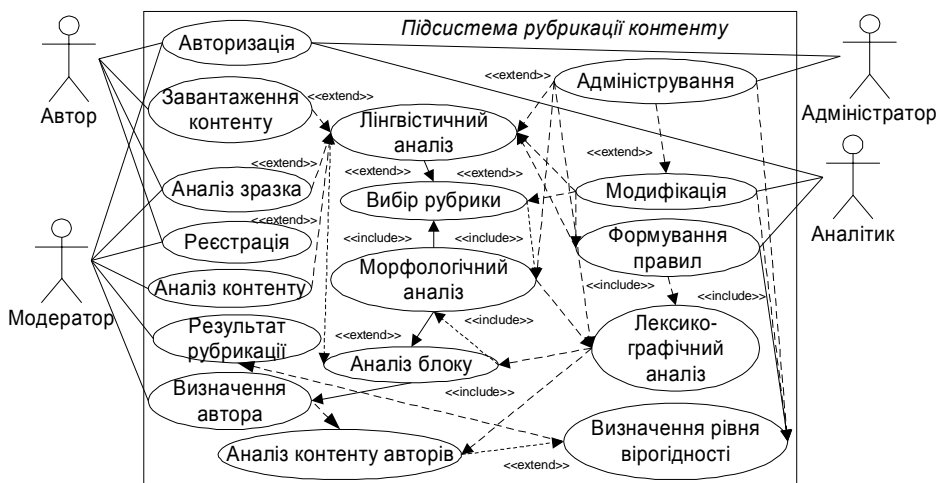


Рис. 1. Діаграма варіантів використання для процесу рубрикації контенту в СЕКК

Основні етапи визначення морфологічних ознак  $U_{CT}$  одиниць тексту  $C_4$ : визначення граматичних класів слів – частин мови і принципів їх класифікаційного виділення; виокремлення частини семантики слова як морфологічної; обґрунтування набору морфологічних категорій та їх природи; опис сукупності формальних засобів, закріплених за частинами мови та їх морфологічними категоріями. Процес рубрикації  $C_4 = \alpha_5(\alpha_4(C_2, U_K), U_{CT})$  через автоматичне індексування складових комерційного контенту  $C_3$  розділено на послідовні блоки: морфологічний аналіз, синтаксичний аналіз, семантико-синтаксичний аналіз лінгвістичних конструкцій та варіювання змістового запису текстового контенту (рис. 2).



Рис. 2. Діаграма послідовності для процесу рубрикації контенту в СЕКК

Використано такі способи вираження граматичного значення: синтетичний, аналітичний, аналітико-синтетичний та суплетивний. Граматичні значення узагальнені через однотипні характеристики та підлягають поділу на часткові значення. Для позначення класів однотипних граматичних значень використано поняття граматичної категорії. До морфологічних значень належать категорії роду, числа, відмінка, особи, часу, способу, стану, виду, об'єднані у парадигми для класифікації частин тексту. Об'єктом морфологічного аналізу є структура слова, форми словозміни, способи вираження граматичних значень. Морфологічні ознаки одиниць тексту – це інструменти дослідження зв'язку між лексикою, граматикою, використанням їх у мовленні, парадигматикою (відмінкові форми відмінюваних слів) і синтагматикою (лінійні зв'язки слів, сполучення). Реалізація автоматичного кодування слів тексту, тобто приписування їм кодів граматичних класів, пов'язана з граматичною класифікацією. Морфологічний аналіз містить такі етапи: виділення основи у словоформі; пошук основи у словнику основ; порівняння структури словоформи з даними у словниках основ, коренів, префіксів, суфіксів, флексій. У процесі аналізу ідентифікують значення слів та синтагматичних відношень між словами контенту. Інструментами

аналізу є словники основ/флексій/омонімів та статистичних/синтаксичних словосполучень, зняття лексичної омонімії, семантичний аналіз іменних безприйменникових конструкцій, таблиці семантико-синтаксичного сполучення іменників/прикметників та компонентів прийменникових конструкцій, алгоритми аналізу для визначення послідовностей перевірок і звертань до словника і таблиць; система поділу слів тексту на флексію й основу; тезаурус еквівалентностей для заміни еквівалентних слів одним/кількома номерами понять, які слугують ідентифікаторами змісту замість основ слів; тезаурус у вигляді ієрархії понять для забезпечення пошуку для цього поняття загального/асоційованого з ним поняття; система обслуговування словників. Процес індексування залежить від дескрипторного словника або інформаційно-пошукового тезауруса. Дескрипторний словник має структуру таблиці з трьома колонками: основи слів; набори дескрипторів, приписані кожній основі; граматичні ознаки дескрипторів. Індексування складається з виділення інформативних словосполучень з тексту; розшифрування абрєвіатури; заміна слів з основами-дескрипторами на код дескриптора; зняття омонімії.

**Формування дайджестів комерційного контенту.** Дайджест – це короткий зміст публікації у СЕКК, для формування якого використовують контент-аналіз з урахуванням частотних ваг слів зі сформованого словника понять. Оператор формування дайджестів комерційного контенту  $\alpha_6 : (C_4, U_D, T) \rightarrow C_5$  є відображенням комерційного контенту  $C_4$  в новий стан  $C_5$ , який відрізняється від попереднього стану появою нової частини контенту у вигляді його короткого змісту, що доповнює попередній стан. Процес формування дайджестів складається з алгоритмів формування словника понять (алг. 2) та створення дайджесту (алг. 3).

Алгоритм 2. Формування словника понять.

**Етап 1.** Формування словника понять.

*Крок 1.* Послідовне виділення всіх лінгвістичних одиниць з вхідного контенту.

*Крок 2.* Побудова алфавітно-частотного словника.

*Крок 3.* Нормалізація слів через автоматичний морфологічний аналіз.

*Крок 4.* Модифікація алфавітно-частотного словника.

*Крок 5.* Приписування словам ваги  $W$  (частоти появи).

*Крок 6.* Вилучення зі словника незначних слів ( $W \leq k$ , де  $k$  – значення порога вилучення).

**Етап 2.** Вибір тематичного словника відповідно до запиту.

**Етап 3.** Коригування алфавітно-частотного словника з урахуванням термів тематичного словника (коригування значень ваг окремих одиниць).

**Етап 4.** Вибір  $N = n$  слів із більшою вагою (вагомих) із алфавітно-частотного словника, де  $n = const$  і задається модератором.

Алгоритм 5. Створення дайджесту.

**Етап 1.** Вибір контенту з урахуванням його ваги.

*Крок 1.* Завдання розміру дайджесту  $C_4$ .

*Крок 2.* Виконання алгоритму 1.

*Крок 3.* Послідовне визначення ваги контенту як суми значень ваг окремих лінгвістичних одиниць, тобто  $W = \sum_i w_i$ .

*Крок 4.* Сортування вхідного потоку контенту за величинами ваг.

*Крок 5.* Визначення змістових дублів контенту за статистичним критерієм унікальності тексту  $U_D \geq 0,9$  (алг. 1).

*Крок 6.* Фільтрування контенту, непридатного для формування дайджестів (якщо  $W \leq l$ , де  $l$  – значення порога вилучення контенту, за допомогою правил структуризації та модерації контенту із самонавчанням) та статистично змістових дублів.

*Крок 7.* Вибір  $V = q$  контенту із більшою вагою, де  $q = const$  і задається модератором.

**Етап 2.** Побудова тексту дайджесту з відібраного контенту.

*Крок 1.* Побудова словника з відібраного контенту (алг. 3.8).



Крок 2. Застосування контент-аналізу до тексту (алг. 3.2).

Крок 3. Фільтрування речень, що не відповідають семантичним правилам структуризації та модерації контенту.

Крок 4. Автоматичне формування гіпертекстового подання дайджесту, його змісту і гіперпосилання на вихідні джерела.

**Етап 3.** Редагування сформованого тексту дайджесту  $c_{i4}$ , де  $C_5 = \{c_{i4}, C_4\}$ .

Крок 1. Перевірка обсягу  $c_{i4}$  сформованого контенту  $C_5$ . Якщо  $c_{i4} < C_4$ , то виконання кроку 2, інакше виконання етапу 4.

Крок 2. Видалення з вхідного потоку контенту  $C_4$  зі сформованим дайджестом  $c_{i4}$ .

Крок 3. Виконання етапів 1–2.

Крок 4. Дописування до сформованого дайджесту отриманого та перехід до кроку 1.

**Етап 4.** Форматування тексту дайджесту як окремих контент  $C_5$  та збереження в бази даних дайджестів із посиланням на джерело.

Процес формування дайджестів комерційного контенту  $C_5$  формує множину коротких анотацій та основних положень контенту за певний період. Це зручно для швидкого ознайомлення з основним змістом певної тематики/рубрики, дослідження та пошуку необхідного комерційного контенту.

**Процес розподілу комерційного контенту.** Процес розподілу контенту (рис. 3) реалізує розподілення навантаження між авторами/модераторами СЕКК за активного збільшення постійної аудиторії читачів та обсягу затребуваного комерційного контенту.

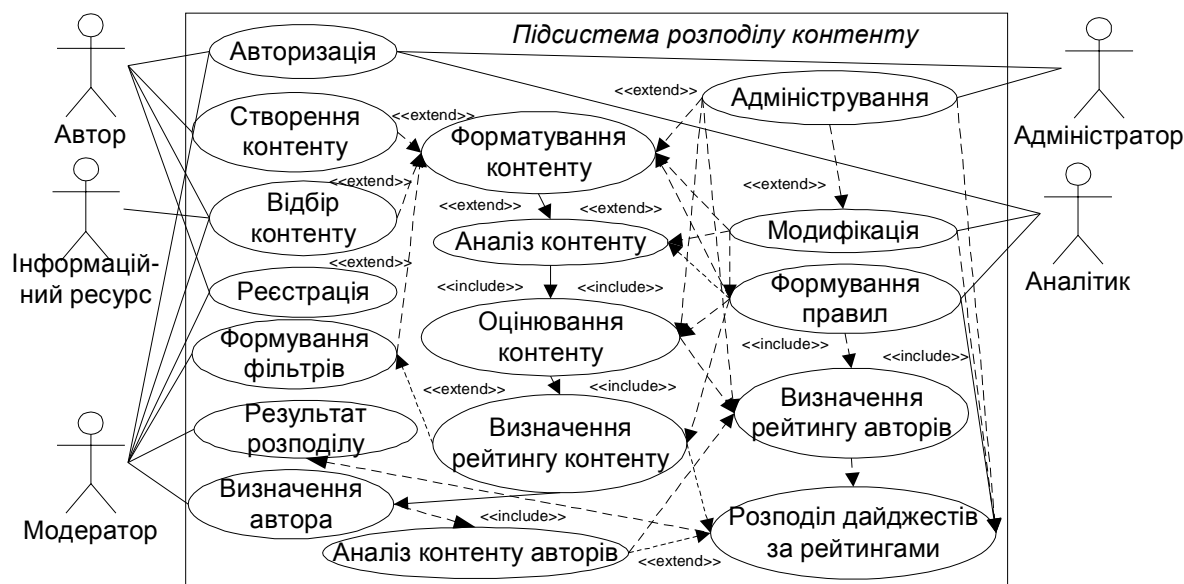


Рис. 3. Діаграма варіантів використання для процесу розподілу контенту СЕКК

Релевантний контент розсилають користувачам та завантажують у БД. Вибіркове поширення контенту описано  $C_6 = \alpha_7(C_5, U_{DS})$ , де  $U_{DS}$  – множина умов вибіркового поширення контенту. На рис. 4 діаграма кооперації ілюструє взаємодію модератора із модулями оцінювання матеріалу, рейтингування авторів та розподілу дайджестів. Оцінювання кожного контенту проводять в комплексі з іншим тематичним контентом (рис. 5). Одним із важливих критеріїв розподілу дайджестів між авторами є процент унікальності опублікованого контенту кожного автора. Системами визначення унікальності контенту є Praide Unique Content Analyser 2, FIndCopy та Miratools.

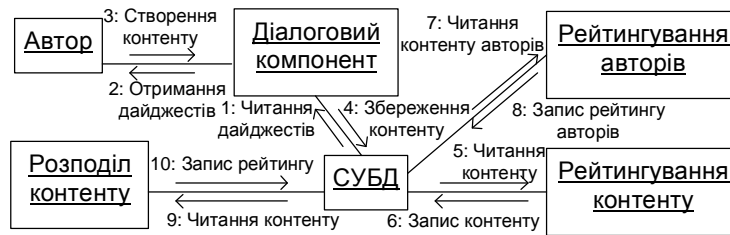


Рис. 4. Діаграма кооперації для процесу розподілу комерційного контенту



Рис. 5. Діаграма послідовності для процесу розподілу комерційного контенту

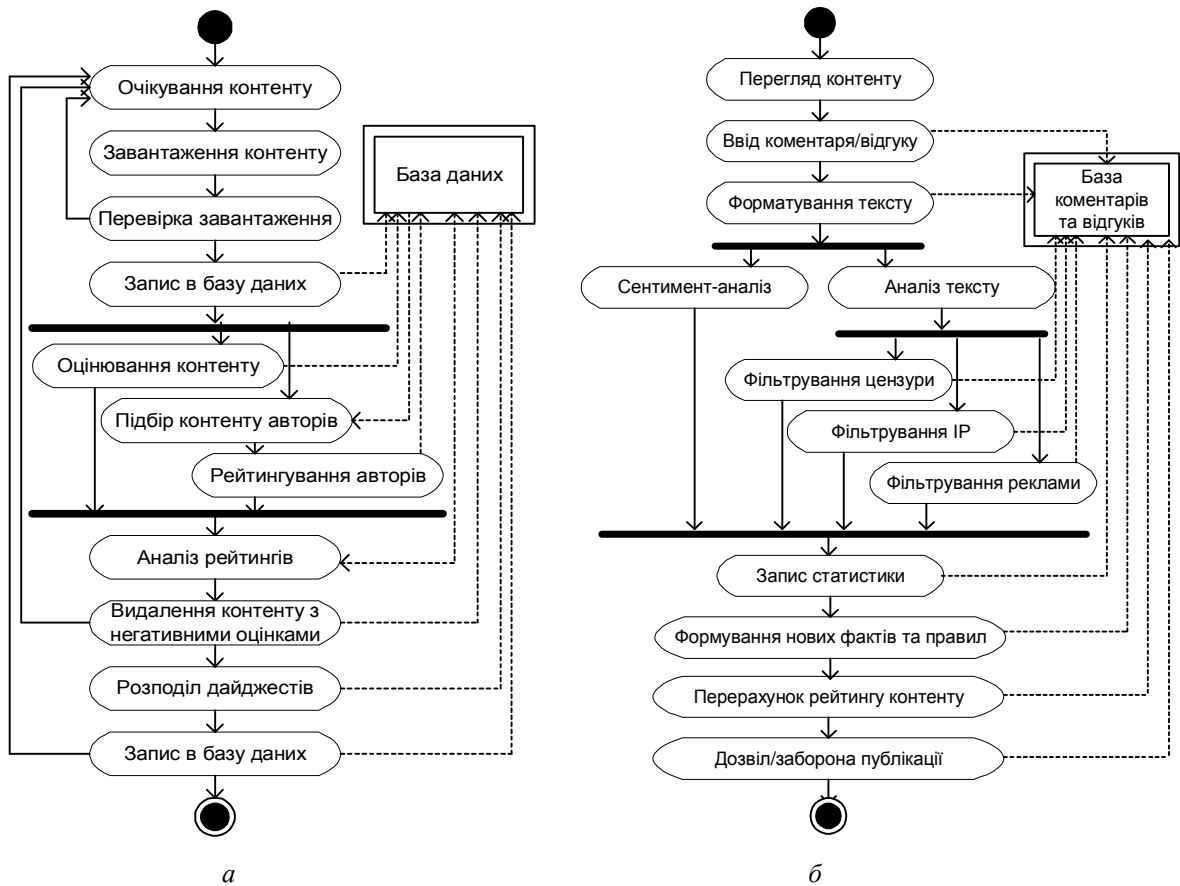


Рис. 6. Діаграма діяльності для процесу: а – розподілу контенту; б – управління контентом

Спочатку підсистема отримує готові дайджести з джерел через RSS. Далі дайджести розподіляють між авторами за їх рейтингом: першими одержують дайджести для опрацювання автори з найвищим рейтингом (рис. 6). Після виконання усіх дій підсистема переходить у стан очікування до появи нового контенту. Рейтинг авторів вказує на продуктивність/результативність роботи кожного з них окремо. Впливають на нього такі критерії  $U_{DS}$ , як процент унікальності контенту (якість роботи автора), кількість переглядів контенту (вага пошукових та прямих переходів), оцінка користувача (активність користувачів) та час перебування на сторінці з контентом (міра зацікавленості користувачів у контенті). Підсистема рейтингування оцінює якість роботи за сукупністю критеріїв, що забезпечує об'єктивність та стимулювання якісної роботи. Частка такої роботи модератора, як розподіл однотипних даних, їх сортування, оцінювання та аналіз, зменшується. Це зменшує обсяг застосованих ресурсів, пришвидшує створення контенту та покращує характеристики контенту завдяки об'єктивності оцінювання якості виконаних завдань. За процентом унікальності тексту оцінюють якість роботи автора цього контенту та вносять отриману оцінку в таблицю рейтингів.

### **Висновки і перспективи подальших наукових розвідок**

Зазвичай розподіл виконують модератори. Підсистема розподілу контенту зменшує час та ресурси для подальшого функціонування СЕКК. Процес розподілу передбачає декілька етапів: формування списку об'єктів розподілу (наприклад, статей, програмного забезпечення, книг або дайджестів); визначення критеріїв/ознак розподілу контенту з отриманого списку (процент унікальності контенту; кількість звернень до контенту; користувацька оцінка; час перегляду); рейтингування авторів контенту; оцінювання параметрів контенту з метою використання у процесі розподілу. Наведені критерії не є однаковими за значенням та важливістю під час аналізу їх загалом та обчислення зведеної оцінки якості роботи авторів контенту. Контент містить тему та дайджест. Підсистема розподілу контенту вибірково розсилає дайджести між авторами згідно з рейтингуванням якості їх роботи. Збільшення обсягу контенту приводить до точнішого оцінювання якості та продуктивності кожного автора контенту. Збільшення кількості критеріїв оцінки дає змогу охопити ширший спектр аспектів роботи автора/модератора.

1. Берко А. Системи електронної контент-комерції / А. Берко, В. Висоцька, В. Пасічник. – Л: Нац. ун-т “Львівська політехніка”, 2009. – 612 с. 2. Иванов В. Контент-аналіз: Методологія і методика дослідження ЗМК / В. Иванов. – Київ, 1994. – 112 с. 3. Иванов С. Статистический анализ документальных информационных потоков / С. Иванов, Н. Круковская // Научно-техническая информация. – 2004. – № 2. – С. 11–14. 4. Клифтон Б. Google Analytics / Б. Клифтон. – М.: ООО “И. Д. Вильямс”, 2009. – 400 с. 5. Ландэ Д. Основы моделирования и оценки электронных информационных потоков / Д. Ландэ, В. Фурашев, С. Брайчевский, О. Григорьев. – К.: Інжиніринг, 2006. – 348 с. 6. Пасічник В. Математична лінгвістика / В. Висоцька, В. Пасічник, Ю. Щербина, Т. Шестакевич. – Л: Новий Світ, 2012. – 359 с. 7. Солтон Д. Динамические библиотечно-информационные системы / Д. Солтон. – М.: Мир, 1979. – 560 с. 8. Федорчук А. Контент-мониторинг информационных потоков // БНАН. – Киев. – 2005. – № 3. Режим доступу: [www.nbuv.gov.ua/articles/2005/05fagmip.html](http://www.nbuv.gov.ua/articles/2005/05fagmip.html). 9. Voiko B. Content Management Bible. – Hoboken, 2004. – 1176 p.

Я. Драган<sup>1</sup>, В. Никитюк<sup>2</sup>, Ю. Паляниця<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра програмного забезпечення,

<sup>2</sup>Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя

## ЕНЕРГЕТИЧНО-СИГНАЛЬНА КОНЦЕПЦІЯ ВИЗНАЧЕННЯ СТАНУ ТЕХНОЛОГІЧНОГО СТОМАТОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ ЯК ЕНЕРГОАКТИВНОГО ОБ’ЄКТА

© Драган Я., Никитюк В., Паляниця Ю., 2015

**Обґрунтовано застосування енергетично-сигнальної концепції до вибору процедури визначення стану технологічного стоматологічного процесу як енергоактивного об’єкта (стоматологічний композитний матеріал).**

**Ключові слова:** стоматологічний матеріал, полімеризація, енергоактивний об’єкт, ультрафіолетове випромінювання, система відбору.

**The application of energy-signal concept to the selection procedure of determining the state of dental technological process as energy-active object (dental composite material), is grounded.**

**Key words:** dental material, polymerization, energy-active object, ultraviolet radiation, selection system.

### Вступні заваги

З розширенням можливостей дослідження реальних об’єктів, що їх надає використання сучасних комп’ютерних засобів, виникає потреба підвищення адекватності, тобто ступеня узгодженості та врахування (і відповідно неврахування) ознак досліджуваного об’єкта і засобів дослідження, суттєвих для розв’язуваної щодо нього задачі, у структурі математичної моделі сигналів-носіїв відомостей про об’єкт, яка завжди виступає базовим елементом МАПР – тріади (модель – алгоритм – програмна реалізація).

Сказане про роль моделі фактично уточнює сенс відомої тези: теорія визначає, що можемо спостерігати. Своєю чергою, вона є “унауковленою” версією побутової приказки: щоб знайти, треба знати, що шукати. Це так, але тут приховано два аспекти, бо треба заздалегідь щось знати: 1) про об’єкт спостереження, тобто що саме варто в ньому спостерігати, і 2) як та якими засобами (коли і як) доцільно це зробити. А це означає, що тут не обійтись без гіпотез, які теж потребують верифікації, – підтвердження *post factum* рації прийняття їх чи відхилення.

Деякі специфічні моменти обґрунтування математичних моделей систематизовано у статті [1] з особливим наголосом на підкреслений відомим нашим фізиком А. Свідзинським [2] аспект: дослідник має бути завжди налаштований змінювати таку модель у разі зміни об’єкта чи задачі дослідження або ж обидвох їх. Засоби такої адаптації моделі на сучасному етапі науково-технічного прогресу забезпечує системний аналіз, одним із фундаторів якого вважають засновника і першого президента Української академії наук та творця теорії біосфери й ноосфери на ґрунті принципу голізму – В. Вернадського (див. підручник [3] та збірник [4]), а приклад застосування цього в конкретній предметній області – теорії стохастичних сигналів дає монографія [5]. Досліджуваний об’єкт при цьому трактують як загальну систему. І коли виділено з певних міркувань враховувані у моделі його ознаки, то базуючись на одному з визначальних принципів системного аналізу – голізмі, що його В. Вернадський підніс до рангу навіть підстави для вироблення нової теорії пізнання, яка мала б замінити збанкрутілу гносеологію діалектичного матеріалізму, який містить суперечну голізмові домішку Гегелевої ідеалістичної діалектики, і в час В. Вернадського (30-ті роки

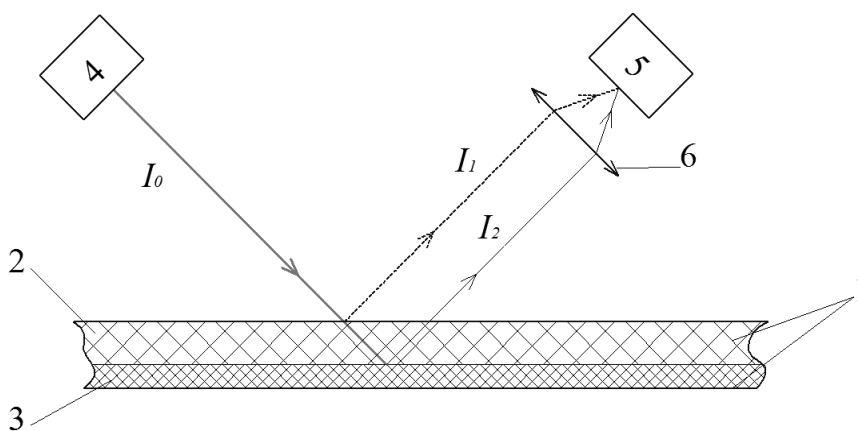
минулого століття) підтримувався “всією силою державної влади” (див. [4]). Не менш важливим як вираження панівної у наш час парадигми в сенсі Т. Куна є принцип когнітивності (пізнаваності) системи, який підкреслює роль сигналу як носія і переносника відомостей (даних) про просторово-часову структуру, тобто про будову і дію, системи. Правомірно вважати, що є такі типи породження сигналів: а) спонтанність як результат природного функціонування досліджуваного об’єкта; б) стимуляція (збудження) – випромінювання; в) зондування – відбиття променя-зонда. На тлі таких поглядів і під тиском їх порівняно малопоширена практика стосування концепції енергоактивності, яка характерна для біосфери, а також подібний механізм справедливий для технічних чи, інакше, штучних (artificial) в сенсі Г. Саймона об’єктів, що до них належить багато технологічних структур (див. [6]). Енергоактивному об’єктові притаманні за означенням такі характерні риси, як ініціація, активізація, каталіз специфічною дією носія енергії зі значеннями визначальної його ознаки в певному їх характеристичному діапазоні. Істотним у формуванні сигналу в таких системах є “поділ енергії” – на ту, що потрібна для підтримання процесу дії системи, і ту, що витрачається на створення сигналу про стан системи і перенесення даних про нього. Тому важливо, щоб математична модель відображала цю процедуру як з кількісного, так і з якісного боку.

### **Обґрунтування математичної моделі процедури визначення стану технологічного стоматологічного процесу.**

Важливим суттєвим моментом технології виготовлення одноштучного (разового) виробу є його еволюційний розвій у часі та фінітність – початок і кінець. Це спричиняє потребу забезпечити спеціальними заходами однорідність статистичного матеріалу та достатність (репрезентативність) вибірки. Зокрема, це важливо для визначення стану технологічного стоматологічного процесу як специфічного енергоактивного об’єкта.

Для визначення стану та контролю у процесі виготовлення разових стоматологічних виробів (наприклад, пломб) застосовано метод, що ґрунтується на використанні закону Бугера–Ламберта–Бера [7]. Якщо взяти до уваги описані вище властивості, що притаманні енергоактивному об’єктові, в ролі якого виступає разовий стоматологічний виріб, то суть методу буде такою: стоматологічний матеріал наносять на проблемну ділянку зуба та опромінюють УФ-випромінюванням, джерелом якого є спеціальні фотополімеризатори; частина енергії опромінювання поглинається в процесі полімеризації стоматологічного матеріалу (для підтримання процесу полімеризації), а частина відбивається як від поверхні нанесеного стоматологічного матеріалу, так і від поверхні полімеризованого шару матеріалу. Так відбувається згаданий вище “поділ енергії” – на ту, що спрямовується на підтримання процесу полімеризації (частина енергії, яка поглинається стоматологічним матеріалом), і ту, що витрачається на створення сигналу про стан системи і перенесення даних про нього (частина енергії, що відбивається від поверхні полімеризованого шару стоматологічного матеріалу).

Процедуру реалізації описаного методу ілюструє рис. 1.



*Рис. 1. Метод визначення стану технологічного стоматологічного процесу:*

*1 – стоматологічний матеріал, 2 – неполімеризований шар матеріалу, 3 – полімеризований шар матеріалу, 4 – джерело УФ-випромінювання, 5 – приймач УФ-випромінювання, 6 – фокусувальна лінза-світлофільтр*

Відповідно до рис. 1, УФ-випромінювання з інтенсивністю  $I_0$ , джерелом якого є фотополімеризатор, падає на поверхню стоматологічного матеріалу 1, енергія його витрачається на процес полімеризації цього матеріалу. Частина УФ-випромінювання, що падає, відбивається від поверхні матеріалу (промінь з інтенсивністю  $I_1$ ), друга частина відбивається від поверхні полімеризованого шару матеріалу (промінь з інтенсивністю  $I_2$ ).

Якщо позначити інтенсивність опромінювання, яка витрачається на підтримання процесу полімеризації –  $I_x$ , то справедливим буде виконання рівності:

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_x,$$

де  $I_0$  – відома величина, що визначається параметрами стоматологічного фотополімеризатора;  $I_1$  – інтенсивність відбитого від поверхні світла, яка є константою для кожного типу матеріалу;  $I_2$  та  $I_x$  є інформативними складовими відібраного приймачем УФ-випромінювання сигналу.

Відповідно, за зміною величини  $I_2$  можна визначити стан технологічного стоматологічного процесу – особливості проходження процесу полімеризації стоматологічного матеріалу в часі.

За типом породження сигналів у описаному методі визначення стану технологічного стоматологічного процесу використовується як варіант зондування, а інформація про стан такого процесу міститься у відбитому промені.

З погляду перебігу хімічних процесів для визначення стану технологічного стоматологічного процесу необхідно проводити оцінювання процесу каталізу (зміни швидкостей перебігу хімічних реакцій) за специфічної дії носія енергії – УФ-випромінювання. Найбільша зміна таких швидкостей спостерігається на початку та в кінці процесу опромінювання стоматологічного матеріалу УФ-випромінюванням. Щоб забезпечити можливість багаторазового оцінювання зміни швидкостей проходження процесу полімеризації стоматологічного матеріалу, запропоновано опромінювати цей матеріал не неперервним УФ-випромінюванням, а імпульсами заданої тривалості. Питання необхідності використання імпульсного режиму роботи випромінювача та параметрів цього режиму описано в працях [7, 9].

Структурна схема системи відбору сигналів, що реалізує функцію контролю стану технологічного стоматологічного процесу, наведена на рис. 2 [8].

