

*А.Д. Кузык, д-р с.-г. наук, професор, О.М. Трусевич, канд. фіз.-мат. наук, доцент
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ ТЕПЛООВОГО ПОТОКУ ВІД ПОЛУМ'Я У ФОРМІ ПОХИЛОГО КОНУСА

Під час пожежі небезпеку становить теплове випромінювання від поверхні полум'я, яке спричиняє нагрівання навколишніх предметів, елементів конструкцій та рятувальників, які ліквідують пожежу. Проведено чисельне моделювання інтенсивності теплового потоку від полум'я у формі похилого конуса на вертикальну елементарну поверхню. Задачу розв'язували, звівши її до випадку випромінювання з поверхні прямого конуса на похилу елементарну поверхню. Отримано залежності інтенсивностей теплового потоку від відстані до поверхні опромінення для кутів 15° , 30° та 45° і різних висот.

Ключові слова: полум'я, математичне моделювання, тепловий потік, інтенсивність теплового випромінювання

А.Д. Кузык, О.М. Трусевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА ОТ ПЛАМЕНИ В ФОРМЕ НАКЛОНЁННОГО КОНУСА

Во время пожара тепловое излучение от поверхности пламени представляет собой опасность, которая вызывает нагревание окружающих предметов, элементов конструкций и спасателей, которые ликвидируют пожар. Проведено численное моделирование интенсивности теплового потока от пламени в форме наклоненного конуса на вертикальную элементарную поверхность. Задачу решали, сведя ее к случаю излучения с поверхности прямого конуса на наклонную элементарную поверхность. Получены зависимости интенсивностей теплового потока от расстояния к поверхности облучения для углов 15° , 30° и 45° и различных высот.

Ключевые слова: пламя, математическое моделирование, тепловой поток, интенсивность теплового излучения

А.Д. Кузык, О.М. Трусевич

THE MATHEMATICAL MODELING OF HEAT FLOW INTENSITY FROM THE INCLINED CONOIDAL FLAME

During the fire thermal radiation from the surface of the flame constitutes a danger, which causes heating of surrounding objects, building elements and rescuers who liquidate the fire. The mathematical modeling of heat flow intensity from the inclined conoidal flame has been done. The problem has been solved by translating it to the case of the radiation from the straight cone on the inclined elementary surface. The dependances of heat flow intensity on distance to the surface of irradiation for angles 15° , 30° and 45° and different heights have been received

Key words: flame, mathematical modeling, heat flow, thermal radiation intensity

Сучасний стан проблеми. Як відомо, пожежа є небезпечною, в першу чергу через виділення великої кількості тепла, значна частина якого передається довколишнім тілам. На основі моделі [1] в ряді робіт [2-6] досліджується вплив теплового випромінювання під час пожежі на тіла, що зосереджені навколо її осередка залежно від геометричної форми полум'я, на горизонтальну та вертикальну поверхні. У роботах [3] і [4] встановлено, що форма полум'я зумовлює інтенсивність теплового потоку, що призводить до зменшення чи збільшення термічного впливу на навколишні тіла. В більшості робіт поверхню полум'я розглядають як циліндр, конус або прямокутник. Але за наявності вітру полум'я нахилиється, що призводить до змін інтенсивності випромінювання і досліджувалося в [5] для випадку прямокутника. Але у випадку конуса під впливом вітру полум'я набуває форми похилого конуса, що потребує окремого дослідження. А встановлення аналітичної залежності, як наприклад в [6], у цьому випадку є складним.

Постановка завдання. Метою роботи є отримання залежностей інтенсивності теплового потоку на основі математичного моделювання випромінювання, що діє на вертикальну поверхню, від полум'я у формі нахиленого конуса, спричиненого дією вітру.

Виклад основного матеріалу. Як відомо, однією з найпоширеніших форм полум'я на пожежі є конус. Для встановлення залежностей інтенсивності теплового потоку, що потрапляє з його поверхні на вертикальну поверхню для різних кутів нахилу, проведемо математичне моделювання цього процесу.

