

2. ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

Основні формули

1. Імпульс тіла

$$\vec{P} = m\vec{v}.$$

2. Рівняння руху тіла (другий закон Ньютона)

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F},$$

де $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ – рівнодійна сил, що діють на тіло.

3. Сила тяжіння

$$\vec{F} = m\vec{g}.$$

4. Сила тертя ковзання

$$F_T = \mu N,$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску.

5. Закон збереження імпульсу

$$\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \text{const},$$

де n – кількість матеріальних точок, що входять в замкнену систему.

Методичні вказівки і поради

Основою задачею динаміки матеріальної точки є знаходження законів руху точки, знаючи сили, під дією яких воно рухається. Або, навпаки, за відомими законами руху знайти сили, котрі діють на матеріальну точку або тіло.

При розв'язуванні задач найчастіше доводиться використовувати другий закон Ньютона записаний як через масу та прискорення тіла, так і через зміну імпульсу. Слід пам'ятати, що цей закон є векторним. Тому при конкретному застосуванні його, слід проектувати відповідні величини на обрані осі координат. При цьому також слід враховувати напрямки руху та напрями діючих сил.

Вибір системи координат може бути довільним, однак розв'язок буде простішим, коли одну вісь ми візьмемо в напрямі прискорення (або в напрямі

МЕХАНІКА

дії всіх основних сил – рівнодійної всіх сил), а дві інші перпендикулярні до неї. Останні дві осі можна не розглядати, оскільки вздовж них рух не відбувається. Вони будуть використовуватись для знаходження додаткових величин (н-д, сили реакції опори, і т.п.). Проектуючи сили на основну вісь, слід враховувати їхні напрямки: якщо сила співпадає з напрямком прискорення, то її знак додатний, якщо ні – від'ємний.

Для знаходження рівнодійної всіх сил користуються методом додавання векторів або методом паралелограма.

Розв'язування задачі слід розпочинати із визначення сил, що діють на тіло. Тому зручно зробити рисунок. На рисунку вказати напрямки всіх сил. Далі записують основне рівняння динаміки для кожного з обраних напрямків. Якщо кількість невідомих є більшим кількості записаних рівнянь, то можна додатково записати формули руху тіла з кінематики, закони збереження імпульсу та енергії, в залежності від вихідних даних задачі.

Якщо під дією декількох сил тіло рухається рівномірно, тобто швидкість тіла не змінюється з часом (прискорення рівне нулю), то векторна сума всіх сил рівна нулю. Отже, і проекція цих сил на будь-який напрям дорівнює нулю.

При переміщенні одного тіла по поверхні іншого слід не забувати про силу тертя, яка напрямлена проти руху нашого тіла, і рівна $F_t = \mu N$. Тут μ – коефіцієнт тертя, N – реакція нормальної опори і вона, зазвичай, співпадає із складовою сили тяжіння на внутрішню нормаль до поверхні.

Ще одна сила, котра часто зустрічається в задачах є сила натягу. Сила натягу діє з боку натягнутої нитки (канату, шнура і т.п.) з'єднаної з тілом. Згідно з третім законом Ньютона, вона чисельно дорівнює силі, з якою дане тіло розтягує нитку, тому її називають силою натягу. Якщо нитка нерозтяжна, то її натяги з обох сторін однакові. Тому і сили прикладені з обох сторін однакові за величиною, та різні за напрямками.

В умові задачі може бути задана залежність шляху або швидкості від часу. Тому тут слід скористатися знаннями із першого розділу кінематики. А

саме: прискорення – це перша похідна по часу від швидкості $a = \frac{dv}{dt} = v'$

або друга похідна по часу від шляху $a = \frac{d^2s}{dt^2} = v''$.

Якщо в умові задачі сила залежить від часу, то закон Ньютона записують в диференціальному виді. Далі слід розділити змінні та методом

МЕХАНІКА

інтегрування знайти шукані величини. Наприклад, для знаходження швидкості тіла (або шляху, яке воно пройшло, за певний час) закон Ньютона матиме вигляд: $F(t)dt = m dv$. Інтегруючи ліву частину по часу, а праву по швидкості, знайдемо шукані величини.

$$\int_{t_1}^{t_2} F(t) dt = m \int_{v_1}^{v_2} dv.$$

В цьому випадку в нас з'явиться сталі інтегрування, які ми можемо взяти за початкову швидкість v_0 і значення моменту часу $t = 0$.

Якщо тіло рухається рівномірно по певній заокругленій траєкторії, то слід пам'ятати, що це рух з доцентровим прискорення $a_d = \frac{v^2}{R}$, де R – радіус опуклості або вгнутості траєкторії руху.

Приклади розв'язування задач

2.1. Який баласт необхідно скинути з аеростата, який рівномірно опускається, щоб він почав рівномірно підніматись з тією ж швидкістю? Маса аеростата з баластом $m = 1600$ кг, піднімальна сила аеростата $F = 12$ кН. Вважати силу опору F_0 повітря однаковою при підніманні та опусканні.

Дано:

$$m = 1600 \text{ кг} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$F = 12 \text{ кН} = 12 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$F_0$$

$$m_0 - ?$$

Розв'язування

Зробимо рисунок. Пам'ятаємо, що сила опору завжди напрямлена проти руху, а прискорення за рівномірного руху рівне $a = 0$. Запишемо другий закон Ньютона для двох випадків:

- 1) Аеростат опускається;
- 2) Аеростат піднімається.

У векторній формі отримаємо:

$$\begin{cases} \vec{F} + \vec{F}_{on} + m\vec{g} = 0, \\ \vec{F} + \vec{F}_{on} + (m - m_0)\vec{g} = 0. \end{cases}$$

Спроекуємо сили на вісь ОУ:

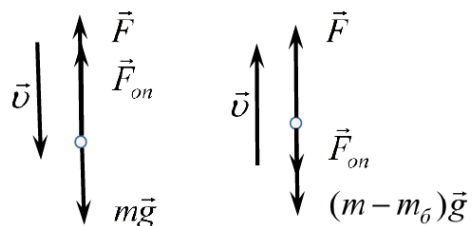


Рис.2.1.

МЕХАНІКА

$$\begin{cases} F + F_{on} - mg = 0, \\ F - F_{on} - (m - m_{\sigma})g = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Розв'яжемо систему рівнянь (1) відносно невідомого m_{σ} . Додаймо ці два рівняння, отримаємо:

$$2F - 2mg + m_{\sigma}g = 0. \quad (2)$$

Звідси
$$m_{\sigma} = \frac{2(mg - F)}{g}. \quad (3)$$

Підставимо числові значення:

$$m_{\sigma} = \frac{2(mg - F)}{g} = \frac{2 \cdot (1,6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 - 12 \cdot 10^3)}{9,8} = 375,5 \text{ кг}$$

2.2. Автомобіль масою $m = 1500 \text{ кг}$, рухаючись рівносповільнено, зупиняється через час $t = 5 \text{ с}$, пройшовши шлях $S = 25 \text{ м}$. Знайти початкову швидкість v_0 автомобіля і силу гальмування F .

Дано:

$$m = 1500 \text{ кг}$$

$$t = 5 \text{ с}$$

$$S = 25 \text{ м}$$

$$v_0 = ?$$

$$F = ?$$

Розв'язування

Для знаходження початкової швидкості пригадаємо рівняння з кінематики. Залежність шляху від часу при рівносповільненому русі має вигляд:

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}, \quad (1)$$

а прискорення знайдемо із виразу для швидкості:

$$v = v_0 - at. \quad (2)$$

Оскільки автомобіль в кінці свого руху зупинився, то $v = 0$. Тоді

$$v_0 = at. \quad (3)$$

Підставимо цей вираз в (1) та отримаємо, що

$$S = at^2 - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}. \quad (4)$$

Тоді

$$v_0 = \frac{2S}{t}. \quad (5)$$

Щоб знайти силу гальмування, скористаємось основним рівнянням динаміки поступального руху:

$$F = ma. \quad (6)$$

МЕХАНІКА

З врахуванням (4) сила гальмування рівна:

$$F = \frac{2mS}{t^2}. \quad (7)$$

Підставимо числові значення:

$$v_0 = \frac{2S}{t} = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad F = \frac{2mS}{t^2} = \frac{2 \cdot 1500 \cdot 25}{5^2} = 3000 \text{ Н} = 3 \text{ кН}.$$

2.3. Поїзд масою $m = 500$ т після припинення тяги паровоза під дією сили тертя $F_T = 98 \text{ кН}$ зупиняється через час $t = 1$ хв. З якою швидкістю v_0 рухався поїзд?

