

Р. А. АКОПЯН

# ПНЕВМАТИЧЕСКОЕ ПОДРЕССОРИВАНИЕ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

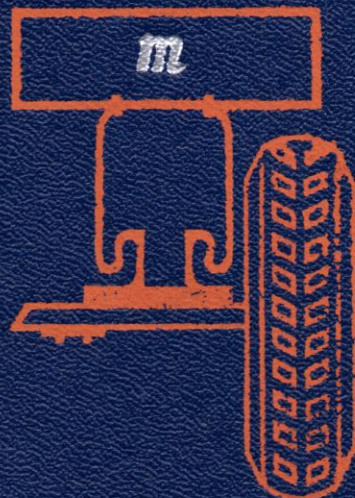
3

---

Глава 1 Некоторые принципы оптимизации параметров пневматических подвесок автотранспортных средств на основе современных представлений о критерии плавности хода

---

написана сумісно Р. Акопяном, П. Гашуком, Я. Підгородецьким



**Р. А. АКОПЯН**

# **ПНЕВМАТИЧЕСКОЕ ПОДРЕССОРИВАНИЕ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

**Часть 3**

**Р. А. Акопян, П. Н. Гашук, Я. И. Пидгородецкий**  
**Глава 1. Некоторые принципы оптимизации**  
**параметров пневматических подвесок**  
**автотранспортных средств на основе**  
**современных представлений о критерии**  
**плавности хода**

**Л Ь В О В**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ЛЬВОВСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ  
УНИВЕРСИТЕТЕ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ  
«ВИЩА ШКОЛА»**

**1984**

ББК 39.33  
А40  
УДК 629.113

**Пневматическое поддресоривание автотранспортных средств.**  
Акопян Р. А. — Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1984, ч. 3. — 240 с.

В третьей части монографии рассмотрены вопросы оптимизации параметров полуактивной и активной пневматических подвесок автотранспортных средств, разработаны методы подбора подходящей с точки зрения плавности хода прозрачной и непрозрачной характеристик упругих пневматических элементов. На примере автобусов исследованы вопросы стабилизации положения кузова автотранспортных средств с пневматическими подвесками в продольной и поперечной плоскостях как экспериментально, так и аналитически. Оценена ремонтопригодность и экономическая эффективность различных конструкций пневматических подвесок и приведены результаты их исследований.

Для научных, инженерно-технических работников автомобильной промышленности и транспорта, преподавателей и студентов соответствующего профиля.

Табл. 50. Ил. 62. Библиогр.: 152 назв.

Ответственный редактор проф., д-р техн. наук М. С. Комаров

Рецензент канд. техн. наук В. И. Гнипович  
(Всесоюзный конструкторско-экспериментальный институт автобусостроения)

Редакция научно-технической литературы

Зав. редакцией М. П. Парцей

А 3603030000—041 251—84  
М225(04)—84

© Издательское объединение  
«Вища школа», 1984

## ВВЕДЕНИЕ

Автоматизация рабочих процессов и разработка узлов автотранспортных средств, соответствующих современному уровню развития техники, в свете решений XXVI съезда КПСС являются важнейшей задачей автомобилестроителей страны.

Современные же системы поддрессоривания автотранспортных средств, например пассивного, достигли почти предельного уровня своего развития, поэтому в последнее время заметно интенсифицировались поиски средств повышения эффективности поддрессоривания за счет введения систем активного и полуактивного управления силами в подвесках [106, 122, 125, 140].

В имеющейся литературе пока не освещены в должной степени принципиальные вопросы теории оптимизации параметров пневматической подвески с полуактивной и активной системами управления при учете современных представлений о критериях плавности хода, стабилизации кузова автотранспортных средств в поперечной и продольной плоскостях, зависящих от конструктивных параметров пневматических регулируемых подвесок [29, 30]. Нами сделана попытка восполнить этот пробел новыми материалами в области оптимизации тех параметров пневматической подвески, которые обеспечивают высокую плавность хода автотранспортного средства при удовлетворительной стабилизации кузова в поперечной и продольной плоскостях.

Следует отметить, что уже на стадии проектирования автотранспортных средств при выборе типа направляющего устройства и параметров подвески необходимо учитывать их влияние на крены кузова в продольной и поперечной плоскостях. Таким образом, актуальным становится вопрос получения аналитической зависимости, определяющей углы продольных и поперечных кренов кузова в функции действующих на него тормозных, тяговых и боковых сил. Эти зависимости должны позволить уже на стадии проектирования автотранспортного средства рассчитать такие комбинации параметров подвески, которые обеспечили бы получение необходимых продольной и поперечной угловых жесткостей подвески, исключающих «пробои» при кренах кузова.

Как известно, во многих случаях экономические исследования внедряемых в производство конструкций узлов автотранспортных средств по своему объему превышают объем исследований и технических разработок. Исследования экономической эффективности использования различных конструкций пневматических подвесок автотранспортных средств на стадии их производства и эксплуатации базировались на расчетах себестоимости и оптовой цены по прямым статьям и на расходных показателях подвесок в сфере эксплуатации. Расчет удельных эксплуатационных затрат и экономичности каждого автотранспортного средства с различными конструкциями пневматических подвесок в народном хозяйстве в сфере эксплуатации позволил сделать окончательный вывод о технико-экономической эффективности внедрения новых конструкций регулируемых пневматических подвесок в производство.

Полученные материалы о целесообразности внедрения пневматических регулируемых подвесок в первую очередь на автобусах, а затем на специальных автомобилях и тягачах определяют пути оценки эффективности не только предпринятых опытно-конструкторских и исследовательских работ в области пневматического подрессоривания, но и эффективности реальных автотранспортных средств, в частности автобусов, на стадиях производства и эксплуатации.

Назрела также необходимость исследовать ремонтпригодность различных конструкций пневматических подвесок автобусов, которая зависит и от удобства разборки и сборки узлов. Эти исследования могут быть особенно эффективными при разработке современного метода оценки ремонтпригодности пневматических подвесок с позиций доступа на основе применения теории графов и с последующим структурным анализом их конструкций. Следует полагать, что при этом станет возможно оценить оптимальную последовательность разборочных работ, необходимую при разработке технологических процессов ремонта пневматических подвесок на авторемонтных заводах.

Нагрузочные режимы наиболее ответственных узлов подвески, главным образом направляющих устройств, следует оценивать для трех общепринятых в автомобилестроении случаев. С этой целью необходимо получить расчетные схемы и зависимости, сгруппированные соответствующим образом в таблицах.

В результате проведенной работы разработаны рекомендации по проектированию пневматических подвесок, которые нашли практическое применение в современных автобусах у нас в стране (автобусы ЛАЗ-699, ЛиАЗ-677, ЛАЗ-4202 и др.).

Автор считает своим долгом выразить искреннюю благодарность сотрудникам кафедры автомобилей Львовского политехнического института И. Ф. Сикачу, П. Н. Гашуку, Я. И. Пидгородецкому и Т. П. Шишкиной за существенную помощь в экспериментальном подтверждении правомерности теоретических предпосылок, выдвинутых в работе.

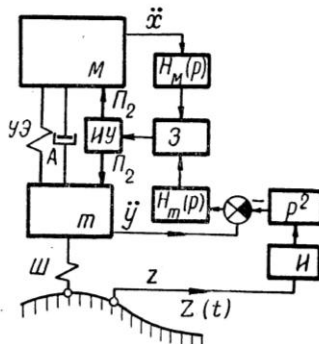
# НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПОДВЕСОК АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О КРИТЕРИИ ПЛАВНОСТИ ХОДА \*

**Р. А. Акопян, П. Н. Гашук, Я. И. Пидгородецкий**

Удовлетворить многочисленные, во многом противоречивые требования, обычно предъявляемые к подвескам автотранспортных средств, можно в какой-то мере только с помощью средств активного управления поддрессориванием. Рассматривая подвеску как систему автоматического

Рис. 1.1. Схема активной подвески автотранспортного средства:

$M, m$  — поддрессоренная и неподдрессоренная массы;  $УЭ$  — упругий элемент;  $A$  — амортизатор;  $Ш$  — шина;  $ИУ$  — исполнительное устройство системы активного поддрессоривания;  $И$  — устройство, измеряющее профиль дороги;  $З$  — устройство, воспроизводящее требуемый закон управления;  $H_m(p), H_m(p), p^2$  — преобразователи сигналов;  $p(d/dt)$  — оператор дифференцирования;  $z(t)$  — профиль дороги;  $\ddot{x}, \ddot{y}$  — ускорение поддрессоренной и неподдрессоренной масс;  $\Pi_2$  — активная восстанавливающая сила.



управления, можно, например, теоретически учесть требования к динамике подвески при переезде заданной макронеровности со случайными возмущениями от микронеровностей, при кренах кузова и др. [106].

Многие исследования в области активного поддрессоривания ограничены чисто теоретическими изысканиями, ибо очевидны трудности материального воплощения таких подвесок, связанные со сложностью их конструкции и дороговизной при производстве и эксплуатации. Тем не менее реальные потребности повышения эффективности автотранспортных средств обусловили существенное увеличение потока конструктивных решений, не имеющих единой теоретической основы и концептуально весьма противоречивых. Известны исследования, теоретически доказывающие возможность шестнадцатикратного улучшения плавности хода при использовании активной подвески с предварительным контролем профиля дороги («просмотр» участка дороги перед подвеской осуществляется с опережением 0,4...0,5 с, а исполнительное устройство системы активного поддрессоривания вырабатывает дополнительное восстанавливающее усилие  $\Pi_2$ , рис. 1.1).

Следует отметить, что критерии, используемые при оценке и проектировании пассивных подвесок, не совсем отвечают требованиям и задачам оптимизации активного поддрессоривания. С этой точки зрения весьма широко можно применять математические модели систем активного поддрессоривания. Причем совершенно не исключена возможность использования некоторых выводов и для решения задач оптимального поддрессоривания «пассивных» подвесок. Так, общим для систем под-

\* Глава написана совместно с П. Н. Гашуком, Я. И. Пидгородецким.

рессоривания является положение о необходимости учитывать при оценке эффективности подрессоривания затраты энергии при движении автотранспортного средства. Совершенно очевидно, что проблема активного подрессоривания должна быть рассмотрена с позиции рационального соотношения различных аспектов оптимизации подрессоривания и возможностей технической реализации. Тот факт, что алгоритмы управления подрессориванием могут предусматривать использование средств цифровой обработки информации, поступающей от датчиков, предопределяет возможность использования наиболее перспективной микропроцессорной элементной базы для материального воплощения систем управления. Подобные системы управления легче совместить с другими возможными системами управления подвеской автотранспортного средства.

На наш взгляд, наиболее приемлемый объект для разработки одной из разновидностей активной подвески — пневматическая регулируемая подвеска, так как она имеет некоторые возможности регулирования характеристик в зависимости от перемещений и ускорений подрессоренных и непрессоренных масс.

Ранее нами рассмотрена реакция пневматических подвесок на 1) изменение подрессоренной массы путем соответствующего изменения характеристик, 2) эффективность гашения колебаний ужесточением характеристик при ходе отбоя, 3) поперечные крены автотранспортного средства с помощью использования быстродействующих регуляторов положения кузова [29, 30].

