

Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника
Вінницький національний технічний університет
Центр математичного моделювання ІППММ
ім. Я.С.Підстригача НАН України
AGH науково-технологічний університет
ім. Ст.Сташіца, Польща
Представництво "Польська академія наук" в Києві
Лудзький університет, Польща
Інститут кібернетики НАН України
Національний авіаційний університет
Фінансово-економічний інститут Таджикистану
Економічна академія "Д.А.Ценов", Болгарія
Харківський національний університет радіоелектроніки
НДІ інтелектуальних комп'ютерних систем ТНЕУ та ІК НАН України
Новий університет Лісабона, Португалія
Азербайджанська державна нафтова академія
Об'єднаний інститут проблем інформатики НАН Білорусі
Інститут інженерів з електротехніки
та електроніки (ІЕЕЕ), Українська секція
Асоціація "Інформаційні технології України"
Громадська організація "Івано-Франківський ІТ кластер"

"ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ"

**матеріали
міжнародної науково-практичної конференції**

**15-16 грудня 2022 року
Івано-Франківськ**

**"INFORMATION TECHNOLOGIES AND COMPUTER MODELLING"
proceedings
of the International Scientific Conference
2022, December, 15th to 16th
Ivano-Frankivsk**

Івано-Франківськ - 2022

УДК (004:004.2/004.9+007):33/37+51+621
ББК 22.17 32.81
I-74 Т

Науковий редактор: докт. техн. наук, проф. **Л.Б. Петришин** (ПНУ, АГН)

Матеріали статей опубліковані в авторській редакції

"Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання"; матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції, м. Івано-Франківськ, 15-16 грудня 2022 року. – Івано-Франківськ: п. Голіней О.М., 2022. –с.

Збірка містить матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції з проблем інформаційних технологій в технічних системах, в соціумі, освіті, медицині, економіці та екології; теорії інформації, кодування та перетворення форми інформації; технологій цифрової обробки інформації; захисту інформації в інформаційно-телекомунікаційних системах; математичного та імітаційного моделювання систем.

УДК (004:004.2/004.9+007):33/37+51+621
ББК 22.17 32.81
I-74 Т

ISBN 978-617-8128-13-5

© ПНУ ім. В. Стефаника та автори, 2022

Основні напрямки роботи

Секція 1 Інформаційні технології в технічних, системах спеціального призначення, соціумі, освіті, медицині, економіці, управлінні, екології та юриспруденції

Секція 2 Теорія інформації, кодування, перетворення форми, цифрової обробки та ущільнення інформації

Секція 3 Системний аналіз

Секція 4 Глибинний аналіз та організація даних, Big Data, системи штучного інтелекту, Smart додатки

Секція 5 Кібербезпека

Секція 6 Архітектоніка та компоненти комп'ютерних систем та мереж

Секція 7 Математичне та комп'ютерне моделювання складних систем

Секція 8 Прикладні методи дослідження дискретно-неперервних математичних моделей

Section Structure

Section 1. Information technologies in technical and special purpose systems, information technologies in society, education, medicine, economics, management, ecology and law

Section 2. Information theory, coding and information form transformation

Section 3. System analysis

Section 4. Deep analysis and data organization, big data technologies, artificial intelligence systems, smart applications

Section 5. Information protection in information and telecommunication system

Section 6. Components, computer systems and networks architectonics

Section 7. Mathematical and computer modelling of complex systems

Section 8. Applied methods for continuous and discrete mathematical models research

Загальна крайова задача для рівняння поперечних коливань стрижня

Р.М. Тацій

кафедра прикладної математики і механіки
ЛДУ безпеки життєдіяльності
Львів, Україна

О.Ю. Чмир

кафедра прикладної математики і механіки
ЛДУ безпеки життєдіяльності
Львів, Україна
o_chmyr@yahoo.com

О.О. Карабин

кафедра прикладної математики і механіки
ЛДУ безпеки життєдіяльності
Львів, Україна
karabynoks@gmail.com