Виберемо систему координат таким чином, щоб основа прямого конуса була розміщена на площині Oxy та мала радіус r , а висота H лежала на осі Oz . (рис. 1). У цьому випадку бічна поверхня конуса є частиною конічної поверхні, яка описується рівнянням

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} - \frac{(z-H)^2}{H^2} = 0. \quad (1)$$

Точку M розташуємо над віссю Oy на відстані y_0 від осі Oz .

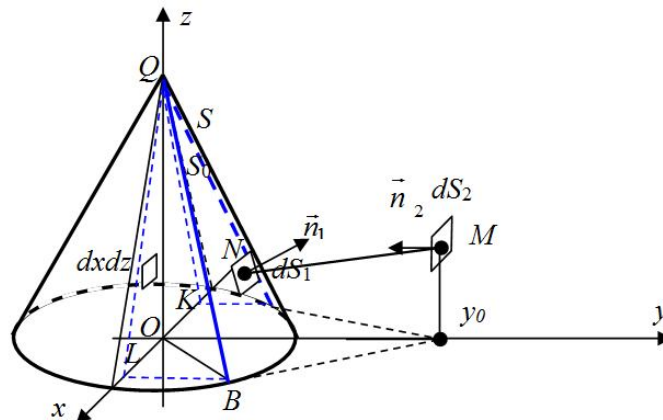


Рисунок 1 – Випромінювання поверхнею конуса на горизонтальну ділянку dS_2

Відомо, що елементарна поверхня dS_1 , розташована на поверхні полум'я в точці N , випромінює на елементарну вертикальну поверхню dS_2 в точці M тепловий потік $d\Phi$, який обчислюється за формулою:

$$d\Phi = I_n \cos\theta \cos\beta dS_2 d\omega, \quad (2)$$

де I_n – інтенсивність випромінювання у напрямку нормалі до поверхні з поверхні одиничної площі, θ – кут між нормаллю \vec{n}_1 до поверхні dS_1 , проведеною у точці N , та напрямком випромінювання (відрізок NM), β – кут між цим відрізком та нормаллю \vec{n}_2 до поверхні dS_2 , а $d\omega$ – елементарний тілесний кут, під яким видно поверхню dS_1 з поверхні dS_2 та який обчислюється за формулою

$$d\omega = \frac{dS_1}{R^2}, \quad (3)$$

де $R=MN$. Нехай точка N має координати (x, y, z) , а точка M , відповідно, $(0, y_0, h)$.

Зведемо задачу про випромінювання з поверхні полум'я у формі похилого конуса на вертикальну поверхню до задачі про випромінювання з прямого конуса на похилу елементарну поверхню.

Нехай під дією вітру конус відхиляється від своєї вертикальної осі конус на кут α_0 (рис. 2) у додатному напрямку осі Oy . Повернемо його на кут α_0 відносно осі Ox , внаслідок чого він стане прямим. За такого повороту елементарна вертикальна поверхня dS_2 в точці M перейде у похилу поверхню в т. M^* .

