

УДК 621.391

МЕТОД ОЦІНКИ ДОПЛЕРІВСЬКОГО ФАКТОРУ ШИРОКОСМУГОВОГО СИГНАЛУ В УМОВАХ ДІЇ МУЛЬТИПЛІКАТИВНОЇ ЗАВАДИ З НЕВІДОМИМ РОЗПОДІЛОМ ЙМОВІРНОСТІ

Павло Костенко¹, Микита Альонкін¹, Валерій Слободянюк¹,
Михайло Ровецький¹, Іван Ровецький^{*2}

¹Кафедра радіотехнічних систем навігації та посадки літаків,
Харківський національний університет Повітряних сил імені Івана Кожедуба
вул. Сумська 77/79, 61023 Харків, Україна

²Кафедра інформаційних технологій та систем електронних комунікацій,
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,
вул. Клепарівська 35, 79007, Львів, Україна

Костенко, П., та ін. (2025). Метод оцінки доплерівського фактору широкосмугового сигналу в умовах дії мультиплікативної завади з невідомим розподілом ймовірності. *Електроніка та інформаційні технології*, 29, 111-122. <https://doi.org/10.30970/eli.29.10>

АНОТАЦІЯ

Вступ. На даний час актуальною є проблема забезпечення стійкості інформаційно-вимірювальних систем під час приймання та обробки сигналів в умовах мультиплікативних випадкових спотворень (шумів). На практиці шуми зустрічаються під час поширення сигналу по каналах зв'язку, відбиття від складних об'єктів, в умовах дії засобів радіоелектронної боротьби (РЕБ). Оцінки параметрів імпульсного сигналу мають незадовільну точність коли відсутня інформація про ймовірність розподілу такого шуму. Тому у статті запропоновано непараметричний метод оцінки доплерівського фактору відбитого сигналу в умовах відсутності апіорної інформації про закон розподілу густини ймовірності мультиплікативної завади та вивчено властивості непараметричних оцінок затримки сигналу.

Матеріали та методи. Якість оцінки доплерівської частоти досліджено шляхом статистичного моделювання PSK-сигналу та алгоритму мінімізації цільової функції (МЦФ). Доплерівську частоту сигналу (ДЧС) оцінено методом МЦФ за допомогою SG-статистики спостереження. Порівняльний аналіз оцінок ДЧС виконано запропонованим непараметричним методом та методом максимальної правдоподібності для різних параметрів перешкод.

Результати. У роботі показано, що цільові функції, отримані для мультиплікативної інтерференції з гаусівським і логістичним розподілами, мають чіткі екстремуми, що виключає можливість неоднозначної оцінки ДЧС. Гістограми розподілу оцінок ДЧС запропонованим методом показують, що, незалежно від розглянутих закономірностей розподілу густини ймовірності мультиплікативних завад, оцінки зосереджені в околі фактичного значення ДЧС. Розподіл оцінок за методом максимальної правдоподібності не має чіткого екстремуму в досліджуваному інтервалі частот. Результати моделювання показали, що в умовах спотворення сигналу мультиплікативними перешкодами, похибка оцінки ДЧС, яка отримана шляхом максимізації взаємної кореляційної функції спостереження та очікуваного сигналу, значно більша, ніж при використанні цільової функції на основі SG-статистики.

Висновки. Визначені параметри SG-статистики дають можливість отримати якісну оцінку доплерівської частоти сигналу, не залежну від закону розподілу густини ймовірності мультиплікативних завад, що свідчить про ефективність запропонованого методу.

Ключові слова: BPSK-сигнал; мультиплікативна завади; SG-статистика; цільова функція; точність; оцінка.



Вступ

Забезпечення стійкості функціонування інформаційно-вимірювальних систем при прийманні та обробці сигналів на її вході, може супроводжуватися мультиплікативними випадковими спотвореннями (шумами або завадами) є актуальною проблемою. В цьому випадку оцінки параметрів імпульсного сигналу в багатьох випадках мають незадовільну точність, коли відсутня інформація про імовірність розподілу такого шуму. Це спонукає до пошуків алгоритмів обробки сигналів стійких до мультиплікативних спотворень з апіорною невизначеністю їх розподілу. На практиці такого роду завади зустрічаються під час поширення сигналу по каналах зв'язку, відбиття від складних об'єктів, в умовах дії засобів радіоелектронної боротьби (РЕБ) і тощо.