М.І. Кусій

кафедра прикладної математики і механіки
ЛДУ безпеки життєдіяльності
Львів, Україна
kusijmiroslava@gmail.com

The general boundary value problem for the equation of transverse oscillations of a rod

R.M. Tatsij

Department of Applied Mathematics and Mechanics
Lviv State University of life safety
Lviv, Ukraine

O. Yu. Chmyr

Department of Applied Mathematics and Mechanics
Lviv State University of life safety
Lviv, Ukraine
o_chmyr@yahoo.com

O.O. Karabyn

Department of Applied Mathematics and Mechanics
Lviv State University of life safety
Lviv, Ukraine
karabynoks@gmail.com

M.I. Kusij

Department of Applied Mathematics and Mechanics
Lviv State University of life safety
Lviv, Ukraine
kusijmiroslava@gmail.com

Анотація – Розглянуто крайову задачу для рівняння поперечних коливань стрижня за умов жорсткого закріплення його кінців та із загально прийнятими початковими умовами. Знайдено розв'язки такої задачі за допомогою концепції квазіпохідних, сучасної теорії систем лінійних диференціальних рівнянь, класичного методу Фур'є та методу редукції.

Abstract – The boundary value problem for the equation of transverse oscillations of a rod under conditions of rigid fixation of its ends and with generally accepted initial conditions was considered. The solutions of a such problem were found by using a concept of quasi-derivatives, a modern theory of systems of linear differential equations, the classical Fourier method and a reduction method.

Ключові слова: квазідиференціальне рівняння четвертого порядку, крайова задача, матриця Коші, задача на власні значення, метод Фур'є та метод власних функцій.

Keywords: fourth-order kvazidifferential equation, the boundary value problem, the Cauchy matrix, the eigenvalues problem, the method of Fourier and the method of eigenfunctions.

I. ВСТУП

Одним із методів розв'язування нестационарних крайових задач є прямий метод, загальна схема реалізації якого полягає в зведенні вихідної задачі до розв'язування двох простіших, взаємозв'язаних задач та застосуванні схеми Фур'є. Цей метод був розроблений при дослідженні

процесів теплообміну [1] та загальних крайових задач для рівнянь позовжних коливань стрижня [2-4].

Важливу роль в цьому методі відіграє концепція квазіпохідних, яка дозволяє уникнути проблеми множення узагальнених функцій.

В цій роботі вперше використано подібний підхід до дослідження загальних крайових задач для рівняння поперечних коливань стрижня. Слід підкреслити, що в цих задачах за просторовою змінною виникає рівняння в частинних похідних не другого, а четвертого порядку.

II. ОСНОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ, ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ, ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКУ

Нехай E – модуль Юнга, J – момент інерції поперечного перерізу, ρ – густина матеріалу, F – площа поперечного перерізу стрижня, $q(x, t)$ – інтенсивність зовнішнього навантаження.

Розглянемо диференціальне рівняння

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, t), \quad x \in (0; l), \quad t \in (0; +\infty) \quad (13)$$

з крайовими умовами

$$\begin{cases} w(0, t) = z_{00}(t); & \frac{\partial w}{\partial x}(0, t) = z_{01}(t); \\ w(l, t) = z_{l0}(t); & \frac{\partial w}{\partial x}(l, t) = z_{l1}(t), \end{cases} \quad t \in [0; +\infty) \quad (14)$$

та початковими умовами

$$\begin{cases} w(x, 0) = \varphi(x), \\ \frac{\partial w}{\partial t}(x, 0) = \psi(x), \end{cases} \quad x \in [0; l], \quad (15)$$

де $z_{00}(t)$, $z_{01}(t)$, $z_{l0}(t)$, $z_{l1}(t) \in C^2(0; +\infty)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ – кусково-неперервні на $(0; l)$.