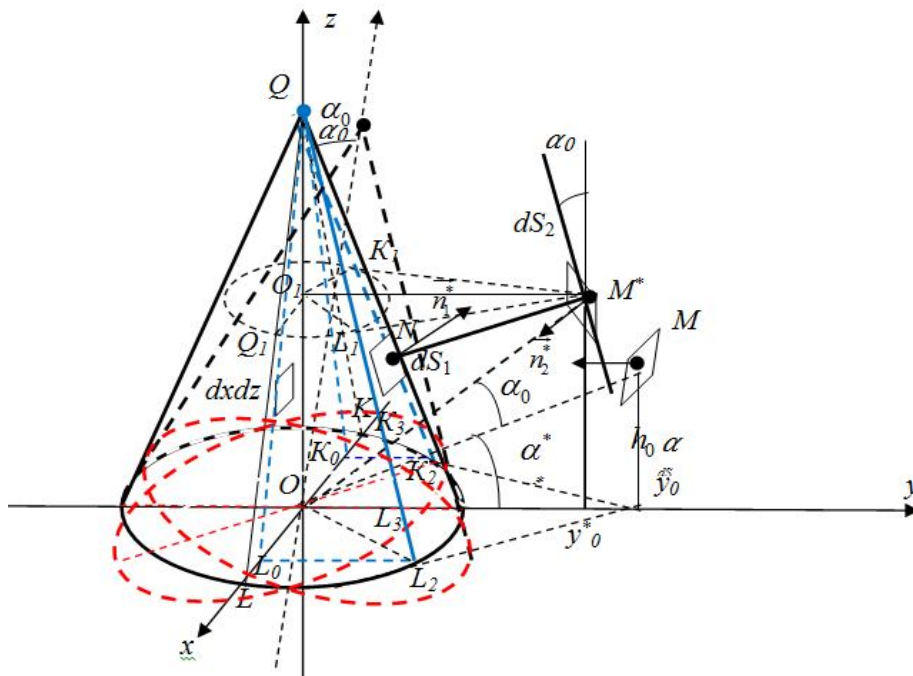


Рисунок 2 – Випромінювання поверхнею конуса, нахиленого на кут α_0 від вертикального положення, на ділянку dS_2

Знайдемо тепловий потік $\frac{d\Phi}{dS_2}$ на цю поверхню. Для цього встановимо координати точки M^* та координати нормального вектора \vec{n}_2^* .

Враховуючи, що при повороті відносно осі Ox відстань від початку координат до елементарної поверхні не змінилася, координати точки $M^*(0, y_0^*, h^*)$ знаходимо за формулами:

$$y_0^* = \sqrt{y_0^2 + h^2} \cos(\alpha^* + \alpha_0), h^* = \sqrt{y_0^2 + h^2} \sin(\alpha^* + \alpha_0), \quad (4)$$

де $\alpha^* = \arctg \frac{h}{y_0}$ - це кут між OM та віссю Oy , $OM = \sqrt{y_0^2 + h^2}$, а координати

$\vec{n}_2^* = (0, -\cos \alpha_0, -\sin \alpha_0)$. Для визначення кута θ використаємо формулу скалярного добутку

між векторами $\vec{n}_1^* = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, -1, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$ та $\vec{NM}^* = (-x, y_0^* - y, h^* - z)$, де $y = f(x, z) = r \sqrt{\frac{(z-H)^2}{H^2} - \frac{x^2}{r^2}}$

- рівняння поверхні конуса для невід'ємних значень y . Отримуємо:

$$\cos \theta = \frac{|\vec{n}_1^* \cdot \vec{NM}^*|}{|\vec{n}_1^*| \cdot |\vec{NM}^*|}.$$

Кут β визначаємо як кут між векторами $\overrightarrow{M^*N} = (x, y - y_0^*, z - h^*)$ та $\overrightarrow{n_2^*} = (0, -\cos \alpha_0, -\sin \alpha_0)$:

$$\cos \beta = \frac{\overrightarrow{n_2^*} \cdot \overrightarrow{M^*N}}{|\overrightarrow{n_2^*}| \cdot |\overrightarrow{M^*N}|}.$$

Площу елементарної поверхні dS_1 записуємо у вигляді

$$dS_1 = \frac{dx dz}{\cos \varphi}, \quad (5)$$

де φ – кут між нормаллю до поверхні dS_1 та нормаллю до площини Oxz . Кут φ визначається як кут між векторами $\overrightarrow{n_1^*}$ та $\vec{j} = (0, 1, 0)$ і дорівнює

$$\cos \varphi = \frac{-1}{|\overrightarrow{n_1^*}|}. \quad (6)$$

Тоді $d\omega$ у формулі (3) з урахуванням (5), (6) подаємо у такому вигляді:

$$d\omega = \frac{dS_1}{R^2} = -\frac{|\overrightarrow{n_1^*}| dx dz}{|\overrightarrow{M^*N}|^2}. \quad (7)$$

