УДК 512.2

*Є.В.Мартин,* д.т.н.

*А.Г.Ренкас*

# ФОРМУВАННЯ ОБЛАСТЕЙ ПАРАМЕТРІВ ПОЖЕЖОБЕЗПЕЧНИХ КОМПЛЕКСІВ

Запропоновано для відображення залежності комплексних змінних параметрів використовувати багатовимірні простори $K^n$. Графоаналітичні залежності комплексних параметрів дозволяють одержувати за допомогою комплексних креслень побудовою відразу шість графічних залежностей між дійсними, дійсними та уявними, уявними складовими комплексних параметрів як проміжний результат розв'язання багатопараметричних задач з комплексними та дійсними змінними у галузі дослідження, зокрема, систем хімічної технології, технічного обладнання та пожежної безпеки.

Комплексні системи, до складу яких входять персонал об'єктів, зовнішнє середовище, засоби виробництва, керування захистом об'єктів від пожеж тощо можуть бути представлені *K*-многовидами *n*-вимірного простору [1]. Такі многовиди являють залежності простих і складних функцій, переважно дійсних чи комплексних змінних.

Для відображення функціональної залежності двох дійсних змінних використовуються ортогональні та косокутні координатні системи у двовимірній площині. Координатні системи тривимірних просторів служать для формування залежностей трьох змінних параметрів у вигляді ліній та поверхонь. Використання комплексних чисел дозволяє формувати простори з вимірами уявних та дійсних складових цих чисел. Формування таких просторів можливе при розташуванні комплексних площин функції та її аргументу взаємно ортогонально або під довільним кутом. При цьому основним елементом служить графоаналітична модель комплексного числа, представлена у прямокутній чи косокутній системі координат.

Залежності між комплексними параметрами $\omega$ та $z_1, z_2, \ldots, z_j, \ldots, z_n$ з $n$ незалежними один від одного аргументами $z_n$ відповідає $n$-вимірна поверхня (гіперповерхня) комплексного простору $K^n$. Характер многовиду, що реалізується у цьому просторі, однозначно визначений, з одного боку, числом взаємно незалежних і залежних змінних, а також характером накладених зв'язків між складовими $x_j$, $iy_j$ комплексного аргументу $z_j$. Для випадку залежності двох комплексних змінних $\omega=u+iv$ та $z=x+iy$ простором для відображення гіперповерхні, як графіка функції комплексної змінної

$$\omega = u + iv = \omega(z) = \omega(x, iy) = u(x, y) + iv(x, y) \quad , \tag{1}$$

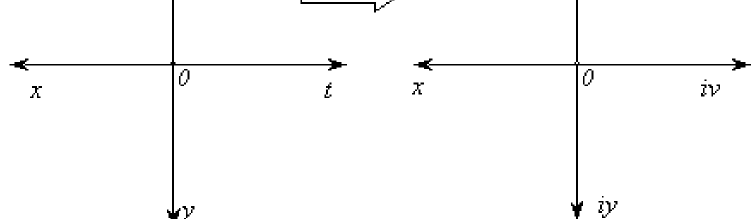
служить чотиривимірний комплексний простір $K^4$ з вимірами складових *u, iv, x, iy*.

Розглянемо характер многовиду як моделі функціональної залежності (1) двох комплексних змінних параметрів $\omega$ і z.

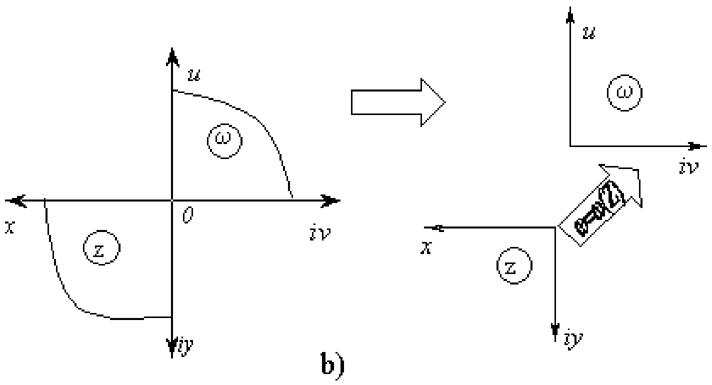
Кожна складова *u=u(x,y)* та *v=v(x,y)* функції комплексної змінної одночасно являє функцію двох в загальному випадку незалежних змінних. Значення цих функцій складає множина точок, відповідних до аналітичних виразів. Області визначення цих складових належать спільній площині – розширеній комплексній площині *oxiy* – як єдиній площині з належною їй областю визначення (1). Очевидно, рівняння складових визначають поверхні *u(x,y)* та *v(x,y)* у тривимірних комплексних просторах *oxiyu* та *oxiyiv*. Графік функції $\omega$=$\omega$(z) одержимо суперпозицією обох поверхонь у комплексному просторі $K^4$. При цьому область визначення функції комплексної змінної являє спільна для функцій *u=u(x,y)* та *v=v(x,y)* область. В тривимірних комплексних координатних підпросторах *oxiyu* та *oxiyiv* кожній з складових функції комплексної змінної відповідають двовимірні многовиди $u_{xy}$ та $v_{xy}$. Вони являють направляючі тривимірних комплексних гіперциліндрів *u* та *v*, твірними для яких служать паралельні до осей відповідно *oiv* та *ou* прямі. Взаємний перетин гіперциліндрів визначає двовимірний многовид комплексного простору $K^4$. Він являє геометричне місце точок цього простору, яке задовольняє умову (1).