## **1.1. СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ОБЪЕКТИВНОГО КРИТЕРИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ СВОЙСТВ ПОДВЕСКИ**

Трудности обоснованного выбора колебательных параметров и характеристик подвески автотранспортного средства обычно связывают со сложностью разработки конструктивного метода и корректного алгоритма оптимизации. Зачастую выбор критерия оптимальности и его измерителей, характеризующих условия движения автотранспортного средства, подчинен именно требованию упрощения метода оптимизации, хотя почти всегда очевидно, что сложность метода — естественное выражение сложности проблемы, а не следствие постановки задачи.

Как известно, метод и алгоритм вторичны как по отношению к системе, определяющей свойства подвески и автотранспортного средства при учете взаимодействия с внешними факторами, так и по отношению к концепции оптимальности, отражающей восприятие совершенства подвески и автотранспортного средства. Искажение любой из концепций делает достигнутой простоту метода решения задачи об оптимизации практически бесполезной.

Довольно распространенным можно считать мнение о том, «что каждый исследователь вправе выработать свою собственную концепцию оптимальности» (см., например, [101, 118]). Такое отношение к проблеме служит оправданием существованию бесчисленного множества критериев оптимальности и, следовательно, предполагает неединственность оптимальных решений. Однако на практике все критерии поддаются весьма жесткому отбору, и поэтому неопределенность в выборе оптимальных параметров и характеристик системы всегда ограничена. Это означает, что разнообразие критериев может существовать

только в пределах неточности субъективного отражения объективной, конструкций и их экспериментальное изучение.

Совершенствование подвесок автотранспортных средств принципиально может идти по двум направлениям — по пути постепенного улучшения свойств и по пути однократной реализации некоторого наперед заданного идеала. Первое направление — это, по существу, многократное воспроизведение процессов анализа (рис. 1.2, а); второе же — целенаправленный синтез оптимальных свойств подвески автотранспортного средства (рис. 1.2, б).

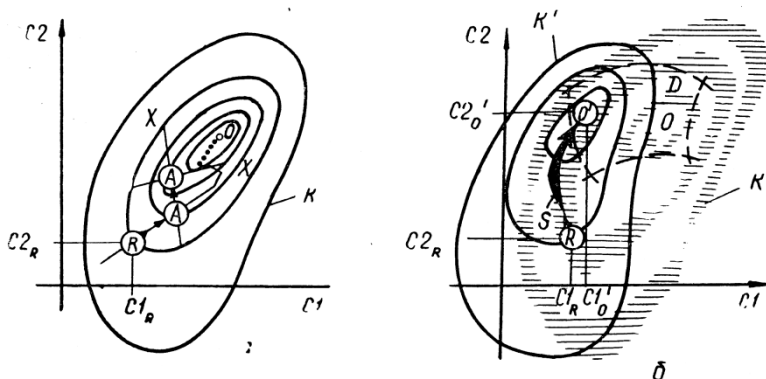


Рис. 1.2. Совершенствование подвески автотранспортного средства путем анализа (а) и синтеза (б):

$c_1, c_2$  — свойства подвески;  $K, K'$  — критерии ее совершенства;  $R$  — точка, отражающая свойства и совершенство реальной подвески;  $A$  — процесс анализа;  $S$  — процесс синтеза;  $X$  — проекция градиента.

Постепенность в совершенствовании необходима потому, что информация о возмущающих факторах и свойствах подвески никогда не может быть известна в полной мере до тех пор, пока подвеска автотранспортного средства не спроектирована и не испытана. Таким образом, каждый раз результаты анализа и мероприятия, направленные на улучшение свойств подвески, получают экспериментальную проверку; оценка степени совершенства подвески в этом случае очень близка к объективной. Значит, метод совершенствования, основанный на движении от реальной конструкции к несколько лучшей новой, не может быть исключен в ближайшее время.

Бесспорное преимущество целенаправленного синтеза оптимальных свойств состоит в том, что он заведомо предполагает однократное предельное улучшение свойств подвески, которое достижимо лишь относительно. В силу неточности моделей и нечеткости восприятия получаемое оптимальное решение  $O'$  (рис. 1.2, б), естественно, будет отличаться от действительно оптимального решения  $O$ . В результате подвеска как бы оптимизируется по некоторому фиктивному критерию  $K'$  вместо критерия  $K$ , отражающего реальную концепцию оптимальности.

Преимущества анализа и синтеза можно совместить, если признать следующую иерархичность в их использовании: сначала реализуется процесс  $S$  синтеза (рис. 1.2, б), с претензией на существенное улучшение свойств подвески, а затем в некоторой подобласти  $D$  — процесс постепенного совершенствования подвески автотранспортного средства путем анализа по схеме (рис. 1.2, а).

Чем доскональнее процесс синтеза свойств подвески, тем менее вероятно целесообразность использования средств анализа для дальнейшего их совершенствования. Воспроизведение процессов многократного ступенчатого улучшения свойств подвески связано с материальными и



временными затратами на научные изыскания, изготовление опытных конструкций и их экспериментальное изучение.

Отсюда следует, что эффективность поиска оптимальных решений тем выше, чем совершеннее процесс синтеза. В свою очередь эффективность процесса синтеза определяется объективностью принятой концепции оптимальности и выражающих ее критериев.

Оказывается, что построение критерия оптимальности — более важная задача, чем разработка методов оптимизации на основе чисто формальной оценки свойств подвески.

Движущим фактором оптимизационного процесса является осознанная потребность, под которой необходимо понимать потребность, разумно соотносящую практическую целесообразность, принципиальные возможности и техническую реализуемость. Прибегая к услугам экспертов (специалистов и пассажиров), можно с определенной степенью однозначности осознанную потребность выразить в терминах качества  $K$  подвески (рис. 1.2, б). Но для построения эффективного и конструктивного алгоритма синтеза важна количественная сторона проблемы распознаваемости оптимальных свойств. В связи с этим давно возникла задача построения критерия оптимальности, который выражал бы с достаточной степенью точности осознанную потребность в количественных терминах [133]. Согласно международному стандарту ИСО 2631—74, позволяющему оценить плавность хода в зависимости от интенсивности, частоты, направления действия и длительности (времени воздействия) вибрации, различают три основных критерия плавности хода: 1) обеспечение производительной работы (усталость—граница снижения производительности труда от усталости); 2) обеспечение безопасности и здоровья (предел воздействия); 3) обеспечение комфорта (порог снижения комфорта).

В качестве измерителя вибраций автотранспортного средства принимают средние квадратичные значения вертикальных или горизонтальных ускорений в третьоктавных полосах частот.

Рекомендуемые пределы воздействия вибрации, установленные для критериев плавности хода, приведены в справочных материалах, что позволяет их обоснованно применять.

ГОСТ 12.1.012—78 в качестве гигиенической характеристики вибраций рекомендует использовать средние квадратичные значения скорости или ее логарифмические уровни в октавных полосах частот. Регламентированы допустимые уровни вибрации при определенной продолжительности их воздействия.

К сожалению, аппаратура для замера скорости перемещения масс автотранспортного средства выпускается в весьма ограниченном количестве, что практически исключает массовое использование этого критерия плавности хода.

Многие годы, согласно рекомендациям НАМИ, в качестве критерия плавности хода использовали средние квадратичные значения вертикальных ускорений в сочетании с максимальными значениями ускорений (5...10% наибольших ускорений от суммы всех ускорений). Аппаратуру для замеров этих ускорений отечественная промышленность выпускала в достаточных количествах, что позволяло эффективное использовать на практике указанные критерии плавности хода. Таким образом, можно выделить три подхода построения критерия: 1) как измерителя ощущений дискомфорта человека; 2) с энергетической точки зрения; 3) измеряющего степень отклонения реального движения поддрессоренной массы от некоторого желаемого.

Воздействие колебаний на организм человека многогранно и интенсивно исследуется в различных направлениях. Однако дифференциация

факторов дискомфорта и изучение степени влияния каждого из них на организм — это, по существу, стремление аппаратурной замены естественных физических ощущений человека. Человек же, будучи элементом эргатической системы, обладает практически бесконечным числом воспринимающих входов. Последнее означает принципиальную невозможность сколько-нибудь полного измерения его ощущений. Следовательно, критерий плавности хода как мера ощущений не может иметь абсолютную полноту; стремление же к полноте компенсируется увеличением числа измерителей.

Более конструктивный второй подход к построению критерия, в котором существен сам факт передачи энергии подрессоренной массе, а не ощущения, вызванные им. Действительно, если подрессоренной массе не передана энергия от двигателя посредством дороги, то не может идти речь о дискомфортных ощущениях человека. В данном случае оптимизацию свойств подвески отождествляют с минимизацией энергии, передаваемой подрессоренной массе. В связи с этим возникает вопрос: в какой степени энергия, измеренная по ощущениям человека, взаимосвязана с механической работой, вызывающей колебания подрессоренной массы? К сожалению, обоснованный ответ пока еще дать трудно.

При оценке свойств подвески наибольшее распространение получили так называемые средние квадратичные значения измерителя критерия оптимальности, характеризующие плавность хода автотранспортного средства [30]. Они могут иметь следующее обоснование. Допустим, известен критерий, правильно отражающий концепцию оптимальности

$$K = \int_0^T \Phi(x, \dot{x}, \dots, x^{(n)}) dt, \quad (1.1)$$

где  $x = \{x_1, \dots, x_n\}$  — вектор переменных, характеризующих состояние анализируемой системы в каждый момент времени  $t$ ;  $\dot{x} = dx/dt$ ;  $x^{(n)} = d^n x/dt^n$ . Если интегрант  $\Phi(x, \dot{x}, \dots, x^{(n)})$  разложить в ряд Маклорена (вообще говоря, условие разложимости в ряд Маклорена не обязательно, чтобы считать справедливым идущие ниже выкладки), то

$$K = \int_0^T \Phi(0) dt + \sum_{i=1} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta_i}(0) \int_0^T \eta_i dt + \frac{1}{2} \sum_{i=0} \sum_{j=0} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta_i \partial \eta_j}(0) \int_0^T \eta_i \eta_j dt + \dots, \quad (1.2)$$

где  $\eta_0 = x$ ;  $\eta_1 = \dot{x}, \dots; \eta_k = x^k, \dots; i, j = 0, 1, \dots, k, \dots; x^k = d^k x/dt^k$ .

Ясно, что в ряде Маклорена члены, имеющие под знаком интеграла произведения величин  $\eta_0, \eta_1, \dots$ , сумма показателей степени которых кратна двум, обладают большим весом. Если, кроме того, колебания масс автотранспортного средства можно считать малыми, то из оставшихся членов наименьший вклад в сумму ряда вносят члены, у которых под знаком интеграла стоят множители с наибольшими суммами показателей степени. В итоге значение функционала определяют в основном члены, содержащие средние квадратичные отклонения величин  $\eta_i$ .

Поэтому, пренебрегая постоянным и не влияющим на относительную оценку членом  $T\Phi(0)$ , вместо (1.1) можно предложить критерий

$$K = \int_0^T (m_0 x^2 + m_1 \dot{x}^2 + \dots + m_k (x^{(k)})^2 + \dots) dt, \quad (1.3)$$

где  $m_0, m_1, \dots, m_k, \dots$  — постоянные.