Тоді формула (2) набуде вигляду

$$d\Phi = -I_n \frac{\overrightarrow{n_1^*} \cdot \overrightarrow{NM^*}}{|\overrightarrow{n_1^*}| \cdot |\overrightarrow{NM^*}|} \frac{\overrightarrow{n_2^*} \cdot \overrightarrow{M^*N}}{|\overrightarrow{n_2^*}| \cdot |\overrightarrow{M^*N}|} \frac{|\overrightarrow{n_1^*}|}{|\overrightarrow{M^*N}|^2} dx dz dS_2. \quad (8)$$

Для знаходження координат вектора $\overrightarrow{n_1^*}$ обчислюємо частинні похідні функції $y = f(x, z)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x} &= r \frac{1}{2\sqrt{\frac{(z-H)^2}{H^2} - \frac{x^2}{r^2}}} \cdot \left(-\frac{2x}{r^2}\right) = -\frac{1}{r} \frac{x}{\sqrt{\frac{(z-H)^2}{H^2} - \frac{x^2}{r^2}}}, \\ \frac{\partial y}{\partial z} &= r \frac{1}{2\sqrt{\frac{(z-H)^2}{H^2} - \frac{x^2}{r^2}}} \cdot \left(\frac{2(z-H)}{H^2}\right) = \frac{r}{H^2} \frac{z-H}{\sqrt{\frac{(z-H)^2}{H^2} - \frac{x^2}{r^2}}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для визначення теплового потоку, який потрапляє на елементарну поверхню dS_2 з dS_1 , отримуємо вираз:

$$\frac{d\Phi}{dS_2} = I_n \frac{\left(x \frac{\partial f}{\partial x} + y_0^* - y + (z - h^*) \frac{\partial f}{\partial z}\right) \left((y_0^* - y) \cos \alpha_0 + (h^* - z) \sin \alpha_0\right)}{\left(x^2 + (y - y_0^*)^2 + (z - h^*)^2\right)^2} dx dz. \quad (10)$$

Сумарний тепловий потік з поверхні конуса на ділянку dS_2 обчислюємо за формулою:

$$\frac{d\Phi}{dS_2} = \iint_{S_0} I_n \frac{\left(x \frac{\partial f}{\partial x} + y_0^* - y + (z - h^*) \frac{\partial f}{\partial z}\right) \left((y_0^* - y) \cos \alpha_0 + (h^* - z) \sin \alpha_0\right)}{\left(x^2 + (y - y_0^*)^2 + (z - h^*)^2\right)^2} dx dz. \quad (11)$$

Областю інтегрування є криволінійний трикутник SQR (рис. 3) у площині Oxz , який є проекцією видимої з точки M^* частини конуса на цю площину (див. рис. 2).

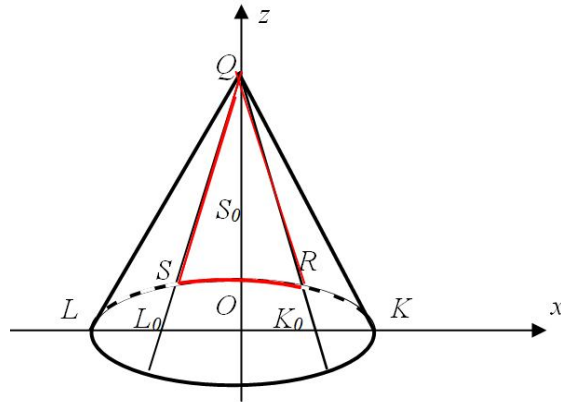


Рисунок 3 – Область інтегрування в (11)

