МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання контрольної роботи

Львів 2002

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання контрольної роботи з дисципліни
“Основи автоматики та автоматизації в галузі”
для студентів базового напрямку 6.0902 “Інженерна механіка”
за фаховим скеруванням 7.090258 “Автомобілі та автомобільне господарство” заочної форми навчання

Затверджено
на засіданні кафедри
експлуатації та ремонту
автомобільної техніки.
Протокол № 7/01-02
від 27.12.2001р.

Львів 2002

Методи дослідження властивостей систем автоматики. Методичні вказівки до виконання контрольної роботи з дисципліни “Основи автоматики та автоматизації в галузі” для студентів базового напрямку 6.0902 “Інженерна механіка” за фаховим скеруванням 7.090258 “Автомобілі та автомобільне господарство” заочної форми навчання/ Уклад. П. М. Гащук, Л. М. Королевич.— Львів: НУЛП, 2002.— 28 с.

Укладачі: П. М. Гащук, проф., докт. техн. наук
Л. М. Королевич, ст. викл.

Відповідальний за випуск Г. С. Гудз, проф., докт. техн. наук

Рецензенти: Є. К. Вільковський, доц., канд. техн. наук
Т. Г. Миськів, ст. викл.

Дисципліна “Основи автоматизації виробничих процесів” має на меті викласти основи теорії автоматичних систем, дати уявлення про елементну базу, загальні принципи побудови та методи дослідження, аналізу й синтезу систем автоматики — технічних засобів автоматизації виробничих процесів.

ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

Зміст понять “автоматика” і “автоматизація”. Історія розвитку автоматики як науки. Загальне уявлення про автоматичне керування.

Основні типи автоматичних систем (замкнуті, розімкнуті, з жорсткою програмою), їх особливості, переваги та недоліки. Елементна база систем автоматики та її класифікація за функціональним призначенням.

Функції, будова та принцип роботи основних елементів автоматичних систем (давачів, підсилювачів, виконавчих пристроїв).

Поняття про статичний, усталений режим функціювання елементів автоматики. Основна характеристика усталених режимів, способи її отримання та критерії оцінки.

Поняття про динамічний, перехідний режим. Динамічні ланки і відповідні їм диференціальні рівняння. Способи побудови диференціальних рівнянь та відповідних їм операторних рівнянь.

Основні характеристики, що відбивають в собі особливості динамічних процесів в динамічних ланках.

Типові ланки, їх класифікація. Позиційні та астатичні ланки, їх динамічні характеристики. Критерії оцінки динамічних ланок.

Системи автоматики. Основні типові з’єднання ланок. Основні характеристики систем автоматики в усталеному та динамічному режимах та способи їх отримання.

Класифікаційні ознаки систем автоматики. Характеристика основних ознак, їх переваги та недоліки.

Загальна класифікація автоматичних систем. Принципові та структурні схеми систем автоматичного контролю (САКт), систем автоматичного керування (САКр), систем автоматичного регулювання (САР) та систем програмного керування, їх класифікація.

Поняття про стійкість та якість лінійних систем автоматики. Основні критерії оцінки стійкості та якості систем. Аналіз якості.

Точність систем автоматики. Способи покращення точності лінійних систем.

ЗАВДАННЯ НА КОНТРОЛЬНУ РОБОТУ

Контрольна робота виконується студентами після засвоєння програми дисципліни „Основи автоматизації виробничих процесів” з метою закріплення теоретичних знань та набуття навичок їх застосування для розв’язання практичних задач. Контрольна робота складається з чотирьох завдань. Варіанти завдань видаються викладачем. Контрольна робота оформляється на аркушах формату А4 відповідно до загальноприйнятих вимог.

Завдання 1 — Елементи автоматичних систем

Зміст контрольного завдання

Необхідно:

— описати будову заданого елемента автоматичної системи та навести його принципову схему;

— для низки (п'яти…семи) значень вхідної величини на основі заданої аналітичної залежності між вхідною і вихідною величинами обчислити відповідні значення вихідної величини та побудувати статичну характеристику елемента;

— провести аналіз побудованої характеристики, задаючись деякими конкретними значеннями вхідної величини та її приросту;

— вказати область застосування заданого елемента в автоматичних системах та навести його класифікаційні ознаки.

Довільний первинний елемент автоматичної системи можна тлумачити як деякий перетворювач енергії, вхідна величина якого x — причина, що і є носієм енергії (єдиним), а вихідна y — наслідок перетворення енергії в елементі. Первинний елемент може здійснювати перетворення у динамічному та статичному режимах. В статичному режимі вхідні і вихідні величини елемента набувають виключно сталих в часі значень. А тому на процесах перетворення енергії не позначається інерція (механічна чи немеханічна) елемента. Взаємозв'язок між вхідною та вихідною величинами для певної множини статичних режимів відбиває так звана статична характеристика $F(x, y) = 0$.

Статичну характеристику пересічно зображають в графічній формі на основі теоретичних співвідношень, що аналітично описують роботу елемента в статичному режимі, чи відповідних експериментальних даних. Для автоматичної системи в цілому чи тільки для певної її частини статична характеристика може бути побудована графічно на підставі статичних характеристик окремих первинних елементів.

Статична характеристика несе в собі інформацію, яка дозволяє дати кількісну оцінку властивостям елемента або системи, залучаючи такі основні критерії:

- коефіцієнт статичного перетворення

$$k_{\text{ст}} = \frac{y_0}{x_0},$$

де x_0 — задане (фіксоване) значення вхідної величини; y_0 — відповідне йому значення вихідної величини;

- коефіцієнт динамічного перетворення

$$k_{\text{дн}} = \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

де Δx — приріст вхідної величини; Δy — відповідний йому приріст вихідної величини;

♦ коефіцієнт відносного перетворення

$$k_{\text{в}} = \frac{\Delta y / y_0}{\Delta x / x_0} = \frac{k_{\text{дн}}}{k_{\text{ст}}},$$

де $\dfrac{\Delta x}{x_0}$, $\dfrac{\Delta y}{y_0}$ — відносні прирости відповідно вхідної і вихідної величин;

* поріг чутливості — мінімальне значення вхідної величини $x_{\min}$, яке спричиняє реакцію на виході;

* зона нечутливості — інтервал зміни вхідної величини, в межах якого вихідна величина залишається сталою (не реагує на зміну вхідної).

Коефіцієнти статичного і динамічного перетворення характеризують підсилення і чутливість елемента або системи і є розмірними величинами. Коефіцієнт відносного перетворення характеризує інерційність елемента або системи. Коли $k_{\text{в}} = 1$, можна стверджувати, що елемент чи система є неінерційними.

Варіанти контрольного завдання

0. Елемент автоматичної системи — механічний давач температури (біметалевий елемент „слабо магнітна сталь — інвар”) з характеристикою

$$\delta = \frac{3}{4}\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{h_1 + h_2} l^2 \Delta\theta,$$

де δ — переміщення вільного кінця біметалевого елемента; α_1, α_2 — коефіцієнти лінійного розширення компонентів біметалевого елемента ($\alpha_1 = 20 \cdot 10^{-6}$ 1/°С — слабо магнітна сталь; $\alpha_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ 1/°С — інвар); h_1, h_2 — товщини компонентів елемента (h_1=0,7мм; h_2 = 0,3 мм); l — довжина елемента (l = 40 мм); $\Delta\theta$ — перепад температур ($\Delta\theta$ = 0...50 °С).

1. Елемент автоматичної системи — термометр опору з характеристикою

$$R_t = R_0[1 + \alpha_0(\theta - \theta_0)],$$

де R_t — опір чутливого елемента з мідного дроту, при температурі θ; R_0 — опір чутливого елемента при температурі θ_0 = 0°С (R_0 = 20 Ом); α_0 — температурний коефіцієнт опору, зведений до температури 0°С (α_0 = 0,00426 1/°С); θ — температура середовища, яке контролюється (θ = 0...180 °С).

2. Елемент автоматичної системи — термоелектричний термометр з характеристикою

$$E = e\,(\theta - \theta_0),$$

де E — ЕРС на виводах термопари; e — коефіцієнт пропорційності (для термопари „хромель — алюмель” $e = e_{\text{ха}}$ = 0,041 мВ/°С; для термопари „хромель — копель” $e = e_{\text{хк}}$ = = 0,069 мВ/°С; θ — температура контрольованого середовища (θ = 0...1200 °С); θ_0 — температура довкілля, °С.

3. Елемент автоматичної системи — потенціометричний давач переміщення з характеристикою

$$u = u_e \frac{R_x}{R_0},$$

де u — вихідна напруга давача з рівномірно розосередженим вздовж робочої частини опором; u_e — напруга джерела живлення (u_e = 12 В); $R_x = R_0 \frac{x}{l}$ — поточне значення опору, яке залежить від положення повзунка потенціометра; R_0 — повний опір давача (R_0 = 120 Ом); l — довжина робочої частини потенціометра (l = 24 мм); x — переміщення повзунка давача (x = 0...24 мм).