Дано:

$$m = 500 \text{ т} = 5 \cdot 10^5 \text{ кг}$$

$$F_T = 98 \text{ кН} = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$t = 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$$

$$v_0 = ?$$

Розв'язування

Скористаємось рівняннями кінематики для рівносповільненого руху. Залежність швидкості поїзда від часу при гальмуванні має вигляд:

$$v = v_0 - at. \quad (1)$$

Оскільки поїзд в кінці свого руху зупинився, то $v = 0$. Тоді

$$v_0 = at \Rightarrow a = \frac{v_0}{t}. \quad (2)$$

Запишемо для цього руху основне рівняння динаміки поступального руху:

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}. \quad (3)$$

Спроекуємо всі сили на вісь OX :

$$F_T = ma. \quad (4)$$

З врахуванням (2) вираз (4) запишеться:

$$F_T = \frac{mv_0}{t}. \quad (5)$$

Звідси

$$v_0 = \frac{F_T t}{m}. \quad (6)$$

Знайдемо числове значення

$$v_0 = \frac{98 \cdot 10^3 \cdot 60}{5 \cdot 10^5} = 11,75 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

МЕХАНІКА

2.4. Поїзд масою $m = 500$ т, рухаючись рівносповільнено за час $t = 1$ хв зменшує свою швидкість від $v_0 = 36$ км/год до $v = 18$ км/год. Знайти силу гальмування F .

Дано:

$$m = 500 \text{ т} = 5 \cdot 10^5 \text{ кг}$$

$$t = 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$$

$$v_0 = 36 \text{ км/год} = 10 \text{ м/с}$$

$$v = 18 \text{ км/год} = 5 \text{ м/с}$$

$$F = ?$$

Розв'язування

Запишемо другий закон Ньютона:

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}. \quad (1)$$

Спроекуємо всі сили на вісь OX :

$$F = ma. \quad (2)$$

Для рівносповільненого руху

$$v = v_0 - at \Rightarrow a = \frac{v_0 - v}{t}. \quad (3)$$

Підставимо вираз (3) в (2), отримаємо:

$$F = \frac{v_0 - v}{t} m. \quad (4)$$

Підставимо числові значення: $F = \frac{10 - 5}{60} \cdot 5 \cdot 10^5 = H$

2.5. Два тягарці з масами $m_1 = 0,1$ кг і $m_2 = 0,2$ кг з'єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення a , з яким рухаються тягарці і силу натягу нитки T .

Дано:

$$m_1 = 0,1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ кг}$$

$$a = ?$$

$$T = ?$$

Розв'язування

Розглянемо сили, котрі діють на кожен із тягарців: це сила тяжіння $F = mg$, що направлена вниз та сила натягу нитки T , яка спрямована догори.

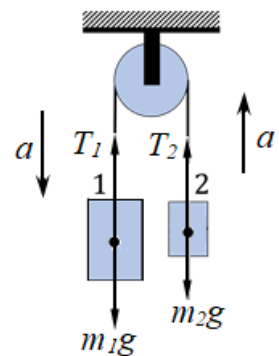


Рис.2.2.

Перший тягарець важчий, отже, він буде рухатись вниз з прискоренням a , тоді другий тягарець буде підійматись вгору із тим самим прискоренням a .

Спроекуємо всі сили на вісь, котра співпадає з напрямком руху тягарців. Запишемо основне рівняння динаміки поступального руху для кожного з тягарців:

МЕХАНІКА

для першого: $m_1 a = m_1 g - T_1;$ (1)

для другого: $m_2 a = T_2 - m_2 g.$ (2)

За умовою задачі, тертя в блоці відсутнє, тому $T_1 = T_2 = T$. Отримаємо систему двох рівнянь з двома невідомими. Розв'яжемо її відносно невідомого прискорення, а потім знайдемо натяг нитки T . Отримаємо:

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

$$T = g \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (4)$$

Підставимо числові значення:

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 9,8 \cdot \frac{2-1}{2+1} = 3,27 \text{ м/с}^2.$$

$$T = g \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 9,8 \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{2+1} = 13,07 \text{ Н}.$$

2.6. До нитки підвішений тягарець масою $m = 1 \text{ кг}$. Знайти силу натягу нитки T , якщо нитка з тягарцем а) піднімається із прискоренням $a = 5 \text{ м/с}^2$ б) опускається із тим самим прискоренням $a = 5 \text{ м/с}^2$.

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$a = 5 \text{ м/с}^2$$

$$T_1 - ?$$

$$T_2 - ?$$

Розв'язування

Застосуємо другий закон Ньютона для першого випадку, коли нитка з тягарцем піднімається з прискоренням a (рис.2.3. а). Рух відбувається вздовж осі OY , тому проектуємо сили на неї:

$$T_1 - mg = ma. \quad (1) \quad \text{Рис. 2.3,а}$$

Звідси $T_1 = m(a + g). \quad (2)$

В другому випадку нитка з тягарцем опускається з прискоренням a (рис.2.3. б), тому

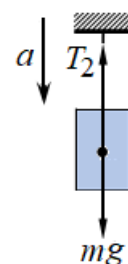
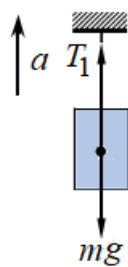
$$mg - T_2 = ma \quad (3)$$

Звідси $T_2 = m(g - a). \quad (4)$

Знайдемо числові значення:

$$T_1 = m(a + g) = 1 \cdot (5 + 9,8) = 14,8 \text{ Н},$$

Рис.2.3,б



МЕХАНІКА

$$T_2 = m(g - a) = 1 \cdot (9,8 - 5) = 4,8H$$

2.7. На горизонтальній дошці лежить вантаж. Коефіцієнт тертя між дошкою і вантажем $\mu = 0,2$. Якого прискорення слід надати дошці, щоб вантаж міг з неї зскоčiti?

Дано:

$$\mu = 0,2$$

$$a - ?$$

Розв'язування

Нехай маса вантажу буде m . На нього під час руху дошки буде діяти (з боку дошки) сила, яка зрушує його і збігається з силою тертя $F_T = \mu mg$. Рівняння руху вантажа відносно нерухомої поверхні, на якій лежить дошка, буде таким:

$$F_T = \mu mg = ma_1, \quad (1)$$

З рівняння (1) знайдемо прискорення вантажу

$$a_1 = \mu g. \quad (2)$$

Вантаж ковзатиме лише при умові $a_1 < a$, коли він під час руху відставатиме від дошки (a - прискорення дошки).

Отже, вантаж може зісковзнути з дошки при умові, що $a > \mu g$, тобто

$$a > 1,96 \text{ м/с}^2$$

2.8. Похила площина може змінювати нахил при незмінній основі. З її верхньої точки вільно ковзає невелике тіло. Коефіцієнт тертя тіла об поверхню площини $\mu = 0,1$. При якому куті α нахилу площини до горизонту час ковзання буде мінімальним t_{\min} ?

Дано:

$$\mu = 0,1$$

$$t_{\min}$$

$$\alpha - ?$$

Розв'язування

Знайдемо залежність часу t руху тіла від кута нахилу площини. Для цього запишемо рівняння руху. Спроекуємо всі сили, котрі діють на тіло з врахуванням напрямку руху.