Як видно з рис. 2 точки L_0, K_0, S та R – є, відповідно, проєкціями точок L_2, K_2, L_3 та K_3 . Проведемо з точки M^* перпендикуляр O_1M^* до осі Oz на висоті h^* . Фігура $L_3L_1 Q K_1 K_3$ – видима частина конуса з точки M^* . Нехай $L_1(x_1, y_1, h^*)$, $O_1(0, 0, h^*)$, $M^*(0, y_0^*, h^*)$. Очевидно, що $\overrightarrow{O_1L_1} \cdot \overrightarrow{M^*L_1} = 0$. Знайдемо скалярний добуток, знайшовши відповідні координати векторів $\overrightarrow{O_1L_1} = (x_1, y_1, 0)$, $\overrightarrow{M^*L_1} = (x_1, y_1 - y_0^*, 0)$. Отже

$$x_1^2 + y_1^2 - y_1 y_0^* = 0. \quad (12)$$

Легко побачити, що $\overrightarrow{O_1L_1} = r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$, тобто

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2. \quad (13)$$

Із системи рівнянь (12), (13) одержуємо:

$$y_1 = \frac{r_1^2}{y_0^*}. \quad (14)$$

Відповідно,

$$x_1 = \sqrt{r_1^2 - y_1^2}. \quad (15)$$

Розглянемо трикутники $OQ L_2$ та $L_1 O_1 Q$. З їх подібності випливає, що $\frac{L_1 O_1}{L_2 O} = \frac{QO_1}{OQ}$, тобто

$$\frac{r_1}{r} = \frac{H - h^*}{H}. \text{ Звідки}$$

$$r_1 = \frac{r(H - h^*)}{H}. \quad (16)$$

Нехай $L_2(x_2, y_2, 0)$. Очевидно, що $\cos \angle LOL_2 = \cos \angle QO_1 L_1$. Тому $\frac{x_1}{r_1} = \frac{x_2}{r}$. Звідки $x_2 = \frac{r \cdot x_1}{r_1}$.

Враховуючи (4), (13), (14), (15) остаточно одержуємо формулу для x_2 :

$$x_2 = \frac{rH}{\sqrt{y_0^2 + h^2} \cos(\alpha^* + \alpha_0)} \times \sqrt{(y_0^2 + h^2)H^2 \cos^2(\alpha^* + \alpha_0) - r^2 H^2 + 2r^2 H \sqrt{y_0^2 + h^2} \sin(\alpha^* + \alpha_0) - r^2 (y_0^2 + h^2) \sin^2(\alpha^* + \alpha_0)}. \quad (17)$$

Розглянемо область інтегрування SQR . Вона симетрична відносно осі Oz , тому розглянемо її для додатних x . Отримана фігура зверху обмежена прямою QL_0 , рівняння якої має вигляд:

$$\frac{x}{x_2} + \frac{z}{H} = 1, \quad (18)$$

а знизу – верхньою частиною еліпса

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{z^2}{r^2 \sin^2 \alpha_0} = 1. \quad (19)$$

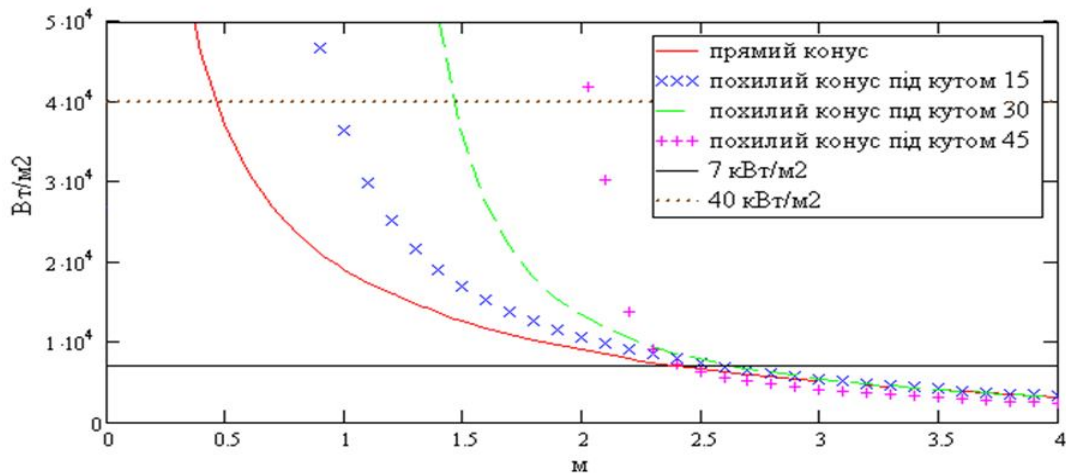
Для знаходження меж за змінною x розв'яжемо систему рівнянь (18), (19), та одержимо абсцису \tilde{x}_R точки R :