Приведенные рассуждения — весьма сильная аргументация в пользу применения средних квадратичных значений переменных. Однако они связаны с рядом недостатков. Так, малость колебаний оценивается допустимостью разложения в ряд (1.3), и в то же время равенство (1.3) обосновывается на основании допущения о малости колебаний. Кроме того, критерий оптимальности (1.3) в результате исключения членов с большими суммами показателей степени ослабил свою способность «запрещать» большие колебания. В то же время большие колебания допускаются, поскольку оптимизация должна подлежать и

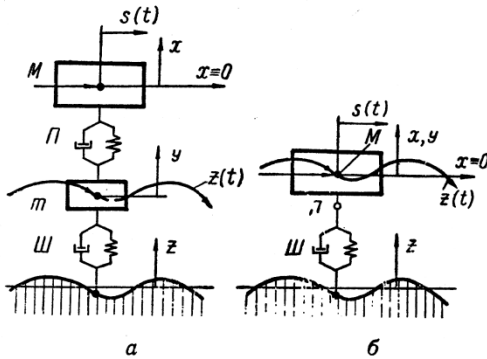


Рис. 1.3. Исследуемые колебательные системы:  
а — двухмассовая; б — одномассовая.

линейная, и нелинейная характеристики подвески [36, 37].

Поскольку содержательный критерий (1.1) обычно неизвестен, то при выборе коэффициентов  $m_0, m_1, \dots, m_k \dots$ , определяющих в (1.3) компромисс между средним и квадратичными значениями, наблюдается существенное упущение — исследователь как бы отражается в результатах своего труда, что, как указывалось, является недостатком с точки зрения объективных предлагаемых решений.

Критерии дискомфорта можно трактовать и как результат разложения некоторого неизвестного обобщенного критерия по существенным переменным, что не всегда оправдано, так как является неявным выражением стремлений к построению легко и точно измеряемых критериев, удовлетворяющих, кроме того, требованиям простоты и удобства использования.

Таким образом, средние квадратичные значения измерителя критерия дискомфорта могут существенно исказить концепцию оптимальности при синтезе свойств подвески. Напротив, при совершенствовании подвески средствами анализа их использование вполне приемлемо: во-первых, анализ (который является одновременно и локальным синтезом) предполагает малое движение к оптимуму; во-вторых, в результате синтеза (который выполняет вместе с тем и роль глобального анализа) подвеска значительно улучшает свои характеристики, и в дальнейшем при реализации результатов анализа допущение о малости колебаний становится правомерным. Отсюда вывод: критерии, приемлемые для целей анализа, оценок и сравнений свойств различных подвесок в общем случае не применимы для целей синтеза и, наоборот, критерии, приемлемые для целей синтеза, применимы и для других целей.

Рассмотрим колебательную систему, элементы которой — поддрессоренная масса  $M$ , неподдрессоренная масса  $m$ , подвеска  $P$  и шина  $\text{Ш}$  (рис. 1.3, а). Она часто используется в качестве модели автотранспортного средства в том случае, когда коэффициент распределения поддрессоренных масс  $\epsilon = 1$ .

Один из наиболее важных показателей совершенства подвески — постоянство нагрузки колеса на дорогу. Колебания нагрузки приводят к флуктуациям сопротивления качению колес, повышают динамическую нагруженность трансмиссии и двигателя, а также температурную и механическую нагруженность шин. Стабильность контакта колес с

дорогой во многом определяет свойства устойчивости и управляемости автобуса. Наложение колебаний реакции дороги и параметрически возбуждаемых колебаний может существенно ухудшить плавность хода по сравнению с ожидаемой. Наличие упругих элементов подвески способствует уменьшению суммарного сопротивления движению автотранспортного средства. Поэтому для повышения к. п. д. и топливной экономичности целесообразно, чтобы энергия воздействия неровностей дороги в большей мере передавалась подвеске, а не рассеивалась в шине.

Для абсолютного постоянства реакции дороги достаточно, чтобы траектория центра поддрессоренной массы была близка к траектории  $y=z(t)$ , воспроизводящей микропрофиль дороги. Восприятие абсолютной плавности хода гарантировано, если траектория центра поддрессоренной массы совпадает с траекторией  $x(t) \equiv 0$  (рис. 1.3, а). Если динамическая система не содержит упругой подвески, то траектория центра поддрессоренной массы должна быть близкой одновременно двум траекториям  $x(t) \equiv 0$  и  $x=z(t)$  (рис. 1.3, б). Как в первом, так и во втором случае идеальные движения на конечном промежутке времени в общем нереализуемы (исключение — абсолютно гладкий участок дороги).

Тем не менее критерий оптимальности должен отражать идеальность указанных траекторий движения масс автотранспортного средства. Необходимую структуру критерия можно представить в виде функционала

$$K = \int_0^T \Phi(x, \dots, x^{(n)}; z, \dots, z^{(n)}) dt, \quad (1.4)$$

где

$$x^{(n)} = d^n x / dt^n; \quad z^{(n)} = d^n z / dt^n. \quad (1.5)$$

В общем случае колебания двухмассовой системы описываются уравнениями

$$M\ddot{x} + F(x - y, \dot{x} - \dot{y}) = 0; \quad (1.6)$$

$$m\ddot{y} - F(x - y, \dot{x} - \dot{y}) + f(y - z(t), \dot{y} - \dot{z}(t)) = 0, \quad (1.7)$$

которые после замены переменных

$$x - y = \xi, \quad y - z = \zeta, \quad (1.8)$$

приводятся к виду:

$$\ddot{\xi} + (1/M + 1/m)F(\xi, \dot{\xi}) - 1/mf(\zeta, \dot{\zeta}) = 0; \quad (1.9)$$

$$\ddot{\zeta} - 1/mF(\xi, \dot{\xi}) + 1/mf(\zeta, \dot{\zeta}) + \ddot{z}(t) = 0, \quad (1.10)$$

где  $x, y$  — координаты положения центров поддрессоренной и неподдрессоренной масс, отсчитываемые от положения статического равновесия системы;  $z(t)$  — высота неровностей дороги;  $F(\cdot), f(\cdot)$  — характеристики подвески и шины.

После замены переменных критерий

$$K = \int_0^T \Phi(x = \xi + \zeta + z, \dots, x^{(n)} = \xi^{(n)} + \zeta^{(n)} + z^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)}) dt. \quad (1.11)$$

Если же колебательные процессы эргодичны, то (1.11) можно представить следующим образом:

$$K = T \int \dots \int \Phi(x, \dots, x^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)}) \rho(x, \dots, x^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)}) dx \dots dx^{(n)} d\zeta \dots d\zeta^{(n)}, \quad (1.12)$$

где  $\rho(x, \dots, x^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)})$  — функция плотности распределения значений величин  $x, \dots, x^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)}$ .

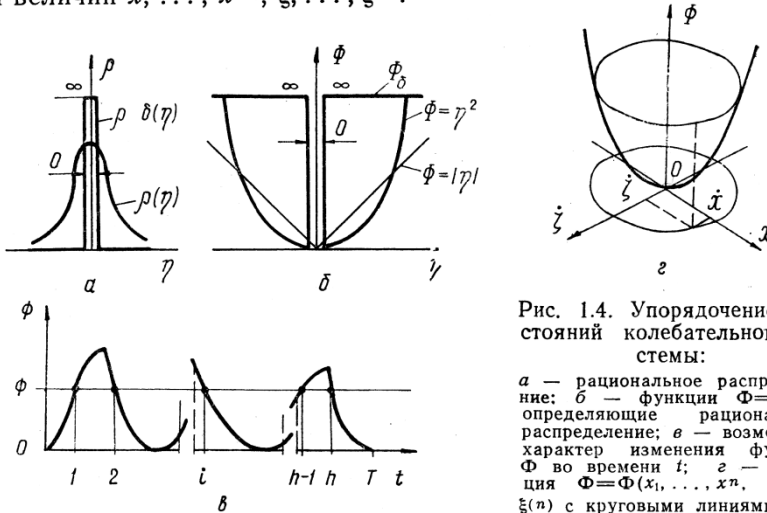


Рис. 1.4. Упорядочение состояний колебательной системы:

*a* — рациональное распределение; *b* — функции  $\Phi = \Phi(\eta)$ , определяющие рациональное распределение; *c* — возможный характер изменения функции  $\Phi$  во времени  $t$ ; *d* — функция  $\Phi = \Phi(x_1, \dots, x_n, \zeta, \dots, \zeta^{(n)})$  с круговыми линиями равного уровня.

Процесс совершенствования подвески теперь можно легко проследить путем анализа функции плотности распределения  $\rho(\cdot)$ .

Для того чтобы подвеска воспринималась как совершенная, функция  $\rho = \rho(\cdot)$  должна иметь максимум в окрестности начала координат, поскольку необходимо, чтобы процессы  $x = x(t), \zeta = \zeta(t)$  мало отличались от процессов  $x = \xi + \zeta + z = 0, \zeta = 0$ . Причем максимум  $\rho(0)$  в нулевой точке должен иметь как можно большее значение (на рис. 1.4, *a* для простоты показан пример одномерной функции плотности  $\rho(\eta), \eta = x, \dots, x^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)}$ ). При соблюдении этих условий функция  $\rho = \rho(\cdot)$  вынужденно будет принимать малые значения вне окрестности нулевой точки при соблюдении условия нормирования

$$\int \dots \int \rho(x, \dots, x^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)}) dx \dots dx^{(n)} d\zeta \dots d\zeta^{(n)} = 1. \quad (1.13)$$

Наилучшая в указанном смысле — дельта-функция  $\rho = \delta(x, \dot{x}, \dots, \zeta, \dot{\zeta}, \dots)$  с началом в центре координат (рис. 1.4, *a*).

Распределение состояний колебательной системы в фазовом пространстве при заданных условиях движения автотранспортного средства определяется характеристикой и параметрами подвески. При оптимизации подвески ее параметры и характеристику варьируют в направлении минимизации критерия  $K$ . В результате функция плотности  $\rho(\cdot)$  распределения состояний зависит от функции  $\Phi(\cdot)$ . Очевидно, что функции  $\Phi(\cdot)$  и  $\rho(\cdot)$  вполне определенным образом упорядочивают возможные состояния колебательной системы, т. е. служат мерами

упорядочивания. Поскольку для того чтобы большие отклонения от желаемых траекторий движения масс были маловероятными, необходимо накладывать на них ограничения посредством задания функции  $\Phi(\cdot)$ . Отсюда следует, что величины  $\rho$  и  $\Phi$  по отношению друг к другу обратно упорядочены, т. е. большему значению  $\rho$  соответствует меньшее значение  $\Phi$ , и наоборот.

Требованию обратной упорядоченности удовлетворяет бесчисленное множество функций, в частности функции  $\Phi = \eta^2$ ,  $\Phi = |\eta|$ . Особый интерес вызывает функция  $\Phi = 1/\delta(\eta)$ , принимающая значения  $\Phi = \infty$  всюду, кроме нулевой точки (рис. 1.4, а). Она представляет собой предел последовательности функций, накладывающих все большие ограничения на значительные отклонения действительных траекторий движения масс автотранспортного средства от идеальных. Беря любую функцию из этой последовательности, можно обеспечить критерий оптимальности и, в принципе, определить оптимальную характеристику подвески. Но всегда можно найти еще одну функцию, которая накладывает более жесткие ограничения, выражающие повышенные требования к свойствам подвески. Очевидно, что новое решение оптимизационной задачи окажется отрицанием предыдущего.

Аналогичные выводы можно сделать и по отношению к критериям дискомфорта: взяв за основу какой-нибудь критерий, определяют оптимальные параметры и характеристику подвески, а затем, после некоторого уточнения измерителя дискомфорта, получают новое решение. Каждое новое уточнение — естественное отрицание полученного ранее решения.