Отримаємо:

$$mg \sin \alpha - F_T = ma.$$

Розпишемо силу тертя $F_T = \mu N = \mu mg \cos \alpha$.

Тоді основне рівняння динаміки поступального руху буде мати вигляд:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad (1)$$

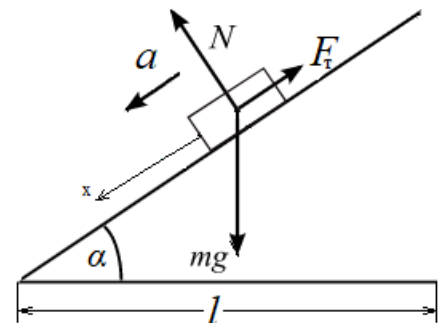


Рис. 2.4.

МЕХАНІКА

Оскільки рух тіла рівноприскорений ($a = \text{const}$, бо всі сили не залежать від часу), можна знехтувати формулу $S = \frac{at^2}{2}$, де $S = \frac{l}{\cos \alpha}$ – довжина похилої площини, а l – довжина її основи (S слід виразити через l , бо за умовою задачі сталою величиною є l). Отже,

$$\frac{l}{\cos \alpha} = \frac{at^2}{2}. \quad (2)$$

З рівнянь (1) та (2) можна виключити a і знайти t :

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g \cos \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}}. \quad (4)$$

Величина t залежить від α . Щоб знайти значення α , яке відповідає мінімуму t (позначимо його α_0), слід знайти похідну t по α і прирівняти її нулю. Нескладні обчислення дають:

$$\frac{dt}{d\alpha} = -\sqrt{\frac{2l}{g}} \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 2\mu \sin \alpha \cos \alpha}{2\sqrt{\cos^3 \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)^3}} = 0. \quad (5)$$

Звідси

$$\cos^2 \alpha_0 - \sin^2 \alpha_0 + 2\mu \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 = 0$$

або

$$\cos 2\alpha_0 + \mu \sin 2\alpha_0 = 0. \quad (6)$$

з рівняння (6) маємо:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{1}{\mu}. \quad (7)$$

Строго кажучи, слід ще обчислити $\frac{d^2 t}{d\alpha^2}$ і впевнитись, що $\left. \frac{d^2 t}{d\alpha^2} \right|_{\alpha=\alpha_0} > 0$.

Неважко перевірити прямим диференціюванням і підстановкою α_0 , що

$$\left. \frac{d^2 t}{d\alpha^2} \right|_{\alpha=\alpha_0} = \sqrt{\frac{2l}{g}} \frac{\sin 2\alpha_0 (1 + \mu^2)}{\sqrt{\cos^3 \alpha_0 (\sin \alpha_0 - \mu \cos \alpha_0)^3}} > 0. \quad (8)$$

Отже,

$$\alpha_0 \approx 48^\circ$$

2.9. Крижана гора утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з горизонтом. Вдovж неї пускають знизу вгору камінь, що проходить відстань $l = 2 \text{ м}$ за час $t = 1,5 \text{ с}$ і потім скочується вниз. Знайти час скочування t_1 .

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$l = 2 \text{ м}$$

$$t = 1,5 \text{ с}$$

$$t_1 - ?$$

Розв'язування

Розглянемо окремо рух каменю знизу вгору та скочування.

1). Застосуємо у першому випадку основне рівняння динаміки. Рух каменю знизу вгору є рівносповільненим, тому його прискорення від'ємне. Спроекуємо всі сили, котрі діють на камінь, в напрямку додатного прискорення, отримаємо:

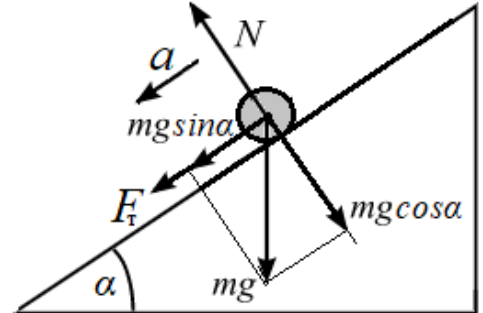


Рис.2.5,а

$$F_T + mg \sin \alpha = ma. \quad (1)$$

З врахуванням того, що $F_T = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, отримаємо, що:

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha). \quad (2)$$

Шлях, який проходить тіло при рівносповільненому русі без початкової швидкості рівний:

$$l = \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

З рівності (3) виразимо прискорення a та підставимо в (2). Отримаємо:

$$\frac{2l}{t^2} = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha). \quad (4)$$

З цієї рівності знайдемо коефіцієнт тертя μ між крижаною горою та каменем:

$$\mu = \frac{\frac{2l}{t^2} - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} = \frac{2l - gt^2 \sin \alpha}{gt^2 \cos \alpha}. \quad (5)$$

2). Тепер розглянемо скочування каменю з гори. Камінь буде рухатись рівноприскорено із прискоренням a_1 . Спроекуємо всі сили в напрямку додатного прискорення. В цьому випадку основне рівняння руху має вигляд:

$$mg \sin \alpha - F_T = ma_1 \quad (6)$$

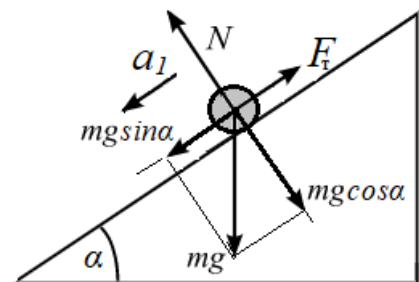


Рис.2.5,б

МЕХАНІКА

або з врахуванням значення сили тертя $F_T = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ отримаємо:

$$a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad (7)$$

Враховуючи рівність (3) записану для рівноприскореного руху каменю згори до низу, знайдемо час скочування каменю як:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{a_1}}. \quad (8)$$

У вираз (8) підставимо значення прискорення a_1 рівність (7) та значення коефіцієнта тертя μ рівність (5), отримаємо, що

$$t_1 = t \sqrt{\frac{l}{gt^2 \sin \alpha - l}}. \quad (9)$$

Підставимо числові значення в (9):

$$t_1 = t \sqrt{\frac{l}{gt^2 \sin \alpha - l}} = 1,5 \cdot \sqrt{\frac{2}{9,8 \cdot 1,5^2 \cdot 0,5 - 2}} = 0,7 \text{ с}$$

2.10. Важке тіло знаходиться на вершині похилої площини довжиною $l = 1 \text{ м}$ та кутом нахилу до горизонту $\alpha = 30^\circ$. Тіло починає ковзати. За який час тіло спуститься по похилій площині, якщо вона рухатиметься в горизонтальному напрямі з прискоренням $a = 0,5 \text{ м/с}^2$.

Дано:

$$l = 1 \text{ м}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$a = 0,5 \text{ м/с}^2$$

$$t - ?$$

Розв'язування

Рух тіла слід розкласти на два: перший – ковзання пор похилій площині, другий – рівноприскорений в горизонтальному напрямі.

Під час ковзання слід знати коефіцієнт тертя між тілом та похилою поверхнею. Для цього розпишемо всі сили, які діють на тіло. Виберемо вісь паралельну похилій площині, вздовж якої відбувається рух. В цьому випадку на тіло діють наступні сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, реакція нормальної опори \vec{N} та сила тертя F_T . Під дією цих сил тіло на похилій площині знаходиться в стані рівноваги, тому рівняння Ньютона в проекціях на координатні осі має вигляд:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ОХ: } mg \sin \alpha - F_T = 0, \\ \text{ОУ: } N - mg \cos \alpha = 0 \end{array} \right\} \text{ або } \left. \begin{array}{l} \text{ОХ: } mg \sin \alpha = F_T \\ \text{ОУ: } N = mg \cos \alpha \end{array} \right\} \quad (1)$$

Оскільки $F_T = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, то з рівності (1)

МЕХАНІКА

$$\mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha . \quad (2)$$

Звідси

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha . \quad (3)$$

Розглядаючи рух похилої площини в горизонтальному напрямку. Надаючи похилій поверхні прискорення, ми тим самим як би забираємо її з-під вантажу та зменшуємо силу тиску площини на вантаж в напрямку нормалі. В результаті сила нормального тиску \vec{N} , а отже, і сила тертя, яка перешкоджає ковзанню вантажа по похилій площині, зменшується: $mg \sin \alpha$ стане більшою F_T і вантаж почне рухатись по похилій площині з прискоренням \vec{a}_0 .

