

*Боднар Г.Й., канд. техн. наук, доцент
полковник служби цивільного захисту,
Гембара Т.В., канд. техн. наук, доцент
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРНИХ СТОХАСТИЧНИХ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ОСВІТНЬОМУ СЕРЕДОВИЩІ ВНЗ

Анотація. Запропоновано метод прогнозування структурних освітніх показників, який базується на математичній моделі Хольта-Уінтерса. Розглянуто особливості стохастичних динамічних процесів в освітньому середовищі на яких ґрунтується використання цієї моделі. Модель може використовуватись як для локальних, так і глобальних показників.

Ключові слова: освіта, модель, прогноз, локальний, глобальний, тренд.

Abstract. A method for predicting structural educational indicators, based on a mathematical model Holt-Winters. Features stochastic dynamical processes in educational environment on which the use of this model. The model can be used for both local and global indexes.

Keywords: education, model, forecast, local, global, trend.

Аннотация. Предложен метод прогнозирования структурных образовательных показателей, основанный на математической модели Хольта-Уинтерса. Рассмотрены особенности стохастических динамических процессов в образовательной среде на которых основывается использования этой модели. Модель может использоваться как для локальных, так и глобальных показателей.

Ключевые слова: образование, модель, прогноз, локальный, глобальный, тренд.

Постановка проблеми. В державних документах України про освіту визначена необхідність проведення систематичного моніторингу ефективності управлінських рішень, результативності впливу органів державного управління освітою, наслідків впровадження реформ тощо. Особливо підкреслюється важливість підвищення об'єктивності та надійності інформації про результати діяльності освітньої галузі. Така оцінка може бути зроблена лише на підставі ґрунтового аналізу результатів функціонування системи освіти, проведеного за певними показниками розвитку освітньої сфери, які адекватно і повно відображали б часові зміни.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сучасна концепція підготовки фахівців передбачає функціонування навчального закладу будь-якого рівня як елемента системи неперервної освіти. Кожна ланка цієї системи забезпечує вищий блок культурно-освітньої піраміди і майбутнє нашого суспільства. Тому освітня діяльність на будь-якому шаблі, зокрема й у ВНЗ, повинна мати випереджувальний характер, а для теорії і практики неперервної освіти найважливішого значення набуває категорія "прогнозування".

Багато важливих освітніх структурних показників характеризуються стохастичними часовими коливаннями, а це становить значну проблему для прогнозування і планування в системі вищої освіти [1-3]. Однак бракує досліджень на основі адекватного математичного моделювання, яке б забезпечило об'єктивність та надійність їх розрахунку із задовільною достовірністю та точністю.

Постановка завдання. Метою дослідження є оцінка структурних показників освіти в Україні за допомогою математичного моделювання часовими рядами, що містять як тренд, так і сезонну компоненту (так звані тренд-сезонні часові ряди) [4-6].

Виклад основного матеріалу дослідження.

Існуючі методи прогнозування можна класифікувати за типом досліджуваного процесу, які можуть бути зворотними та незворотними. Зворотний процес характеризується сталістю деяких статистичних характеристик, що зберігаються незалежно від часу спостереження. Наприклад, якщо процес описується експоненціальною функцією, то він описується нею ж незалежно від спостереження, на якому він розглядається: тобто змінюється час спостереження, рівень ряду, але не коефіцієнти і тип описуючої функції. Такі процеси прогноуються за допомогою моделей теорії ймовірності та математичної статистики. У них помилка апроксимації найчастіше розподілена відповідно до нормального закону розподілу, легко знаходиться математичне сподівання (описуване функцією) і дисперсія.

У випадку незворотних процесів тенденції або змінюються в часі (процес носить еволюційний характер), або просто відсутні (хаотичний характер). Такі процеси описати і прогнозувати вкрай складно, і найкращий результат для процесів із змінною тенденцією дають адаптивні моделі: наприклад, модель Брауна, модель Хольта, метод стохастичною апроксимації тощо [4].

Незворотними є більша частина процесів, що відбуваються в освіті, починаючи від динаміки чисельності студентів групи певного напрямку підготовки, закінчуючи динамікою чисельності студентів ВНЗ. На такі процеси впливає велика кількість факторів, врахувати які практично неможливо. Вплив частини з них з плином часу посилюється і прогнозована освітня система змінює свої властивості якісно, а не тільки кількісно, адаптуючись до зовнішнього впливу. У такому випадку і побудована модель повинна так чи інакше коригуватися залежно від надходження інформації, тобто бути адаптованою. Характерною рисою необоротних процесів є те, що збільшення числа спостережень не покращує характеристики моделі. У випадку, наприклад, з чисельністю студентів вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації в Україні, якщо побудувати модель за 2000 - 2008 року, то результат прогнозу по ній буде краще, ніж, якщо будувати її по більшому ряду даних (наприклад, за 1990 - 2008 року). Тобто збільшення числа спостережень в даному випадку тільки погіршить прогноз і аналітичні властивості моделі.