$$\tilde{x}_R = \frac{\frac{2H^2}{x_2} - \sqrt{\frac{4H^4}{x_2^2} - 4\left(\frac{H^2}{x_2^2} + \sin^2 \alpha_0\right)(H^2 - r^2 \sin^2 \alpha_0)}}{\frac{H^2}{x_2^2} + \sin^2 \alpha_0}. \quad (20)$$

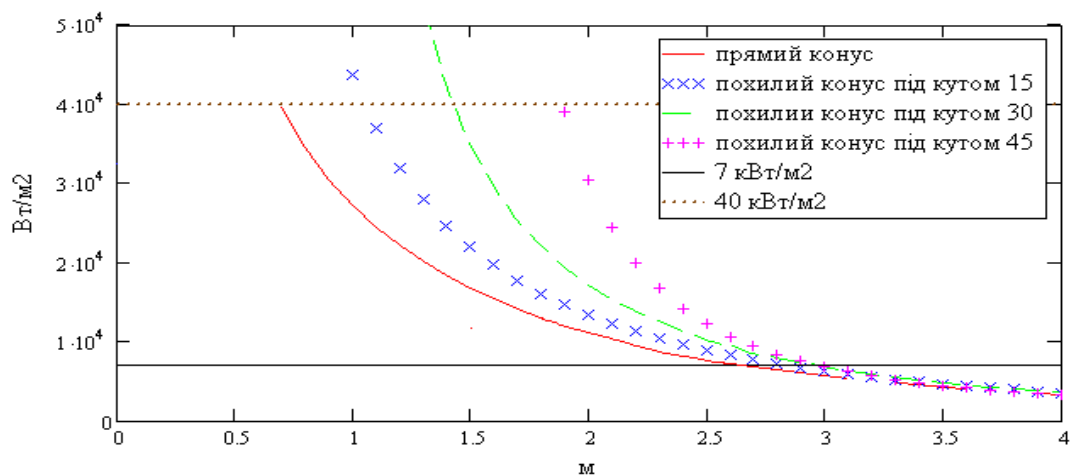
Оскільки конус симетричний відносно площини Oyz , то тепловий потік, що потрапляє з його поверхні, обчислюється за формулою:

$$\frac{d\Phi}{dS_2} = 2 \int_0^{\tilde{x}_R} dx \int_{r \sin \alpha_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}}^{H(1 - \frac{x}{x_2})} I_n \frac{\left(x \frac{\partial f}{\partial x} + y_0^* - y + (z - h^*) \frac{\partial f}{\partial z} \right) \left((y_0^* - y) \cos \alpha_0 + (h^* - z) \sin \alpha_0 \right)}{\left(x^2 + (y - y_0^*)^2 + (z - h^*)^2 \right)^2} dz \quad (21)$$