Розглянемо сили, які в цьому випадку діють на вантаж. На вантаж діють ті ж самі сили, що і в стані рівноваги: сила тяжіння $m\vec{g}$, реакція нормальної опори \vec{N} та сила тертя F_T . Проте значення сили реакція нормальної опори \vec{N} та сила тертя F_T будуть іншими.

Під дією прикладених сил, вантаж ковзає по похилій площині з деяким прискоренням a_0 відносно Землі і його рух є рівноприскореним. Згідно з другим законом Ньютона:

$$mg \sin \alpha - \mu N_1 = ma_1 . \quad (4)$$

Рух тіла з прискоренням a_1 можна розкласти на два: рух відносно похилої площини з прискоренням a_0 та рух в протилежному напрямку разом з похилою площиною з прискоренням, модуль якого визначається як $a \cos \alpha$. Тому:

$$a_1 = a_0 - a \cos \alpha . \quad (5)$$

Основне рівняння динаміки поступального руху запишеться як:

$$N_1 - mg \cos \alpha = ma \sin \alpha . \quad (6)$$

Для знаходження часу руху вантажу, запишемо кінематичне рівняння залежності шляху від часу, при чому тіло рухається без початкової швидкості

з прискоренням a_0 :

$$l = \frac{a_0 t^2}{2} . \quad (7)$$

Розв'яжемо систему рівнянь (4) – (7) та виразимо a_0 через прискорення похилої площини a . Отримаємо

$$t = \sqrt{\frac{2l \cos \alpha}{a}} . \quad (8)$$

Підставимо числові значення. Отримаємо:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ}{0,5}} = 1,87 \text{ с.}$$

2.11. Тіло лежить на похилій площині, котра утворює кут $\alpha = 10^\circ$ із горизонтом. Яким повинен бути мінімальний коефіцієнт тертя μ , щоб тіло почало ковзати по похилій площині? З яким прискоренням a буде ковзати тіло, якщо коефіцієнт тертя становитиме $\mu' = 0,03$? Який час t необхідний для подолання шляху $S = 100 \text{ м}$ цим тілом за заданих умов? Якою буде швидкість v цього тіла наприкінці шляху?

Дано:

$$\alpha = 10^\circ$$

$$\mu' = 0,03$$

$$S = 100 \text{ м}$$

$$\mu - ?$$

$$a - ?$$

$$t - ?$$

$$v - ?$$

Ньютона:

Розв'язування

Для того, щоб зрозуміти, за якого мінімального коефіцієнту тертя тіло почне рухатись, розглянемо умову спокою (рівноваги), коли тіло знаходиться на похилій площині. Силу тяжіння спроектуємо на вісь OX . За другим законом

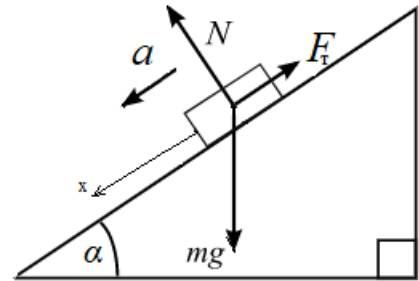


Рис.2.6.

$$mg \sin \alpha - F_t = 0. \quad (1)$$

Враховуючи, що $F_t \geq \mu mg$, отримаємо:

$$mg \sin \alpha = \mu mg. \quad (2)$$

Звідси

$$\mu = \sin \alpha. \quad (3)$$

Отже, при $\mu \leq \sin \alpha$ тіло почне ковзати по похилій поверхні.

Розглянемо ситуацію, коли тіло ковзає вздовж похилої площини. Цей рух буде рівноприскореним. За другим законом Ньютона:

$$mg \sin \alpha - F_t = ma \quad (4)$$

або

$$mg \sin \alpha - \mu' mg = ma \quad (5)$$

Поділимо це рівняння на m , отримаємо: $g \sin \alpha - \mu' g = a$. Отже, прискорення з яким ковзає тіло рівне:

$$a = g(\sin \alpha - \mu'). \quad (6)$$

Рух рівноприскорений без початкової швидкості, тому шлях, який проходить тіло рівний

$$S = \frac{at^2}{2}. \quad (7)$$

Звідси, час ковзання: $t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$. (8)

Швидкість на прикінці руху буде становити:

$$v = at. \quad (9)$$

Знайдемо числові значення: $\mu \leq \sin 10^\circ \leq 0,17$.

$$a = g(\sin \alpha - \mu') = 9,8 \cdot (0,17 - 0,03) = 1,37 \text{ м/с}^2.$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{1,37}} = 10,32 \text{ с}.$$

$$v = at = 1,37 \cdot 10,32 = 14,14 \text{ м/с}.$$

2.12. Тіло ковзить по похилій площині, котра утворює кут $\alpha = 45^\circ$ із горизонтом. Залежність пройденого шляху S від часу t задається рівнянням $S = Ct^2$, де $C = 1,73 \text{ м/с}^2$. Знайти коефіцієнт тертя μ тіла з поверхнею.

Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$S = Ct^2$$

$$C = 1,73 \text{ м/с}^2$$

$$\mu = ?$$

Розв'язування

Спершу розглянемо всі сили, котрі діють на тіло, спроектуємо їх на осі та запишемо другий закон Ньютона. Оскільки вздовж осі OY рух не відбувається, то рівнодійна всіх сил рівна нулю.

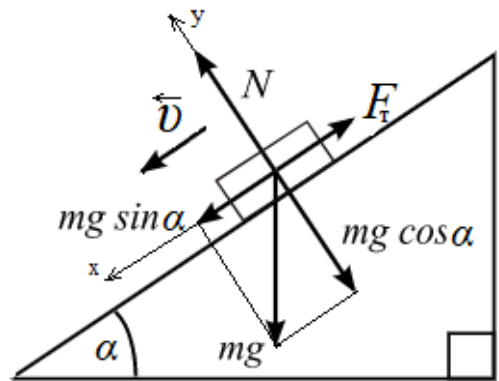


Рис.2.7.

$$\left. \begin{aligned} OX : \quad mg \sin \alpha - F_t &= ma, \\ OY : \quad N - mg \cos \alpha &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Сила тертя враховуючи (1) рівна:

$$F_t = \mu N = \mu mg \cos \alpha. \quad (2)$$

З врахування (2) основне рівняння динаміки поступального руху набуде вигляду:

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma. \quad (3)$$

З рівності (3) знайдемо коефіцієнт тертя:

МЕХАНІКА

$$\mu = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha}. \quad (4)$$

В умові задачі задана залежність шляху від часу. В формулі (4) використовується прискорення – це друга похідна від шляху по часу:

$$a = \frac{d^2 S}{dt^2} = 2C. \quad (5)$$

З врахуванням (5) рівність (4) перепишеться:

$$\mu = \frac{g \sin \alpha - 2C}{g \cos \alpha}. \quad (6)$$

Знайдемо числове значення:

$$\mu = \frac{g \sin \alpha - 2C}{g \cos \alpha} = \frac{9,8 \cdot \sin 45^\circ - 2 \cdot 1,73}{9,8 \cdot \cos 45^\circ} = 0,5.$$

2.13. М'яч масою $m = 0,2$ кг вдарився об гладку стінку під кутом $\alpha = 30^\circ$ і відскочив без втрати швидкості. Швидкість м'яча $v = 5$ м/с, тривалість удару $\Delta t = 0,1$ с. Знайти середню силу F , з якою діє стінка на м'яч.