Як правило, при синтезі алгоритмів оцінки параметрів сигналів, зазвичай задають модель завади у вигляді випадкового процесу з відомим розподілом імовірностей. Однак на практиці з ряду причин апіорна інформація про розподіл завади може бути заздалегідь відсутня. В більшості випадків такі задачі вирішують у припущенні, що завади мають гаусівський розподіл і впливають на сигнал або адитивно або мультиплікативно. Відомим класичним методом оптимальної оцінки параметрів сигналу в умовах дії адитивної гаусівської завади являє собою методом максимальної правдоподібності (МП), достатньою статистикою якого є взаємнокореляційна функція (ВКФ) між спостереженням та моделлю сигналу з очікуваними параметрами [1-2]. В той же час відмінність розподілу та виду завад від гаусівських може призводити до зменшення ефективності оцінки параметрів сигналів, а в деяких випадках неможливість їх оцінювання з відповідною точністю.

В роботах [3-7] розглядалися задачі непараметричного виявлення та оцінки параметрів хаотичних і регулярних сигналів на фоні білого шуму з невідомою імовірністю його розподілу. Для вирішення цих задач було запропоновано використовувати непараметричну BDS-статистику перевагою якої є незалежність від закону розподілу спостереження. Єдиною вимогою до шуму є незалежність його відліків та однаковий їх розподіл (Independent and Identically Distributed). Ця статистика знайшла застосування при вирішенні задач перевірки гіпотез на приналежність процесу з властивостями I.I.D. Однак питання щодо оцінки параметрів сигналу в умовах дії мультиплікативних завад з означеними властивостями не розглядалось.

Відомий інший підхід до аналізу процесів «часових рядів», який заснований на визначенні залежності між кінцевим числом його елементів. Цей підхід до аналізу часових рядів розглянутий в роботі [8], де також водиться непараметрична SG-статистика, яка визначає індекс передбачуваності часового ряду. Можна вважати цю статистику узагальненням BDS-статистики на випадок статистичної залежності елементів часового ряду.

Метою даної роботи є дослідження методу оцінки доплерівського фактору в умовах апіорної невизначеності про розподіл ймовірності мультиплікативної завади в спостереженні сигналу з використанням непараметричної SG-статистики у якості цільової функції (ЦФ).

Припустимо, що спостерігається сигнал $s_{np}(t)$, відбитий від об'єкта та спотворений мультиплікативною завадою $\xi(t)$. Тоді модель спостереження сигналу $u(t)$ представимо у наступному вигляді:

$$u(t) = \xi(t)s_{np}(t). \quad (1)$$

де $\xi(t)$ – випадковий процес, що обумовлює, відповідно мультиплікативну заваду в спостереженні сигналу $u(t)$.

Будь-яка апіорна інформація про розподіл імовірності $\xi(t)$ відсутня. Додатково зробимо лише припущення, що завада $\xi(t)$ – це процес IID тобто з незалежними та однаково розподіленими випадковими величинами («білий» шум).

В якості моделі сигналу, що випромінюється, $-s(t)$, – використовується сигнал із бінарною кодовою маніпуляцією його фази (BPSK-сигнал), який може бути представлений наступним виразом [6]:

$$s(t) = A_0 \sum_{k=1}^K p_k \text{rect}[t - (k-1)T] \cos[2\pi f_0 t + \phi_0] = U(t, K, T) \cos[2\pi f_0 t + \phi_0], \quad (2)$$

де $p_k = \exp[j\pi\phi_m(k)]$ – елементи кодової псевдовипадкової послідовності (ПВП), які приймають значення +1 або -1 і визначають код маніпуляції фази

$$U(t, K, T) = A_0 \sum_{k=1}^K p_k \text{rect}[t - (k-1)T],$$

тобто обвідної сигналу. Функція $\text{rect}(x) = 1$, якщо $|x| \leq 0,5T$ та $\text{rect}(x) = 0$, якщо $|x| > 0,5T$. Тут K – число символів послідовності, що кодується (довжина коду), A_0 , f_0 , ϕ_0 , – амплітуда, «несуча» частота й початкова фаза несучого коливання відповідно, $g(t) = 0$ для $\forall t \in [0, T]$ – парціальний (формулюючий) імпульс тривалістю T ; k – поточний номер символу кодової послідовності, поточний набір фази $\phi_m(k)$, пов'язаний з k -м кодовим символом із загального їхнього числа K .

Після відбиття від цілі, що рухається без прискорення, радіоімпульс $s(t)$ у приймальному пристрої (без урахування згасання й шуму спостереження) буде мати вигляд $s_{\text{пр}}(t) = s(t - \tau_c(t))$, у якому затримка $\tau_c(t) = 2R_{rc}(t)/(c \pm v_{rc})$ є функцією радіальної дальності $R_{rc}(t)$, обумовленої рівністю $R_{rc}(t) = R_0 \pm v_{rc}t$. Знаки плюс (+) і мінус (-) використовуються для характеристики радіальної швидкості v_{rc} відповідно при наближенні й віддаленні цілі, c – швидкість поширення радіохвиль, R_0 початкова дальність від випромінювача до цілі в момент $t = 0$, а $2R_0/(c \pm v_{rc}) = \tau_c$ – дійсна (фактична) затримка сигналу $s(t)$ на шляху до цілі й зворотному напрямку. З урахуванням зроблених зауважень, вираз для прийнятого радіоімпульсу можна представити у вигляді [5, 6]:

$$s_{\text{пр}}(t) = \sqrt{\beta_{\text{пр}}} s[\beta_{\text{пр}}(t - \tau_c)], \quad (3)$$