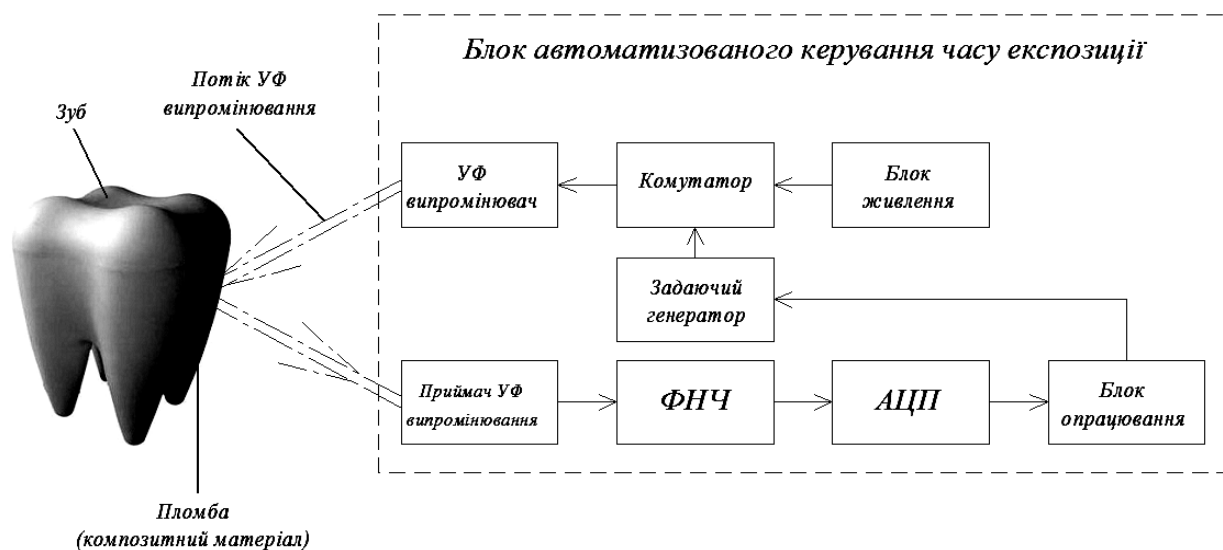


Рис. 2. Структурна схема системи відбору сигналів

У наведеній структурній схемі розробленої системи (рис. 2) використано як джерело УФ-випромінювання лампу, що застосовується в фотополімеризаторові Woodpeker Led B, і має такі параметри: інтенсивність теплового потоку лежить у діапазоні від 12 до 20 мВт/см<sup>2</sup>, світловий потік має довжину хвилі 420–480 нм, потужність світлового потоку в межах від 850 до 1200 мВт/см<sup>2</sup>, потужність випромінювача – 8 Вт. Для відбирання випромінювання, відбитого від поверхні

полімеризованого шару композитного стоматологічного матеріалу, запропоновано використати фоточутливий елемент типу SR10SPD470-09, який має такі параметри: активна площа чутливого елемента – 0,7 мм<sup>2</sup>, максимум чутливості припадає на довжину хвилі – 470 нм, спектральний діапазон – 380–556 нм, максимальний темновий струм за напруги живлення +5 В становить 30 пА, максимальна зворотна напруга – 10 В. Для оцифрування сигналу використано стандартний АЦП цифрового осцилографа ATTEN ADS 1102 CAL, який має внутрішні фільтри як низьких, так і високих частот, характеристики фільтрів можна наперед задавати. Частота дискретизації АЦП може встановлюватись до 500 МГц, розрядність – 8 біт.

Опрацювання відібраних сигналів уможливує контролювання процесу полімеризації енергоактивного об'єкта в часі та забезпечення оптимального часу опромінювання стоматологічного композитного матеріалу. Важливим істотним моментом технології виготовлення одноштучного (разового) виробу є його еволюційний розвій у часі й фінітність – початок і кінець. Це спричиняє потребу забезпечити спеціальними заходами однорідність статистичного матеріалу та достатність (репрезентативність) вибірки. Зокрема, це важливо для визначення стану технологічного стоматологічного процесу як специфічного енергоактивного об'єкта.

### Висновки

Обґрунтовано застосування енергетично-сигнальної концепції до вибору процедури визначення стану технологічного стоматологічного процесу як енергоактивного об'єкта. Параметри елементів технологічного стоматологічного процесу оптимальні для задач відбирання та опрацювання сигналів, як з погляду збереження інформативної структури сигналів, так і з погляду зменшення похибок, що можуть виникати під час відбору.

Енергія здійснює відбір відомостей про стан за допомогою відбитих променів з урахуванням факту, що процес еволюційний. Тому використано переривчасту модернізацію відбору, яка має врахувати як швидкість зміни стану об'єкта, так і тривалість імпульсів відбитого УФ світла, щоб забезпечувалася достатня якість статистики для визначення характеристик відбитого сигналу – точність за незмінності стану процесу, подібно, як це відбувається під час вимірювання серцевого ритму – кількості ударів за хвилину, що її визначають підрахунком упродовж 15 секунд і множенням на 4. Таким компромісом розв'язуються задачі оптимізації.

Для визначення параметрів найважливішою вимогою до мірних засобів є забезпечення достатнього обсягу статистичного матеріалу, як даних для розрахунку, як правило, в наш час за допомогою спецпроцесорів значень вимірювань величини чи процесу з належною (потрібною) якістю.

1. Драган Я. П., Медиковський М. О., Овсяк В. К., Сікора Л. С., Яворський Б. І. Системний аналіз концепцій та принципів побудови математичної моделі досліджувального об'єкту в фізико-технічних науках та оцінювання її якості // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" – Львів, 2010. – № 686: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – С. 170–178. 2. Свідзинський А. Самоорганізація і культура. – К.: Вид-во ім. Олени Теліги, 1999. – 256 с. 3. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 544 с. 4. Вернадський В. І. Вибрані праці / переклад М. І. Кратка. – К.: Наукова думка, 2005, – 301 с. 5. Драган Я. П., Сікора Л. С., Яворський Б. І. Системний аналіз стану основ сучасної теорії стохастичних сигналів : енергетична концепція, математичний субстракт, фізичне тлумачення: монографія. – Львів: НВФ "Українські технології", 2014. – 220 с. 6. Сікора Л. С., Медиковський М. О., Грицик В. В. (мол.). Перспективні інформаційні технології в системах автоматичного управління енергоактивними об'єктами виробничих структур: монографія. – Львів: Вид. НВМ Поліграфічного технікуму УАД "Системи, технології, інформаційні послуги", 2002. – 247 с. 7. Никитюк В. В., Дедів Л. Є., Хвостівський М. О. Метод комп'ютерного оцінювання

міцності стоматологічного матеріалу за фотоелектричним сигналом // Вісник Сумського державного університету. Технічні науки. – Суми: Видавництво СумДУ, 2012. – № 3. – С. 182–187.

8. Никитюк В. В., Дозорський В. Г., Шадріна Г. М. Обґрунтування структури системи відбору фотоелектричних сигналів для визначення ступеня полімеризації стоматологічного матеріалу // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – Хмельницький : Видавництво ХНУ, 2. 2014. – С. 189–192.

9. Драган Я. П., Никитюк В. В., Хвостівська Л. В. Математична модель фотоелектричного сигналу полімеризації стоматологічного матеріалу у вигляді імпульсного періодичного корельованого випадкового процесу // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – Львів. – 2013. – № 771: Комп’ютерні науки та інформаційні технології. – С. 146–149.

УДК 004.93:681.32

**В. Гожий**

Чорноморський державний університет ім. Петра Могили,  
кафедра інформаційних технологій і програмних систем

## **НЕЧІТКИЙ КОГНІТИВНИЙ АНАЛІЗ РИЗИКІВ ПРИ ТЕСТУВАННІ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ**

© Гожий В., 2015

**Розглянуто питання нечіткого когнітивного аналізу ризиків під час тестування програмного забезпечення. Визначено головні типи ризиків під час тестування програмного забезпечення. Для аналізу застосовано нечіткі когнітивні карти Силова. Визначено системні показники нечітких когнітивних карт та переваги і недоліки їх використання. У результаті когнітивного моделювання визначено найвпливовіші показники ризику.**

**Ключові слова:** нечітка когнітивна карта, розподілені обчислення, схема відновлення, ВІВ-схема, кластер.

**This article discusses the fuzzy cognitive analysis of risks in software testing. It identified the main types of risks in software testing. For the analysis were applied fuzzy cognitive map Silova. They were identified systemic indicators of fuzzy cognitive map, and the advantages and disadvantages of their use. As a result, cognitive modeling identified the most influential risk factors.**

**Key words:** ring bundle, up-diffused calculations, recovery scheme, BIB-design, cluster.

### **Вступ**

Розвиток методів когнітивного аналізу значною мірою зумовлений необхідністю дослідження слабоструктурованих систем і ситуацій, які охоплюють множини елементів різної природи, і залежності між елементами яких є як кількісними, так і якісними. Когнітивний підхід до дослідження слабоструктурованих ситуацій запропонували Р. Аксельрод і Ф. Робертс [10, 18] через обмеженість застосування точних моделей для побудови моделей слабоструктурованих систем і дослідження поведінки досліджуваної системи, підготовки та прийняття управлінських рішень з вирішення слабоструктурованих проблем і ситуацій, що виникають під час функціонування та розвитку таких систем. За такого підходу в основу побудови моделей слабоструктурованої системи



або ситуації покладено суб'єктивне розуміння й уявлення суб'єкта управління про параметри керованої системи і зв'язки між ними. Когнітивна карта як образ внутрішніх уявлень суб'єкта слугує інструментом для формування та уточнення гіпотези про функціонування досліджуваного об'єкта, розглянутого як складна система. Для того, щоб зрозуміти і проаналізувати поведінку складної системи, доцільно побудувати структурну схему причинно-наслідкових зв'язків. Когнітивна карта особливо корисна для аналізу дії важкоформалізованих чинників, вимірювання яких часто є дуже складною проблемою. Аналізуючи свої та чужі когнітивні карти, дослідник може швидко поглибити розуміння проблеми, поліпшити якість і обґрунтованість прийнятих рішень [13].

### **Постановка проблеми**

Практика використання когнітивних карт показує, що для дослідження ризиків під час тестування програмного забезпечення, а також систем і процесів різного типу доцільно застосовувати нечіткі когнітивні карти. Поведінка (стан) системи може бути описана на основі значень системних змінних, що уможлиблює використання класичних підходів з теорії систем, зокрема, для моделювання, аналізу динаміки, управління. Аналіз нечіткої когнітивної карти дає змогу виявити структуру проблеми, знайти найзначущі фактори, що впливають на неї, оцінити вплив факторів один на одного. В роботі розглянуто ризики під час тестування програмного забезпечення і проведено когнітивний аналіз, щоб виявити головні з них для подальшого опрацювання.

### **Огляд методів когнітивного аналізу**

Сьогодні відомо кілька видів когнітивного аналізу на основі когнітивних карт, які розрізняються способами задання когнітивних карт і методами їх аналізу [7, 11].

Найпоширеніші види когнітивних карт:

- знакові когнітивні карти;
- нечіткі когнітивні карти Коско;
- модифіковані нечіткі когнітивні карти Коско;
- нечіткі реляційні когнітивні карти;
- нечіткі продукційні когнітивні карти;
- нечіткі когнітивні карти Силова.

Традиційні знакові когнітивні карти задаються у вигляді орієнтованого графа і представляють систему у вигляді множини концептів, що відображають системні змінні, пов'язані між собою причинно-наслідковими відносинами впливу [10]. Ці відносини можуть бути позитивними, негативними або нейтральними, котрі характеризують відповідний вплив концептів один на одного [14]. Цей вид когнітивних моделей є найпростішим, однак має низку недоліків. У знакових когнітивних картах концепти представляються лише якісно, характеризуючи, наприклад, зростання, зменшення або незмінність значень “концептуального” параметра і не дають змоги оцінити якісні зміни.

В основу аналізу стійкості знакових когнітивних карт, по суті, покладена відома методологія аналізу звичайних лінійних систем, оснований на порівнянні різних контурів, утворених з концептів такої карти. Однак такий аналіз не дозволяє виявити особливості взаємовпливу концептів, визначити і ранжувати за ступенем впливу позитивні й негативні тенденції, особливо в умовах багатоцільового задання критеріїв. Крім того, обмеженість алфавіту знакових когнітивних карт для представлення відносин між концептами дає змогу досліджувати характер процесів, що відбуваються, лише якісно, на основі аналізу тенденцій зміни системних змінних. Недоліки традиційних знакових когнітивних карт призвели до виникнення низки їх різновидів, що розширюють можливості й дозволяють виконувати кількісний аналіз складних систем.

У роботі [1] Коско запропонував новий тип когнітивних карт, що одержали назву “нечіткі когнітивні карти” (Fuzzy Cognitive Maps). Концепти у нечіткій когнітивній карті Коско можуть набувати значення з діапазону дійсних чисел  $[0, 1]$ . Термін “нечіткі” позначає тільки те, що причинні зв'язки можуть набувати не тільки значення, що дорівнює 0 або 1, а лежать у діапазоні

дійсних чисел, що відображають “силу” впливу одного концепту на інший. Підхід, оснований на теорії нечітких множин Заде [8], принаймні в обчислювальному аспекті, в моделі Коско не використовується. За статтею Коско з'явилася низка робіт, у яких запропоновано різні модифікації нечітких когнітивних карт Коско для моделювання складних систем. У роботах [9, 10] концепти когнітивних карт представляються на основі шкали дійсних чисел, обмежених у деякому діапазоні, наприклад  $[-1, 1]$ . Однак значення концептів при цьому залишаються чіткими числами, що обмежує можливості цих моделей.

Відносини між концептами нечіткої когнітивної карти Силова [12] представлені, як і в моделі Коско, у вигляді вагів, але вони розглядаються як елементи нечіткої матриці суміжності для графа НКК. Оскільки ваги можуть бути негативними, а операції над нечіткими множинами визначені для функції приналежності на  $[0,1]$ , то існує проблема обробки негативних впливів, аналогічна до моделі Коско. У роботі [12] вона вирішується подібно за рахунок подвоєння потужності множини концептів і роздільної обробки позитивних і негативних впливів. Для вирішення завдань акумулювання впливу декількох концептів на один концепт нечіткої когнітивної карти і визначення опосередкованого впливу концептів запропонована нечітка матрична регулярна алгебра, названа нечіткою каузальною алгеброю.

Прагнення максимально використовувати постулати теорії нечітких множин призвело до появи нечітких продукційних когнітивних карт, для опису впливів між концептами в яких використовують нечіткі продукційні правила (Rules Based Fuzzy Cognitive Maps – нечіткі когнітивні карти, основані на правилах). У цих картах концепти подано у вигляді нечітких множин, що визначаються функціями належності до базової множини. Причинно-наслідкові відносини між двома концептами виражені у вигляді нечіткого продукційного правила зі структурою “один вхід – один вихід” (Single Input – Single Output: SISO) щодо нечітких збільшень концептів.

Для об'єднання окремих впливів на вихідному концепті застосовується спеціальна операція “нечіткого акумулювання з перенесенням” (Fuzzy Cany Accumulation). Вона використовується для агрегування двох впливів від вхідних концептів, поданих у вигляді нечітких множин (функцій належності) вихідного концепту. Цей вид акумулювання дає змогу обробляти нечіткі числа за двома “координатами” (приналежності й базової множини) і враховувати адитивний характер впливів окремих концептів. Проте його механізм виглядає досить довільним.

У роботі [6] запропоновано узагальнені нечіткі продукційні когнітивні карти (Generalized Rule-Based Fuzzy Cognitive Maps), побудовані на основі нечітких продукційних когнітивних карт, з деякими додатковими властивостями.

На основі проведеного дослідження вирішили як математичну модель використовувати нечіткі когнітивні карти Силова. Ця модель є точнішою, ніж класичні знакові когнітивні карти, дає змогу враховувати силу причинно-наслідкових зв'язків і опосередковані взаємовпливи концептів на систему і системи на концепти. Нечіткі продукційні або реляційні когнітивні карти в цей момент недостатньо опрацьовані й у деяких ситуаціях неадекватно описують систему, яка досліджується.

### **Ризики під час тестування програмного забезпечення**

Ризик, за визначенням, – це якийсь фактор процесу, що розвивається, який потенційно справляє негативний вплив на процес і, як наслідок, на його результат. Якщо розділяти ризик та проблему, то ризик – це те, що може статися і призвести до негативних наслідків, а проблема – це те, що вже сталося і заважає працювати. І ризик, і проблема заважають або можуть заважати працювати, але способи роботи з ризиками та проблемами різні: перші треба намагатися виявити та зрозуміти, знайти, і, за змогою, мінімізувати їхні наслідки до того, як вони почнуть впливати на процес, а з проблемами треба працювати за фактом – залагодити або зменшити. Якщо відокремити ризики і проблеми, область управління ризиками стає набагато простішою і зрозумілішою.

Опрацювання ризиків можна подати у вигляді схеми (рис. 1).



Рис. 1. Схема роботи з ризиками

Головна особливість роботи з ризиками – це те, що вони циклічні, як і будь-які інші проектні активності, якщо йдеться про ітераційний процес. Якщо ітерації доволі довгі, циклів робіт, пов'язаних з управлінням ризиками, може бути декілька. Для того, щоб правильно працювати з ризиками, і щоб ця робота давала результати, потрібно чітко розуміти, до якого рівня належить той чи інший ризик – до рівня відповідальності менеджера з тестування чи до рівня проектних ризиків, працювати на якому потрібно разом з менеджером проекту і провідним розробником. Системні ризики або ризики рівня бізнесу компанії зазвичай поза зоною впливу проектної команди, але проектна команда може брати участь у підготовці якихось рішень і аналізі поточної ситуації, щоб надати особам, що приймають рішення, актуальну і зрозумілу інформацію.

У результаті експертного опитування та аналізу літературних джерел виділено головні типи ризиків під час тестування:

#### 1. Неповна оцінка трудовитрат за проектом

Саме цей ризик є найчастіше основною причиною не виконаних вчасно або зовсім невдалих проектів. Загалом ризик, звичайно, належить до рівня проектних ризиків, а точніше до ризиків управління проектами. Але, оскільки оцінка витрат праці за проектом передбачає оцінку трудовитрат з тестування, а роботи з тестування стоять на критичному шляху плану ітерації, то ризик часто пов'язаний з неправильною оцінкою трудовитрат з тестування, який ми розглянемо наступним окремим ризиком. Ризик характеризується тим, що тестувальники не залучаються ні до аналізу витрат праці за проектом, ні до отримання самих оцінок. Ситуація, в якій оцінки на тестування просто “спускає” менеджер проекту, замовник або хтось, суперечить основним принципам управління проектами: оцінку завдання дає виконавець, інакше виконавець може не братися за виконання завдання або не відповідає за його результат.

Формально це ризик проектного рівня, якщо йдеться про оцінку витрат праці за проектом, але частково може управлятися і мінімізуватися групою тестування або її менеджером, долученням тестувальників до процесу отримання оцінок за витратами праці й з погляду отриманих оцінок і планів проекту.

#### 2. Неповна оцінка витрат праці з тестування

Аналогічний до попереднього ризик, що ґрунтується здебільшого на порушенні принципу “оцінку витрат праці дає виконавець”, але вже на рівні завдань проекту з тестування. Крім базової причини виникнення цього ризику, також істотно ризикованими факторами можуть бути пропуск неявних вимог, неправильне визначення типів тестів і конфігурацій, в яких буде проводитися тестування – ці завдання найбільше впливають на обсяг робіт з тестування і, як наслідок, помилки, допущені під час виконання цих завдань, призводять до зміни обсягів робіт з тестування та істотно впливають на план тестування.

### 3. Тест-план не прив'язаний до плану проекту

Це найпоширеніша проблема процесу тестування, яка дає змогу акцентувати на ній як на серйозному ризику. Тестування та розробка залежать від одного проектного ресурсу – часу. Якщо плани двох напрямів не пов'язані жорстко або не синхронізовані на постійній основі, існує ймовірність або ризик, що порушення планів розроблення не буде враховано у плані робіт з тестування, що призведе до нестачі часу на тестування і, як наслідок, до незавершеного етапу тестування. Ось чому плани тестування і розроблення ще повинні бути пов'язані жорстко на рівні єдиного плану проекту.

### 4. Стратегія тестування відсутня або неприйнята для групи розроблення або замовника.

Формально це не ризик, а проблема, яка породжує ризик, що стратегія тестування не буде виконана в тій частині завдань, де перетинається із завданнями розроблення, або не буде забезпечена ресурсами (найчастіше саме проектним часом) і, як результат, все одно не виконана.

### 5. Ризик звільнення ключового або не дуже ключового співробітника.

Для вирішення цієї проблеми необхідно скоординувати свої зусилля з сусідніми відділами або проектами (у яких цей ризик теж є) і домовитися, що в разі такої події вони зможуть хоч якось (якщо це дозволить специфіка продукту і поточна завантаженість) допомогти людьми. Аналогічно, будьте готові допомогти.

### 6. Решта проблем

Зміну навіть зафіксованих вимог або їх пріоритетів часто зараховують до ризиків як до чинника, який вплине на обсяг ітерації і відповідно призведе до перегляду планів і, можливо, зриву термінів поставки версії програмного продукту. Це реальність, з якою треба працювати як з проектним обмеженням і намагатися не доводити навіть до стану проблеми. Дієвим шляхом є якраз обмеження обсягів ітерації за термінами, коли будь-яка зміна у вимогах призводить до виштовхування якогось іншого шматочка робіт (і розроблення, і тестування) в наступну ітерацію.

### 7. Ризик ігнорування ризиків

Один із ризиків, який поширюється на всі рівні управління ризиками. Це той факт, що ризики є, що процес (навіть найбільш налагоджений, вивірений, формалізований і контрольований) може дати збої, зазвичай призводить до надто оптимістичних планів, до конфліктів у разі їх невиконання, до необхідності терміново перепланувати (що зазвичай призводить до прорахунків і ще більше порушує нормальний ритм робіт) і, як результат, – до провалів.

## Когнітивне моделювання і аналіз ризиків під час тестування програмного забезпечення

Виконаємо когнітивний аналіз ризиків на етапі тестування під час розроблення програмного забезпечення. На основі побудови нечіткої когнітивної карти та її аналізу необхідно визначити найбільш важливі й впливові фактори ризику під час тестування програмного забезпечення.

Основними результатами когнітивного аналізу є визначення консонансу, дисонансу, позитивного і негативного впливу концептів один на одного і на систему загалом й інші системні та інтегральні показники, які використовують для дослідження властивостей аналізованої системи. Існує множина способів формального вираження консонансу, але ми розглянемо найпростіший.

Консонансом називається показник

$$c = \frac{|a+b|}{|a|+|b|},$$

де (a,b) – пара зв'язків у транзитивно замкнутої когнітивної матриці, а впливом називається показник

$$p = \text{sign}(a+b) \max(|a|, |b|), a \neq -b;$$

і відповідно дисонанс визначимо як нечіткий додаток консонансу:  $d = 1 - c$ .



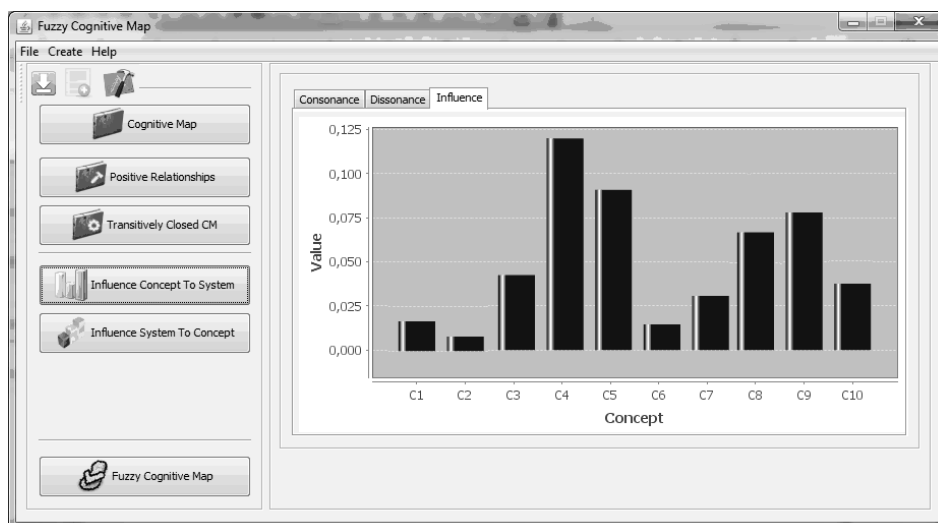
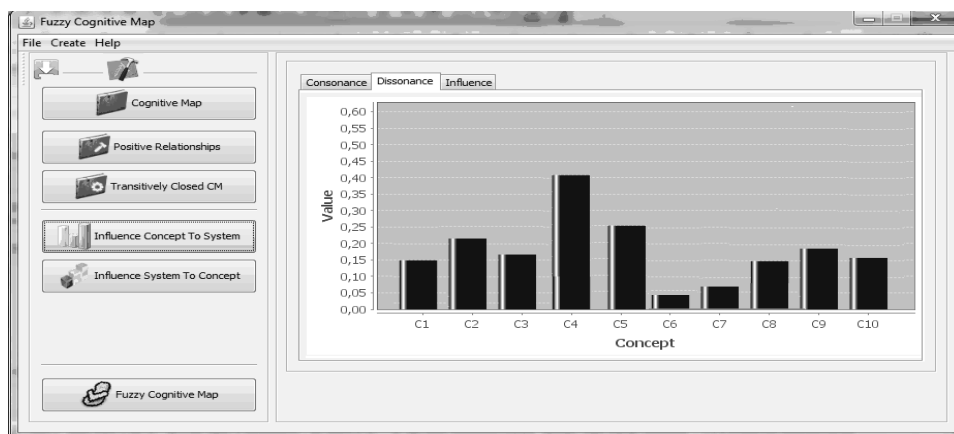
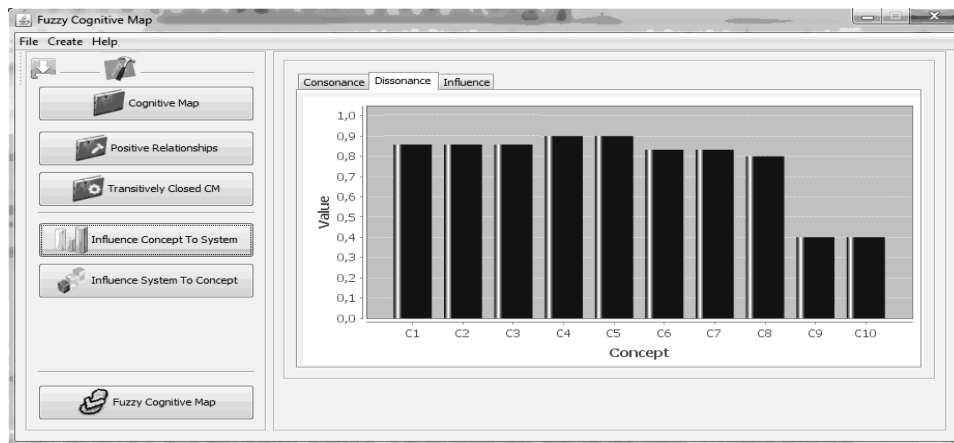


Рис. 4. Системні показники нечіткої когнітивної карти:  
 а – консонанс; б – дисонанс; в – вплив системи на концепт

Проаналізуємо нечітку когнітивну карту та основні висновки, отримані на підставі проведеного моделювання. У нашому випадку це тільки системні показники впливу концепту на систему.

Концепт К4 (відсутність стратегії тестування або неприйняття групою розробки) найбільшою мірою порівняно з іншими впливає на систему. Наступні концепти за ступенем позитивного впливу на систему – К5 (ризик звільнення ключового співробітника або ключових співробітників), К9 (термін виконання проекту) та К8 (вартість проекту) найважливіші та найзначущіші для системи.

З двох майже однакових концептів К2 та К10 (К2-Тест-план не прив'язаний до плану проекту; (К10 – загальна кількість співробітників), однаково впливають на систему, що дає підстави зробити висновок про необхідність виділяти однаковий час на обидва концепти.

Проаналізуємо також вплив таких концептів, як К6 (інші проблеми), К7 (ризик ігнорування ризиків), К1 (неповна оцінка витрат праці за проектом), К2 (неповна оцінка витрат праці з тестування) один на одного та на систему загалом. Передусім зазначимо, що найбільше впливає на систему концепт К4, найменше впливає на систему концепт К1. Так можна проаналізувати всю систему та, змінюючи вхідні показники, вирішити та зрозуміти, як саме і який концепт впливатиме на систему та інші концепти.

### Висновки

Розглянуто сучасні методи нечіткого когнітивного моделювання і аналізу. Найефективнішим сьогодні є метод побудови когнітивних моделей на основі нечітких когнітивних карт Силова, що поєднує теорії нечіткої алгебри Заде та теорії графів. Визначено ризики під час тестування на етапі розроблення програмного забезпечення. За допомогою програмного комплексу FCM проведено аналіз і когнітивне моделювання ризиків. За допомогою когнітивного моделювання визначено ключові ризики під час тестування, для подальшого їх опрацювання в СППР.

1. Kosko B. *Fuzzy Cognitive Maps* // *International Journal of Man-Machine Studies*. – 1986. – Vol. 1. – P. 65–75. 2. Борисов В. В., Круглов В. В., Федулов А. С. *Нечеткие модели и сети*. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. – 284 с. 3. Pedrych W. *Relevancy of fuzzy models*. *Information Sciences*. V. 52. 1990. – P. 285–302. 4. Buchanan B. G. Shortliffe E. H. *Rule-Base Expert System. Readings*(MA), USA: Addison-Wesley, 1984. 5. Ljung L. *System Identification, Theory for the User*. – New Jersey: Prentice Hall, 1987. 6. Борисов В. В. *Нечеткие модели и сети* / В. В. Борисов, В. В. Круглов, А. С. Федулов. – М.: Горячая линия-телеком, 2007. – 284 с. 7. Борисов В. В. *Нечеткие модели и сети* / В. В. Борисов, В. В. Круглов, А. С. Федулов. – М.: Горячая линия-телеком, 2007. – 284 с. 8. Заде Л. А. *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: Пер. с англ. / Л. А. Заде*. – М.: Мир, 1976. – 168 с. 9. Максимов В. И. *Структурно-целевой анализ развития социально-экономических ситуаций* / В. И. Максимов // *Проблемы управления*, 2005. – № 3. – С. 30–38. 10. Робертс Ф. С. *Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам: пер. с англ. / Ф. С. Робертс*. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 496 с. 11. Рыков А. С. *Методы системного анализа: многокритериальная и нечеткая оптимизация, моделирование и экспертные оценки* / А. С. Рыков. – М.: Экономика, 1999. – 316 с. 12. Солов В. Б. *Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке* / В. Б. Солов. – М.: ИНПРО-РЕС, 1995. – 228 с. 13. Миркин Б. Г. *Проблема группового выбора* / Б. Г. Миркин. – М.: Наука, 1974. – 256 с. 14. Трахтенгерц Э. А. *Компьютерная поддержка принятия решений* / Э. А. Трахтенгерц. – М.: СИНТЕГ, 1998. – 376 с. 15. Федулов А. С. *Модели, методы и программные средства обработки нечеткой информации в системах поддержки принятия решений на основе когнитивных карт: дис. доктора техн. наук: 05.13.11, 05.13.01* / Федулов Александр Сергеевич. – Москва, 2007. – 206 с. 16. Федулов А. С. *Нечеткие реляционные когнитивные карты* / А. С. Федулов // *Теория и системы управления*. – 2005. – № 1. – С. 120–133. 17. Ярушкіна Н. Г. *Основы теории нечетких и гибридных систем: учеб. пособие* / Н. Г. Ярушкіна. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 320 с. 18. Axelrod R. *The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites* / R. Axelrod. – Princeton, NJ: Princeton University Press, 1976. – 405 p.

О. Різник, О. Повшук, К. В'юшкова  
 Національний університет "Львівська політехніка",  
 кафедра інформаційних технологій видавничої справи

## СХЕМИ ВІДНОВЛЕННЯ РОЗПОДІЛЕНИХ ОБЧИСЛЕНЬ НА ОСНОВІ ІДЕАЛЬНИХ КІЛЬЦЕВИХ ВІДНОШЕНЬ

© Різник О., Повшук О., В'юшкова К., 2015

Метою роботи є дослідження схем відновлення. Схема відновлення повинна мати рівномірно розподілене навантаження, навіть за найгірших ситуацій комп'ютерів, що вийшли з ладу. На основі розглянутих методів встановлено, що задача виявлення оптимальних схем відновлення відповідає математичній задачі ВІВ-схеми. У процесі досліджено схему відновлення на основі ВІВ-схеми, яка працює для більшої кількості пошкоджених комп'ютерів, ніж інші схеми. Ця схема дає змогу забезпечити оптимальне відновлення для будь-якої кількості комп'ютерів у кластері.

