УДК 514.18 А.Г.Ренкас

ГРАФІЧНІ МОДЕЛІ *n*-ПРОСТОРІВ

Львівський інститут пожежної безпеки МВС України

Наведений матеріал стосовно вибору графічних моделей багатовимірних просторів, виміри яких являють дійсні та комплексні числа, для розв'язку багатопараметричих задач.

Використання графічних моделей багатовимірних просторів обумовлене насамперед зростанням кількості багатопараметричних задач n-вимірного евклідового простору [1,2], а також поширенням таких моделей на простори, вимірами яких слугують комплексні числа [4,5]. В останньому випадку вже при наявності двох пов'язаних у функціональну залежність комплексних змінних величин комплексний простір стає одразу чотиривимірним, адже складові таких змінних одразу являють дійсна та уявна частина як функції, так і аргументу:

$$\omega = u + iv = \omega\left(\overline{z}\right) = \omega\left(x + iy\right), \tag{1}$$

де $i^2 = -1$ - уявна одиниця.

Очевидно, що евклідовий n-вимірний простір формується як частинний випадок комплексного простору, якщо уявну частину, наприклад в (1), прийняти рівною нулю. Тоді одержуємо функціональну залежність одної дійсної змінної $u = \omega(x)$, яку представляють у двовимірній площині oxu переважно в ортогональній системі координат. Для розв'язування задач з трьома змінними параметрами x, y, z використовується комплексне креслення, що містить дві площини oxy та oxz проекцій. Така кількість достатня для одержання розв'язку більшості практичних задач. Обидві площини розташовані в просторі також ортогонально.

Розглянемо умови раціонального вибору комплексного креслення при зростанні кількості змінних параметрів.

На рис. 1 наведені наочні зображення точки A у чотиривимірному евклідовому просторі $oxyzt$ та у чотиривимірному комплексному просторі $oxiyuiv$ і її проекції на чотири двовимірних і тривимірний підпростори.

Положення точки в евклідовому і комплексному просторі визначене одразу чотирма координатами відповідно x, y, z, t та x, iy, u, iv на осях, які утворюють попарно двовимірні координатні площини — складові триви-

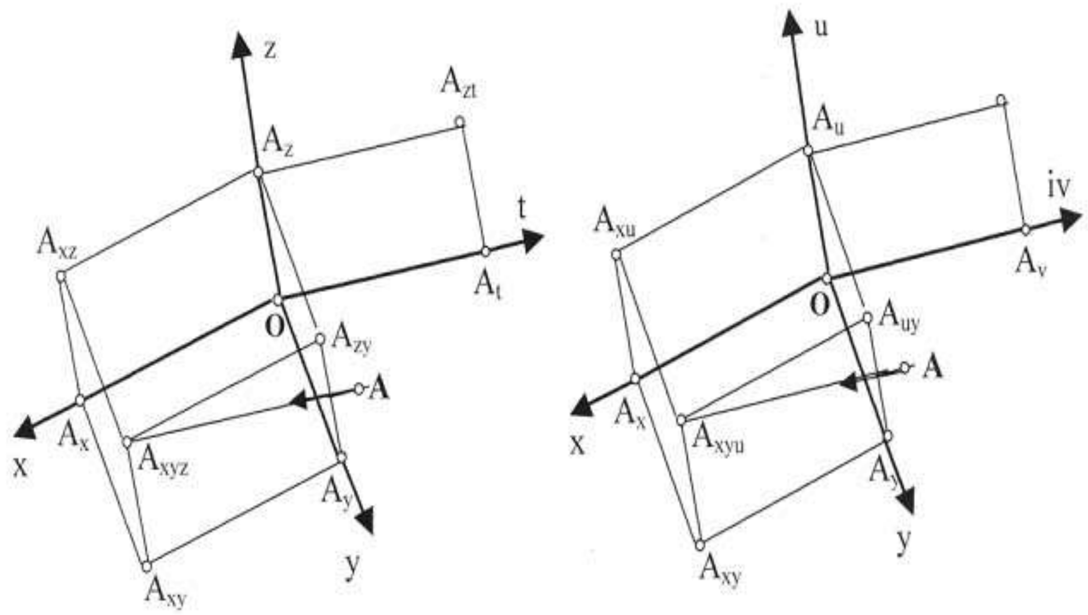

Рис.1.