Дуже часто перед дослідником стоїть завдання прогнозування на короткострокову перспективу. Одним з найпопулярніших адаптивних методів короткострокового прогнозування необоротних процесів є метод Брауна (також відомий як «Метод експоненціального згладжування»). Ідея методу полягає в тому, що прогнозне значення визначається через попереднє спрогнозоване значення, але скориговане на величину відхилення факту від прогнозу. Такий підхід до математичного моделювання можна використати як для прогнозування глобальних освітніх показників, наведених у таблиці, так і локальних, наприклад чисельність студентів в групах певних напрямів підготовки, їх рейтинг для конкретного ВНЗ.

Таблиця динаміки чисельності студентів вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації в Україні по навчальних роках (тис. осіб)

1990/91	1995/96	2000/01	2005/06	2008/09	2009/10	2010/11	2011/2012
881,3	922,8	1402,9	2203,8	2364,5	2245,2	2129,8	1954,8

Для короткострокового прогнозування таких процесів можна використовувати адаптивні моделі з часовою компонентою, наприклад, модель Хольта-Уінтерса, яка є сучасною модифікацією методу Брауна. Початковим етапом прогнозування є визначення його мети: навіщо робиться прогноз, який рівень точності потрібен при його здійсненні, тощо.

Метою прогнозування освітніх показників є визначення значень певних кількісних значень, які може отримати (чисельність студентів), надавати (чисельність фахівців, рейтинг) ВНЗ чи вища освіта в цілому, у короткостроковій перспективі.

Далі вбирають горизонт прогнозування – це часовий інтервал, на котрий здійснюється розвідка майбутнього. Вибір певного горизонту прогнозування визначається характером і метою прогнозів. Після того, як період прогнозування вибрано, настає етап визначення параметрів прогнозування. На цьому етапі встановлюються оцінюваний сегмент освітнього середовища і показники оцінки. Для короткострокових прогнозів як основні показники використовуються рівні та динаміка кон'юнктури ринку.

Обираємо наприклад один параметр прогнозування – чисельності студентів вищих навчальних закладів. Не менш важливим моментом прогнозування є вибір його методів. Після цього проводяться розрахунки прогнозних параметрів та інтерпретація і оцінка отриманих прогнозів.

Для прогнозування чисельності студентів з використанням моделі часових рядів обираємо для порівняння дві моделі, які враховують сезонність продажів.

Нехай заданий часовий ряд. Потрібно розв'язати задачу його прогнозування. Уінтерс поставив задачу розробити модель для прогнозування, яка передбачає програмну комп'ютерну реалізацію. Він вважав, що модель повинна бути такою, щоб: а) прогнози розраховувались на основі одних и тих же програм для великої кількості одиниць показника (до прикладу чисельність студентів ВНЗ є достатньо великою); б) обчислення проводились оперативно; в) використовувався мінімальний об'єм пам'яті для інформації (хоча на сьогодні обмеження на сховище інформації поступово зникають); г) враховувались би умови, що змінюються.

Для прогнозування показників можуть бути застосовані декілька методів. Модель Уінтерса базується на аналізі ізольованих часових рядів певного показника. Єдиною використовуваною інформацією є передісторія його «розвитку». Модель Уінтерса є моделлю експоненціального типу. Ця схема, очевидно, має необхідні для здійснення прогнозування характеристики.

Для деяких освітніх показників, що характеризуються стабільною інтенсивністю та малими сезонними коливаннями, вже проста експоненціальна модель цілком задовільна. Багато з них, проте, мають помітну тенденцію зростання або падіння, особливо коли вони вводяться уперше (наприклад чисельність студентів набору за новим напрямом підготовки) або коли з'являються конкуруючі джерела показників (наприклад чисельність студентів набору за альтернативним до існуючого раніше напрямом підготовки). Для деяких показників істотні сезонні зміни їх рівня.

Тому доцільно в прогностичних моделях враховувати конкретний характер тенденції і сезонних коливань. Це і зробив Уінтерс за допомогою експоненціальної схеми. Модель при цьому стає складнішою, зате і точність прогнозів для більшості показників істотно зростає.