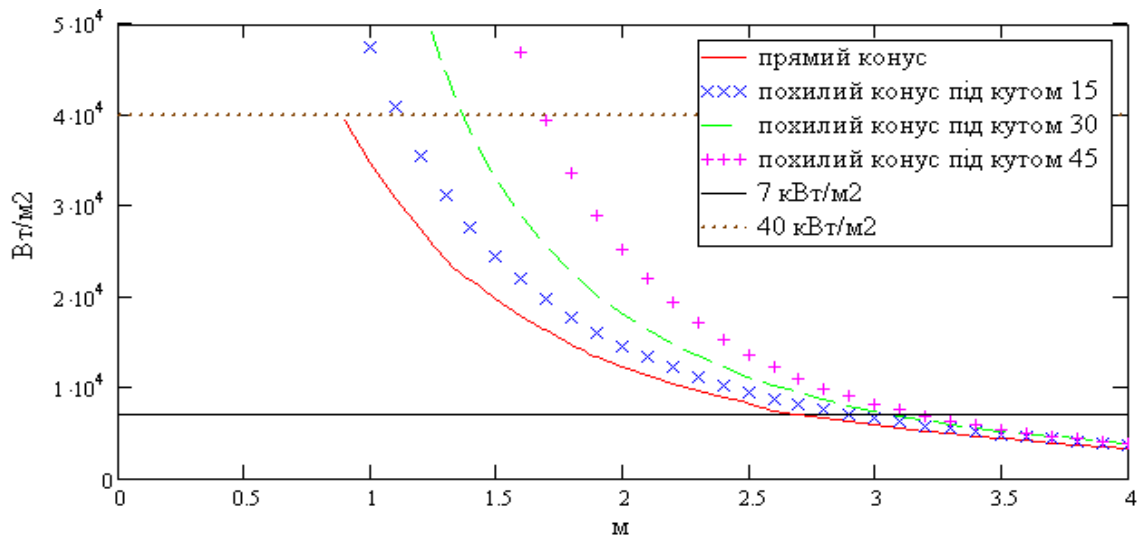
з урахуванням (9). Застосувавши чисельне інтегрування до (21), отримуємо залежності інтенсивності теплового потоку, який потрапляє на елементарну поверхню dS_2 , від відстані до осі Oy для різних кутів нахилу та висоти елементарної поверхні (рис. 4).



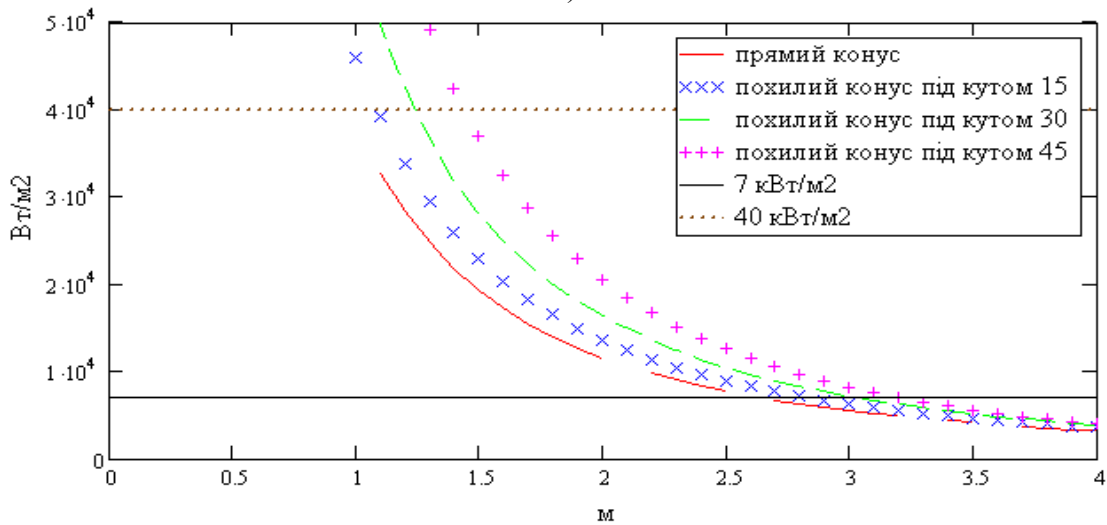
а)



б)



в)



г)

Рисунок 4 – Залежності інтенсивності теплового потоку, який випромінює поверхня полум'я у формі конуса висотою 3 м, радіусом основи 0,5 м з температурою 1200 К на елементарну вертикальну поверхню dS_2 на висоті h , від відстані до осі Oy для різних кутів нахилу:

а) $h=2,0$ м; б) $h=1,5$ м; в) $h=1,0$ м; г) $h=0,5$ м

Як видно з графіків, інтенсивність випромінювання із зменшенням висоти елементарної поверхні опромінення збільшується, проте менше залежить від кута нахилу. З метою урахування небезпеки ураження рятувальника від дії теплового випромінювання з залежностей отримуємо відстані, на яких інтенсивність теплового потоку досягає 40 кВт/м^2 і 7 кВт/м^2 .