4. Елемент автоматичної системи — тензодавач (тензочутник) з характеристикою

$$\Delta R = R_{п} k \frac{\Delta l}{l},$$

де ΔR — зміна опору тензометричного давача деформації; $R_п$ — початковий опір ($R_п$ = = 85 Ом); k — коефіцієнт тензочутливості (k = 2 для константана); $\Delta l = \varepsilon\, l$ — видовження чутливого елемента при деформації деталі, на яку він наклеєний; ε — коефіцієнт допустимої поздовжньої деформації (для фольгового давача ε = 0...0,003 мм/мм); l — довжина робочої частини давача (l = 10 мм).

5. Елемент автоматичної системи — електромеханічний давач тиску, чутливим елементом якого є гофрована мембрана (мембрана защемлена в корпусі і зв'язана важільним механізмом з потенціометричним здавачем). Характеристику гофрованої мембрани відбиває аналітична рівність

$$p = \frac{E}{R^4}(Ah^3\omega_0 + Bh\omega_0^{\,3}),$$

де p — тиск, який відповідає заданому прогину мембрани; E — модуль пружності матеріалу мембрани (для берилієвої бронзи $E = 1{,}3\cdot10^{11}$ Па); R — радіус контура защемлення (R = 0,02 мм); h — товщина мембрани (h = 0,0004 м); A, B — коефіцієнти, що залежать від конструкції мембрани (A = 7, B = 0,3 для синусоїдних мембран з висотою хвилі 0,001 м); ω_0 — прогин мембрани (ω_0 = 0,0002...0,001 м)). Переміщення x повзунка потенціометра пов'язане з прогином ω_0 мембрани співвідношенням

$$x = i_в \omega_0,$$

де $i_в$ — передатне відношення важільного механізму ($i_в$ = 10);

За статичну характеристику електромеханічного давача тиску править залежність $R_x = f(p)$ опору R_x потенціометра від тиску p в порожнині, сполученій з джерелом надлишкового тиску. Поточні значення R_x опору потенціометра визначаються за формулою

$$R_x = R_0 \frac{x}{l},$$

де R_0 — повний опір потенціометра (R_0 = 120 Ом); l — довжина робочої частини потенціометра (l = 0,01 м).

6. Елемент автоматичної системи — тахогенератор з характеристикою

$$E = k_l \Phi n,$$

де E — ЕРС на щітках тахогенератора постійного струму; k_l — коефіцієнт, що залежить від конструкції і схеми якоря (для тахогенератора типу ТГП–3А k_l = 0,015); Φ — магнітний потік (Φ = 200 Вб); n — частота обертання якоря тахогенератора (n = 0...50 с$^{-1}$).

7. Елемент автоматичної системи — пневматичний серводвигун з характеристикою

$$Q = \frac{\pi D^2}{12}(1 + a + a^2)p - cS,$$

де Q — зусилля на штоці пневмокамери; D — зовнішній діаметр робочої частини діафрагми (D = 0,15 м); $a = \frac{d}{D}$; d — діаметр центральної шайби штока (d = 0,03 м); p — надлишковий тиск (p = 0,1...0,6 МПа); c — жорсткість зворотної пружини (c = 7 кН/м); S — деформація пружини, яка дорівнює робочому ходу штока (S_1 = 0,02 м, S_2 = 0,03 м, S_3 = 0,05 м).

8. Елемент автоматичної системи — гідравлічний серводвигун (пересилання робочої рідини здійснюється в поршневу порожнину).

Зусилля на штоці поршневого гідроциліндра при пересиланні робочої рідини в поршневу порожнину визначається за формулою

$$Q_ш = \Delta p F_п \eta_{гц} - Q_т;$$

де $Q_ш$ — зусилля; Δp — перепад тиску в поршневій і штоковій порожнинах гідроциліндра (Δp = 0,5...9,5 Мпа); $F_п = \pi D^2/4$ — площа поршня; D — внутрішній діаметр гідроциліндра (D = 0,1 м); d — діаметр штока (d = 0,02 м); $\eta_{гц}$ — ККД гідроциліндра ($\eta_{гц}$ = 0,95); $Q_т = \pi D b \mu n \Delta p$ — сила тертя між поршнем і гідроциліндром; b — ширина щільникового кільця (b = 0,005 м); μ — коефіцієнт тертя в парі „циліндр — щільникове кільце” (μ = 0,1); n — кількість кілець (n = 2).

9. Елемент автоматичної системи — гідравлічний серводвигун (пересилання робочої рідини здійснюється в штокову порожнину).

Зусилля на штоці поршневого гідроциліндра при пересиланні робочої рідини в штокову порожнину визначається за формулою:

$$Q_ш = \Delta p F_ш \eta_{гц} - Q_т,$$

де $Q_ш$ — зусилля; Δp — перепад тиску в поршневій і штоковій порожнинах гідроциліндра (Δp = 0,5...9,5 МПа); $F_ш = \pi(D^2 - d^2)/4$ — площа штока; D — внутрішній діаметр гідроциліндра (D = 0,1 м); d — діаметр штока (d = 0,02 м); $\eta_{гц}$ — ККД гідроциліндра ($\eta_{гц}$ = 0,95); $Q_т = \pi D b \mu n \Delta p$ — сила тертя між поршнем і гідроциліндром; b — ширина щільникового кільця (b = 0,005 м); μ — коефіцієнт тертя в парі „циліндр — щільникове кільце” (μ = 0,1); n — кількість кілець (n = 2).

Завдання 2 — Графічна побудова статичних характеристик систем автоматики за характеристиками первинних елементів (ланок)

Зміст контрольного завдання

Необхідно:

— побудувати на міліметровому папері статичні характеристики окремих поєднань ланок та загальну статичну характеристику системи;

— провести аналіз статичної характеристики системи, задаючи конкретні значення вхідної величини та приросту.

Статичну характеристику системи автоматики можна отримати різними способами — прямим експериментом, аналітичними перетвореннями математичних моделей системи (зокрема за диференціальними рівняннями, в яких вхідна і вихідна величини вважаються незмінними в часі), графічною побудовою за статичними характеристиками первинних елементів.

На стадії проектування системи автоматики найприйнятнішим є останній спосіб — побудова характеристики системи за характеристиками її первинних елементів, отриманих чи експериментально, чи аналітично.

Системою автоматики є сукупність конкретних первинних елементів (ланок), з’єднаних між собою однотипно — послідовно, паралельно чи через зворотний зв’язок. Тому для побудови статичної характеристики автоматичної системи в цілому достатньо володіти методами побудови статичних характеристик типово з’єднаних пар первинних елементів (ланок).

Побудова статичних характеристик двох послідовно з’єднаних ланок

Послідовним називається таке з’єднання ланок, при якому вихідна величина першої ланки є вхідною для другої (рис. 1).

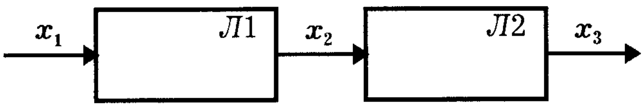


Рисунок 1 — Схема послідовного з’єднання ланок *Л*1 та *Л*2.

Якщо статичні характеристики $x_2 = f_1(x_1)$ та $x_3 = f_2(x_2)$ відповідно ланок *Л*1 та *Л*2 відомі, то статичну характеристику $x_3=f(x_1)$ елемента системи, який складають послідовно з’єднані ланки, можна побудувати таким чином.

В першому квадранті координатної системи (рис. 2) відтворюємо статичну характеристику ланки *Л*1 (залежність $x_2=f_1(x_1)$, а в другому — ланки *Л*2 (залежність $x_3=f_2(x_2)$). Задаючи певні значення величини x_1 (наприклад такі, що відповідають точкам *A*, *B*, *C*, *D*), за характеристикою $f_1(x_1)$ знаходимо відповідні їм значення величини x_2 (точки *A*', *B*', *C*', *D*').

Оскільки вихідна величина для першої ланки (x_2) є вхідною для наступної ланки, то точкам *A*', *B*', *C*', *D*' за характеристикою $f_2(x_2)$ ставляться у відповідність точки *A*'', *B*'', *C*'', *D*'', тобто певні значення вихідної величини x_3 для другої ланки.

Статичну характеристику для елемента з двома послідовно з'єднаними ланками відтворюємо в III квадранті координатної системи. Точки *a, b, c, d* результуючої статичної характеристики є точками перетину прямих, що проходять через точки *A*'', *B*'', *C*'', *D*'' паралельно до осі ординат x_2, та прямих, що проходять паралельно осі абсцис x_3 через точки *A*''', *B*''', *C*''', *D*''', які за значеннями x_1 відповідають точкам *A, B, C, D*.