Ключові слова: ідеальна кільцева в'язанка, розподілені обчислення, схема відновлення, ВІВ-схема, кластер.

The purpose of work is research of recovery scheme. The recovery scheme must have the equipartition loading, even at the worst situations of computers which broke ranks. It was investigational on the basis of the considered existent methods, that the task of exposure of optimal recovery scheme answers the mathematical task of BIB - design. In the process of work the recovery scheme was worked out on the basis of BIB - design, which works for the greater number of the damaged computers, what other existent charts. This recovery scheme to provide optimal renewal for any amount of computers in a cluster.

Key words: idea ring bundle, up-diffused calculations, recovery scheme, BIB - design, cluster

### Вступ

Розподілені системи обчислень краще захищені від відмови частини комп'ютерів, що використовуються, і мають високу продуктивність через спільне використання навантаження. В ідеальному випадку навантаження повинно рівномірно поширюватись серед комп'ютерів. Коли один або більше комп'ютерів виходять з ладу, навантаження з цих комп'ютерів має бути перерозподілене до інших комп'ютерів, що працюють у групі розподіленої системи обчислень. Перерозподіл визначає схема відновлення. Схема відновлення повинна розподіляти навантаження порівну між комп'ютерами, що працюють, як тільки можливо, навіть коли є поломки комп'ютерів у найнесприятливіших комбінаціях. Необхідно знайти оптимальні схеми відновлення для будь-якої кількості комп'ютерів у розподіленій системі обчислень.

### Постановка проблеми

Мета – знайти оптимальні схеми відновлення, які повинні швидко обчислюватись для великої кількості  $n$  комп'ютерів і працювати краще, ніж вже відомі схеми. Розглянемо кластер з  $n$  ідентичних комп'ютерів. Є один процес на кожному комп'ютері. Робота рівномірно розділена на ці  $n$  процеси. Є список відновлень, асоційований з кожним процесом. Цей список визначає, де процес треба знову почати, якщо поточний комп'ютер вимкнений. Процес переміщується назад, як тільки вимкнений комп'ютер повертається до робочого стану. Отже, необхідно отримати число, до якого можна знайти найдовшу послідовність додатних цілих чисел, сума послідовності яких менша або



дорівнює сумі чисел, і така, що усі суми послідовностей унікальні. Ця задача еквівалентна задачі знаходження лінійки Голомба за умови, що сума послідовності менша або дорівнює  $L_n$ , і еквівалентна математичній задачі ВІВ-схем за умови, що сума послідовності точно дорівнює  $v$ , тому відповідно можемо користуватися результатами лінійок Голомба та ВІВ-схем.

Лінійкою Голомба називається набір невід'ємних цілих чисел, розташованих у вигляді поділок на лінійці так, що відстань між будь-якими двома поділками є унікальною. Інакше кажучи, на усій лінійці не можна знайти два числа, різниця між якими повторювалася б двічі [2]. Максимальну кількість пар, які можна скласти з відстаней  $n$  між сусідніми поділками лінійки порядку  $n$ , визначають за формулою:

$$L_n = \binom{2}{n} = \binom{n(n+1)}{2}. \quad (1)$$

Під блок-схемою розуміють розміщення елементів множини  $\{b_i\}$ ,  $i = 1, \dots, v$  в  $a$  підмножинах  $B_j$ ,  $j = 1, \dots, a$  або блоках з однаковою кількістю елементів  $k_j = k$ ,  $A_j = 1, \dots, a$  в кожному блоці, причому елемент  $b_i$  належить до  $r_i$  різних блоків, а кожна  $p$ -та пара різних елементів  $(b_i, b_{ji})$ ,  $i \neq j$ ,  $p = 1, 2, \dots, v(v-1)/2$  трапляється в  $I$  блоках.

Простою ідеальною кільцевою в'язанкою (КВ) називається послідовність  $K_n = (k_1, k_2, \dots, k_n)$  чисел, на якій всі можливі кільцеві суми вичерпують значення чисел натурального ряду  $1, 2, \dots, S_n$ , де:

$$S_n = n(n-1) + 1. \quad (2)$$

КВ з параметрами  $n$  і  $R$  відповідає циклічна ВІВ-схема з параметрами  $(v, k, I)$  на множині елементів  $\{b_i\} = \{j\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, S_n = v$ ,  $n = k$ ,  $I = R$ . Це можна довести, якщо КВ на послідовності чисел  $(k_1, k_2, \dots, k_j, \dots, k_n)$  поставити у відповідність

$$S_n = n(n-1)/R + 1 \quad (3)$$

послідовностей:

$$\begin{aligned} B^{(1)} &= (b_1^{(1)}, b_2^{(2)}, \dots, b_l^{(1)}, \dots, b_n^{(1)}); \\ B^{(2)} &= (b_1^{(2)}, b_2^{(2)}, \dots, b_l^{(2)}, \dots, b_n^{(2)}); \\ &\dots\dots\dots \\ B^{(j)} &= (b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, \dots, b_l^{(j)}, \dots, b_n^{(j)}); \\ &\dots\dots\dots \\ B^{(S_n)} &= (b_1^{(S_n)}, b_2^{(S_n)}, \dots, b_l^{(S_n)}, \dots, b_n^{(S_n)}); \end{aligned} \quad (4)$$

елементи яких визначаються за формулою

$$b_l^{(j)} - 1 \equiv j + \sum_{i=1}^l k_i - 1 \pmod{S_n}; \quad l = 1, 2, \dots, S_n; \quad j = 1, 2, \dots, S_n; \quad v = S_n; \quad k = n. \quad (5)$$

Наприклад, за вхідними даними  $n = 4$ ,  $R = 1$  та елементами КВ  $(k_1 = 1, k_2 = 3, k_3 = 2, k_4 = 7)$  легко побудувати перший блок циклічної блок-схеми:

$$\begin{aligned} B_1: \quad b_1 &= k_1 = 1, \\ b_2 &= b_1 + k_2 = 4, \\ b_3 &= b_2 + k_3 = 6, \\ b_4 &= b_3 + k_4 = 13 \end{aligned}$$

Решту блоків знаходять циклічним зсувом довжиною  $v = 13$  знайдених вище елементів першого блока цієї блок-схеми. В результаті побудови одержуємо:

$$\begin{aligned} B_1 &: (1, 4, 6, 13) \\ B_2 &: (2, 5, 7, 1) \\ B_3 &: (3, 6, 8, 2) \end{aligned}$$

- $B_4 : (4, 7, 9, 3)$
- $B_5 : (5, 8, 10, 4)$
- $B_6 : (6, 9, 11, 5)$
- $B_7 : (7, 10, 12, 6)$
- $B_8 : (8, 11, 13, 7)$
- $B_9 : (9, 12, 1, 8)$
- $B_{10} : (10, 13, 2, 9)$
- $B_{11} : (11, 1, 3, 10)$
- $B_{12} : (12, 2, 4, 11)$
- $B_{13} : (13, 3, 5, 12)$

На основі розглянутих методів досліджено, що задача виявлення оптимальних схем відновлення відповідає математичній задачі ВІВ-схем, побудованих на основі ІКВ. У процесі роботи розроблено схему відновлення на основі ВІВ-схеми, яка працює для більшої кількості пошкоджених комп'ютерів, ніж інші схеми. Ця схема дає змогу забезпечити оптимальне відновлення для будь-якої кількості комп'ютерів у кластері.

### Розв'язання задачі

Список відновлень отримується додаванням значень послідовностей – це послідовність з часткових сум. Перша частина списків відновлень складається із сум елементів числової лінійки-в'язанки або ІКВ, таких, що сума оптимальної послідовності довжини менша, ніж  $L_n + 1$ , для лінійок Голомба або  $S_n + 1$  для ІКВ. Частина списку відновлень, що залишилася, наповнена залишком номерів (комп'ютерів) аж до суми лінійок Голомба  $L_n$  або суми ІКВ  $S_n$ . Другі частини схем відновлення на основі ідеальних кільцевих в'язанок будуються як декілька підряд розташованих чисел, які не збігаються з вагами сум елементів ідеальних кільцевих в'язанок.

Наприклад, для ІКВ  $(1, 3, 2, 7)$  з параметрами  $n=4$  та  $S_n=13$  перша частина схеми відновлення відповідає таким сумах елементів ІКВ:  $0, 0+1=1, 1+3=4, 4+2=6, 6+7=13$ , а друга частина схеми відновлення відповідає числам, відсутнім у першій частині:  $2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ .

Порівняємо запропоновану модель схеми відновлення з найкращими відомими, наприклад, на основі лінійок Голомба (числових лінійок-в'язанок). Нехай  $V_{0,i}$  є списком відновлення лінійки Голомба для процесу нуль у кластері з  $j$  комп'ютерами. Тоді він містить числову лінійку-в'язанку із сумою, яка менша ніж або дорівнює  $j$  і залишок номерів (комп'ютерів) аж до  $j-1$ .

Наприклад, для процесу нуль у кластері з 12 комп'ютерів:  $V_{0,12}(0) = \{1, 4, 9, 11, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10\}$ . Усі інші списки відновлень виходять з  $V_{0,j}(0)$ , використовуючи  $V_{i,j}(x) = (V_{0,j}(0) + i) \bmod (j+1)$  для усіх  $i \leq j$ . Нехай  $V_{0,j}$  є списком відновлення ІКВ для процесу нуль у кластері з  $j$  комп'ютерами. Тоді він містить ІКВ із сумою  $j$  і залишок номерів (комп'ютерів) аж до  $j-1$ . Наприклад, для процесу нуль у кластері з 14 комп'ютерів маємо:  $V_{0,14}(0) = \{1, 4, 6, 13, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ . Інші списки відновлень для процесів  $x$  одержимо з  $V_{0,j}(0)$ , використовуючи  $V_{i,j}(x) = (V_{0,j}(0) + i) \bmod (j+1)$  для всіх  $i \leq j$ .

Користуючись схемою числових лінійок-в'язанок, можна гарантувати оптимальну поведінку тільки до 27 пошкоджених комп'ютерів, де  $L_{27} = 553$ , оскільки для більших  $n$  ще не відомо, чи відповідні числові лінійки-в'язанки оптимальні, чи ні. Користуючись схемою ІКВ, можна гарантувати близьку до оптимальної поведінку для будь-якої кількості пошкоджених комп'ютерів, оскільки зінгерові ІКВ існують для  $n$  за умови:

$$n = p^a + 1, \tag{6}$$

де  $p$  – просте число;  $a$  – натуральне число.

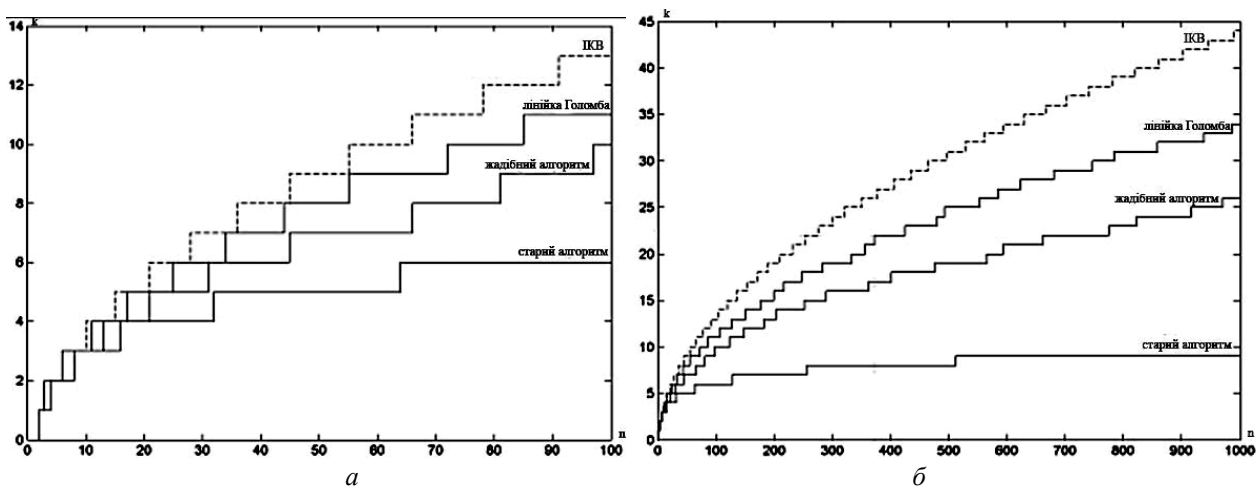


Рис. 1. Схеми відновлення на основі ІКВ, лінійок Голомба, жадібного алгоритму, старого алгоритму

На рис. 1 порівнюються схеми відновлення, які використовують ІКВ, лінійки Голомба, жадібний алгоритм (алгоритм, який приймає найкраще рішення на основі наявних на поточному етапі даних, сподіваючись врешті-решт отримати оптимальне рішення), старий алгоритм (алгоритм, який є деякою функцією від кількості комп'ютерів). Виконання визначається як кількість комп'ютерів, що вийшли з ладу, за яких можемо гарантувати побудову оптимального розподілу навантаження [3].

Рис. 1, а показує, що зі зростанням кількості  $n$  комп'ютерів у розподіленій обчислювальній системі застосування схем відновлення ІКВ стає доцільнішим для більшої кількості комп'ютерів  $n$ , наприклад, для  $n = 100$  схеми відновлення на ІКВ гарантують оптимальне рішення, якщо  $k = 13$  комп'ютерів вийшло з ладу, на лінійках Голомба гарантують оптимальне рішення, якщо  $k = 11$  комп'ютерів вийшло з ладу, жадібний алгоритм гарантує оптимальну поведінку, якщо  $k = 10$  комп'ютерів зламани, а старий алгоритм гарантуватиме оптимальну поведінку тільки для  $k = 6$  комп'ютерів [1, 3].

На рис. 1, б наведені для  $n = 1000$  схеми відновлення на ІКВ, які гарантують оптимальне рішення, якщо  $k = 44$  комп'ютерів вийшло з ладу, на лінійках Голомба, які гарантують оптимальне рішення, якщо  $k = 34$  комп'ютерів вийшло з ладу, жадібний алгоритм гарантує оптимальну поведінку, якщо  $k = 26$  комп'ютерів зламани, а старий алгоритм гарантує оптимальну поведінку тільки для  $k = 9$  комп'ютерів [1, 3].

Розроблений програмний продукт, який моделює роботу схему відновлення на основі ІКВ з перерозподілом процесів. Загальний вигляд програми, коли вийшов з ладу один з комп'ютерів  $k = 1$  та коли вийшли з ладу три комп'ютера  $k = 3$  на основі ІКВ (1, 2, 4) з параметрами  $n = 4$  та  $R = 1$ , подано відповідно на рис. 2, а та б.

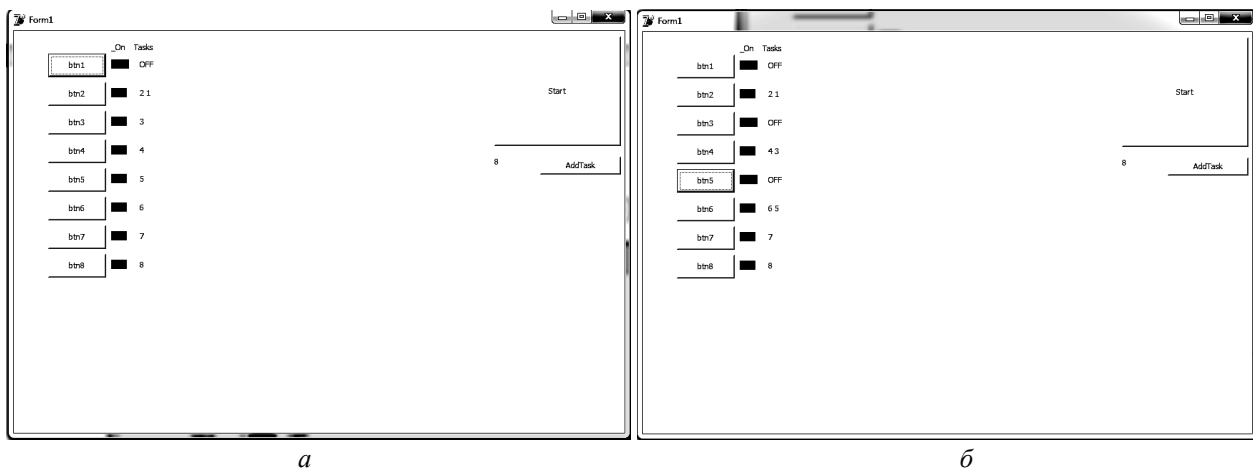


Рис. 2. Загальний вигляд програми, яка моделює роботу схему відновлення на основі ІКВ

## Висновки

Схеми відновлення визначають, як перерозподілити робоче навантаження у випадку, коли один або більше комп'ютерів виходять з ладу. Розглянуто  $n$  ідентичних комп'ютерів, які за нормальних умов виконують один процес. Усі процеси виконують ту саму кількість роботи з точністю до одиниці. Необхідно завжди отримувати навантаження, розподілене порівну, навіть за найнесприятливіших комбінацій виходу з ладу комп'ютерів, що забезпечує розроблена модель схеми відновлення на ВІВ-схемах за допомогою ІКВ. Представлена модель схем відновлення на ВІВ-схемах на основі ІКВ, для якої оптимальною є практично будь-яка кількість комп'ютерів у кластері.

Розроблений та налагоджений програмний продукт, який показує роботу моделі схеми відновлення на основі ІКВ. Схемою відновлення розподіленої системи, що гарантує оптимальне поширення навантаження в найгіршому випадку, коли  $k$  комп'ютерів вийшли з ладу, є оптимальна схема відновлення за критерієм рівномірного навантаження для значення  $n$  і  $k$  на основі ІКВ.

1. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів, 1989.
2. Різник О. Я., Балич Б. І. Використання числових лінійок-в'язанок для кодування інформації // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Комп'ютерні науки та інформаційні технології”, 2006. – С. 62–64.
3. Klonowska K., Lundberg L., Lennerstad H. Using Golomb Rulers for Optimal Recovery Schemes in Fault Tolerant Distributed Computing, in Proceedings of 17th International Parallel & Distributed Processing Symposium IPDPS 2003, Nice, France, April 2003, pp. 213.

## МЕТОД ПОБУДОВИ ВИПАДКОВИХ ПЕРЕХІДНИХ ШАРІВ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ У МУЛЬТИМАСШТАБНОМУ МОДЕЛЮВАННІ СТРУКТУР ГЕТЕРОГЕННИХ СЕРЕДОВИЩ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕХНОЛОГІЇ OpenCL

© Яворський Н., Фармага І., Марікуца У., 2015

На основі методів побудови випадкових скалярних полів та методів побудови градуйованих перехідних шарів запропоновано метод побудови випадкових мікрорівневих перехідних шарів, що дає змогу моделювати, рекурентно у різних масштабах, структури гетерогенних середовищ, як комбінацію детермінованих елементів із заданими стохастичними перехідними шарами між ними. Описано реалізацію методу за допомогою технології високопродуктивних паралельних та розподілених обчислень OpenCL.

**Ключові слова:** гетерогенне середовище, перехідний шар, випадкове поле, гауссовий фільтр, мультимасштабне моделювання, OpenCL.

Basing on the random field construction methods and graded transition layers construction methods, the random micro level transition layer construction method is proposed. It gives the ability to do recurrent different scaled modelling of heterogeneous environment structures as the combination of deterministic elements with stochastic transition layers between them. Also described the method realization by technology of high performance parallel and distributed computing – OpenCL.

**Key words:** heterogeneous environment, transition layer, random field, Gaussian filter, multiscale modelling, OpenCL.

### Вступ

Моделювання перехідних шарів є актуальним завданням, що часто виникає під час аналізу чи проектування фізичних середовищ, які складаються з двох чи більше компонент. Прикладом таких середовищ є композиційні матеріали. Під час побудови моделей структури гетерогенних середовищ, залежно від вибраного рівня деталізації [1, 2], перехідні шари можуть описуватися як: окремі одиниці (наприклад, полідисперсна модель Хашина [3, 4] чи модель ефективного інтерфейсу [5], [6]); спрощені елементи регулярних структурних одиниць (наприклад, модель елементарних комірок зі звуженнями [7]); та як випадковий розподіл з деякою концентрацією різних матеріалів елементів мікрорівневої моделі (наприклад, модель функціонально градуйованих матеріалів FGM [8, 9]). Моделі, що входять до останнього класу, є найперспективнішими у плані досліджень, автоматизації та подальшого практичного використання, оскільки дають змогу максимально адекватно описувати реальні фізичні та просторові структури гетерогенного середовища.

Випадкові мікрорівневі моделі, своєю чергою, поділяються на коміркові та моделі випадкових скалярних полів [10], яких стосується ця робота. Порівняно з комірковими, останні забезпечують значну гнучкість у формалізації класів реальних фізичних мікроструктур, що можуть бути ними змодельовані. Найбільше використовуються вони у моделюванні мікроемульсій, ґрунтових порід, аморфних сплавів та аерогелів. Проте, очевидно, що цим їх функціональні можливості не обмежуються.

З іншого боку, використання примітивніших, порівняно з мікрорівневими, структурних моделей гетерогенних середовищ значно спрощує обчислення та зменшує їх кількість, особливо у задачах проектування. Основний недолік моделей, що входять до цього класу, – використання методів усереднення, які ґрунтуються на низці аксіоматичних припущень, яких не завжди вдається дотримуватися на практиці (наприклад, у структурних моделях дуже важко, або й неможливо змоделювати явище перколяції), тому їх використання сильно обмежене.

У цій роботі наводиться варіант об'єднання основних переваг описаних класів моделей. Для цього пропонується метод побудови випадкових мікрорівневих перехідних шарів за різних масштабів моделювання. Це дає змогу будувати моделі структур гетерогенних середовищ як комбінацію детермінованих елементів із заданими стохастичними перехідними шарами між ними. Крім того, метод можна застосовувати рекурентно для безпосереднього мультимасштабного моделювання випадкових скалярних полів.

Враховуючи те, що моделювання випадкових скалярних полів потребує великої кількості однакових обчислень, його ефективно реалізовувати на SIMD (Single Instruction Multiple Data) архітектурах обчислювальних пристроїв, наприклад, на графічних картах (GPU). У цій роботі описано таку програмну реалізацію на основі технології OpenCL (Open Computing Language). Отже, можна значно збільшити швидкодію, за рахунок одночасного виконання програмного коду на великій кількості обчислювальних ядер.

### Моделювання випадкових скалярних полів

Задача моделювання випадкових скалярних полів добре описана у великому колі робіт, зокрема в [10] та [11]. Вона складається таких основних етапів:

1. Побудова базового випадкового розподілу у деякому елементарному об'ємі (RVE) гетерогенного середовища, що переважно являє собою тривимірну матрицю, кожен елемент якої є випадковою скалярною величиною (інтенсивністю)  $f(x, y, z)$  у діапазоні  $[0;1]$ .
2. Огрублення базового випадкового розподілу  $f(x, y, z)$  деяким, переважно лінійним, фільтром  $K$  з обчисленням інтенсивності як середнього значення сусідніх інтенсивностей, зважених деяким коефіцієнтом:

$$F(x, y, z) = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) K(\Omega) d\Omega \quad (1)$$

3. Застосування перерізу отриманого огрубленого поля  $F(x, y, z)$  на деякому рівні  $F_0$  вибраного діапазону або використання одночасно кількох перерізів:

$$I(x, y, z) = H(F(x, y, z) - F_0(x, y, z)), \quad H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

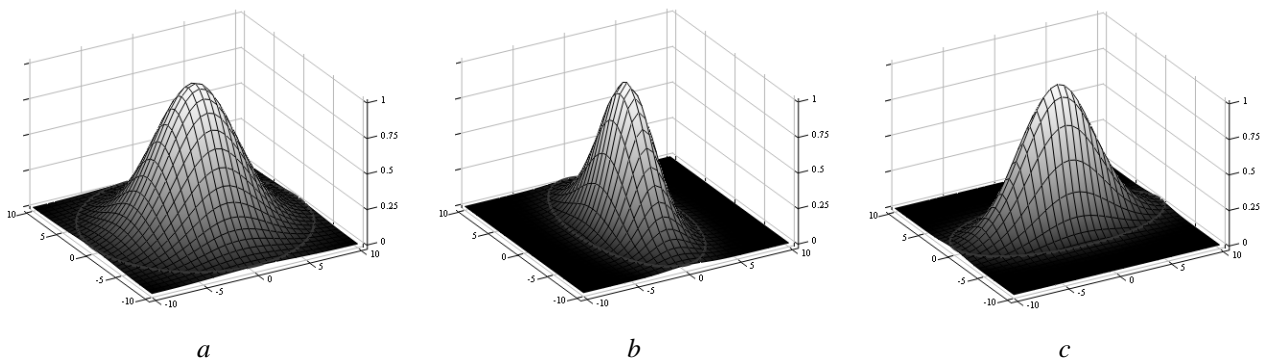
Дотримуючись максимальної простоти, як генератор випадкових чисел використовують той, що поставляється з прикладною алгоритмічною мовою програмування, на якій реалізовується програма моделювання. Зазвичай використовується рівномірний (рис. 2, а), рідше гауссовий розподіли інтенсивностей.

Для огрублення побудованого поля використовується лінійний фільтр деякого, наперед визначеного розміру. Що більший розмір фільтра, то гладші поверхні отримують у кінцевому результаті. Дуже часто на цьому етапі використовується добре відомий гауссовий фільтр:

$$K(x, y, z, a, b, c, r) = \exp \left( - \frac{\left( \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 + \left( \frac{z}{c} \right)^2}{\left( \frac{r}{2} \right)^2} \right) \quad (3)$$

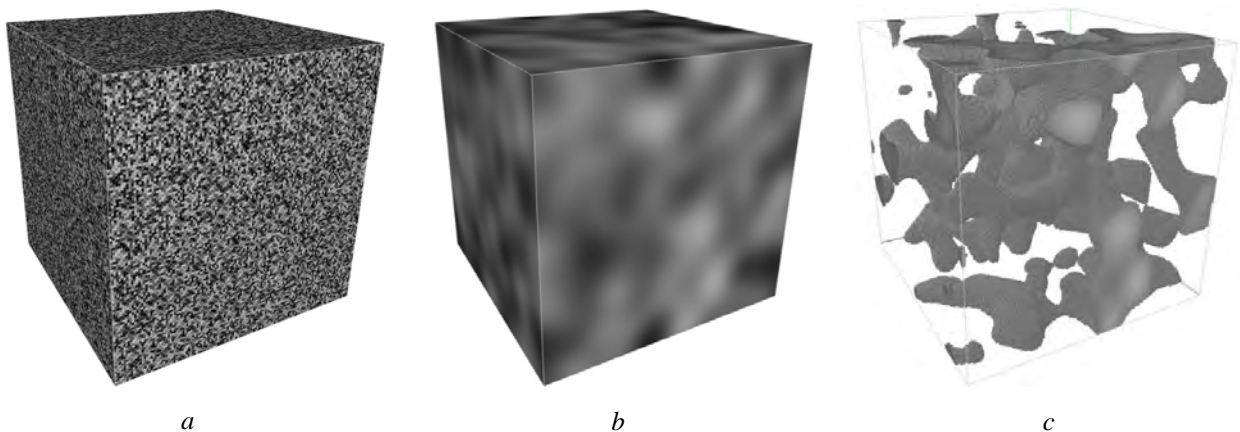
де  $x, y, z$  – координати відносно центра фільтра;  $a, b, c$  – діаметрально протилежні точки осей еліпсоїда;  $r$  – радіус еліпсоїда. Описаний фільтр враховує інтенсивності сусідніх точок експоненційно, від одиниці в центрі його координат, і приблизно рівно нулю на еліпсоїді з заданим радіусом. Двовимірні варіанти таких еліпсоїдів зображено на *рис.1*. Їх використання дає змогу моделювати анізотропні поля, “видовжені” по більших головних осях.

Особливістю гауссового фільтра є те, що він може бути незалежно розділений окремо по кожній з осей координат, що на порядки зменшує складність обчислень. У цьому випадку з  $O(h_x h_y h_z r^3)$ , де  $h_x, h_y, h_z$  – висота ширина та глибина матриці, до  $O(h_x h_y h_z r)$ . Слід також зазначити, що після застосування фільтра отримані значення можуть бути досить великими, і не попадати в діапазоні  $[0;1]$ . Щоб обійти цю проблему, достатньо виконати нормалізацію. На *рис. 2, b* зображено результат застосування гауссового фільтра до базового випадкового розподілу інтенсивностей в елементарному об’ємі гетерогенного середовища.



*Рис. 1. Приклади двовимірних гауссових фільтрів: a – у формі кола з радіусом 10 одиниць; b – у формі еліпса з головними осями 5 та 10 одиниць; c – у формі еліпса з головними осями 10 та 5 одиниць*

Останнім етапом моделювання є застосування до огрублених фільтром випадкових скалярних полів одного чи кількох перерізів на деякому рівні. Значення інтенсивностей, що не долають вибраний рівень, просто відкидаються. Приклад застосування єдиного перерізу до огрубленого фільтром випадкового скалярного поля зображено на *рис. 2, c*.



*Рис. 2. Приклад моделювання структури гетерогенного середовища за допомогою випадкових скалярних полів. Елементарний об’єм є матрицею  $128 \times 128 \times 128$  елементів: a – базовий рівномірний випадковий розподіл інтенсивностей в матриці; b – результат застосування гауссового фільтра у формі сфери радіусом 20 елементів; c – результат застосування єдиного перерізу, показано інтенсивності  $\geq 0,63$*

### **Моделювання випадкових градуйованих перехідних шарів**

Градування, тобто моделювання деяких функціонально заданих переходів між фазами гетерогенних середовищ, широко застосовується у моделях функціонально градуйованих матеріалів

(FGM) [8], [9], [11]. Для градування моделей випадкових скалярних полів, у фільтр огрублення  $K$ , базового розподілу інтенсивностей, вводять спеціальну функцію інтенсивностей  $I(x, y, z)$ , що описує бажану форму випадкових полів [11], [12]. У найпростішому випадку функція інтенсивностей  $I(x, y, z)$  описує лінійний спад, між фазами середовища, що умовно дорівнюють 1 та 0 (рис. 3, а). Після цього повторюються попередньо описані кроки моделювання випадкових скалярних полів, з тією відмінністю, що під час фільтрування до знайденого огрубленого значення поля треба додати значення  $I(x, y, z)$  (рис. 3, б). Геометрично процедура додавання функції є еквівалентом обертання чи нахилу утвореного поля у додатковому вимірі, так що подальший переріз вже не буде паралельний до площини нульових інтенсивностей, а перетинатиме її під деяким кутом. Переріз повторюватиме форми функції  $I(x, y, z)$ . Цей підхід можна використовувати ітераційно. Якщо зменшувати на кожній ітерації розміри фільтра, з'являється можливість моделювати гетерогенні структури з різними масштабами градування (рис. 3, с).

