

### **КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ НАПІРНИХ ХАРАКТЕРИСТИК (ПРОТИПОЖЕЖНИХ) ВІДЦЕНТРОВИХ ПОМП**

Аналізуються основні принципи струминної теорії відцентрових pomp (гідродинамічних нагнітачів). Критично оцінюється традиційний підхід до ідентифікації характеристики ідеальної відцентрової помпи. Наголошується на тому, що логіку синтезу ідеальної помпи псує припущення про «радіальний вхід» рідини в робоче колесо. Це припущення має сенс тільки стосовно окремих режимів роботи помпи (по одному для кожної частоти обертання робочого колеса). Наголошується, що відмова від нього не супроводжується якимись негативними наслідками в теорії. Запропоновано методику коректного зіставлення ідеальних і реальних характеристик відцентрових pomp. Виклад матеріалу супроводжується розглядом цілком абстрактного наочного прикладу.

**Ключові слова:** відцентрова помпа, ідеальна відцентрова помпа, напірна характеристика, ідентифікація характеристик

*П.М. Гащук, Т.Р. Царук*

### **КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ НАПОРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК (ПОЖАРНЫХ) ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ**

Анализируются основные принципы струйной теории центробежных насосов (гидродинамических нагнетателей). Критически оценивается традиционный подход к идентификации характеристики идеального центробежного насоса. Акцентируется внимание на том, что логику синтеза идеального насоса портит предположение о «радиальном входе» жидкости в рабочее колесо. Это предположение имеет смысл лишь для отдельных режимов работы насоса (по одному для каждой частоты вращения рабочего колеса). Отмечается, что отказ от него не сопровождается какими-то негативными последствиями в теории. Предложена методика корректного сопоставления идеальных и реальных характеристик центробежных насосов. Изложение материала сопровождается рассмотрением полностью абстрактного наглядного примера.

**Ключевые слова:** центробежный насос, идеальный центробежный насос, напорная характеристика, идентификация характеристик

*P.M. Hashchuk, T.R. Tsaruk*

### **CRITICAL ANALYSIS OF PRESSURE THEORETICAL PERFORMANCE (FIRE) CENTRIFUGAL PUMPS**

The basic principles of the theory of centrifugal pumps (hydrodynamic pumps) are analysed. Traditional approach to identify the ideal characteristics of the centrifugal pump critically evaluated. It is noted that the logic synthesis ideal pump spoil assumption of "radial entry" fluid in the impeller. This assumption makes sense only for individual modes of the pump (one for each frequency of rotation of the wheel). It is noted that the rejection of it is not accompanied by some negative effects in theory. The correct ideal and real characteristics technique of centrifugal pumps are matching. The material is accompanied by an abstract consideration entirely clear example.

**Keywords:** centrifugal pump, centrifugal pump ideal, pumping characteristic, identification of characteristics

**Вступ: про що йдеться?** Вважають, що першу відому протипожежну помпу створив механік Ктесібій з Александрії, що жив у II — I ст. до РХ. Це була двоциліндрова поршнева машина із всмоктувальним і нагнітальним клапанами, а також іншими деталями сучасних ручних протипожежних pomp. Загалом, сучасна ручна протипожежна помпа майже не відрізняється від стародавньої. А от найпростішим гідромеханічним пристроєм динамічного штибу історія визнає колесо Сегнера. Тож у практичному сенсі, зважаючи на таку далеку ретроспективу, про помпи мало б бути відомо все до дешиць.

1754 року колесом Сегнера фахово зацікавився Л. Ойлер. Тож, мабуть, тоді й виникла ідея так званої струминної теорії гідродинамічних машин. Потім були узагальнення... Лагранж 1788 року писав: «Ми завдячуємо Ойлеру за перші загальні формули для руху рідини (...), записані в простій і ясній символіці часткових похідних... Завдяки цьому відкриттю вся механіка рідин звелася до питання аналізу, і якщо б ці рівняння були інтегровними, то стало б можливим у довільному випадку повністю визначувати рух рідини за дії будь-яких сил...». Теорія Л. Ойлера завжди надихала, і багато-хто вірить у її всесильність. Тож і з теорією динамічних pomp також не мало б бути клопотів.

Гідромеханіка (аеродинаміка) спирається на фундаментальні закони фізики-механіки, але через надвелику складність досліджуваних явищ вона вимушено визнає ніби чинними цілу низку припущень-спрощень. Тож інколи в формалізованому відображенні важко впізнати реальність. Виникають і парадокси. А часто просто неможливо віртуально синтезувати ідеальну гідродинамічну машину, а отже зникає шлях «від ідеального — до реального» (надзвичайно ефективний стосовно інших об'єктів пізнання) [1].

Тож виявляється, що навіть у цілком очевидному, здавалося б, тлумаченні «ідеального» в гідродинаміці приховані хай невеличкі та все ж ганджі. Привертає увагу чи навіть насторожує, зокрема, те, що чи не в кожній книжці (хоч з яких часів), присвяченій гідродинамічним машинам, за ідеальну править відцентрова помпа, в характеристиці якої не фігурує інформація про параметри її входу (див., приміром, [2—12, ...]). Причиною цього є припущення, яке можна назвати припущенням про «радіальний вхід» рідини у робоче колесо ідеальної помпи.

**Мета роботи.** Тож виникає бажання з'ясувати, чи справді припущення про «радіальний вхід» є несуперечним і теоретично вмотивованим, чи є підстави вважати існуюче означення ідеальної напірної характеристики відцентрової помпи (зокрема протипожежної) беззастережно коректним.

До слова...

Помпа протипожежна чи напожежна (але не пожежна) — пристрій для гасіння (а не розпалювання чи підтримування) пожежі. Чи міг би хоч якийсь прихильник терміна «насос» пояснити, чому ж він, апологет слов'янїзму (навіть чи існуючого), вимушений використовувати поряд з «насосом» термін «турбіна»? Турбіна (укр. — вирлиця) — лопатковий двигун, що перетворює механічну енергію потоку плинного середовища (газу, пари, води, оливи...) на механічну енергію обертового руху системи лопаток. Тобто це — протиставний помпі за ефектом дії апарат; та за певних режимів взаємодії плинного потоку й лопаток навіть сама помпа перетворюється на турбіну. А походить термін «турбіна» від франц. turbine, а глибше — від лат. turbo — вихор. Тож якщо турбіна, то чому не помпа? Тож хіба не краще поєднувати чужомовний термін «турбіна» саме з чужомовним терміном «помпа». Цікаво також, що це за така дія «качати»? Як вона має позначатися щирою українською? Чи не гармонійніше звучать разом «помпа» (не насос), «помпаж», «помпувати» (не качати)?..

**Теоретичне підґрунтя: динамічна машина Л. Ойлера (Ейлера).** Погортаймо сторінки прикладної гідромеханіки [2, 7, 11, 12]... Звернімося до рис. 1, де зображено спрощену схему руху рідини в робочому колесі відцентрової помпи (гідродинамічного нагнітача): індекси «1» і «2» позначають вхід в робоче колесо і вихід з нього. Ця всім відома схема не повинна б сприйматися як тривіальна, оскільки вона містить інформацію, конче потрібну для подальших викладок.

У відцентровій помпі рідина підводиться до робочого колеса у вісному напрямі зі швидкістю  $v_0$  (модуль вектора  $\mathbf{v}$  позначатимемо через  $v$ ). Вектор позначатимемо мастким пря-

ним шрифтом, його модуль — звичайним косим. На вході в колесо потік рідини вимушено відхиляється в радіальному напрямі і далі починає рухатись з деякою швидкістю  $\mathbf{v}_1$ . Між лопатками швидкість потоку постійно змінюється за напрямом і модулем, і на виході з колеса встановлюється швидкість  $\mathbf{v}_2$ . Позначаючи моменти імпульсу (моменти кількості руху) мас рідини в об'ємах  $0, 1, 2$  (див. рис. 1) відповідно через  $L_0, L_1, L_2$ , з'ясуємо: в початковому положенні колеса імпульс маси рідини в міжлопатковому просторі становить  $L_0 + L_1$ , а через дуже малий проміжок часу  $dt$  він набуває значення  $L_0 + L_2$ ; оскільки колесо обертається зі сталою швидкістю  $\omega$ , то величина  $L_0$  залишається незмінною; тож приріст моменту імпульсу плинного середовища відносно осі обертання за час  $dt$  становитиме  $dL = (L_0 + L_2) - (L_0 + L_1) = L_2 - L_1$ . Визначаючи імпульс маси рідини на вході в колесо як  $\rho Q \mathbf{v}_1$ , а на виході з нього — як  $\rho Q \mathbf{v}_2$ , знаходимо модуль приросту моменту імпульсу як величину

$$dL = (\rho Q v_2 \cos \alpha_2 r_2 - \rho Q v_1 \cos \alpha_1 r_1) dt,$$

де  $Q$  — швидкість витрати рідини через міжлопатковий канал;  $\rho$  — густина рідини;  $\alpha$  — кут між вектором абсолютної швидкості  $\mathbf{v}$  і вектором переносної швидкості  $\mathbf{u}$ ;  $r$  — радіус, на якому розташований переріз каналу (чи вхід, чи вихід). Швидкість зміни моменту імпульсу, як відомо з механіки, дорівнює головному моменту  $M$  зовнішніх сил, що діють на рідину:

$$\frac{dL}{dt} = \rho Q (v_2 \cos \alpha_2 r_2 - v_1 \cos \alpha_1 r_1) = M. \quad (1)$$

Далі під  $Q$  розумітимемо швидкість проникання крізь колесо потоку всієї рідини (а не тільки струменя в каналі). Це і є знамените рівняння Л. Ойлера. Моментом сил ваги в середовищі рідини зазвичай нехтують, бо система каналів в робочому колесі майже цілком симетрична відносно осі його обертання, а в рамках струминної моделі чи за однакової густини матеріалу колеса і самої рідини — навіть цілком вісесиметрична.