Згідно з методом редукції розв'язок задачі (13) - (15) шукаємо у вигляді суми двох функцій

$$w(x, t) = u(x, t) + v(x, t). \quad (16)$$

Визначимо функцію $u(x, t)$ як розв'язок крайової квазістатичної задачі

$$(a_0(x)u''(x, t))'' = 0, \quad (17)$$

$$\begin{cases} u(0, t) = z_{00}(t); & \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = z_{01}(t); \\ u(l, t) = z_{l0}(t); & \frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = z_{l1}(t) \end{cases} \quad t \in [0; +\infty), \quad (18)$$

де $a_0(x) \equiv EJ$.

В основі методу розв'язування задачі (17), (18) лежить концепція квазіпохідних [5].

Запишемо мішану задачу для функції $v(x, t)$, враховуючи, що функція $u(x, t)$ задовольняє (17)-(6)

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(a_0(x) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = q(x, t) - \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (19)$$

$$x \in (0; l), \quad t \in (0; +\infty),$$

$$\begin{cases} v(0, t) = 0; & \frac{\partial v}{\partial x}(0, t) = 0; \\ v(l, t) = 0; & \frac{\partial v}{\partial x}(l, t) = 0 \end{cases} \quad t \in [0; +\infty), \quad (20)$$

$$\begin{cases} v(x, 0) = \Phi_0(x), \\ \frac{\partial v}{\partial t}(x, 0) = \Phi_1(x), \end{cases} \quad x \in [0; l], \quad (21)$$

де $\Phi_0(x) \stackrel{def}{=} \varphi(x) - u(x, 0)$, $\Phi_1(x) \stackrel{def}{=} \psi(x) - \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0)$.

Для розв'язання задачі (22) - (23) застосовано модифікований метод власних функцій [4].

ВИСНОВКИ

Розв'язана загальна крайова задача для рівняння поперечних коливань стрижня за умов жорсткого закріплення його кінців. При розв'язанні розвинута схема прямого методу, який ґрунтується на концепції квазіпохідних, сучасній теорії систем диференціальних рівнянь, модифікованому методу власних функцій Фур'є.

Такий підхід, без особливих труднощів, поширюється на випадки будь-яких інших умов закріплення кінців стрижнів.

ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Tatsii, R.M., Stasyuk, M.F. & Pazen, O.Y. Direct Method of Calculating Nonstationary Temperature Fields in Bodies of Basic Geometric Shapes. *J Eng Phys Thermophy* 94, 298–310 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10891-021-02302-z>
- [2] Тацій Р.М., Карабин О.О., Чмир О.Ю. Схема дослідження позовжних коливань стрижня з чотирьох кусків кусково-сталого перерізу (The scheme for investigation for longitudinal oscillations of rod of a piecewise-constant section) // Збірник наукових праць ДОРОГІ І МОСТИ. – 2019. – № 19. – С. 151 – 166. DOI: 10.36100/dorogimosti2019.19.149
- [3] Тацій Р.М., Карабин О.О., Чмир О.Ю. Загальні крайові задачі для моделювання позовжних коливань стрижня // Прикладні питання математичного моделювання. – 2020. – Т. 3. № 1. – С. 194 – 206.
- [4] Tatsij R, Karabyn O., Chmyr O., Malets I., Smotr O. General Scheme of Modeling of Longitudinal Oscillations in Horizontal Rods // International Scientific Conference “Intellectual Systems of Decision Making and Problem of Computational Intelligence”. *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies* book series. Vol. 77. P. 789-802. https://doi.org/10.1007/978-3-030-82014-5_54.
- [5] Тацій Р.М. Узагальнені квазідиференціальні рівняння / Р.М. Тацій, М.Ф. Стасюк, В. Мазуренко, О.О. Власій - Дрогобич. Коло, 2011. - 297 с.