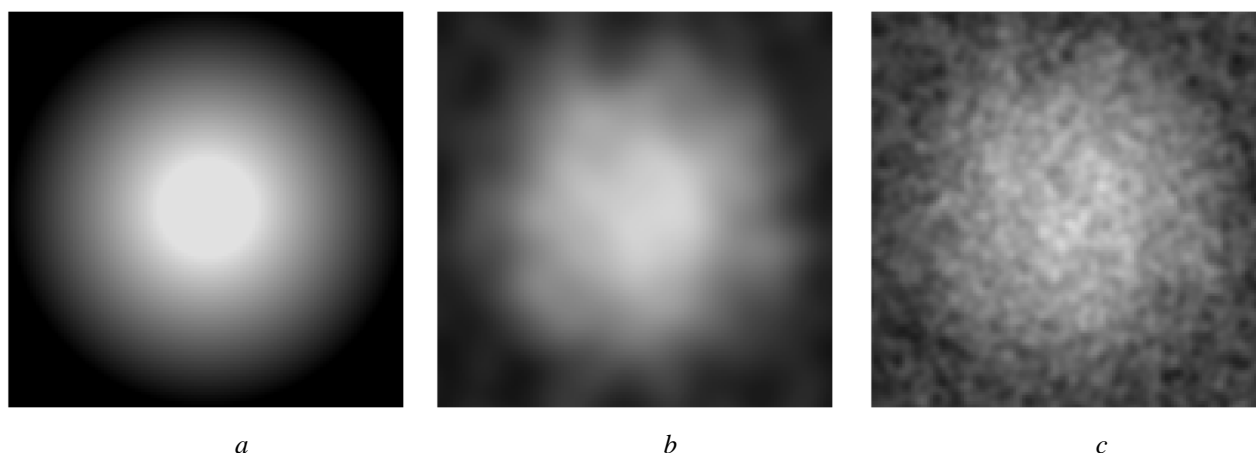


Рис. 3. Приклад моделювання випадкових градуйованих перехідних шарів. Елементарний об'єм є матрицею  $128 \times 128 \times 128$  елементів. У центрі розміщено сферу радіусом 64 елементи. Перехідний шар становить 75 % = 48 елементів. Зображено переріз по екватору: а – функція інтенсивності описує лінійний спад від 1 до 0; б – результат застосування гауссового фільтра у формі сфери радіусом 16 елементів та з заданою функцією інтенсивності; с – результат повторного застосування гауссового фільтра у формі сфери радіусом чотири елементи та з функцією інтенсивності з попереднього кроку, що відповідає збільшенню деталізації під час мультимасштабного моделювання

Описаний метод побудови випадкових перехідних шарів має недоліки. Зокрема, він деформує базові примітиви (сфери, циліндри, тетраедри, еліпсоїди,...), що можуть бути попередньо задані простішими структурними моделями гетерогенних середовищ. Недолік можна виправити, використавши деяке маскування ділянок елементарного об'єму.

Іншим недоліком методу є те, що на великих масштабах, тобто за великого розміру фільтра, початкова функція інтенсивностей сильно деформує випадкове скалярне поле, нівелюючи його наявність. Через це, застосовуючи перерізи, неможливо побудувати окремі кластери великих розмірів, які б простягалися через весь перехідний шар. З іншого боку, якщо відкинути початкову функцію інтенсивностей і безпосередньо використовувати випадкове скалярне поле, отримані гетерогенні структури матимуть велику кількість розривів між кластерами та базовими фазами середовища. Щоб вийти з цієї ситуації, додаючи до знайденого огрубленого поля значення функції інтенсивності, достатньо помножити останнє на деякий коефіцієнт.

Враховуючи доволі велику кількість елементів матриці елементарного об'єму, високу латентність доступу до пам'яті на SIMD архітектурах (порівняно з обчислювальними можливостями) для побудови випадкових градуйованих перехідних шарів, пропонується така процедура:

1. Застосувати до початкової функції інтенсивностей  $f(x, y, z) = I(x, y, z)$ , збереженої у матриці елементарного об'єму  $F$ , подвійний переріз на рівнях  $F_0 = 0 + \epsilon$  та  $F_1 = 1 - \epsilon$ , де  $0 \leq \epsilon \leq 1$ .



Прийняти значення, що не попадають в переріз, як замасковані, та присвоїти їм протилежні за знаком значення, зменшені на деяку константу  $C$  :

$$F(x, y, z) = \begin{cases} -F - C, & F < F_0 \vee F > F_1 \\ F, & F_0 \leq F \leq F_1 \end{cases} \quad (4)$$

При цьому вважаємо, що інтенсивність однієї фази середовища дорівнює нулю, а іншої – одиниці. Константа  $C$  необхідна для випадків, коли необхідно розглядати інтенсивності, що дорівнюють нулю чи одиниці. Для уникнення помилок заокруглення в числах з плаваючою комою, рекомендується приймати  $1 < C \leq 2$ . Зауважте, що немає необхідності створювати окрему матрицю маскування.

2. Створити нову матрицю  $G$  такого самого розміру, та побудувати в ній випадкове поле з застосуванням необхідного фільтра, за допомогою попередньо описаних кроків.

3. Помножити не замасковані значення функції інтенсивності, збереженої в  $F$ , на необхідний коефіцієнт  $a$ , та додати до них значення побудованого випадкового поля  $G$ .

4. Нормалізувати не замасковані значення  $F$ .

5. Зняти маску з  $F$  :

$$F(x, y, z) = \begin{cases} -F - C, & F < 0 \\ F, & F \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

Приклад роботи описаної процедури наведено на рис. 4.

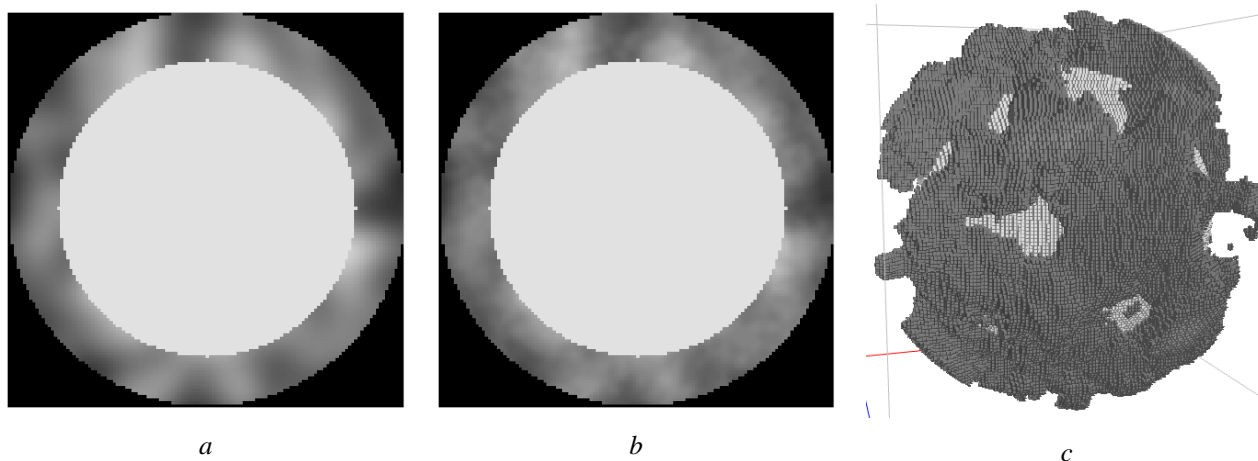


Рис. 4. Приклад моделювання випадкових градуйованих перехідних шарів з маскуванням.

Елементарний об'єм є матрицею  $128 \times 128 \times 128$  елементів. У центрі розміщено сферу радіусом 64 елементи. Перехідний шар становить 25% = 16 елементів. Зображено переріз по екватору: *a* – результат застосування гауссового фільтра у формі сфери радіусом 16 елементів та з заданою функцією інтенсивності, помноженою на 0,25; *b* – результат повторного застосування гауссового фільтра у формі сфери радіусом чотири елементи та з функцією інтенсивності з попереднього кроку, помноженою на 5,0; *c* – результат застосування єдиного перерізу, показано інтенсивності  $\geq 0,55$

### Реалізація методу побудови випадкових перехідних шарів за допомогою OpenCL

Технологія OpenCL (Open Computing Language) є однією з технологій високопродуктивних паралельних та розподілених обчислень. Вона дає змогу реалізовувати концепцію паралелізму даних на широкому колі обчислювальних пристроїв, зокрема на центральних процесорах (CPU), на графічних картах, що підтримують інтерфейси загального використання (GPGPU), на програмованих користувачем вентильних матрицях (FPGA) та на процесорах цифрової обробки сигналів (DSP). У цьому випадку основну увагу звернуто саме на графічні карти, а також на багатоядерні центральні процесори. Ці класи обчислювальних пристроїв мають SIMD (Single Instruction Multiple Data) архітектуру і дають змогу максимально ефективно виконувати запрограмовані алгоритми, що використовують декомпозицію даних великих задач.

Основними особливостями роботи з графічними картами є висока латентність використання пам'яті, особливо у випадках пересилання даних з чи на пристрій. Тому максимально ефективного результату можна досягти у разі локальної обробки доволі великих порцій даних. Більшість таких пристроїв не реалізують кешування даних. Зазвичай не підтримується динамічне виділення пам'яті. Графічні карти містять велику кількість (порівняно з центральними процесорами) робочих вузлів, що одночасно виконують однакові інструкції. Якщо в інструкціях наявні програмні розгалуження чи умовні оператори, залежно від результатів виконання, деякі робочі вузли можуть простоювати, знижуючи цим максимальне ефективне навантаження на пристрій. Детальніше з цими особливостями можна ознайомитися у специфікації OpenCL або в [13].

Розробники пристроїв, що підтримують технологію OpenCL, зазвичай поставляють власний відповідний набір із засобів розроблення, утиліт і документації програмних продуктів (SDK). Кожен такий набір містить прикладні програмні інтерфейси (API) для роботи з пристроєм, API для взаємодії CPU і пристрою, та компілятор+компонувальник алгоритмічної мови OpenCL. Разом ці елементи утворюють так звану OpenCL платформу. Алгоритмічна мова технології OpenCL є C-подібною мовою програмування. Класично типова OpenCL програма складається з таких етапів:

- Визначити наявні в системі OpenCL платформи.
- Визначити наявні пристрої на платформах.
- Створити програмний OpenCL контекст для платформи. Контекст відповідає за взаємодію CPU і пристрою.
- Скомпілювати під створений контекст написані C-подібні OpenCL коди програм. Отримані програмні об'єкти аналогічні до динамічно компонованих бібліотек, що будуть розміщуватися на пристрої.
- Створити ядра виконання (kernel-об'єкти). Ядра є точками початку виконання інструкцій, які виконують робочі вузли.
- Створити чергу команд.
- Створити необхідні буфери пам'яті.
- Запустити в черзі команд на виконання потрібну кількість ядер.
- Скопіювати з пристрою отриману необхідну інформацію.
- Знищити всі створені об'єкти.

Враховуючи описані кроки, пропонуємо алгоритм побудови випадкових скалярних полів:

1. Створити на пристрої два буфери пам'яті “\_data” та “\_buffer” розміру “\_size“x”\_size“x”\_size”. У перший скопіювати попередньо створений базовий випадковий розподіл інтенсивностей.
2. Створити програмні ядра гауссового фільтра, що запускатимуться на виконання, по одному ядру на кожен вимір задачі.
3. Створити чергу команд.
4. Визначити кількість програмних ядер, що будуть одночасно запуснені на виконання, відповідно до наявної на пристрої кількості робочих вузлів.
5. Застосування фільтра по одному на вимір задачі:
  - a. Заповнити буфер “\_buffer” нулями.
  - b. Запустити на виконання знайдену кількість відповідних цьому виміру програмних ядер. Дані, що фільтруються, розміщені в буфері “\_data”, результат розміщується в буфері “\_buffer”.
  - c. Скопіювати отримані відфільтровані результати з буфера “\_buffer” в буфер “\_data”.
6. Скопіювати з пристрою дані, розміщені в будь-якому з буферів (після останнього виконання кроку 5.с вони будуть однаковими).
7. Нормалізувати отримані дані.
8. Знищити всі створені програмні об'єкти.

Оскільки далеко не всі OpenCL пристрої підтримують обчислення з плаваючою комою подвійної точності, у цій роботі всі обчислення виконують в одинарній точності, тобто з використанням типу даних float. З метою мінімізації кількості звернень до пам'яті гауссові фільтри реалізуються у вигляді простої функції:

```
float _GaussianFilter(
    float r,
    float x, float y, float z,
    float fx, float fy, float fz){
    return exp(-(x*x/fx/fx + y*y/fy/fy + z*z/fz/fz) / ((r/2.0) * (r/2.0)));}
```

Наступним кроком є створення трьох програмних ядер, що запускатимуться на виконання, по одному ядру на кожен вимір. Особливістю роботи з технологією OpenCL є те, що кількість запусків на виконання програмних ядер повинна бути кратною до кількості груп робочих вузлів, що є на пристрої. Разом ці групи утворюють окремі обчислювальні вузли. Їх кількість зазвичай дорівнює деякому степеню двійки, тому, для спрощення, розміри матриці елементарного об'єму гетерогенного середовища також дорівнюють деякому степеню двійки. Це також дає змогу обійти проблему фільтрації на границях матриці, перенесенням індексів на протилежну сторону елементарного об'єму, за допомогою простих побітових операцій. Утворені структури будуть ідентичними на протилежних сторонах елементарного об'єму. Нижче наведено одне з трьох програмних ядер, що реалізують гауссовий фільтр:

```
__kernel void applyGaussianFilterX(
    int discreteRadius,
    float ellipsoidScaleFactorX,
    float ellipsoidScaleFactorY,
    float ellipsoidScaleFactorZ,
    __global float *_data,
    __global float *_buffer,
    int _size)\
{
    long i = get_global_id(0);
    long j = get_global_id(1);
    long k = get_global_id(2);

    for( int p = -discreteRadius; p <= discreteRadius; ++p)
        _buffer[(i * _size * _size) + (j * _size) + k] +=
            _data[(((i+p)&(_size-1)) * _size * _size) +
                (j * _size) + k] *
            _GaussianFilter(
                discreteRadius,
                p, 0, 0,
                ellipsoidScaleFactorX,
                ellipsoidScaleFactorY,
                ellipsoidScaleFactorZ);
}
```

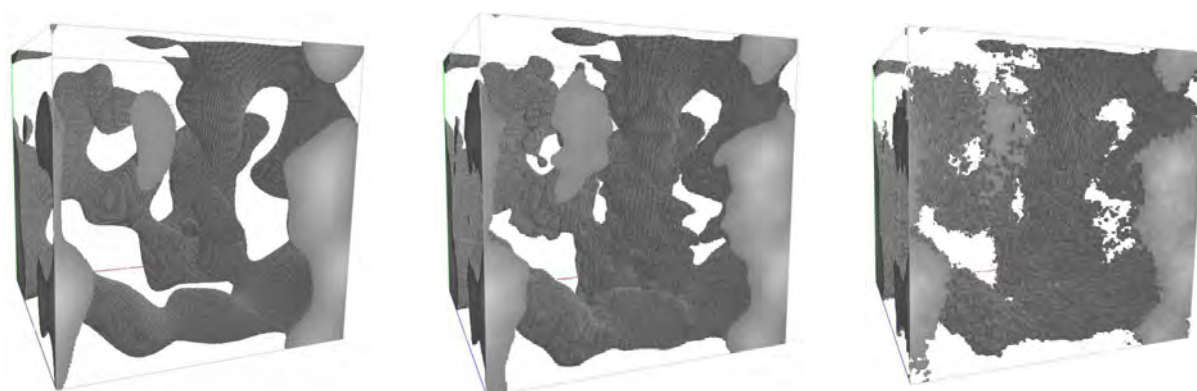
Кількість програмних ядер, що будуть одночасно запуснені на виконання, відповідно до наявної на пристрої кількості робочих вузлів, за можливості беруть максимальною. Для цього перевіряється інформація пристрою за OpenCL параметром "CL\_DEVICE\_MAX\_WORK\_GROUP\_SIZE". Для побудови випадкових градуйованих перехідних шарів описаний алгоритм та його програмну реалізацію треба підставити в процедуру, описану в попередньому розділі.

### **Результати мультимасштабного моделювання випадкових перехідних шарів**

Описаний у цій роботі метод програмно реалізований на алгоритмічній мові C++11 з використанням OpenCL версії 1.2, та Qt SDK версії 5.4.1. Робоча операційна система Windows 7 Ultimate x64. Програма зібрана під x64 за допомогою компілятора MinGW версії 4.9.2. Моделювання проводилися на персональному комп'ютері пересічної комплектації. Зокрема:

- OpenCL GPU: "Cedar (AMD Radeon HD 6300M Series)", AMD OpenCL SDK 2.9.1 driver 1445.5 (VM), 2x12 computing units 0.750 GHz, (робоча група 4x4x4).
- OpenCL CPU: "Intel(R) Core(TM) i5-2410M CPU @ 2.30GHz", AMD OpenCL SDK 2.9.1 driver 1445.5 (sse2,avx), 2x2 computing units 2.294 GHz, (робоча група 8x8x8).

Також моделювання виконано в однопотоківій версії програми, без використання OpenCL. Отримані результати наведено на рис. 5–9.



Масштаб 1

Масштаб 2

Масштаб 3

Рис. 5. Результати застосування єдиного перерізу інтенсивностей  $\geq 0,63$  у різних масштабах моделювання випадкових полів

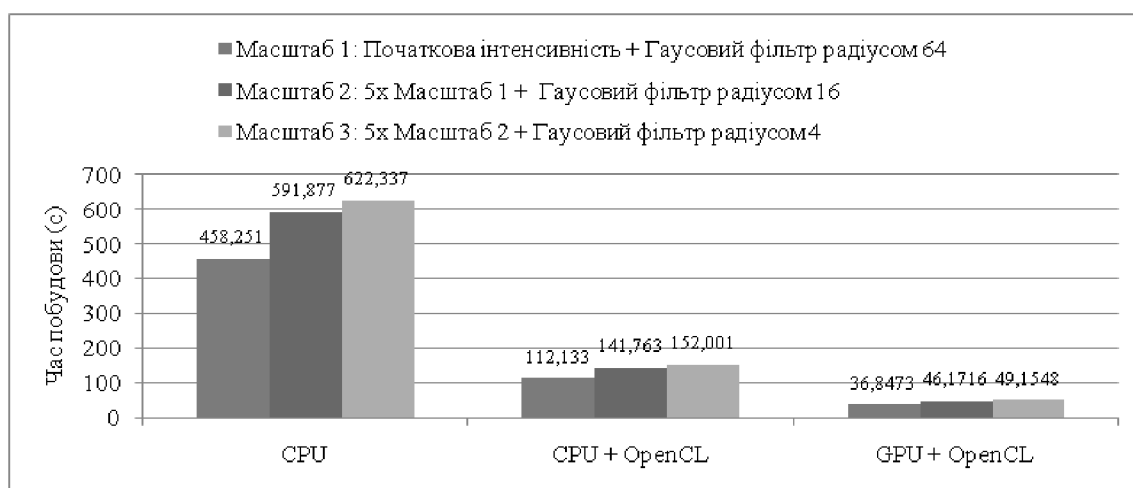
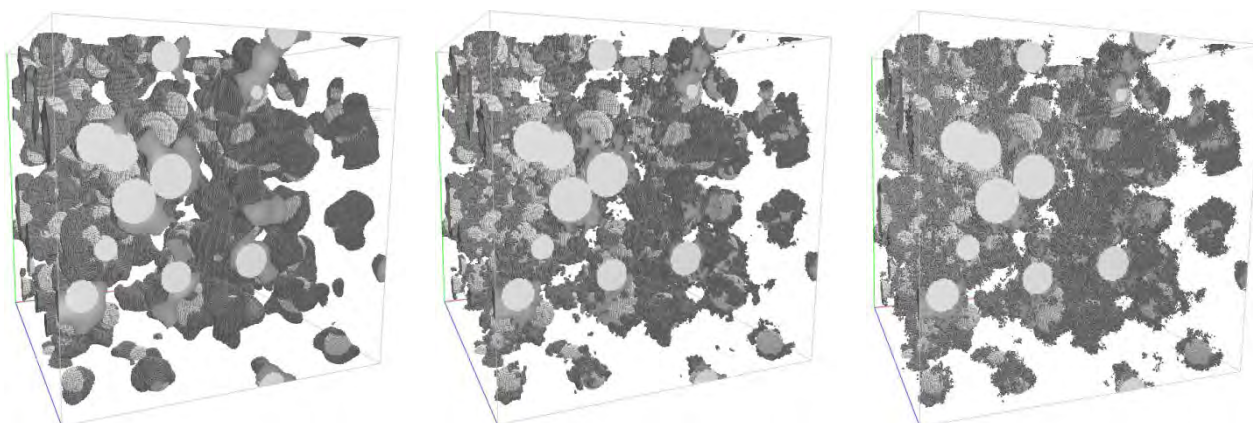


Рис. 6. Результати мультимасштабного моделювання випадкових скалярних полів для елементарних об'ємів у вигляді матриці розміром  $256 \times 256 \times 256$  елементів. Початковим є рівномірний розподіл інтенсивностей

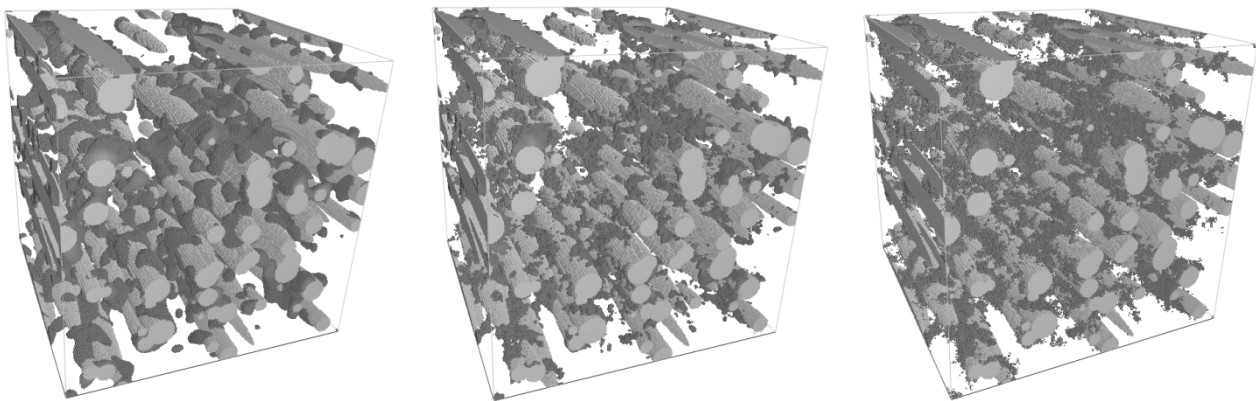


Масштаб 1

Масштаб 2

Масштаб 3

Рис. 7. Результати мультимасштабного моделювання випадкових градуїюваних перехідних шарів для елементарних об'ємів у вигляді матриці розміром  $256 \times 256 \times 256$  елементів. Початковим є заповнення елементарного об'єму 150 сферами, що перетинаються, з мінімальним радіусом 16 елементів та максимальним радіусом 32 елементи. Перехідний шар становить половину радіуса кожної сфери. Початкова інтенсивність перехідного шару змінюється лінійно між фазами середовища. Показано результат застосування єдиного перерізу інтенсивностей  $\geq 0,63$  у різних масштабах



Масштаб 1

Масштаб 2

Масштаб 3

Рис. 8. Результати мультимасштабного моделювання випадкових градуйованих перехідних шарів для елементарних об'ємів у вигляді матриці розміром 256 \* 256 \* 256 елементів. Початковим є заповнення елементарного об'єму 75 еліпсоїдами (сфера 100 % по осі X, 10 % по осі Y, 10 % по осі Z), що перетинаються, з мінімальним радіусом 128 елементів та максимальним радіусом 256 елементів. Перехідний шар становить половину радіуса кожного еліпсоїда. Початкова інтенсивність перехідного шару змінюється лінійно між фазами середовища. Показано результат застосування єдиного перерізу інтенсивностей  $\geq 0,63$  у різних масштабах

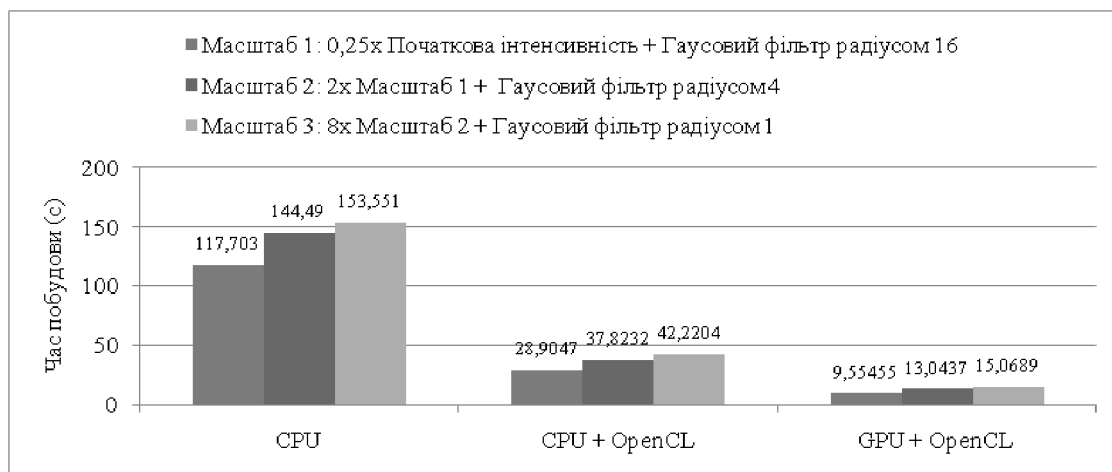


Рис. 9. Результати мультимасштабного моделювання випадкових градуйованих перехідних шарів для елементарних об'ємів у вигляді матриці розміром 256 \* 256 \* 256 елементів

### Висновки

У цій роботі, на основі методів побудови випадкових скалярних полів та методів побудови градуйованих перехідних шарів, запропоновано метод побудови випадкових мікрорівневих перехідних шарів, що дає змогу моделювати, рекурентно у різних масштабах, структури гетерогенних середовищ як комбінацію детермінованих елементів із заданими стохастичними перехідними шарами між ними.

Крім того, наводиться приклад реалізації запропонованого методу на основі технології високопродуктивних паралельних і розподілених обчислень OpenCL. Це дає змогу ефективно виконувати моделювання на обчислювальних пристроях з SIMD архітектурою, наприклад, на графічних картах чи багатоядерних центральних процесорах. Зокрема, наведені результати моделювання, з яких видно, що навіть з використанням персональних комп'ютерів пересічної

комплектації, реалізація за допомогою технології OpenCL більш ніж у десять разів пришвидшує обчислення таких задач.

1. Jaworski N., Farmaga I., Lobur M., Spiewak P. – *Research of composite materials optimal design task based on numerical simulation // Proc. of the 8th International Scientific and Technical Conference “Computer Sciences and Information Technologies” (CSIT’2013).* – P. 46–48, Lviv, 2013.
2. Нарусберг В., Тетерс Г. *Устойчивость и оптимизация оболочек из композитов.* – Рига: Зинатне, 1988.
3. Hashin Z. *The elastic moduli of heteroheneous materials // Journal of Applied Mechanics*, 29(1): 143-150, 1962.
4. Christinsen R. *Mechanics of composite materials // New-York: Wiley*, 1979.
5. Dunn M., Ledbetter H. *Elastic moduli of composites reinforced by multiphase particles // Journal of Applied Mechanics*, 62(4):1023–1028, 1995.
6. Odegard G., Clancy T., Gates T. *Modeling of the mechanical properties of nanoparticle/polymer composites // Polymer*, 46(2):553–562, 2005.
7. Дульнев Г., Заричняк Ю. *Теплопроводность смесей и композиционных материалов: справочная книга.* – Ленинград: Энергия, 1974.
8. Reiter T., Dvorak G., Tvergaard V. *Micromechanical Models for Graded Composite Materials // Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45(8):1281–1302, 1997.
9. Ostoj-Starzewski M. *Random Field Models of Heterogeneous Materials // International Journal of Solids and Structures*, 35(19): 2429–2455, 1998.
10. Torquato S. *Random Heterogeneous Materials. Microstructure and Macroscopic Properties // New-York: Springer*, 2002.
11. Rahman S. *A random field model for generating synthetic microstructures of functionally graded materials // International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 76(1):972–993, 2008.
12. Rahman S. *Multi-scale fracture of random heterogeneous materials // Ships and Offshore Structures*, 4(3):261–274, 2009.
13. Munshi A., Gaster B., Mattson T., Fung J., Ginsburg D. *OpenCL Programming Guide.* – New-York: Addison-Wesley, 2011.

**O. Troyan**

Lviv Polytechnic National University  
Department of Information Technology Publishing Affair

## **METHOD OF FORMING LATENT IMAGE TO PROTECT DOCUMENTS BASED ON THE EFFECT MOIRE**

© Troyan O., 2015

**Analysis of modern methods of information protection based on printed documents. It is shown that methods of protection from moiré effect provide reliable and effective protection by gaining new protection technology that is displayed in the optical acceleration motion layers and causes moire in fraud. Latent images can securely protect paper documents. Introduce a system of equations to calculate curvilinear patterns, where the optical formula of acceleration and periods moire stored in its simplest form. There is a need to create new types of protection of printed documents as the means and methods of fraud are becoming more common.**

**Key words: method of protection, securities, security printing.**

### **Accession**

With the development of computer technology forgery of documents is common. Manufacturing documents are easier to falsification consequence of that is becoming more development. In this regard, there is need for protection of electronic and paper documents in new ways. Computer industry and modern copiers developing rapidly. Modern computer systems and networks face different attacks, so now becoming urgent question of security of electronic documents. Given the variety of potential threats to information protection of electronic documents should be as high. To be effective protection it must meet

the criteria of reliability and efficiency. Effective protection should be simple in creation, but challenging and financially profitable during the fraud and visually noticeable when a copy of the document in elektrovanomu or printed form. In this work, a new type of document security based moire effects that satisfies the criteria of efficiency and reliability. The new method is based on an optical effect which causes moire.

Protection of printed and electronic documents appears as a strategic problem of state and international level. Data protection occupies an important place in the information security of the state, because there is a transfer of electronic and print media in the Internet space, mobile devices and the printed media. The subject involved and a number of leading research scientists and companies that want to provide protection as the information security of the state and each user separately. In this area many working as domestic and foreign researchers.

### **Problem**

The analysis found that there are effective ways to protect and print documents that are based on the moire phenomem and satisfy the criteria of reliability and efficiency in defense. However, to increase the level of protection necessary to develop a new method that would take into account the technical characteristics of modern copying machines and did play falsified documents uneconomical. Designed protection does not require expensive equipment and special materials. The main objective of this work is to create a method of protection from hidden elements which are based will put moire effect. This model should provide high level safety information in printed or electronic form, thus providing for minimizing fraud.

### **The main content**

Moire - interference pattern created when you apply two mesh periodic drawings. The phenomenon is caused by the fact that elements of two objects that are repeated with varying frequency and overlap hidden form elements. Moiré effect is an optical phenomenon that occurs during the overlapping lines, grids, points, etc. It consists of a new visible object, which is clearly observed in some sites, although it is not included in any of the original structure [1].

