

Р. М. Рогатинський¹, О. Л. Ляшук¹, І. Б. Гевко¹, Р. В. Хорошун¹, В. В. Шевчук²

¹*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль, Україна*

²*Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів, Україна*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8536-4599> – Р. М. Рогатинський

<https://orcid.org/0000-0003-4881-8568> – О. Л. Ляшук

<https://orcid.org/0000-0001-5170-0857> – І. Б. Гевко

<https://orcid.org/0000-0002-1862-7640> – Р. В. Хорошун

<https://orcid.org/0000-0002-8260-2165> – В. В. Шевчук



rogatynskiy@gmail.com

МОДЕЛЬ РУХУ АВТОМОБІЛЯ ПО КРИВОЛІНІЙНІЙ ТРАСІ

В статті розглядається питання забезпечення курсової стійкості автомобіля на етапі прокладання та вибору траєкторії руху автомобіля по площинній трасі із умови мінімізації негативних динамічних впливів. Досягнення вказаної мети забезпечується встановленням закономірностей вибору швидкісного режиму руху та раціональної траєкторії руху автомобіля і, відповідно, закону зміни кута повороту коліс залежно від параметрів траси, зокрема її кривини. Вихідними даними для розробленої моделі є параметри траси та її ділянок, згідно з технічними вимогами на будівництво та дистанційне зондування, за якими визначаються біжучі параметри кривини траси та її смуг.

Траєкторія руху автомобіля задається як параметрична функція від шляху, пройденого задніми колесами із врахуванням зміни кута нахилу коліс по трасі, за якою визначено траєкторії руху коліс і автомобіля та їх кривини. Узгодження кривин траси та траєкторії руху дозволило встановити безпечні кінематичні режими руху автомобіля по криволінійній трасі.

Рух по криволінійній траєкторії призводить до перерозподілу сил та моментів, що діятимуть на автомобіль. Вони врівноважуються реакціями на чотирьох колесах, і встановлення кінематичного та динамічного режиму руху дає змогу надалі уточнити динаміку автомобіля в цілому, використовуючи ітераційний процес. На подальших ітераціях уточнюються перерозподіл сил на реальні колеса і від велосипедної моделі переходять до моделі чотири колісного автомобіля з уточненням кінематичного та динамічного режимів його руху.

Побудовано модель перебудови руху автомобіля із однієї смуги на іншу за гладкою функцією переходу на основі гіперболічних функцій. Встановлені особливості кінематичного та динамічного режиму руху за запропонованим переходом із вибором кривої переходу та встановленням безпечних параметрів ділянок переходу залежно від швидкісного режиму руху автомобіля.

Ключові слова: модель, автомобіль, кут нахилу коліс, курсова стійкість автомобіля, кривина траси.

R. M. Rogatynskiy¹, O. L. Lyashuk¹, I. B. Hevko¹, R. V. Horoshyn¹, V. V. Shevchuk²

¹*Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ternopil, Ukraine*

²*Lviv State University of Life Safety, Lviv, Ukraine*

CAR MOTION MODEL ON A CURVED LINE

The article discusses the issue of ensuring the exchange rate stability of the car at the stage of assembly and the choice of the trajectory of the car along a flat track with the conditions for minimizing negative dynamic effects. Achievement of this goal is ensured by establishing the patterns of choosing the speed mode of movement and the rational trajectory of the vehicle and, accordingly, the law of changing the angle of rotation of the wheels depending on the parameters of the track, in particular, its curvature. The initial data for the developed model are the parameters of the route and its sections in accordance with the technical requirements for construction and remote sensing, according to which the running parameters of the curvature of the route and its stripes are determined.

The vehicle trajectory is specified as a parametric function of the path traveled by the rear wheels, taking into account the change in the angle of inclination of the wheels along the track, along which the trajectories of the wheels and the vehicle and their curvature are determined. Coordination of the curvatures of the track and the trajectory of movement made it possible to establish safe kinematic modes of movement of the car along a curved track.

Moving along a curved path leads to a redistribution of forces and moments acting on the car. They are balanced by the reactions on the four wheels, and the setting of the kinematic and dynamic driving modes allows further refinement of the dynamics of the vehicle as a whole using an iterative process. At subsequent iterations, the redistribution of forces

to real wheels is clarified and from the bicycle model they pass to the model of four-wheeled vehicles with the specification of the kinematic and dynamic modes of vehicle movement.

A model is built for restructuring the movement of a car from one lane to another according to a smooth transition function based on hyperbolic functions. The features of the kinematic and dynamic mode of movement on the proposed transition with the choice of the transition curve and the establishment of safe parameters of the transition sections depending on the speed mode of the vehicle are established.