мірних координатних гіперплощин. Проекції точки одержуємо на чотири тривимірні координатні гіперплощини (на рис. 1 проекції A_{xyz} та A_{xyu} на одну з координатних гіперплощин $oxyz$ евклідового та $oxiyu$ комплексного простору). Зручно, проте, формувати проекції багатовидів, використовуючи належні їм проекції точок у двовимірних площинах. Для цього здійснюють суміщення двовимірних площин простору обертанням навколо осей. Приймаючи за незалежну змінну координату x, сумістимо площину oxu комплексного простору (для евклідового простору — oxz) з площиною креслення. Здійснюючи обертання навколо осі ox площин oxy та oxt евклідового і площини $oxiy$ та $oxiv$ комплексного, навколо осі oz та ou площин ozt, ozy та $ouiv$, $ouiy$, навколо осей oy та oiy площин oyt, $oiyiv$, одержимо комплексні креслення, що складаються з шести координатних площин чотиривимірного евклідового та комплексного простору (рис. 2).

Зауважимо, що в обох випадках має місце накладання площин проекцій. З рис. 1 видно, що положення точки А однозначно задається її чотирма проекціями на координатні осі. Тому найменша кількість координатних площин повинна містити по одній парі таких осей (ox, oz та oy, ot, oz, oy та oz, ot, ox, ot та oz, oy для евклідового і ox, ou та oiy, oiv, ox, oiy та ou, oiv, ox, oiv та ou, oiy для комплексного простору) і не належати одній координатній тривимірній гіперплощині [1].

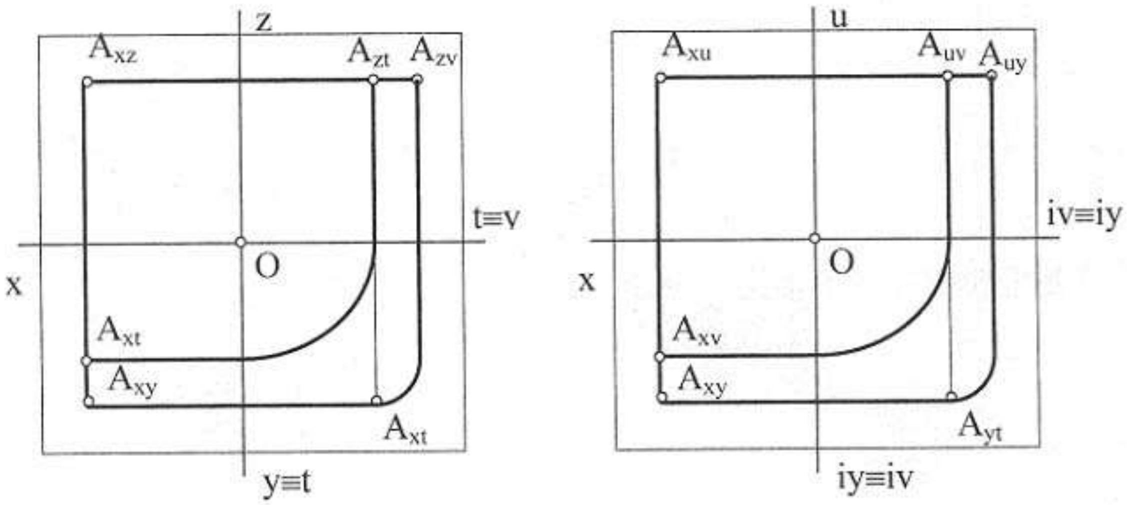

Рис. 2

Деякі з можливих комбінацій комплексних креслень приведені на рис.3 (а,б).

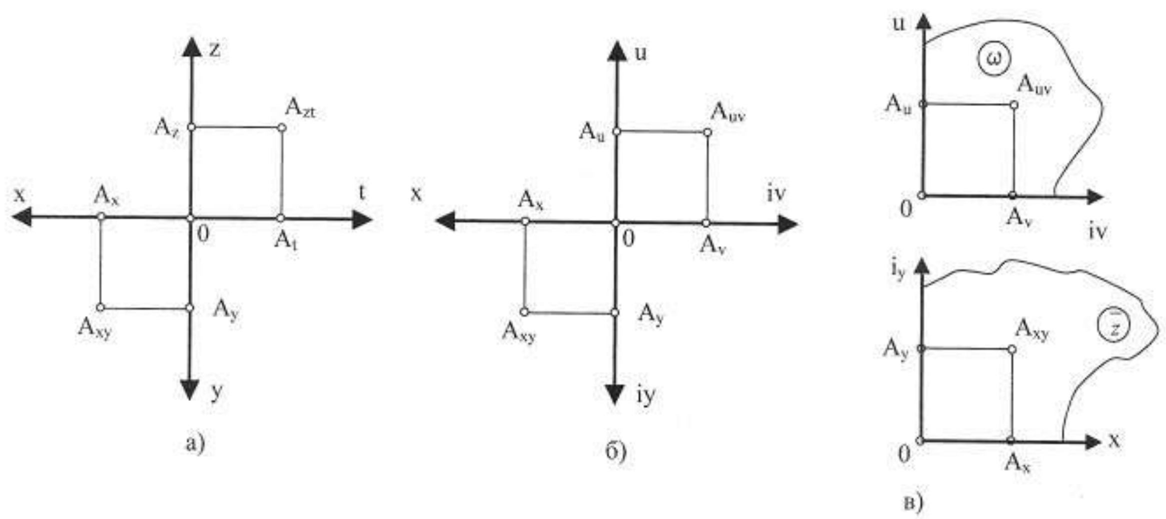

Рис. 3.