The method of protection is to set up thin parallel lines of 0,25 mm width and repetition frequencies that are multiples of an integer frequency reproducing device and frequency different from copying / scanning at least 0,25mm moire interval value that can not be visually recognized without the use of special optical devices. Document with protective elements contains at least one protective image, which consists of many visible and separately published items which, in turn, are protective object formed from curves and fragments. The presence of moire elements distorts the appearance of the document leads to significant changes in forms or complete loss of picture elements on the copy that allows visually easy to distinguish a fake copy of the original. If the line frequency exceeds 0.7-0.8 mm, corresponding to a frequency of visual perception threshold, then the fragment visually perceived gray shades. Modern scanner and copy machines are characterized by relatively high reading frequencies or output image. Yes, most models of full color copiers has a resolution of 400 dpi. Current models of full color laser printers have a resolution of 600 dpi. The image resolution scanners is higher than 1200 dpi. Because the documents must have safety devices with limited upper spatial frequency, whose value is always less than the base frequency imaging or scanning devices. All models are copiers are divided into two types. For the first type of such frequencies - 100 dpi, 200 dpi, 400 dps, and for the second type - 150 dpi, 300 dpi, 600 dpi. Use at least two protection grids, where the frequency of a multiple of the first grid, and the frequency of the second - the second sequence achieves protection against copying on different types of copy or scanner technology. The basic idea of the protection method is that the protective elements form the displacement of lines moire half step value line. Moiré effect is a visual phenomenon resulting from inaccurate overlay two samples that contain a combination of transparent and opaque elements. Moire translated means flicker and created as a result of interference between two uniform structures. Mathematical representation moire effect is trivial and can be arbitrarily described.

Period moire lines is the distance from a point where the two layers of overlapping lines (at the bottom of the figure) for the next such point (top). Because  $p_r < p_b$  for the same number of lines on which shifting base layer lines. Midway  $p_m$  distance base layer line. Identifying lines layer on half period ( $p_r/2$ ) demonstration of line layer through which the line imposed form moire effect. At a distance  $p_m$ , base layer front line superimposed on a layer of bed lines full time  $p_r$ , so that lines intersecting layers again. Lines baseline  $p_m$  get the distance of the many lines ( $p_m/p_b$ ), as the number of lines of demonstration ( $p_m/p_r$ ) for the same distance. That is a basic layer we get a few objects that intersect in its axis, and parallel lines imposed certain that copy, on these sections provides moire lines, which can be determined by the formula:

$$p_m = \frac{p_b \cdot p_r}{p_b - p_r} \quad (1)$$

Mix of two layers containing parallel lines creates a visual effect and contains parallel lines with longer period. According to equation (1.1), the closer periods of two layers, the greater the rate of increase in moire, through the imposition of parallel lines in certain areas. If the number of objects  $p_m/p_b$  and  $p_m/p_r$  is relatively flat and core layer filled with the same number of objects in the zone lines both layers that overlap as shown in Figure 1. Layer lines will also great overlap in the centers of each other, depending on the quantity and options listed facilities. If  $p_m/p_b$  and  $p_m/p_r$  do not comply and are not the same in the base layer, the centers in areas of moire intersection of parallel lines, not necessarily coincide with the centers layered lines that give effect moire. In any case, the equation (1.1) shows the effect muaroutvorenniya a greater or lesser degree of reflection. The thickness of the lines in a layer affects the overall picture display protective image and Moire thickness of lines, but the period  $p_m$  does not depend on the thickness of lines. In the example, the base layer thickness lines  $p_b/2$  equal to the thickness of lines in any newly created layer  $p_r/2$ , that all objects have the same line width in all layers. Consider the construction of two parallel and equally spaced vertical lines. Building two samples with vertical lines. Let the first building sample carry increments  $p$  (fig.1), and the second increments  $p+\delta p$ , where it choose  $\delta$  within  $0 < \delta < 1$ . If the two samples lines impose alone on the left side of the figure, the shift between lines increases due to more repeat step (Figure 1). After a number of repetitions, vertical lines of the first pattern is opposite the second sample lines that are between the lines of the first sample. If we consider the design of overlapping samples from some distance, then there is complete filling areas where lines are superimposed (a gap between the white lines), and dark areas are where the line in the opposite direction. If two uniform structure, plastic impose on each angle, the moire is observed as a uniform grating with a certain step repeat (fig. 1). The middle of the first dark zone offset equal  $p/2$ . On the  $n$  second line pattern moves on  $np$ .

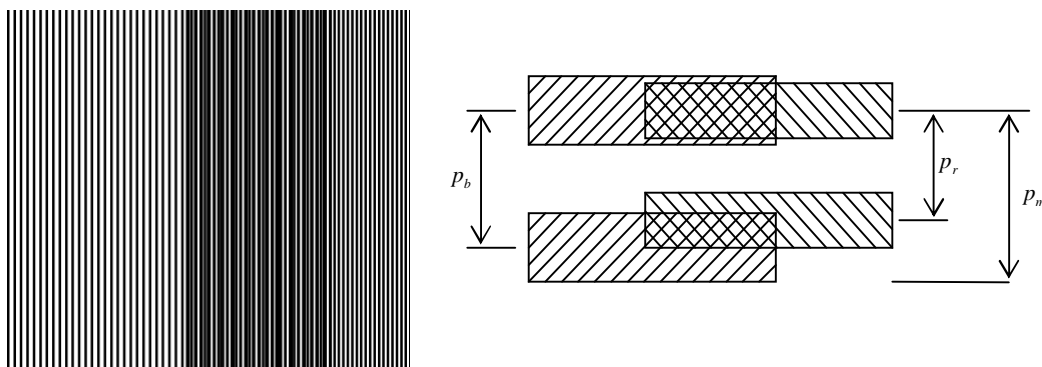


Fig. 1. Moire phenomenon at imposing uniform parallel lines



Moire phenomenon is created when the distance between lines of the first pattern  $p_b$ , and the distance between the lines of the second specimen  $p_m$  at imposing their relationship with distance equivalent to plus 1

$$\frac{p_m}{p_b} = \frac{p_m}{p_b} + 1 \quad (2)$$

### A method of forming a latent image for defense documents using the moiré effect

Hide Picture Method for protection documents with the Moire effect is creating a grid of parallel lines with a given ratio of the width and the distance between successive lines. Describe the steps creating document security. Initially create the first layer of straight parallel lines, width  $l_0$  and interval  $d_0$  between them, with so determining factor  $r_0$ , satisfying ratio  $r_0 = l_0/d_0$ .

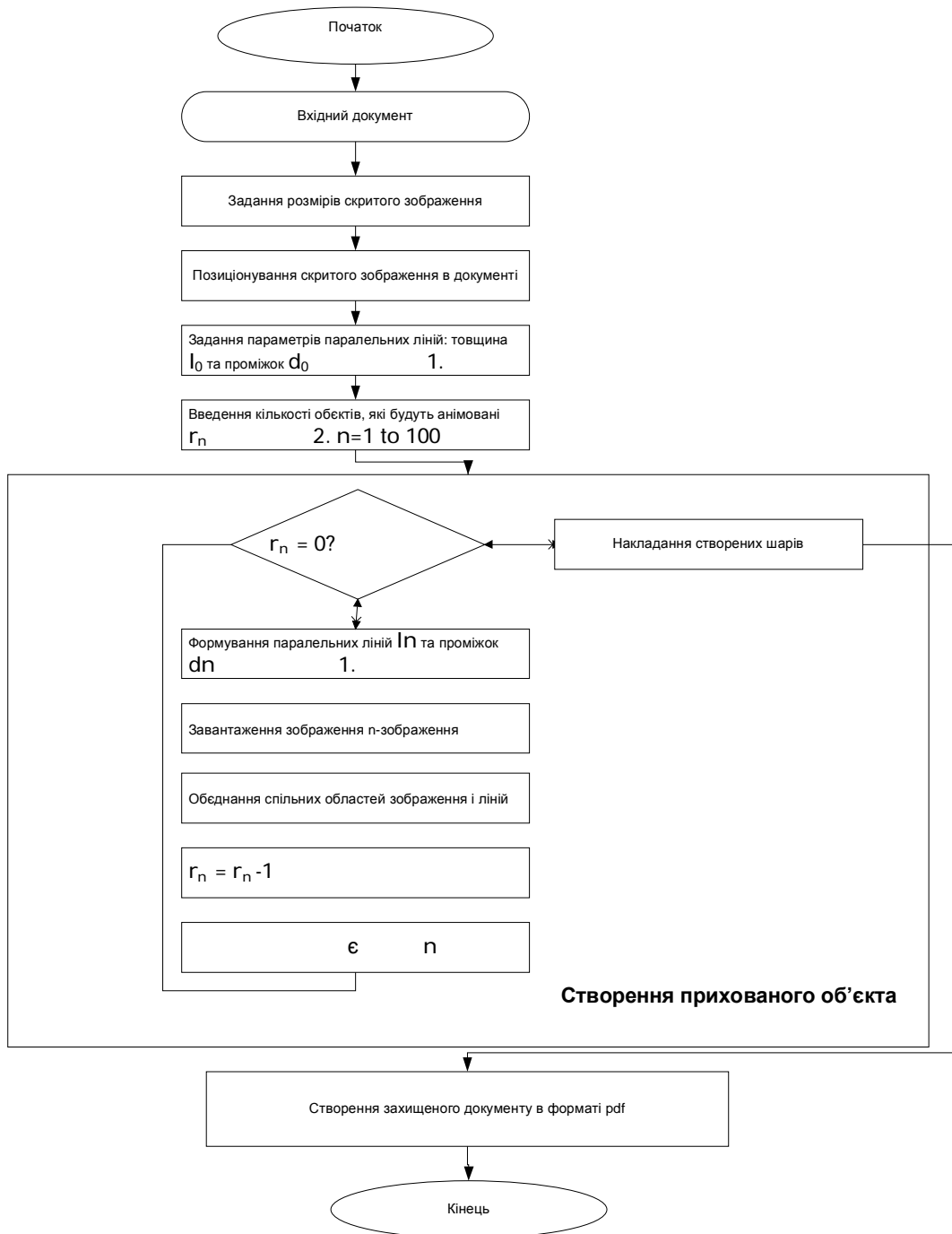


Fig. 2. A method of forming a latent image to protect documents using the moiré effect

Then change the distance between the two lines so that the interval between two consecutive lines  $d_{n+1}$  is equal to  $d_n = d_0 + d_1 + \dots + d_n$  where by the parameter is a linear modulation period, where  $n$  - number of downloaded objects. Value line width and distance from one line to the next equal to a constant value  $r_0$ , change line width  $l_n$  so that  $l_n = l_0 + l_1 + \dots + l_n$ , to value  $l_n/d_n$  is always  $r_0$ . Then create the next layer of the loaded object and the pre-positioning images by selecting options in the document. The next step is to create layers where changing the width of the lines so that the ratio of the width  $l_n$  line and gap  $d_n$  between it and the next line would be one constant ratio  $l_n/d_n = r_0$ . Region all layers combined in value  $r_n = r_0 + r_1 + \dots + r_n$ .

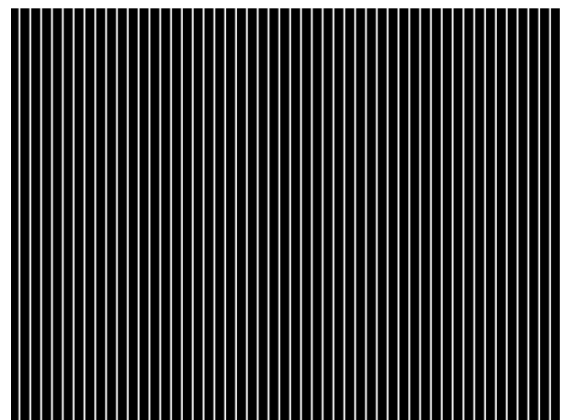
Obviously, parameters such as  $l_0$ , and  $i^\lambda$  may vary depending on the specifications. Content is visually distances between the lines and line widths gives a image, however, can not avoid moire effect when playing even when you change copier performance within range of values.

Distance modulated by the following formula  $d_n = d_0 + i^\lambda (1 + \sin(2^\lambda h/N))$ . In this case,  $N$  is the period of play lines. Thus, we get the facility where the distance between two successive lines varies not linear and sinusoidal.  $l_n = l_0 + i^\lambda (1 + \sin(2^\lambda n/N))$  - the next phase modification is to change the form of lines in compliance with widths that formed lines in the form of waves or sinusoids that can be converted into concentric closed curves, following the line width. Form convert straight lines to closed curves is not limited and depends on the desired result. Thus formed screamo image. The more objects the harder play screamo image on copying technology. The algorithm method shown in Fig. 2.

In figure 3 and 4 show how the implemented protection protective element hidden in the image. Retrieved base layer, which is shown in Figure 4, which consists of parallel lines, and the main object of which is shown in Figure 3. main facility includes four superimposed layers are built using parallel lines shifted a certain period of the base layer. So get the object of several layers that intersect and overlap in certain proomizhkah object, there by moire get at these intersections, if there is forgery and screamo image will be clear from moire.



*Fig. 3. Shows an example of moire image that "moves" in the overlay layer*



*Fig. 4. Shows an example of performance base layer with the image on the surface of the periodic structure in the form of opaque and transparent parallel alternating bands*

### **Method of forming Hide Picture for protection of documents with the effect Using Moire straight lines**

Important and difficult for fraud is a method for creating moiré under certain corner forming lines, since copying is not possible to completely remove moire from raster structures. So in this way we will not choose well-known analog angles and deformed, such as  $43^\circ$ ,  $57^\circ$ ,  $99^\circ$ , and others. To create a hidden element inability to play without knowing the parameters of deformation lines at a certain angle.

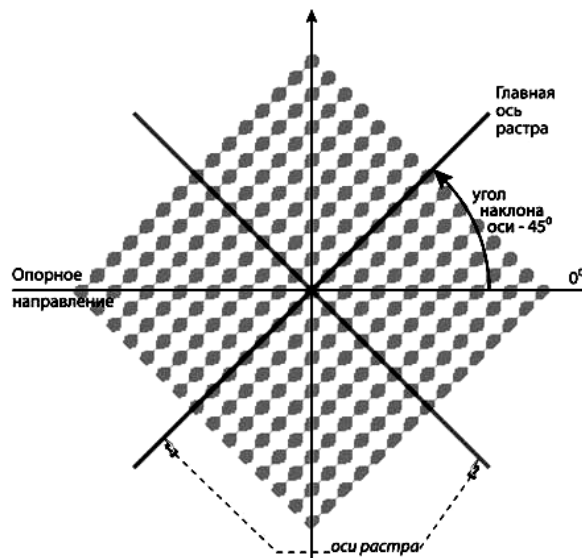


Fig. 5. The angle forming lines

Consider a few known variants forming elements from different angles, and how this affects of moire.

Moire occurs when imposing periodic raster structures, which results in another periodic structure. The formed structure has a period that is different from the periods of its constituent bodies, and, unfortunately, not downward.

In fact moire will be present on the printed copy image is always more or less degree visibility. It can be both distinct and almost imperceptible depending on the number of screening parameters and characteristics reproduced image.

For visual perception of great importance to the frequency or period moire structure. If its frequency is about 20-40 lines per centimeter or more, the probability of distinction when printing small. If the frequency moire low - less than 10 lines per centimeter, the printing will be clearly visible moire.

Moire occurs when the combination of periodic structures with equal spatial frequencies while turning lines at an angle. The fact that the rotation leads to a relative increase in its spatial frequency in the direction of the main axis of the other. The value of increasing the frequency of projection of the second layer will be the main axis of the spatial frequency, which produce a moire. At small angles of rotation raster screen frequency interference patterns - moire - as important and well-marked copy.

In the first case, the initial starting point is on the vertical axis and raster angle determined by the angle between the main axis and the axis of ordinates raster in the clockwise direction.

Essentially rotation angles to select a coordinate system is not essential. What matters is the only value or the difference between the angles of raster structures obtained as a result.

For different types of raster different intervals and permissible values of angles of rotation.

An example would be the angle of rotation are in the range from  $0^\circ$  to  $180^\circ$ , and regulated angle only for the main axis. If no main axis (screens with round and square dot) - from  $0^\circ$  to  $90^\circ$ , line raster - from  $0^\circ$  to  $180^\circ$ .

The greater the angle between two objects, the higher frequency is formed moire. Naturally, the best option in terms of minimizing moire is turn on  $45^\circ$ , but placement options with angles that differ by  $45^\circ$ , practically reduced by two working angles -  $0-90^\circ$  and  $45^\circ$ .

Rotate  $30^\circ$  too visually unobtrusive and technologically acceptable for printing, and placement options for longer - three, for example  $0-90$ ,  $30-120$ ,  $60-150^\circ$ . The difference in angles of rotation  $15^\circ$  Printed in some circumstances lead to the formation of a noticeable moire well as use angles that differ by  $15^\circ$ , is essential.

Theoretically moire must fully displayed when the angle is much smaller and the smaller the angle the sharper moire is at falsification of documents.

Another option is to turn lines at an angle, for example,  $45^\circ$  creating, as a result, the contour image creating the effect of relief by breaking straight lines. We can change the width of lines depending on the density of gray geometric original image. If the equidistance line to change the angle, it can be seen as a moire grids that will change the slope. Here are pictures of the angles in  $5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$ .

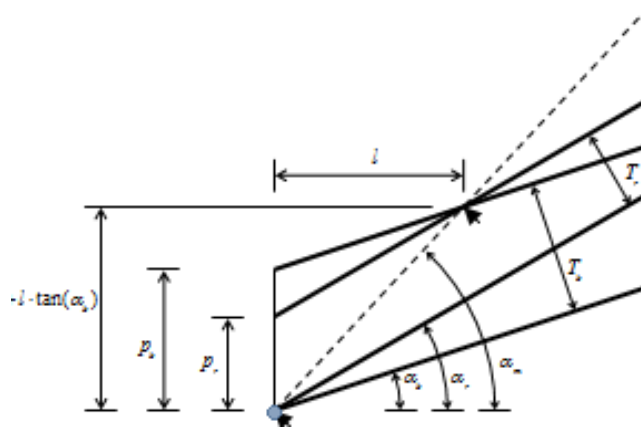


Fig. 6. Calculate the angle of inclination moire lines depending on the angles of the base layer, and detection of line

Figure 6 we obtain the following two equations [12]:

$$\begin{cases} \tan \alpha_m = \frac{p_b + l \cdot \tan \alpha_b}{l} \\ \tan \alpha_r = \frac{p_b - p_r + l \cdot \tan \alpha_b}{l} \end{cases} \quad (3)$$

From these equations we obtain the equation for calculating the tilt moire lines depending on the inclinations of the base layer and identify the lines of:

$$\tan \alpha_m = \frac{p_b \cdot \tan \alpha_r - p_r \cdot \tan \alpha_b}{p_b - p_r} \quad (4)$$

For the base layer attached to tilt 30 degrees, with the period of the base layer. Curve fig. 7 is the degree of inclination line moire detection layer depending on the slope of the line. Two other curves correspond to cases where the base layer inclination is 20 degrees and 40 degrees respectively.

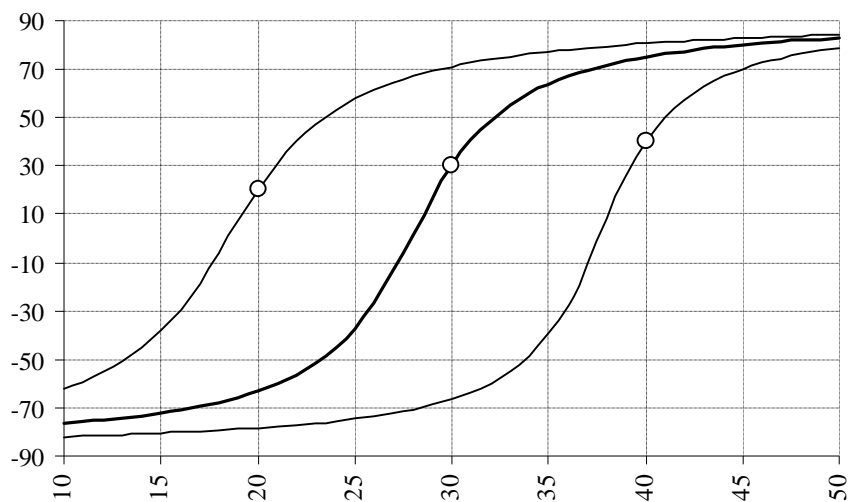


Fig. 7. Moire line of inclination for the basic lines of declination is 30 degrees

Used periods  $T_b$ ,  $T_r$ , and  $T_m$  can be calculated by the following formulas (see. fig. 6):

$$\begin{aligned} T_b &= p_b \cdot \cos \alpha_b, \\ T_r &= p_r \cdot \cos \alpha_r, \\ T_m &= p_m \cdot \cos \alpha_m \end{aligned} \quad (5)$$

Using equation (4) formula to derive a certain angle moire lines:

$$\alpha_m = \arctan\left(\frac{T_b \cdot \sin \alpha_r - T_r \cdot \sin \alpha_b}{T_b \cdot \cos \alpha_r - T_r \cdot \cos \alpha_b}\right) \quad (6)$$

Using trigonometry derive the following formula:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \\ \cos(\alpha_1 - \alpha_2) &= \cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 + \sin \alpha_1 \cdot \sin \alpha_2 \end{aligned} \quad (7)$$

From equations (6) and (7) we have:

$$\cos \alpha_m = \frac{T_b \cdot \cos \alpha_r - T_r \cdot \cos \alpha_b}{\sqrt{T_b^2 + T_r^2 - 2 \cdot T_b \cdot T_r \cdot \cos(\alpha_r - \alpha_b)}} \quad (8)$$

From equations (2) and (5) we get:

$$T_m = \frac{T_b \cdot T_r}{T_b \cdot \cos \alpha_r - T_r \cdot \cos \alpha_b} \cdot \cos \alpha_m \quad (9)$$

From equations (8) and (9) we derive a formula for the second period known Moire lines:

$$T_m = \frac{T_b \cdot T_r}{\sqrt{T_b^2 + T_r^2 - 2 \cdot T_b \cdot T_r \cdot \cos(\alpha_r - \alpha_b)}} \quad (10)$$

With trigonometry follows that:

$$T_m = \frac{T}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha_r - \alpha_b}{2}\right)} \quad (11)$$

We can assume that all angles relative to the base layer level line and the equation (6) is as follows:

$$\alpha'_m = \arctan\left(\frac{\sin \alpha'_r}{\cos \alpha'_r - 1}\right) \quad (12)$$

With trigonometry follows that:

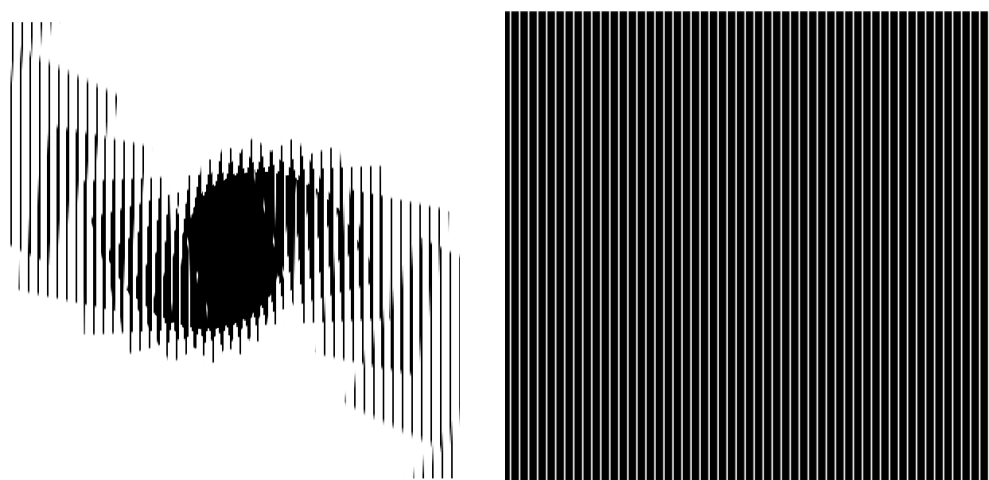
$$\begin{aligned} \tan \frac{\alpha}{2} &= \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \tan(90^\circ + \alpha) &= -\frac{1}{\tan \alpha} \end{aligned} \quad (13)$$

And the formulas (12) and (13):

$$\alpha'_m = 90^\circ + \frac{\alpha'_r}{2} \quad (14)$$

Equation (6) and (10) is the general case formula, known in the literature, equation (12) and (14) is a formula for the rotation of the same models with parallel lines ([11], [12] [13] [14 ]).

The developed software realizes the possibility of modifying the image by entering different distances between the lines, uneven line thickness, and various size distortions in the formation relief. There is also the possibility of thickening the line in places imposition of the picture. The resulting protective image with a new form and can be programmatically imposed on any text or graphical information while maintaining high quality printing products and protecting it against counterfeiting. This way you can produce documents of identification, travel documents, postage payment instruments that serve currency, and others that require printing of protection with a resolution of 2500 - 5000 dpi or higher (due to resolution of the output device)



*Fig. 8. Shows an example of basic and performance base layer with the image angle*

Selecting protect documents on the basis of the criterion of efficiency to prevent threats Copies quality protection for printed documents determined by optical density, clarity of reproduction, distribution some paint on the elements of protection and reproduction, which can be determined using densitometer. Dot gain, zbilshennya area printing elements offset printing defined to 40-80 microns. When copying a document from the application of the principle of reprography image formed of charged particles transfer of toner to zadrukovuvalnyy and recorded material resulting toner adhesion to paper when heated. By increasing the thickness of the line toner adhere to empty areas and the formation of two strokes to 40 microns and 20 microns emptiness obtained solid line 2. According to this principle protection built hidden element that allowed to increase the level of protection from the threat of photocopying documents based on the separation lines. Subject to individual graphics elements are built, and then he built a hidden message by changing the thickness of the line. The method of implementing the change line thickness for building the hidden message. The present document consists of a large number of repetitive lines that provide reliable and effective protection from fraud.

Technological advances in technology photocopiers and scanners led to the fact that the appearance of photocopying machines with very high performance arose task of creating zones that give watered effect of digital copy, for example, using photocopiers for copying documents. This watered effect distorts the original picture and indicates that it is a copy.

Moire effect appears when reading information broken and distorted original image, in particular, are changing uneven shades and colors. The appearance of such moire effects difficult to predict because it depends on the characteristics and regulation used for reproduction equipment.

## Conclusion

A method that provides reliable security of electronic information and print documents. The method consists in the development of printing elements of protection, namely security elements based moire in hidden elements. The method of document protection that improves the efficiency of protection based on moire effect.

Since the introduction and implementation of the method does not require large financial costs, then the method can be widely used to protect valuable documents and documents for public protection.

This work is important as scientific and technological development in the field of printing data protection. The results can be used to develop securities, documents and publications that provide effective protection and identification.

***Publication sare based on the research provided by the grant support of the State Fund For Fundamental Research (project № Ф62/75 - 2015).***

1. Kronover R. *Fractals and chaos in dynamic systems [Text]* / R. Kronover. - M.: Technosphere, 2006. – 488 p. 2. *Fractal analysis of the processes, structures and signals [Text]* / Ed. RE Pashchenko. – Kharkov: EkoPerspektiva, 2006. – 348 p. 3. *Introducing the New Cybersecurity Coordinator*: <http://www.whitehouse.gov/blog/2009/12/22/introducing-new-cybersecurity-coordinator>. 4. Kipphan G. *Encyclopedia of print media. Technologies and production methods* / Translated from the German – M.: MGUP, 2003. – 1280 p. 2. B. Mandelbrot, *Fractals, cases and finances* / B. Mandelbrot. – Moscow-Izhevsk: Regular and Chaotic Dynamics, 2004. – 256 p. 5. ISO 4163-2003. *State unified documentation system. Unified system of organizational and administrative documentation. Requirements oformlyuvannya documents*. 6. <http://dsaua.org/index.php?option=comcontent&view=article&id=182%3A2013-04-14-21-54-53&catid=66%3A2010-12-13-08-48-53&Itemid=90&lang=uk>. 7. <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cyy/publications/papers/Tsai2013TDM.pdf>. 8. Barannik V. V. *Coding transformed images in the information systems [Text]* / V.V. Barannik, V.P. Polyakov. – H.: Hoops, 2010. – 234. 9. Luck M. M. *Digital technologies Printing. monogram.* / M. Luck – Lviv: Eng. Acad. Printing, 2012. – 488 p. C. A. Sciammarella and A. J. Durelli, “Moiré fringes as a means of analyzing strains”, *American Society of Civil Engineers*, Vol. 127, Part I, 1962, pp. 582-587. 10. Isaac Amidror, *The Theory of the Moiré Phenomenon*, Kluwer Academic Publisher, 2000. 11. Isaac Amidror, “Glass patterns in the superposition of random line gratings”, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 28 March 2003, pp. 205-215. 12. Amidror I and Hersch R D 2001 *Method and apparatus for authentication of documents by using the intensity profile of moire patterns* US Patent No. 6,249,588. 13. Chosson S 2006 *Synthse d’Images Moir’e* (Ph.D. Thesis No. 3434: EPFL, Lausanne); 14. Hersch R D and Chosson S 2006 *Model-based synthesis of band moire images for authenticating security documents and valuable products* Published US Patent Application No. 2006/0003295; 15. Shlomchak G. G., Mamuzic I., Mironenko N. A. *Development of the technique for the plastometric experiment of the rheologically complex metals* // *Metallurgija*, vol.42, Zagreb. – 2003. – Br.4. – S.257–259. 16. Nazarkevych M. A. *The development of software for the protection of printed documents* / M. Nazarkevych, O. Troyan // *Proceedings of the international scientific-practical. Conf. ITSEC*; 17. Nazarkevych M. A. *Analysis of modern methods and software items with graphic printed documents protection* / Maria Nazarkevych Oksana Trojan // *Technical news.* – 2013. № 1 (37). – S. 42–44.

О. Химко<sup>1</sup>, О. Гринів<sup>2</sup>, Н. Притула<sup>2</sup>, М. Притула<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра автоматизації теплових та хімічних процесів;

<sup>2</sup>Інститут транспорту газу ПАТ "Укртрансгаз",

Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України

## АЛГОРИТМІЧНИЙ МЕТОД ДІАГНОСТИКИ ВИТОКІВ ГАЗУ НА ДІЛЯНКАХ МАГІСТРАЛЬНИХ ГАЗОПРОВОДІВ

© Химко О., Гринів О., Притула Н., Притула М., 2015

Розглядається проблема діагностики витоків газу на ділянках газопроводів. Проблема тісно пов'язана з оцінкою і нормуванням втрат газу через негерметичність системи, з розрахунком балансу газу і з системою метрологічного забезпечення. Подано перелік факторів, які впливають на точність діагностичних величин. Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, яке забезпечило проведення числових експериментів. Подано аналіз результатів моделювання.

**Ключові слова:** магістральний газопровід, виток газу, нестационарна модель, компресорна станція, витратоміри.

We considered the problem of diagnosing loses of gas on the pipeline sections. This issue is closely associated with assessment and valuation losses of gas leakage through the system, with the calculation of the gas balance and with the system of metrological support. We gave a list of factors that affect the accuracy of diagnostic value. We developed algorithms and software that provided conducting numerical experiments. We showed the analysis of the simulation results.

