

*А. Д. Кузык, д-р. с.-г. наук, професор, В. І. Товарянський  
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КОНДУКТИВНОГО І РАДІАЦІЙНОГО ТЕПЛООБМІНУ ПІД ЧАС ПОЖЕЖІ В СОСНОВИХ ЛІСАХ**

Проведено математичне моделювання процесу поширення тепла у хвоїнці внаслідок теплообміну одного з кінців із нагрітим до високої температури тілом, наприклад жаринкою від вогню, іскрою, недопалком. Отримано залежності температури від відстані та часу за відсутності конвективного теплообміну між повітрям і бічною поверхнею хвої та з його урахуванням. Встановлено, що теплопередача в сухій хвоїнці відбувається інтенсивніше і нагрівання частини хвоїнки фіксованої довжини з початком у місці контакту з високотемпературним джерелом до температури самозаймання відбуватиметься швидше для сухої хвоїнки, що зумовлює її більшу пожежну небезпеку, ніж живої. Побудовано також математичну модель нагрівання хвоїнки внаслідок радіаційного теплообміну з полум'ям низової пожежі. Отримано залежність температури від часу нагрівання для джерела випромінювання у формі прямокутника, за якою встановлено час нагрівання хвоїнки до температури самозаймання.

**Ключові слова:** сосна звичайна, лісова пожежа, кондуктивний теплообмін, теплове випромінювання

*A. D. Kuzyk, V. I. Tovaryansky*

## **MATHEMATICAL MODELING OF CONDUCTIVE AND RADIATIVE HEAT TRANSFER DURING A FIRE IN PINE FORESTS**

A mathematical simulation of heat transfer process in a pine needle as a result of heat exchange by the contact of one of the ends with a high temperature object such as glowing piece of wood, a spark, a cigarette end was carried out. The dependences of temperature on distance and time without and with convective heat exchange between a lateral needle surface and air were obtained. As the result of modeling we established that heat transfer process is more intense in a dry needle and a fixed-length needle part heats to the auto ignition temperature faster for dry needles, which indicates its greater fire danger than live one. The mathematical model of pine needle heating by radiation heat transfer from a surface fires flame was also developed. The temperature dependence on heating time for the heat radiation source as rectangle was obtained. Using the dependence for pine needles the heating time to auto ignition temperature was calculated.

**Keywords:** pine, forest fires, conductive heat transfer, thermal radiation

**Вступ.** Процеси виникнення і поширення лісової пожежі включають в себе передачу тепла. Теплообмін між об'єктами відбувається внаслідок фізичних явищ різної природи – теплопровідності, конвекції і радіаційного теплового випромінювання [1, 7]. Ці процеси зумовлюють нагрівання кожного виду лісового горючого матеріалу до температури самозаймання або, за наявності вогню, до температури займання, внаслідок чого виникає горіння та відбувається поширення вогню.

**Метою роботи** є побудова математичної моделі займання хвоїнки сосни звичайної внаслідок теплопровідності та радіаційного теплообміну.

**Виклад основного матеріалу.** Лісова пожежа на початковій стадії часто виникає від контакту лісового горючого матеріалу з нагрітим до високої температури тілом, наприклад, жаринкою від багаття, іскрою з вихлопних труб двигунів внутрішнього згорання, недопалком або іншими предметами. Під час контакту з нагрітим тілом починається процес теплообміну. Оскільки товщина хвоїнки є набагато меншою, ніж її довжина, у найпростішому випадку задача про її нагрівання може бути зведена до одновимірної задачі теплопровідності [5]. Розглянемо два види такої задачі.

## 1. Теплопровідність хвоїнки скінченної довжини за відсутності теплообміну на бічній поверхні

Розглянемо хвоїнку довжиною  $L$  (рис. 1).

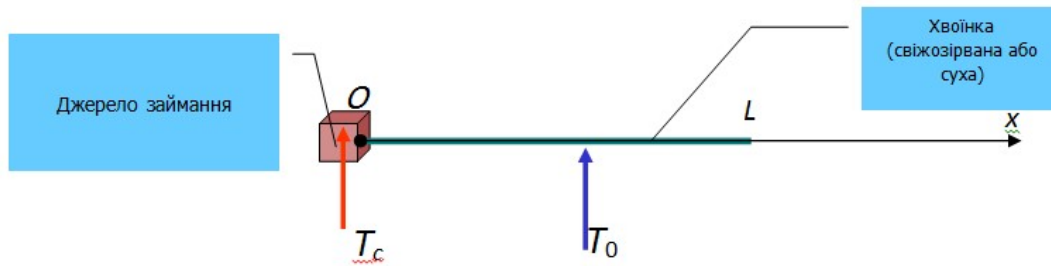


Рисунок 1 – Кондуктивний теплообмін між нагрітим тілом і хвоїнкою

Один з кінців хвоїнки контактує з нагрітим до високої температури  $T_c$  тілом. Температура хвоїнки в початковий момент часу є сталою і дорівнює температурі повітря  $T_0$ . Така ж температура і кінця хвоїнки, який не контактує з нагрітим тілом. Процес теплопровідності описується диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1)$$