Из изложенного, однако, не следует, что оптимальных параметров и характеристики подвески не существует. Дело в том, что при их поиске свойства перечисленных выше критериев не являются определяющими. Определяющими оказываются ограничения. Так, ускорение  $\ddot{x}$  поддресоренной массы определяется восстанавливающей силой  $F$ , а  $\ddot{x}$  — значением  $dF/dt$ . В общем случае значение  $x^{(n)}$  обуславливается  $d^{(n-2)}F/dt^{(n-2)}$ . Каждая из величин  $|F|$ ,  $|dF/dt|$ ,  $|d^{(n-2)}F/dt^{(n-2)}|$ , естественно, не может быть бесконечно большой. Это обстоятельство в критериях оптимальности не учтено.

Функции  $\Phi(\cdot)$  и  $\rho(\cdot)$  определяют функцию  $\rho_\Phi(\Phi)$  плотности распределения значений величины  $\Phi$ . Значит, справедливо соотношение

$$\rho_\Phi = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \left| \frac{d\Phi_i}{dt} \right|^{-1}, \quad (1.14)$$

где  $d\Phi_i/dt$  — скорость изменения  $\Phi$  в  $i$ -й момент времени, когда  $\Phi(t)$  принимает заданное значение  $\Phi$  (рис. 1.4, б).

Из (1.14) следует, что  $\rho_\Phi$  принимает наибольшие значения в тех состояниях системы, скорость изменения которых минимальна, и наоборот. Следовательно, на состояниях системы, не располагающихся в окрестности нулевой точки, скорость  $d\Phi/dt$  должна быть как можно большей, чтобы значение  $\rho(\cdot)$  в этих состояниях было минимальным.

Допустим, функция  $\Phi(\cdot)$  задана только с учетом состояния системы (1.9), (1.10), т. е.

$$\Phi = \Phi(x, \dot{x}, \zeta, \dot{\zeta}). \quad (1.15)$$

Полагая в (1.9), (1.10) восстанавливающую силу управляемой ( $F = F(t)$ ), решим задачу об оптимальном управлении по отношению к «демпфированию функции» (1.14). Оптимальным в этом случае будет управление, обеспечивающее наибольшую скорость убывания функции

$\Phi(\cdot)$  вдоль траектории движения системы. Производная по  $t$  от функции  $\Phi(\cdot)$ , согласно (1.9), (1.10), определится из выражения

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial\Phi}{\partial x} (\dot{\xi} + \dot{\zeta} + \dot{z}) - \frac{\partial\Phi}{\partial x} \frac{F}{M} + \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta} \dot{\zeta} + \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta} \left( \frac{F}{m} - \frac{f(\zeta, \dot{\zeta})}{m} - \ddot{z} \right).$$

Как видно, правая часть полученного уравнения не достигнет минимального отрицательного значения ни при каких конечных значениях  $F$ . Если же наложить ограничение  $|F| \leq F_m$ , можно определить оптимальное управление

$$F = -F_m \operatorname{sign} \left( \frac{1}{m} \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta} - \frac{1}{M} \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right). \quad (1.16)$$

Смысл полученного оптимального управления прост: если движение колебательной системы отклонилось от требуемого, то управление (1.16) предельно направлено на то, чтобы снова привести систему в нулевую точку ( $x=0, \zeta=0$ ), где функция  $d\Phi/dt$  минимальна. Это же управление в процессе отклонения системы, когда  $d\Phi/dt > 0$ , будет предельно препятствовать этому отклонению системы.

Управление по закону (1.16) способствует улучшению устойчивости колебательной системы (функцию  $\Phi(\cdot)$  можно отождествить с функцией Ляпунова), а сама система демпфирования приобретает свойства, характерные для систем, оптимальных по быстродействию. В более общем случае, когда  $\Phi = \Phi(x, \dots, x^{(n)}, \zeta, \dots, \zeta^{(n)})$ , имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} = & \frac{\partial\Phi}{\partial x} (\dot{\xi} + \dot{\zeta} + \dot{z}) + \frac{\partial\Phi}{\partial x} (\ddot{\xi} + \ddot{\zeta} + \ddot{z}) + \dots + \frac{\partial\Phi}{\partial x^{(n-1)}} (\zeta^{(n)} + \dot{\zeta}^{(n)} + z^{(n)}) - \\ & - \frac{\partial\Phi}{\partial x^{(n)}} \frac{1}{M} \frac{d^{(n-1)}}{dt^{(n-1)}} F + \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta} \dot{\zeta} + \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta} \ddot{\zeta} + \dots + \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta^{(n-1)}} \zeta^{(n)} + \\ & + \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta^{(n)}} \left( \frac{1}{m} \frac{d^{(n-1)}}{dt^{(n-1)}} F - \frac{1}{m} \frac{d^{(n-1)}}{dt^{(n-1)}} f(\zeta, \dot{\zeta}) - z^{(n+1)} \right). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Опять же, если на  $F^{(n-1)}$  наложить ограничения  $|F^{(n-1)}| \leq F_m^{(n-1)} = \text{const}$ , то можно найти оптимальное управление

$$F^{(n-1)} = -F_m^{(n-1)} \operatorname{sign} \left( \frac{\partial\Phi}{\partial \zeta^{(n)}} \frac{1}{m} - \frac{\partial\Phi}{\partial x^{(n)}} \frac{1}{M} \right). \quad (1.18)$$

Если ограничений не существует, то не может быть и оптимальных управлений, конечных по значению.

Оптимальность свойств подвески в общем случае не тождественна оптимальности в части интегрального функционала. Однако она дает наглядное представление об особенностях целесообразного управления восстанавливающими силами в подвеске.

Интересно следующее положение. Значение  $d\Phi/dt$  может изменяться в зависимости от времени. Это означает, что при отдельных возмущенных состояниях колебательной системы прилагаемые восстанавливающие усилия имеют разную эффективность. Рациональным следует считать такое приложение восстанавливающих усилий, при котором относительно к моменту времени и состоянию системы их эффективность составляет

$$d\Phi/dt = c = \text{const} \quad (1.19)$$

(в частности, можно положить  $d\Phi/dt = -1$ ).

В [113] показано, что при  $d\Phi/dt = -1$  реализуемые в системе законы управления совпадают с законами управления, оптимальными по быстродействию. В этом случае оптимальность в части демпфирования совпадает с оптимальностью при минимуме функционала

$$\int_0^{\infty} dt \rightarrow \inf. \quad (1.20)$$

Вообще говоря, прямая постановка задачи оптимального быстродействия при выборе параметров и характеристики подвески, а также при синтезе системы оптимального управления силами в подвеске не имеет смысла. Критерий (1.20) необходимо понимать как требование локального быстродействия, характеризующее последнее в периоды восстановления требуемых состояний колебательной системы. В периоды отклонений, которые предшествуют восстановлению, управления должны осуществляться по тем же законам, что и в периоды восстановления, но они уже будут направлены против возмущающихся факторов.

Формулы (1.16), (1.18) представляют собой аналитические выражения законов оптимального управления восстанавливающими силами в активной подвеске автотранспортного средства. Структура функции  $\Phi(\cdot)$  теперь уже не играет существенной роли при поиске оптимальных управлений, ибо частные производные от этой функции в законах управления (1.16), (1.18) определяют только направление восстанавливающей силы. В частности, функция  $\Phi(\cdot)$  может быть задана такой, что ее уровни равного значения будут представлять собой окружности (см. рис. 1.4, з). Пусть  $\Phi = \dot{x}^2 + \zeta^2 + \varphi(x, \zeta)$ . Тогда закон управления (1.16) примет вид

$$F = -F_m \operatorname{sign} \left( \frac{1}{m} \dot{\zeta} - \frac{1}{M} \dot{x} \right). \quad (1.21)$$

Очевидная простота законов управления, определяемых последним выражением, обуславливает относительную простоту конструктивной реализации системы автоматического управления подвеской. При достаточно больших значениях  $F_m$  оптимальное управление приводит к так называемым скользящим режимам.

Изложенные принципы могут быть положены и в основу методов параметрической оптимизации активных подвесок автотранспортного средства и методов оптимизации характеристик пассивных подвесок. Принципиальное отличие пассивных подвесок от активных состоит в том, что восстанавливающие силы заданы только на фазовых координатах относительных движений подрессоренной и непрорессоренной масс; причем линии переключения восстанавливающих усилий в данном случае являются линиями разрыва характеристик подвески, число которых конечно.

Изложенное позволяет заключить также, что при соответствующей постановке оптимизационной задачи неопределенность в трактовке оптимальности и выборе критерия почти полностью устраняется. И все же отсутствие содержательных критериев качества подвесок необходимо считать пробелом в теории оптимизации, подлежащим восполнению в первую очередь. Целесообразным представляется определение качества подвески посредством оценки влияния ее параметров, характеристики и законов управления на топливную экономичность.



## 1.2. ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ПОДВЕСКИ АВТОТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Во многих аспектах проблема оптимизации плавности хода автотранспортных средств с пневматическими подвесками рассмотрена в процессе дискуссии, состоявшейся в 1960—1961 гг. на страницах журнала «Автомобильная промышленность» [11]. За последующий период значительно глубже изучены направления и средства совершенствования подвесок, возросли возможности технической реализации сложных конструктивных решений, а главное — существенно выросла потребность в синтезе оптимальных систем поддрессоривания.

Оптимизацию характеристик подвески автотранспортных средств можно трактовать как процесс выявления потенциальных возможностей, а не только как поиск технически реализуемых конструктивных решений, улучшающих ее свойства. В этом случае оптимизация предполагает синтез потенциальной системы поддрессоривания, выходя далеко за рамки реальной системы.

Чаще всего в качестве оптимальной характеристики упругого элемента принимают непрерывную нелинейную прогрессивную характеристику, обеспечивающую равночастотность, т. е. способность подвески сохранять свободные колебания поддрессоренных масс с одинаковой частотой при различных статических нагрузках [126, 133].

Такая трактовка оптимальности вытекает из анализа существующих систем поддрессоривания.

Нетрадиционная трактовка оптимальности предложена, например, в [119]. Один из принципов оптимального управления поддрессориванием, согласно этой трактовке, требует реализации простейшей инерционной характеристики (рис. 1.5). Другой принцип предусматривает один из следующих законов управления поддрессориванием системы (рис. 1.6):

$$P = \left\{ \begin{array}{l} n_2 Mg, \quad x - y > 0 \\ P(x - y), \quad x - y = 0 \\ n_1 Mg, \quad x - y < 0 \end{array} \right\}; \quad P = \left\{ \begin{array}{l} n_2 Mg, \quad \dot{x} - \dot{y} > 0 \\ P(x - y), \quad \dot{x} - \dot{y} = 0 \\ n_1 Mg, \quad \dot{x} - \dot{y} < 0 \end{array} \right\}, \quad (1.22)$$

где  $x, y$  — перемещения поддрессоренных и неподдрессоренных масс;  $(\dot{\phantom{x}}) = d(\phantom{x})/dt$ ;  $P$  — восстанавливающая сила, возникающая в подвеске\*.

Согласно [119], идеальные характеристики (рис. 1.5, 1.6) являются эталоном для подбора характеристик реальных подвесок, близких к оптимальным в смысле минимизации максимальных относительных перемещений поддрессоренных и неподдрессоренных масс. Однако, во-первых, такая предпосылка не очевидна; во-вторых, тот факт, что абсолютно непохожие характеристики могут служить эталоном для подбора характеристик реальных подвесок, оптимальных в одном и том же смысле, воспринимается как противоречие.