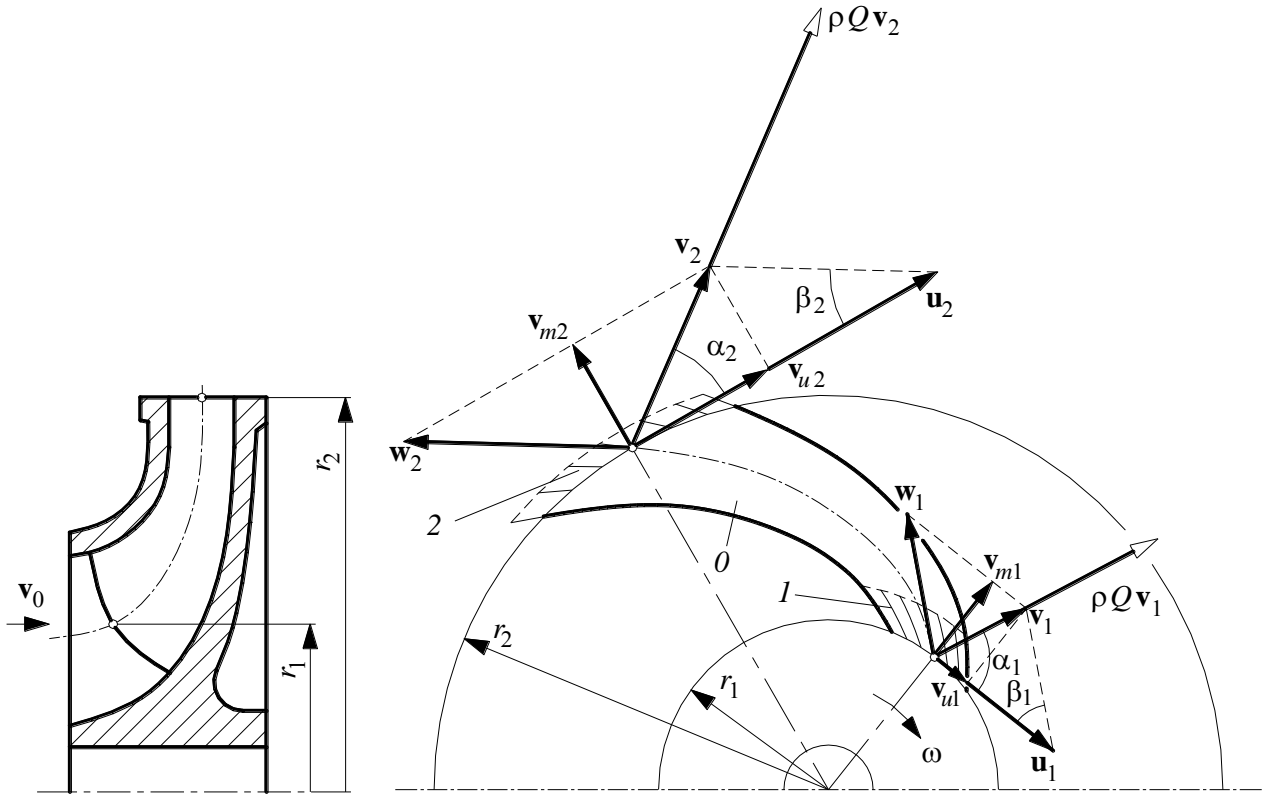


Рисунок 1 — Абстрактна схема руху рідини в робочому колесі відцентрової помпи

Викладені міркування є бездоганними тільки в рамках струминної теорії гідродинамічних ґраток — за припущення, що йдеться про безліч зникаюче тонких лопаток, що ділять потік рідини на безліч також зникаюче тонких струминок ідеальної рідини. Наголошуючи на цьому, деякі величини, якими оперує ця теорія помічають індексами « $\infty$ », що означає нескінченність, та « $t$ », що означає «теоретичність» (ідеальність). Тож вираз (1) доречно писати у формі

$$\rho Q (v_2 \cos \alpha_2 r_2 - v_1 \cos \alpha_1 r_1) = M_{\infty} \quad (2)$$

Потужність, надавана потоку рідини, в ідеальному (теоретичному) випадку дорівнює потужності на валу колеса, що обертається:

$$P_{\infty} = M_{\infty} \omega = p_{\infty} Q = \rho g Q H_{\infty}, \quad (3)$$

де  $p_{\infty}$  — створюваний тиск в рідині,  $H_{\infty}$  — так званий теоретичний напір.

Вектор абсолютної швидкості  $\mathbf{v}$  є сумою  $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{w}$  векторів переносної  $\mathbf{u}$  і відносної  $\mathbf{w}$  швидкостей:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{w}_1, \quad \mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 + \mathbf{w}_2. \quad (4)$$

Цей вектор доречно розглядати також як суму  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_m + \mathbf{v}_u$  векторів  $\mathbf{v}_m$  меридіанної (радіальної) та  $\mathbf{v}_u$  колової (дотичної) швидкостей:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_{m1} + \mathbf{v}_{u1}, \quad \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_{m2} + \mathbf{v}_{u2}. \quad (5)$$

Очевидно, що рівнянням (4), (5) відповідають (див. рис. 1) співвідношенням

$$\begin{aligned} v_{m1} &= v_1 \sin \alpha_1, \quad v_{u1} = v_1 \cos \alpha_1 = u_1 - v_{m1} \cot \beta_1, \\ v_{m2} &= v_2 \sin \alpha_2, \quad v_{u2} = v_2 \cos \alpha_2 = u_2 - v_{m2} \cot \beta_2, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  — кути між абсолютною та переносною швидкостями відповідно на вході в колесо і на виході з нього;  $\beta_1$  і  $\beta_2$  — кути між відносною швидкістю та напрямом переносної швидкості відповідно на вході в колесо і на виході з нього. Кути  $\alpha$  і  $\beta$  характеризують конфігурацію лопаток. З паралелограмів швидкостей можна висувати кінематичні залежності (за теоремою косинусів кутів трикутника)

$$w_1^2 = v_1^2 + u_1^2 - 2v_1u_1 \cos \alpha_1, \quad w_2^2 = v_2^2 + u_2^2 - 2v_2u_2 \cos \alpha_2. \quad (7)$$

Чинними є також співвідношення

$$\frac{u_1}{r_1} = \frac{u_2}{r_2} = \omega, \quad (8)$$

$$v_{m1}A_{m1} = v_{m2}A_{m2} = Q. \quad (9)$$

Останнє випливає з факту неперервності потоку рідини крізь колесо. Тут  $A_{m1}$  і  $A_{m2}$  — площі прохідних (живих) меридіанних перерізів відповідно на вході в колесо і на виході з нього. Так званий момент швидкості рідини на виході колеса є більшим за аналогічну величину на вході в лопаткове колесо:

$$v_2 \cos \alpha_2 r_2 > v_1 \cos \alpha_1 r_1. \quad (10)$$

Отже, як випливає з (10), колесо закручує потік рідини відносно своєї осі обертання, і момент її імпульсу під динамічною дією лопаток зростає.

На підставі (2), і (3) і (8) можна визначити теоретичний напір:

$$H_{\infty} = \frac{P_{\infty}}{\rho g Q} = \frac{M_{\infty} \omega}{\rho g Q} = \frac{P_{\infty}}{\rho g} = \frac{\omega(v_2 \cos \alpha_2 r_2 - v_1 \cos \alpha_1 r_1)}{g} = \frac{v_2 u_2 \cos \alpha_2 - v_1 u_1 \cos \alpha_1}{g}.$$

Це є знаменита формула Л. Ойлера.

Теоретичний напір, створюваний помпою у разі ніби нескінченної кількості лопаток, можна визначати також за позірно дуже «стрункою» формулою — суто через колові переносні  $u$ , дотичні відносні  $w$  та абсолютні  $v$  швидкості рідини:

$$H_{\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}, \quad H_s = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}, \quad H_d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}. \quad (11)$$

Можна вважати, що вираз

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}$$

є своєрідним рівнянням балансу, розподілу енергії в помпі.