Key words: model, car, angle of inclination of the wheels, directional stability of the car, curvature of the track

Постановка задачі. Питання курсової стійкості руху автомобілів при русі по криволінійній трасі з урахуванням змінних в часі сил, є актуальним, оскільки змінна динаміки автомобіля при цьому призводить до зміни параметрів стійкості автомобіля. Збереження курсової стійкості автомобіля забезпечується відповідністю режимів та вибраної траєкторії руху топології траси, стану дорожнього покриття, погодніх умов тощо. Поєднання цих факторів є важливим елементом розробки відповідних математичних моделей, потреба яких з появою автоматизованих систем керування автомобілем суттєво зросла.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У відомих працях проведено детальні дослідження курсової стійкості для прямолінійного та колового руху автомобіля, його входження в повороти [1-6]. Зокрема детально розглянута траєкторія автомобіля при входженні та русі по круговій траєкторії [1, 2], розкрито вплив масових та динамічних факторів на курсову стійкість легкового автомобіля [3-5], побудовані фазові портрети та траєкторії руху центра мас автомобіля [6-8]. Детальний аналіз стійкості автомобіля у неусталених режимах руху наведено в [8-12]. Проте низку питань, що стосуються раціонального, з точки зору забезпечення курсової стійкості автомобіля, вибору функціонального зв'язку зміни кута повороту коліс та параметрів траєкторії руху автомобіля із режимами руху та параметрами розташування траси, розкрито недостатньо.

Слід відмітити, що в сучасних автомобілях для стабілізації положення автомобіля в процесі виконання маневрів використовується система ESP, що стежить за траєкторією автомобіля та її відповідністю куту повороту керма, а в разі відхилення – вносить керувальні впливи пригальмовуванням коліс. Зокрема у [13-16] наведено порівняльну характеристику траєкторії руху автомобіля з системою ESP і без неї по керованості та стійкості при заносі автомобіля на дорозі, де розкрито перевагу її використання. Проте система ESP, протидіючи недостатній чи надмірній обертальності, не забезпечує вибору оптимальної траєкторії, в цілому, при русі по криволінійних ділянках, перебудові на іншу смугу. Тому вибір оптимальної траєкторії руху автомобіля залежно від кривини траси, характеру

переміщення та перебудови по смугах із узгодженням швидкісного режиму його руху є актуальною задачею.

Мета досліджень полягає в забезпеченні курсової стійкості автомобіля на етапі складання та вибору траєкторії руху автомобіля із умов мінімізації негативних динамічних впливів. Досягнення вказаної мети забезпечується встановленням закономірностей вибору швидкісного режиму руху та раціональної траєкторії руху автомобіля і, відповідно, закону зміни кута повороту коліс, із параметрами траси автомобіля, зокрема її кривини.

Викладення основного матеріалу дослідження. Розвиток систем глобального позиціонування (GPS) та дистанційного зондування Землі дає змогу на новому рівні з високою точністю моделювати розміщення траси, відслідковувати її зміни а також визначати на ній координати рухомих об'єктів, що дозволяє розробляти ефективні моделі руху автомобіля залежно від умов на трасі [13, 14] в т.ч. режимі реального часу.

Нехай в базовій (нерухомій) системі координат $OXYZ$, що нерухомо зв'язана з трасою задано рівняння траси в параметричному виді, як функція шляху по її середній лінії

$$X = X(l); Y = Y(l); Z = Z(l). \quad (1)$$

де: l – параметр довжини шляху по серединній лінії траси.

Для випадку площинного розміщення траси задача визначення траєкторії руху автомобіля перетвориться у двовимірну, де напрямком осей OX та OY визначатимемо за географічними координатами, причому вісь OX спрямовується в сторону руху, а початкові значення параметрів траси приймемо $X(0) = 0; Y(0) = 0$. Вектор напрямку траси на початку руху $l_0 = l(t_0) = 0$ (в початковий момент часу $t_0 = 0$), буде $\vec{l}_0(0) = X'_l(0) \cdot \vec{i} + Y'_l(0) \cdot \vec{j}$ і з віссю OX утворюватиме кут ξ_0 .

Кривина траси в площині OXY буде:

$$K(l) = \frac{|X''_l Y'_l - Y''_l X'_l|}{(X'^2_l + Y'^2_l)^{(3/2)}}. \quad (2)$$

В загальному випадку, траєкторія траси визначається технічними вимогами на будівництво і її можна розбити на такі ділянки: прямолінійні з нульовою кривиною; колові постійної кривини; перехідні, по клотоїді із лінійною зміною кривини; перехідні із іншим законом зміни кривини.