Уже эти примеры показывают, что восприятие оптимальности подвесок далеко не единообразно. Типично также то, что во многом оптимальность обосновывается с помощью эвристических посылок и соображений. Учитывая вышеизложенное, следует рассматривать задачу

\* Индекс  $P$  в отличие от общепринятого однозначного индекса  $R$ , используемого при получении характеристики подвески, имеет всегда противоположный знак и несет более широкую информацию об источниках энергии, используемых для эффективной работы активной подвески.

оптимизации характеристики подвески, не опираясь заранее на известную трактовку оптимальности, а базируясь в большей степени на математическом формализме.

Автотранспортное средство будем рассматривать как систему точек (сосредоточенных масс) или систему систем с одной степенью свободы, но не систему линейных систем. Система точек с одной степенью свободы обладает той особенностью, что ее движение аналитически описывается нормальной системой обыкновенных дифференциальных урав-

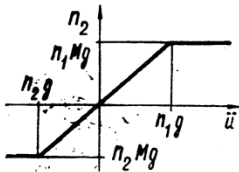


Рис. 1.5. Инерционная характеристика:

$n_1, n_2$  — допустимые коэффициенты перегрузки;  $M$  — поддрессоренная масса;  $g$  — ускорение;  $\ddot{u} \approx \ddot{y}$  — измеряемое акселерометром ускорение неподдрессоренной массы.

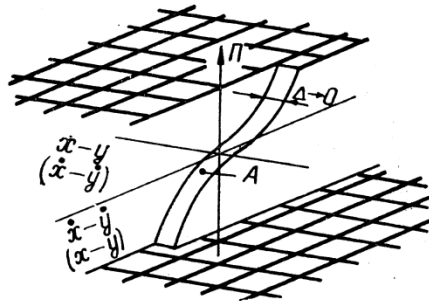


Рис. 1.6. Характеристики подвески, соответствующие уравнениям (1.22).

нений в фазовом пространстве, размерность которого ровно в два раза превышает число точек:

$$\frac{dx}{dt} = X(x, \Pi(x), t);$$

$$x = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_{2k}); X = (X_1, \dots, X_k, \dots, X_{2k}); \Pi = (\Pi_1, \dots, \Pi_k), \quad (1.23)$$

где  $\Pi_1(x), \dots, \Pi_k(x)$  — характеристики подвесок  $\Pi_1, \dots, \Pi_k$  1-й, ...,  $k$ -й масс.

Уравнение (1.23) описывает любую мыслимую поддрессоренную систему сосредоточенных масс, каждая из которых обладает одной степенью свободы. Для определенности все характеристики  $\Pi_i(x)$  ( $i=1, \dots, k$ ) принимают нежесткими, ибо любое количество масс, соединенных друг с другом жесткими подвесками, эквивалентно одной массе. Характеристику  $\Pi_i(x)$  можно рассматривать как функцию, зависящую от  $m$  произвольных фазовых координат и независимую от остальных  $2k-m$  координат.

Если в качестве определяющих колебательных параметров автотранспортного средства выделить поддрессоренную массу  $M$ , неподдрессоренную массу  $m$ , подвеску  $\Pi_2$  поддрессоренной массы и подвеску  $\Pi_1$  неподдрессоренной массы, то объектом оптимизации окажется классическая двухмассовая система (рис. 1.7), описываемая уравнениями типа (1.23):

$$\dot{x}_1 = x_2 = X_1; \quad \dot{x}_2 = -\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)\Pi_2(x_1, x_2) + \frac{1}{m}\Pi_1(x_3, x_4) = X_2;$$

$$\dot{x}_3 = x_4 = X_3; \quad \dot{x}_4 = \frac{1}{m}\Pi_2(x_1, x_2) - \frac{1}{m}\Pi_1(x_3, x_4) - \ddot{z} = X_4, \quad (1.24)$$

где  $x_1 = x - y$ ,  $x_2 = \dot{x} - \dot{y}$ ,  $x_3 = y - z$ ,  $x_4 = \dot{y} - \dot{z}$  — фазовые координаты;  $x, y$  — геометрические координаты (перемещения поддрессоренной и не-

подрессоренной масс от положения статического равновесия (рис. 1.7),  $z=z(t)$  — процесс, отражающий воздействие на колебательную систему микропрофиля дороги. Очевидно, что процессы движения системы в геометрическом и фазовом пространстве взаимосвязаны линейно:

$$x = x_1 + x_3 + z(t); y = x_3 + z(t); \dot{x} = x_2 + x_4 + z(t); \dot{y} = x_4 + \dot{z}(t). \quad (1.25)$$

В отношении систем (1.24) и (1.25) можно сформулировать весьма общую оптимизационную задачу: определить наилучшую в смысле минимума функционала характеристику  $\Pi_i(x)$  подвески  $i$ -й массы при заданных характеристиках подвесок всех других масс:

$$x_0 = \int_0^T X_0(x, \Pi_i(x), t) dt \rightarrow \inf. \quad (1.26)$$

В частности, для (1.24)  $\Pi_1 = \Pi_2(x_3, x_4)$  — характери-

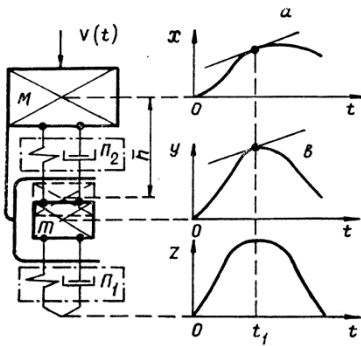


Рис. 1.7. Классическая двухмассовая система с ограниченным общим ходом подвески.

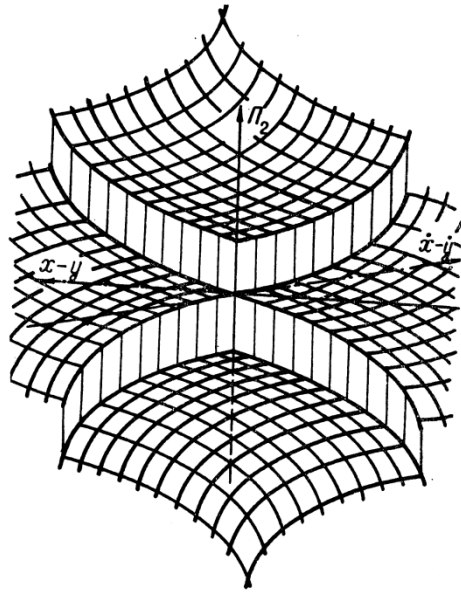


Рис. 1.8. Кусочно-непрерывная характеристика подвески.

стика шин; полагаем, что она известна и не подлежит оптимизации. Поэтому для данной системы объектом оптимизации будет только характеристика подвески  $\Pi_2 = \Pi_2(\cdot)$  подрессоренной массы  $M$ .

Если в подвеске упругий элемент и амортизатор нагружены непараллельно или одновременно проявляют и упругие, и диссипативные свойства (например, в пневматических упругих элементах может предусматриваться система, обеспечивающая дросселирование воздуха, диссипацию энергии), то характеристика подвески описывается функцией  $\Pi_2 = \Pi_2(x-y, \dot{x}-\dot{y})$ . Одна из таких кусочно-непрерывных характеристик показана на рис. 1.8. Характеристика  $\Pi_2 = \Pi_2(x-y, \dot{x}-\dot{y})$  обобщает приведенный выше закон управления, описанный выражением (1.22).

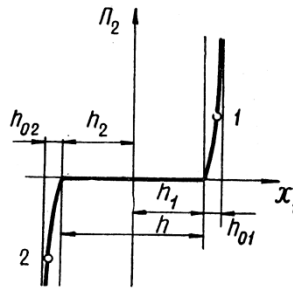
Если же упругий элемент нагружен параллельно амортизатору, причем упругий элемент не обладает явно выраженными диссипативными, а амортизатор — упругими свойствами, то подвеска имеет аддитивную характеристику  $\Pi_2 = \Pi_{2y}(x-y) + \Pi_{2d}(\dot{x}-\dot{y})$ , где  $\Pi_{2y}$ ,  $\Pi_{2d}$  — упругая и диссипативная силы, возникающие в подвеске при относительных перемещениях подрессоренной и неподрессоренной масс. В пневматических подвесках с клапанными регуляторами (рассмотренный нами пример — пневматическая рессора с инерционным регулятором жест-

кости) характеристика в общем случае описывается функцией [29]  $P_2 = P_2(x-y, \dot{x}-\dot{y}, \ddot{x}-\ddot{y})$ .

Следовательно, каждую из перечисленных характеристик можно принять в качестве объекта оптимизации. Однако в таком случае заранее сужается область поиска оптимальных свойств подвески, и тем сильнее, чем более частный вид имеет функция  $P_2 = P_2(\cdot)$ . Значит, поскольку оптимизационная задача сформулирована в детерминированной форме, предметом поиска целесообразно считать программу управления  $P_2 = P_2(t)$ , а не функцию  $P_2 = P_2(x)$ . Это оправдано и тем, что методы классического (принцип оптимальности Эйлера — Лагранжа)

Рис. 1.9. Характеристика непрозрачной подвески:

$h_1, h_2$  — значения максимального хода подвески, определяющие ее общий ход (глубину)  $h = h_1 + h_2$ ;  $h_{01}, h_{02}$  — максимальные деформации ограничителей соответственно хода отбоя и сжатия с учетом податливости направляющего устройства и элементов несущей системы кузова; 1, 2 — точки, характеризующие усилия, возникающие при полной деформации ограничителей.



и современного (принцип максимума, динамическое программирование) вариационного исчисления служат мощным математическим аппаратом для поиска именно оптимальных программ управления. Общих же методов математического синтеза управлений в форме  $P_2 = P_2(x, t)$  и тем более в форме  $P_2 = P_2(x)$  не существует, что, в частности, отразилось на интенсивном развитии методов оптимизации активных систем поддрессоривания и на довольно слабом развитии методов оптимизации пассивных систем [138, 143].

Чтобы дать полное описание оптимальной работы поддрессоренной системы в достаточно простых терминах, рассмотрим режим передачи возмущения поддрессоренной массе отдельно от режима восстановления желаемого ее движения. Для обеспечения абсолютной плавности хода, например, автобуса, характеристика подвески должна быть непрозрачной (рис. 1.9). Термином *непрозрачность* обычно обозначают тот факт, что изменение каких-либо возмущающих факторов, действующих на один из элементов системы, никак не сказывается на силовых факторах, воздействующих на какой-нибудь другой элемент этой же системы. В рассматриваемом случае условие непрозрачности характеристики выполняется, когда  $P_2 = P_2(x_1, x_2) = P_2(x-y, \dot{x}-\dot{y}) \equiv 0$ . Действительно, при  $P_2 \equiv 0$  всегда  $\ddot{x} \equiv 0$ . Отсюда следует, что если в начальный момент времени  $t=0$  скорость и перемещение поддрессоренной массы равны нулю, то и в любой другой момент времени  $t$  они будут равными нулю:  $\dot{x}(t) = \dot{x}(0) = 0, x(t) = x(0) = 0$ .

Таким образом, для выполнения условия непрозрачности характеристики подвески достаточно, чтобы характеристику подвески описывало уравнение  $P_2 = P_2(x) \equiv 0$ .