Віднявши від другого рівняння (7) перше, матимемо співвідношення

$$w_2^2 - w_1^2 = v_2^2 - v_1^2 + u_2^2 - u_1^2 - 2(v_2 u_2 \cos \alpha_2 - v_1 u_1 \cos \alpha_1),$$

на підставі якого з першого рівняння (11) знову, як і слід було сподіватись, випливає формули Л. Ойлера

$$H_{\infty} = \frac{u_2 v_2 \cos \alpha_2 - u_1 v_1 \cos \alpha_1}{g}. \quad (12)$$

Отже (11) і (12) — рівноцінні, але співвідношення (12) — в певній мірі конструктивніше (змістовно конкретніше). Зважаючи на (6) і (9), вираз (12) можна подати у вигляді

$$H_{\infty} = \frac{u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}}{g} = \frac{u_2^2 - u_1^2 - (u_2 v_{m2} \cot \beta_2 - u_1 v_{m1} \cot \beta_1)}{g} =$$

$$= \frac{u_2^2 - u_1^2}{g} - \frac{Q}{g} \left( \frac{u_2}{A_{m2}} \cot \beta_2 - \frac{u_1}{A_{m1}} \cot \beta_1 \right) \quad (13)$$

чи (див. (8)) у вигляді

$$H_{\infty} = \frac{(r_2^2 - r_1^2) \omega^2}{g} - \frac{Q \omega}{g} \left( \frac{r_2}{A_{m2}} \cot \beta_2 - \frac{r_1}{A_{m1}} \cot \beta_1 \right) = K \frac{\omega^2}{g} + L \frac{Q \omega}{g}, \quad (14)$$

де

$$K = r_2^2 - r_1^2, \quad L = \frac{r_2}{A_{m2}} \cot \beta_2 - \frac{r_1}{A_{m1}} \cot \beta_1$$

— конфігураційні параметри лопаткової системи. Зрозуміло, функція  $H_{\infty} = H_{\infty}(Q)$  ( $\omega = \text{const}$ ) є зростаючою у разі  $L > 0$ , спадною — у разі  $L < 0$ . Вона є незмінною у разі  $L = 0$ .

**Традиційне тлумачення ідеальної помпи (ідеального гідродинамічного нагнітача).** Зазвичай до формальної ідентифікації характеристики ідеальної помпи йдуть таким шляхом [7, 9—11, ...].

Вираз (12) ніби підказує, що якщо вже йдеться про ідеальну (!) відцентрову помпу, то, прагнучи максимізувати напір  $H_{\infty}$ , слід було б покласти  $\alpha_1 = \pi/2$  (лопатка ніби має починатись так радіусно (радіально), щоб ідеальний потік на вході не закручувався; при цьому зазвичай призначають  $\alpha_2 \approx 5...18$  град):

$$\max_{\alpha_1} H_{\infty} = \frac{u_2 v_2 \cos \alpha_2}{g} = \frac{u_2}{g} (u_2 - v_{m2} \cot \beta_2), \quad (15)$$

де  $v_{m2}$  — радіальна (меридіанна) складова швидкості  $v_2$  рідини;  $\beta_2$  — кут між додатним напрямом відносної швидкості  $w_2$  рідини і від'ємним напрямом колової її швидкості  $u_2$  на зовнішньому діаметрі  $d_2 = 2r_2$  робочого колеса; « $\infty$ » позначає тут те, що кількість лопаток в ідеальній помпі ніби нескінченна, та водночас те, що напрямний пристрій ідеально спрямовує потік ідеальної рідини в колесо. Не вимагати ж нереального — нульового значення величини  $u_1$  (хоча...). Зауважмо, що

$$u_2 = \omega r_2 = \frac{\omega d_2}{2} = \frac{\pi n d_2}{60}, \quad v_{m2} = \frac{Q}{A_{m2}} = \frac{Q}{\pi d_2 b_2},$$

де  $\omega$  ( $n$ ) — швидкість (частота) обертання робочого колеса (лопаток) помпи;  $Q$  — подача помпи (об'ємна швидкість нагнітання рідини);  $A_{m2}$  — площа живого (меридіанного) перерізу виходу помпи;  $b_2$  — ширина лопатки на виході робочого колеса. А тому (15) має вигляд

$$\max_{\alpha_1} H_{\infty} = \frac{u_2 v_2 \cos \alpha_2}{g} = \frac{u_2}{g} \left( u_2 - \frac{\cot \beta_2}{\pi D_2 b_2} Q \right),$$

Саме залежність

$$H_{\infty} = \frac{u_2}{g} \left( u_2 - \frac{\cot \beta_2}{\pi d_2 b_2} Q \right) = \frac{\omega r_2}{g} \left( \omega r_2 - \frac{\cot \beta_2}{\pi d_2 b_2} Q \right), \quad H_{\infty}(Q=0) = \frac{u_2^2}{g} = \frac{\omega^2 r_2^2}{g}, \quad (16)$$

зазвичай тлумачать як таку, що характеризує потенційні (взірцеві, але недосяжні) можливості помпи. Вона цілком не залежить від властивостей рідини, яку помпують.

Отож елементарна теорія за взірцеві визнає характеристики штибу наведених на рис. 2. Справді, у разі  $\omega = \text{const}$  вираз (16) визначає пряму

$$H_{\infty} = A + BQ, \quad (17)$$

де  $A = \frac{u_2^2}{g}$ ,  $B = -\frac{u_2 \cot \beta_2}{g \pi D_2 b_2}$ . У разі  $\beta_2 = \pi/2$  пряма (17) горизонтальна:  $H_{\infty} = A = \text{const}$ , бо

$B = 0$ . Коли лопатки на виході відігнуті вперед ( $\beta_2 > \pi/2$ ) залежність (17) — зростаюча, а коли відігнуті назад ( $\beta_2 < \pi/2$ ) вона — спадна. При цьому потужність колеса визначається як  $P_{\infty} = \rho g H_{\infty} Q = (A + BQ)Q$ . Динамічний напір мав би обчислюватись за формулою

$$H_d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{v_{m2}^2 + v_{u2}^2 - v_{m1}^2}{2g} = \frac{\omega^2 r_2^2}{2g} - \frac{Q \omega r_2 \cot \beta_2}{g A_{m2}} + \left( \frac{1 + \cot^2 \beta_2}{A_{m2}^2} - \frac{1}{A_{m1}^2} \right) \frac{Q^2}{2g},$$

а статичний — як  $H_s = H_{\infty} - H_d$ . Очевидно, що у разі нульової подачі статична й динамічна складові напору є однаковими:

$$H_s(Q=0) = H_d(Q=0) = \frac{H_{\infty}(Q=0)}{2} = \frac{u_2^2}{2g} = \frac{\omega^2 r_2^2}{2g}.$$

Якщо керуватись суто принципом максимізації напору, то ніщо не забороняє вимагати, аби колова складова  $v_{u1}$  швидкості  $v_1$  взагалі була від'ємною (спрямованою проти переносної швидкості  $u_1$ , в такому разі  $\alpha_1 > \pi/2$ ). Але досвід підказує, що така пропозиція безглузда в практичному сенсі.

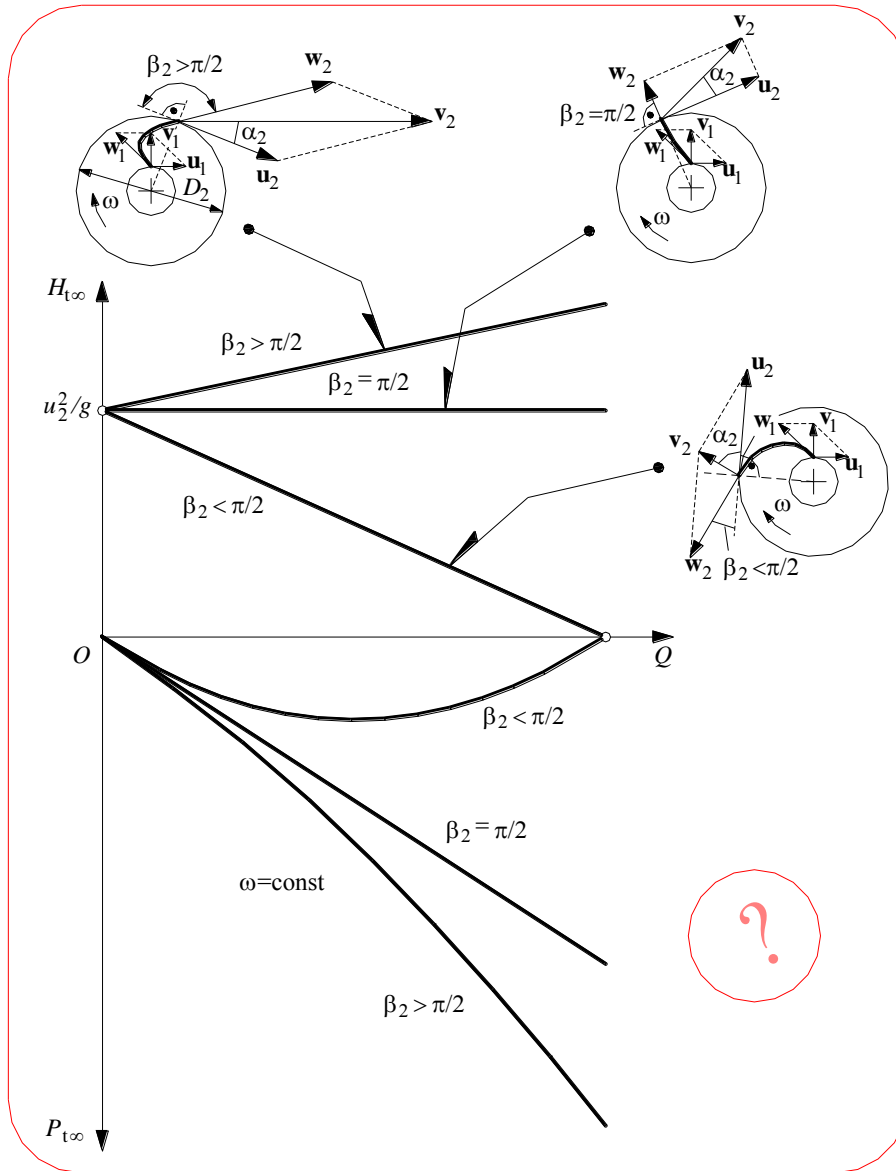


Рисунок 2 — Не цілком змістовно адекватні характеристики ідеальної відцентрової помпи за різних спрямувань лопаток на виході робочого колеса

**Змістовне коректування характеристики «подача — напір» ідеальної помпи.** Але чи можна вважати характеристику (16) такою, що не має жодного ганджу?

