

МОДЕЛЮВАННЯ ДУАЛЬНИХ СИСТЕМ

В УПРАВЛІННІ ПРОЕКТАМИ

Хмель П.

Мартин Є.В., Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, д.т.н., професор

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

В природничих і технічних науках часто постають практичні задачі, в яких має місце взаємодія двох елементів. Дослідження таких процесів особливо ґрунтовно проводяться в галузі розв'язання екологічних проблем. Основу математичної теорії опису співіснування двох біологічних популяцій складають запропоновані А. І. Lotka і В. Volterra рівняння динаміки популяцій біосистеми [1]. Такі рівняння можуть бути адаптовані для створення моделей інших дуальних систем, зокрема при дослідженнях діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій з використанням методів та засобів проектно-орієнтованого управління.

В математичній моделі взаємодії популяцій один з її елементів прийнято називати хижаком, а інший – жертвою. Аналіз літературних джерел і, зокрема [1], показав, що назви того чи іншого елемента не впливають на структуру моделі. Це вказує на універсальність моделі та можливість її використання для дослідження інших дуальних систем, зокрема технічних.

Розглянемо процес побудови моделі для транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій. В досліджуваній дуальній системі є два елементи, які взаємодіють, тобто транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи і надзвичайні ситуації.

Призначенням транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів є ліквідації надзвичайних ситуацій [2-6]. При відсутності впливу на надзвичайні ситуації, тобто оперативно-рятувальних підрозділів, очевидно, ймовірність їх виникнення і поширення на транскордонних територіях зростає, тоді за проміжок часу Δt має місце поширення і розвиток надзвичайних ситуацій у на величину Δy , тобто

$$\Delta y = \alpha y \Delta t, \quad (1)$$

де α - коефіцієнт інтенсивності поширення і розвитку надзвичайних ситуацій.

Тоді одержимо

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \alpha y. \quad (2)$$

Диференціальне рівняння перебігу процесу розвитку і поширення надзвичайної ситуації має вигляд:

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y. \quad (3)$$

При відсутності надзвичайних ситуацій має місце зменшення і скорочення сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів x , тобто за проміжок часу Δt транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи зменшуються на величину

$$\Delta x = -\beta x \Delta t, \quad (4)$$

де β – коефіцієнт інтенсивності зменшення числа сил і засобів оперативно-рятувальних підрозділів. Диференціальне рівняння перебігу процесу зменшення і скорочення сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів має вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x. \quad (5)$$

Розв'яжемо (3) і (5) методом розділення змінних, наприклад,

$$\frac{dy}{y} = \alpha dt. \quad (6)$$

Інтегруючи (6)

$$\int \frac{dy}{y} = \alpha \int dt,$$

одержимо розв'язок

$$\ln|y| = \alpha t + c, \quad (7)$$

де c – стала величина.

Потенціюючи (7), одержимо розв'язок (3) у вигляді

$$y = ce^{\alpha t}. \quad (8)$$

З урахуванням початкових умов, при $t=0$, $y = y_0$, $x = x_0$, остаточно одержимо для виразу (3)

$$y = y_0 e^{\alpha t} \quad (9)$$

для виразу (5)

$$x = x_0 e^{-\beta t}. \quad (10)$$

Проведемо аналіз (9), (10). Для спрощення прийемо в (9) і (10) $\alpha = \beta = 1$, $x_0 = 100\%$, $y_0 = 50\%$.

Графічні залежності, приведені на рисунку, вказують, що після значення $t = t_1$ інтенсивність розвитку надзвичайних ситуацій вимагає прийняття належних мір для

збільшення кількості та якості сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів.