В то же время характеристика подвески абсолютно прозрачна при достаточно больших (поскольку ход подвески всегда ограничен) перемещениях поддрессоренной массы относительно колеблющейся неподдрессоренной.

Передача поддрессоренной массе возмущений от неровностей дороги при непрозрачной характеристике подвески возможна только при ее пробое или тогда, когда некоторое возмущение  $V = V(t)$  воздействует непосредственно на поддрессоренную массу (см. рис. 1.7). В частности,

если макропрофиль дороги не горизонтален, то реальная причина возникновения возмущений  $V=V(t)$  — большая инерционность поддрессоренной массы: масса  $M$  стремится сохранить прямолинейное поступательное движение, в то время как ее центр должен двигаться по траектории, воспроизводящей профиль дороги.

Прижатие колес к дороге с постоянным усилием  $Mg=\text{const}$  гарантирует непрозрачность характеристики подвески. Это благоприятно отражается на устойчивости и управляемости автотранспортного средства, а также способствует повышению к. п. д. и топливной экономичности вследствие уменьшения интенсивности проскальзывания колес и отсутствия диссипации энергии в самой подвеске. Результаты как теоретических, так и экспериментальных исследований однозначно подтверждают оптимальность (причем с различных точек зрения и для различных дорог) подвесок с малыми жесткостями, поскольку они, в сущности, непрозрачны [30, 121, 139].

Чем больше ход подвески, тем в большей степени проявляются полезные свойства ее непрозрачности. Поэтому и нежесткие длинноходные подвески имеют значительные преимущества, которые тем заметнее, чем больше прозрачность и ход [111]. Но с уменьшением непрозрачности при ограниченном ходе подвески сильнее проявляются ее недостатки, особенно при частых пробоях в процессе движения автотранспортного средства по дорогам с некачественным покрытием.

### 1.3. ОСОБЕННОСТИ УПРАВЛЕНИЯ АКТИВНОЙ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ПОДВЕСКОЙ

Допустим, что поддрессоренная масса  $M$  отклонилась от желаемого положения, исчерпав участок непрозрачной характеристики, и положим, что имеется некоторый регулятор, корректирующий положение этой массы не только в моменты изменения статической нагрузки, но и во время движения (если это необходимо).

Можно поставить задачу таким образом, чтобы путем изменения воздействия  $P_2=P_2(t)$  регулятора восстановилось исходное положение массы  $M$  за наименьшее время. Сущность требования заключается в следующем.

Процесс пробоя подвески быстротечен. Поскольку необходимость процесса восстановления положения поддрессоренной массы предопределена именно пробоем, данный процесс — как бы продолжение процесса пробоя. Поэтому ощущения дискомфорта, вызванные быстротечным пробоем подвески, не имеет смысла затягивать путем замедления процесса восстановления. Кроме того, чем быстрее восстанавливается положение кузова, тем дольше проявляются оптимальные свойства непрозрачной характеристики подвески. Если же пробой подвески происходит очень часто, то ухудшение плавности хода можно отнести скорее на счет несоответствия избранного режима движения автотранспортного средства реальным дорожным условиям.

Функционал (1.26) в таком случае преобразуется в функционал, в котором  $T=\text{varia}$ ,  $X_0\equiv 1$ , а сформулированная выше оптимизационная задача — в задачу поиска программы управления  $P_2=P_2(t)$ , обеспечивающей быстрое восстановление желаемого движения поддрессоренной массы.

Считая восстановление заданного движения поддрессоренной массы значительно более интенсивным, чем одновременно протекающее возмущение, при определении условий оптимальности будем учитывать только сам факт нежелательного отклонения массы безотносительно

к причинам, которые могут вызывать и поддерживать это отклонение (такая постановка задачи характерна для методов теории аналитического конструирования регуляторов) [118]. Тем самым будет снята неопределенность, обусловленная отсутствием конкретной информации об условиях движения автотранспортного средства.

Допустим также, что левый конец фазовой траектории фиксирован, т. е. задана точка, через которую проходит фазовая траектория в начальный момент времени  $t=0$ . Кроме этого, чтобы в конечный момент времени  $t=T$  обеспечивалось равенство  $x(T) = \dot{x}(T) = 0$ , необходимо соблюдение вытекающих из (1.25) при  $z(t) \equiv 0$  условий

$$\begin{aligned} g_1 &= x_1(T) + x_3(T) = 0; \\ g_2 &= x_2(T) + x_4(T) = 0. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Равенства (1.27) характеризуют многообразие завершающей части фазовой траектории подрессоренной системы в момент  $t=T$ .

Наиболее значимым свойством шины, которое стремятся в первую очередь отразить в ее характеристике, является упругость, а диссипативные же свойства шины обычно относят к менее значимым. Поэтому, если считать жесткость шины постоянной величины  $c_{ш} = \text{const}$ , то характеристику  $\Pi_1 = \Pi_1(x_3, x_4)$  (рис. 1.10) аналитически можно представить системой уравнений.

$$\Pi_1 = \Pi_1(x_3) = \begin{cases} c_{ш} x_3, & x_3 \leq (M+m)g/c_{ш} \\ (M+m)g, & x_3 \geq (M+m)g/c_{ш} \end{cases}. \quad (1.28)$$

Характеристика (1.28) шины — кусочно-гладкая функция. Поэтому система (1.24) тоже будет иметь правые части кусочно-гладкие и с учетом допущений примет такой вид:

при  $x_3 - (M+m)g/c_{ш} = \omega \leq 0$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{10} = x_{20} = X_{10}; \quad \dot{x}_{20} &= -\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right) \Pi_2(t) + \frac{1}{m} c_{ш} x_{30} = X_{20}; \\ \dot{x}_{30} = x_{40} = X_{30}; \quad \dot{x}_{40} &= \frac{1}{m} \Pi_2(t) - \frac{1}{m} c_{ш} x_{30} = X_{40}; \end{aligned} \quad (1.29)$$

при  $x_3 - (M+m)g/c_{ш} = \omega \geq 0$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{11} = x_{21} = X_{11}; \quad \dot{x}_{21} &= -\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right) \Pi_2(t) + \frac{M+m}{m} g = X_{21}; \\ \dot{x}_{31} = x_{41} = X_{31}; \quad \dot{x}_{41} &= \frac{1}{m} \Pi_2(t) - \frac{M+m}{m} g = X_{41}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Методы вариационного исчисления обычно основаны на предположении, что правые части дифференциальных уравнений по крайней мере непрерывно дифференцируемые. Следовательно, кусочно-гладкая характеристика шин не позволяет использовать вытекающие из теории вариационного исчисления условия оптимальности без определенных уточнений. Считать же характеристику шин (рис. 1.10) линейной при всех возможных значениях фазовой координаты  $x_3$  нежелательно, поскольку необходимо учитывать процесс отрыва колес от дороги.

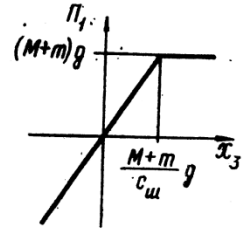


Рис. 1.10. Кусочно-линейная характеристика шины.

Следуя принципу максимума [129], введем вектор-функцию  $\Psi(t) = (\Psi_{10}(t), \dots, \Psi_{40}(t), \Psi_{11}(t), \dots, \Psi_{41}(t))$  и с ее помощью получим две скалярные функции  $H_0 = \sum_{i=1}^4 \Psi_{i0} X_{i0}$ ,  $H_1 = \sum_{i=1}^4 \Psi_{i1} X_{i1}$ , которые с учетом (1.29) и (1.30) будут иметь вид

$$H_0 = \Psi_{10} x_{20} + \Psi_{20} \left[ -\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right) \Pi_2 + \frac{1}{m} c_{ш} x_{30} \right] + \Psi_{30} x_{40} + \Psi_{40} \left( \frac{1}{m} \Pi_2 - \frac{1}{m} c_{ш} x_{30} \right); \quad (1.31)$$

$$H_1 = \Psi_{11} x_{21} + \Psi_{21} \left[ -\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right) \Pi_2 + \frac{M+m}{m} g \right] + \Psi_{31} x_{41} + \Psi_{41} \left( \frac{1}{m} \Pi_2 - \frac{M+m}{m} g \right).$$

Функции (1.31) являются гамильтонианами систем уравнений (1.29) и (1.30) и позволяют представить их в канонической форме  $\dot{x}_{ji} = -\partial H_i / \partial x_{ji}$ ,  $j=1, \dots, 4$ ;  $i=0, 1$ . Очевидно, что и сумма  $H = H_0 + H_1$  тоже гамильтониан.

Согласно принципу максимума, функции  $\Psi_{ji}(t)$  должны удовлетворять равенствам  $\dot{\Psi}_{ji} = -\partial H / \partial x_{ji}$ . В данном случае эти равенства выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_{10} &= -\partial H / \partial x_{10} = 0; \quad \Psi_{10} = \text{const}; \quad \dot{\Psi}_{20} = -\partial H / \partial x_{20} = -\Psi_{10}; \\ \dot{\Psi}_{30} &= -\partial H / \partial x_{30} = -(\Psi_{40} - \Psi_{20}) c_{ш} / m; \quad \dot{\Psi}_{40} = -\partial H / \partial x_{40} = -\Psi_{30}; \quad (1.32) \\ \dot{\Psi}_{11} &= -\partial H / \partial x_{11} = 0; \quad \Psi_{11} = \text{const}; \quad \dot{\Psi}_{21} = -\partial H / \partial x_{21} = -\Psi_{11}; \\ \dot{\Psi}_{31} &= -\partial H / \partial x_{31} = 0; \quad (\Psi_{31} = \text{const}); \quad \dot{\Psi}_{41} = -\partial H / \partial x_{41} = -\Psi_{31}. \end{aligned}$$

Кроме того, вектор-функция  $\Psi = \Psi(t)$  должна удовлетворять так называемым условиям трансверсальности, т. е. условиям пересечения многообразия (1.27). Условия трансверсальности удовлетворяются, если в момент времени  $t=T$  вектор  $\Psi = \Psi(t)$  ортогонален пространству, касательному к заданному многообразию в соответствующей фазовой точке  $x(T)$ . Условия же ортогональности можно записать через градиент  $\Psi_{ji}(T) = \sum_{\nu} k_{\nu} \partial g_{\nu} / \partial x_i$ ,  $i=1, \dots, 4$ ;  $\nu=1, 2$ , или же, учитывая (1.27),

$$\Psi_1(T) = k_1; \quad \Psi_2(T) = k_2; \quad \Psi_3(T) = k_1; \quad \Psi_4(T) = k_2, \quad (1.33)$$

где  $k_j$  — произвольные постоянные.