Кутову швидкість  $\omega$  можна змінювати без того, щоб одночасно обов'язково змінювати напрями швидкостей  $\mathbf{v}_1$  і  $\mathbf{v}_2$ . Натомість зміна подачі  $Q$  у разі фіксованого  $\omega$  супроводжуватиметься також і зміною напрямів векторів  $\mathbf{v}_1$  і  $\mathbf{v}_2$ . Справді, коли у разі фіксованого  $\omega$  подача  $Q$  зменшується (збільшується), відповідно зменшуються (збільшуються) й швидкості  $\mathbf{v}_{m1}$  і  $\mathbf{v}_{m2}$  та  $\mathbf{w}_1$  і  $\mathbf{w}_2$  (див. рис. 1), а отже абсолютні швидкості  $\mathbf{v}_1$  і  $\mathbf{v}_2$  у міру, приміром, зменшення  $Q$  наблизатимуться відповідно до  $\mathbf{u}_1$  і  $\mathbf{u}_2$  (за модулем і напрямом). Тож у разі  $Q=0$  теоретичний напір набуде значення (див. (11), (8))

$$H_{t\infty}(Q=0) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{g} = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\omega^2}{g}, \quad (18)$$

Те саме співвідношення (18) цілком формально впливає й з (14).



У разі зростання  $Q$  до певної межі абсолютні швидкості  $\mathbf{v}_1$  і  $\mathbf{v}_2$  наближаються (і за модулем, і за напрямом) відповідно до  $\mathbf{v}_{m1}$  і  $\mathbf{v}_{m2}$ . Існують таке значення  $Q$ , коли стає чинним співвідношення або  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_{m1}$ , або  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_{m2}$  (за умови  $\omega = \text{const}$ ).

Перше згадане співвідношення стає чинним у разі

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{v_{m1}}{u_1} = \frac{1}{A_{m1} r_1} \frac{Q}{\omega} = \tan \beta_1,$$

тобто коли справджуватиметься умова

$$\frac{Q}{\omega} = A_{m1} r_1 \tan \beta_1. \quad (19)$$

На такому режимі роботи ідеальної помпи напір набуває значення

$$H_{\infty} = r_2 \left( r_2 - r_1 \frac{A_{m1} \tan \beta_1}{A_{m2} \tan \beta_2} \right) \frac{\omega^2}{g}. \quad (20)$$

Друге співвідношення стає чинним у разі

$$\frac{v_2}{u_2} = \frac{v_{m2}}{u_2} = \frac{1}{A_{m2} r_2} \frac{Q}{\omega} = \tan \beta_2.$$

тобто коли справджуватиметься умова

$$\frac{Q}{\omega} = A_{m2} r_2 \tan \beta_2. \quad (21)$$

Тож напір набуває значення

$$H_{\infty} = -r_1 \left( r_1 - r_2 \frac{A_{m2} \tan \beta_2}{A_{m1} \tan \beta_1} \right) \frac{\omega^2}{g}. \quad (22)$$

Співвідношення (19) і (21) могли б стати чинними одночасно за умови

$$A_{m1} r_1 \tan \beta_1 = A_{m2} r_2 \tan \beta_2.$$

А в такому разі буде вірною рівність  $H_{\infty} = 0$  (див. (20), (22)).

Величина (14), якщо й набуває нульового значення, то загалом тільки у разі

$$\frac{Q}{\omega} = \frac{r_2^2 - r_1^2}{\frac{r_2}{A_{m2}} \cot \beta_2 - \frac{r_1}{A_{m1}} \cot \beta_1}. \quad (23)$$

Величина (23) є параметром помпи.

На підставі (11) і (14), беручи до уваги (6), (8), (9), знаходимо динамічну

$$\begin{aligned} H_d &= \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{v_{m2}^2 + v_{u2}^2 - v_{m1}^2 - v_{u1}^2}{2g} = \frac{v_{m2}^2 + (u_2 - v_{m2} \cot \beta_2)^2 - v_{m1}^2 - (u_1 - v_{m1} \cot \beta_1)^2}{2g} = \\ &= \frac{\omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2g} - \frac{\omega Q}{g} \left( \frac{r_2 \cot \beta_2}{A_{m2}} - \frac{r_1 \cot \beta_1}{A_{m1}} \right) + \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1 + \cot^2 \beta_2}{A_{m2}^2} - \frac{1 + \cot^2 \beta_1}{A_{m1}^2} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

та статичну

$$H_s = H_{t\infty} - H_d = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\omega^2}{2g} - \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1 + \cot^2 \beta_2}{A_{m2}^2} - \frac{1 + \cot^2 \beta_1}{A_{m1}^2} \right) \quad (25)$$

складові теоретичного напору  $H_{t\infty}$ . Тож очевидно, що у разі  $Q=0$  статичний і динамічний напори однакові:

$$H_s(Q=0) = H_d(Q=0) = \frac{H_{t\infty}(Q=0)}{2} = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\omega^2}{2g}.$$

Отож характеристика ідеальної відцентрової помпи (рис. 3) залишається в якісному сенсі такою самою, як на рис. 2, але їй мають бути приписані цілком інші параметри. Зокрема, рівність  $L=0$  — це не завжди  $\beta_2=0$ .

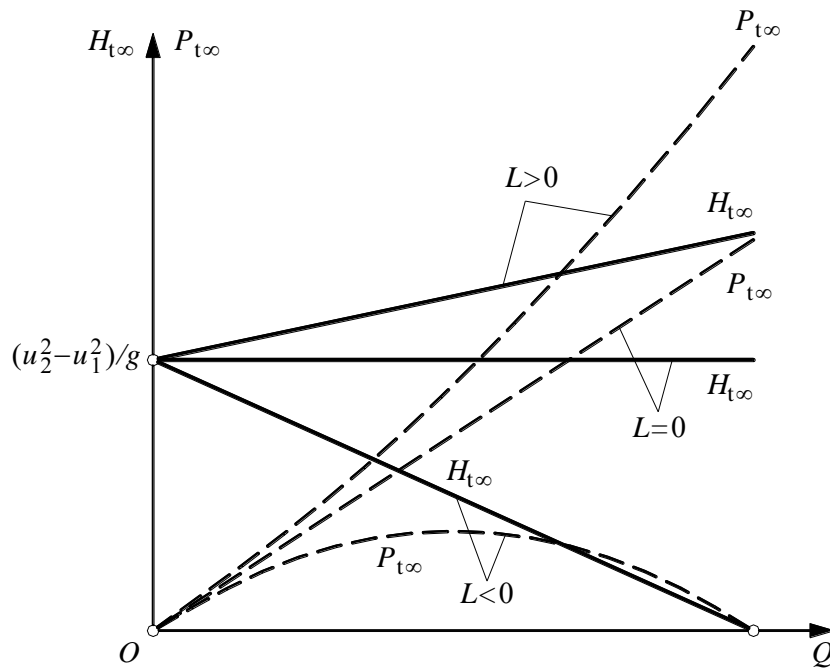


Рисунок 3 — Характеристики ідеальної відцентрової помпи за різних конфігурацій лопаткових систем

Вважатимемо, що схема на рис. 1 «по-справжньому» відображає один з віртуальних режимів роботи ідеальної помпи. Варіюючи  $Q$ , віртуально ж змінюватимемо режим роботи помпи: в такому разі вістря зображення вектора абсолютної швидкості  $\mathbf{v}_1$  ( $\mathbf{v}_2$ ) ковзатиме вздовж прямої  $V_1$  ( $V_2$ ), а вістря зображення вектора відносної швидкості  $\mathbf{w}_1$  ( $\mathbf{w}_2$ ) — вздовж прямої  $W_1$  ( $W_2$ ), рис. 4. Прямі  $V_1$  і  $W_1$  та  $V_2$  і  $W_2$  попарно паралельні. Очевидно, що кути що  $\alpha_1$ , що  $\alpha_2$  не можуть залишатися незмінними, рис. 4а. Серед виділених на рис. 4б режимів, що їх відповідно ідентифікують точки  $\theta$ ,  $1$ ,  $a$ ,  $2$ ,  $b$ ,  $3$ ,  $4$ ,  $5$ , є один такий, що його ідентифікують точки  $a$  і якому відповідає радіальне спрямування вектора абсолютної швидкості  $\mathbf{v}_1$  на вході в колесо, та один такий, що його ідентифікують точки  $b$  та якому відповідає радіальне спрямування вектора абсолютної швидкості  $\mathbf{v}_2$  на виході з колеса. Такого штибу режими — єдині серед усієї множини можливих. Тож не можна припускати, приміром, що швидкість  $\mathbf{v}_1$  може мати саме радіусне спрямування за різних значень подачі, бо це зруйнує принципи струминної теорії. Входові у помпу і виходові з неї відповідають плани 1 і 2 швидкостей.