де  $T(x, \tau)$  – температура хвоїнки в момент часу  $\tau$ , с, на відстані  $x$  м від місця контакту з нагрітим тілом,  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності хвої, Вт/(м·К),  $c$  – її масова теплоємність, Дж/кг·К,  $\rho$  – густина, кг/м<sup>3</sup>. Будемо вважати, що нагріте тіло має постійну температуру, теплообмін між повітрям і хвоїнкою не відбувається, а температура іншого кінця хвоїнки дорівнює температурі повітря. Початкова та граничні умови:

$$T(x, 0) = T_0, T(0, \tau) = T_c, T(L, \tau) = T_0. \quad (2)$$

Сформульована задача теплопровідності має аналітичний розв'язок, який описується формулою

$$T(x, \tau) = T_c + (T_0 - T_c) \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{erfc} \left( \frac{2nL + x}{2\sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erfc} \left( \frac{2nL - x}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right) \right), \quad (3)$$

де  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  – коефіцієнт температуропровідності, м<sup>2</sup>/с. Побудуємо графіки залежності температури хвоїнки від відстані, а саме від початку точки нагрівання в деякі моменти часу.

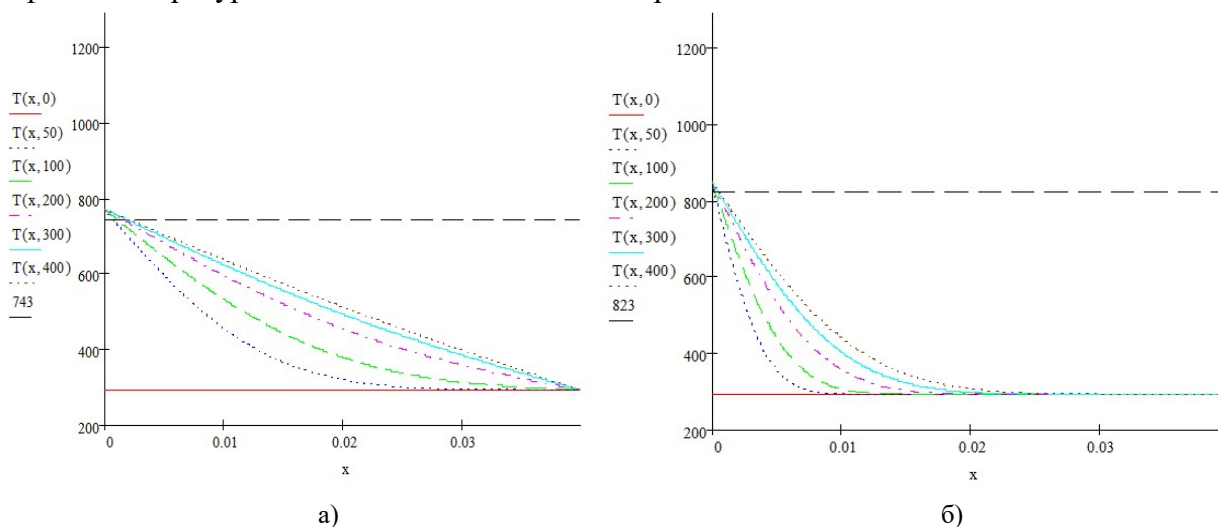
Розглянемо випадки нагрівання живої хвоїнки і сухої, яка входить до складу підстилки. Довжина хвоїнки  $L$  становить 0,04 м. Оскільки температура самозаймання живої хвої становить 823 К, тому температура нагрітого тіла  $T_c$  повинна перевищувати цей показник і становитиме, наприклад, 840 К. Для сухої хвої температура самозаймання дорівнює 743 К, а температуру  $T_c$  візьмемо 760 К. Температура повітря, початкова температура хвоїнки і температура її кінця, який не контактує з нагрітим тілом  $T_0$  в обох випадках дорівнюють 293 К. Теплофізичні показники обох видів хвої наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Теплофізичні показники живої і сухої хвої сосни звичайної