**Key words:** gas pipeline, loses of gas, nonstationary model, compressor station, flow meters.

### Вступ

Поряд з технічними методами пошуку витоків газу в газопроводах, існують алгоритмічні, в основу яких покладена термодинамічна теорія руху газу в трубопроводах. Ці методи дають змогу розраховувати параметри потоків у ділянках газопроводів під час виникнення витоків та визначати, з певною точністю, місцезнаходження витоків та їхні витрати. Алгоритмічні методи, порівняно з технічними, є простішими, дешевшими та універсальнішими. Істотним недоліком технічних методів є періодичність їх використання, тоді як алгоритмічні методи уможливають неперервний контроль. Проте алгоритмічні методи ідентифікації витоків мають недоліки. Вони суттєво залежать від надійності та точності роботи систем вимірювання параметрів газу в умовах нестационарної роботи системи транспортування газу.

Діагностика витоків газу в об'єктах газотранспортних систем дає змогу оцінити втрати газу та побудувати методики його нормування. Складність розрахунку об'ємів втрат газу в об'єктах газотранспортних систем через їхню негерметичність пов'язана з багатьма факторами, які поки що недостатньо вивчені. Серед основних факторів виділимо точність вимірювання параметрів газу. Об'єми витоків, деколи їх називають втратами газу, у випадку відсутності нештатних ситуацій, миттєво оцінити неможливо, оскільки їхні величини за межами точності вимірювання основних фізичних параметрів природних газів. Навіть істотне збільшення точності приладів вимірювання вказану проблему вирішити не може. Втрата газу в реальних умовах проявляється не відразу, а через деякий проміжок часу (здебільшого понад місяць), який залежить від багатьох обставин. У



зв'язку з цим виникають питання щодо встановлення впливу різноманітних чинників на втрату газу з метою побудови методики їхньої оцінки.

Більшість методів виявлення витоків і ідентифікація їхніх параметрів стосуються транспорту нафтопродуктів, конденсатопроводів і потребують відповідного технічного оснащення [1]. Існують методи, які ґрунтуються на статистичному аналізі динаміки потоку за даними телевимірювання без моделювання самого процесу транспорту газу. Серед таких методів треба виділити метод, який використовується у програмному комплексі ATMOS<sup>TM</sup> Pipe (компанія Shell).

### Про проблему та її аналіз

Система транспортування газу оснащена замірами його тиску та витрати. Крім цього, періодично аналізують хімічний склад газу. Не на всіх входах чи виходах ділянок газопроводів існують витратоміри. І тому витрату газу часто доводиться знаходити розрахунковим методом. Відсутність витратомірів суттєво ускладнює адаптацію моделей руху газу. В багатониткових газопроводах замір витрати газу переважно є сумарним по всіх нитках.

Заданими вважають:

- $l, d$  – довжину і внутрішній діаметр ділянки газопроводу;
- $q(x, t)$  – відбори газу з координатами  $x$ ;
- $P(0, t), T(0, t)$  – заміри тиску та температури газу на початку ділянки газопроводу;
- $P(l, t), T(l, t)$  – заміри тиску та температури газу на кінці ділянки газопроводу;
- параметри газу, які необхідні для розрахунку його газодинамічних характеристик і використовуються в моделі руху газу.

Наявність замірів або можливості розрахунку витрати газу на кінцях чи на одному із кінців ділянки газопроводу розглянемо окремо.

У роботі розглянуто можливість використання математичного апарату для аналізу проблеми витоків газу через негерметичність системи, ідентифікації місцезнаходження витоків та оцінку їхньої величини для можливих варіантів вимірювання параметрів газу на кінцях ділянки газопроводу.

Розв'язання задачі вимагає:

- розроблення фізико-математичної моделі однофазної моделі потоку газу високого тиску;
- розроблення числового методу розв'язування системи рівнянь газодинаміки, який описує однофазний потік газу у випадку неусталених режимів роботи;
- оцінки адекватності розробленої моделі у неусталених режимах роботи;
- розроблення алгоритмічного методу визначення місцезнаходження і обсягів витоку газу в ділянках газопроводів високого тиску для можливих варіантів вимірювання його параметрів.

Витоки газу є складовою балансу газу в системі. В добовому балансі, якщо немає суттєвої розгерметизації системи, вони становлять незначну частину. Величину витоків відображають, зазвичай, у місячних звітах. У формування добового балансу входить зміна об'ємів акумульованого газу. Об'єм акумульованого газу в газотранспортній системі та в її окремих частинах, як і динаміка його зміни в часі – одні із найважливіших інтегральних характеристик режиму роботи. Ці параметри дають змогу оцінити: газодинамічну оперативну ситуацію у ГТС, якість функціонування ГТС, вплив зміни режимів роботи технологічних об'єктів на розподіл газопотоків у магістральних газопроводах, вплив основних факторів на потікорозподіл в системі, можливі втрати газу у системі. Крім цього, вказані параметри дають можливість: оцінити рівень герметичності системи; визначити рівень оптимальності розподілу об'ємів акумульованого газу в системі й оцінити потенціал оптимізації діючого режиму; спрогнозувати управління системою, яке забезпечить перехід системи в режим з меншими затратами паливно-енергетичних ресурсів.

Діагностика витоків пов'язана з проблемами вимірювання витрати газу, з розрахунком витрати газу через мікротріщини і також з розрахунком параметрів руху газу по трубопроводах.

**1.1. Оцінка величини витоків газу** регламентується відповідними нормативними документами, чинними методиками та системою метрологічного та інформаційного забезпечення, які використовуються для формування балансу газу. У процесі тривалої експлуатації газопроводів, через дію внутрішньої і зовнішньої корозії труб, зношення деяких частин лінійних кранів, засувок і вентилів, збільшується витікання газу через мікротріщини.

Розглянемо формулу для визначення масової витрати газу з балона залежно від часу [2, 3]

$$w = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{kp_n S_c}{a_n} \left\{ 1 + \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{k-1}{2} \frac{S_c a_n t}{LS} \right\}^{\frac{k+1}{k-1}}. \quad (1)$$

В останній формулі –  $a_n = \sqrt{kRT_n}$ ,  $p_n$  – початковий тиск у трубопроводі;  $T$  – температура газу;  $L$  – довжина трубопроводу;  $S_c$  – характерна сумарна площа поперечного перерізу свіч;  $t$  – часова координата;  $R$  – газова стала;  $c_p$ ,  $c_v$  – питомі теплоємності за сталого тиску та об'єму;  $k$  – показник адиабати ( $k = c_p / c_v$ ), індекс "с" стосується до параметрів виходу газу на свічі.

У формулі (2) всі величини, окрім  $S_c$ , можна обчислити на основі відомих геометричних або газодинамічних параметрів. Якщо еквівалентом мікротріщини труби є деяка свіча з невідомим поперечним перерізом, то остання формула дасть змогу визначити об'єми газу, що витікають через мікротріщини. Площа поперечного перерізу, еквівалента свічі, повинна визначатися на підставі експериментальних даних. Очевидно, що якщо еквівалентом мікротріщини є свіча, довільно розміщена по довжині труби, то за початковий тиск необхідно брати середній тиск у трубі. Для оцінки миттєвого масового витоку газу можна користуватися формулою

$$w = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{kp_n S_c}{a_n}. \quad (2)$$

Величину  $S_c$  можна нормувати для різних труб за їхнім діаметром, часом експлуатації, способом виготовлення та умовами експлуатації.

Стационарний, приведений до стандартних умов, об'ємний витік газу із резервуара [3] розраховують за формулою

$$q = \frac{k_q S_c}{r_c} \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_1 r_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (3)$$

де  $r_c$  – густина газу в стандартних умовах;  $P_1$  – тиск газу у резервуарі;  $P_2$  – тиск газу зовні резервуара;  $k_q$  – коефіцієнт витрати газу, який залежно від числа Рейнольдса (для  $Re \geq 1000$ ) розраховується за формулою

$$k_q = 0.587 + \frac{5.5}{\sqrt{Re}} + \frac{0.348}{\sqrt[3]{Re}} - \frac{110.92}{Re}.$$

За максимальної швидкості витоку, яка досягається у випадку виконання умови

$$\left( \frac{P_2}{P_1} \right) = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

формули (3) і (4) збігаються.

**1.2. Проблеми вимірювання витрати газу** [6–9], а саме точність наявних витратомірів. До важливих недоліків витратомірних комплексів, з використанням стандартних звужувальних пристроїв, варто зарахувати вплив на похибку вимірювання витрати: притуплення канту вимірювальної діафрагми під час експлуатації; забруднення як діафрагми, так і внутрішньої поверхні прямих ділянок вимірювального трубопроводу; коливання параметрів потоку газу;

інерційність, яка зростає зі збільшенням довжин імпульсних ліній, що з'єднують звукувальний пристрій з дифманометром.

Найдосконалішою контрольною системою, що вимірює витрату газу методом, відмінним від методу змінного перепаду тиску, є ультразвукові лічильники. На їхню працездатність не впливають такі фактори, як забруднення газового середовища (зміни складу природного газу), гідравлічні удари, і не нормується швидкість потоку газу в трубопроводі. Ультразвукові лічильники мають значний діапазон вимірювання витрати газу: не менше як 1:100. Похибки ультразвукових лічильників визначаються лише несиметричністю профілю швидкостей потоку по діаметру газопроводу та наявністю домішок у потоці, які можуть спотворити ультразвукові коливання.

Усунути похибку вимірювання витрати у нестационарному потоці неможливо без з'ясування джерела цієї похибки. У випадку, коли нестационарність потоку спричинена його завихреннями, доцільно застосовувати випрямлячі потоку. Однак випрямлячі потоку дають змогу усувати лише нестационарність, пов'язану із завихреннями потоку.

Джерелом похибки вимірювання пульсуючої витрати є квадратична залежність між витратою і перепадом тиску на пристрої звуження потоку. За пульсуючих витрат виникають хвилі швидкості та тиску, які рухаються зі швидкістю звуку. Вони відбиваються від перешкод на своєму шляху, зокрема від стінки діафрагми, сприяючи виникненню резонансу в трубопроводах та утворенню "стоячої хвилі".

Стверджують, що похибка вимірювання перепаду тиску може виникнути також через високочастотні коливання (понад 1000 Гц), так звані звукові шуми, що виникають, наприклад, під час витікання струменя газу з регулювального клапана. Врахувати вплив акустичних явищ на точність вимірювання дуже важко. Вказується, що акустичними ефектами можна знехтувати, якщо діаметр отвору діафрагми малий порівняно з довжиною чверті частини звукової хвилі.

Сполучні трубки між звукувальним пристроєм і дифманометром можуть бути додатковим джерелом похибок під час вимірювання нестационарних витрат через можливу нерівність опорів обох трубок. Акустичні явища у сполучних трубках можуть також бути джерелом появи додаткової похибки. Необхідно унеможливити появу резонансу у сполучних трубках.

На точність вимірювання витрати газу впливає режим його транспортування. Пульсація тиску, спричинена переважно нерівномірністю подачі газу нагнітачами, нестійкою роботою агрегатів, явищами розриву потоку на них призводить до виникнення додаткової похибки. Поява похибки через пульсації тиску небезпечна, оскільки її неможливо врахувати використанням промислових вимірювальних засобів. Для підвищення точності вимірювання витрати пульсуючого потоку газу необхідно створити пристрої, які забезпечують корекцію показників діафрагмових витратомірів.

Як бачимо, джерел впливу на похибки вимірювання багато. Задача ідентифікації їхнього сумарного впливу в реальному часі на величину похибки поки що не розв'язана. На великих інтервалах часу роботи витратомірів випадкові похибки незначно впливають на точність балансних розрахунків.

**1.3. Нестационарний рух однофазного потоку газу в трубопроводах** описує система одновимірних рівнянь газової динаміки [4–5, 10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial(rv)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(p + rv^2) &= -r \left( \frac{Iv|v|}{2D} + g \frac{dh}{dx} \right), \\ \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(rv) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(rE) + \frac{\partial}{\partial x} rv \left( E + \frac{P}{r} \right) &= \frac{4k(T_{cp} - T)}{D} - rvg \frac{dz}{dx}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $I$  – коефіцієнт гідравлічного опору;  $k$  – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;  $T$  і  $T_{cp}$  – температура газу і ґрунту відповідно;  $h$  – глибина залягання труби;  $E$  – повна енергія одиниці

маси газу;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $D$  – внутрішній діаметр трубопроводу;  $x, x \in [0, l]$  – поточна координата;  $l$  – довжина трубопроводу,  $z$  – коефіцієнт стисливості, який характеризує відмінність реального газу від ідеального і визначається на підставі побудованих емпіричних залежностей [7].

Для замикання цієї системи рівнянь використовують рівняння стану газу

$$P = rzRT, \quad (5)$$

де  $R$  – газова стала;  $T$  – температура газу. Коефіцієнт стисливості газу розраховується за відомою формулою [7]

$$z = \frac{1}{1 + fp}, \quad (6)$$

де  $f = (24 - 0.21t^{\circ}\text{C}) \cdot 10^{-4}$ , а  $p(x)$  – вимірюється в атмосферах.

Формулу (7) подамо у вигляді

$$z = \frac{1}{1 + f(a - bp)p}, \quad (7)$$

де  $a$  і  $b$  – коефіцієнти уточнення розрахованих  $z$  за відомими процедурами – методиками розрахунку коефіцієнта стисливості газу Холла–Ямбурга та Редліха–Квонга. Так, після апроксимації розрахованих значень вираз (8) набуде вигляду

$$z = \frac{1}{1 + (24.0 - 0.210t)10^{-4}(0.970 - 0.000441p)p}.$$

Процедура Редліха–Квонга вважається точнішою. Процедура Холла–Ямбурга дає дещо занижені результати (можна бачити незбіг у третій значущій цифрі). Для псевдокритичних температури 192.308 [K] та тиску 4.595124 [МПа] розрахунки за двома останніми способами в діапазоні від 40 до 90 атм дають результати, які збігаються за трьома значущими цифрами.

Для розрахунку коефіцієнта гідравлічного опору ділянки МГ високого тиску використовується формула Альтшуля [7], яка має вигляд

$$I = 0.11 \left( \frac{68}{\text{Re}} + \frac{k}{D} \right), \quad (8)$$

де  $\text{Re} = \frac{4M}{\rho D \nu}$  – число Рейнольдса ( $M$  – масова витрата газу,  $\nu$  – кінематична в'язкість газу),  $k$  – коефіцієнт еквівалентної шорсткості.

Тепловий режим транспортування газу формується на всьому шляху його руху. Він залежить від багатьох факторів – температури газу, який попадає в систему магістральних газопроводів, змінного температурного поля вздовж газопроводів, системи охолодження газу на компресорних станціях. Для розрахунку стаціонарного температурного поля відомі вирази [1–3], які дають змогу за параметрами газу на вході ділянки газопроводу розрахувати температуру газу на її виході.

Визначаючи розподіл температури вздовж горизонтального трубопроводу в стаціонарному випадку, зазвичай користуються формулою [2]:

$$t = t_r + (t_0 - t_r)e^{-ax} - D_i \frac{\Delta P}{aL}(1 - e^{-ax}) + \frac{gi}{ac_p}(1 - e^{-ax}), \quad (9)$$

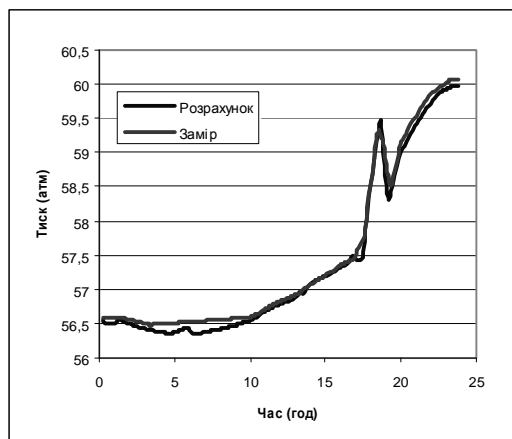
де

$$a = \frac{kpD}{Gc_p}, i = \frac{\Delta P}{g r_c L}, \Delta P = P_0 - P_k.$$

У (9) позначено:  $t_0$  – температура газу на вході в трубопровід;  $t_r$  – температура ґрунту;  $D_i$  – коефіцієнт Джоуля–Ленца;  $c_p$  – коефіцієнт теплопередачі від газу до ґрунту;  $P_0, P_k$  – значення тиску на початку та у кінці газопроводу.

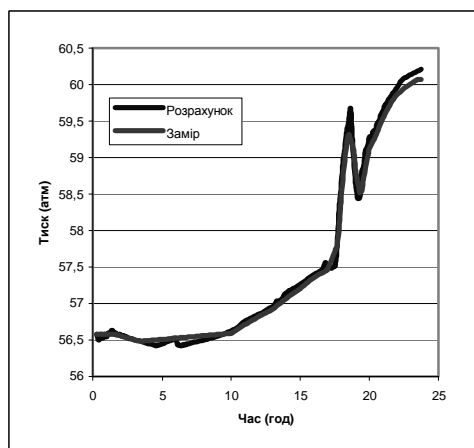
У формулі (9) передостанній доданок правої частини враховує ефект Джоуля–Томсона, тобто зниження температури у разі розширення газу, а останній доданок враховує зміну температури внаслідок роботи, витраченої на подолання сили тертя.

Розв’язування системи рівнянь (4) проведено методом скінченних елементів за умови, що у добовому інтервалі часу температурне поле близьке до стаціонарного. Це обґрунтовується доволі стабільною температурою газу на входах ділянок газопроводу, а також незначним коливанням витрати газу. Аналіз реальних даних показує, що зміна температури газу на виходах ділянок газопроводів суттєво залежить від температурного поля вздовж газопроводу, для зміни якого потрібні десятки діб за значних змін витрати газу. Числові експерименти на реальних даних таке припущення підтвердили (див. рис. 1 і 2). Наведені результати підтверджують адекватність моделі (4) руху газу та стійку роботу методу.



Час	Розрахунок	Замір	Похибка
2	56.49	56.55	0.06
4	56.38	56.49	0.11
6	56.35	56.53	0.17
8	56.43	56.56	0.13
10	56.55	56.59	0.04
12	56.79	56.83	0.04
14	57.08	57.07	0.00
16	57.34	57.37	0.02
18	58.68	58.70	0.02
20	59.01	59.12	0.11
22	59.80	59.90	0.10
24	59.97	60.07	0.10

Рис. 1. Значення тисків, розрахованих і заміряних на крані № 52 (1421 км) газопроводу “Союз”



Час	Розрахунок	Замір	Похибка
2	56.55	56.55	0.00
4	56.45	56.49	0.04
6	56.43	56.53	0.10
8	56.51	56.56	0.05
10	56.62	56.59	0.03
12	56.86	56.83	0.03
14	57.15	57.07	0.07
16	57.41	57.37	0.04
18	58.92	58.70	0.22
20	59.29	59.12	0.16
22	60.04	59.90	0.14
24	60.23	60.07	0.16

Рис. 2. Значення тисків, заміряних і розрахованих за витратою на крані № 52 газопроводу “Союз”

## 2. Алгоритмічна діагностика витоків

Оцінка витоків газу в системі залежить від точності розрахунку об’ємів акумульованого газу. Проведені дослідження показали необхідність використання адаптивних нестационарних моделей газових потоків із обґрунтованою точністю для розрахунку газодинамічних параметрів газу, з точністю, співмірною із точністю заміряних даних, що дасть можливість запропонувати обґрунтованіше методики оцінки об’ємів акумульованого газу і в разі розгерметизації системи швидко її локалізувати.

### Експеримент 1. Розглядається ділянка ГТС (рис. 3) з попутними відборами газу.

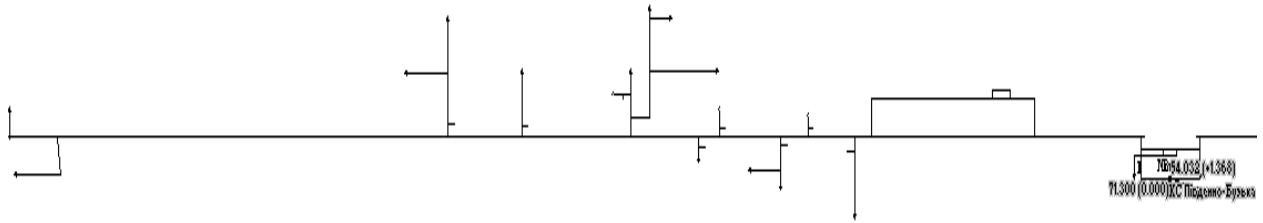


Рис. 3. Схема ділянки з відборами газу

За крайові умови взято заміряні дані за три доби. Розглянуто два випадки, перший – на кінцях задано умови на тиски, другий – на одному із кінців задано умову на витрату газу, а на всіх інших об'єктах-відборах – крайову умову на витрату газу. Проведено моделювання газодинамічних процесів цієї підсистеми (моделювання здійснювалось протягом 70 годин, крок за часовою змінною  $\Delta t = 600$  с). На горизонтальній осі (див. рис. 4) відкладено час у годинах, а на вертикальних осях – об'єми газу в  $\text{м}^3$ .

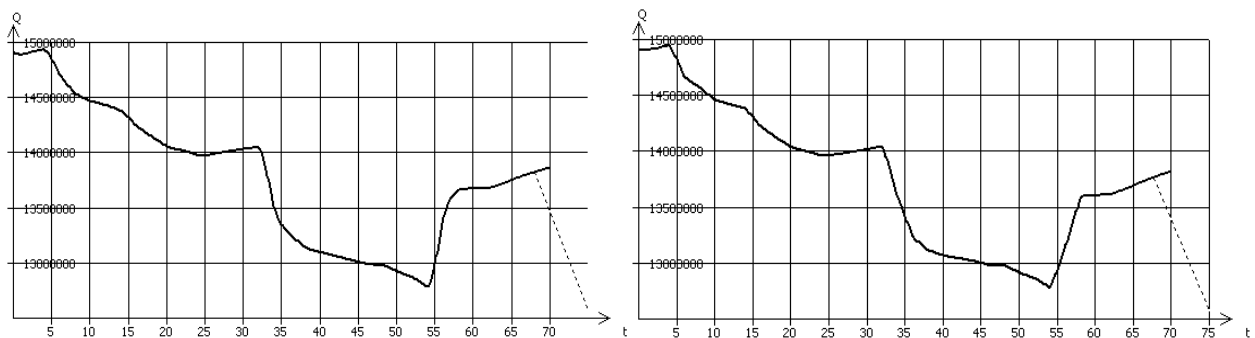


Рис. 4. Графіки зміни об'єму акумульованого газу в системі (розрахованого) за різних типів крайових умов

Значення об'ємів акумульованого газу відхиляються не більше ніж на 0.15 % на інтервалах часу перехідних режимів з максимальною швидкістю і у всіх інших випадках – 0.05 %.

Вхідні дані для діагностики витоків істотно формує система вимірювання параметрів газу на ділянках газопроводів. Можливі такі варіанти замірних даних – заміри тиску та температури газу на кінцях ділянки газопроводу і додатково можливі заміри тиску на кранових площадках та витрати на одному із кінців. Існуючі методи діагностики за кордоном потребують замірів тиску та витрати на обох кінцях ділянки газопроводу (див. сайт [www.atmosi.com](http://www.atmosi.com)), що не забезпечується для газопроводів України. Для різних можливих варіантів замірів методи ідентифікації дещо відрізнятимуться. Коли є більше від двох місць заміру тиску, тоді можливо розрахувати витрату газу на кожній ділянці окремо. Виявлення внутрішнього засмічення не повністю закритого (відкритого) крана газопроводу вимагає вимірювання тиску в декількох місцях.

Проведемо числові експерименти для обґрунтування методики оцінки втрат газу в трубопроводах.

**Експеримент 2 [10].** Задана ділянка газопроводу (діаметр 1400 мм, довжина 100 км) і граничні умови на тиски. Дослідимо вплив на розрахунок адаптивних параметрів (шорсткості та коефіцієнта теплопередачі – газ–зовнішнє середовище). Нижче наведено дослідження впливу адаптивних параметрів моделі на розрахунок витрати газу  $Q$ .

У табл. 1 наведено результати моделювання протягом 24 годин (не врахована перша година, яка потрібна для стабілізації процесу моделювання).

## Результати числових експериментів

	Шорсткість	Коефіцієнт $k$ Ккал/м <sup>2</sup> °град	Температура грунту, °С	Q входу м <sup>3</sup>	Q виходу м <sup>3</sup>	Різниця Q входу та Q виходу м <sup>3</sup>
1	3e-5	2	10	14245.68	14243.24	2.44
Q = 0.5 – відбір газу з труби				14252.53	14238.52	14.01
2	12e-5	2	10	12492.85	12490.38	2.47
Q = 0.5 – відбір газу з труби				12499.41	12485.37	14.04
3	3e-3	2	10	9050.65	9047.29	3.36
4	3e-7	2	10	18045.11	18042.70	2.42
5	3e-5	1	10	14236.68	14234.36	2.32
6	3e-5	4	10	14344.93	14342.34	2.58
7	3e-5	2	6	14317.63	14315.09	2.54
8	3e-5	2	14	14244.13	14241.80	2.34

Зміна параметрів (див. табл. 1), які впливають на гідравлічний та температурний режими транспортування газу, незначно впливає на розрахунок зміни об'ємів акумульованого газу.

**Аналіз:**

- за фіксованих крайових умов на тиски різниця об'ємів газу, які пройшли через вхід та вихід ділянки газопроводу, є доволі стабільною, за зміни адаптивних параметрів у широких діапазонах (шорсткість, коефіцієнт теплопередачі, температура ґрунту);
- незначні відбори газу з високою точністю проявляються в різниці розрахованих об'ємів газу на його вході та виході.

**Попередні висновки:**

- під час адаптації моделі руху газу в трубопроводах можна проводити розрахунок витрати газу на його кінцях з досить високою точністю;
- розрахунок зміни об'ємів акумульованого газу з високою точністю в трубопроводі не вимагає високоточного знаходження адаптивних параметрів;
- при моделюванні газодинамічних процесів в трубопроводах на значних інтервалах часу є можливість оцінки об'ємів витоків газу і встановлення їхніх нормативних величин, якщо усереднити об'єми витоків на багатьох однотипних ділянках газопроводів.

**Експеримент 3.** Задана ділянка газопроводу довжиною 100 км і діаметром 1400 мм, а також граничні умови на тиски на вході та виході газопроводу, а також об'єми витоків та його місцезнаходження (на віддалі 25 км від початку ділянки газопроводу). Завдання полягає в тому, щоб за граничними умовами на тиски встановити місцезнаходження та об'єми витоків газу. Вважатимемо, що існує витік, який домінує, тобто істотно більший за суму всіх інших. Для уточнення коефіцієнта гідравлічного опору бажано мати замір і витрати на одному із кінців ділянки газопроводу.

Введемо позначення:  $q(s, t_1, t_2)$  – сумарний вихідний об'єм газу на інтервалі часу  $[t_1, t_2]$  в годинах, у разі розміщення витоків на віддалі  $s$  від входу ділянки газопроводу;  $q(s, t)$  – витрата газу на виході ділянки газопроводу, в разі розміщення витоків на віддалі  $s$  від входу. Розраховуємо нев'язки у разі зміни місця витоків. Отримані результати подано в табл. 2.

Таблиця 2

## Результати числового моделювання

Індекс $i$	$s_i$ км	$q(25,0,24) - q(s_i,0,24)$ тис. м <sup>3</sup>	$.q(25,t) - q(s_i,t)$ тис. м <sup>3</sup> /год
1	75.0	273.877	12.60 – 12.96
2	50.0	120.619	5.22 – 5.95
3	25.5	2.147	0.72 – 1.08
4	25.0	0.00	0.00

Зміна витрати газу відбувається на інтервалі часу  $t \in [0, 24]$  год. Через  $s_i$  позначено розміщення витоку відносно входу. Бачимо (табл. 2), що існує залежність між нев'язками від об'ємної витрати газу, координатами витоку, величиною витоку й інтервалом часу моделювання.

**Щодо алгоритму діагностики витоків.** Проведенню моделювання передують адаптація моделі руху до реальних умов її експлуатації, тобто знаходимо коефіцієнт шорсткості ділянки газопроводу (можливо, коефіцієнт гідравлічного опору), коефіцієнт теплопередачі газ – зовнішнє середовище. Якість адаптації моделі гарантується у випадку мінімальної різниці розрахованих та замірених витрат газу на одному із кінців ділянки газопроводу за відомих крайових умов на тиски. Для адаптації моделі необхідні замірени дані на значних інтервалах часу.

Виявлення витоків газу, їхньої величини та місцезнаходження істотно залежить як від замірених параметрів як на кінцях ділянки газопроводу, так і від замірів тиску газу на її кранових площадках.

За заміреними граничними умовами на тиски ( $P_{вх}(t)$  та  $P_{вих}(t)$ ) виконаємо розрахунок витрати газу на вході (виході)  $Q_{вх}^{розрах}(t)$  ( $Q_{вих}^{розрах}(t)$ ) ділянки газопроводу, а також розрахуємо об'єми акумульованого газу як у початковий момент, так і після завершення часу моделювання. Аналізуємо різницю між заміреними та розрахованими витратами газу. Якщо різниця виявиться більшою за точність вимірювання витрати газу і ця різниця є стабільною, то в цьому випадку треба очікувати появи витоку газу на ділянці. Щоб знайти місця витоку, необхідно мати заміри витрати на обох кінцях ділянки газопроводу. Відомо, що хвиля тиску поширюється зі швидкістю звуку в газі. Тоді, знаючи час прояву витоку на кінцях ділянки, легко розрахувати його місцезнаходження.

Величина витоку встановлюється із умови мінімуму різниці між заміреними та розрахованими витратами.

Додаткові місця заміру тиску уможливають точнішу адаптацію моделі руху газу і не дають змоги послабити умову на наявність замірів витрати газу.

### Висновки

Проведені числові експерименти продемонстрували адекватність математичної моделі нестационарного руху газу в трубі і можливість її використання для розв'язання поставленої задачі. Основна проблема – побудова методики діагностики витоків – потребує проведення додаткових досліджень щодо зв'язку неточностей та похибок (у вимірюванні та ідентифікації) з точністю ідентифікації витоків за величиною та місцем знаходження, а також з часом спостереження за газодинамічним процесом.