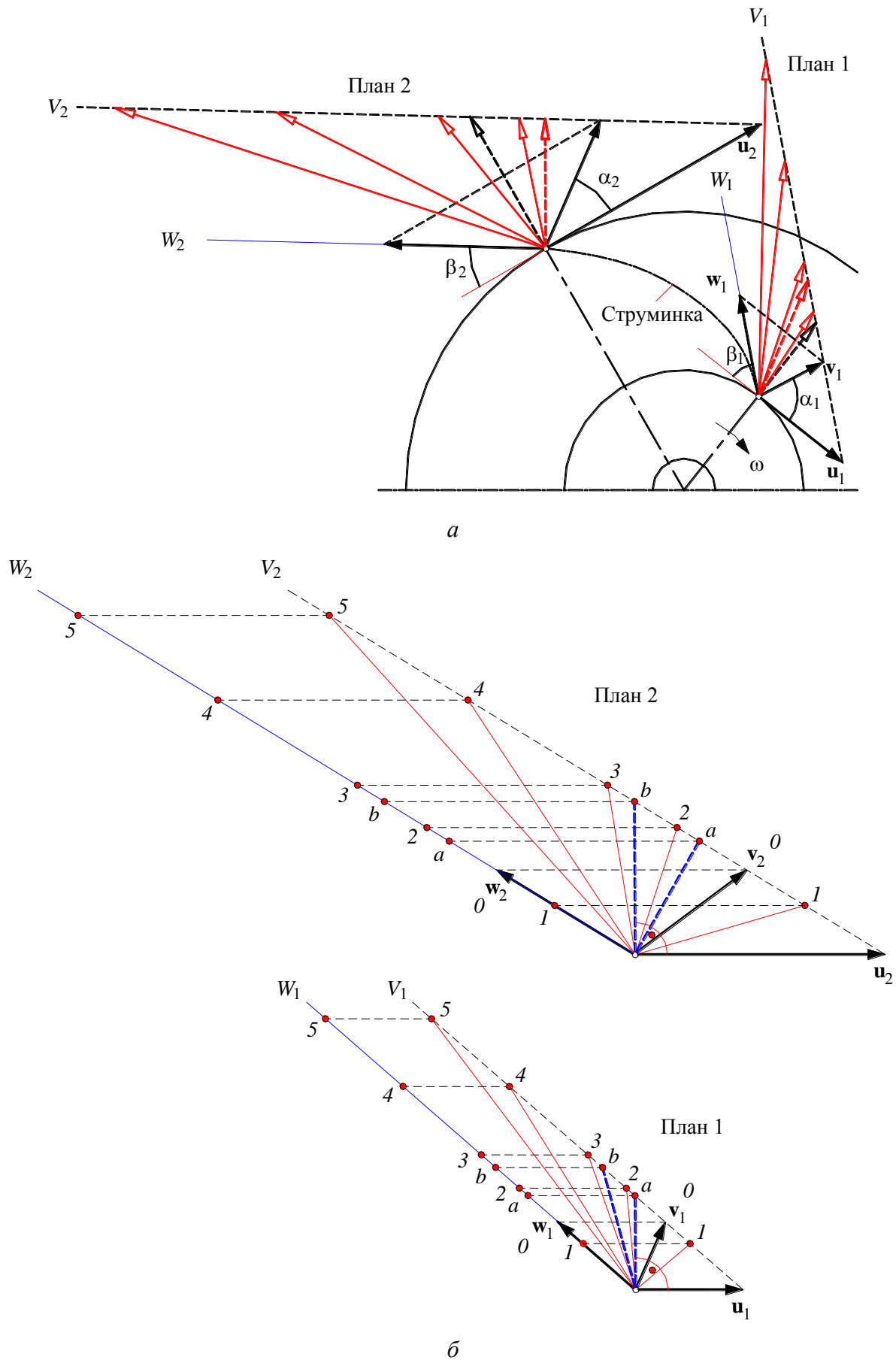


Рисунок 4 — Плати швидкостей руху плинної речовини на різних режимах роботи ідеальної помпи

Скористаймося рис. 4 для добування нової корисної інформації. Збільшмо план 2 швидкостей рідини у  $r_2/r_1$  разів, рис. 5. В такому разі з'являється можливість величину  $x$ , що відповідає умовній меридіанній швидкості  $v_{m2} \times r_2/r_1$  (на масштабованому плані), трактувати як аналог подачі (продуктивності)  $Q$  помпи, а величину  $y$ , що є різницею величин  $v_{u2} \times r_2/r_1$  і  $v_{u1}$  (з урахуванням їх знаків, напрямків), — як аналог створюваного ідеальною помпою напору  $H_{t\infty}$ . Тож легко вибудувати напірну характеристику ідеальної помпи  $H_{t\infty} = H_{t\infty}(Q)$ , рис. 6. Нова характеристика-пряма  $H_{t\infty} = H_{t\infty}(Q)$ , звісно, відрізняється від тієї характеристики-прямої  $H_{t\infty} = H'_{t\infty}(Q)$ , що випливає б за припущення  $\alpha_1 \equiv \pi/2$ . Можна зауважити, що в діапазоні подач  $A_{m1}r_1 \tan\beta_1\omega = Q' \leq Q \leq Q'' = A_{m2}r_2 \tan\beta_2\omega$  (див. (19) і (21)) напір  $H_{t\infty}(Q)$  є навіть більший за напір  $H'_{t\infty}(Q)$ . Ширшим є й діапазон  $0 \leq Q \leq Q_{t\infty}$  режимів помпи.

Керуючись третьою з низки формул (11), можна додатково побудувати залежність  $H_{d\infty} = H_{d\infty}(Q)$  динамічного напору  $H_{d\infty}$  від подачі  $Q$  (продуктивності), а відтак і залежність статичного напору  $H_s = H_s(Q) = H_{t\infty}(Q) - H_d(Q)$  від подачі  $Q$  та ще залежність від подачі  $Q$  так званого коефіцієнта реактивності  $k_r = k_r(Q) = H_s(Q)/H_{t\infty}(Q)$  відцентрової помпи. Побудовані залежності  $H_{d\infty} = H_{d\infty}(Q)$ ,  $H_s = H_s(Q)$ , як і підтверджують вирази (24), (25), — це параболи, яким початок системи координат не належить. Тож по-особливому доведеться ставитись до запропонованого в [10] алгоритму побудови реальної характеристики помпи на основі ідеальної.