Вид хвої	Абсолютна вологість, %	Теплопровідність $\lambda$ , Вт/(м·К)	Теплоємність $c$ , (Дж/кг·К)	Густина $\rho$ , (кг/м <sup>3</sup> )
Жива	140	0,10	1465	670
Суха	12	0,06	1172	460

Значення теплофізичних показників визначали згідно з літературними даними [2, 4], а також експериментально [8]. Густина хвої визначали пікнометричним методом [10] у лабораторних умовах із застосуванням пікнометра для твердих сипучих матеріалів [9]. Для цього хвоїнку попередньо зважували, після чого занурювали у пікнометр. Використавши значення маси хвоїнки, маси пікнометра, заповненого дистильованою водою до відповідної поділки шкали, а також масу пікнометра з зануреною у нього хвоїнкою, обчислили об'єм витісненої води та густину хвої відповідно. Експеримент проводили для свіжозірваної та сухої хвої. Графіки температури хвої обох видів наведені на рис. 2.

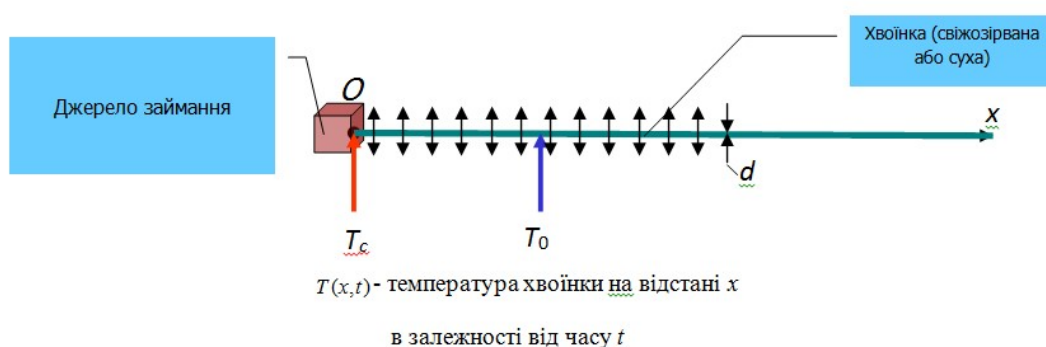


**Рисунок 2** – Залежності температури хвоїнки від відстані до точки, яка нагрівається тілом з високою температурою: а – жива хвоя; б – суха хвоя

Як видно з рисунків, температура сухої хвої буде зростати швидше, ніж живої, прогріваючи її на більшу довжину за однаковий період часу. Це зумовить її швидше займання.

## 2. Теплопровідність нескінченної довжини хвоїнки за наявності теплообміну на бічній поверхні

Вважатимемо, що хвоїнка має нескінченну довжину, до її кінця торкається нагріте тіло, а на бічній поверхні відбувається конвективний теплообмін (рис. 3).



**Рисунок 3** – Кондуктивний теплообмін між нагрітим тілом і хвоїнкою з тепловіддачею

Диференціальне рівняння, яке описує процес теплопровідності у цьому випадку, має вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\alpha}{c \rho h} (T - T_0), \quad (4)$$

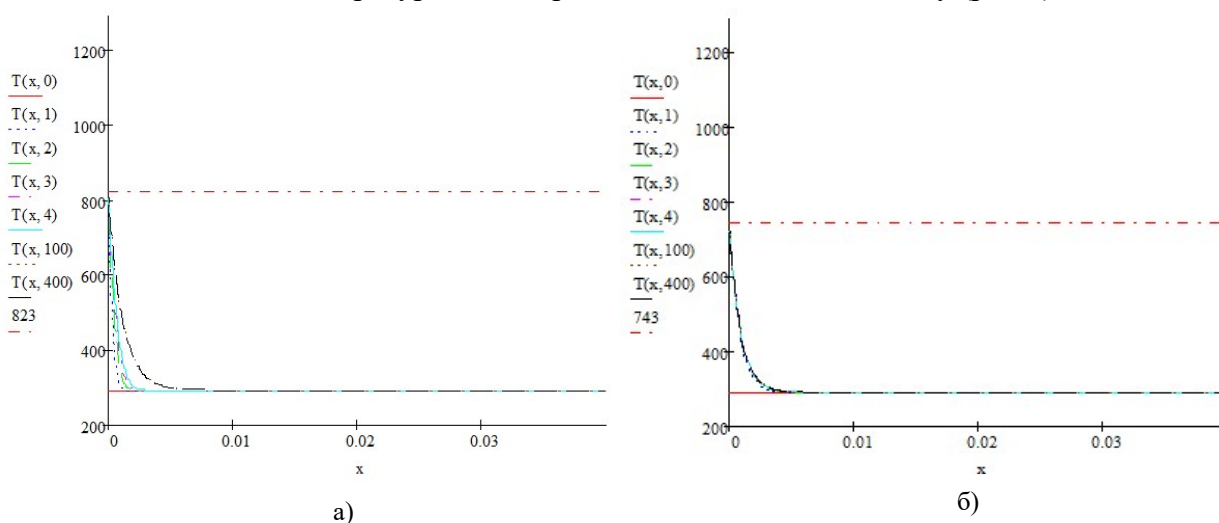
де  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну бічної поверхні хвоїнки, Вт/(м<sup>2</sup> К). Для хвої  $\alpha = 5,6$  Вт/(м<sup>2</sup> К) [2]. Початкова та граничні умови такі ж, як і в попередній задачі:

$$T(x,0) = T_0, T(0, \tau) = T_c, T(L, \tau) = T_0. \quad (5)$$

Сформульована задача теплопровідності також має аналітичний розв’язок, який описується формулою

$$T(x, \tau) = T_c + (T_0 - T_c) \frac{1}{2} \left( \exp\left(-\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda h}} x\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - \sqrt{\frac{a\alpha\tau}{\lambda h}}\right) + \exp\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda h}} x\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \sqrt{\frac{a\alpha\tau}{\lambda h}}\right) \right), \quad (6)$$

де  $h = \frac{S}{P}$ ,  $S$  – площа поперечного перерізу хвоїнки, м<sup>2</sup>, а  $P$  – довжина твірної, м. Вважатимемо, що хвоя має форму циліндра з діаметром  $d = 2R = 0,001$  м. Тоді  $h = \frac{S}{P} = \frac{1}{2} R = \frac{1}{4} d = 0,00025$  м. Використавши дані табл. 1, побудуємо залежності температур від відстані до високотемпературного джерела для деяких значень часу (рис.4).



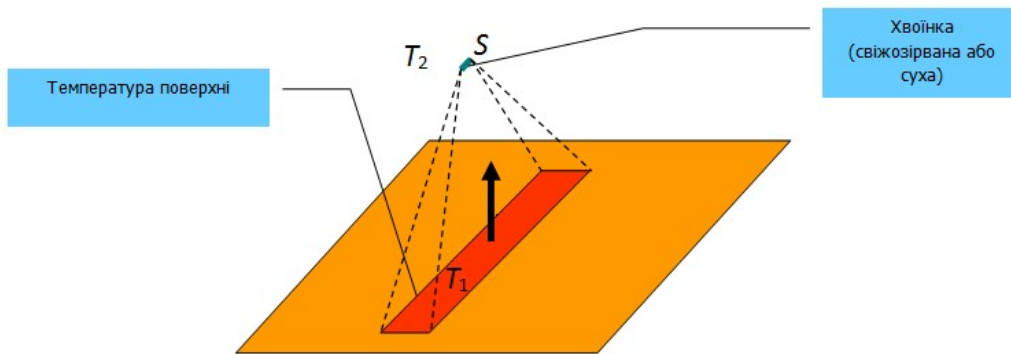
**Рисунок 4** – Залежності температури хвоїнки від відстані до точки, яка нагрівається тілом з високою температурою з урахуванням теплообміну з повітрям через бічну поверхню: а – жива хвоя; б – суха хвоя

Як і в попередньому випадку, тепло буде швидше поширюватися в сухій хвоїнці, зумовивши її швидше займання. Проте внаслідок конвективного теплообміну між бічною поверхнею та повітрям температура живої хвоїнки на відстані 0,0025 м і сухої на відстані 0,007 м від місця контакту з нагрітим тілом практично не буде змінюватися. Однак у цьому випадку після самозаймання відбуватиметься горіння внаслідок займання від контакту з полум’ям продуктів піролізу.

У випадку, коли хвоїнка знаходиться на дереві, вона може зайнятися внаслідок радіаційного теплообміну від низової пожежі. Розглянемо задачі нагрівання хвоїнки внаслідок радіаційного теплообміну з підстилкою, яка горить, до температури самозаймання.