Розв'язування

Дано:

$$m = 0,2 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v = 5 \text{ м/с}$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ с}$$

$$F = ?$$

Записуємо рівняння руху м'яча:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Оскільки зміна імпульсу м'яча

$$\Delta \vec{P} = \vec{P} - \vec{P}_0 = m(\vec{v} - \vec{v}_0), \quad (2)$$

то його проекція на вісь OX

$$\Delta P = m(v \sin \alpha + v_0 \sin \alpha) = 2mv \sin \alpha. \quad (3)$$

Тоді

$$F = \frac{2mv \sin \alpha}{\Delta t}.$$

Підставляємо числові значення відомих величин і отримуємо середню силу удару:

$$F = 10 \text{ Н}.$$

2.14. До полиці вагона, який рухається горизонтально, на нитці підвішано кульку. Поїзд гальмує і швидкість вагона рівномірно зменшується за час $\Delta t = 5 \text{ с}$ від $v_1 = 15 \text{ м/с}$ до $v_2 = 5 \text{ м/с}$. На який кут відхилиться при цьому нитка з кулькою?

Розв'язування

Дано:

$$\Delta t = 5 \text{ с}$$

$$v_1 = 15 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 5 \text{ м/с}$$

$$\alpha - ?$$

Коли вагон перебуває в стані спокою, на кульку діють дві сили: сила гравітації та сила натягу нитки. Вони перебувають в рівновазі. Ці сили однакові за величиною та протилежні за напрямком. Тому рівнодійна їх рівна нулю, а, отже, і прискорення теж рівне нулю. Нитка перебуває у вертикальному положенні.

Під час гальмування вагон рухається з прискоренням

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \quad (1)$$

і відставатиме від кульки, яка за інерцією рухається з попередньою швидкістю. Нитка з кулькою відхиляється від вертикалі на певний кут α в протилежний відносно напрямку прискорення бік. Сила земного тяжіння та натягу нитки, які діють на кульку, надають кільці відносно землі прискорення, що дорівнює прискоренню вагона.

За систему відліку виберемо таку, що зв'язана з поверхнею землі і яку наближено можна вважати інерціальною. В цій системі закон Ньютона для кульки набуває вигляду:

$$m\vec{\alpha} = m\vec{g} + \vec{T},$$

де $\vec{\alpha}$ – прискорення кульки відносно землі; $m\vec{g}$ – сила земного тяжіння; \vec{T} – сила натягу нитки.

Знайдемо проекції цих сил на осі координат OX та OY :

$$\left. \begin{aligned} -ma &= N \sin \alpha \\ 0 &= -mg + N \cos \alpha \end{aligned} \right\} \text{ або } \left. \begin{aligned} -ma &= N \sin \alpha \\ mg &= N \cos \alpha \end{aligned} \right\}.$$

Поділивши ліві і праві частини цих рівнянь одну на одну, знайдемо:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{a}{g} = \frac{v_1 - v_2}{\Delta t g} = \frac{15 - 5}{5 \cdot 9,8} = 0,204,$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 0,204 = 11,5^\circ.$$

МЕХАНІКА

2.15. Під дією сили $F = 10 \text{ Н}$ тіло рухається прямолінійно так, що залежність пройденого тілом шляху S від часу t задається рівнянням $S = A - Bt + Ct^2$, де $C = 1 \text{ м/с}^2$. Знайти масу m тіла.

Розв'язування	
Дано:	Згідно другого закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, або $F = ma$,
$S = A - Bt + Ct^2$	де: $a = \frac{d^2 S}{dt^2}$.
$C = 1 \text{ м/с}^2$	Знайшовши першу та другу похідну по часу від пройденого
$F = 10 \text{ Н}$	шляху отримуємо прискорення тіла:
$m = ?$	$a = \frac{d^2 S}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} (A - Bt + Ct^2) = \frac{d}{dt} (-B + 2Ct) = 2C.$

Таким чином отримуємо значення сили під дією якої тіло здійснює рух і, як наслідок, масу тіла:

$$F = 2Cm \Rightarrow m = \frac{F}{2C}.$$

Підставимо числові значення: $m = \frac{10}{2 \cdot 1} = 5 \text{ кг}.$

2.16. Частинка масою $m = 0,1 \text{ кг}$ рухається прямолінійно і рівномірно із швидкістю $v_0 = 1 \text{ м/с}$ по гладкій поверхні. З деякого часу на частинку починає діяти сила F , яка напрямлена в бік, протилежний напрямку швидкості, а модуль сили змінюється з часом t за законом $F = Bt$, де $B = 0,12 \text{ Н/м}$. Знайти момент часу t , коли швидкість частинки дорівнює нулю, координату частинки в цей момент та її швидкість v через $t_1 = 5 \text{ с}$ від початку дії сили.

Розв'язування	
Дано:	Згідно другого закону Ньютона
$m = 0,1 \text{ кг}$	$-F = ma = m \frac{dv}{dt}.$
$v_0 = 1 \text{ м/с}$	
$F = Bt$	
$B = 0,12 \text{ Н/м}$	Розділимо змінні в (1):
$t_1 = 5 \text{ с}$	$\frac{dv}{dt} = -\frac{F}{m} = -\frac{Bt}{m} \Rightarrow dv = -\frac{B}{m} t dt.$
$t - ? \quad x - ? \quad v - ?$	

МЕХАНІКА

Проінтегруємо обидві частини виразу (2) і знайдемо швидкість частинки:

$$\int_{v_0}^v dv = -\frac{B}{m} \int_0^t t dt, \quad v = v_0 - \frac{B}{2m} t^2. \quad (3)$$

Оскільки

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 - \frac{B}{2m} t^2 \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t (v_0 - \frac{B}{2m} t^2) dt. \quad (4)$$

Звідси координата частинки

$$x = v_0 t - \frac{B}{6m} t^3. \quad (5)$$

З рівнянь (3) та (5) знаходимо момент часу, коли швидкість частинки дорівнює нулю, координату частинки в цей момент і швидкість через час t_1 після початку дії сили:

$$v = 0, \quad 0 = v_0 - \frac{B}{2m} t^2; \quad t = \sqrt{\frac{2mv_0}{B}}; \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1 \cdot 1}{0,12}} = 1,29 \text{ с},$$

$$x = 1 \cdot 1,29 - \frac{0,12}{6 \cdot 0,1} (1,29)^3 = -20 \text{ м},$$

$$v = 1 - \frac{0,12}{2 \cdot 0,1} (1,29)^2 = -14 \text{ м/с}.$$

2.17. На тіло масою $m = 2 \text{ кг}$, що знаходиться на гладкій горизонтальній поверхні діє сила, яка пропорційна часу: $F = Bt$, де $B = 8 \text{ Н/м}$. При $t = 0$ тіло має початкову швидкість $v_0 = 4 \text{ м/с}$. Який шлях S пройде тіло за час $t = 3 \text{ с}$.

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$F = Bt$$

$$B = 8 \text{ Н/м}$$

$$t = 0$$

$$v_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$S = ?$$

Розв'язування

Згідно другого закону Ньютона

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}, \quad (1)$$

а за умовою задачі

$$F = Bt. \quad (2)$$

Прирівнюючи праві сторони виразів (1) і (2), маємо:

$$m \frac{dv}{dt} = Bt. \quad (3)$$

МЕХАНІКА

Розділимо в диференціальному рівнянні (3) змінні та проінтегруємо:

$$\int_{v_0}^v dv = \frac{B}{m} \int_0^t t dt, \quad v - v_0 = \frac{B}{2m} t^2, \quad v = v_0 + \frac{B}{2m} t^2.$$

Шлях S , який пройде тіло за час t буде:

$$S = \int_0^t v dt = \int_0^t \left(v_0 + \frac{B}{2m} t^2 \right) dt = v_0 t + \frac{B}{6m} t^3. \quad (4)$$

Підставимо числові значення в (4):

$$S = (4 \cdot 3 + \frac{8}{6 \cdot 2} 3^3) = 30 \text{ м.}$$

2.18. Тіло масою $m = 1 \text{ кг}$ в момент часу $t = 0$ почало рухатись під дією сили $F = F_0 \sin \omega t$, де $F_0 = 2,6 \text{ Н}$, $\omega = 0,785 \text{ рад/с}$. Визначити шлях S , який пройшло тіло за час $t = 2 \text{ с}$.