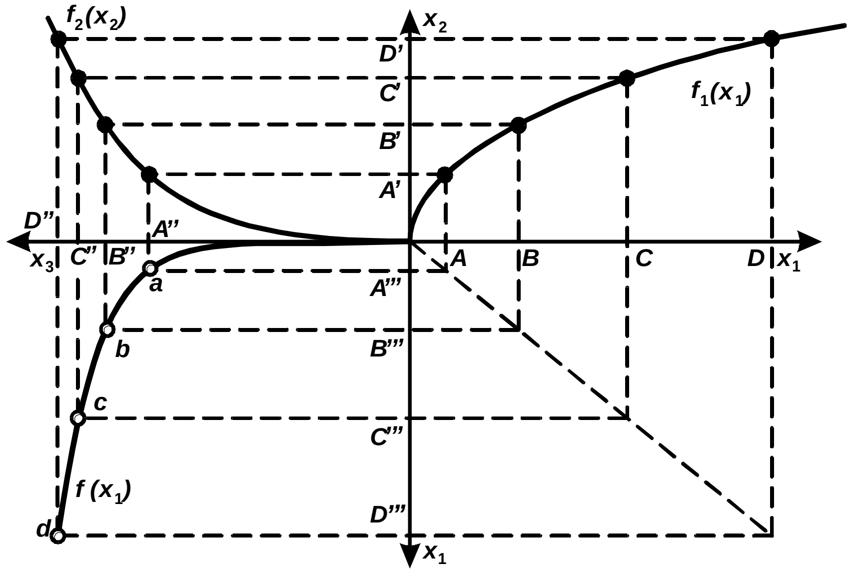


Рисунок 2 — Побудова статичної характеристики пари послідовно з'єднаних ланок.

Побудова статичних характеристик двох паралельно з'єднаних ланок

Паралельним називається таке з'єднання двох ланок, в якому одна і та ж величина є вхідною для обох ланок, а вихідні величини додаються (рис. 3).

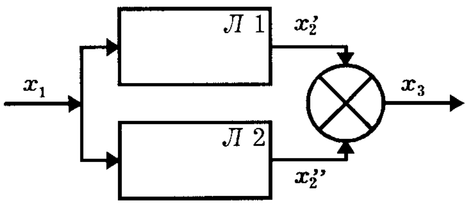


Рисунок 3 — Схема паралельного з'єднання ланок Л1 та Л2.

Якщо статичні характеристики $x_2'=f_1(x_1)$ та $x_2''=f_2(x_1)$. відповідно ланок *Л*1 та *Л*2 відомі, то статичну характеристику $x_2=x_2'+x_2''=f_1(x_1)+f_2(x_2)=f(x_1)$ елемента системи, який складають паралельно з'єднані ланки, можна побудувати таким чином.

В системі координат (x_1, x_2) (рис. 4) відтворюємо обидві характеристики — $f_1(x_1)$ та $f_2(x_1)$. Задаючи певні значення величини x_1 (яким, наприклад, відповідають точки *A*, *B*, *C*, *D*), знаходимо відповідні їм ординати $f_1(x_1)$ та $f_2(x_1)$ (точки *A*', *B*', *C*', *D*' та *A*'', *B*'', *C*'', *D*'' відповідно). Ординати точок *a*, *b*, *c*, *d* результуючої характеристики $x_2=f(x_1)$ є сумами *Aa=AA'+AA''*; *Bb=BB'+BB''*; *Cc=CC'+CC''*; *Dd=DD'+DD''*.

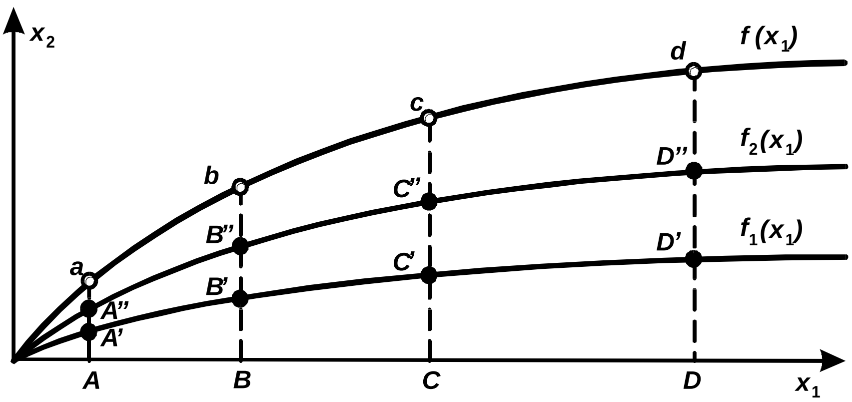


Рисунок 4 — Побудова статичної характеристики пари паралельно з'єднаних ланок.

Побудова статичних характеристик двох ланок зі зворотним зв'язком

Ланки вважаються з'єднаними через зворотний зв'язок, якщо вихідна величина однієї з ланок передається знову ж на її вхід (можливо через іншу ланку) як від'ємник (від'ємний зворотний зв'язок) або доданок (додатний зворотний зв'язок). Іншими словами, існує зворотний зв'язок, якщо вихідний сигнал ланки

Приклад з'єднання ланок через від'ємний зворотний зв'язок наведено на рис. 5; ланка *Л*1 в такому випадку називається ланкою, охопленою зворотним зв'язком, а ланка *Л*2 — ланкою зворотного зв'язку.

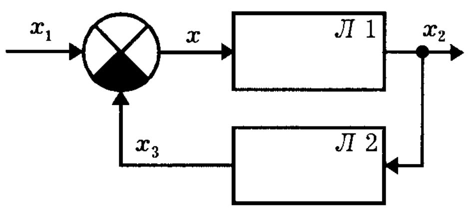


Рисунок 5 — Схема з'єднання ланок Л1 та Л2 через від'ємний зворотний зв'язок.

Якщо статичні характеристики $x_2=f_1(x_1)$ та $x_3=f_2(x_2)$ відповідно ланок *Л*1 та *Л*2 відомі, то статичну характеристику $x_2=f(x_1)$ елемента системи, який складають ланки, з'єднані через зворотний зв'язок, можна побудувати таким чином.

У випадку від'ємного зворотного зв'язку (рис. 6) у першому квадранті координатної площини будуємо статичну характеристику $x_2=f_1(x_1)$ ланки, охопленої зворотним зв'язком, а в другому — ланки зворотного зв'язку $x_3=f_2(x_2)$.

Задаючи певні значення вхідної величини x_1 (яким, наприклад, відповідають точки *A, B, C, D*), за характеристикою $x_2=f_1(x_1)$ знаходимо відповідні їм значення вихідної величини x_2 (точки *A*', *B*', *C*', *D*'). Через точки *A, B, C, D* проводимо прямі *k, l, m, n*, перпендикулярні до осі x_1. За точками *A*', *B*', *C*', *D*' (що відповідають вибраним значенням вхідної величини для ланки зворотного зв'язку) через залежність $x_3=f_2(x_2)$ знаходимо значення вихідної величини x_3 (точки *A*'', *B*'', *C*'' та *D*'').

Оскільки ланки з'єднані через від'ємний зворотний зв'язок, то на вхід ланки, охопленої зворотним зв'язком, як вхідна потраплятиме величина $x_1–x_3$, а не x_1. Щоб отримати дійсне значення вхідної величини графічно, ліворуч від точок *A, B, C, D* відкладаємо відповідні відрізки OA'', OB'', OC'' та OD'' та знаходимо точки A_1, B_1, C_1 та D_1. Цим точкам на характеристиці $x_2=f_1(x_1)$ відповідають точки A_1', B_1', C_1' та D_1', які проектуємо на прямі *k, l, m, n* відповідно. Отримані точки *a, b, c, d* власне і будуть точками статичної характеристики пари ланок, з'єднаних через від'ємний зворотний зв'язок.

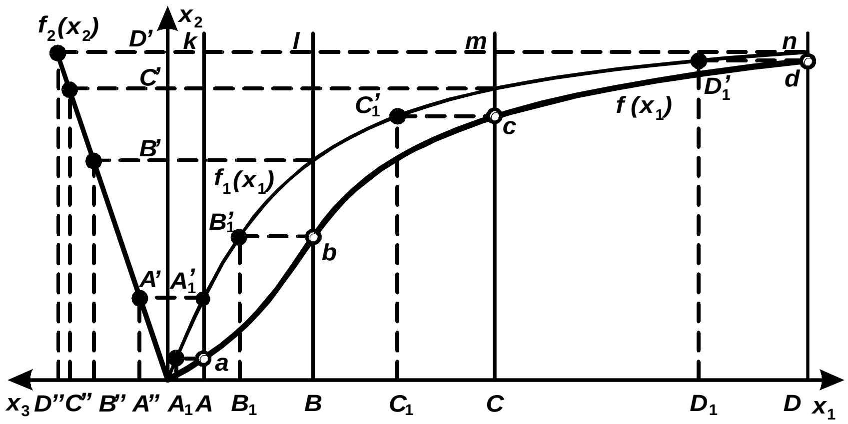


Рисунок 6 — Побудова статичної характеристики елемента, який складають з'єднані через від'ємний зворотний зв'язок ланки.