### 3. Нагрівання хвоїнки від нерухомої поверхні з високою температурою у формі прямокутника

Нехай хвоїнка знаходиться на висоті  $r$  м від горизонтальної поверхні і проектується в центр прямокутної ділянки довжиною  $a$  м і шириною  $d$  м, розміри якої значно більші за розміри хвоїнки (рис. 5).



**Рисунок 5** – Нагрівання хвоїнки внаслідок радіаційного теплообміну з поверхнею прямокутної форми.

Інтенсивність теплового потоку описується формулою

$$q = \sigma \varepsilon (T_1^4 - T_2^4) \psi dS, \quad (7)$$

де  $\sigma$  – стала Стефана-Больцмана,  $\varepsilon$  – випромінювальна здатність,  $\psi$  – кутовий коефіцієнт опромінення (відповідно до закону Ламберта),  $T_1$  і  $T_2$  – абсолютні температури поверхонь прямокутника і хвоїнки,  $dS$  – нескінченно мала ділянка поверхні хвої. Для нагрівання хвоїнки з температурою  $T$ , поверхня якої площею  $S$  опромінюється з поверхні прямокутника сталої температури  $T_1$  (вважатимемо хвою плоскою) протягом часу  $d\tau$ , буде витрачена кількість теплоти

$$Q = \sigma \varepsilon (T_1^4 - T^4) \psi S d\tau. \quad (8)$$

З іншого боку, нагрівання хвоїнки на величину  $dT$ , К, описується формулою

$$Q = cm dT, \quad (9)$$

де  $m$  – маса хвоїнки, кг. Вважаючи, що вся ця кількість теплоти, отримана випромінюванням, витратиться на нагрівання цієї хвоїнки, прирівняємо праві частини формул (8) і (9). Отримаємо диференціальне рівняння

$$cm dT = \sigma \varepsilon (T_1^4 - T^4) \psi S d\tau, \quad (10)$$

яке описує процес нагрівання хвоїнки до температури  $T = T(\tau)$  за час  $\tau$ . Початковою умовою буде

$$T(0) = T_0, \quad (11)$$

де  $T_0$  – температура повітря, К. Для сталого коефіцієнта опромінення [6]

$$\psi = \frac{2}{\pi} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4h^2}} \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{a^2 + 4h^2}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 4h^2}} \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{b^2 + 4h^2}} \right) \quad (12)$$

Проінтегрувавши (10), отримуємо загальний інтеграл

$$\tau = \frac{cm}{\sigma \varepsilon \psi S} \frac{1}{4T_1^3} \left( \ln \left| \frac{T_1 + T}{T_1 - T} \right| + 2 \operatorname{arctg} \frac{T}{T_1} \right) + C. \quad (13)$$