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$t = 0$$

$$F = F_0 \sin \omega t$$

$$F_0 = 2,6 \text{ Н}$$

$$\omega = 0,785 \text{ рад/с}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$S - ?$$

Розв'язування

Згідно другого закону Ньютона

$$F_0 \sin \omega t = ma = m \frac{dv}{dt}. \quad (1)$$

Розділимо в диференціальному рівнянні (1) змінні та проінтегруємо:

$$dv = \frac{F_0}{m} \sin \omega t dt,$$

$$v = \frac{F_0}{m} \int_0^t \sin \omega t dt = -\frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega} \cos \omega t \Big|_0^t = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega} (1 - \cos \omega t). \quad (2)$$

Шлях S , який пройде тіло за час t буде:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^t v dt = \frac{F_0}{m\omega} \int_0^t (1 - \cos \omega t) dt = \frac{F_0}{m\omega} t - \frac{F_0}{m\omega^2} \sin \omega t = \\ &= \frac{F_0}{m\omega^2} (\omega t - \sin \omega t). \end{aligned}$$

Підставимо числові значення:

$$S = \frac{2,6}{1 \cdot 0,785^2} (0,785 \cdot 2 - \sin 0,785 \cdot 2) \text{ м} = 2,4 \text{ м.}$$

МЕХАНІКА

2.19. На тіло масою $m = 2 \text{ кг}$ діє сила $F = 30 \text{ Н}$ під кутом $\alpha = 60^\circ$ до напрямку руху. Сила тертя залежить від швидкості за законом $F_T = F_0 + Bv$, де $F_0 = 5 \text{ Н}$, $B = 0,5 \text{ Н с/м}$. Визначити швидкість v тіла в момент часу $t = 4 \text{ с}$.

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$F = 30 \text{ Н}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$F_T = F_0 + Bv$$

$$F_0 = 5 \text{ Н}$$

$$B = 0,5 \text{ Н с/м}$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$v = ?$$

Розв'язування

Згідно другого закону Ньютона

$$m \frac{dv}{dt} = F \cos \alpha - F_0 - Bv. \quad (1)$$

Розділимо в диференціальному рівнянні (1) змінні та проінтегруємо:

$$\int_0^v \frac{dv}{F \cos \alpha - F_0 - Bv} = \frac{1}{m} \int_0^t dt,$$

$$-\frac{1}{B} \ln(F \cos \alpha - F_0 - Bv) \Big|_0^v = \frac{t}{m},$$

$$\ln(F \cos \alpha - F_0 - Bv) - \ln(F \cos \alpha - F_0) = -\frac{B}{m} t,$$

$$\ln \frac{F \cos \alpha - F_0 - Bv}{F \cos \alpha - F_0} = -\frac{B}{m} t,$$

$$F \cos \alpha - F_0 - Bv = (F \cos \alpha - F_0) e^{-\frac{B}{m} t}.$$

Звідси

$$v = \frac{1}{B} (F \cos \alpha - F_0) \left(1 - e^{-\frac{B}{m} t} \right).$$

Підставимо числові значення:

$$v = \frac{1}{0,5} (30 \cos 60 - 5) \left(1 - e^{-\frac{0,5}{2} 4} \right) = 12,6 \text{ м/с}.$$

2.20. Тіло масою $m = 0,5 \text{ кг}$ рухається зі швидкістю $v_0 = 5 \text{ м/с}$ і потрапляє у в'язке середовище, яке діє на нього із силою опору $F_{on} = Cv^2$, де $C = 0,6 \text{ Н с}^2/\text{м}$. Визначити, якою буде швидкість v руху тіла в середовищі через час $t = 4 \text{ с}$.

МЕХАНІКА

Розв'язування

Дано:

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$v_0 = 5 \text{ м/с}$$

$$F_{on} = C v^2$$

$$C = 0,6 \text{ Н с}^2/\text{м}$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$v = ?$$

Згідно другого закону Ньютона

$$m \frac{dv}{dt} = F_{on}, \quad m \frac{dv}{dt} = -C v^2. \quad (1)$$

Розділимо в диференціальному рівнянні (1) змінні і проінтегруємо:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = -\frac{C}{m} \int_0^t dt, \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{v} + \frac{1}{v_0} = -\frac{C}{m} t,$$

$$v = \frac{v_0}{1 + \frac{C}{m} v_0 t}, \quad v = \frac{5}{1 + \frac{0,6}{0,5} 5 \cdot 4} = 0,2 \text{ м/с}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

2.1. До кінців нитки, яка перекинута через блок, прикріплені вантажі масою $m_1 = 3 \text{ кг}$ та $m_2 = 1 \text{ кг}$. Спочатку вантажі знаходяться на одному рівні. Визначити силу натягу нитки та на яку відстань по вертикалі розійдуться вантажі через $t = 0,2 \text{ с}$ після початку руху. (**14,7 Н, 0,196 м**)

2.2. На кінцях нитки, яка перекинута через нерухомий блок підвішані тіла різної маси. Під дією сили тяжіння кожен груз проходить за час $t = 2 \text{ с}$ після початку руху по $l = 1,96 \text{ м}$. Визначити масу меншого тіла, якщо маса m_2 більшого тіла $m_1 = 1,1 \text{ кг}$. (**0,9 кг**)

2.3. Маса ліфта з пасажирями становить $m = 1200 \text{ кг}$. Сила натягу тросу, котрий втримує ліфт становить $T = 15 \text{ кН}$. Куди і з яким прискоренням a рухається ліфт? (**вгору; 2,7 м/с²**)

2.4. М'ячик масою $m = 100 \text{ г}$, що абсолютно пружно вдарився об стінку, мав перед ударом швидкість $v = 6 \text{ м/с}$. Обчислити зміну імпульсу м'ячика. (**1,2 кг·м/с**)

2.5. Обчислити швидкість руху тіла, маса якого $m = 5 \text{ кг}$, якщо імпульс цього тіла дорівнює $p = 40 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. (**8 м/с**)

2.6. Людина масою $m = 80 \text{ кг}$ переходить з корми на ніс човна, маса якого $M = 150 \text{ кг}$. Довжина човна $l = 5 \text{ м}$. На яку відстань S переміститься човен? Опором води знехтувати. (**1,7 м**)