у якому $\beta_{\text{пр}} = (1 - v_{rc}/c)/(1 + v_{rc}/c)$ – часовий масштабний коефіцієнт (доплерівський фактор прийнятого сигналу) стиснення або розтягу ($\pm$) випромінюваного сигналу. Доплерівський фактор призводить до зміни $\Delta T_c = 2v_{rc}T_c/c = K\Delta T$ тривалості випромінюваного сигналу та парціальних імпульсів $\Delta T = 2v_{rc}T/c$.

Прийнятий сигнал $s_{\text{пр}}(t)$ без урахування згасання й при зроблених припущеннях у комплексному представленні аналітичним сигналом можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{\text{пр}}(t, \tau_c, f_{\text{ДС}}) = & A_0 \exp\{j[2\pi f_0 \beta_{\text{пр}} f_{\text{ДС}}(t - \tau_c) + \phi_0]\} \times \\ & \times \sum_{k=1}^K g\{\beta_{\text{пр}} f_{\text{пр}}[t - \tau_c - (k-1)T]\} \exp[j\phi_m(k)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут $\beta_{\text{пр}}(f_{\text{дс}}) = (f_0 \pm f_{\text{дс}})/f_0$ – коефіцієнт стиснення/розтягу ($\pm$) прийнятого сигналу.

Отже, мета роботи може бути сформульована так: по кінцевій вибірці спостереження потрібно отримати оцінку частоти Доплера $f_{\text{дс}}$, обумовленої доплерівським фактором в умовах апіорної невизначеності про імовірність розподілу мультиплікативної завади.

МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Для вирішення поставленої задачі розглянемо непараметричну статистику, яка була запропонована Робертом Савітом та Метью Гріном (Robert Savit and Matthew Green) [7] для аналізу часових рядів у вигляді індексу передбачуваності. Розрахунок цього індексу використовує кореляційні інтеграли Грассбергера-Прокаччіа, як і непараметричний BDS-тест [9,10] розроблений для перевірки нульової гіпотези про те, що часовий ряд задовольняє умові IID. На відміну від BDS-тесту індекс передбачуваності SG, дозволяє виявляти можливу залежність між елементами часових рядів, розрізняти певні види шуму та певні широкосмугові детерміновані процеси.

Ця непараметрична статистика, яку далі будемо позначати SG-статистика, базується на побудові умовних ймовірностей повторення коротких послідовних патернів значень у часовому ряді та дозволяє кількісно визначити, наскільки елемент часового ряду є функцією попередніх елементів, тобто може бути передбачуваним. Умовні ймовірності можуть бути визначені через кореляційний інтеграл і містять інформацію з усього ряду.

На підставі SG-статистики далі буде розроблений непараметричний метод оцінки доплерівського фактору імпульсного сигналу

В теорії хаосу, кореляційним інтегралом і його емпіричним аналогом називається усереднена ймовірність того, що стани системи у два різні моменти часу виявляться близькими [8,9].

Кореляційний інтеграл корисний при оцінці рівня шуму в системі, дозволяє відрізняти хаотичні системи від не хаотичних, оцінювати ентропію, вивчати фрактальні структури й характеристики детермінованих часових рядів.

Узагальнений кореляційний інтеграл порядку q для X за умови, що X – безперервна, можливо векторно-значна, випадкова величина з функцією густини ймовірності $f_X(x)$, визначається як:

$$C_q(X, \varepsilon) = \left\{ \int \left[\int I_{(\|x-x'\| \leq \varepsilon)} f_X(x') dx' \right]^{q-1} f_X(x) dx \right\}^{\frac{1}{q-1}},$$

де $I_{(\cdot)}$ позначає індикаторну функцію Хевісайда, що приймає значення 0 і 1, символ $\|\cdot\|$ позначає верхню норму $\|x\| = \sup_{i=1..\dim x} |x_i|$, а параметр ε відіграє роль «смуги» пропускання припустимих випадкових величин.

Оцінити кореляційний інтеграл для векторів (точок) x_i^m , отриманих зануренням часового ряду $x_1, \dots, x_N$ у фазовий простір розмірності m , можна його емпіричним аналогом, який називається узагальненою кореляційною сумою:

$$C_{q,m}(\varepsilon) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I(\varepsilon - \|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\|) \right]^{q-1} \right\}^{\frac{1}{q-1}}. \quad (5)$$

Алгоритм розрахунків кореляційної суми при $q = 2$ був запропонований в 1983 р. П. Грассбергером і І. Прокаччіа (Grassberger & Procaccia) і з тих пір є найбільш популярним [11].