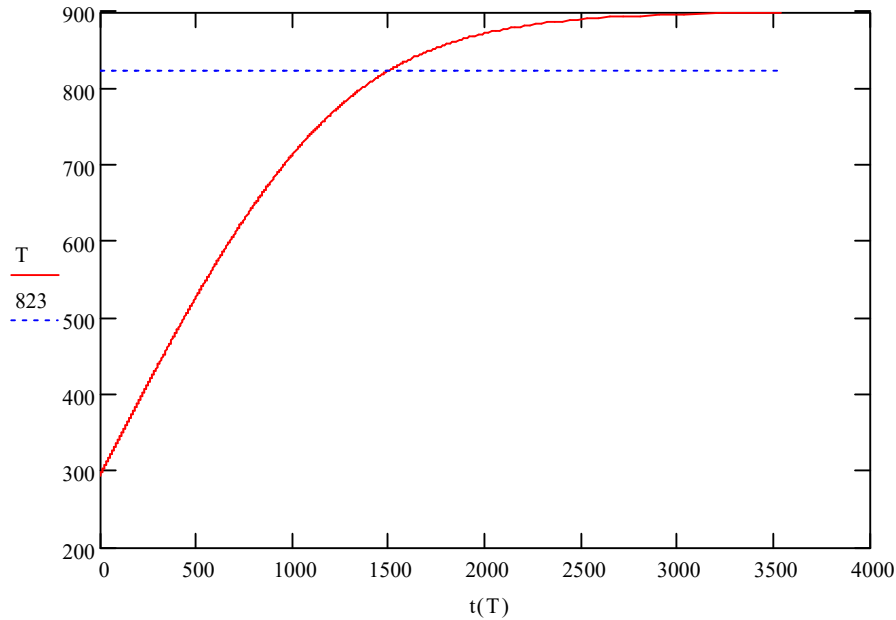
Узагальнений ступінь чорноти

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \quad (14)$$

визначаємо з урахуванням ступенів чорноти полум'я низової пожежі  $\varepsilon_1 = 0,27$  і хвої  $\varepsilon_2 = 0,76$  [2]. Тоді  $\varepsilon = 0,21$ . Врахувавши (12) та підставивши початкову умову (11) для числових значень  $T_0 = 293$  К,  $T_1 = 900$  К,  $m = 0,002 \cdot 10^{-3}$  кг,  $a = 4$  м,  $b = 0,1$  м і  $r = 5$  м, отримуємо константу для сухої хвої  $C = -596,339$  с. Оскільки виразити з (13) значення температури від часу є складно, отримуємо залежність часу від температури

$$\tau(T) = \frac{cm}{\sigma\varepsilon\psi S} \frac{1}{4T_1^3} \left( \ln \left| \frac{T_1 + T}{T_1 - T} \right| + 2 \operatorname{arctg} \frac{T}{T_1} \right) - 596,339, \quad (15)$$

яка є розв'язком задачі (10)-(11). Графік цієї залежності зображений на рис. 6, де температура відкладена на вертикальній осі, а час – на горизонтальній.



**Рисунок 6** – Залежність температури сухої хвоїнки від часу внаслідок нагрівання тепловим випромінюванням

З графіка видно, що нагрівання сухої хвоїнки до температури самозаймання 823 К буде тривати 1500 с = 25 хв.

Результати розрахунків для деяких інших висот наведені в табл. 2

**Таблиця 2**

*Час нагрівання живої хвоїнки, розміщеної на висоті  $h$ , до температури самозаймання 823 К внаслідок радіаційного теплообміну*

Висота хвоїнки над поверхнею $h$ , м	Час $\tau$ , с
1	144,6
2	338,8
3	622,3
4	1008,0
5	1501,0
6	2101,0
10	5586,0
12	7981,0
15	12390,0
20	21910,0

Залежність часу нагрівання живої хвоїнки до температури самозаймання внаслідок теплообміну випромінюванням описує квадратична регресійна залежність

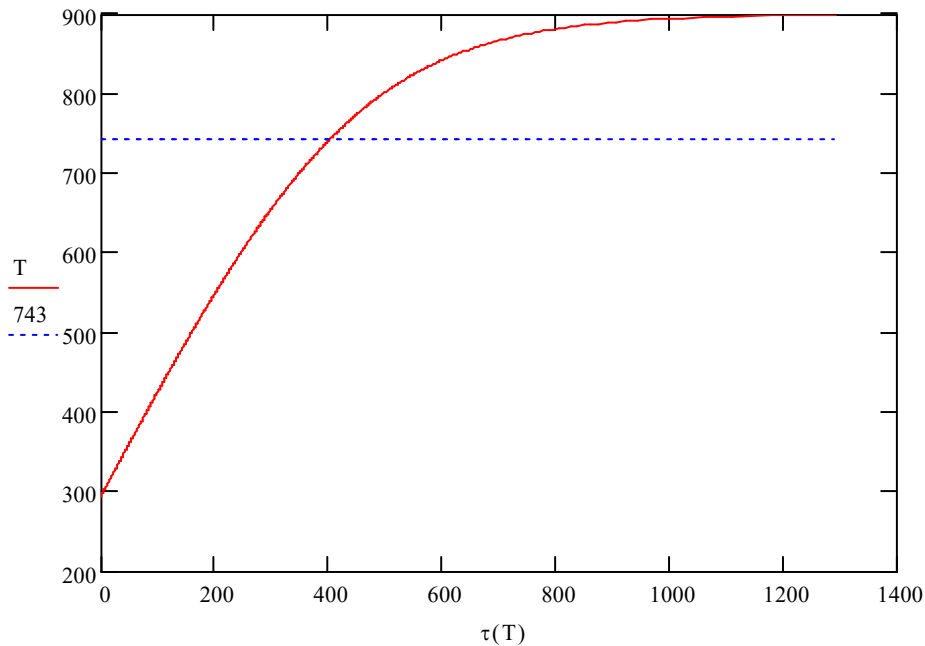
$$\tau(h) = 54,123h^2 + 7,6802h + 103,09 \quad (16)$$

з коефіцієнтом детермінації  $R^2 = 1$ .