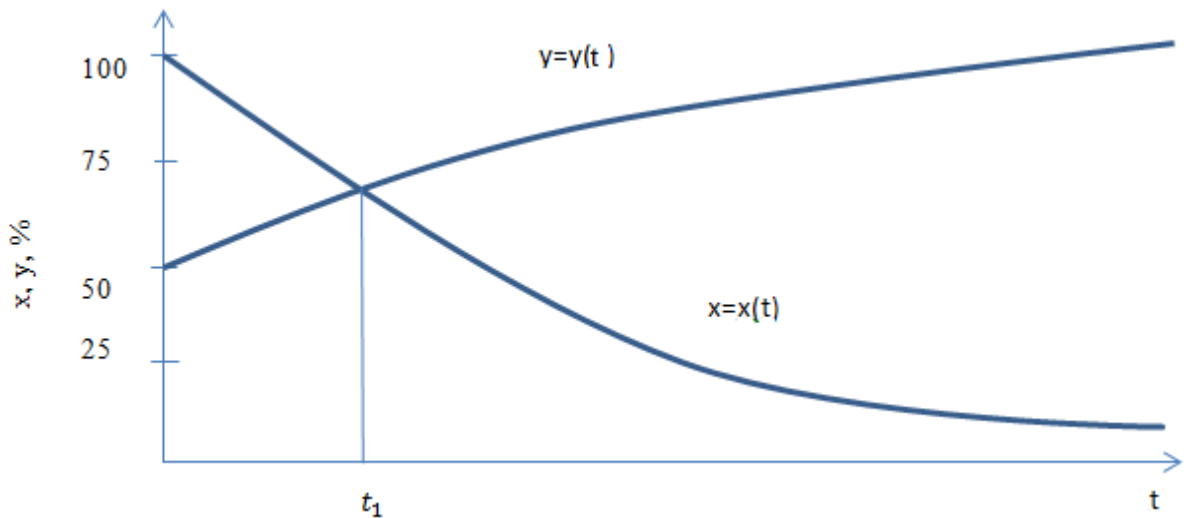


Рисунок. Перебіг процесів розвитку транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів та надзвичайних ситуацій.

Вирази (3) і (5) описують лінійний закон швидкості розвитку відповідно транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів та надзвичайних ситуацій. Графічно такі залежності подають зміну в часі обох елементів дуальної системи прямою лінією або параболою першого порядку при $n=1$. Отже, маємо частинний випадок парабол вищих порядків n .

Задамо закон зміни швидкості, наприклад, числа засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів параболою вищого порядку

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x^n. \quad (11)$$

Проінтегрувавши вираз

$$\frac{dx}{x^n} = -\beta dt,$$

одержимо

$$\frac{x^{1-n}}{1-n} = -\beta t + c_1 \quad \text{при } n \neq 1 \quad (12)$$

і закон зміни числа і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів

$$x = (1-n)(c_1 - \beta t)^{\frac{1}{1-n}}. \quad (13)$$

Постійну величину c_1 визначаємо з початкових умов: при $t=0$ маємо $x = x_0$.

Розглянемо деякі частинні випадки (13) для парабол різного порядку.

Наприклад, при $n=0$ маємо лінійний закон зміни числа і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів

$$x = -\beta t + c_1, \quad (14)$$

при $n=2$

$$x = -(-\beta t + c)^{-1} = -\frac{1}{-\beta t + c_1}, \quad (15)$$

при $n=3$

$$x = -2(-\beta t + c_1)^{-\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

Література:

1. Базыкин А. Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций / А. Д. Базыкин // М.: Наука, 1985.-181с.
2. Хмель П. Об'єктно-орієнтоване управління проектами маршрутних перевезень засобами GPS- моніторингу / П. Хмель, Я. І. Підгородецький, Ю. Р. Оленюк, Є. В. Мартин // Вісник ЛДУБЖД.- Л.: ЛДУБЖД,2013.- №8.- С.101-107.
3. Хмель П. Моделювання процесів проектно-орієнтованого управління пожежно-рятувальними підрозділами транскордонних територій / П. Хмель, Є. В. Мартин // Вісник ЛДУБЖД.- Л.: ЛДУБЖД, 2014.- № 9.-С.114-118.
4. Хмель П. Модельні засоби в проектно-орієнтованому управлінні транскордонними оперативно-рятувальними загонами / П. Хмель, Є. В. Мартин // Теорія і практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій. М-ли V Міжн. наук.-практ. конф. «Теорія і практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій»-Черкаси: АПБ, 2013.- С.77-78.
5. Хмель П. Деякі аспекти моделювання процесів проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними загонами / П. Хмель, Є. В. Мартин // Проблеми та перспективи розвитку забезпечення безпеки життєдіяльності. Зб. тез доп. Міжн. наук.-практ. конф. молодих вчених, курсантів і студентів.-Л.:ЛДУБЖД, 2014.- С.189-190.
6. Хмель П. Геометричні засоби багатовимірних просторів у проектно-орієнтованому управлінні транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами / П. Хмель, Є. В. Мартин, Я. І. Підгородецький // Математика. Геометрія. Інформатика.-Мелітополь: МДПУ, 2014.- Том 1. – С.231 – 239.