Нехай траса поділена на n відрізків (ділянок) довжини яких $\Delta l_{i-1,i} = l_i - l_{i-1}$ і на яких кривина змінюється згідно із залежністю:

$$K_i(l) = a_i + b_i(l - l_{i-1}), \quad (3)$$

де для прямолінійних ділянок $a_i = 0$, $b_i = 0$; для колових – $b_i = 0$, для ділянок побудованих по клотоїді – $a_i \neq 0$, $b_i \neq 0$, причому на початку першої ділянки $k_{01} = 0$, а на границях переходу ділянок $K_i(l_i) = K_{i+1}(l_i)$.

Тоді закон зміни кривини по довжині траси буде:

$$K(l) = \sum_{i=1}^n \{(a_i + b_i(l - l_{i-1})) \cdot H[(l - l_{i-1})(l_i - l)]\}, \quad (4)$$

де $H[(l - l_{i-1})(l_i - l)]$ – функція Гевісайда, що дорівнює 1 лише на i -ій ділянці та 0 – на інших, $H[(l - l_{i-1})(l_i - l)] = \{1 + \text{sign}[(l - l_{i-1})(l_i - l)]\} / 2$.

При проходженні автомобілем чергової $m+1$ -ої ділянки ($l_m \leq l < l_{m+1}$), біжучий кут повороту траси при зміні її кривини за залежністю (3) визначатиметься як:

$$\xi(l) = \xi_0 + a_{m+1}(l - l_m) + b_{m+1}(l - l_m) / 2 + \sum_{i=1}^m [(a_i(l_i - l_{i-1}) + b_i(l_i - l_{i-1}) / 2)], \quad (5)$$

При апроксимації залежності (4) гладкою кривою $\xi = \bar{\xi}(l)$ координати біжучої точки E траси визначатимуться в параметричному вигляді як функція довжини траси:

$$X_E = X(l) = \int_0^l \cos[\bar{\xi}(l)] dl; \quad Y_E = Y(l) = \int_0^l \sin[\bar{\xi}(l)] dl. \quad (6)$$

Якщо смуга руху зміщена відносно серединної лінії траси по осі OY на віддаль u_Δ , то за умови рівності граничних умов $\bar{l}_{u0}(0) = \bar{l}_0(0)$ вона буде еквідистантою відносно серединної лінії траси і її рівняння в параметричному вигляді залежно від l буде:

$$X_u(l) = X(l) + \frac{u_\Delta \cdot Y_l'}{\sqrt{X_l'^2 + Y_l'^2}}; \quad Y_u(l) = Y(l) - \frac{u_\Delta \cdot X_l'}{\sqrt{X_l'^2 + Y_l'^2}} \quad (7)$$

Довжина шляху l_u по смузі руху зв'язана із параметром траси l залежністю:

$$l_u = l - \Delta_\xi u_\Delta, \quad (8)$$

де Δ_ξ – кут між векторами напрямку траси на її початку \bar{l}_0 та в біжучій точці траси $\bar{l}(l)$, $\Delta_\xi = \xi(l) - \xi_0$; $\xi_0 = \text{arctg}[Y_l'(0) / X_l'(0)]$.

Вектор напрямку руху в біжучій точці E серединної траси $\bar{l}_E(l)$ та в точці F_u смуги руху $\bar{l}_{Fu}(l)$ з тим же параметром l будуть колінеарні, тобто $\bar{l}_E(l) = \bar{l}_{Fu}(l)$, де $\bar{l}_E(l) = X_l'(l) \cdot \bar{i} + Y_l'(l) \cdot \bar{j}$; $\bar{l}_{Fu}(l) = X_l'(l) \cdot \bar{i} + Y_l'(l) \cdot \bar{j}$.

Кривина смуги руху із кривиною траси зв'язана залежністю

$$K_u(l_u) = \frac{K(l)}{1 - u_\Delta K(l)}. \quad (9)$$

Розміщення автомобіля на криволінійній трасі визначатиметься з однієї сторони параметрами пройденого автомобілем шляху, а з іншої – біжучим параметром траси l . Для побудови траєкторії руху автомобіля по трасі, розглянемо його велосипедну модель, в якій два передніх та два задніх колеса заміщені одним переднім та одним заднім уявними колесами, розміщеними на осі автомобіля, рис.1.