Якщо взяти суху хвою, то в неї буде іншим коефіцієнт  $\varepsilon_2 = 0,87$  [2] і  $\varepsilon = 0,23$ , а також маса  $m = 0,001 \cdot 10^{-3}$  кг. Константа  $C$  у (13) для живої хвої на висоті 5 м буде дорівнювати – 217,793 с. Розв’язок задачі (10)-(11) буде мати вигляд

$$\tau(T) = \frac{cm}{\sigma \varepsilon \psi S} \frac{1}{4T_1^3} \left( \ln \left| \frac{T_1 + T}{T_1 - T} \right| + 2 \operatorname{arctg} \frac{T}{T_1} \right) - 217,793, \quad (17)$$

а графік цієї залежності зображений на рис. 7.



**Рисунок 7** – Залежність температури сухої хвоїнки від часу внаслідок нагрівання тепловим випромінюванням

З графіка видно, що нагрівання сухої хвоїнки до температури самозаймання 743 К буде тривати 404 с = 6,7 хв, що майже в 4 рази менше, ніж живої. Обчислені залежності часу нагрівання сухої хвоїнки до температури самозаймання від висоти для деяких її значень наведені в табл. 3

**Таблиця 3**

*Час нагрівання сухої хвоїнки, розміщеної на висоті  $h$ , до температури самозаймання 743 К внаслідок радіаційного теплообміну*

Висота хвоїнки над поверхнею $h$ , м	Час $\tau$ , с
1	39,0
2	91,2
3	167,7
4	271,7
5	404,3
6	566,0
10	1505,0
12	2151,0
15	3338,0
20	5905,0

Регресійна модель часу нагрівання сухої хвоїнки до температури самозаймання внаслідок теплообміну випромінюванням має вигляд

$$\tau(h) = 14,591h^2 + 1,9337h + 28,025 \quad (5.19)$$

з коефіцієнтом детермінації  $R^2 = 1$ .

З метою перевірки адекватності математичної моделі у лабораторних умовах проведено експериментальні дослідження з використанням пристрою [11]. Суха хвоя в процесі експерименту займалася і горіла. А у випадку свіжозірваної хвої відбувалося лише тліюче горіння. Результати досліджень наведено в табл. 4.

**Таблиця 4**

*Результати досліджень процесу займання хвої від контакту її кінця з нагрітим тілом.*

Вид хвої	№ досліджу	Тривалість нагрівання, с	Температура електро-нагрівального елемента °С	Займання / довжина обвугленої частини хвоїнки, м
Суха	1	4	478	Займання
	2	2	466	Займання
	3	2	471	Займання
Середні значення		2,7	471,67	
Свіжозірвана	1	5	454	0,006
	2	5	401	0,005
	3	11	490	0,009
Середні значення		7,0	448,33	0,0067

За результатами експерименту встановлено, що суха хвоя займалася в середньому за 2,7 с від нагрітої до температури 471,67 °С електричної спіралі. Тління свіжозірваної хвої тривало в середньому 7,0 с від початку контакту з нагрітою до температури 448,33 °С спіраллю та поширилося на відстань 6,7 мм. Займання сухої хвої у всіх дослідках свідчить про її вищу пожежну небезпеку і підтверджує результати математичного моделювання процесу нагрівання хвої для випадку врахування теплообміну на її бічній поверхні (див рис. 4).

Таким чином, за результатами дослідження займання хвої внаслідок нагрівання від контакту з тілом, нагрітим до високої температури, встановлено, що поширення тепла відбувається швидше у сухій хвоїнці, ніж у живій, зумовлюючи за однакові проміжки часу її прогрівання на більшу довжину від точки контакту з нагрітим тілом. При цьому більш адекватною є модель з урахуванням конвективного теплообміну з бічної поверхні хвоїнки.

### **Висновки**

1. В результаті математичного моделювання процесу нагрівання хвоїнки внаслідок контакту з нагрітим до високої температури тілом отримано залежності температури від часу та відстані до місця контакту, за якими можна встановити час та ширину ділянки хвої, нагрітої до температури самозаймання.

2. Розроблена математична модель процесу нагрівання хвоїнки внаслідок радіаційного теплового випромінювання з поверхні у формі прямокутника дає можливість встановити час її нагрівання до температури самозаймання.