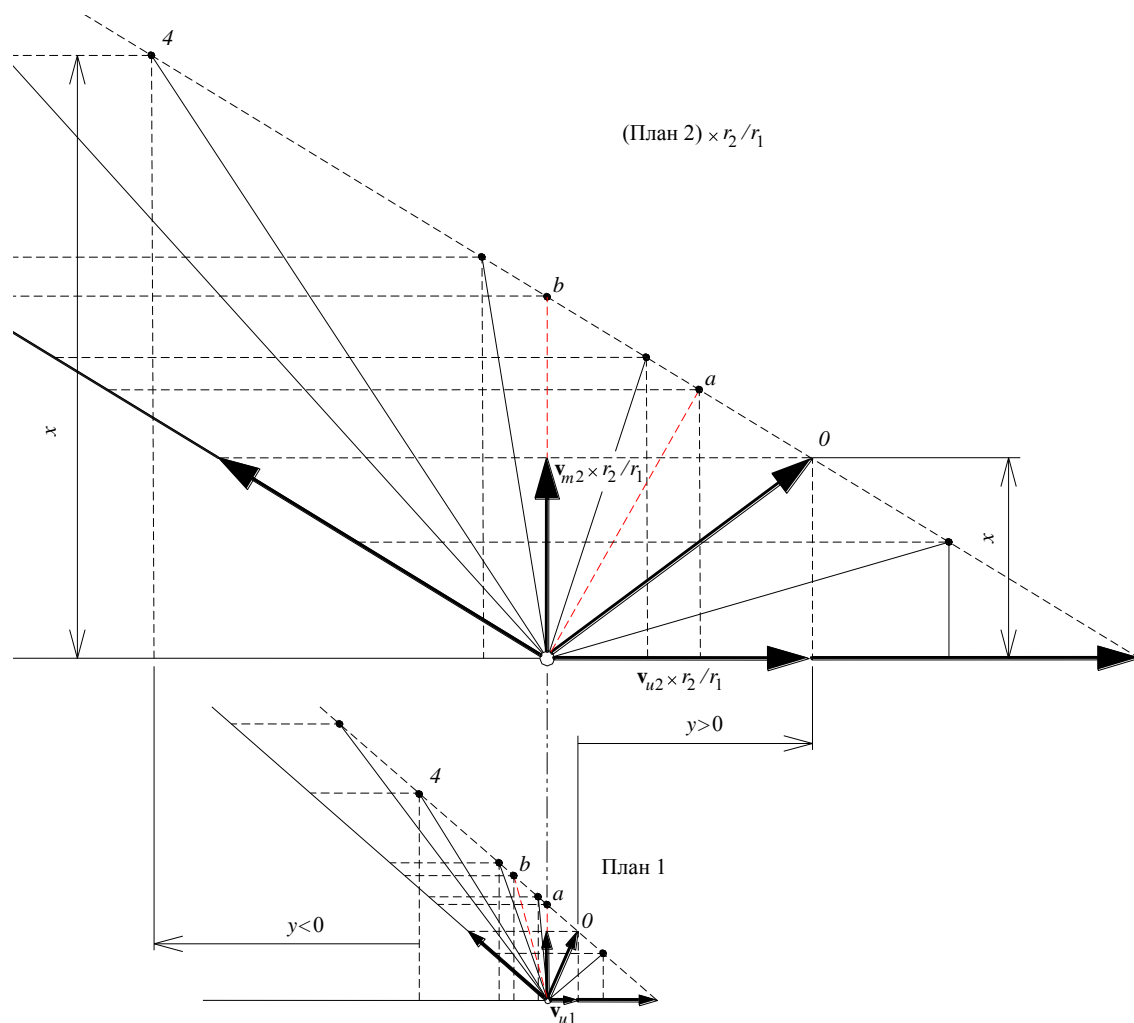


Рисунок 5 — Адаптовані плани швидкостей

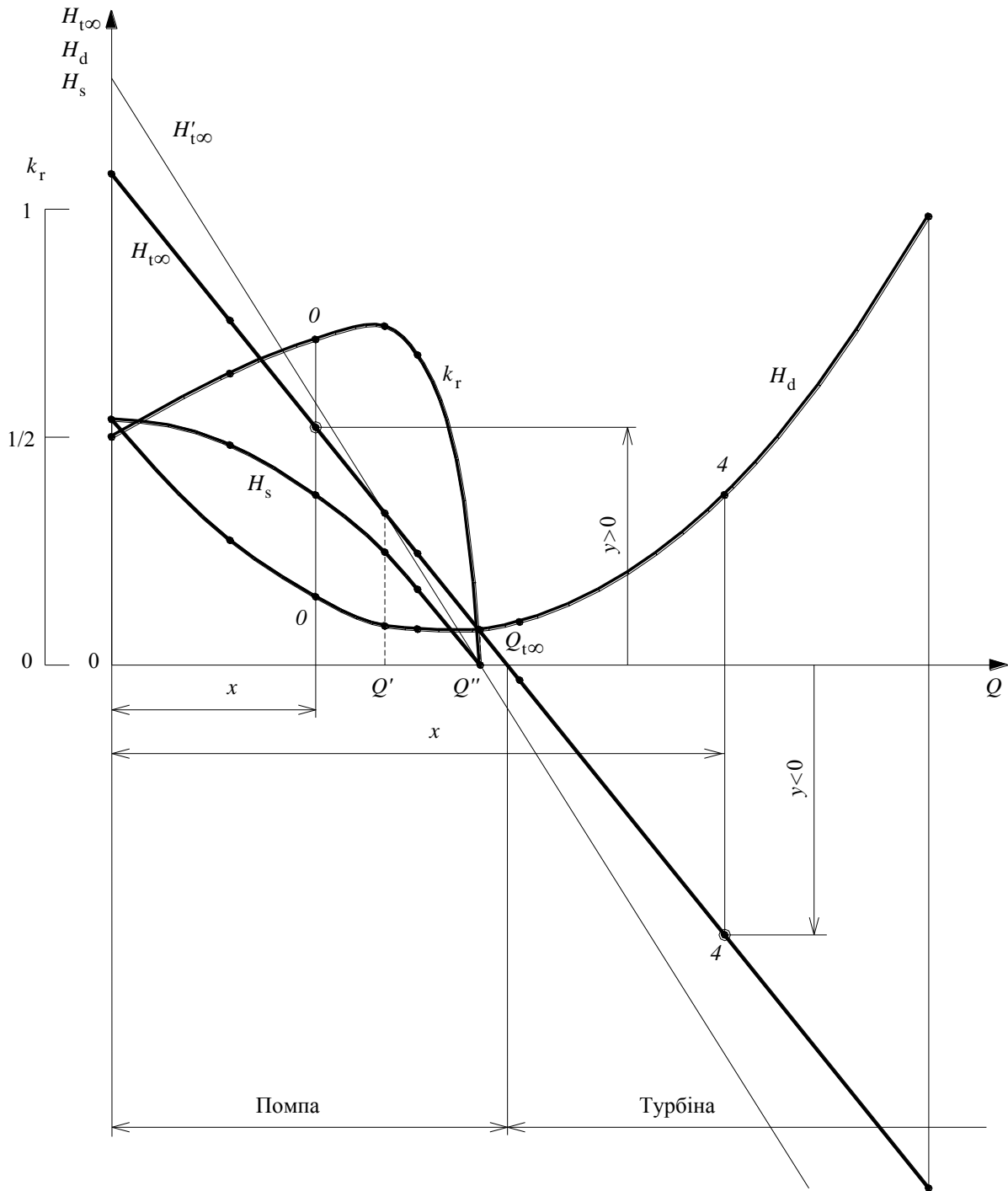


Рисунок 6 — Коректно означена характеристика ідеальної помпи

**Від ідеальної характеристики до теоретично реальної.** Хай напірну характеристику  $H_{t\infty} = H_{t\infty}(Q)$  ідеальної помпи з нескінченною кількістю лопаток відображає на рис. 7 спадна пряма  $A''B''$ . У разі скінченної кількості лопаток ідеальна помпа (що працює з ідеальною рідиною) також мала б мати лінійну напірну характеристику  $H_t = H_t(Q) < H_{t\infty}(Q)$ , відображану, скажімо, прямою  $A'B'$ . Кількість енергії, надавана рідині скінченною кількістю лопаток, буде, звісно, меншою. Всередині нагнітача і в самому реальному плинному середовищі виникають втрати напору  $h_t$  на долання тертя, і їх можна відобразити параболічною кривою  $OCC'$ . Отож залежність напору  $H_t - h_t$  від подачі  $Q$  відобразатиме параболічна крива  $A'EE'$ . Існують ще й ударні втрати напору, зумовлені вимушеною стрибкоподібною зміною швидкостей (за модулем і напрямом) часток рідини в плинному потоці. Ударні втрати напору

ру  $h_u$  в ідеалі можуть бути відсутніми хіба що за якоїсь однієї подачі  $Q = Q_i$  (режим безударної взаємодії лопаток і рідини), а загалом їх повинна б відобразити якась парабола  $DD'D''D'''$ . Отож корисний напір  $H_o = H_t - h_r - h_u$  відобразить параболическа крива  $KEK'$ . Але частина  $q_o$  рідини втікає з робочого простору через різноманітні нещільності і не потрапляє на вихід помпи. Цю обставину можна облікувати, зміщуючи криву  $KEK'$  на величину  $q_o$ . Саме зміщена крива  $LBL'$  відобразить шукану напірну характеристику ніби реальної помпи. Висловлені досі міркування можна зустріти у багатьох літературних джерелах (див., приміром, [7, 11, 12]). А от в роботі [10] запропоновано взяти до уваги ще й динамічну напірну характеристику  $H_d = H_d(Q)$ , яку відображено параболою  $OBB'B''$ , що проходить чомусь через початок системи координат. Відтак можна розпізнати залежність  $H_s = H_s(Q)$  статичного напору від подачі.

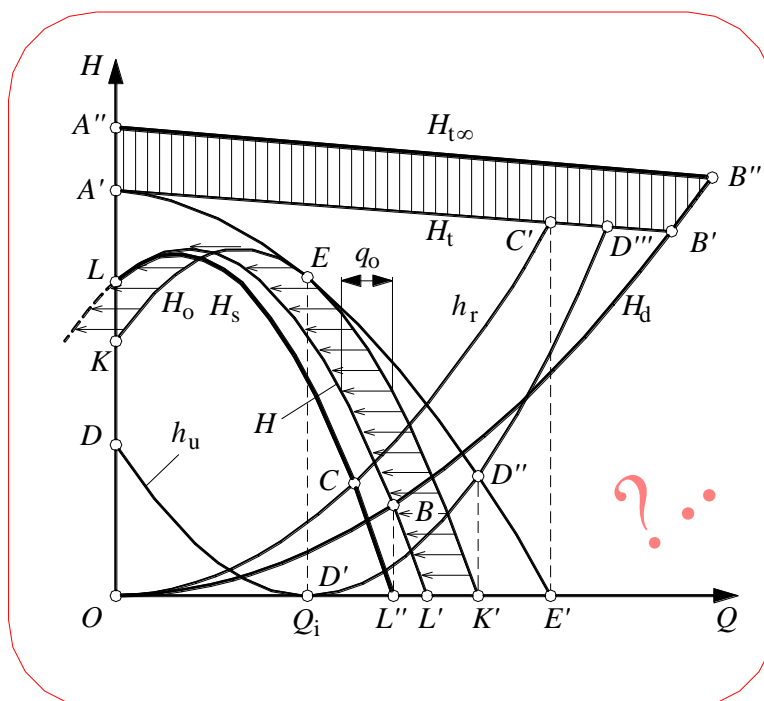


Рисунок 7 — Некоректно означена характеристика реальної помпи

Але вище було з'ясовано, що залежність  $H_d = H_d(Q)$  динамічного напору від подачі не може починатися в початку системи координат: сам факт обертання робочого колеса помпи є свідченням того, що рідина в його каналах навіть за нульової подачі наділена «динамічною» енергією. Тож шлях від ідеальної характеристики до реальної слід дещо уточнити: є підстави, насамперед, змінити характер перебігу залежності  $H_d = H_d(Q)$ , рис. 8 (див. на лінію  $MM'$ ). А відповідно до (24) перебіг цієї залежності, зрештою, може бути різним. Звісно це позначиться на перебігу характеристики статичного напору, рис. 8а (лінія  $NCN'$ ).