МЕХАНІКА

- 2.7.** Людина масою $m = 80 \text{ кг}$ зістрибнула з човна масою у бік, протилежний до напрямку руху. Швидкість руху людини відносно води при цьому почала дорівнювати нулю. Визначити швидкість човна після того, як людина зістрибнула з нього, якщо до цього вона становила $v = 5 \text{ м/с}$. **(7,7 м/с)**
- 2.8.** На скільки збільшиться швидкість тіла масою $m = 1 \text{ кг}$ за час $t = 10 \text{ с}$ під дією сили $F = 1 \text{ Н}$? **(10 м/с)**
- 2.9.** Тіло вагою $P = 2000 \text{ Н}$ рівномірно піднімають по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 30^\circ$, прикладаючи силу $F = 1500 \text{ Н}$ вздовж влінії руху. З яким прискоренням a тіло буде зісковзувати вздовж похилої площини, якщо його відпустити? **(2,5 м/с²)**
- 2.10.** Для того, щоб визначити коефіцієнт тертя μ між дерев'яними поверхнями, брусок поклали на дошку і почали піднімати за один кінець. Брусок починає рухатись при значенні кута нахилу $\alpha = 14^\circ$. Визначити коефіцієнт тертя μ .
- 2.11.** Тіло рухається прямолінійно. Під дією сили зміна швидкості тіла на $\Delta v_1 = 1,5 \text{ м/с}$ відбулася за час $t_1 = 2 \text{ с}$. Визначити зміну швидкості, якщо ця сила діятиме протягом часу $t_2 = 3,6 \text{ с}$. **(2,7 м/с)**
- 2.12.** Сталевий трос піднімального крана витримує силу натягу $T = 5 \text{ кН}$. Який максимальний вантаж він може підняти з прискоренням $a = 1,5 \text{ м/с}^2$? **(442,5 кг)**
- 2.13.** Визначити силу тяги двигуна танка масою $m = 70 \text{ т}$, якщо на відстані $l = 200 \text{ м}$ його швидкість збільшилася від $v_1 = 10 \text{ м/с}$ до $v_2 = 20 \text{ м/с}$. **(52,5 кН)**
- 2.14.** Маса хокейної шайби $m = 100 \text{ г}$. Під дією на неї хокейної клюшки протягом $t = 0,15 \text{ с}$ швидкість руху шайби збільшилась від $v_1 = 5 \text{ м/с}$ до $v_2 = 50 \text{ м/с}$. Визначити силу дії клюшки на шайбу. **(30 Н)**
- 2.15.** Кінематичне рівняння руху матеріальної точки задається рівнянням $S = A + Bt + Ct^2$, де $C = 1 \text{ м/с}^2$. Під час руху на точку діє сила $F = 20 \text{ Н}$. Визначити масу тіла. **(10 кг)**
- 2.16.** Брусок масою $m = 3 \text{ кг}$ тягнуть за нитку так, що він рухається зі сталою швидкістю по горизонтальній площині з коефіцієнтом тертя

МЕХАНІКА

$k = 0,14$. Визначити кут між ниткою і площиною, за якого натяг нитки буде найменшим, а також цю силу натягу F_{\min} ? (8° , $4,08 \text{ Н}$)

2.17. Рівняння руху тіла масою $m = 0,4 \text{ кг}$ має вигляд: $x = 50 - 10t + 0,2t^2$. Визначити силу яка діє на тіло. ($0,16 \text{ Н}$).

2.18. Сила, що діє на тіло, змінюється за законом $F = 0,6t^2 \text{ Н}$. Визначити зміну імпульсу тіла за час від $t = 2 \text{ с}$ після початку дії сили. ($1,6 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$)

2.19. Вогнегасник разом із вмістом має масу $M = 3 \text{ кг}$. Під час роботи вогнегасника він упродовж часу $t = 1 \text{ с}$ викидає горизонтально піну, маса якої $m = 400 \text{ г}$, зі швидкістю $v = 20 \text{ м/с}$. Яку силу слід прикласти до вогнегасника у початковий момент роботи, щоб утримувати його в положенні рівноваги? Вважати, що розбризкування піни відсутнє. (30 Н)

2.20. Під дією певної сили тіло масою $m = 5 \text{ кг}$ рухається вздовж осі Ox так, що його координата записується рівнянням $x = 4 - 8t + 3t^2 \text{ [м]}$. Визначити імпульс тіла в момент часу $t = 2 \text{ с}$. ($20\cdot\text{м/с}$)

2.21. Снаряд масою $m = 2,5 \text{ кг}$, що рухається зі швидкістю $v = 400 \text{ м/с}$, розірвався у повітрі на два уламки масами $m_1 = 2 \text{ кг}$ та $m_2 = 0,5 \text{ кг}$. Більший уламок полетів у напрямку руху снаряда зі швидкістю $v_1 = 350 \text{ м/с}$. Визначити швидкість другого уламка. ($600\cdot\text{м/с}$)

Тести

2.1. Яке з тверджень відповідає першому закону Ньютона?

А) всяка матеріальна точка зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, доки дія з боку інших тіл не змусить її змінити цей стан;

Б) всяка матеріальна точка зберігає стан спокою або рівноприскореного прямолінійного руху доти, доки діють інші тіла;

В) всяка матеріальна точка завжди зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху;

Г) всяка матеріальна точка зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, поки рівнодійна всіх сил дорівнює нулю;

Д) всяка матеріальна точка зберігає стан спокою або рівномірного руху по

МЕХАНІКА

колу доти, поки рівнодійна всіх сил дорівнює нулю.

2.2. Закінчіть фразу: «Інерційною називається система відліку, в якій...

- А) ...діють лише консервативні сили»;
- Б) ...виконується перший закон Ньютона»;
- В) ...прискорення є сталим»;
- Г) ...результуюча всіх сил, що діють на тіло, дорівнює нулю»;
- Д) ...швидкість руху тіла є сталою».

2.3. Закінчити речення: «Інерцією називається...

- А) ...здатність тіла зберігати швидкість руху за відсутності дії інших тіл»;
- Б) ...зміна положення тіла відносно інших тіл з часом»;
- В) ...явище збереження швидкості тіла в разі компенсації дії на нього інших тіл»;
- Г) ...рівномірний прямолінійний рух»;
- Д) ...властивість тіла зберігати свою швидкість сталою в разі компенсації дії сил, прикладених до нього».

2.4. Маса тіла – це:

- А) кількість речовини в тілі;
- Б) міра потенціальної енергії тіла;
- В) міра інертності тіла;
- Г) міра кінетичної енергії;
- Д) правильної відповіді тут немає.

2.5. Силою називається:

- А) здатність тіла виконувати роботу;
- Б) причина, яка підтримує рух тіла;
- В) міра механічної дії на тіло з боку інших тіл;
- Г) міра інертності тіла;
- Д) міра гравітаційної взаємодії тіл.

2.6. Який вираз визначає другий закон Ньютона?

А) $\vec{a} = \vec{F}m$; Б) $\vec{a} = \frac{m}{\vec{F}}$; В) $\vec{a} = \frac{m\vec{v}}{t}$; Г) $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$; Д) $\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

2.7. Тіло, на яке діє стала за значенням і напрямком сила, рухається:

- А) рівномірно прямолінійно;
- Б) рівноприскорено прямолінійно;
- В) рівномірно по колу;
- Г) не рухається;
- Д) нерівномірно.

2.8. Рівнодійною силою називають:

- А) алгебраїчну суму всіх сил, що діють на тіло;
- Б) різницю всіх сил, що діють на тіло;
- В) геометричну суму всіх сил, що діють на тіло;

МЕХАНІКА

Г) силу, що спричиняє рух тіла;

Д) геометричну різницю всіх сил, що діють на тіло.

2.9. Закінчити речення: «Якщо сума всіх прикладених до тіла сил дорівнює нулю, то тіло...

А) ...рухається рівномірно прямолінійно або знаходиться в спокої»;

Б) ...рухається рівноприскорено прямолінійно»;

В) ...рухається рівномірно по колу»;

Г) ...рухається рівноприскорено по колу»;

Д) ...рухається рівносповільнено прямолінійно».

2.10. Величина імпульсу тіла p визначається виразом:

А) $P = mv^2$; Б) $P = mv$; В) $P = \frac{mv^2}{2}$; Г) $P = \frac{mv}{2}$;

Д) правильної відповіді тут немає.

2.11. Яке з тверджень відповідає третьому закону Ньютона?

А) сили взаємодії двох матеріальних точок в інерціальній системі відліку однакові за модулем і спрямовані у протилежні боки;

Б) сили взаємодії двох матеріальних точок в інерціальній системі відліку однакові за модулем і спрямовані в один бік;

В) сума сил взаємодії двох матеріальних точок в інерціальній системі відліку дорівнює нулю;

Г) сили взаємодії двох матеріальних точок в інерціальній системі відліку обернено пропорційні до мас цих тіл;

Д) сили взаємодії двох матеріальних точок в інерціальній системі відліку обернено пропорційні до прискорення цих тіл.