Проекції многовиду простору $K^4$ можна одержати на комплексному кресленні обертанням двовимірних координатних площин навколо осей.

При суміщенні двовимірних координатних площин *oxiy* та *ouiv* з площиною *oxu* обертанням навколо осей *ox* та *ou* формується комплексне креслення точки простору $K^4$ (рис.1,а), яке однозначно визначає її положення у цьому просторі. Таке креслення при рознесених площинах *oxiy* та *ouiv* (рис.1,б) використовують для відображення прообразів та образів функціональної залежності комплексних змінних параметрів. На ньому відсутні проекції двох складових *u* та *iv* як двовимірних поверхонь тривимірного евклідового простору $E^3$.




а)




**b)**

Рис. 1. Комплексні креслення точки комплексного простору $K^4$

Один із варіантів комплексного простору $K^4$ можна одержати, використовуючи комплексне креслення чотиривимірного евклідового простору *oxyut*. При відображенні прообразів та образів тільки у площинах z і $\omega$ останні можна представляти окремо і незалежно одна від одної у площині креслення. Такий спосіб використовується для наочного представлення про поведінку функції комплексної змінної [4,5].

Особливості формування комплексного креслення та наочного зображення многовидів комплексного простору $K^4$ розглянемо на прикладі зображення гіперповерхні тригонометричної функції комплексного аргументу:

$$\omega = u + iv = \sin z = \sin(x + iy)\,. \tag{2}$$

Зауважимо, що у виразі (2) коефіцієнтом при $\sin z$ виступає дійсне число. Для відображення цієї функції використаємо співвідношення:

$$\omega = u + iv = \sin xchy + i\cos xshy\,. \tag{3}$$

Дійсна та уявна складові функції комплексної змінної визначаються виразами

$$u = \sin xchy;\ v = \cos xshy \tag{4}$$

і можуть бути представлені у тривимірних комплексних просторах *oxiyu* та *oxiyiv* двовимірними поверхнями. Комплексні креслення (4) одержимо за допомогою епюри Монжа, використавши для побудов в якості січних площини, паралельні координатних площин *oxiy* та *oxiv*.