ОКСАНА КОНЧАКОВСЬКА

МЕТОД R-ФУНКЦІЙ ТА НЕЛІНІЙНИЙ МЕТОД ГАЛЬОРКІНА У ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕЧІЙ В'ЯЗКОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОЇ РІДИНИ	168
ЄВГЕН КУРЛОВ_НІКІТА ЗДОРИК_МАКСИМ СИДОРОВ	
ВИКОРИСТАННЯ ЗОНУВАННЯ В СИСТЕМАХ ВОДОПОСТАЧАННЯ.....	172
ОЛЬГА МАТВІЄНКО_НАТАЛІЯ МАНЧИНСЬКА	
ONE MODEL OF GROWING RANDOM FOREST.....	175
ANDREY A. DOROGOVTSSEV_ІRYNA NISHCHENKO, DARIA KALYTIUK	
МЕТОД БЕЗПЕЧНОГО ПРИЗЕМЛЕННЯ АВАРІЙНОГО БЕЗПІЛОТНОГО КВАДРОКОПТЕРА	176
БОГДАН БЛАГІТКО_ІГОР ЗАЯЧУК	
МОДЕЛЮВАННЯ МАСОПЕРЕНОСУ В ПОРИСТИХ СТРУКТУРАХ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ СКИНЧЕНОЇ ВИСОТИ	178
ЯРОСЛАВ П'ЯНИЛО_ГАННА ЛЯНЦЕ_АДРІАН ТОРСЬКИЙ_ГАЛИНА П'ЯНИЛО	
МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ МАСОПЕРЕНОСУ В СКЛАДНИХ ПОРИСТИХ СТРУКТУРАХ.....	182
ЯРОСЛАВ П'ЯНИЛО_ГАЛИНА П'ЯНИЛО	
ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДВОБІЧНИХ НАБЛИЖЕНЬ ДО АНАЛІЗУ РІВНОВАГИ БАЛКИ ПІД ДІЄЮ НЕЛІНІЙНОЇ ЗОВНІШНЬОЇ СИЛИ	186
АНТОН САВЧЕНКО_МАКСИМ СИДОРОВ	
МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ У НЕОДНОРІДНИХ ПЕРІОДИЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ	190
ГЕННАДІЙ САНДРАКОВ	
ДОСЛІДЖЕННЯ ПОШИРЕННЯ МЕХАНОЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ У ПОРИСТИХ ТІЛ ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНЬОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ДРОБОВИХ ПОХІДНИХ ЗА ЧАСОМ.....	194
П'ЯНИЛО ЯРОСЛАВ_ТВАРДОВСЬКА СОФІЯ	
МОДЕЛЮВАННЯ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ ПИЛКОВОГО ВАЛА	198
Л.Ф. ДЗЮБА_О.Ю. ЧМИР_О.В. МЕНЬШИКОВА	
МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИФУЗІЇ ЗА КАСКАДНОГО РОЗПАДУ РЕЧОВИНИ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ ЩОДО КОНЦЕНТРАЦІЇ НА ГРАНИЦІ ШАРУ.....	201
ОЛЬГА ЧЕРНУХА_ЮРІЙ БІЛУЩАК_АНАСТАСІЯ ЧУЧВАРА	
ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ З ВІДКРИТИМ КОДОМ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗГОРТАННЯ КОСМІЧНОЇ АНТЕНИ	206
ВЛАДИСЛАВ ШАМАХАНОВ_СЕРГІЙ МАРТИНЮК_СЕРГІЙ ХОРОШИЛОВ_ОЛЕКСАНДР СУШКО	
ЗАГАЛЬНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ СТРИЖНЯ.....	214
Р.М. ТАЦІЙ_О.О. КАРАБІН_О.Ю. ЧМИР_М.І. КУСІЙ	
АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ РЕАЛІЗАЦІЙ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ДОБЕШІ ДЛЯ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ОДНОВИМІРНИХ СИГНАЛІВ.....	214
АРТЕМ ІЗМАЙЛОВ	
ДЛЯ НОТАТОК.....	223
ДЛЯ НОТАТОК.....	224