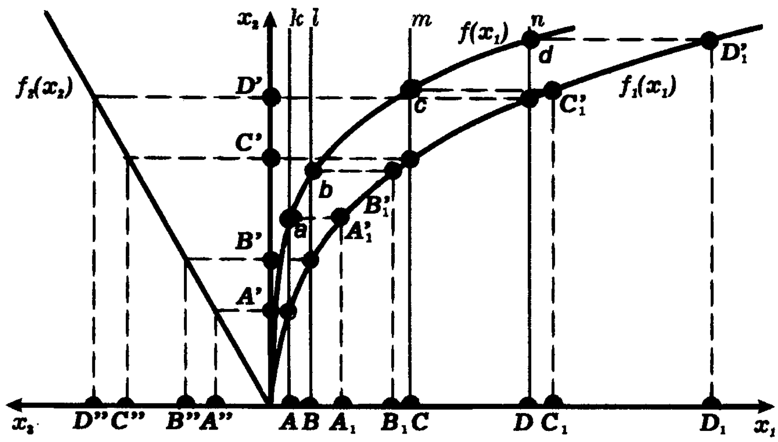


Рисунок 7 — Побудова статичної характеристики елемента, який складають з'єднані через додатний зворотний зв'язок ланки.

У разі додатного зворотного зв'язку побудова статичної характеристики загалом є аналогічною. Відмінність полягає лише в тому, що на вхід ланки, охопленої зворотним зв'язком, як вхідна потраплятиме величина x_1+x_3, а не x_1. Тому для графічного визначення фактичного значення вхідної величини необхідно (рис. 7) праворуч від точок *A, B, C, D* відкласти відрізки OA'', OB'', OC'' та OD'' і знайти відповідні їм точки A_1, B_1, C_1 і D_1. Як і в попередньому випадку отримуємо точки *a, b, c, d*, які власне і будуть точками статичної характеристики пари ланок, з'єднаних через додатний зворотний зв'язок.

За наведеними тут алгоритмами можна побудувати статичну характеристику як завгодно складної автоматичної системи.

Система зі зворотним зв'язком — це вельми універсальна модель динамічних явищ в техніці, економіці, природі, суспільстві. Зворотний зв'язок простежується завжди, коли зміна вихідного сигналу позначається на вхідному сигналі. Якщо зворотний зв'язок протидіє причинам, що зумовили зміну виходу, то він називається від'ємним, якщо ж він посилює дію причин — додатним.

Через зворотний зв'язок виміряна вихідна величина x_2 (див. рис. 5) потрапляє на пристрій порівняння, зазнаючи, можливо, попереднього перетворення у деяку величину x_3 в ланці *Л*2 (зворотний зв'язок, наведений через проміжну ланку *Л*2 зі зведенням x_2 до x_3, можна назвати опосередкованим; натомість пересилання x_2 безпосередньо на пристрій порівняння означає наведення прямого, безпосереднього зворотного зв'язку). Пристрій порівняння є, по суті, алгебричним суматором, який формує сигнал неузгодженості $x = x_1 - x_3$ у разі від'ємного зворотного зв'язку чи сигнал $x = x_1 + x_3$ домагання у разі додатного зворотного зв'язку. Величина $x = x_1 - x_3$ (від'ємний зворотний зв'язок) визначає ступінь відхилення значення вихідної величини x_3 від заданого значення вхідної величини. Значення x_1 править за взірцеве значення вихідної величини x_3; величина x_3 повинна відслідковувати величину x_1.

Типовим прикладом втілення принципу керування зі зворотним зв'язком є відцентровий регулятор швидкості обертання вала теплової машини. Чим більшою є ця швидкість, тим більше відцентрове зусилля продукує регулятор. За наявності від'ємного зворотного зв'язку збільшення швидкості обертання вала машини і відцентрового зусилля понад заданий рівень спричинить зменшення кількості енергоносія, що подається в робочий простір машини, а це започаткує процес зниження швидкості до бажаного рівня. Навпаки, надмірне зменшення швидкості обертання вала машини призведе до збільшення кількості енергоносія в її робочому просторі і усування небажаного зниження швидкості. Якщо б зворотний зв'язок був додатним, то збільшення (зменшення) швидкості і відцентрового зусилля зумовило б підведення більшої (меншої) кількості енергоносія; це спричинило б ще більший зростання (спадання) швидкості, а відтак ще більш (менш) інтенсивне надсилання енергоносія в робочий простір машини; режим роботи виявився б нестійким.

В даному разі додатний зворотний зв'язок є небажаним. А от в системах, що призначені для генерування незгасних коливань додатний зворотний зв'язок може виявитися вельми корисним.

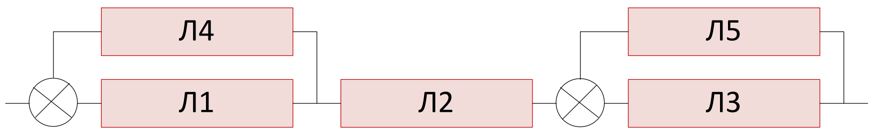
Зворотний зв'язок може наводитися через людину-оператора (ергатичні системи), обчислювальні машини і центри керування (системи управління), нервові осередки (біологічні об'єкти) тощо.

Зворотні зв'язки в природі наводяться самовільно. Можна, зокрема, навести такий простий приклад. Над районом інтенсивної пожежі в джунглях виникає простір розрідження (низького тиску). В цей простір з оточення самовільно починають стікатися маси холодного й насиченого вологою повітря. Формуються дощові хмари, які за певних умов спричиняють бажані опади. Так, власне, завдяки зворотному зв'язку природа віднаходить засіб для гасіння пожежі.

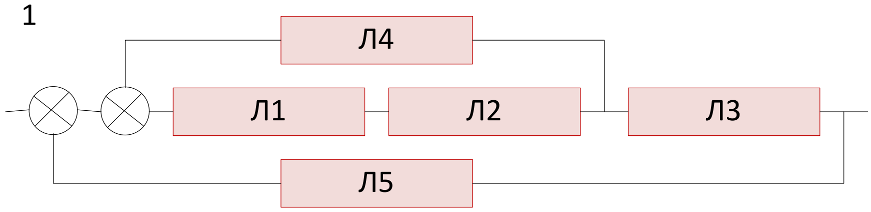
Варіанти контрольного завдання

Структури автоматичних систем відображають схеми:

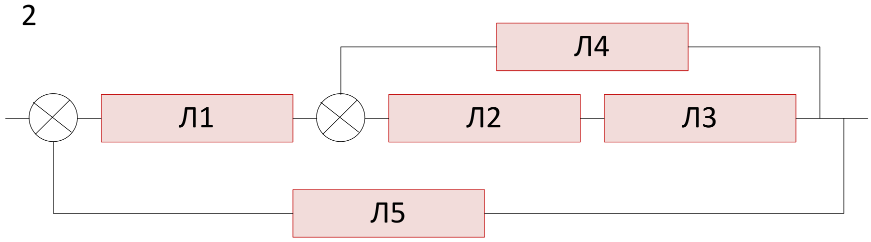
0



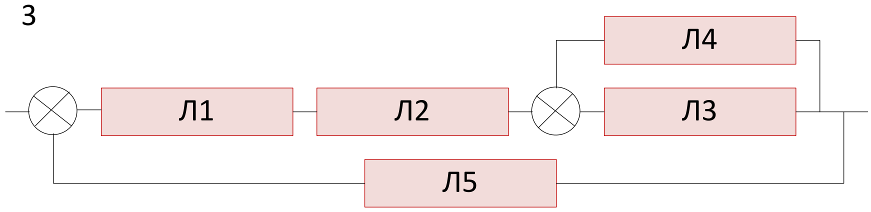
1



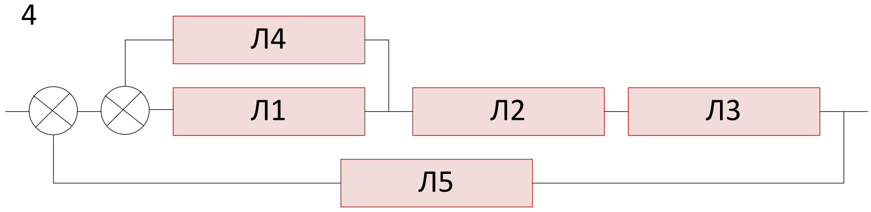
2



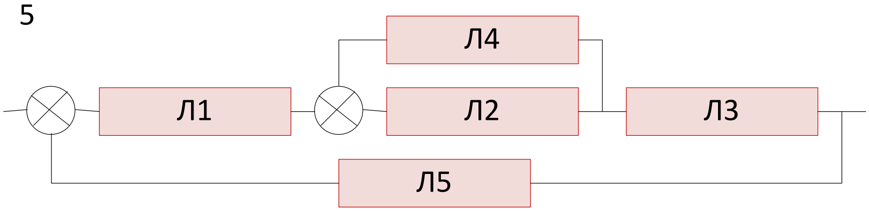
3



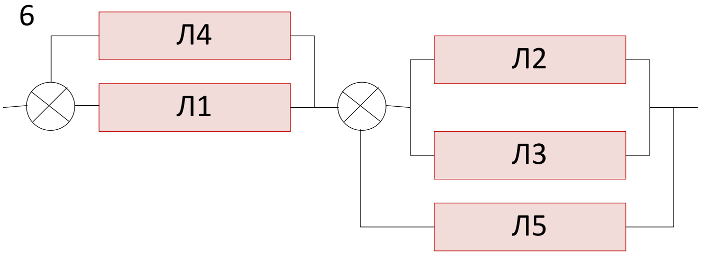
4



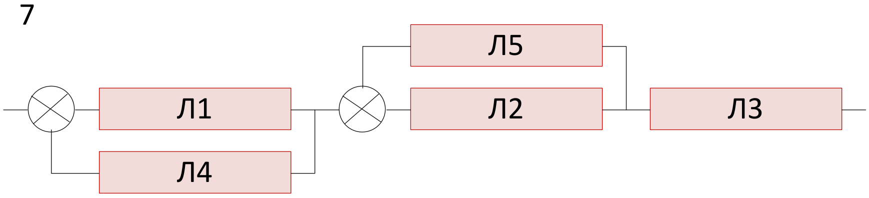
5



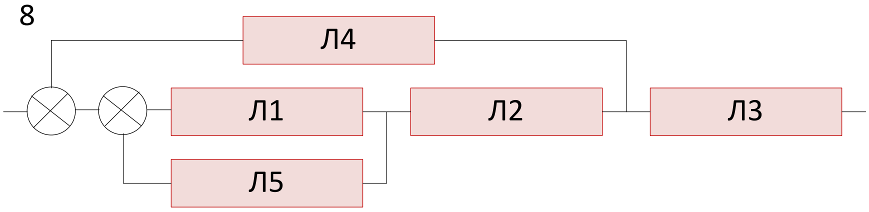
6



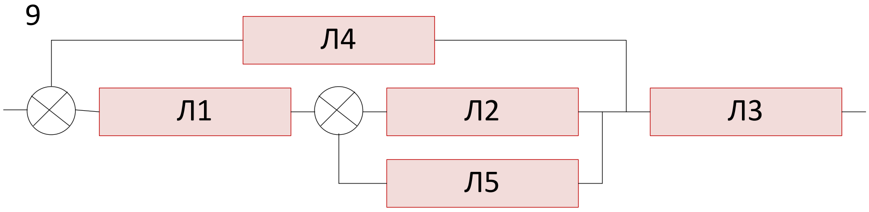
7



8



9



Статичні характеристики ланок *Л*1...*Л*5 задано аналітично:

$$Л1 — \; y = \frac{x^2}{2};\; Л2 — \; y = \frac{x}{5};\; Л3 — \; y = \sqrt{3x};\; Л4 — \; y = \sqrt{\frac{x}{2}};\; Л5 — \; y = \frac{x}{2}.$$

Завдання 3 — Дослідження лінійних систем на стійкість

Зміст контрольного завдання

Завдання 3 складається з двох задач.

Задача 1

Дослідити на стійкість (методом Рауса у разі парного номера варіанту і методом Гурвіца у разі непарного номера) систему, задану характеристичним рівнянням

$$a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0;$$

відобразити розташування коренів характеристичного рівняння на площині розв’язків.

Задача 2

Дослідити на стійкість за критерієм Михайлова систему, задану характеристичним рівнянням

$$a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0.$$

У разі стійкості розімкнутої системи — оцінити її запас стійкості, покладаючи ε = 1,1 (ε — так званий запас стійкості).

Стійкість — це властивість системи без додаткових керуючих зусиль (самовільно) повертатися зі стану, в який вона потрапила внаслідок збурення, в усталений або близький до нього стан, в якому вона б перебувала за відсутності збурення.

Стійкість динамічної системи можна вичерпно оцінити, аналізуючи розв'язок диференціального рівняння, яке описує її поведінку після збурення

$$A(s)\, y(t) = C(s)\, x(t),$$

де

$$A(s) = a_0s^n + a_1s^{n-1} + ... + a_{n-1}s + a_n,$$

$$C(s) = c_0s^m + c_1s^{m-1} + ... + c_{m-1}s + c_m$$

— загальні лінійні диференціальні оператори; s — оператор диференціювання (стосовно довільної змінної $z(t)$ цей оператор читається так: $sz = dz/dt$, $s^2z = d^2z/dt^2$, ..., $s^kz = d^kz/dt^k$, $z/s = \int zdt$, ...); m, n, k — натуральні числа; a_0, ..., a_n, c_0, ..., c_m — дійсні сталі, параметри системи; x, y — відповідно вхідна (керівна) та вихідна (керована) величини; t — час.

Розв’язок такого рівняння можна подати у вигляді

$$y(t) = y_у(t) + y_п(t),$$

де $y_у(t)$ — окремий розв’язок неоднорідного рівняння; $y_п(t)$ — загальний розв’язок однорідного рівняння $A(s)\, y(t) = 0$. Величину $y_у(t)$ називають усталеною складовою розв’язку, тоді як $y_п(t)$ — перехідною складовою.

Система стійка, якщо складова $y_п(t)$ є згасальною, тобто такою, що

$$\lim_{t\to\infty} y_п(t) = 0.$$

Загальний розв’язок

$$y_{п}(t) = \sum_{k=1}^{n} c_k e^{p_k t}$$

однорідного рівняння $A(s)\ y(t) = 0$ визначається через сталі c_k та корені p_k характеристичного рівняння

$$A(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n = 0.$$

Значення c_k не залежать від параметрів динамічної системи, а визначаються виключно початковими умовами. Тому дослідження стійкості системи можна звести, по суті, до аналізу коренів наведеного характеристичного рівняння.

Справді, умова стійкості системи в даному випадку має вигляд

$$\lim_{t \to \infty} y_{п}(t) = \sum_{k=1}^{n} c_k \lim_{t \to \infty} e^{p_k t} = 0\,.$$

Звідси легко бачити, що дотримання чи не дотримання цієї умови цілком залежить лише від коренів $p_k = \alpha_k \pm i\omega_k$. При цьому

$$\lim_{t \to \infty} y_{п}(t) = \begin{cases} 0, & \alpha_k < 0; \\ \text{не існує}, & \alpha_k = 0; \\ 1,\ \alpha_k = 0, \omega_k = 0; & \\ \infty, & \alpha_k > 0, \end{cases}$$

звідки можна зробити такий висновок: для стійкості лінійної системи необхідно і достатньо, щоб дійсні частини всіх коренів характеристичного рівняння були від’ємними ($\alpha_k = \mathrm{Re}p_k < 0,\ k = 1, ..., n$), тобто щоб корені знаходилися в лівій півплощині площини розв’язків (рис. 8, *а*).

Якщо серед розв'язків характеристичного рівняння є корені з додатними дійсними частинами α_k, то система нестійка (рис. 8, *б*), а у випадку від'ємних та чисто уявних коренів (рис. 8, *в*) чи від'ємних та нульових коренів (рис 8, *г*) система є такою, що відповідає границі стійкості.

Визначення стійкості-нестійкості системи безпосередньо за коренями характеристичного рівняння, не завжди найпростіший шлях, особливо коли степінь цього рівняння більший за три. До того ж, як засвідчено вище, стійкість системи визначається лише знаками дійсних частин коренів. Тому важливо знати алгоритми, за якими можна було б оцінити стійкість системи без прямого обчислення коренів характеристичного рівняння.

Алгоритми, які дозволяють оцінити стійкість системи, поділяються на алгебричні та графоаналітичні. Алгебричні алгоритми дозволяють отримати лише якісну оцінку характеру перебігу процесу (стійкий чи нестійкий). Графоаналітичні ж алгоритми, окрім якісної оцінки, дозволяють отримати інформацію ще й про ступінь стійкості, а при необхідності з’ясувати також вплив кожної ланки на стійкість системи.