Кореляційна сума визначає частоту влучання довільної пари точок псевдофазового простору в гіперсферу радіуса ε :

$$C_{m,N}(\varepsilon) = \frac{2}{(N-m+1)(N-m)} \times \sum_{s=m}^N \sum_{t=s+1}^N \prod_{j=0}^{m-1} I_{\varepsilon}(\mathbf{x}_{s-j}^m, \mathbf{x}_{t-j}^m), \quad (6)$$

$$I_{\varepsilon}(\mathbf{x}_i^m, \mathbf{x}_j^m) = \begin{cases} 1, & \|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\| \leq \varepsilon \\ 0, & \|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\| > \varepsilon \end{cases},$$

у якому $I_{\varepsilon}(\mathbf{x}_i^m, \mathbf{x}_j^m)$ – функція Хевісайда безлічі пар точок $\mathbf{x}_n^m = (x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m})$ та $\mathbf{x}_t^m = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+m})$, що покриваються гіперсферою радіусом ε для всіх пар значень i та j , де $0 \leq i \leq N$ й $0 \leq j \leq N$; m – розмірність псевдофазового простору, в який занурений часовий ряд $\{x_i\}_{i=1}^N$; де N – число елементів часового ряду.

Значення часового ряду наближаються до певної межі у міру зменшення ε . Рекомендовано вибирати ε таким, щоб $\varepsilon = 0,5\sigma \div 2\sigma$, де σ – середньоквадратичне відхилення часового ряду $\{x_i\}_{i=1}^N$.

Кореляційний інтеграл і його емпіричний аналог кореляційна сума – це усереднена ймовірність того, що стани системи у різні моменти часу будуть близькими один до одного. Для обчислення $C_{m,N}(\mathbf{x}^m, \varepsilon)$ ($m > 1$) потрібно реалізувати «вкладення» часового ряду x в m -мірний псевдофазовий простір. Згідно з теоремою Такенса (Takens), елементами такого ряду є точки $\mathbf{x}_i^m = (x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m})$ з координатами $\{x_{i+k}\}_{k=1}^m$ заданими m послідовними значеннями вихідного часового ряду. Множина точок $\mathbf{x}_i^m$ є образом часового ряду. Зауважимо, що якщо процес IID, то $C_m(\varepsilon) \cong C_1^m(\varepsilon)$.

Якщо позначити h_m випадок:

$$\|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\| \leq \varepsilon,$$

то $C_m(\varepsilon) = P(h_m(\varepsilon), \dots, h_1(\varepsilon))$ – сумісна імовірність таких випадків.

Згідно з теоремою Байєса:

$$C_m = P(h_m, \dots, h_1) = P(h_m | h_{p-1}, \dots, h_1) \times P(h_{m-1}, \dots, h_1) = P(h_m | h_{m-1}, \dots, h_1) C_{m-1},$$

тоді

$$C_m = P[h_m(\varepsilon), \dots, h_1(\varepsilon)],$$

і, відповідно,

$$C_2 = P(h_1|h_2)C_1.$$

Якщо відліки $x(t)$ є імовірнісним процесом IID (незалежні тотожно розподілені змінні), то

$$P(h_1|h_2) = P(h_2) = P(h_1), \quad P(h_1) = C_1.$$

За тією самою логікою можна визначити відповідний індикатор δ_m ступеню додаткової залежності $x(i)$ від $x(i-m)$, яка може захопити явну залежність m -го кроку в послідовності з фазового p -мірного простору :

$$\delta_m^p = 1 - \left(\frac{C_m}{C_{m-1}}\right)^{p-m} \frac{C_m}{C_p}.$$

При $p = m + 1$

$$\delta_m = \delta_m^{m+1} = 1 - \frac{C_m^2}{C_{m-1}C_{m+1}}.$$

Легко довести наступне загальне відношення між δ_m^p і δ_m

$$\delta_m^p = 1 - \prod_{v=m}^{p-1} (1 - \delta_v)^{p-v}. \quad (7)$$

Розрахунок SG виконується шляхом визначення індексу $\delta_1(\varepsilon)$ на множині значень ε :

$$\delta_1(\varepsilon) \cong \frac{C_2(\varepsilon) - C_1^2(\varepsilon)}{C_2(\varepsilon)} = 1 - \frac{C_1^2(\varepsilon)}{C_2(\varepsilon)}. \quad (8)$$

Для $m > 2$ індекс $\delta_m(\varepsilon)$ визначається як:

$$\delta_m = \delta_m^{m+1} = 1 - \frac{C_m^2}{C_{m-1}C_{m+1}}. \quad (9)$$

Індекс передбачуваності (SG-статистика) розраховується відповідно до виразу:

$$SG = \frac{C_1}{\prod_{j=1}^J (1 - \delta_j)}, \quad (10)$$

та показує наскільки значення дискретної послідовності є передбачуваними, враховуючи значення попередніх елементів цієї послідовності.