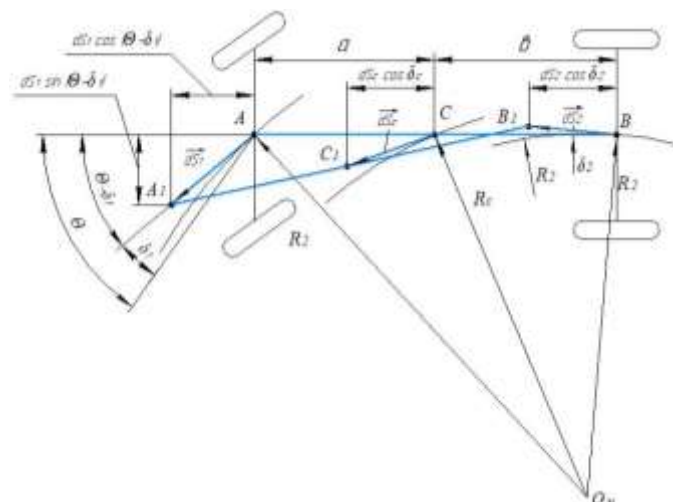


Рисунок 1 – Схема до визначення взаємозв'язку повороту коліс із траєкторією руху автомобіля

При слідуванні за трасою кут повороту θ уявного переднього колеса буде функцією часу $\theta_t = \theta(t)$. При цьому шлях, пройдений переднім колесом $s_1 = l_u - A = l - \Delta_\xi u - A$, де A – колісна база автомобіля. Відповідно, швидкість переднього колеса зв'язана із зміною в часі біжучого параметра розміщення автомобіля на трасі:

$$v_1 = dl_u / dt = dl / dt - u \cdot d\Delta_\xi / dt. \quad (10)$$

Співвідношення між елементарними переміщеннями уявного заднього ds_2 та переднього ds_1 коліс (задньої та передньої осей автомобіля), без врахування кутів відведення коліс буде:

$$ds_2 = ds_1 \cos \theta_t. \quad (11)$$

Із врахуванням кутів відведення, відповідно переднього δ_1 та заднього δ_2 коліс, залежність (10) набуде вигляду.

$$ds_2 \cos \delta_2 = ds_1 \cos(\theta_t - \delta_1). \quad (12)$$

Відповідно, співвідношення між їхніми швидкостями при русі із зміненим напрямом буде:

$$v_2 = v_1 \frac{\cos(\theta_t - \delta_1)}{\cos \delta_2}. \quad (13)$$

Якщо центр ваги автомобіля $C(x_C; y_C)$ знаходиться від задньої осі на віддалі $OC = b = \psi_C A$ від центра задньої осі $O(x_O; y_O)$, то елементарне переміщення центра ваги автомобіля буде:

$$ds_C = ds_2 \cdot \sqrt{\cos^2 \delta_2 + \psi_C^2 \frac{\sin^2(\theta - \delta_1 + \delta_2)}{\cos^2(\theta - \delta_1)}} \quad (14)$$

Розмістимо початок системи координат $O_A x_A y_A$ автомобіля посередині задньої його осі, а вісь координат $O_A x_A$ спрямуємо по осі автомобіля за напрямом руху. Відповідно при елементарному переміщенні т. O_A на ds_2 , вісь $O_A x_A$ разом із корпусом автомобіля повернеться на елементарний кут $d\varphi$, що дорівнює:

$$d\varphi = \frac{ds_1 \sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos \delta_2} = \frac{ds_2 \sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos(\theta - \delta_1)} \quad (15)$$

Миттєва кутова швидкість повороту автомобіля відносно вертикальної осі буде:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v_1 \sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos \delta_2} = \frac{v_2 \sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos(\theta_t - \delta_1)}. \quad (16)$$

Радіус та кривина траєкторії руху переднього ($R_1; k_1$) та заднього ($R_2; k_2$) коліс:

$$R_1 = \frac{ds_1}{d\varphi} = \frac{A \cos \delta_2}{\sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}, \quad (17)$$

$$k_1 = \frac{\sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos \delta_2}, \quad (18)$$

$$R_2 = \frac{ds_2}{d\varphi} = \frac{A \cos(\theta_t - \delta_1)}{\sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}, \quad (19)$$

$$k_2 = \frac{\sin(\theta_t - \delta_1 + \delta_2)}{A \cos(\theta_t - \delta_1)}. \quad (20)$$

Із (18) та (20) слідує, що функціональний зв'язок кривин k_1 та k_2 визначається кутами повороту передніх коліс θ та кутами відведення δ_1 та δ_2 .

$$k_2 = \frac{k_1 \cos(\delta_2)}{\cos(\theta_t - \delta_1)}. \quad (21)$$

Радіус R_C та кривина k_C траєкторії руху центра ваги автомобіля:

$$R_C = \frac{ds_C}{d\varphi} = R_2 \sqrt{\cos^2 \delta_2 + \psi_C^2 \frac{\sin^2(\theta - \delta_1 + \delta_2)}{\cos^2(\theta - \delta_1)}}; \quad (22)$$

$$k_C = \frac{k_2 \cos^2(\theta - \delta_1)}{\sqrt{\cos^2 \delta_2 \cos^2(\theta - \delta_1) + \psi_C^2 \sin^2(\theta - \delta_1 + \delta_2)}}. \quad (23)$$

Залежності кривин траси (2) чи (3) та смуги (9) однозначно описують геометрію плоскої траси. Якщо переднє колесо автомобіля завжди слідуватиме посередині своєї смуги, то $k_1 = K_{Au}(l_{Au})$, де $l_{Au} = l_u + A$. Відповідно кут повороту уявного переднього колеса для слідування серединою смуги має змінюватись за законом:

$$\theta_t = \theta(l_A) = \arcsin(K_{Au} A \cos \delta_2) + \delta_1 - \delta_2, \quad (24)$$

де $l_1 = l_{Au} = \int_0^{l_1} v_1(t) dt$ – біжуча довжина

шляху переднього уявного колеса по середині смуги руху автомобіля.