2.12. Імпульсом тіла називається:

А) добуток маси тіла на прискорення;

Б) добуток маси тіла на його швидкість;

В) добуток маси тіла, швидкості і радіусу обертання;

Г) добуток сили, що діє на тіло на час її дії;

Д) добуток маси тіла на час дії сили.

2.13. Замкненою механічною називається система, в якій:

А) тіла взаємодіють одне з одним лише за законами механіки;

Б) тіла можуть рухатись без тертя;

В) тіла не взаємодіють одне з одним;

Г) відсутня механічна взаємодія з оточуючими тілами;

Д) тіла перебувають у стані невагомості.

МЕХАНІКА

2.14. Який вираз визначає другий закон Ньютона для i -го тіла замкненої механічної системи, що складається з n тіл?

А) $\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_i;$

Б) $\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{ii} + \dots + \vec{F}_{in};$

В) $\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{in} + \vec{F}_i;$

Г) $\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{in};$

Д) $\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{in-1}.$

2.15. Яке з тверджень відповідає закону збереження імпульсу?

А) імпульс тіла є сталою величиною;

Б) імпульс замкненої системи тіл не змінюється з плином часу;

В) імпульс замкненої системи тіл дорівнює нулеві;

Г) імпульс системи тіл дорівнює сумі імпульсів тіл;

Д) імпульс системи тіл дорівнює геометричній сумі імпульсів тіл.

2.16. Яка з формул виражає закон збереження імпульсу?

А) $m\vec{v} = const;$ Б) $\sum_{i=1}^n m_i v_i = const;$ В) $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const;$

Г) $\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \neq const;$ Д) $\sum_{i=1}^{n-1} m_i \vec{v}_i = 0$

2.17. У замкненій системі під час взаємодії двох тіл загальний імпульс системи:

А) збільшується, якщо удар абсолютно пружний;

Б) збільшується, якщо удар непружний;

В) не змінюється;

Г) не змінюється, лише тоді коли тіла мають однакові маси;

Д) зменшується пропорційно до зменшення швидкості тіл.

2.18. У яких системах відліку виконується закон збереження імпульсу?

А) інерціальних; Б) неінерціальних; В) замкнених;

Г) будь-яких; Д) дисипативних.

2.19. До однієї точки тіла прикладені сили F_1 і F_2 , спрямовані перпендикулярно. Визначити рівнодійну цих сил (у Н).

$F_1 = 30 \text{ Н}; \quad F_2 = 40 \text{ Н}.$

А) 10; Б) 30; В) 40; Г) 70; Д) 50.

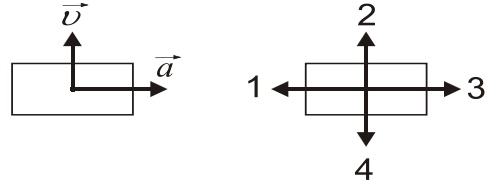
МЕХАНІКА

2.20. Під дією сили F_1 тіло рухається з прискоренням a_1 . Визначити прискорення (у м/с^2), з яким рухатиметься це тіло під дією сили F_2 .

$$F_1 = 40 \text{ Н}; \quad a_1 = 0,1 \text{ м/с}^2; \quad F_2 = 1 \text{ кН}.$$

А) 1,5; Б) 2,5; В) 1; Г) 2; Д) 3.

2.21. За напрямками векторів швидкості і прискорення тіла визначити, який напрямок має вектор рівнодійної всіх сил, прикладених до тіла.



А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4; Д) правильної відповіді тут немає.

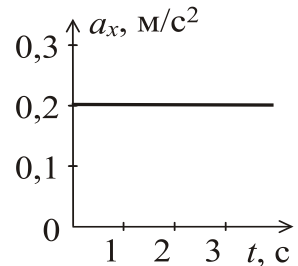
2.22. Під час взаємодії двох тіл відношення модулів їх прискорень $a_1:a_2 = 3$.

Обчислити масу (у кг) першого тіла, якщо маса другого дорівнює m_2 .

$$m_2 = 3 \text{ кг}.$$

А) 9; Б) 3; В) 6; Г) 1; Д) 12.

2.23. За графіком прискорення автобуса масою m , який рухається прямолінійно, визначити модуль рівнодійної всіх сил, що діють на нього.



$$m = 4 \text{ т}.$$

А) 8 кН; Б) 800 Н; В) 40 Н;

Г) 40 кН; Д) 80 Н.

2.24. Який вираз визначає силу, під дією якої тіло масою m за час t проходить шлях s , якщо початкова швидкість тіла $v_0 = 0$?

$$\text{А) } \frac{ms}{t^2}; \quad \text{Б) } \frac{2ms}{t}; \quad \text{В) } \frac{2ms}{t^2}; \quad \text{Г) } \frac{mt}{s}; \quad \text{Д) } \frac{t}{2ms}.$$

2.25. Найточніше характеризує інертність тіл:

А) об'єм; Б) густина; В) форма; Г) вага; Д) маса.

2.26. Який максимальний результат дістанемо від додавання трьох сил з модулями F , kF , $2kF$?

А) $(2k + 1)F$; Б) $(3k - 1)F$; В) $(3k + 1)F$; Г) $2k^2F$; Д) $3kF$.

2.27. Другий закон Ньютона можна застосовувати:

А) в неінерціальних системах відліку;

Б) якщо швидкість частинки наближається до швидкості світла;

В) в інерціальних системах відліку;

Г) для опису руху частинок всередині атома;

Д) для опису руху частинок всередині молекули.

MEXAHIKA

2.28. Напрямок якого вектора збігається з напрямком вектора прискорення матеріальної точки в загальному випадку?

- А) швидкості; Б) сили;**
В) радіус-вектора; Г) одиничного вектора дотичної до траєкторії;
Д) одиничного вектора нормалі до траєкторії.

2.29. Як розподіляється імпульс між снарядом і гарматою під час пострілу?

- А) більший імпульс отримує снаряд; Б) менший імпульс отримує гармата;
В) менший імпульс отримує снаряд; Г) більший імпульс отримує гармата;
Д) імпульс розподіляється порівну між снарядом і гарматою.

2.30. Рух тіла описується рівнянням $x = A + Bt + Ct^2$. Вважаючи, що маса тіла m , визначити його імпульс через t с після початку відліку часу.

$$A = 6 \text{ M}; \quad B = -4 \text{ M/c}; \quad C = 2 \text{ M/c}^2; \quad m = 1 \text{ KГ}; \quad t = 1 \text{ c}.$$

- А) 0; Б) 1; В) 2; Г) 3; Д) 4.**

2.31. Зміна імпульсу більша, коли:

- А) більша маса тіла; Б) більша діюча сила;
В) більший імпульс тіла; Г) менша швидкість тіла;
Д) правильної відповіді тут немає.

2.32. Під час збільшення швидкості тіла вдвічі величина імпульсу:

- А) збільшується в 4 рази; Б) збільшується в 2 рази; В) не змінюється;
Г) зменшується в 2 рази; Д) зменшується в 4 рази.

2.33. Під час збільшення імпульсу тіла вдвічі його кінетична енергія зростає в:

- А) 2 рази; Б) 8 разів; В) 4 рази; Г) не змінюється.

№ завдання	2.1.	2.2.	2.3.	2.4	2.5.	2.6.	2.7.	2.8.	
Варіант відповіді	А	Б	В	В	В	Г	Б	В	
№ завдання	2.9.	2.10.	2.11.	2.12.	2.13.	2.14.	2.15.	2.16.	
Варіант відповіді	А	Б	А	Б	Г	Г	Б	В	
№ завдання	2.17.	2.18.	2.19.	2.20.	2.21.	2.22.	2.23.	2.24.	
Варіант відповіді	В	В	Д	Б	В	Г	Б	В	
№ завдання	2.25.	2.26.	2.27.	2.28.	2.29.	2.30.	2.31.	2.32.	2.33
Варіант відповіді	Д	В	В	Б	Д	А	Б	Б	В

MEXAHIKA