### Список літератури:

1. Драйздейл Д. Введение в динамику пожаров / Д. Драйздейл. – М. : Стройиздат, 1990. – 424 с.
2. Конев Э. В. Физические основы горения лесных горючих материалов / Э. В. Конев. – Новосибирск : Наука, 1977. – 239 с.
3. Зигель Р. Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл. – М.: Мир, 1975. – 935 с.
4. Соболев В. Р. Тепловые свойства напочвенного материала леса при характерном содержании влаги / В. Р. Соболев, П. Н. Гоман, И. В. Дедюля, А. Г. Бровка, О. Н. Мазуренко // Инженерно-физический журнал. – Минск: Институт тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова Республики Беларусь. – 2011. – Том 84, № 5. – С. 1079-1087.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Учебное пособие / А. В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
6. Величко Л. Д. Термодинаміка і теплопередача в пожежній справі / Л. Д. Величко, Р. Я. Лозинський, М. М. Семерак. – Львів: Сполом, 2011. – 504с.
7. Кузык А.Д. Моделювання процесів займання лісової підстилки // Пожежна безпека : зб. наук. праць. – Львів : ЛДУ БЖД, 2007. – № 10. – С. 170-174.
8. Товарианський В. І. Взаємозв'язок між температурою та часом до займання хвої молодих соснових насаджень/ В. І. Товарианський, А. Д. Кузык, В. Л. Петровський // Пожежна безпека : зб. наук. праць. – Львів : ЛДУ БЖД, 2015. – № 26. – С. 167-171.
9. ГОСТ 22524-77 Пикнометры стеклянные. Технические условия.
10. Flint A. Particle density: methods of soil analysis. Physical Methods / A. Flint, L. G. Flint // SSSA Book Series.– 2002.– No. 5.– pp. 229-240.
11. Пристрій для дослідження займистості горючого матеріалу з використанням електронагрівального елемента: пат. 106652 Україна: МПК6G01N 25/50. / В. І. Товарианський, А. Д. Кузык, Р. І. Стасьо, М. М. Коваль //. – заяв.№ U 2016 01286 від 15.02.2016; опублік. 25.04.2016, Бюл. № 8. – 2 с.

### References:

1. Drajzdejl D. Vvedenie v dinamiku požarov / D. Drajzdejl. – M. : Strojizdat, 1990. – 424 s.
2. Konev E. V. Fizicheskie osnovy goreniya lesnyh goryuchih materialov / E. V. Konev. – Novosibirsk : Nauka, 1977. – 239 s.
3. Zigel' R. Teploobmen izlucheniem / R. Zigel', Dzh. Hauehll. – M.: Mir, 1975. – 935 s.
4. Sobol' V. R. Teplovye svojstva napochvennogo materiala lesa pri harakternom sodержanii vlagi / V. R. Sobol', P. N. Goman, I. V. Dedyulya, A. G. Brovka, O. N. Mazurenko // Inzhenerno-fizicheskij zhurnal. – Minsk: Institut teplo- i massoobmena imeni A.V. Lykova Respubliki Belarus'. – 2011. – Tom 84, № 5. – S. 1079-1087.
5. Lykov A. V. Teoriya teploprovodnosti. Uchebnoe posobie / A. V. Lykov. – M.: Vysshaya shkola, 1967. – 600 s.
6. Vely'chko L. D. Termody`namika i teploperedacha v pozhezhnij spravi / L. D. Vely'chko, R. Ya. Lozy`ns`ky`j, M. M. Semerak. – L`viv: Spolom, 2011. – 504s.
7. Kuzyk A.D. Modelyuvannya protsesiv zaymannya lisovoyi pidstylky // Pozhezhna bezpeka : zb. nauk. prats'. – L`viv : LDU BZhD, 2007. – # 10. – S. 170-174.
8. Tovaryans`ky`j V. I. Vzayemozv'yazok mizh temperaturoyu ta chasom do zaymannya xvoyi molody`x sosnovy`x nasadzhen`/ V. I. Tovaryans`ky`j, A. D. Kuzy`k, V. L. Petrovs`ky`j // Pozhezhna bezpeka : Zb. nauk. pr. – L`viv : LDU BZhD. – 2015. – # 26. – S. 167-171.
9. GOST 22524-77 Piknometry steklyannye. Tekhnicheskie usloviya.
10. Flint A. Particle density: methods of soil analysis. Physical Methods / A. Flint, L. G. Flint // SSSA Book Series.– 2002.– No. 5.– pp. 229-240.
11. Pry`strij dlya doslidzhennya zajmy`stosti goryuchogo materialu z vy`kory`stanniam elektronagrival`nogo elementa: pat. 43976 Ukrayina: MPK6G01N 25/50. / V. I. Tovaryans`ky`j, A. D. Kuzy`k, R. I. Stas`o, M. M. Koval`//. – zayavl. 15.02.2016; opublik. 25.04.2016, Byul. # 1. – 2 s.