Миттєвий центр обертання корпусу автомобіля $C_\omega(x_{C_\omega}; y_{C_\omega})$ у власній системі координат буде:

$$x_{C\omega} = \frac{A \operatorname{tg} \delta_2}{\operatorname{tg}(\theta - \delta_1) + \operatorname{tg} \delta_2};$$

$$y_{C\omega} = \frac{A}{\operatorname{tg}(\theta - \delta_1) + \operatorname{tg} \delta_2} \quad (25)$$

При відомих координатах центра ваги автомобіля $C_m(x_M; y_M)$, радіус його повороту при русі по криволінійній трасі:

$$R_M = \sqrt{(x_{C\omega} - x_M)^2 + (y_{C\omega} - y_M)^2} \quad (26)$$

При русі автомобіля по криволінійній трасі на нього діятимуть інерційні сили $F_\omega = mv_C^2 k_C$ від дії відцентрового прискорення $a_r = v_C^2 k_C$. Для забезпечення курсової стійкості автомобіля відцентрові прискорення не повинні перевершувати певної долі прискорення земного тяжіння. Тоді допустиме відцентрове прискорення можна встановити як $a_r = k_g g$, де k_g – коефіцієнт, що залежить від типу автомобіля та його стану, погодних умов, стану дорожнього полотна тощо. Відповідно швидкість автомобіля по трасі не повинна перевищувати максимальну на ділянках великої кривини. Прирівнявши $k_C = K_u(l_u)$ визначимо закон зміни максимально допустимої швидкості по трасі:

$$v_{\text{дон}}(l_u) = \sqrt{\frac{k_g g}{K_u(l_u)}} \quad (27)$$

При змінні напрямку руху автомобіля із однієї смуги на іншу, важливо мінімізувати час

переходу із однієї смуги на іншу за допустимого динамічного навантаження без ривків. Останнє досягається, коли функція, що описує лінію руху автомобіля при переході на іншу смугу та її перша і друга похідні, будуть гладкими функціями.

Таким вимогам в повні мірі відповідає лінія, що визначається гіперболічним тангенсом і для прямої траси має вигляд:

$$y(x) = \frac{u \cdot \tanh[\lambda(x - Q/2)] + u}{2} = \frac{u \cdot e^{\lambda(2x-Q)}}{1 + e^{\lambda(2x-Q)}} \quad (28)$$

де u – віддаль між осьовими лініями сусідніх смуг (ширина смуги); λ – параметр згладжування кривої перебудови, визначає її розтягнутість; Q – довжина ділянки упродовж якої відбувається зміна смуги руху автомобіля.

Виберемо мале поперечне переміщення ε_Q , яке суттєво не впливає на динаміку автомобіля і визначення його траєкторії, та прийнемо, що $y(0) = \varepsilon_Q$. Тоді, згідно з (28), довжина ділянки перебудови Q визначається із умови:

$$Q = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{u - \varepsilon_Q}{\varepsilon_Q} \right), \quad (29)$$

де ε_Q – параметр відхилення лінії гіперболічного тангенса від осі смуги, який є несуттєвим для зміни траєкторії руху автомобіля і який визначає початок його входження в передову смугу, $\varepsilon_Q \leq 0,01$

Вигляд лінії перебудови для різних значень параметра λ для смуг шириною $u = 3$ м на ділянці довжиною 40 м наведено на рис 2.