Отже, модель Хольта-Уінтерса є розвитком моделі Хольта, в якій з'являється сезонна компонента. Ця модель враховує експоненціальний тренд та адитивну сезонність. Уінтерс отримав систему рівнянь з трьома постійними згладжування.

Мультиплікативна модель Хольта-Уінтерса з лінійним зростанням має вигляд:

$$Y_p(t+k) = [a(t) + k b(t)] F(t+k-L), \quad (1)$$

де k – період випередження; $Y(t)$ – розрахункове значення освітнього показника для t -го періоду; $a(t)$, $b(t)$ і $F(t)$ – коефіцієнти моделі; L – період сезонності (наприклад для квартальних даних $L = 4$, для місячних $L = 12$).

Значення $F(t+k-L)$ є значенням коефіцієнта сезонності того періоду, для якого розраховується показник. Для оцінки початкових значень $a(0)$ і $b(0)$ застосовують лінійну модель до перших членів ряду. Значення коефіцієнтів сезонності для від'ємних значень аргументу t розраховуються як середнє арифметичне за кілька відповідних періодів. Прогнозовані значення Y_p розраховуються за формулою (1) за фіксованого t і різних значеннях k .

Вважається, що точність моделі добра, якщо середнє значення відносної похибки не перевищує 5%; задовільна, якщо середнє значення відносної похибки не перевищує 15%; і незадовільна, якщо середнє значення відносної похибки більше 15%.

Адекватність моделі перевіряється виконанням умов випадковості, незалежності послідовних рівнів (відсутність автокореляції) і нормальності розподілу ряду залишків. Побудова та аналіз моделі Хольта-Уінтерса, здійснюється в багатьох поширених математичних програмних пакетах, наприклад в Mathcad, де для знаходження параметрів лінійної регресії використовуються вбудовані функції `intercept` і `slope`. Практика показує, що у випадку, коли сезонні коливання процесу великі й не дуже стабільні, мультиплікативна модель дає неточні результати.

Незважаючи на те, що для розглянутого типу часових рядів мультиплікативна модель зазвичай виявляється найбільш відповідною, іноді потрібна адитивна модель. Такою моделлю є модель Тейла-Вейджа, адитивна модель сезонності, яка відносно простіша в обчислювальній реалізації.

Побудова такої моделі має на меті спрощення процедури прогнозування, оскільки комбінація мультиплікативної сезонної моделі з лінійним зростанням математично громізка. Вона, на відмінність від моделі Хольта-Уінтерса, адитивно включає лінійний тренд, що виправдано при рішенні деяких задач.

Цей метод формально пристосований до будь-яких часових рядів, однак найкращі результати він дає лише тоді, коли досліджуваний показник відповідає стохастичному процесу Тейла-Вейджа, тобто тенденція описується експоненціальним трендом із мультиплікативно врахованою сезонністю. Тут найважливішим є етап ідентифікації, коли на підставі автокореляційної функції різницевого ряду другого порядку досліджують властивості процесу.

Метод передбачає застосування адитивної моделі, обчислювання за якою відносно прості. Тому перед використанням адитивної моделі значення рівнів часового ряду замінюють їхніми логарифмами й тим самим перетворюють експоненціальний тренд на лінійний і водночас — мультиплікативну сезонність на адитивну.

Висновки. Таким чином, аналіз структурних показників освіти за допомогою запропонованого підходу математичного моделювання стохастичних динамічних процесів дає змогу покращити їх прогнозування на різних структурних рівнях, - починаючи від чисельності студентів групи, до чисельності студентів у всій системі вищої освіти, включаючи рейтингові показники, кількість працевлаштованих за фахом та багато іншого.

Література

1. Статистичний збірник «Україна у цифрах» 2011. // Державний комітет статистики України; за ред. О.Г. Осауленка. – К., 2012. – 251 с.
2. Ахромкін Е.М. Вплив ринку освітніх послуг на формування трудового потенціалу регіону / Е.М. Ахромкін, О.В. Перепелюкова // Економіка та право. – № 1. – 2012. – С. 5–8.
3. Боголіб Т.М. Конкуренція університетів: світовий досвід і українські реалії // Вісник НАН України. – № 10. – 2012. – С. 31–41.
4. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 271с.
5. Бизнес-прогнозирование, Ханк Д.Э., Уичерн Д.У., РайтсА.Дж. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003 – 656 с.
6. Економічне прогнозування. Холден К., Піл Д., Томпсон Дж. – К.: Інформтехніка, 1996. – 216 с.