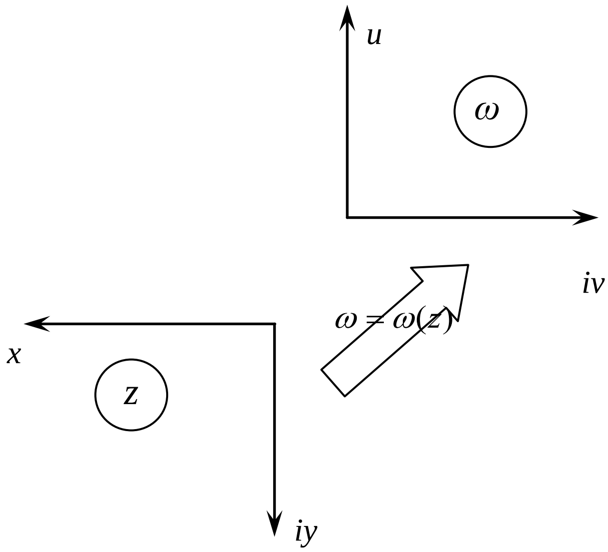
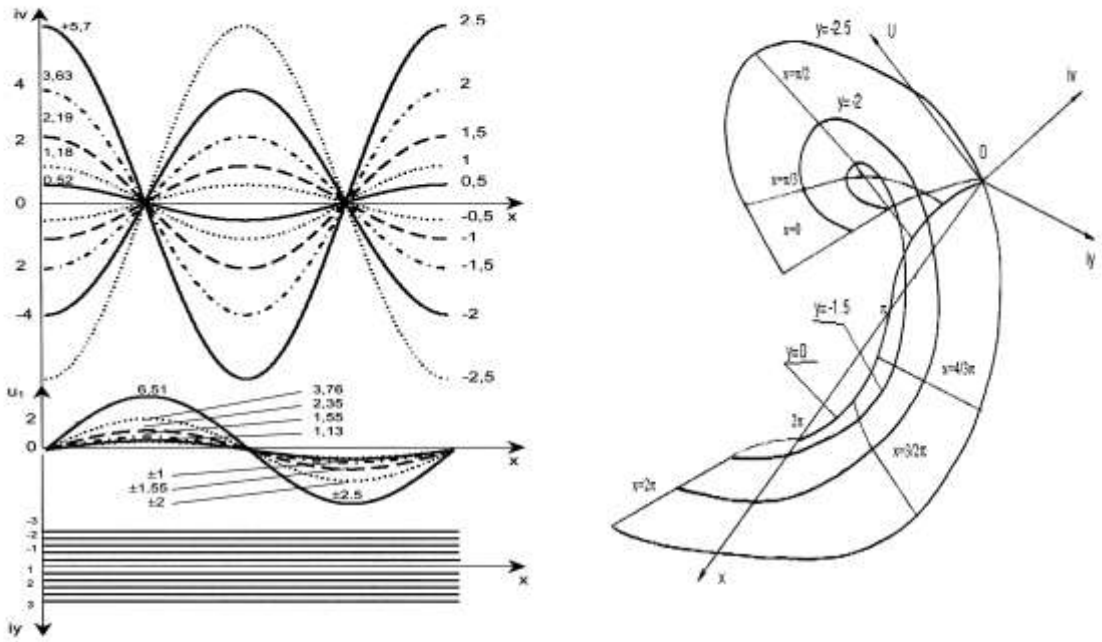



Рис. 2. Взаємозв'язок прообразів та образів функції комплексної змінної

Також зауважимо, що креслення вигляду (рис.2) використовують при дослідженні взаємозв'язку прообразів та образів комплексної змінної [4].

Зображення поверхонь можуть бути представлені у різних видах аксонометрії, але з використанням однакових напрямів координатних осей *ox*, *oiy*, *ou* та *oiv*.

Комплексне креслення гіперповерхні як графіка функції $\omega = \sin z$ (рис. 3, а) одержимо з урахуванням геометричної інтерпретації комплексного простору при суміщенні його координатних площин дійсних та уявних змінних.




а) б)

Рис.3. Комплексне креслення (а) та аксонометричне зображення (б) гіперпоперхні синуса

Аксонометричне зображення гіперповерхні як графіка функції комплексної змінної $\omega = \sin z$ приведене на рис. 3, б.

Подібний характер має гіперповерхня функції $\omega = \cos z$ при комплексній змінній аргументу.

Встановлено, що комплексне креслення такої функції у комплексному просторі $K^4$ являє накладання двох комплексних креслень поверхонь $u=u(x,y)$ та $v=v(x,y)$ з урахуванням спільної площини *охіу* як області їх визначення. Побудову аксонометричного зображення гіперповерхні синуса та косинуса можна проводити, використовуючи паралельні до комплексного координатного підпростору *охuiv* січні комплексні гіперплощини рівня зі слідами $iy=0\ldots\pm i3$. При значенні $iy=0$ одержуємо графік $u=sinx$ або $u=cosx$ дійсної змінної в площині *охи*. Довільне значення $iy\neq 0$ переводить його, минаючи тривимірний простір, одразу у комплексний простір $K^4$.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. *Диневич В.А., Емельянов А.П., Форандс Г.Ф.* Повышение эффективности и качества труда в пожарной охране. – М.: Стройиздат, 1982. – с. 45-51.
2. *Чередниченко Л.С., Гумен Н.С., Гумен В.С.* Геометрическое моделирование некоторых многопараметрических систем химической технологи. – К.:Вища школа, 1977. - с. 31-54.
3. *Ренкас А.Г.* Застосування геометричних засобів для підвищення ефективності діяльності пожежної охорони. // V Міжнародна науково-практична конференція “Пожежна безпека – 2001” – Львів: Сполом, 2001. - с 126-127.
4. *Бицадзе А.В.* Основы теории аналитических функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1969. - с. 34-37.
5. *Маркушевич А.И., Маркушевич Л.А.* Введение в теорию аналитических функций. – М.: Просвещение, 1977. - с. 92-97.
6. *Гумен Н.С., Мартин Є.В.* До графічного відображення фазового простору функцій комплексних змінних // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.:КДТУБА, 1998. - Вип. 63. - с. 41-43.