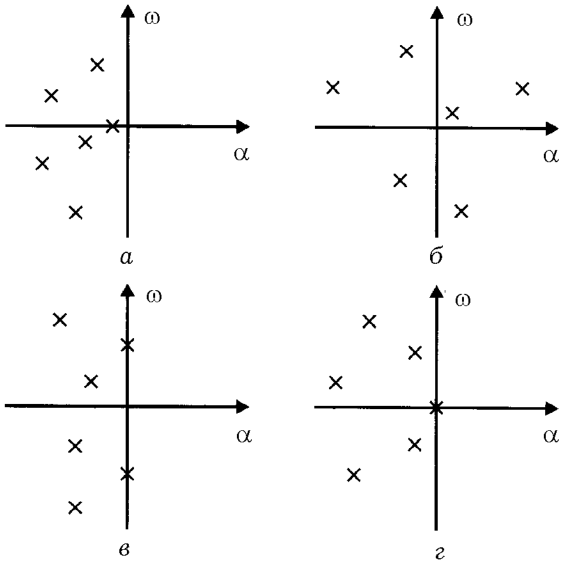


Рисунок 8 — Розподіл коренів на площині розв'язків:
***а* — система стійка; *б* — система нестійка; *в* — властивості системи відповідають границі коливної стійкості; *г* — властивості системи відповідають границі аперіодичної стійкості.**

Констатація факту стійкості аналітично досліджуваної системи-моделі сама по собі ще не може гарантувати стійкість реальної системи, яка буде створена на основі цієї моделі. Тому важливо знати, яким запасом стійкості наділена система-модель.

Алгебричні критерії

Алгебричні алгоритми застосовують тоді, коли задано конкретне диференціальне рівняння системи, а отже й характеристичне рівняння

$$a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n = 0.$$

В рамках кожного алгоритму висуваються певні формальні ознаки стійкості — критерії. Алгебричні, зокрема, критерії окреслюють умови стійкості на підставі оцінки значень коефіцієнтів характеристичного рівняння та їх співвідношень.

1 Критерій Рауса

Алгоритм Рауса вимагає формування спеціальної таблиці. В таблиці Рауса (табл. 1) перший рядок складають нульовий та парні коефіцієнти характеристичного рівняння, другий рядок — непарні коефіцієнти, а всі інші елементи таблиці визначаються за формулами

$$c_{ki} = c_{k+1,\, i-2} - \lambda_i c_{k+1,\, i-1}, \;\; \lambda_i = \frac{c_{1,\, i-2}}{c_{1,\, i-1}},$$

де k — номер стовпця; i — номер рядка. Загальна кількість рядків в таблиці Рауса становить $n+1$, де n — степінь характеристичного рівняння.

Таблиця 1 — Таблиця Рауса

λ_i	$c_{11} = a_0$	$c_{21} = a_2$	$c_{31} = a_4$	...
	$c_{12} = a_1$	$c_{22} = a_3$	$c_{32} = a_5$	...
$\lambda_3 = c_{11}/c_{12}$	$c_{13} = c_{21} - \lambda_3 c_{22}$	$c_{23} = c_{31} - \lambda_3 c_{32}$	$c_{33} = c_{41} - \lambda_3 c_{42}$	...
$\lambda_4 = c_{12}/c_{13}$	$c_{14} = c_{22} - \lambda_4 c_{23}$	$c_{24} = c_{32} - \lambda_4 c_{33}$	$c_{34} = c_{42} - \lambda_4 c_{43}$	...
$\lambda_5 = c_{13}/c_{14}$	$c_{15} = c_{23} - \lambda_5 c_{24}$	$c_{25} = c_{33} - \lambda_5 c_{34}$	$c_{35} = c_{43} - \lambda_5 c_{44}$	...
...	...	...	...	...

Якщо ж хоча б один з цих коефіцієнтів від’ємний, то система нестійка (кількість коренів, які належать правій півплощині площини розв'язків, дорівнює кількості змін знаків в першому стовпці).

2 Критерій Гурвіця

За Гурвіцем для стійкості системи n-го порядку, заданої характеристичним рівнянням n-го порядку, необхідно і достатньо, щоб визначники Гурвіця всіх порядків були додатними.

Визначник Гурвіця розміром $n \times n$

$$\Delta_\Gamma = \Delta_{\Gamma n} = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_3 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & a_{n-3} & a_{n-1} & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & a_{n-4} & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

заповнюється так: вздовж головної діагоналі записуються всі коефіцієнти характеристичного рівняння від a_1 до a_n в порядку зростання індексів; всі стовпці визначника доповнюються угору від діагоналі коефіцієнтами з послідовно зростаючими індексами, а униз — з послідовно спадаючими; при цьому всі елементи визначника, що знаходяться вище елементів a_n і нижче елементів a_0 повинні бути нулями. Визначники менших розмірів формуються як верхні-ліві частини (діагональні мінори) визначника розміром $n \times n$, а отже критерій Гурвіця можна подати як систему нерівностей

$$\Delta_{\Gamma 1} = a_1 > 0; \ \Delta_{\Gamma 2} = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0;$$

$$\Delta_{\Gamma 3} = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0; \ \ldots; \ \Delta_{\Gamma n} > 0.$$

За необхідності забезпечити певний запас стійкості слід дотримуватись умов ($\varepsilon > 0$)

$$\Delta_{\Gamma 1} > \varepsilon,\ \Delta_{\Gamma 2} > \varepsilon,\ \Delta_{\Gamma 3} > \varepsilon;\ \ldots;\ \Delta_{\Gamma n} > 0.$$

Звернемо увагу на те, що в останньому стовпці ($n \times n$)-визначника всі елементи, окрім одного останнього a_n, є нулями. Тому можна записати:

$$\Delta_{\Gamma n} = a_n\, \Delta_{\Gamma(n-1)}.$$

Отже, якщо $a_n>0$, $\Delta_{\Gamma(n-1)} > 0$, то й $\Delta_{\Gamma n} > 0$.

Доведено, що коли всі коефіцієнти характеристичного рівняння додатні ($a_0 > 0$, $a_1 > 0$, …; $a_n>0$), то з додатності всіх визначників $\Delta_{\Gamma 1}$, $\Delta_{\Gamma 3}$, ... з непарними індексами випливає й додатність визначників $\Delta_{\Gamma 2}$, $\Delta_{\Gamma 4}$, ... з парними індексами, та й навпаки. Тому в цьому випадку умови стійкості можна сформулювати так: щоб система, характеристичне рівняння якої має лише додатні коефіцієнти ($a_0 > 0$, $a_1 > 0$, ..., $a_n > 0$), була стійкою (щоб дійсні частини коренів характеристичного рівняння мали від’ємні значення), необхідно й достатньо, щоб всі визначники $\Delta_{\Gamma 1}$, $\Delta_{\Gamma 2}$, ..., $\Delta_{\Gamma n}$ були додатними.

3 Критерій аперіодичної стійкості

Лінійна динамічна система називається аперіодично стійкою, якщо її характеристичне рівняння

$$F(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

($a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n$ — дійсні числа) тільки дійсні від’ємні корені. Коефіцієнти a_0, a_1, …, a_{n-1}, a_n при цьому можуть бути тільки одного знаку; вважатимемо їх додатними.

Побудуємо поліном

$$\Phi(z) = F(z^2) + zF'(z^2) = a_0 z^{2n} + n a_0 z^{2n-1} + a_1 z^{2n-2} +$$

$$+ (n-1)\, a_1 z^{2n-3} + \ldots + a_{n-1} z^2 + a_{n-1} z + a_n\,.$$

Покладемо в ньому $z = i\omega$. Тоді

$$\Phi(i\omega) = P(\omega) + iQ(\omega)\,,$$

де

$$P(\omega) = F(-\omega^2)\,,\ Q(\omega) = \omega F'(-\omega^2)\,.$$

Якщо всі корені полінома $F(p)$ дійсні і від’ємні, то всі корені полінома $F'(p)$, що є похідною від $F(p)$, — дійсні, додатні і перемежовуються з коренями первісного полінома $F(p)$. Отже корені поліномів $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ також дійсні і взаємно перемежовуються. Можна довести, що в такому разі поліном $F(p)$ є гурвіцевим, тобто таким, що задовольняє викладеним раніше умовам Гурвіця. Навпаки, якщо поліном $\Phi(z)$ є гурвіцевим, то всі корені поліномів $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ дійсні, а отже корені полінома $F(p)$ — дійсні і від’ємні.