1. Джерело: <http://refleader.ru/yfsbewotrmer.html/>. 2. Панкратов В. С., Берман Р. Я. Разработка и эксплуатация АСУ газотранспортными системами. – Л.: Недра, 1982. 3. Розгонюк В. В., Хачикян Л. А., Григіль М. А., Удалов О. С., Нікішин В. П. Експлуатаційникові газонафтового комплексу: довідник. РОСТОК. – К., 1998. – 432 с. 3. Сарданашивили С. А. Расчетные методы и алгоритмы / С. А. Сарданашивили. – М.: Нефть и газ, 2005. – 577 с. 4. Селезнев В. Е. Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем / В. Е. Селезнев, В. В. Алешин, Г. С. Клишин. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 448 с. 5. Фокин А. Е. Повышение точности измерения расхода газа в условиях динамического возмущения потока на замерных узлах газораспределительных и газоизмерительных станций: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М. 2007. 7. Матіко Ф. Д., Грень Я. В., Гутник М. Б. Аналіз похибок витратомірів змінного перепаду тиску. 2007. 8. Лісовий Л. В. Розрахунок невизначеності поплавкового коефіцієнта діафрагми на шорсткість внутрішньої поверхні вимірювального трубопроводу // Методи та прилади контролю якості, № 25, 2010. 9. Луцук Р. П., Кісіль О. І., Системи обліку і вимірювання витрати природного газу при його транспортуванні магістральними газопроводами в УМГ “Прикарпаттрансгаз” // Методи та прилади контролю якості, № 18, 2007. 10. Сінчук Ю., Притула Н., Притула М. Моделювання нестационарних режимів газових мереж // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів, – 2010. – № 663. – С. 128–132.



## INVESTIGATION OF EXISTING IMAGE DENOISING ALGORITHMS

© Pavliuk O., Kutelmakh R., 2015

**The existing methods of image denoising as well as different noise types were investigated. Conclusions regarding the algorithms' quality, computational complexity and possible improvements were made.**

**Key words: image algorithms, denoise, noise in digital signals, spatial domain, patches, frequency domain, wavelets**

### Introduction

Noise effect is typical problem for digital images. Its main reason is nonuniform photons distribution received by camera sensors [1]. Noise is random intensity variations or color information in image (which are absent in real image). For image  $u$  value of pixel  $u(i)$  is the result of light intensity measurement, made with the use of CCD matrix with light focusing system. Each CCD sensor counts an amount of input photons, observed during fixed time period. When light source is constant, an amount of photons received by each sensor ranges around its average value due to the Central limit theorem. Besides, each sensor, if not enough cooled, receives extra photons of warm.

Noise removal is very important task in many areas. It is used in computer tomography (to help doctor to recognise unwanted data on scan of an object), astronomical imaging, data transmission (to fix errors in received bits). There is high need of high-quality noise removal software in mobile devices and desktop platforms as well.

There are many noise removal methods, for example, patches methods [4, 5] which focus on spatial domain, and wavelet methods which focus on frequency domain [6–9]. Automatic metrics for quality estimation are considered. Existing noise removal methods compromise between high quality and low computational complexity. Non-local means algorithm provides high quality, while having quadratic complexity. Wavelet algorithms have near logarithmic complexity, suffering from local edge corrupting effects. It is important to develop an algorithm with computation complexity near to linearly-logarithmic which provides high quality of image restoration in close to real-time mode. This article is focused on comparing visual quality (such as edge preserving and blur effect) of existing methods for noise removal in real-life photos that are common for the users of mobile and desktop platforms.

### Problem formulation

Generally image noise can be represented as:

$$v(i) = u(i) + n(i), \quad (1)$$

where  $i$  is image pixel,  $v(i)$  is observed value,  $u(i)$  is real value of  $i$ , which would be calculated as an average value of photons count, observed during a long period of time, and  $n(i)$  is noise value. The amount of noise depends on signal, thus the more is "real" value of  $u(i)$ , the more is noise value  $n(i)$ . In existing noise models, normalized values of  $n(i)$  and  $n(j)$  at different pixels are considered as independent random variables, while gaussian noise itself as white noise [3].

All known noise removal algorithms depend on filtering parameter  $h$ . This parameter stands for filtering degree applied to the image. For most algorithms this parameter depends on the estimate of standard deviation  $\sigma$  [3]. Noise removal algorithm has to calculate "real" image  $u(i)$ , considering an image source and filtering parameter  $h$ . Types of image noise are described in the table 1.

### Types of image noise

Noise type	Properties
Gaussian noise	[1] caused by pure lightening or high temperature [2] additive, independent for each pixel [3] in color cameras, where the blue channel has higher weight, it is more affected with noise
Salt-and-pepper noise	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “inpulse” noise</li> <li>• dark pixels in light regions of image and light pixels in dark regions of image</li> <li>• caused by errors in analog-to-digital conversion, bit transmission errors etc</li> </ul>
Shot noise	<ul style="list-style-type: none"> <li>• has Poisson distribution, which, except of very low intensity levels, is approximately Gaussian distribution</li> <li>• caused by statistical variations in photons count at current exposure level</li> </ul>
Quantization noise	<ul style="list-style-type: none"> <li>• caused by pixel quantization of input image into given count of levels (e.g. 255)</li> <li>• is uniformly distributed</li> </ul>
Film grain	<ul style="list-style-type: none"> <li>• has probability distribution near to shot noise</li> <li>• if film grains are uniformly distributed and each grain has equal probability of darkening after receiving photons, then number of such dark grains on image will be random and binomially distributed</li> </ul>

### Existing methods of noise removal

Noise removal methods are divided into two groups depending on the image domain in which they work:

- 1) patch-based algorithms (remove noise in spatial domain) [4,5];
- 2) wavelet-based algorithms (remove noise in frequency domain) [6, 7, 9].

For quality estimation of restored image for noise removal algorithms visual estimate is used as well as automatic metrics. The most used characteristic is Peak signal-to-noise ratio (PSNR) [3]. An estimate of developed algorithm quality is obtained by getting its PSNR value for test image sets and then comparing results with existing algorithms. Final conclusion about the quality of developed algorithm is based on visual estimate.

### PSNR characteristic

PSNR is ratio between maximum possible power and corrupting noise that affect an image. PSNR is usually expressed in decibel scale. PSNR is used mostly as quality characteristic of restored image. In such case the signal is input data and noise is an observation error. High PSNR value means high quality of output image.

For 8-bit one-channel image PSNR is calculated via mean square error (MSE):

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [f(m,n) - f'(m,n)]^2 \quad (2)$$

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{MSE}, \quad (3)$$

here 255 is maximum pixel value, MSE stands for mean square distance between real and observed images.

### Patch-based algorithms

Patch is rectangular region of image, which considers local characteristics of given image pixel.

Main idea of patch-based algorithms [5] is to set new denoised pixel value as a sum of weighted average of similar image patches, with convolution filter applied, e.g. Gaussian blur. Typical patch-based algorithm is Non-local means (NLM) [5], which provides the best quality among known algorithms in spatial domain. Formula for calculating the value of pixel inside the patch can be expressed as:

$$u_i(p) = \frac{1}{C(p)} \sum_{q \in B(p,r)} u_i(q) w(p,q), \quad (4)$$

where  $i=1, 2, 3$  and  $B(p, r)$  is square region neighbourhood, the center of which is pixel  $p$ , and size is  $2r+1 \times 2r+1$  pixels. This search region is bounded with window of fixed size because of computational complexity constraints. The window has size  $21 \times 21$  for small and medium values of noise  $\sigma$ . For large values of  $\sigma$  window size is increased to  $35 \times 35$  to find more similar pixels.

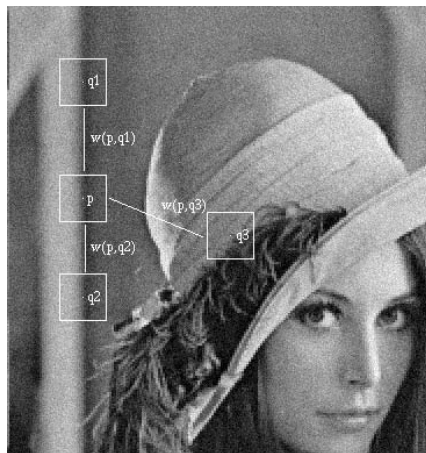


Fig. 1. Using paths to compare pixels [5]

The weight  $w(p,q)$  depends on quadratic euclidian distance  $d^2 = d^2(B(p,f), B(q,f))$  for  $2f+1 \times 2f+1$  color patches, with centers  $p$  and  $q$  respectively.

$$d^2(B(p,f), B(q,f)) = \frac{1}{3(2f+1)^2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j \in B(0,f)} (u_i(p+j) - u_i(q+j))^2 \quad (5)$$

The restored value of each pixel is calculated with use of neighbouring (by value, not by distance) pixels. For each pixel new value will be a weighted average of similar pixels. To calculate the weights  $w(p, q)$  exponential kernel is used:

$$w(p,q) = e^{-\frac{\max(d^2 - 2\sigma^2, 0.0)}{h^2}}, \quad (6)$$

where  $\sigma$  is noise standard deviation and  $h$  is filtering parameter, based on the value of  $\sigma$ . Weight function is chosen in such a way to average the values of similar patches. Thus the weight of patches with distance less than  $2\sigma^2$  is set to 1, while the weight of patches with larger distance is reduced.

Computational complexity of NLM is  $O(n^2 w^2 p^2)$ , where  $n$  is image size in pixels,  $w$  is search window size and  $p$  is patch size. Such complexity is quadratic, thus non-acceptable for large images. There are few improvements of NLM. One of them uses Principal Component Analysis [4] to get a vector of main patch characteristics, thus significantly reducing the complexity of calculating distances between patches, but reducing the quality of such distance calculation.

An effective algorithm which improves Non-local means builds cluster tree for patch space [4], thus logarithmically reducing an algorithm computational complexity. K-means clustering algorithm is used to divide patch space.

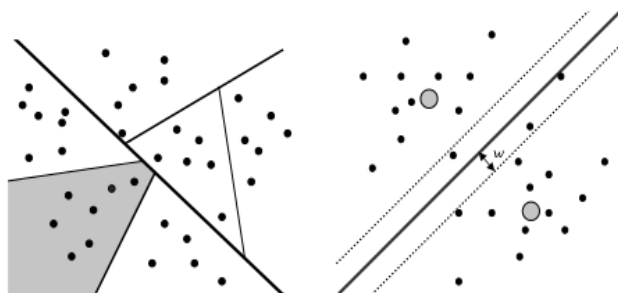


Fig. 2. K-means algorithm for patch cluster tree

Patch space is recursively divided into 2 parts, resulting in binary cluster tree, which is used for similar patches search. PCA characteristics are used to compare two patches. The stop condition of recursion is satisfied when number of patches at some level of tree is less than given threshold (in [4] this threshold is equal to 30).

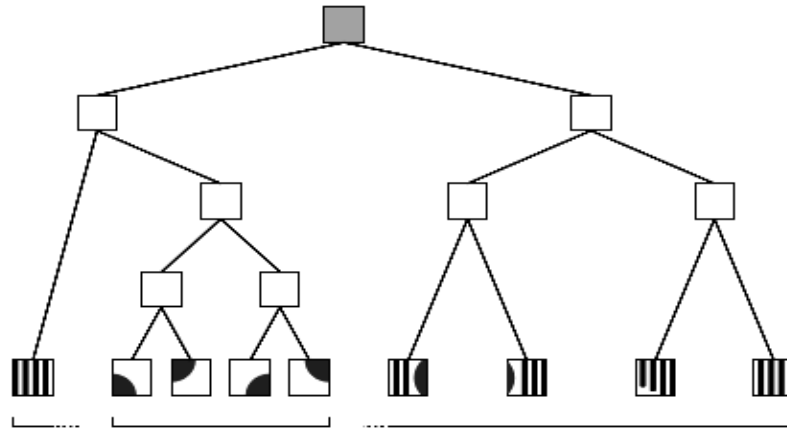


Fig. 3. Cluster tree of patches

The last level of cluster tree is considered. The new value of pixel  $u_i(p)$  is calculated as:

$$u_i(p) = \frac{1}{C(p)} \sum_{q \in B(p,r)} u_i(q) w(p,q), \quad (7)$$

where  $B(p, r)$  is patch space at some leaf of cluster tree.

Computational complexity of this algorithm is  $O(n * \log(n))$  where  $n = r_w^2$  is the size of patch space.

### Wavelet-based algorithms

The idea of digital wavelet transform is that signal is divided into two subbands with high and low frequencies. Noise is left in high signal subband, threshold function is applied to it [7]. Wavelets are functions which satisfy certain mathematical conditions [6]. The name “wavelet” implies that function should be zero-integrated, “waving” around x-axis. Wavelet function should be well-localized. Other requirements are technical and are needed for providing fast and exact calculation of direct and inverse wavelet-transforms. Many types of wavelets are developed: smooth wavelets, compactly supported wavelets, wavelets with simple mathematical expressions etc. The most famous examples are Haar and Daubechi wavelets. Like sines and cosines in Fourier Transform, wavelets are used to represent other functions [7-9]. Wavelet function is called “mother wavelet” and expressed with formula:

$$\psi_{s,u}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi \left( \frac{t-u}{s} \right), \quad (8)$$

where  $s$  is scale and  $u$  is time shift.

Continuous wavelet transform of function  $f(t)$  is calculated as convolution of input signal with mother wavelet (fig. 4).

$$Wf(s,u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{s,u}(t) dt \quad (9)$$

Digital wavelet algorithm for image data uses one-dimensional Digital Wavelet Transform (1D DWT) by rows followed 1D DWT by columns. 1D DWT algorithm is performed in such steps:

1. Subband decomposition. For input data signal  $y[i]$  of size  $n$  apply high-frequency and low-frequency wavelet filters thus getting two signal subbands of half-size  $n/2$ . For Daubechi wavelet, which has coefficients  $D_4 = [0.482962, 0.836516, 0.224143, -0.129409]$ , the formula for high-frequency part is:

$$high[v] = y[2*v]*D_4[0] + y[2*v+1]*D_4[1] + y[2*v+2]*D_4[2] + y[2*v+3]*D_4[3],$$

while the low-frequency part is calculated using formula:

$$low[v] = y[2*v]*D_4[3] - y[2*v+1]*D_4[2] + y[2*v+2]*D_4[1] - y[2*v+3]*D_4[0].$$

2. Subband decomposition (step 1) is recursively repeating for each subband to the level, set up as parameter. The scheme of wavelet coefficients is given on figure 5, where at the top left corner of image high frequencies are localised.
3. Wavelet coefficients with absolute value less then given threshold  $\sigma$  are set to zero.
4. Inverse Digital Wavelet Transform is applied to received coefficients thus giving the resulting image.

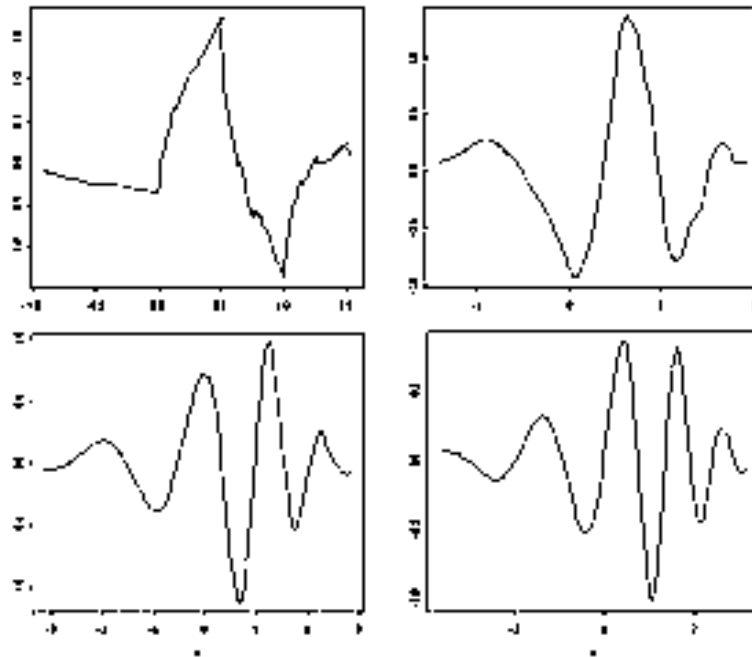


Fig. 4. Daubechi wavelets  $\Psi(u)$

Computational complexity of this algorithm is  $O(n*\log(n))$  where  $n$  is the size of subband at each wavelet level.

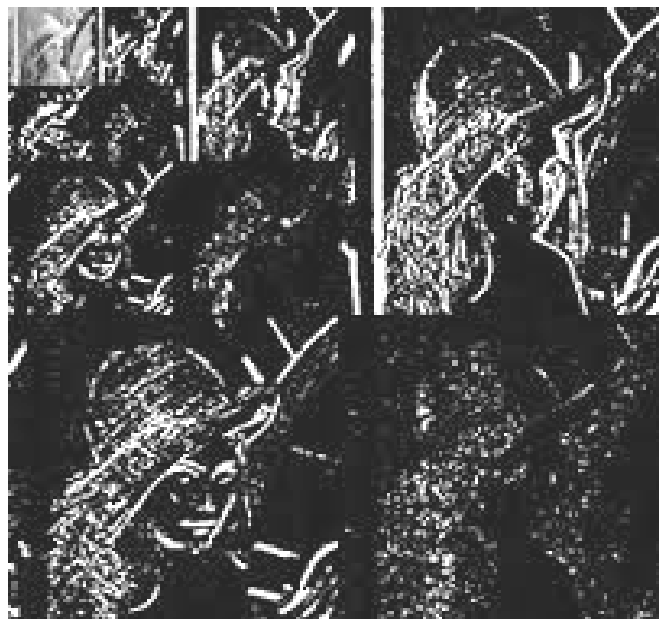


Fig. 5. Wavelet coefficients at the 4<sup>th</sup> level of signal decomposition

### Visual comparison of investigated algorithms

The quality of existing algorithms' results on real-life images was investigated. An image with additive white Gaussian noise  $\sigma = 0.1$  of size 400x600 pixels (fig. 6) was given as input to existing denoise algorithms. Perceptual quality was compared for Non-local means method, the Cluster Tree modification of NLM, and Digital Wavelet Transform with thresholding. Figures 7-9 show the results.

Non-local means provides good quality, but high computational complexity. Cluster Tree modification gives worse results while having lower computational complexity. Wavelet transform gives acceptable results with unwanted local blur artifacts at the edges.



*Fig. 6. Noisy image*



*Fig. 7. Result, obtained with Non-Local Means method*



*Fig. 8. Result, obtained with Cluster Tree NLM modification*



*Fig. 9. Result, obtained with Digital Wavelet Transform*

### **Conclusions**

Visual quality of existing denoise algorithms on real-life images was compared. Patch-based algorithms provide good visual quality but have high computational complexity due to the large size of patch space. PCA is used and then patch cluster tree is built to decrease the size of patch space thus reducing the computational complexity. The existing implementations of Non Local Means work slowly, thus their use is impossible in real time on mobile or desktop platforms. There is a need to develop an algorithm, which works with patches using cluster tree.

The algorithms which use wavelet-transform, have less computational complexity, but provide unwanted artifacts at the edges of objects. It is reasonable to develop an algorithm which uses wavelet transform and choose such wavelet functions that give the best visual quality of restored image.

The investigation performed gives the ability to estimate the visual quality of noise removal algorithms. It is reasonable to use patch algorithms for images with high standard deviation ( $\sigma > 2.5$ ), while for uniform images it is reasonable to choose image specific-aware wavelet function and then apply wavelet transform with thresholding of wavelet coefficients. It is planned to develop new

universal high quality algorithms with close to linear-logarithmic computational complexity, which combine those noise removal methodologies.

1. O. Schwartz and E. P. Simoncelli, "Natural signal statistics and sensory gain control," *Nature Neurosci.*, vol. 4, no. 8, pp. 819–825, Aug. 2001. 2. R. Kimmel, "Demosaiicing: Image reconstruction from CCD samples," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 8, no. 9, pp. 1221–1228, Sep. 1999. 3. Z. Wang, H. Sheikh, and A. Bovik. No-reference perceptual quality assessment of JPEG compressed images. In *ICIP*, pages 1–477 – 1–480 vol.1, 2002. 4. Charles-Alban Deledalle, Joseph Salmon, Arnak Dalalyan (2008), *Image denoising with patch based PCA: local versus global: Université Paris Diderot-Paris, Paris, France*. 5. Thomas Brox, Oliver Kleinschmidt, Daniel Cremers (2008), *Efficient Nonlocal Means for Denoising of Textural Patterns. Saarland University, Saarbrücken, Germany*. 6. S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing. New York: Academic, 1998*. 7. S. G. Chang, B. Yu, and M. Vetterli, "Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 9, no. 9, pp. 1532–1546, Sep. 2000. 8. I. Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported bases," *708 Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 41, pp. 909–996, Dec. 1988. 9. R. R. Coifman and D. L. Donoho, *Wavelets and Statistics, A. Antoniadis and G. Oppenheim, New-York: Springer-Verlag, 1995*.

УДК 004.032.32; 004.852; 004.94

П. Кравець

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра інформаційних систем та мереж

## АДАПТИВНИЙ ІГРОВИЙ МЕТОД СИНХРОНІЗАЦІЇ СИГНАЛІВ РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ

© Кравець П., 2015

Запроновано адаптивний ігровий метод для синхронізації сигналів розподілених систем. Метод побудовано на основі стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості, яка описує розв'язок гри за Нешем у вирівнювальних змішаних стратегіях. Розроблено ігровий алгоритм та виконано комп'ютерне моделювання стохастичної гри для вирівнювання фаз гармонійних сигналів. Визначено вплив параметрів ігрового методу на якість синхронізації сигналів розподіленої системи.

**Ключові слова:** синхронізація сигналів, розподілена система, адаптивний ігровий метод, умова доповняльної нежорсткості.

In this paper the adaptive game method for signals synchronization of the distributed systems is offered. The method is constructed on the basis of stochastic approximation of a complementary slackness condition which describes the game solution on Nash in the equilizing mixed strategies. The game algorithm is developed and computer modelling of stochastic game for alignment of phases of harmonious signals is executed. Influence of parameters of a game method on quality of signals synchronization of the distributed system is defined.

**Key words:** synchronization of the signals, the distributed system, the adaptive game method, the complementary slackness condition.

### Вступ

Синхронізація – це досягнення об'єктами розподіленої системи єдиного ритму роботи. Синхронізація забезпечується узгодженням частот, фаз або інших характеристик сигналів, що генеруються коливними системами, що взаємодіють.



Частотна синхронізація полягає у тому, що система генераторів, кожен з яких має власну частоту  $\{w_i | i=1..L\}$ , в процесі роботи починає коливатися з єдиною для усіх елементів частотою  $w \in [Inf\{w_i\}, Sup\{w_i\}]$ .

Фазова синхронізація полягає у встановленні стаціонарних значень різниць фаз між сигналами генераторів:  $\Delta j = j_i - j_j = const$ , де  $i, j = 1..L$ .

Синхронізації частоти і фази сигналів залежні одна від одної. Так, у пристроях фазового автопідстроювання частоти за різницею фаз опорного та керованого сигналів здійснюється регулювання частоти керованого сигналу.

На процеси вимірювання частот або фаз сигналів можуть впливати неконтрольовані зовнішні фактори або шуми. Це призводить до ускладнення методів синхронізації сигналів.

Явища синхронізації систем дуже поширені у природі, техніці та суспільстві [1–2]. Так, в електротехніці та електроніці синхронізація використовується для стабілізації частоти електричних, електромагнітних та квантових генераторів, синтезу частот, демодуляції сигналів, керування фазованими антенними решітками, у доплерових системах, у системах точного часу, у різних способах передавання інформації тощо.

Процеси синхронізації у системах різної природи мають багато спільного і можуть бути вивчені з використанням загальних математичних та обчислювальних інструментів. Як електротехнічні моделі синхронізації системи розподілених об'єктів, як правило, вибирають мережі синхронізації осциляторів. Для вивчення синхронізації використовують методи теорії керування, коливань, фазової динаміки, відображень, нелінійних середовищ та мереж, хаосу, фракталів, клітинних автоматів та інші [3–5].

У теорії синхронізації виділяють дві основні частини:

- класичну теорію синхронізації, що вивчає явища у зв'язаних періодичних автоколивних системах;
- теорію хаотичної синхронізації, яка вивчає кооперативну поведінку хаотичних систем.

Серед систем хаотичної синхронізації виділяють три головні типи:

- повна (або ідентична) синхронізація – стани зв'язаних об'єктів повністю збігаються;
- узагальнена синхронізація – виходи об'єктів пов'язані через деяку функцію;
- фазова синхронізація – встановлення деяких співвідношень між фазами об'єктів, що взаємодіють, результатом чого є збіг їхніх характерних частот або характерних часових масштабів.

Розрізняють такі види синхронізації об'єктів:

- примусова синхронізація об'єктів за допомогою зовнішнього джерела сигналів, наприклад, генератора тактової частоти;
- вільна просторово розподілена синхронізація об'єктів за рахунок їх взаємодії між собою.

У цій роботі синхронізацію сигналів об'єктів розподіленої системи пропонується виконати на основі моделі стохастичної гри агентів [6, 7]. Агент – це автономна система вироблення та прийняття рішень. Сукупність агентів, що взаємодіють між собою у ході розв'язування спільної задачі, утворює мультиагентну систему.

Ігрова синхронізація є актуальною науково-практичною проблемою, недостатньо вивченою у науковій літературі. На відміну від мереж синхронізації осциляторів, що описуються системами диференційних рівнянь, стохастична ігрова синхронізація досліджує складну поведінку мереж агентів з різноманітними моделями прийняття рішень в умовах невизначеності на основі методів штучного інтелекту. У ході стохастичної гри агенти самонавчаються вибирати оптимальні у середньому чисті стратегії (дії), перебудовуючи власні вектори динамічних змішаних стратегій (умовних імовірностей варіантів дій). За певних умов, які визначаються параметрами середовища, параметрами ігрового методу та критеріями вибору варіантів рішень, самонавчання стохастичної гри приводить до синхронізації стратегій агентів.

Метою цієї роботи є побудова стохастичного ігрового методу вільної фазової синхронізації сигналів розподіленої системи. Для досягнення мети сформульовано стохастичну ігрову задачу, запропоновано метод та розроблено алгоритм для її розв'язування, проаналізовано результати комп'ютерного моделювання стохастичної гри.

### Постановка ігрової задачі синхронізації сигналів

Розглянемо множину об'єктів  $D$ , кожен з яких  $i \in D$  генерує гармонійний сигнал  $y_i(t) = A_i \sin(\omega t + j_i)$ , де  $t$  – неперервний час;  $A_i$  – амплітуда сигналу;  $\omega$  – частота сигналу;  $j_i$  – керована фаза сигналу.

Об'єкту з номером  $i$  доступні для вимірювання фази сигналів з локальної підмножини об'єктів  $D_i \neq \emptyset \quad \forall i \in D$ . Сукупність підмножин  $\{D_i \mid \bigcup_{i \in D} D_i = D\}$  утворює мережу синхронізації об'єктів.

Кожному об'єкту такої мережі у відповідному ігрового агента з впорядкованим набором чистих стратегій  $\Phi^i = \{j^i(1), j^i(2), \dots, j^i(N)\}$ , де  $j^i(j) = -p + j \frac{2p}{N}$  ( $j=1..N$ ) – дискретне значення фази сигналу,  $N \geq 2$  – кількість чистих стратегій.

Нехай вибір чистих стратегій здійснюють агенти у дискретні моменти часу  $n=1, 2, \dots$ . Після завершення колективного вибору стратегій  $j_n^i \in \Phi^i \quad \forall i \in D$  агенти обчислюють відхилення поточних фаз сигналів:

$$x_n^i = |D_i|^{-1} \sum_{j \in D_i} |j_n^i - j_n^j| + m_n^i \quad \forall i \in D, \quad (1)$$

де  $m_n^i$  – білий шум, що імітує похибку вимірювання фаз сигналів.

Поточні програші агентів  $x_n^i = x_n^i(j_n^{D_i})$  є функціями їхніх спільних стратегій  $j^{D_i} \in \Phi^{D_i} = \times_{j \in D_i} \Phi^j$  з локальних підмножин  $D_i \subseteq D \quad \forall i \in D$ . Стохастичні характеристики випадкових програшів не відомі агентам априорі.

Ефективність синхронізації сигналів визначається функціями середніх програшів:

$$\Xi_n^i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t^i \quad \forall i \in D, \quad (2)$$

де  $x_t^i$  обчислюється згідно з (1).

Метою гри є мінімізація функцій середніх програшів:

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \Xi_n^i \rightarrow \min \quad \forall i \in D. \quad (3)$$

Отже, на основі обчислень випадкових поточних програшів  $\{x_n^i\}$  гравці повинні вибирати чисті стратегії  $\{j_n^i\}$  так, щоб з ходом часу  $n=1, 2, \dots$  забезпечити виконання системи цілей (3). Залежно від способу формування послідовностей  $\{j_n^i \mid \forall i \in D, n=1, 2, \dots\}$  багатокритеріальна задача (3) має розв'язки, які задовольняють одну із умов колективної оптимальності: Неша, Парето тощо [7 – 9].

Для розв'язування гри необхідно побудувати такий метод генерування послідовностей чистих стратегій  $\{j_n^i\} \forall i \in D$ , щоб синхронізація сигналів у межах локальних підмножин  $D_i \in D \quad \forall i \in D$  привела до глобальної синхронізації сигналів із множини  $D$ .

### Адаптивний метод розв'язування ігрової задачі

Для ігрового вибору чистих стратегій в умовах невизначеності застосуємо марковські адаптивні методи.

Формування послідовності варіантів рішень  $\{j_n^i\}$  виконаємо на основі динамічних векторів змішаних стратегій  $p_n^i = (p_n^i(1), p_n^i(2), \dots, p_n^i(N)) \forall i \in D$ , елементи  $p_n^i(j)$ ,  $j=1..N$  яких є імовірностями вибору чистих стратегій за умови реалізації передісторії стратегій  $\{j_t^i | t=1, 2, \dots, n-1\}$  та отримання відповідних програшів  $\{x_t^i | t=1, 2, \dots, n-1\}$ . Змішані стратегії набувають значення на  $N$ -вимірних одиничних симплексах:

$$S^N = \left\{ p \left| \sum_{j=1}^N p(j) = 1; p(j) \geq 0 \quad (j=1..N) \right. \right\}.$$

Значення чистих стратегій знаходять з умови:

$$j_n^i = \left\{ j^i(l) | l = \arg \min_l \sum_{k=1}^l p_n^i[k] > h \quad (k, l = 1..N) \right\}, \quad (4)$$

де  $h \in [0, 1]$  – випадкова величина з рівномірним розподілом.

Необхідно визначити метод зміни векторів змішаних стратегій  $p_n^i \forall i \in D$ , який згідно з (4) забезпечуватиме генерування випадкових чистих стратегій  $\{j_n^i\}$  так, щоб в асимптотиці часу забезпечити виконання системи критеріїв (3).

Побудову методу розв'язування стохастичної гри виконаємо на основі стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості детермінованої гри, справедливої для змішаних стратегій у точці рівноваги за Нешем [8].

Для цього визначимо полілінійну функцію середніх програшів детермінованої гри:

$$V^i(p^{D_i}) = \sum_{u^{D_i} \in U^{D_i}} v^i(u^{D_i}) \prod_{j \in D_i; u^j \in u^{D_i}} p^j(u^j),$$

де  $v(u^{D_i}) = M\{x_n^i(u^{D_i})\}$ .