Різновидам напору  $H_t$ ,  $H_o$ ,  $H$ ,  $H_s$  можна поставити у відповідність потужності, рис. 8б:  $P_t = \rho g Q H_t$  — теоретичну, якої могла б теоретично набути плинна речовина в гратці із скінченною кількістю лопаток;  $P_o = \rho g Q H_o$  — яку могла б реально набути речовина, якщо б частина її не полишала кола циркуляції через різні нещільності;  $P_h = \rho g Q H$  — гідравлічна, яку ніби реально набула речовина;  $P_s = \rho g Q H_s$  — статичного напору. Ззовні до помпи надсилається якась потужність  $P$  (тут умовно для визначеності прийнято, що залежність  $P = P(Q)$  є лінійною;  $P_{\text{мх}}$  — потужність марного ходу помпи).

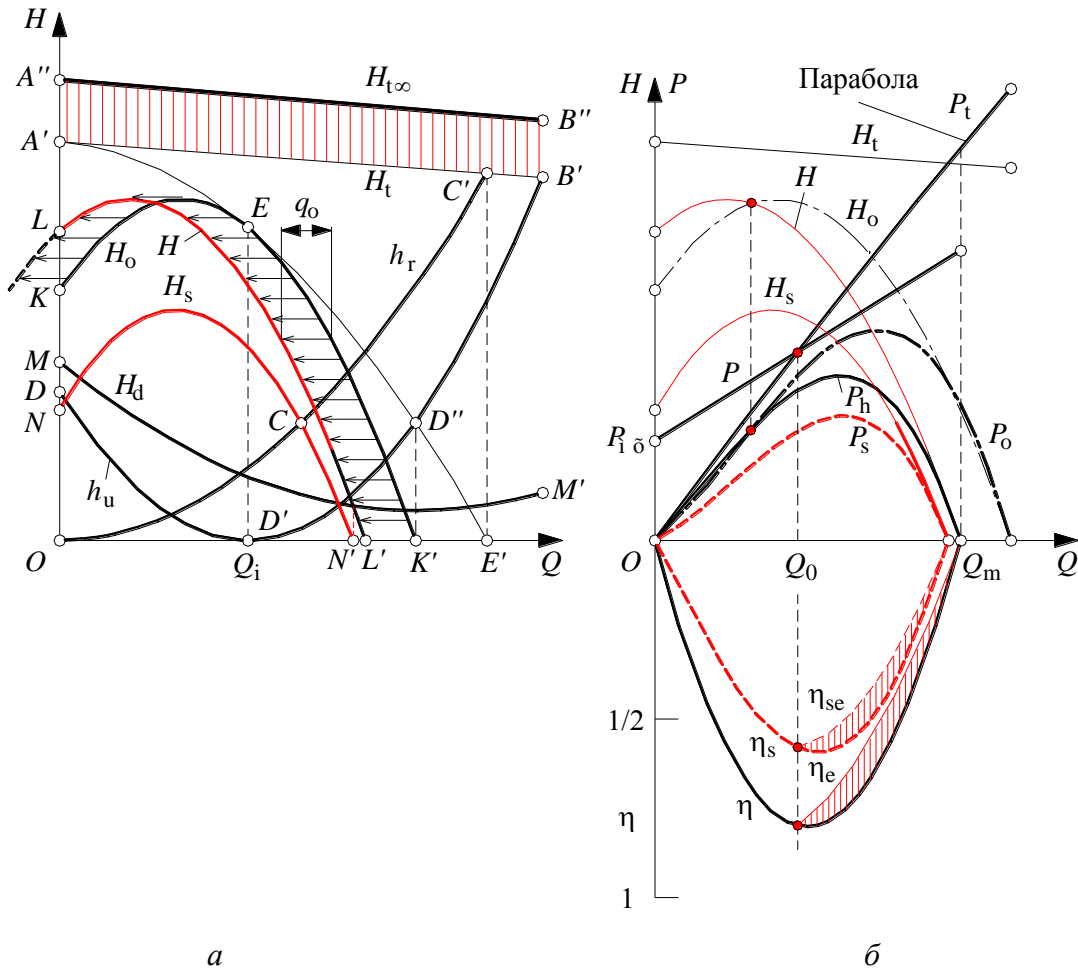


Рисунок 8 — Коректно означувана реальна характеристика віртуальної помпи

Отож коефіцієнт корисної дії помпи визначуватиметься як

$$\eta = \frac{P_h}{P} = \frac{\rho g Q H}{P} = \frac{\rho g Q H}{M \omega}.$$

А якщо є підстави особливо дорожити статичним напором, то доречно за оцінку ефективності помпи брати коефіцієнт корисної дії у такому вираженні:

$$\eta_s = \frac{P_s}{P} = \frac{\rho g Q H_s}{P} = \frac{\rho g Q H_s}{M \omega}.$$

Але в якому сенсі коефіцієнт корисної дії характеризує втрати енергії в помпі? Цікаво, що помпа за продуктивності  $Q_0 < Q \leq Q_m$  «просила» для своєї ефективної роботи потужність  $P_t = \rho g Q H_t$ , а надіслано їй було тільки потужність  $P < P_t$ . Яким чинникам приписати такі втрати можливостей? Мабуть, досконалість помпи на режимах  $Q_0 < Q \leq Q_m$  доречно оцінювати коефіцієнтом ефективності

$$\eta_e = \frac{P_h}{P_t} = \frac{\rho g Q H}{\rho g Q H_t} = \frac{H}{H_t} < \eta \text{ чи } \eta_{se} = \frac{P_s}{P_t} = \frac{\rho g Q H_s}{\rho g Q H_t} = \frac{H_s}{H_t} < \eta_s < \eta_e < \eta.$$

**Нетривіальні зауваги.** Не можна залишити поза увагою теоретичні викладки, в яких припущення про «радіальний вхід» заступають вмотивованим твердженням подібного ж змісту. В роботі [13], приміром, наголошується приблизно на такому.

З рівняння Ойлера (12) випливає, що теоретичний напір залежить від колової проекції  $v_{u1} = v_1 \cos \alpha_1$  швидкості  $v_1$  струминки на вході в лопаткові канали. Але таке можна б вважати правильним тільки у разі закручування потоку плинної речовини на вході в колесо спеціальним напрямним апаратом. Якщо ж закручує потік власне само колесо, то завдяки цій його дії теоретичний напір помпи має зростати ще на величину

$$\Delta H_t = \frac{u_1 v_{u1}}{g} = \frac{u_1 v_1 \cos \alpha_1}{g},$$

визначувану знову ж таки за рівнянням Ойлера. В такому разі (див. (12)) загальний теоретичний напір, створюваний ідеальною помпою, мав би обчислюватись за формулою

$$H_{\infty} = \frac{u_2 v_2 \cos \alpha_2 - u_1 v_1 \cos \alpha_1}{g} + \Delta H_t = \frac{u_2 v_2 \cos \alpha_2}{g} = \frac{u_2 v_{u2}}{g}. \quad (12')$$

А це саме той результат, якого можна дійти, просто задаючи  $\alpha_1 \equiv \pi/2$  (що є ознакою радіальності входу).

З наведених міркувань несподівано випливає, що напрямний апарат на вході в ідеальну помпу — це ніби завжди шкідливий пристрій. Він-бо обов'язково погіршуватиме її напірні властивості. Пронизуючи напрямний апарат, рідина ніби справді втрачає енергію. Але про дисипативні втрати, звісно, не йдеться (помпа та рідина — ідеальні ж). Але встановлюють напрямні апарати все ж задля усунення ударної взаємодії реальних плинної речовини і лопаткової системи. Отже в ідеальній помпі ударна взаємодія — це корисне явище, яким слід дожити? А в такому разі, чому б це не довести, вибудовуючи теорію ідеального удару плинного тіла з твердим, а не просто декларувати?

Зважмо ще на таке. На вході в колесо рідина ніби (за мовчазним припущенням) не обертається. То чому б з тими самими наслідками не вважати, що  $u_1 \equiv 0$ ? А можна з такими ж наслідками просто покласти  $r_1 = 0$  — рідина ніби потрапляє в колесо центрально-вісно. Але загалом цікаво, якими ж такими конструктивними засобами робоче колесо ідеальної помпи здатне надати рідині ще перед входом в лопатковий простір питому енергію  $\Delta H_t$ ? Щиро кажучи, можна припустити, що робоче колесо має справді (через ударну дію зі швидкістю, скажімо, звуку в рідині) закручувати криволінійний стовбур (товстий шнур) рідини перед входом у помпу. Але щоб цей стовбур постійно поповнювався новою рідиною, помпа саме у його простір повинна надсилати енергію. Щоби це облікувати, треба подумки вийти за межі помпи (беручи, можливо, до уваги геодезичні параметри...).