То ж, умови Гурвіця для полінома $\Phi(z)$

$$\Delta_{\Gamma(2n-1)} = \begin{vmatrix} na_0 & (n-1)\,a_1 & (n-2)\,a_2 & (n-3)\,a_3 & \cdots \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \cdots \\ 0 & na_0 & (n-1)\,a_1 & (n-2)\,a_2 & \cdots \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-1} \end{vmatrix} > 0\,,$$

$$\Delta_{\Gamma(2n-2)} > 0\,,\ \ldots,\ \Delta_{\Gamma 2} > 0$$

є необхідними і достатніми умовами аперіодичної стійкості системи з характеристичним рівнянням

$$F(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0\,.$$

Керуючись тим, що за умови додатності коефіцієнтів полінома деякі з нерівностей Гурвіця, як відомо (див. вище), є наслідками решти, кількість щойно наведених нерівностей, що підлягають перевірці в конкретних задачах, можна суттєво скоротити. До того ж, їх можна спростити, перемножуючи парні рядки на n і віднімаючи від них непарні, після чого тільки перший елемент лівого стовпця залишиться відмінним від нуля. Викреслюючи цей стовпець і верхній рядок, подамо критеріальні нерівності у вигляді

$$\Delta_{\Gamma(2n-2)} = \begin{vmatrix} a_1 & 2a_2 & 3a_3 & 4\,a_4 & \cdots \\ na_0 & (n-1)\,a_1 & (n-2)\,a_2 & (n-3)\,a_3 & \cdots \\ 0 & a_1 & 2a_2 & 3a_3 & \cdots \\ 0 & na_0 & (n-1)\,a_1 & (n-2)\,a_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-1} \end{vmatrix} > 0\,,$$

$$\Delta_{\Gamma(2n-3)} > 0\,,\ \ldots,\ \Delta_{\Gamma 2} > 0\,.$$

Зокрема, для характеристичного рівняння третього степеня

$$F(p) = p^3 + Xp^2 + Yp + 1 = 0$$

одна з умов аперіодичності набуває вигляду

$$\begin{vmatrix} X & 2Y & 3 & 0 \\ 3 & 2X & Y & 0 \\ 0 & X & 2Y & 3 \\ 0 & 3 & 2X & Y \end{vmatrix} > 0\,.$$

Розгортаючи її, отримаємо відому нерівність

$$X^2Y^2 - 4(X^3 + Y^3) + 18XY - 27 > 0\,.$$

В цьому разі при $X > 0$, $Y > 0$ решта умов виявляються наслідковими.

Графоаналітичні критерії

Одним з графоаналітичних методів дослідження стійкості системи є критерій Михайлова. Він базується на так званому принципі аргументу, суть якого полягає в наступному.

Подамо характеристичний поліном

$$A(p) = a_0p^n+a_1p^{n-1} + ... + a_n$$

динамічної системи у вигляді

$$A(p) = (p - p_1)(p - p_2)...(p - p_n),$$

де p_k, k=1, ..., n — корені полінома; p — довільне комплексне число, яке можна відобразити на комплексній площині як деякий вектор ***OB*** (рис. 9). Аналогічно, будь-який корінь p_k може бути відображений на цій площині як деякий вектор ***OC***. Тоді кожен із співмножників (p–p_k) характеристичного полінома представлятиме собою вектор ***CB***, що є різницею векторів ***OC*** і ***OB***.

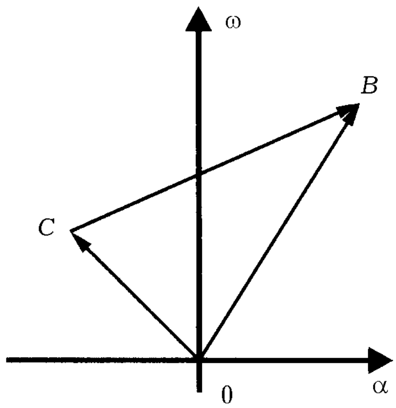


Рисунок 9 — Відображення вектора ($p - p_k$) на комплексній площині.

Оскільки p — довільне комплексне число, то й вектор ***OB*** в загальному випадку може бути скерований як завгодно. Приймемо, що напрямок вектора ***OB*** збігається з уявною віссю координат, поклавши, таким чином, $p = i\omega$. При зміні ω від нуля до нескінченності кінець вектора ***OB*** буде пересуватись вздовж уявної осі в додатному напрямку від 0 до ∞, а вектор ***CB*** повертатиметься навколо точки C на відповідні кути в додатному або від'ємному напрямках в залежності від знака дійсної частини кореня p_k. У випадку дійсних коренів кут повороту становить π/2, а у випадку пари спряжених коренів — 2(π/2). Замінивши p на $i\omega$, представимо характеристичний поліном $A(p)$ у вигляді

$$A(i\omega) = (i\omega - p_1)(i\omega - p_2) ... (i\omega - p_n).$$

Оскільки при множенні комплексних чисел їх аргументи додаються, то сумарний кут повороту вектора $A(i\omega)$ дорівнюватиме сумі кутів повороту кожного з векторів ($i\omega - p_k$) при зміні ω від 0 до ∞.

Припустимо, що m коренів характеристичного полінома $A(i\omega)$ розташовані в правій, а $(n–m)$ коренів — в лівій півплощинах розв'язків; тоді сумарний кут повороту вектора $A(i\omega)$, який позначено через φ, дорівнюватиме сумі сумарних кутів повороту m векторів правої φ_1 і $(n–m)$ векторів лівої φ_2 півплощин площини розв'язків:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = –m\pi/2 + (n – m)\ \pi/2 = (n – 2m)\ \pi/2$$

при зміні ω від 0 до ∞.

В цьому полягає суть принципу аргумента.

Якщо всі без винятку корені характеристичного полінома розташовані в лівій півплощині (дійсні частини всіх коренів від'ємні; $m = 0$), то на підставі принципу аргумента знайдемо

$$\arg A(i\omega) = n\ \frac{\pi}{2} \quad \text{при} \quad 0 < \omega < \infty,$$

де $\arg A(i\omega)$ — сумарний кут повороту вектора $A(i\omega)$.

Отримана залежність, власне, і покладена в основу графоаналітичних алгоритмів дослідження на стійкість.

Критерій Михайлова

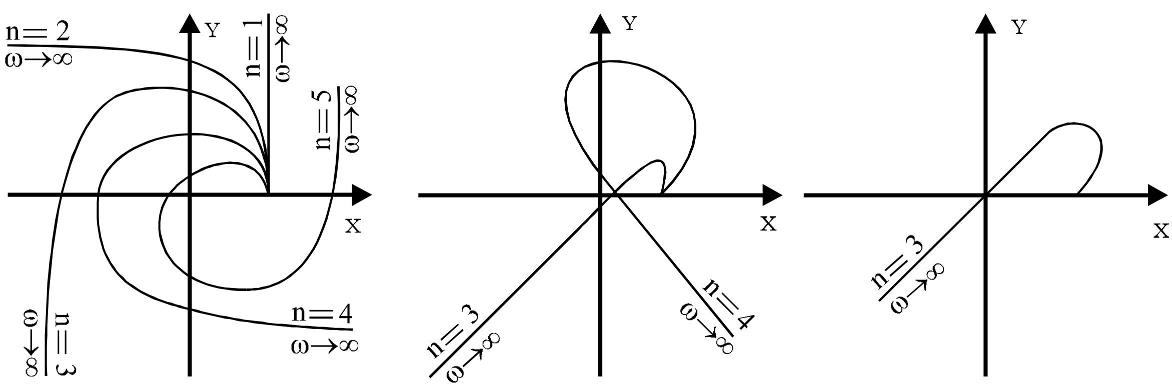
Якщо в характеристичному многочлені системи змінну p замінити на $i\omega$, то отримаємо характеристичний вектор

$$A(i\omega) = a_0(i\omega)^n + a_1(i\omega)^{n–1} + ... + a_n.$$

Годограф цього вектора (крива, яку описує його кінець при зміні ω від 0 до ∞) представляє собою криву Михайлова. Для побудови кривої Михайлова вектор $A(i\omega)$ подають у вигляді

$$A(i\omega) = X(\omega)+iY(\omega),$$

де $X(\omega) = a_n – a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 –...$; $Y(\omega) = a_{n-1}\omega – a_{n-3}\omega^3 + a_{n-5}\omega^5 –...$ Криву будують на площині $X – Y$ за конкретними точками, координати $X(\omega)$ і $Y(\omega)$ яких обчислюються при різних $0<\omega<\infty$.



а *б* *в*

Рисунок 10 — Криві Михайлова: *а* — система стійка; *б* — система нестійка; *в* — система, властивості якої відповідають границі стійкості.

Описаний алгоритм передбачає такий критерій оцінки стійкості (критерій Михайлова): для стійкості лінійної системи необхідно і достатньо, щоб характеристичний вектор $A(i\omega)$ при зміні ω від 0 до ∞ повертався на кут $n(\pi/2)$ проти годинникової стрілки, де n — порядок характеристичного полінома (рис. 10. *а*).