**Тоді векторна умова доповняльної нежорсткості (CS, Complementary Slackness) матиме вигляд:**

$$\vec{CS} = \nabla_{p^i} V^i(p^{D_i}) - e^{N_i} V^i(p^{D_i}) = 0 \quad \forall i \in D,$$

де  $\nabla_{p^i} V^i(p^{D_i})$  – градієнт функції середніх програшів;  $e^N = (1_j | j=1..N)$  – вектор, всі компоненти якого дорівнюють 1;  $p^{D_i} \in S^{M_i}$  – комбіновані змішані стратегії гравців з локальних множин  $D_i$ , задані на опуклому одиничному  $M_i$ -вимірному симплексі  $S^{M_i}$ , де  $M_i = \prod_{j \in D_i} |D_j|$ ,  $|D_j|$  – потужність множини  $D_j$ .

Для урахування розв'язків у вершинах одиничного симплексу виконаємо зважування умови доповняльної нежорсткості елементами векторів змішаних стратегій:

$$\text{diag}(p^i) \vec{CS} = 0 \quad \forall i \in D, \quad (5)$$

де  $\text{diag}(p^i)$  – квадратна діагональна матриця порядку  $N_i$ , побудована з елементів вектора  $p^i$ .

Враховуючи, що

$$\text{diag}(p^i) [\nabla_{p^i} V^i - e^{N_i} V^i] = E\{x_n^i [e(j_n^i) - p_n^i] | p_n^i = p^i\},$$

де  $E\{\}$  – функція математичного сподівання, з (5) на основі методу стохастичної апроксимації отримаємо рекурентну залежність:

$$p_{n+1}^i = p_{e_{n+1}}^N \left\{ p_n^i - g_n x_n^i \left[ e(j_n^i) - p_n^i \right] \right\}, \quad (6)$$

де  $p_{e_{n+1}}^N$  – проєктор на одиничний  $e$ -симплекс  $S_{e_{n+1}}^N \subseteq S^N$  [9];  $p_n^i \in S_{e_n}^N$  – змішана стратегія  $i$ -го агента;  $g_n > 0$  – монотонно спадна послідовність додатних величин, яка регулює величину кроку методу;  $e_n > 0$  – монотонно спадна послідовність додатних величин, яка регулює швидкість розширення  $e$ -симплексу;  $x_n^i \in R^1$  – поточний програш агента;  $e(j_n^i)$  – одиничний вектор-індикатор вибору варіанта  $j_n^i \in \Phi^i$ .

Проєктування на розширюваний  $e_n$ -симплекс  $S_{e_{n+1}}^N$  забезпечує виконання умови  $p_n^i[j] \geq e_n, j=1..N$ , необхідної для повноти статистичної інформації про вибрані чисті стратегії, а параметр  $e_n \rightarrow 0, n=1,2,\dots$  використовується як додатковий елемент керування збіжністю рекурентного методу.

Стохастична гра розпочинається з ненавчених векторів змішаних стратегій зі значеннями елементів  $p_0^i(j)=1/N$ , де  $j=1..N$ . У наступні моменти часу динаміка векторів змішаних стратегій визначається марковським рекурентним методом (6).

У момент часу  $n$  кожен гравець  $i \in D$  на основі змішаної стратегії  $p_n^i$  вибирає чисту стратегію  $u_n^i$ , за що до моменту часу  $n+1$  отримує поточний програш  $x_n^i$ , після чого обчислює змішану стратегію  $p_{n+1}^i$  згідно з (6).

Завдяки динамічній перебудові змішаних стратегій на основі оптимального опрацювання поточних програвів метод (6) забезпечує адаптивний вибір чистих стратегій у часі.

Параметри  $g_n$  та  $e_n$  визначають умови збіжності стохастичної гри і можуть бути задані так:

$$g_n = g n^{-a}, \quad e_n = e n^{-b}, \quad (7)$$

де  $g > 0; a > 0; e > 0; b > 0$ .

Збіжність стратегій (6) до оптимальних значень з імовірністю 1 та у середньоквадратичному визначається співвідношеннями параметрів  $g_n$  та  $e_n$ , які повинні задовольняти базові умови стохастичної апроксимації [10].

Ефективність синхронізації сигналів оцінюється функціями середніх втрат  $\Xi_n^i$  (2) та коефіцієнтом синхронізації  $K_n$  – відносною кількістю агентів із синхронізованими сигналами:

$$K_n = \frac{1}{n|D|} \sum_{t=1}^n \sum_{i \in D} c(j_t^i = \bar{j}_t), \quad (8)$$

де  $c() \in \{0,1\}$  – індикаторна функція події;  $\bar{j}_t = |D|^{-1} \sum_{i \in D} j_t^i$  – поточне середнє значення фаз сигналів.

#### Алгоритм розв'язування задачі

1. Задати початкові значення параметрів:

$n=0$  – початковий момент часу;

$L=|D|$  – кількість гравців;

$N$  – кількість чистих стратегій гравців;

$\Phi^i = \{j^i(1), j^i(2), \dots, j^i(N)\}, i=1..L$  – вектори чистих стратегій гравців;

$p_0^i = (1/N, \dots, 1/N), i=1..L$  – початкові змішані стратегії гравців;

$g > 0$  – параметр кроку навчання;

$a \in (0,1]$  – порядок кроку навчання;

$e$  – параметр  $e$ -симплексу;

$b > 0$  – порядок швидкості розширення  $e$ -симплексу;

$d > 0$  – дисперсія завад;

$n_{\max}$  – максимальна кількість кроків методу.

2. Вибрати значення фаз сигналів  $j_n^i \in \Phi^i$ ,  $i=1..L$  згідно з (4).

3. Отримати значення поточних програшів  $x_n^i$ ,  $i=1..L$  згідно з (1). Поточні значення гауссівського білого шуму обчислюють за формулою:

$$m_n = \sqrt{d} \left( \sum_{j=1}^{12} h_{j,n} - 6 \right),$$

де  $h \in [0,1]$  – дійсне випадкове число з рівномірним законом розподілу.

4. Обчислити значення параметрів  $g_n$ ,  $e_n$  згідно з (7).

5. Обчислити елементи векторів змішаних стратегій  $p_n^i$ ,  $i=1..L$  згідно з (6).

6. Визначити характеристики якості прийняття рішень  $\Xi_n^i$  (2) та  $K_n$  (8).

7. Задати наступний момент часу  $n := n + 1$ .

8. Якщо  $n < n_{\max}$ , то перейти на крок 2, інакше – кінець.

### Результати комп'ютерного моделювання

Розглянемо розподілену систему з лінійною топологією розміщення  $L$  генераторів гармонійних сигналів. Така система відома у кібернетичній літературі як система стрілків Майхілла [11]. Кожен агент  $i \in D$  фіксує фази  $j_n^i \forall j \in D_i$  сигналів сусідніх агентів і обчислює їх поточне відхилення  $d_n^i$  від фази  $j_n^i$  власного сигналу. Для прикладу, виберемо різницевий спосіб формування поточного відхилення фаз сигналів:

$$d_n^i = \begin{cases} |j_n^{i-1} + j_n^{i+1} - 2j_n^i|, & \text{if } i > 1 \text{ and } i < L; \\ |j_n^{i+1} - j_n^i|, & \text{if } i = 1; \\ |j_n^{i-1} - j_n^i|, & \text{if } i = L. \end{cases}$$

Поточні програші гравців обчислюються як відхилення фаз  $d_n^i$  під дією білого шуму  $m_n^i$ , який моделює похибку вимірювання:

$$x_n^i = d_n^i + m_n^i.$$

Гра розпочинається з ненавчених змішаних стратегій:  $p_0^i[j] = 1/N$ ,  $j=1..N$ ,  $i=1..L$ . Моделювання стохастичної гри здійснюється упродовж  $n_{\max} = 10^5$  ітерацій.

На рис. 1 у логарифмічному масштабі зображено графіки функцій середніх програшів  $\Xi_n^i$  та відносної кількості  $K_n$  синхронізованих сигналів. Результати отримано для таких параметрів ігрового методу:  $L = 4$ ,  $N = 10$ ,  $g_0 = 1$ ,  $e_0 = 0.999/N$ ,  $a = 0.1$ ,  $b = 1$ ,  $d = 1$ .

Зменшення середніх програшів  $\Xi_n^i$ ,  $i=1..L$  та зростання коефіцієнта синхронізації агентів  $K_n$  свідчать про збіжність ігрового методу внаслідок виконання системи критеріїв (3). Зростання кількості агентів  $L$ , кількості стратегій  $N$  та дисперсії  $d$  вимірювання фаз сигналів призводить до збільшення часу навчання стохастичної гри.

Експериментальний порядок швидкості збіжності визначається тангенсом кута лінійної апроксимації функцій середніх програшів  $\Xi_n^i$ ,  $i=1..L$  на завершальному періоді часу моделювання. Як видно на рис. 1, для заданих значень параметрів запропонований ігровий метод забезпечує близький до 1 порядок швидкості збіжності.

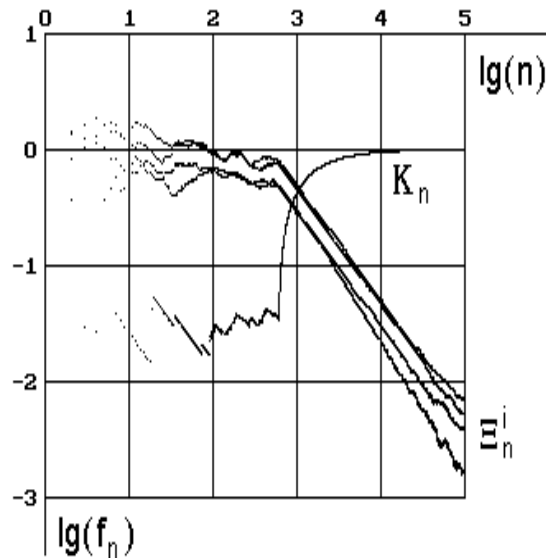


Рис. 1. Характеристики синхронізації стохастичної гри

На рис. 2 та 3 зображено графіки адитивних сигналів  $y_n$  системи синхронізації відповідно для ненавченої та навченої стохастичної гри. Графіки усереднено за кількістю генераторів гармонічних сигналів:

$$y_n = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L y_n^i.$$

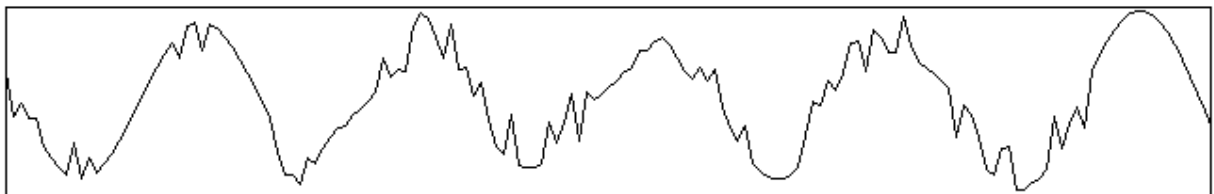


Рис. 2. Усереднений сигнал системи для ненавченої стохастичної гри

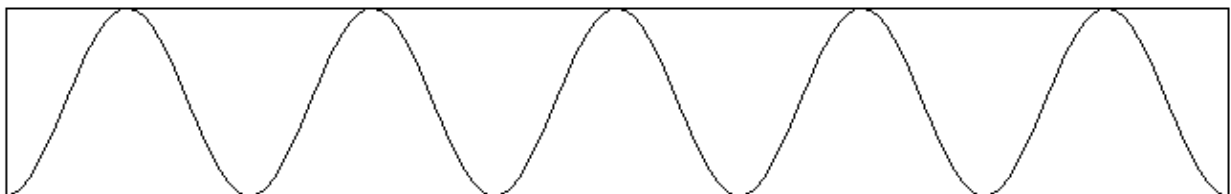


Рис. 3. Усереднений сигнал системи для навченої стохастичної гри

Випадковий вигляд адитивного сигналу на рис. 2 зумовлений різними фазами гармонічних сигналів мережі синхронізації для ненавченої гри.

У ході навчання здійснюється вирівнювання фаз сигналів об'єктів розподіленої системи. Результатом навчання є те, що система синхронізації генерує гармонійний адитивний сигнал, як зображено на рис. 3.

## Висновки

Запропонований у цій статті адаптивний ігровий метод забезпечує фазову синхронізацію сигналів розподіленої системи в умовах дії стохастичних завад. Рекурентний метод побудовано на основі стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості, яка описує розв'язок гри за Нешем у змішаних стратегіях.

На кожному кроці повторювальної гри гравці здійснюють незалежний випадковий вибір чистих стратегій – значень дискретних фаз сигналів на основі динамічного розподілу, побудованого на власних змішаних стратегіях. Після завершення вибору чистих стратегій усіма гравцями кожен з них знаходить різницю значень фаз власного і сусідніх сигналів, яку використовує як поточний програш. Поточний крок гри завершується перерахунком змішаних стратегій усіх гравців згідно із запропонованим рекурентним методом. Такий хід гри в асимптотиці часу забезпечує адаптивну фазову синхронізацію сигналів розподіленої системи. Для практичних застосувань момент завершення гри обмежується досягненням заданої точності розв'язку гри.

Збіжність ігрового методу забезпечується базовими умовами стохастичної апроксимації. Оптимальні значення параметрів ігрового методу уточнюються експериментально. Зростання кількості гравців, кількості чистих стратегій та дисперсії програшів призводить до зменшення порядку швидкості збіжності стохастичної гри.

Інтелектуальні можливості розроблених ігрових агентів ґрунтовані на самонавчальних стохастичних автоматах зі змінною структурою. Для їх вдосконалення можна використати інші методи самонавчання, зокрема ті, що ґрунтовані на результатах теорії штучного інтелекту.

Результати роботи можна використати для синхронізації роботи складових елементів сенсорних мереж, кібернетичних автоматів та мультиагентних систем, побудови протоколів взаємодії між інтелектуальними агентами, забезпечення умов самоорганізації активних розподілених систем.

1. Lindsey W. C. *Synchronization Systems in Communication and Control* / W. C. Lindsey. – Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1972. – 734 p. 2. Блехман И. И. *Синхронизация в природе и технике* / И. И. Блехман. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 352 с. 3. Леонов Г. А. *Математические проблемы теории фазовой синхронизации* / Г. А. Леонов, В. Б. Смирнова. – СПб.: Наука, 2000. – 400 с. 4. Осипов Г. В. *Информационная динамика: синхронизация в сложных осцилляторных сетях* / Г. В. Осипов. – Нижний Новгород, 2007. – 103 с. 5. *Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний* / В. С. Анищенко, В. В. Астахов, Т. Е. Вадивасова, Г. И. Стрелкова. – М. – Ижевск: РХД, 2008. – 144 с. 6. Wooldridge M. *An Introduction to Multiagent Systems* / M. Wooldridge. – John Wiley & Sons, 2002. – 366 p. 7. Fudenberg D. *The Theory of Learning in Games* / D. Fudenberg, D. K. Levine. – Cambridge, MA: MIT Press, 1998. – 292 p. 8. Мулен Э. *Теория игр с примерами из математической экономики* / Э. Мулен. – М.: Мир, 1985. – 200 с. 9. Назин А. В. *Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы* / А. В. Назин, А. С. Позняк. – М.: Наука, 1986. – 288 с. 10. *Граничин О. Н. Введение в методы стохастической аппроксимации и оценивания: учеб. пособие* / О. Н. Граничин. – СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2003. – 131 с. 11. *Варшавский В. И. Оркестр играет без дирижера: Размышление об эволюции некоторых технических систем и управления ими* / В. И. Варшавский, Д. А. Поспелов. – Изд. 2-е, доп. – М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2009. – 224 с.

## ЗМІСТ

### АРХІТЕКТУРА ТА КОМПОНЕНТИ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

<i>Тимощук П.</i> Аналогова нейронна схема ідентифікації найбільших за величиною з множини сигналів з невідомого діапазону .....	3
<i>Perova I., Bodyanskiy Ye.</i> Adaptive fuzzy clustering based on manhattan metrics in medical and biological applications.....	8
<i>Грицюк М., Грицюк Ю.</i> Оптимізація проекту стратегічного розвитку туризму в регіоні українських Карпат.....	13
<i>Ігнатюк А., Парамуд Я.</i> Методи шифрування інформації із використанням маскувальних символів.....	21
<i>Павлюк О.</i> Інтегрована автоматизована система для прогнозування споживання електричної енергії у Львівській області .....	28
<i>Кордяк В., Дронюк І., Федевич О.</i> Інформаційна технологія моніторингу та аналізу трафіку у комп'ютерних мережах.....	35
<i>Мандзій Б., Сенів М., Яковина В., Мосьондз Н.</i> Програмна реалізація удосконаленої моделі надійності технічної резервованої системи з обмеженою кількістю відновлень .....	43
<i>Павлюк О., Тремба Н.</i> Верифікація даних для прогнозування курсу долара за допомогою штучних нейронних мереж .....	52
<i>Verbenko I., Tkachenko R.</i> Fuzzy-based crane control system.....	58
<i>Antoniuk O., Pokhodylo Y.</i> Methodical errors of measurement of the human body tissues electrical parameters .....	62
<i>Цмоць І., Скорохода О., Ігнатєв І.</i> Синтез компонентів апаратних паралельних нейромереж вертикально-групового типу.....	69
<i>Бодяньський Є., Винокурова О., Шкуро К., Татарінова Ю.</i> Гібридна узагальнена адитивна нейро-фаззі система в задачах прогнозування часових рядів за умов невизначеності .....	80
<i>Горбатий І.</i> Дослідження точності теоретичних методів визначення спектрів сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції .....	87
<i>Притула Н.</i> Математичні задачі аналізу режимів газотранспортних систем .....	95
<i>Nazarkevych M.</i> Development method of protecting images with amplitude-modulated screening using ateb-functions .....	101
<i>Штимак А.</i> Технологія визначення рівня компетентності випускника ВНЗ з використанням алгоритмів нечіткого логічного виведення .....	109
<i>Різняк В.</i> Оптимізація коду систем керування в багатовимірних полях координат.....	123
<i>Kotsovsky V.</i> Learning of complex neurons .....	131

### МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

<i>Юрчик Г.</i> Метод періодичного автокалібрування витратомірів змінного перепаду тиску .....	136
<i>Чекурін В., Сінькевич О.</i> Обернена задача ідентифікації приповерхневих порожнин у твердих тілах із використанням ІЧ-термографії.....	142
<i>Гнатушенко В.</i> Модель оптимізації продуктивності бездротової сенсорної мережі за оптимальністю вибору діапазону передавання й розкладу режимів активності/очікування сенсорів.....	150
<i>Voronenko M.</i> Modeling of dissolution, ion exchange and adsorption in soils .....	154
<i>Хомицька І., Теслюк В.</i> Метод статистичного аналізу текстів драматургії Б. Шоу і розмовного стилю .....	161
<i>Вавіленкова А.</i> Побудова змістовної моделі тексту на основі використання логіко-лінгвістичних моделей .....	169
<i>Соколовський Я., Москвітін М.</i> Математичне моделювання деформаційно-релаксаційних процесів з використанням похідних дробового порядку.....	175
<i>Джала Р., Юзевич В., Мельник М.</i> Моделювання адсорбційних зв'язків та їх впливу на інформативні параметри межі метал-електроліт.....	185



<i>Ковальчук А., Ступень М.</i> Бінарні лінійно-квадратичні перетворення з елементами алгоритму RSA і додатковим зашумленням у захисті зображень.....	191
<i>Pokhodylo E., Yuzva V.</i> Measurement of electrophysical parameters of alcoholic solutions.....	196
<i>Алексеева К., Берко А., Висоцька В.</i> Особливості процесу управління Web-ресурсом комерційного контенту на основі нечіткої логіки .....	201
<i>Драган Я., Дозорський В., Дедів І., Дедів Л.</i> Принципи і засоби обґрунтування методів статистичного опрацювання реалізацій періодично корельованого випадкового процесу.....	212
<i>Борецька І., Соколовський Я.</i> Математичне моделювання конвективного процесу сушіння деревини з урахуванням границь фазових переходів .....	219
<i>Prytula Z.</i> Mathematical modelling of nonlinear dynamics in activator-inhibitor systems with superdiffusion .....	230
<i>Трофимчук О., Бідюк П., Кожухівська О., Кожухівський А.</i> Ймовірно-статистичні невизначеності в системах підтримки прийняття рішень .....	237
<i>Рактянська Г.</i> Розв'язання систем нечітких логічних рівнянь у задачах оберненого виведення...248	
<i>Рашикевич Ю., Ізонін І., Пелешко Д., Малець І.</i> Зміна роздільної здатності зображення засобом псевдообертання виродженого матричного оператора відносних симетричних мір конвергенції.....	259
<i>Михальова О.</i> Про зв'язок задач оптимізації багатократного кульового покриття обмежених множин та їх мультиплексного розбиття .....	266
<i>Мриглод О.</i> Автоматизований алгоритм пошуку термінів у наукових публікаціях .....	273

## МЕТОДИ І АЛГОРИТМИ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

<i>Kovalchuk A.</i> Some generalization of Goldbach's conjecture and Bertand's postulate.....	285
<i>Басюк Т., Пушко Я.</i> Аналіз та класифікація основних методів розпізнавання образів на площині проекції.....	291
<i>Павельчак А., Самотий В., Остапчук В.</i> Параметрична оптимізація системи регулювання напруги генератора постійного струму генетичним алгоритмом.....	299
<i>Процько І.</i> Розпаралелення на рівні підзадач алгоритму ШГП на основі циклічних згорток.....	306
<i>Kozhukhivska O., Bidiuk P., Kozhukhivskiy A.</i> Adaptive decision support system for estimating financial risks.....	313
<i>Олесків О., Микитин І.</i> Метрологічна перевірка програмного забезпечення засобів вимірювання з різними структурами .....	325
<i>Пукач П.</i> Методи аналізу динамічних режимів коливань одновимірних середовищ із урахуванням нелінійних сил опору .....	331
<i>Osyenko V., Shvorov A.</i> Estimation of methods efficiency of sequence processing determination of electronic documents in internet .....	338
<i>Бойко О., Голяка Р.</i> Електротеплова SPICE – модель калориметричного перетворювача.....	345
<i>Dzikovska Yu., Hots N.</i> Development of in-situ calibration method's algorithm for thermal imager .....	354
<i>Висоцька В.</i> Особливості рубрикації текстового комерційного контенту .....	359
<i>Драган Я., Никитюк В., Паляниця Ю.</i> Енергетично-сигнальна концепція визначення стану технологічного стоматологічного процесу як енергоактивного об'єкта.....	368
<i>Гожий В.</i> Нечіткий когнітивний аналіз ризиків при тестуванні програмного забезпечення.....	372
<i>Різник О., Повшук О., В'юшкова К.</i> Схеми відновлення розподілених обчислень на основі ідеальних кільцевих відношень .....	380
<i>Яворський Н., Фармага І., Марікуца У.</i> Метод побудови випадкових перехідних шарів та його застосування у мультимасштабному моделюванні структур гетерогенних середовищ за допомогою технології OPeNCL .....	385
<i>Troyan O.</i> Method of forming latent image to protect documents based on the effect moire.....	394
<i>Химко О., Гринів О., Прутула Н., Прутула М.</i> Алгоритмічний метод діагностики витоків газу на ділянках магістральних газопроводів.....	404
<i>Pavliuk O., Kutelmakh R.</i> Investigation of existing image denoising algorithms.....	413
<i>Кравець П.</i> Адаптивний ігровий метод синхронізації сигналів розподілених систем .....	420

## CONTENTS

### ARCHITECTURE AND COMPONENTS COMPUTER SYSTEMS

<i>Tymoshchuk P.</i> Analogue neural circuit of largest magnitude signal set identification in unknown range .....	3
<i>Perova I., Bodyanskiy Ye.</i> Adaptive fuzzy clustering based on manhattan metrics in medical and biological applications.....	8
<i>Gritsyuk M., Gritsyuk Yu.</i> Multi-criterion optimization the project of strategic tourism development in ukrainian carpathian region.....	13
<i>Ihnatovych A., Paramud Ya.</i> Methods encryprion of information with using masking symbols .....	21
<i>Pavlyuk O.</i> Integrated automated system for the implementation of forecast of consumption electrical energy in Lviv region.....	28
<i>Kordyak V., Droniuk I., Fedevych O.</i> Information technology of traffic monitoring and analysis in computer networks.....	35
<i>Mandziy B., Seniv M., Yakovyna V., Mosondz N.</i> Software implementayion of improved reliability model of technical redundant system with a limited number of restorations .....	43
<i>Pavlyuk O., Tremba N.</i> Verification of data for the implementation of the forecast of dollar using artificial neural networks .....	52
<i>Verbenko I., Tkachenko R.</i> Fuzzy-based crane control system.....	58
<i>Antoniuk O., Pokhodylo Y.</i> Methodical errors of measurement of the human body tissues electrical parameters .....	62
<i>Tsmots I., Skorokhoda O., Ignatjev I.</i> Synthesis components hardware neural network parallel vertical type group.....	69
<i>Bodyanskiy E., Vinokourova O., Shkyro K., Tatarinova Y.</i> Hybrid summary additive neuro-fuzzy system in problems time series prediction in uncertainty .....	80
<i>Gorbatyy I.</i> Research accuracy theoretical methods of determination of the signal in the commission baseband modulation .....	87
<i>Prytula N.</i> Mathematical problem analysis mode gas transmission systems.....	95
<i>Nazarkevych M.</i> Development method of protecting images with amplitude-modulated screening using ateb-functions .....	101
<i>Shtymak A.</i> Technology definition competence post graduate using the algorithms fuzzy logical breeding.....	109
<i>Riznyk V.</i> Optimal code control systems coordinates in multidimensional fields.....	123
<i>Kotsovsky V.</i> Learning of complex neurons .....	131

### MODELING SYSTEMS AND PROCESSES

<i>Yurchyk G.</i> Auto calibration method of periodic device for measuring the pressure drop variable costs .....	136
<i>Chekurin V., Sinkevych A.</i> Inverse problem identification subsurface cavities in solids using IR thermography .....	142
<i>Gnatushenko V.</i> Model optimize the performance of wireless sensor networks for optimality can select from transmission and activity schedule active/sleep sensor .....	150
<i>Voronenko M.</i> Modeling of dissolution, ion exchange and adsorption in soils .....	154
<i>Homyska I., Teslyuk V.</i> Method of statistical analysis drama texts B. Shaw and colloquial style.....	161
<i>Vavilenkova A.</i> Construction of the text's content model based on logic and linguistic models.....	169
<i>Sokoovskyy Ya., Moskvitina M.</i> Mathematical modeling information-relaxation processes using fractional order derivatives.....	175
<i>Dzhala R., Yuzevych V., Melnyk M.</i> Modeling the adsorption connections and their influence on informational parameters of metal-electrolyte interface .....	185
<i>Kovalchuk A., Stupen M.</i> Binary linear-quadratic conversion with elements of RSA-algorithm and additional noise in the image protection.....	191

<i>Pokhodylo E., Yuzva V.</i> Measurement of electrophysical parameters of alcoholic solutions.....	196
<i>Alieksieieva K., Berko A., Vysotska V.</i> Features of control web-resources commercial content based fuzzy logic .....	201
<i>Dragan Ya., Dozorsky V., Dediv I., Dediv L.</i> Principles and means of methods of statistical processing of periodically correlated random processes implementations annotation .....	212
<i>Boretska I., Sokolovskyy Ya.</i> The mathematical modeling of convective process of wood drying with taking into account phase transitions boundaries.....	219
<i>Prytula Z.</i> Mathematical modelling of nonlinear dynamics in activator-inhibitor systems with superdiffusion.....	230
<i>Trofimchuk O., Bidyuk P., Kozshukhivska O., Kozshukhivskyy A.</i> Probabilistic and statistical uncertainty Decision Support Systems .....	237
<i>Rakotyanska G.</i> Solution systems fuzzy logic equations in problems of inverse deduction.....	248
<i>Rashkevich Yu., Peleshko D., Izonin I., Malets I.</i> Change image resolution means pseudorotation degenerate symmetric matrix operator measures the relative convergence .....	259
<i>Mykhalova O.</i> About communication of many-multiple covering optimization problems of bounded sets and problems of multiplex-partitioning .....	266
<i>Mryglod O.</i> Automated search algorithm in terms of scientific publications.....	273

### METHODS AND ALGORITHMS CURRENT INFORMATION TECHNOLOGY

<i>Kovalchuk A.</i> Some generalization of Goldbach's conjecture and Bertand's postulate.....	285
<i>Basyuk T., Pushko Ya.</i> Analysis and classification of basic methods for pattern on the plane of projection recognition.....	291
<i>Pavelchak A., Samoty V., Ostapchuk V.</i> Parametric optimization of voltage control system of oscillator dc using genetic algorithms .....	299
<i>Protsko I.</i> Parallelization at level of subtasks fast harmonic transformations algorithm based on circular convolutions.....	306
<i>Kozhukhivska O., Bidyuk P., Kozhukhivskyy A.</i> Adaptive decision support system for estimating financial risks .....	313
<i>Olesky O., Mykytyn I.</i> Metrological checking measurement of software with different structures .....	325
<i>Pukach P.</i> Methods of analysis dynamic modes of vibrations one-dimensional environments with considering nonlinear forces of resistance .....	331
<i>Osypenko V., Shvorov A.</i> Estimation of methods efficiency of sequence processing determination of electronic documents in internet .....	338
<i>Bojko O., Holyaka R.</i> Electro SPICE-model calorimetric transducer .....	345
<i>Dzikovska Yu., Hots N.</i> Development of in-situ calibration method's algorithm for thermal imager .....	354
<i>Vysotska V.</i> Features of textual commercial content categorization .....	359
<i>Dragan Ya., Nukutyuk V., Palanica U.</i> Energy-signal concept of determining the state of dental technological process as energy-active object .....	368
<i>Gozshyj V.</i> Fuzzy cognitive risk analysis software testing .....	372
<i>Riznyk O., Povshuk O., Vyushkova K.</i> Recovery scheme of distributed computing based on ideal ring relationship .....	380
<i>Jaworski N., Farmaga I., Marikutsa U.</i> Random transition layers construction method and its application in heterogeneous structures multiscale modelling by OpenCL technology .....	385
<i>Troyan O.</i> Method of forming latent image to protect documents based on the effect moire.....	394
<i>Khymko O., Gryniv O., Prytula N., Prytula M.</i> Algorithmic diagnostic method of gas leaks in areas of gas mains.....	404
<i>Pavliuk O., Kutelmakh R.</i> Investigation of existing image denoising algorithms.....	413
<i>Kravets P.</i> Adaptive game method of signals synchronization of the distributed systems .....	420

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

# ВІСНИК

Національного університету  
“Львівська політехніка”

Збірник наукових праць

*Засновано 1964 р.*

№ 826

СЕРІЯ:

КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ  
ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Редактори *Ольга Дорошенко, Оксана Чернигевич*  
Комп'ютерне верстання *Олени Катачиної*  
Художник-дизайнер *Маріанна Рубель-Кадирова*

Здано у видавництво 11.11.2015. Підписано до друку 25.12.2015.

Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Папір офсетний. Друк на різнографі.

Умовн. друк. арк. 50,22. Обл.-вид. арк. 39,4.

Наклад 100 прим. Зам. 152910.

Видавець і виготівник: Видавництво Львівської політехніки  
*Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4459 від 27.12.2012 р.*

*вул. Ф. Колесси, 4, Львів, 79013*

тел. +380 32 2582146, факс +380 32 2582136

vlp.com.ua, ел. пошта: vnr@vlp.com.ua