Висновки

1. Інтенсивність випромінювання від поверхні полум'я, що має форму конуса, на вертикальну елементарну поверхню зростає із збільшенням кута нахилу полум'я.
2. Із зменшенням висоти елементарної поверхні опромінення інтенсивність випромінювання зростає, але менше залежить від кута нахилу конуса.
3. З метою запобігання теплового ураження рятувальника слід дотримуватися безпечної відстані до полум'я, знайти яку можна з результатів моделювання.

Список літератури:

1. Драйздейл Д. Введение в динамику пожаров. – М.: Стройиздат, 1990. – 424 с.
2. Кузык А.Д. Моделювання процесів займання лісової підстилки // Пожежна безпека : зб. наук. праць. – Львів : ЛДУ БЖД, 2007. – № 10. – С. 170-174.
3. Кузык А. Д., Моделювання теплового випромінювання від деяких малопотужних джерел // Вісник УкрНДІПБ : зб. наук. праць. – К. : УкрНДІПБ, 2008. – № 1(17). – С. 91-100.
4. Мичко А. А., Кузык А. Д., Лин А. С. Математичне моделювання теплового випромінювання для випробування захисного одягу пожежників-рятувальників // Пожежна безпека : зб. наук. праць. – Львів : ЛДУ БЖД, 2009. – № 14. – С. 171-177.
5. Ковалишин Вол. В., Ковалишин В. В., Кузык А. Д. Визначення коефіцієнта безпечної роботи для різного типу захисного одягу пожежників // Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності : зб. наук. праць. – Львів : ЛДУ БЖД, 2014. – № 9. – С. 143-149.
6. Кузык А. Д., Трусевич О. М., Сало Т. М. Оцінювання інтенсивності теплового потоку від поверхні полум'я // Пожежна безпека : зб. наук. праць. – Львів : ЛДУ БЖД, 2015. – № 26. – С. 103-109.

References:

1. Drayzdeyl D. Vvedeniye v dynamyku pozharov. – M.: Stroyizdat, 1990. – 424 s.
2. Kuzyk A.D. Modelyuvannya protsesiv zaymannya lisovoyi pidstylky // Pozhezhna bezpeka : zb. nauk. prats'. – L'viv : LDU BZhD, 2007. – № 10. – S. 170-174.
3. Kuzyk A.D, Modelyuvannya teplovoho vyprominyuvannya vid deyakykh malopotuzhnykh dzherel // Visnyk UkrNDIPB : zb. nauk. prats'. – K. : UkrNDIPB, 2008. – № 1(17). – S. 91-100.
4. Mychko A.A., Kuzyk A.D., Lynn A.S. Matematychnе modelyuvannya teplovoho vyprominyuvannya dlya vyprobuvannya zakhysnoho odyahu pozhezhnykiv-ryatuval'nykiv // Pozhezhna bezpeka : zb. nauk. prats'. – L'viv : LDU BZhD, 2009. – № 14. – s. 171-177.
5. Kovalyshyn Vol.V., Kovalyshyn V.V., Kuzyk A.D. Vyznachennya koefitsiyenta bezpechnoyi roboty dlya riznoho typu zakhysnoho odyahu pozhezhnykiv // Visnyk L'vivs'koho derzhavnoho universytetu bezpeky zhyttyediyal'nosti : zb. nauk. prats'. – L'viv : LDU BZhD, 2014. – № 9. – S. 143-149.
6. Kuzyk A.D, Trusevych O.M., Salo T.M. Otsinyuvannya intensyvnosti teplovoho potoku vid poverkhni polum"ya // Pozhezhna bezpeka : zb. nauk. prats'. – L'viv : LDU BZhD, 2015. – № 26. – S. 103-109.