Крива Михайлова для стійких систем має плавну спіралеподібну форму. Починаючись на дійсній осі, вона послідовно обходить в додатному (проти годинникової стрілки) напрямку всі n квадрантів комплексної площини. Її кінець прямує до нескінченності у тому квадранті, номер якого співпадає зі степенем характеристичного рівняння

На рис. 10. *б, в* наведено приклади кривих Михайлова відповідно для нестійких систем та систем, властивості яких відповідають границі стійкості.

Варіанти контрольного завдання

Значення коефіцієнтів характеристичного рівняння для задачі 1 наведено в табл. 2, а для задачі 2 — в табл. 3.

Таблиця 2 — Варіанти даних для задачі 1

Номер варіанту	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1	1	16	32	10	5
2	2	3	5	7	4
3	2	3	7	5	4
4	1	2	8	4	3
5	2	5	4	6	3
6	3	20	10	10	3
7	2	5	6	4	3
8	1	5	2	8	4
9	2	5	7	8	4
0	5	8	6	4	2

Таблиця 3 — Варіанти даних для задачі 2

Номер варіанту	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
0	0,0004	0,006	0,05	0,7	2
1	0,0006	0,012	0,07	1,3	4
2	0,0002	0,003	0,05	0,7	4
3	0,0002	0,003	0,07	0,5	4
4	0,0001	0,002	0,08	0,4	3
5	0,0002	0,005	0,04	0,6	3
6	0,0003	0,020	0,10	1,0	3
7	0,0005	0,008	0,06	0,4	2
8	0,0005	0,007	0,03	0,2	1
9	0,0007	0,009	0,08	0,6	3

Завдання 4 — Аналіз якості процесу регулювання

Зміст контрольного завдання

Необхідно:

Оцінити якість системи (запас стійкості, швидкодію і коливальність) за розташуванням коренів їх характеристичних рівнянь.

Стійкість системи необхідна, проте далеко не достатня умова її практичної придатності. Тому досконалість системи оцінюють не тільки за стійкістю, а й за іншими динамічними показниками, до яких в першу чергу необхідно віднести запас стійкості, точність, швидкодію, коливальність.

Загалом досконалість системи можна оцінити вже навіть за виглядом її перехідної функції. Метод оцінки досконалості системи за перехідною функцією належить до так званих прямих методів дослідження. При аналітичному втіленні цього методу дослідження стає трудомістким, оскільки вимагає безпосереднього розв'язування диференціального рівняння, яке описує дану систему.

Тому при визначенні показників досконалості систем часто вдаються до непрямих методів, які не потребують розв'язування диференціальних рівнянь. До непрямих, зокрема, відноситься метод дослідження за розподілом коренів характеристичного рівняння на комплексній площині.

Якщо розв'язати характеристичне рівняння $A(p) = 0$ лінійної системи

$$A(p)\, Y(p) = C(p)\, X(p)$$

і отримані значення коренів $p_k = \alpha_k + i\omega_k$, $k = 1, .., n$ зобразити на площині розв'язків (рис. 11) то оцінка досконалості системи зведеться до визначення віддалі d від найближчого до уявної осі кореня та кута θ, в який вписується найбільш віддалений від дійсної осі комплексний корінь. Тангенс цього кута дорівнює відношенню уявної частини кореня до дійсної:

$$\text{tg}\theta = \omega_k/\alpha_k.$$

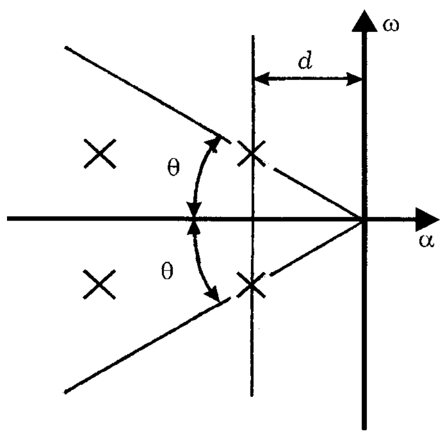


Рисунок 11 — Розподіл коренів на площині розв'язків.

Величина d у випадку стійкої системи (коли всі корені характеристичного рівняння знаходяться в лівій півплощині площини розв'язків) характеризує запас стійкості. Ця ж величина використовується і для наближеної оцінки швидкодії даної системи (швидкості згасання перехідного процесу): $t_п = 3/d$. Відношення $\gamma = \omega_i/\alpha_i$ — характеризує коливальність перехідного процесу. Чим меншим є γ, тим в меншій мірі лінійна система схильна до коливань.

Варіанти контрольного завдання

Характеристичні многочлени задані в табл.4. Вони записані через свої корені.

Таблиця 4 — Варіанти даних для контрольного завдання

Номер варіанту	Характеристичні рівняння
0	$(p+7)(p+3+2i)(p+3-2i)(p+4+5i)(p+4-5i)\times$ $\times(p+1)(p+6+5i)(p+6-5i)(p+3)(p-7)$
1	$(p+1)(p+6+5i)(p+6-5i)(p+3+i)(p+3-i)\times$ $\times p(p+3+2i)(p+3-2i)(p+1+i)(p+1-i)$
2	$(p-4)(p+6)(p+6)(p+3+i)(p+3-i)\times$ $\times(p+1)(p+2+3i)(p+2-3i)(p+3+3i)(p+3-3i)$
3	$(p+5)(p+4+5i)(p+4-5i)(p+1+2i)(p+1-2i)\times$ $\times p^2(p+1+7i)(p+1-7i)(p+3+2i)(p+3-2i)$
4	$(p+1)(p+6)(p-6)(p+3+i)(p+3-i)\times$ $\times(p+4)(p+9+6i)(p+9-6i)(p+1+6i)(p+1-6i)$
5	$(p+5)(p+5i)(p-5i)(p+13+i)(p+13-i)\times$ $\times(p+8)(p+4+3i)(p+4-3i)(p+2+i)(p+2-i)$
6	$p(p+7+4i)(p+7-4i)(p+5+4i)(p+5-4i)\times$ $\times(p+2)(p+4)(p+8)(p+3+i)(p+3-i)$
7	$p^3(p+3+i)(p+3-i)(p+7+5i)(p+7-5i)\times$ $\times(p+5)(p+3+2i)(p+3-2i)(p+1+3i)(p+1-3i)$
8	$(p+1)(p-6+5i)(p-6-5i)(p+2+i)(p+2-i)\times$ $\times(p+13)(p+8+4i)(p+8-4i)(p+5+i)(p+5-i)$
9	$(p+10)(p+5i)(p-5i)(p+1+3i)(p+1-3i)\times$ $\times(p+3)(p+4+6i)(p+4-6i)(p+2+i)(p+2-i)$

Перелік літератури

1. **Александров Є. Є.** Системи автоматики транспортних засобів.— Київ: ІСДО, 1994.— 106 с.

2. **Аврамов В. П., Александров Е. Е.** Основы автоматики транспортных машин.— Киев: Вища шк., 1986.— 87 с.

3. **Автоматика** и автоматизация производственных процессов/ Под общ. ред. Г. К. Нечаева.— Киев: Вища шк., 1985.— 279 с.

4. **Васильєв Д. В., Чуїч В. Г.** Системи автоматичного керування (приклади розрахунку).— Київ: Вища шк., 1972.— 364 с.

5. **Гащук П., Зорій Л.-М.** Лінійні моделі дискретно-неперервних механічних систем.— Львів: Українські технології, 1999.— 372 с.

6. **Манычев Б. Е.** Основы автоматизации технического обслуживания и ремонта автомобилей.— Москва: Транспорт, 1978.— 240 с.

7. **Основы** автоматического регулирования и управления/ Под ред. В. М. Пономарёва — Москва: Высшая школа, 1974.— 439 с.

8. **Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В.** Основы теории и элементы систем автоматического регулирования.— Москва: Машиностроение, 1985.— 535 с.

Навчальне видання

Методи дослідження властивостей систем автоматики. Методичні вказівки до виконання контрольної роботи з дисципліни "Основи автоматики та автоматизації в галузі" для студентів базового напрямку 6.0902 "Інженерна механіка" за фаховим скеруванням 7.090258 "Автомобілі та автомобільне господарство" заочної форми навчання.

Укладачі: Петро Миколайович Гащук
Любов Миколаївна Королевич

Редактор *Дорошенко О. В.*
Комп'ютерне складання *Білашевич Л. В.*

Здано у видавництво 19.02.2002.
Підписано до друку 04.03.2002.
Формат 70×100 1/16. Папір офсетний. Друк на різографі.
Умовн. друк. арк. 1,96. Обл.-вид. арк. 1,62.
Наклад 100 прим. Зам. 38.

Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”

Поліграфічний центр
Видавництва Національного університету “Львівська політехніка”
вул. Ф. Колесси, 2, 79000, Львів