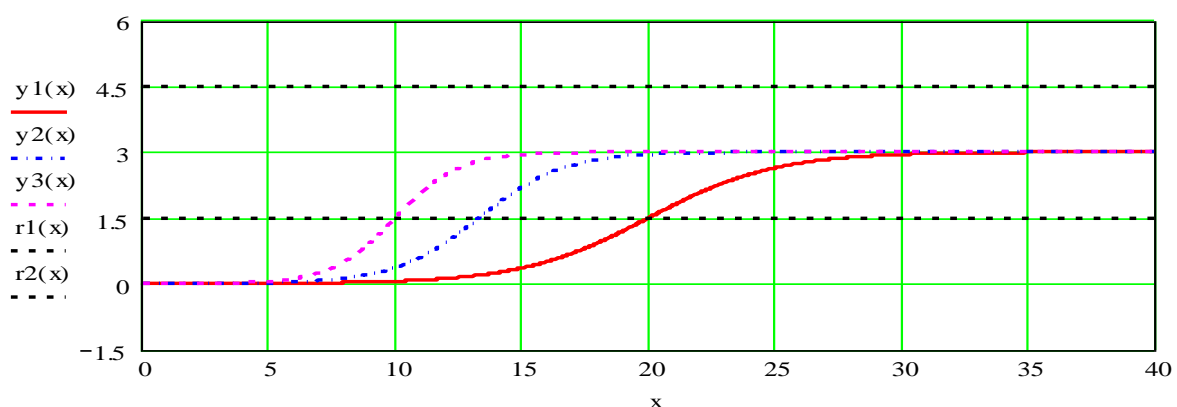


Рисунок 2 – Траєкторії перебудови автомобіля із однієї смуги на іншу для різних значень параметра згладжування траєкторії руху (y міру зростання довжини перебудови): $\lambda = 0,4 \text{ м}^{-1}$; $\lambda = 0,3 \text{ м}^{-1}$; $\lambda = 0,2 \text{ м}^{-1}$

Зміна напрямку руху при перебудові смуг визначається функцією:

$$y'(x) = dy/dx = 0,5\lambda u \operatorname{sech}^2[\lambda \cdot (x - Q/2)], \quad (30)$$

яка набуває максимального значення в т. $x = Q/2$, де дорівнює $y'(Q/2) = 0,5\lambda \cdot u$.

Довжина лінії перебудови визначається із залежності $s_Q = \int_0^Q \sqrt{1 + y_x'^2} dx$. Із врахуванням

того, що $y'(x) \ll 0$, прийmemo $s_Q = \int_0^Q (1 + y_x'^2 / 2) dx = Q + 0,5 \int_0^Q y_x'^2 dx$.

Друга похідна функції відповідає за динаміку руху автомобіля і визначається за залежністю:

$$y''(x) = d^2 y / dx^2 = -\lambda^2 u \tanh[\lambda(x - Q/2)] \operatorname{sech}^2[\lambda(x - Q/2)], \quad (31)$$

Функція (28) має два екстремуми, що дорівнюють:

$$y_{ext}'' = \pm k_\lambda \lambda^2 u, \quad (32)$$

де k_λ – коефіцієнт динаміки руху, $k_\lambda = 0,385$.

Для пологих ліній перебудови автомобіля з однієї смуги на іншу його кривина визначається за залежністю:

$$K_x = y''(x) / \sqrt{1 + y'^2} = k_K y''(x). \quad (33)$$

де k_K – коефіцієнт приведення, $k_K = 0,96$.

Відповідно, на автомобіль діятимуть інерційні сили $F_\omega = mv^2 K_x$ відцентрового прискорення $a_r = v^2 K_x$. Для забезпечення курсової стійкості автомобіля обмеження по допустимому відцентрову прискоренню при перебудові автомобіля по смугах накладає обмеження на вибір траєкторії перебудови залежно від швидкісного режиму руху. Із врахуванням (27), (32) та (33) – параметр згладжування кривої перебудови λ повинен бути не більше:

$$\lambda = \sqrt{\frac{k_g g}{k_\Sigma v^2 u}} \quad (34)$$

де $k_\Sigma = k_K k_\lambda$ – комплексний коефіцієнт впливу траєкторії руху при перебудові на динаміку автомобіля.

Якщо перебудова автомобіля із однієї смуги на іншу відбувається за траєкторією, що описується (28), то, із врахуванням (29) та (34) довжина ділянки перебудови має становити:

$$Q = v \sqrt{\frac{k_\Sigma u}{k_g g}} \ln \left(\frac{u - \varepsilon_Q}{\varepsilon_Q} \right). \quad (35)$$

У випадку, коли перебудова на іншу смугу проводиться на криволінійній ділянці траси, розрахунок впливу швидкісного режиму руху на траєкторію перебудови проводиться аналогічно із врахуванням того, що кривини траси (2) чи (3) та кривини перебудови (32) додаються, що вносить зміни в розрахунок відцентрового прискорення.

Висновки. Розроблена модель за відомими параметрами розміщення траси та законом побудови траєкторії руху автомобіля дає можливість визначити всі кінематичні та динамічні параметри його руху та встановити взаємозв'язок зміни кута повороту передніх коліс залежно від кривини траси. Важливим є встановлення допустимих режимів руху автомобіля залежно від параметрів траси та швидкісного режиму руху автомобіля, та при зміні його траєкторії, зокрема при перебудові руху із однієї смуги на іншу. Встановлено, що вибір плавних траєкторій проходження траси та її зміни дає змогу уникнути суттєвих динамічних впливів, які могли б порушити курсову стійкість. Цим вимогам в повній мірі відповідає рух автомобіля по кривих, що описуються залежністю (28). Така модель дозволяє визначити кінематичний та динамічний режим проходження трас, вибирати безпечні режими проходження траси та оцінювати параметри ділянок перебудови руху по смугах.