При вирішенні задачі оцінки частоти доплерівського фактору f_{dc} сигналу будемо спиратися на цільову функцію (ЦФ) $SG[\mathbf{r}(\tau_c, f_d)]$, яка описує залежність SG-статистики нев'язок при відомій τ_c :

$$\mathbf{r}(\tau_c, f_d) = \{r_i(\tau_c, f_d)\}_{i=1}^N,$$

де

$$r_i(\tau_c, f_d) = \xi_i s_{i\text{пр}}(\tau_c, f_{\text{дс}}) - s_{i\text{оч}}(\tau_c, f_d). \quad (11)$$

Для оцінки частоти індекс передбачуваності SG нев'язки розраховується в апіорному інтервалі її можливих значень.

Мінімум ЦФ $SG[\mathbf{r}(\tau_c, f_d)]$ приймається за оцінку параметра $f_{\text{дс}}$:

$$\hat{f}_\partial = \min_{f_d} SG[\mathbf{r}(\tau_c, f_d)]. \quad (12)$$

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ОБГОВОРЕННЯ

Для дослідження якості оцінки частоти Доплера імпульсного сигналу в умовах дії мультиплікативної завади, виконано статистичне моделювання сигналу та завад. Окремо розглянуто випадки коли мультиплікативна завада в спостереженні має гаусівський та логістичний розподіли з параметром масштабу σ_ξ , що визначає їхнє середньоквадратичне відхилення (СКВ).

Досліджувалась залежність ЦФ від радіуса покриття $\varepsilon = \delta_\varepsilon \cdot \sigma_u$ (δ_ε приймає дійсні значення). Далі для зручності аналізу результатів моделювання замість радіуса покриття ε використовується коефіцієнт $\delta_\varepsilon = \varepsilon / \sigma_u$ який пропорційний ε . Також досліджувався вплив на ЦФ розміру вкладення часового ряду $m = 1..8$. Експериментальним шляхом було визначено, що ЦФ має більшу чутливість до оцінюваної частоти $f_{\text{дс}}$ при значеннях параметрів $m = 4$ та $\delta_\varepsilon = 0,5$. Відповідні ЦФ до визначених розподілів показані для на рис. 1. В обох випадках (рис. 1 а, б) спостерігається мінімум SG-індексу в околицях фактичного значення очікуваної частоти Доплера. Легко помітити, що зображення ЦФ не залежать від імовірності розподілу мультиплікативної завади, мають виразні екстремуми і виключають можливість неоднозначної оцінки частоти.

Результати дослідження розподілу оцінок частоти Доплера показані на рис. 2 для 500 реалізацій мультиплікативної завади з фіксованого параметру масштабу $\sigma_\xi^2 = 1$. Для зручності аналізу впливу зазначених мультиплікативних завад, на якість оцінки частоти Доплера проводився при рівності дисперсій завад $\sigma_N^2 = \sigma_L^2$ (гаусівський та логістичний розподіли відповідно), які розраховуються з використанням відповідних коефіцієнтів масштабу: $\sigma_N^2 = \sigma^2$ та $\sigma_L^2 = \pi^2 g^2 / 3$. Порівняємо якість SG-оцінок $\hat{f}_{\text{дс}}$ при параметрах $m = 4$ та $\delta_\varepsilon = 0,5$ з оцінками, отриманими з використанням кореляційної обробки (КО). Кореляційна обробка визначається як взаємнокореляційною функцією (ВКФ) між спостереженням і моделлю очікуваного сигналу. Виходячи з аналізу гістограм, наведених на рис. 2 (а, б), впливає що оцінки $\hat{f}_{\text{дс}}$, отримані з використанням ВКФ, відносно її фактичного значення мають суттєво більший розкид, ніж оцінки отримані з використанням SG-статистики. Для ЦФ $SG[\mathbf{r}(f_d)]$ є характерною невелика флуктуація відносно її фактичного значення. Легко помітити, що розкид оцінок частоти Доплера $\hat{f}_{\text{дс}}$ не залежить від законів розподілу мультиплікативної завади, які досліджуються в роботі.