Такий спосіб використовується в теорії функцій комплексної змінної [6] для відображення в розширених комплексних площинах $oxiy$ та $ouiv$ (рис. 3,в) комплексних змінних величин $\bar{z}$ і ω згідно функціональної залежності (1). У випадку формування проекцій багатовидів при наявності незалежної змінної, наприклад, x, комплексне креслення повинно містити найменшу кількість площин з усіма координатами. Для чотиривимірного простору таке креслення утворюють три координатні площини: oxy, oxz, oxt для евклідового та $oxiy$, oxu, $oxiv$ для комплексного простору.

Рознесення накладених площин oxy та oxt (відповідно $oxiy$ та $oxiv$)можна здійснити додатковим обертанням навколо осі $oy \equiv ot$ $(oiy \equiv oiv)$ площини oxt чи $oxiv$ (рис. 4, а).

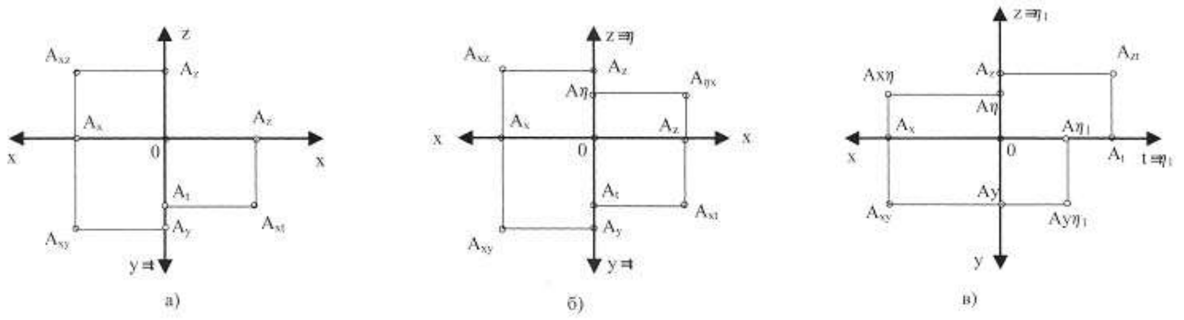

Рис. 4.

З аналізу одержаного комплексного креслення видно, що його можна розширити для п’ятивимірного евклідового простору $oxyzt\eta$ (рис. 4,б). Враховуючи достатню мінімальну кількість площин, таке комплексне креслення можна використати для відображення багатовидів шестивимірного простору, наприклад, $oxyzt\eta\eta_1$ включно (рис. 4, в).

Багатовиди евклідового чи комплексного простору вищої розмірності реалізуються на комплексних кресленнях, площини яких накладені [2] або рознесені [3].

Спростити дослідження багатовидів у деяких випадках уможливлює процес їх перепроекціювання на підпростір значень функцій, якщо для його опису можна використати систему k функцій n аргументів:

$$
\begin{aligned}
\omega_1 &= \omega_1\left(z_1, z_2, \ldots, z_j, \ldots, z_n\right);\\
\omega_2 &= \omega_2\left(z_1, z_2, \ldots, z_j, \ldots, z_n\right);\\
&\ldots;\\
\omega_k &= \omega_k\left(z_1, z_2, \ldots, z_j, \ldots, z_n\right).
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Ефективним є використання графічної моделі багатовимірного евклідового чи комплексного простору у вигляді плоского афінного креслення [1], де немає обмежень на розміри координатних площин при вибраних кутах між координатними осями .

Л І Т Е Р А Т У Р А

1.Чередниченко Л.С., Гумен Н.С., Гумен В.С. Геометрическое моделированний некоторых многопараметрических систем химической технологии. — К. Вища школа, 1977. — С. 14-23.

2. Филиппов П.В., Королев Н.Т., Чистая И.В. Начертательная геометрия многомерного пространства в линейном программировании. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. — С. 7-12.

3. Давиденко В.А. Об одном способе обозначения координатных углов многомерного пространства // Прикл. геометрия и инж. графика. — К.: КГТУСА, 1991. — Вып.51. — С. 29-30.

4. Гумен М.С., Мартин Є.В. До графічного відображення фазового простору функцій комплексних змінних // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КДТУБА, 1998. — Вип. 63. — С. 41-43.

5. Мартин Є.В. Комплексне креслення для відображення функції комплексної змінної // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — Мелітополь: ТДАТА, 1998. — Вип. 4.- Т. 3. — С.89-92.

6. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1969. — С. 34-37.