Рух по криволінійній траєкторії призводить до перерозподілу сил та моментів, що діятимуть на автомобіль. Вони врівноважуються реакціями на чотирьох колесах, і встановлення кінематичного та динамічного режиму руху дасть змогу надалі уточнити динаміку автомобіля в цілому, використовуючи ітераційний процес. На першій ітерації визначаються усереднені кути відведення передніх δ_1 та задніх δ_2 коліс за дією інерційної сили від відцентрового прискорення. На подальших ітераціях уточнюється перерозподіл сил на реальні колеса і від велосипедної моделі переходять до моделі чотири колісного автомобіля з уточненням кінематичного та динамічного режимів руху автомобіля.

Список літератури:

1. Макаров В.А. Моделювання руху автомобіля з врахуванням тягової сили й перерозподілу маси. *Автомобільний транспорт*. 2013, 32. С. 23-28.
2. Макаров В.А., Волохов А.С., Куплінов А.В. До питання вибору математичної моделі для дослідження курсової стійкості руху легкового автомобіля. *Міжвузівський збірник «Наукові нотатки»*. Луцьк, 2010. 28. С. 311-316.
3. Артющенко А.Д. Дослідження впливу характеристик підвіски автомобіля малого класу

на плавність ходу та її модернізація. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Харків: НТУ «ХПІ», 2013. 32 (1004). С. 21-27.

4. Zandieh A. Dynamics of a three - wheel vehicle with tadpole design [online]. / A. Zandieh // A thesis presented to the University of Waterloo in fulfilment of the thesis requirement for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering. Ontario, Canada: 2014. <https://uwspace.uwaterloo.ca/bitstream/>

5. Розвиток математичної моделі криволінійного руху двовісного автомобіля / Б. І. Кальченко [та ін.]. *Вісник Національного технічного університету. Серія: Автомобіле- та тракторобудування*. Харків: НТУ «ХПІ», 2017, 13 (1235). С. 45-50.

6. Волохов О. С. Поліпшення стійкості автомобілів категорії М1 у неусталених режимах руху: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.22.02. Львів, 2013. 22 с.

7. Sakhno V., Poliakov V., Murovanyi I., Seleznirov V., Vovk Y. Analysis of transverse stability parameters of hybrid buses with active trailers. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transprt*. 2018. 101. P.185-201.

8. Sakhno V.P., Marchuk M.M., Marchuk R.M. Study of long haul truck movement along the curvilinear trajectory while steering a carryall semi-trailer – container by braking the wheels of one axle. *INMATEN – Agricultural Engineering*. 2017. 52. P.107-113.

9. Sakhno V., Yashchenko D., Timkov O., Korpach O., Bosenko V., Lysenko O. Hybrid truck train movement maneuverability research for a combined method of managing a semi-trailer on a model. *Systemy i Srodki Transportu Samochodowego. Badania, Konstrukcja i Technologia. Wybrane zagadnienia*. 2017. 8. P.107-116.

10. Lyashuk O., Sokil M., Vovk Y., Tson O., Dzyura V. The impact of the kinematic parameters of bounce and pitch motions of sprung mass on wheeled vehicles handling. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*. 2017, 97. P 81-91.

11. Bogdan N. Nicolescu, Tiberiu Macarie Tiberiu Macarie On the Stability of the Vehicle's Cornering Motion. In book: *Proceedings of the 4th International Congress of Automotive and Transport Engineering*. 2018. P. 676-685. DOI:10.1007/978-3-319-94409-8_79

12. Мандрика В. Р., Шликова В. Г. Керуваність і стійкість руху автомобіля В-класу з системою ESP. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Харків: НТУ "ХПІ", 2013. 31(1004). С. 60-65.

13. Довжик М. Я., Калнагуз О. М., Сіренко Ю.В. Криволінійний рух чотириколісної машини з використанням супутникової навігаційної системи. *Наукові горизонти*. 2020. 7(92). С. 126–135.

14. Song M.Z., Kang, S.W., Chung S.O. Development of Path Planning Algorithm for an Autonomous Mower Tractor. 4th IFAC Conference on Modelling and Control in Agriculture, Horticulture and Post Harvest Industry August 27-30. Espoo, Finland, 2013. P. 154-158.