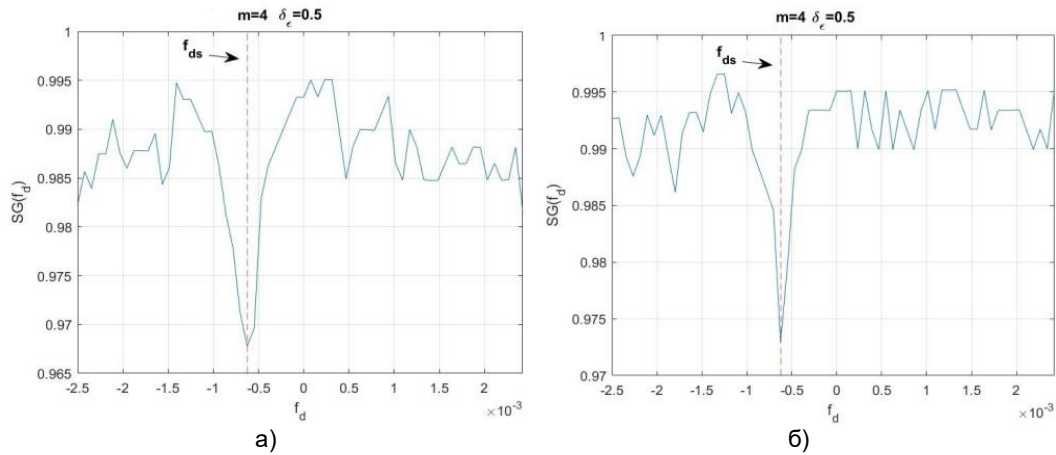


Рис. 1. Реалізації залежностей ЦФ $SG[r(f_d)]$ від очікуваної частоти Доплера f_{ds} в умовах дії мультиплікативної завади з: а) гаусівським розподілом; б) логістичним розподілом.

Fig. 1. Implementation of the dependences of the CF $SG[r(f_d)]$ on the expected Doppler frequency f_{ds} under conditions of multiplicative noise: a) by the Gaussian distribution; b) by the logistic distribution.

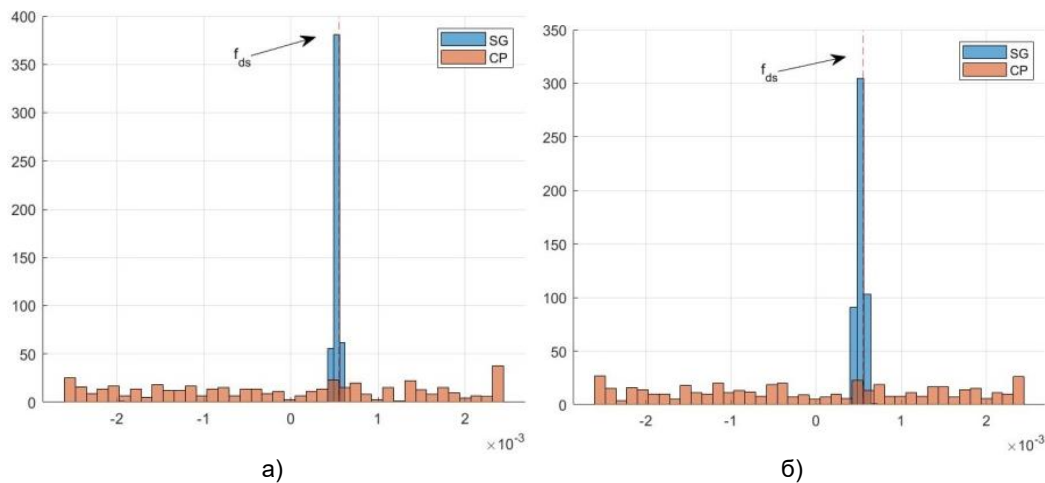


Рис. 2. Гістограми розподілу оцінок частоти Доплера f_{ds} у випадку мультиплікативної завади з: а) гаусівським розподілом; б) логістичним розподілом.

Fig. 2. The histograms of Doppler frequency estimation with multiplicative noise: a) with Gaussian distribution; b) with logistic distribution.

На рис. 3 (а, б) представлені похибки MSE_{f_d} оцінки частоти Доплера при зміні значення мультиплікативної завади σ_{ξ}^2 .

За результатами статистичного моделювання було встановлено, що найкращу якість оцінки частоти Доплера, за розрахунками залежностей $MSE_{f_d}(\sigma_{\xi}^2)$, при спотвореннях сигналу мультиплікативною завадою були отримані з використанням ЦФ з параметрами $m = 4$ та $\delta_{\epsilon} = 0,5$. Для зручності аналізу ці залежності представлені на рис. 3а та 3б, як для гаусівського, так і логістичного розподілу завади.

З наведених залежностей випливає, що чисельні значення похибки $MSE_{f_d}(\sigma_\xi^2)$ оцінки частоти Доплера, слабо залежать від закону розподілу обраних для аналізу мультиплікативних завад. Легко помітити, що похибка оцінки того самого параметру, яка отримана шляхом максимізації ВКФ [1], значно більша та має незначні флуктуації на інтервалі зміни інтенсивності мультиплікативної завади. Якість оцінки частоти Доплера, отриманої за алгоритмом максимізації ВКФ, в цьому випадку, є незадовільною.