Расширенное аналитическое представление (1.29) — (1.33) подрессоренной системы позволяет сформулировать условия оптимальности программы управления  $\Pi_2 = \Pi_2(t)$  в терминах принципа максимума: для того чтобы управление  $\Pi_2 = \Pi_2(t)$  подрессоренной массой за наименьшее время устранило ее возмущенное движение, необходимо существование такой ненулевой (не тождественно равной нулю  $\Psi(t) \neq 0$ ) вектор-функции  $\Psi(t) = (\Psi_{10}(t), \dots, \Psi_{40}(t), \Psi_{11}(t), \dots, \Psi_{41}(t))$ , чтобы для всех  $t$ , принадлежащих отрезку  $[0, T]$ , функция

$$H = \theta(\omega) H_0 + (1 - \theta(\omega)) H_1 \quad (1.34)$$

при удовлетворении уравнений (1.32)—(1.33) достигала максимума по переменной  $P_2$ ; т. е.

$$P_{2opt} = \arg \sup H(\Psi, x, P_2, \omega), \quad (1.35)$$

где  $\theta(\omega)$  — единичная функция Хевисайда, причем

$$\theta(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega > 0; \\ 0 & \text{при } \omega < 0. \end{cases}$$

Кроме того, должны выполняться условия Эрдманна—Вейерштрасса, представляемые здесь в виде

$$\int_0^{\infty} \left[ (\Psi_{i0} - \Psi_{i1}) \operatorname{sign} \frac{d\omega}{dt} + \lambda \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] \delta(\omega) dt = 0, \quad i = 1, \dots, 4;$$

$$\int_0^{\infty} \left[ (H_1 - H_0) \operatorname{sign} \frac{d\omega}{dt} + \lambda \frac{\partial \omega}{\partial t} \right] \delta(\omega) dt = 0, \quad (1.36)$$

где  $\delta(\omega)$  — дельта-функция Дирака;  $\lambda$  — вспомогательная переменная (множитель Лагранжа);  $\operatorname{sign} d\omega/dt$  — знак-функция.

Приведенные условия оптимальности справедливы не только для кусочно-гладких систем с разрывами первого рода.

Функции (1.31) линейные по переменной  $P_2$ , поэтому уравнения (1.34) и (1.35) имеют решения при  $P_2 = \pm \infty$ . Поскольку реальными средствами создать бесконечно большие восстанавливающие усилия невозможно, то, допустив максимум  $P_2 = P_2^+$ , и минимум  $P_2 = P_2^-$ , следует считать оптимальной программу управления

$$P_2(t) = \begin{cases} P_2^+, & \text{если } \varepsilon > 0; \\ P_2^-, & \text{если } \varepsilon < 0; \\ \text{любое значение,} & \text{если } \varepsilon = 0, \end{cases} \quad (1.37)$$

где  $\varepsilon = \theta(\omega) \left( \frac{1}{m} \Psi_{40} - \frac{M+m}{Mm} \Psi_{20} \right) + (1 - \theta(\omega)) \left( \frac{1}{m} \Psi_{41} - \frac{M+m}{Mm} \Psi_{21} \right)$ .

Случай, когда  $\varepsilon \equiv 0$ , соответствует так называемому особому управлению, которое не может быть идентифицировано условиями принципа максимума. Можно показать, однако, что оптимальных особых управлений в данной задаче нет, и условие (1.37) представить равенством

$$(2P_2 - P_2^+ - P_2^-) / (P_2^+ - P_2^-) = \operatorname{sign} \varepsilon, \quad (1.38)$$

где  $\varepsilon \neq 0$ .

Решениями системы (1.32) будут функции

$$\begin{aligned} \Psi_{10} &= c_{10}; & \Psi_{20} &= c_{10}(T-t) + c_{20}; & \Psi_{30} &= c_{10} - c_{30} \omega_0 \cos(\omega_0 t + c_{40}); \\ \Psi_{40} &= c_{10}(T-t) + c_{20} + c_{30} \sin(\omega_0 t + c_{40}); & & & & (1.39) \\ \Psi_{11} &= c_{11}; & \Psi_{21} &= c_{11}(T-t) + c_{21}; & \Psi_{31} &= c_{31}; & \Psi_{41} &= c_{31}(T-t) + c_{41}, \end{aligned}$$

где  $c_{10}, \dots, c_{40}, c_{11}, \dots, c_{41}$  — постоянные интегрирования;  $\omega_0 = \sqrt{c_{30}/m}$ .

Поскольку  $\partial \omega / \partial x_i \equiv 0, i \neq 3; \partial \omega / \partial x_3 = 1; \partial \omega / \partial z = 0$ , то, как следует из (1.36), в момент времени  $t'$ , соответствующий отрыву — приземлению колес, имеют место соотношения  $\Psi_{10} - \Psi_{11} = 0; \Psi_{20} - \Psi_{21} = 0; \Psi_{30} - \Psi_{31} =$



$= \mp \lambda$ ;  $\Psi_{40} - \Psi_{41} = 0$ ;  $H_0 - H_1 = 0$ . Из неразрывности фазовой траектории следует, что в момент  $t'$  справедливы равенства  $x_{10} - x_{11} = 0$ ;  $x_{20} - x_{21} = 0$ ;  $x_{30} - x_{31} = 0$ ;  $x_{40} - x_{41} = 0$ . Поэтому из условий трансверсальности (1.33) имеем  $c_{10} = c_{11} = k_1$ ,  $c_{20} = c_{21} = k_2$  и одно из двух: или  $c_{30} = c_{40} = 0$ , или  $c_{31} = k_1$ ,  $c_{41} = k_2$ . Далее, учитывая (1.31), получим

$$\left[ \Psi_{40} \frac{1}{m} - \Psi_{20} \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right) \right] \Pi_2(t' - 0) - \left[ \Psi_{41} \frac{1}{m} - \Psi_{21} \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right) \right] \Pi_2(t' + 0) + \Psi_{30} x_{40} - \Psi_{31} x_{41} = 0. \quad (1.40)$$

Уравнение (1.39) позволяет определить значение  $\lambda$ . При этом необходимо иметь в виду, что либо  $|\Delta \Pi| = |\Pi_2(t' - 0) - \Pi_2(t' + 0)| = \Pi_2^+ - \Pi_2^-$ , либо  $\Delta \Pi = 0$ .

Найдем из (1.38) значение

$$\Pi_2 = (\Pi_2^+ + \Pi_2^-)/2 + (\Pi_2^+ - \Pi_2^-) \text{sign } \varepsilon/2.$$

Решения (1.29) и (1.30) представим в виде

$$\begin{aligned} x_{10} &= a_{10} - \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{m} \Pi_2 + a_{20} t - \frac{1}{2M} \Pi_2 t^2 - \frac{1}{\omega_0} a_{30} \sin \omega_0 t + \\ &\quad + \left( \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{m} \Pi_2 - a_{40} \right) \cos \omega_0 t; \\ x_{20} &= a_{20} - \frac{1}{M} \Pi_2 t - a_{30} \cos \omega_0 t - \omega_0 \left( \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{m} \Pi_2 - a_{40} \right) \cos \omega_0 t; \\ x_{30} &= \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{M} \Pi_2 + \frac{1}{\omega_0} a_{30} \sin \omega_0 t - \left( \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{m} \Pi_2 - a_{40} \right) \cos \omega_0 t; \quad (1.41) \\ x_{40} &= a_{30} \cos \omega_0 t + \omega_0 \left( \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{m} \Pi_2 - a_{40} \right) \sin \omega_0 t; \\ x_{11} &= a_{11} + a_{21} t - \frac{M+m}{2m} \left( \frac{\Pi_2}{M} - g \right) t^2; \\ x_{21} &= a_{21} - \frac{M+m}{m} \left( \frac{\Pi_2}{M} - g \right) t; \quad (1.42) \\ x_{31} &= a_{31} + a_{41} t + \frac{M+m}{2m} \left( \frac{\Pi_2}{M+m} - g \right) t^2; \\ x_{41} &= a_{41} + \frac{M+m}{m} \left( \frac{\Pi_2}{M+m} - g \right) t. \end{aligned}$$

Равенства (1.41) позволяют построить фазовые траектории центров подрессоренных и непрорессоренных масс при наличии контакта колес с дорогой:

$$\begin{aligned} 2\Pi_2(x - a_{10}) + M(x^2 - a_{20}^2) &= 0; \\ \left( y - \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{m} \Pi_2 \right)^2 + \frac{1}{\omega_0^2} \dot{y}^2 &= \frac{a_{30}^2}{\omega_0^2} + \left( \frac{1}{\omega_0^2} \frac{1}{m} \Pi_2 - a_{40} \right)^2, \quad (1.43) \end{aligned}$$

а равенства (1.42) — при отсутствии такового:

$$\begin{aligned} 2\Pi_2 [x - (a_{11} + a_{31})] + M[x^2 - (a_{21} + a_{41})^2] &= 0; \\ 2[\Pi_2 - (M + m)g](y - a_{31}) - m(y^2 - a_{41}^2) &= 0. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Таким образом, траектории центра подрессоренных масс одни и те же как при наличии контакта колес с дорогой, так и при отсутствии его. Привлекая к анализу равенства (1.39), (1.33), (1.41), (1.42), (1.36) и результаты других приведенных выше выкладок, можно показать, что оптимальной линией переключения восстанавливающего усилия  $\Pi_2 = \Pi_2(t)$  в фазовом пространстве с координатами  $x, \dot{x}$  будет кривая  $ab$

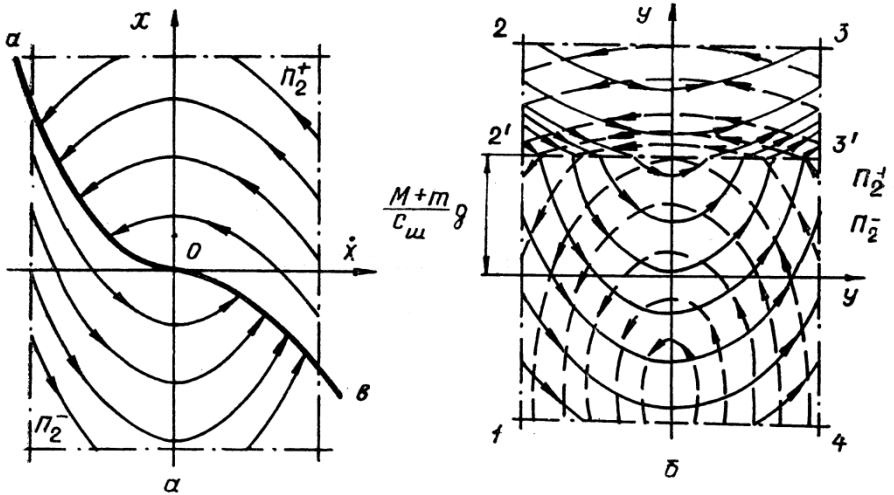


Рис. 1.11. Фазовые траектории движения центров подрессоренной (а) и неподдресоренной (б) масс.

(рис. 1.11, а), описываемая уравнением  $\Pi_2 x + M\dot{x}^2/2 = 0$ , где  $\Pi_2 = \Pi_2^+$  при  $x \leq 0$  или  $\Pi_2 = \Pi_2^-$  при  $x \geq 0$ . Для всех состояний подрессоренной массы, отображаемых точками, расположенными над линией  $ab$ , и точками полулинии  $Ob$ , восстанавливающее усилие максимально ( $\Pi_2 = \Pi_2^+$ ); для всех других состояний оно минимально ( $\Pi_2 = \Pi_2^-$ ).

Итак, оптимальное управление положением подрессоренной массы реализуют предельные по значению восстанавливающие силы  $\Pi_2 = \Pi_2^+$  и  $\Pi_2 = \Pi_2^-$ . Оно ничем не отличается от оптимального управления положением любого тела в пространстве с использованием предельных по интенсивности режимов (на ходах сжатия и отбоя). Примечательно, что в данном случае отрыв колес от дороги не сказывается на траекториях движения центра подрессоренных масс, причем траектории движения центра неподдресоренных масс при отрыве колес существенно изменяются (в случае отсутствия отрыва колес — область  $12'3'4$ , рис. 1.11, б — траектории эллиптические, а при отрыве колес — область  $2'233'$  — параболические). С уменьшением жесткости шин эллиптические траектории, фокусы которых лежат на оси  $Oy$ , могут переходить в круговые и в эллиптические с фокусами, расположенными на прямой параллельной оси  $Oy$ .