15. Sokil, B. Lyashuk O., Perenchuk O., Sokil M., Popovich P., Vovk Y. Dynamic effect of cushion part of wheeled vehicles on their steerability. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*. 2018 15(1). P. 4880-4892. <https://doi.org/10.15282/ijame.15.1.2018.1.0380>

16. M. Oliskevych, S. Kovalyshyn, M. Magats, V. Shevchuk, O. Sukach. The optimization of trucks fleet schedule in view of their interaction and restrictions of the european agreement of work of crews. *Transport problems*. 2020, Volume 15, Issue 2. DOI: 10.21307/tp-2020-028/.

References:

1. Makarov, V.A., & Volokhov, O.S. (2013). Modeling the movement of the car taking into account the traction force and mass redistribution. *Automobile transport*, 32, 23-28.

2. Makarov, V.A., Volokhov, A.S., & Kuplinov, A.V. (2010). On the issue of choosing a mathematical model for the study of directional stability of a passenger car. *Scientific Notes of Lutsk National Technical University*, 28, 311-316.

3. Artyushchenko, A.D. & Suyarkov, O.G. (2013). The analysis of the existing characteristics of shock absorbers cars made up the mathematical model of the process of movement by the typical pavement, investigated the possibility of raising ride. *The bulletin of the National Technical University "KhPI"*, 32(1004), 21-27.

4. Zandieh A. Dynamics of a three - wheel vehicle with tadpole design [online]. A thesis presented to the University of Waterloo in fulfilment of the thesis requirement for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering. Ontario, Canada: 2014. <https://uwspace.uwaterloo.ca/bitstream/>

5. Redchits, V.V. & at. (2017). Development the mathematical models of curvilinear motion by a two-axle vehicle. *The bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Automobile and tractor construction*, 13(1235), 45-50.

6. Volokhov, O.S. (2013). Stability improving of M1 category motor cars in unsteady driving conditions. The thesis for the candidate of technical sciences degree, specialty 05.22.02 - Automobiles and tractors. Lviv Polytechnic National University, Lviv, 2013, 22.

7. Sakhno, V., & al. (2018). Analysis of transverse stability parameters of hybrid buses with active trailers. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transprt*, 101, 185-201.
8. Sakhno, V.P., Marchuk, M.M., & Marchuk, R.M. (2017). Study of long haul truck movement along the curvilinear trajectory while steering a carryall semi-trailer – container by braking the wheels of one axle. *INMATEN – Agricultural Engineering*, 52, 107-113.
9. Sakhno, V., & al. (2017). Hybrid trucktrain movement maneuverability research for a combined method of managing a semi-trailer on a model. *Systemy i Srodki Transportu Samochodowego. Badania, Konstrukcja i Technologia*, 8, 107-116.
10. Lyashuk, O. & al. (2017). The impact of the kinematic parameters of bounce and pitch motions of sprung mass on wheeled vehicles handling. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 97, 81-91.
11. Bogdan N. Nicolescu & Tiberiu Macarie (2018). Tiberiu Macarie On the Stability of the Vehicle's Cornering Motion. *Proceedings of the 4th International Congress of Automotive and Transport Engineering*, 2018, 676-685. DOI:10.1007/978-3-319-94409-8_79
12. Mandrika, V. R. & Shlykova V. G. (2013). Controllability and stability of the B-class car with the ESP system. *The bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Transport engineering*, 31(1004), 60–65.
13. Dovzhik, M., Kalnaguz, A. & Sirenko, Yu. (2020). Curvilinear movement of a four-wheel machine using a satellite navigation system. *Scientific Horizons*, 07(92), 126–135. doi: 10.33249/2663-2144-2020-92-7-126-135.
14. Song, M.Z., Kang, S.W., & Chung, S.O. (2013). Development of Path Planning Algorithm for an Autonomous Mower Tractor. *4th IFAC Conference on Modelling and Control in Agriculture, Horticulture and Post Harvest Industry August 27-30. Espoo, Finland, 2013. P. 154-158.*
15. Sokil, B. & al. (2018). Dynamic effect of cushion part of wheeled vehicles on their steerability. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*, 15(1), 4880-4892. <https://doi.org/10.15282/ijame.15.1.2018.1.0380>
16. M. Oliskevych, S. Kovalyshyn, M. Magats, V. Shevchuk, O. Sukach. The optimization of trucks fleet schedule in view of their interaction and restrictions of the European agreement of work of crews. *Transport problems*. 2020, Volume 15, Issue 2. DOI: 10.21307/tp-2020-028/.

© Р.М. Рогатинський, О.Л. Ляшук, І.Б. Гевко,
Р.В. Хорошун, В.В. Шевчук, 2023.
Науково-методична стаття.
Надійшла до редакції 05.10.2023.
Прийнято до публікації 01.12.2023.