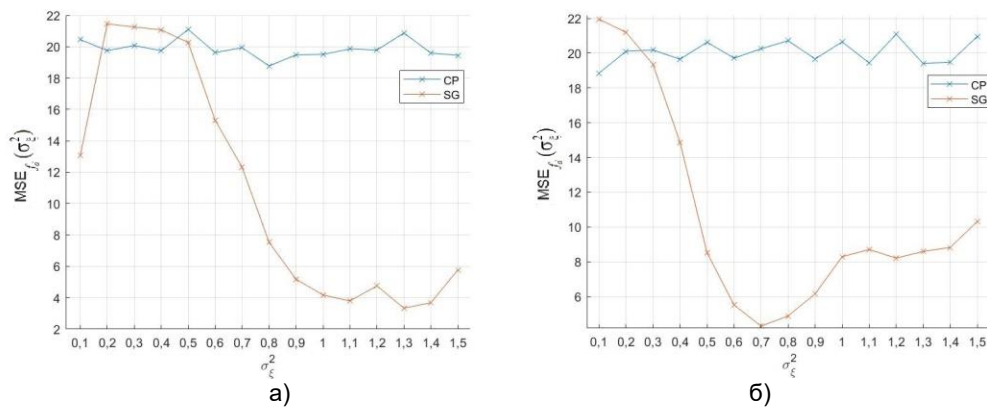


Рис. 3. Залежність похибки $MSE_{f_d}(\sigma_\xi^2)$ оцінки частоти Доплера при різних значеннях параметру масштабу σ_ξ^2 мультиплікативної завади з: а) гаусівським розподілом; б) логістичним розподілом.

Fig. 3. Dependence's MSE on Doppler frequency at different values of the multiplicative noise scale parameter: a) Gaussian distribution; b) logistic distribution.

В околиці малих значень σ_ξ^2 , похибка $MSE_{f_d}(\sigma_\xi^2)$ приймає максимальне значення, що відповідає зменшенню рівня сигналу в спостереження.

Оцінки частоти, отримані з використанням ЦФ $SG[r(f_d)]$, мають тенденцію до зменшення значення $MSE_{f_d}(\sigma_\xi^2)$ при збільшенні дисперсії σ_ξ^2 завади для обох досліджених розподілів. Така поведінка специфічна для мультиплікативної завади. Згодом при подальшому збільшенні інтенсивності завади похибки починають збільшуватись.

Наведені залежності демонструють наявність підінтервалів зміни інтенсивності σ_ξ^2 мультиплікативної завади в межах яких можливо використання ЦФ для оцінки частоти Доплера сигналу.

ВИСНОВКИ

Застосування SG-статистики й запропонованої на її основі цільової функції дозволяє визначати частоту Доплера імпульсного сигналу в умовах дії мультиплікативної завади. Статистичне моделювання алгоритму, що реалізує чисельну мінімізацію запропонованої цільової функції для декількох розподілів густини імовірності мультиплікативної завади, показало, що емпірична якість оцінки частоти Доплера не критично залежать від розподілу завад. Емпірично

визначені параметри ЦФ дозволяють забезпечувати прийнятну якість оцінки частоти сигналу.

Проведене дослідження дає підставу говорити про ефективність використання непараметричної SG-статистики для оцінки частоти Доплера сигналу, в той час, як використання максимізації ВКФ при оцінці частоти Доплера практично не дозволяє якісно оцінити частоту сигналу в умовах впливу мультиплікативної завади.

ДОТРИМАННЯ ЕТИЧНИХ СТАНДАРТИВ

Автори заявляють, що дане дослідження було здійснене за відсутності будь-яких конфліктів інтересів.

АВТОРСЬКИЙ ВНЕСОК

Загальна концептуалізація [К.П., М.А., В.С.]; дослідження [К.П., М.А., В.С., М.Р., І.Р.]; написання кінцевої версії статті та редагування [К.П., М.А., В.С., М.Р., І.Р.]; підготовка графічного матеріалу [К.П., М.А., В.С., М.Р., І.Р.].

Усі автори ознайомилися та погодилися з опублікованою версією статті.