А може краще усунути непорозуміння так? Продовжмо лопаткову систему безпосередньо до входу у помпу та «заставмо» струминки ідеальної рідини потрапляти у лопаткову систему строго вісно з деякою швидкістю  $v_0$  (див. рис. 1). Тож саме в такому разі стане ніби беззастережно чинною формула (12'). Отже поняття ідеальної відцентрової помпи повинно спиратись на припущення (постулат, гіпотезу) про вісний, а не радіальний вхід. В такому разі конкретно про будову ідеальної помпи не повинно б йтися! А взагалі, краще всі непорозуміння списати на ударну взаємодію рідини й лопаток. До слова, коли треба подолати труднощі, що обов'язково виникають в теорії ідеальних гідродинамічних перетворювачів енергії, завжди теоретиків «рятує» посилення на непідвладну обліковуванню «в'язкість» плинного середовища. Їй «приписують» практично все, що мало б усунути суперечності.

В чому ж полягає суть ідеальності помпи? Хоч так, хоч сяк — енергетичних втрат нема, коефіцієнт корисної дії дорівнює одиниці. Тож енергетична ідеальність як така існує сама по собі. Але вважають, що у разі заданої швидкості обертання робочого колеса ідеальна помпа повинна створювати якнайбільший напір, рідина повинна мати змогу перебирати на себе (поглинати) якнайбільшу потужність. Цей аргумент не беззастережний, оскільки (див. рис. 6) існують режими  $Q' < Q < Q''$ , на яких радіальність входу, навпаки, викликає певне зменшення напору. До того ж, «помпа без радіального входу» втілює ширший діапазон значень продуктивності  $0 \leq Q \leq Q_{\infty}$  (знову див. рис. 6).



**Висновки.** 1. Викладене доводить, що так зване припущення про «радіальний вхід» в робоче колесо відцентрової помпи не можна вважати цілком коректним. В рамках струминної теорії гідродинамічних ґраток швидкість потоку на вході в помпу не може бути спрямована суто радіально за різних значень витрати плинного середовища. У разі фіксованої частоти обертання робочого колеса існує тільки один режим роботи помпи такий, коли вектор вхідної швидкості струминки спрямований саме вздовж радіуса. виправити ситуацію не зможе навіть якийсь «всережимний» напрямний апарат.

2. Припущення про «радіальний вхід» призводить до того, що на множині можливих режимів роботи помпи, охоплюваній режимом «радіального входу» і режимом «радіального виходу» напір ідеальної помпи стає меншим за напір, який прогнозує «правильна» теорія. Тож мета припущення гарантувати максимальний напір насправді загалом не досягається.

3. Результатів, що випливають з умови «радіальності входу», можна дійти також, порівнюючи нулю радіус входу в ґратку (а отже — колову, переносну швидкість струминок). Тож ця конструктивно нездійсненна але відверта умова є рівноцінною умові з прихованим ганджем «радіальності». Але цього разу принаймні стає вповні вмотивованим постулат про «вісність входу», а не його радіальність. Та тоді доведеться визнати, що конфігурація лопаток на вході в робоче колесо взагалі не позначається на характеристиках помпи.

4. Напрямні апарати завжди покликані покращувати характеристики реальних гідродинамічних машин (запобігаючи надмірним втратам енергії внаслідок ударних явищ, як свідчить досвід). То чи не повинна б мати напрямний (уявний) апарат й ідеальна помпа? За умови від припущення про «радіальний вхід» за ідеальну правитиме саме помпа, в якій не має місця ударним явищам. І це можна вважати цілком логічним і беззастережно прийнятним. В іншому разі довелось б поєднувати струминну теорію перетворення енергії з теорією ідеальної ударної взаємодії плинної речовини і твердого тіла (гідродинамічної ґратки).

5. Звісно, тут ідеться лише про правдивість евристики, правильність розуміння, адекватність тлумачення... Ідеальна помпа мала б слугувати взірцем і підказувати, як удосконалювати реальну. А характеристики ідеальної помпи мали б підказувати, як добирати раціональні апроксимаційні засоби на шляху від ідеального до справжнього в процесі аналітичного відображення характеристик реальних pomp. А взагалі слід користуватись такими засобами, які якнайменше залежать від можливих методичних і технічних похибок. Проблемі ж цілковито точного відображення реальних характеристик pomp може повноцінно зарадити хіба що надійна експериментальна інформація.

### Список літератури:

1. Гащук П. Н. Энергопреобразующие системы автомобиля: идентификация и анализ.— Харьков: РИО ХГАДТУ, 1998.— 272 с.
2. Пфлейдерер К. Лопастные машины для жидкостей и газов. Москва: Машгиз, 1960. — 683 с.
3. Герасимов Г. Г. Гидравлические та аэродинамические машины.— Рівне: НУВГП, 2008.— 241 с.
4. Ніколова Р. О. Гидравлические та аэродинамические машины.— Одеса: ОДАБА, 2006. — 210 с.
5. Романюк О. М., Вербицкий Г. П., Колотило М. І., Колотило В. Д., Клепиков Ф. М. Гидравлические і аэродинамические машины. — Кіровоград: 1997. — 176 с.
6. Угинчус А. А. Гидравлика и гидравлические машины. — Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1966. — 400 с.
7. Башта Т. М., Руднев С. С., Некрасов Б. Б., Байбаков О. В., Кирилловский Ю. Л. Гидравлика, гидравлические машины и гидравлические приводы / Под ред. Т. М. Башты. — Москва: Машиностроение, 1970. — 504 с.
8. Шлипченко З. С. Насосы, компрессоры и вентиляторы.— Киев: Техніка, 1976. — 368 с.
9. Кабанов В. И. Гидропневмоавтоматика и гидропривод мобильных машин. Лопастные машины и гидродинамические передачи / Под ред. В. В. Гуськова. — Минск: Высшая школа, 1989. — 183 с.

10. Поляков В. В., Скворцов Л. С. Насосы и вентиляторы. — Москва: Стройиздат, 1990. — 336 с.
11. Мандрус В. І., Юзьків Т. Б., Назарчук С. П., Ковалишин В. В. Насоси, вентилятори, компресори в пожежній техніці. — Львів: Сполом, 2007. — 348 с.
12. Холоменюк М. В., Ткачук А. В., Онопрієнко Д. М. Гідравлічні та аеродинамічні машини. — Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2013. — 356 с.
13. Черкасский В. М. Насосы, компрессоры, вентиляторы. — Москва: Энергоатомиздат, 1984. — 416 с.

#### References:

1. Hashchuk, P. N. (1998). *Energy-transforming car systems: identification and analysis*. Kharkiv: RIO KhADATU (in Russ.)
2. Pfleyderer, K. (1960). *Paddle machines for liquids and gases*. Moscow: Mashgiz (in Russ.)
3. Herasimov H. H. (2008) *Hydraulic and aerodynamic machines*. Rivne: NUWMNRU (in Ukr.)
4. Nikolova, R. O. (2006). *Hydraulic and aerodynamic machines*. Odesa: ODABA. (in Ukr.)
5. Romanyuk, O. M., Verbitsky, G. P., Kolotylo, M. I., Kolotylo, V. D., & Klepikov, F. M. (1997). *Hydraulic and aerodynamic machines*. Kirovograd (in Ukr.)
6. Uhinchus, A. A. (1966). *Hydraulics and hydraulic machines*. Kharkiv: Publishing house of Kharkiv University (in Russ.)
7. Bashta, T. M., Rudnev, S. S., Nekrasov, B. B., Baibakov, O. V., & Kirillovskiy, Yu. L. (1970). *Hydraulics, hydraulic machines and hydraulic drives* / In T. M. Bashta (Ed.). Moscow: Mechanical Engineering (in Russ.)
8. Shlipchenko, Z. S. (1976). *Pumps, compressors and ventilators*. Kyiv: Tehnika (in Russ.)
9. Kabanov, V. I. (1989). *Hydropneumatics and hydraulic drive of mobile machines. Blade machines and hydrodynamic gears* / In V. V. Guskov (Ed.). Minsk: The Greatest School (in Russ.)
10. Polyakov, V. V., & Skvortsov, L. S. (1990). *Pumps and ventilators*. Moscow: Strojizdat (in Russ.)
11. Mandrus V. I., Yuz'kiv T. B., Nazarchuk S. P., & Kovalyshyn V. V. (2007). *Pumps, ventilators, compressors fire engineering*. Lviv (in Ukr.)
12. Kholomenjuk, V. I., Tkachuk, A. V., & Onoprijenko, D. M. (2013). *Hydraulic and aerodynamic machines*. Kherson: OLDI-PLUS (in Ukr.)
13. Cherkasskyi, V. M. (1984). *Pumps, compressors, ventilators*. Moscow: Energoatomizdat (in Russ.)