ДЖЕРЕЛА

- [1] П. Ю. Костенко, С. Я. Фалькович (2021). Основи статистичної теорії інформаційно-вимірювальних радіотехнічних систем: підручник. *Харків: ХНУПС*
- [2] E.S. Fytasov, V.V. Parkhachov, V.A. Odnosevtsev, (2018). On the issue of super-Rayleigh resolution of signals in azimuth in all-round radar systems. *Radio engineering and telecommunication systems*, No. 3(31), pp. 33-38. (in Russian)
- [3] P.Yu. Kostenko, K.S. Vasiuta, V.V. Slobodianiuk, and Yakovenko, D.S. (2010) The use of surrogate signals to improve the quality of estimation of the parameters of regular and chaotic signals observed against the background of additive noise. *Control, navigation and communication systems*, No. 4(16), pp. 28-32. (in Russian)
- [4] P.Yu. Kostenko, K.S. Vasiuta, A.N. Barsukov, and S.N. Symonenko, (2009), Detection of a chaotic process distorted by white noise using BDS statistics. *News of higher educational institutions. Radioelectronics*, No. 11(52), pp. 41-51. (in Russian) <https://doi.org/10.20535/S002134700911003X>.
- [5] П. Ю. Костенко, В. В. Слободянюк, Г. Ю. Дукін (2022). Порівняльний аналіз роздільної здатності непараметричного BDS-критерію та критерію максимальної правдоподібності оцінювання затримки й доплерівського зсуву частоти імпульсного сигналу. *Вісті вищих навчальних закладів. Радіоелектроніка*, No. 10, pp. 605-621 <https://doi.org/10.20535/S0021347022120081>.
- [6] В. В. Слободянюк (2022). Непараметричний метод оцінки частоти Доплера широкопasmового сигналу, спотвореного адитивним шумом з невідомою щільністю розподілу імовірностей. *Системи обробки інформації*, No. 4(171), pp. 62-75 <https://doi.org/10.30748/soi.2022.171.07>.
- [7] В. В. Слободянюк (2023). Метод підвищення роздільної здатності широкопasmових сигналів по частоті Доплера на фоні адитивного шуму з невідомою щільністю розподілу імовірностей. *Системи обробки інформації*, No. 1(171), pp. 83-91 <https://doi.org/10.30748/soi.2023.172.10>.

- [8] R. Savit, M. Green (1991). Time series and dependent variables. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Volume 50, Issue 1, Pages 95-116, ISSN 0167-2789, [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(91\)90083-L](https://doi.org/10.1016/0167-2789(91)90083-L).
 - [9] Dechert W. (2005). The correlation integral and the independence of stochastic processes. *Social Systems Research Institute. University of Wisconsin*, P. 1-18.
 - [10] W. Broock, J. Scheinkman, W. Dechert, and B. LeBaron (1996) A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, No. 3(15), pp. 197-235. <https://doi.org/10.1080/07474939608800353>.
 - [11] Grassberger P., Procaccia I. (1983). Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett*, 50, 346–349. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.50.346>
-

METHOD FOR ESTIMATING THE DOPPLER FACTOR OF A BROADBAND SIGNAL UNDER CONDITIONS OF MULTIPLICATIVE INTERFERENCE WITH UNKNOWN PROBABILITY DISTRIBUTION

**Pavlo Kostenko¹, Mykyta Alonkyn¹, Valeriy Slobodyanuk¹,
Mykhailo Rovetskii¹, Ivan Rovetskii²**

¹Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University (KNAFU)
77/79 Sum'ska St., UA – 61023 Kharkiv, Ukraine

²Lviv State University of Life Safety,
35 Klepariv'ska St. UA-79007, Lviv, Ukraine

Background. The paper presented a method for estimating the Doppler factor of a received broadband pulse signal distorted by multiplicative interference with an a priori uncertain probability distribution. This paper was considered a case where the multiplicative interference in the observation has a Gaussian distribution. Special attention is paid to the logistic distribution of interference, which is characterized by "heavier tails" of the probability density distribution.

Materials and Methods. The Doppler frequency of the signal is estimated by minimizing the objective function using the SG statistics of the observation. There was an investigated estimation quality of Doppler frequency by statistical modeling of the PSK signal, interference, and the objective function minimization algorithm. There was completed a comparative analysis of estimations of the signal's Doppler frequency obtained by the proposed nonparametric method and the maximum likelihood method for different interference parameters.

Results and Discussion. It was shown that the objective functions obtained for multiplicative interference with Gaussian and logistic distributions have clear extrema, which eliminates the possibility of ambiguous estimation of the signal's Doppler frequency. Histograms of the distribution of the signal's Doppler frequency estimates by the proposed method show that, regardless of the considered laws of the probability density distribution of multiplicative interference, the estimates are concentrated in the vicinity of the actual value of the signal's Doppler frequency. The distribution of estimates using the maximum likelihood method doesn't have a clear extremum in the researched frequency interval. The modeling results showed that in conditions of signal distortion by multiplicative interference, the error in estimating the signal's Doppler frequency, which is obtained by maximizing the cross-correlation function of the observation and the expected signal, is significantly greater than when using the objective function based on SG statistics.

Conclusion. The defined parameters of SG statistics allow obtaining a qualitative estimate of the signal's Doppler frequency, independent of the law's probability density distribution of multiplicative interference, which indicates the effectiveness of the proposed method.

Keywords: SG statistics; multiplicative interference; PSK signal; objective function; accuracy; estimate.