Рассмотрим влияние быстродействия системы управления на плавность хода автотранспортного средства, ход подвески которого практически ограничен, что, очевидно, в определенных условиях эксплуатации

(учитывая возможности реальных систем управления и допустимые энергозатраты) приводит к пробоям.

Восстанавливающее усилие  $\Pi_2 = \Pi_2^-$  реализуется за счет взаимного отталкивания подрессоренной и неподрессоренной масс, а усилие  $\Pi_2 = \Pi_2^+$  — путем их взаимного притягивания. Реализация оптимального управления положениями масс после контакта подвески с ограничителями ходов отбоя и сжатия возможна при допущении, что пробой и отбой подвесок — абсолютно неупругие (подрессоренная и неподрессоренная массы после ударного взаимодействия перемещаются как одно целое). Действительно, при отбое подвески реализация восстанавливающего усилия  $\Pi_2^-$  способствует «застреванию» массы  $m$  в наиболее удаленном от массы  $M$  положении, а при пробое в начале процесса восстановления положения масс масса  $m$  как бы прижимается к массе  $M$ .

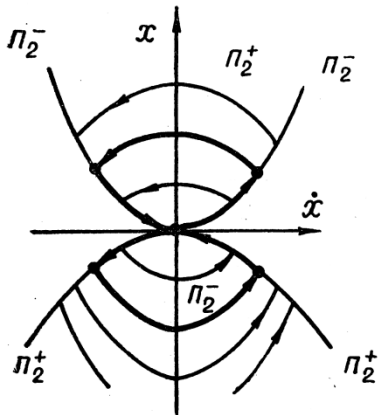


Рис. 1.12. Оптимальное управление центром подрессоренных масс.

Таким образом, при неупругом пробое восстановление связано с синхронным движением подрессоренных и неподрессоренных масс. Последнее способствует отрыву колес от дороги в случае пробоя подвески и уменьшению вероятности отрыва колеса при ее отбое. Но в обоих случаях эффективность процесса восстановления падает, поскольку значения сил  $\Pi_2^-$  и  $\Pi_2^+$  определяются условиями синхронного движения масс  $M$  и  $m$ , а не техническими возможностями системы

управления. В частности, если пробой подвески сопровождается отрывом колес, то в начале процесса восстановления  $\Pi_2^+$  ( $\Pi_2^-$ ) =  $Mg$  на массу  $M$  не действуют никакие силы, кроме инерционной, вызывающей свободное падение. Поэтому восстановление после хода отбоя сопровождается не уменьшением, а даже увеличением отклонения центра подрессоренных масс от желаемого положения до тех пор, пока не восстановится контакт колес с дорогой.

Для исключения ударного взаимодействия масс  $M$  и  $m$  во время пробоя подвески необходимо компенсировать недостаточный ход подвески. Рассмотрим, например, переезд колебательной системы через единичную неровность  $z = z(t)$  (см. рис. 1.7). Чтобы предотвратить удар, масса  $M$  должна быть заранее приведена в движение. Рациональными следует считать такие процессы взаимного движения масс  $M$  и  $m$ , когда в момент  $t = t_1$ , т. е. в момент исчерпания хода подвески, скорости перемещения обеих масс одинаковы (касательные  $a$  и  $b$ , относящиеся к кривым  $x = x(t)$  и  $y = y(t)$ , в данный момент времени  $t = t_1$  — параллельны).

Таким образом, система активного подрессорирования должна иметь возможность предсказывать пробой подвески и нарушать принцип непрозрачности. Тогда траектория центра подрессоренных масс приобретет вид, показанный на рис. 1.12 (управление положением подрессоренной массы осуществляется при  $\Pi_2 = \Pi_2^+$  или  $\Pi_2 = \Pi_2^-$ ), причем она останется неизменной при любой характеристике шин. Рассмотренные принципы управления в то же время содержат в себе одно явное противоречие — всякое быстрое действие системы отрицает плавность, и наоборот.

Следовательно, чтобы повысить плавность хода автотранспортного средства, необходимо управлять положением центра масс  $M$  как можно меньшими по модулю силами, но увеличивая при этом, естественно, время их действия. Так, переезд через единичную неровность (см. рис. 1.7) окажется более плавным, если, устраняя ударный пробой подвески, массу  $M$  привести в движение не в момент  $t=0$  наезда на неровность, а раньше, реализуя при этом меньшие усилия в подвеске.

Понятно, что, уменьшая усилие  $|P_2^-|$  и увеличивая усилие  $P_2^+$ , если предварительно изменено его направление, можно обеспечить любую плавность хода автотранспортного средства при переезде через единичную неровность. Однако, если только за рассмотренной неровностью последует достаточно глубокая впадина, эти же управления в подвеске создадут все условия для ударного отбоя подвески, и желаемая плавность хода достигнута не будет. Если же отказаться от принципа плавного управления и управлять массой  $M$  при переезде колебательной системой через ряд следующих друг за другом неровностей, стараясь устранить ударный пробой подвески, то это приведет к тому, что подрессоренная масса должна будет колебаться с частотой, близкой или даже равной частоте колебаний неподрессоренной массы, что недопустимо. Таким образом, приходим к выводу, что даже активная подвеска не в состоянии обеспечить высокую плавность хода автотранспортного средства в существенно худших дорожных условиях.

Описанная ситуация позволяет, в частности, утверждать, что анализ переезда автотранспортного средства с активной подвеской через единичную неровность может привести к совершенно несостоятельной оценке плавности его хода в плохих дорожных условиях. И наоборот, такое толкование вполне приемлемо при оценке свойств подвесок тех автотранспортных средств, которые преобладающе работают в хороших условиях, когда неровности, способные вызвать пробой подвески, являются единичными дефектами дорожной поверхности.

На аналогию между оптимальным демпфированием и быстродействием процессов управления в подвеске указано в [37]. Трактовка плавности как отрицания быстродействия принципиально отличается от общепринятой, согласно которой (см., например, [37]) качество любого переходного процесса оценивают с помощью критерия  $K$  (1.3).

Использование критерия  $K$  — постулирование определенного эталона переходного процесса. В самом деле, критерий  $K$  принимает экстремальное значение, если процесс  $x=x(t)$  удовлетворяет уравнению Эйлера—Пуассона

$$m_0 x - m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_2 \frac{d^4 x}{dt^4} - \dots + (-1)^k m_k \frac{d^{2k} x}{dt^{2k}} + \dots = 0, \quad (1.45)$$

которое, например, в случае отсутствия чисто мнимых корней соответствующего характеристического уравнения имеет решение

$$x(t) = \sum_{r=1}^s \left( c_{1r} + c_{2r} t + \dots + c_{v_r r} \frac{t^{v_r-1}}{(v_r-1)!} \right) \exp(p_r t) + \sum_{r=1}^s \left( d_{1r} + d_{2r} t + \dots + d_{v_r r} \frac{t^{v_r-1}}{(v_r-1)!} \right) \exp(-p_r t), \quad (1.46)$$

где  $p_v$  — корни характеристического многочлена;  $s$  — количество пар корней;  $v_r$  — кратность корня  $p_r$ ;  $c, d$  — постоянные. Таким образом, оптимизация по критерию  $K$  характеристик пассивных подвесок или

законов управления в активных подвесках есть, по существу, «подгонка» процессов колебаний подрессоренной массы к эталону (1.46). Конечно, процесс  $x(t) \equiv 0$  также является решением (1.45), но согласно указанной интегральной оценке он ничем не предпочтительнее произвольного процесса, описываемого выражением (1.46). Довольно часто процесс  $x(t) \equiv 0$  трактуют как тривиальный, хотя, как указывалось, непрозрачная характеристика подвески, гарантирующая такой процесс движения подрессоренной массы, может быть реализована, как правило, в регулируемых пневматических подвесках автотранспортных средств для хороших дорожных покрытий.

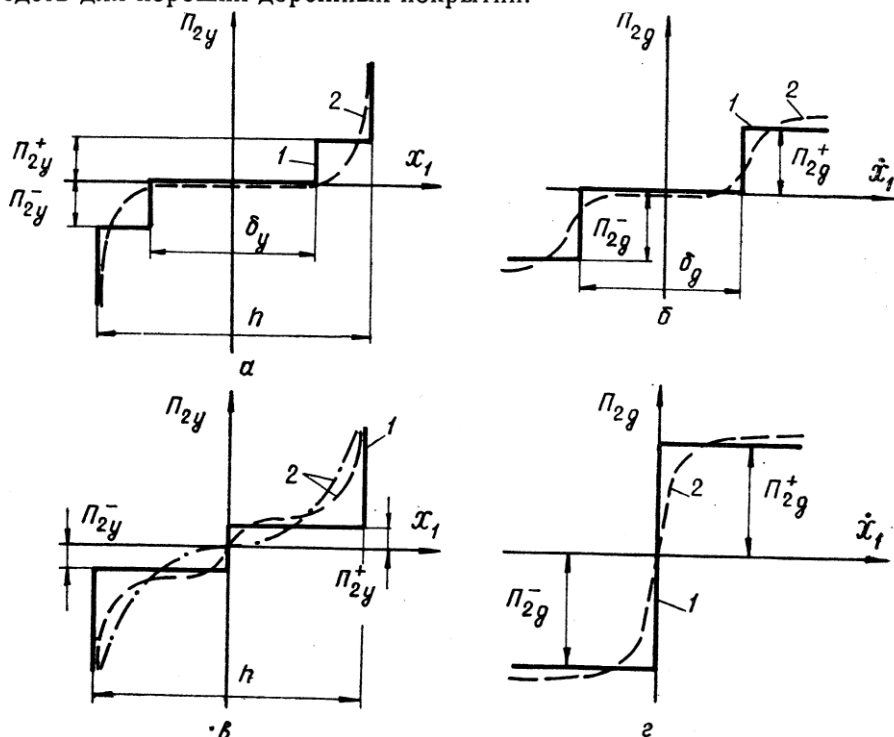


Рис. 1.13. Особенности оптимальных характеристик упругого элемента и амортизатора.

Требования же плавности, несовместимые с быстродействием управления активных подвесок, не обуславливают определенного эталона движения подрессоренной массы. Нетрудно заметить, что принцип максимума Л. С. Понтрягина при минимальном быстродействии также укажет на оптимальность граничных значений восстанавливающих сил в подвеске, но оптимальное управление в данном случае может оказаться технически неприемлемым. Следовательно, поиск оптимальных решений целесообразно производить в форме последовательного улучшения, постепенно доводящего качество подрессоривания до приемлемого уровня.

На рис. 1.13 представлены оптимальные характеристики упругого элемента  $P_{2y} = P_{2v}(x_1)$  и амортизатора  $P_{2g} = P_{2g}(\dot{x}_1)$ . Учитывая изложенное выше, чтобы приспособить упругую характеристику подвески к качественному микропрофилю дороги, необходимо уменьшить значение  $P_{2y}^+$ ,  $|P_{2y}^-|$  и увеличить область непрозрачности характеристики. Чтобы приспособить ее к худшим условиям движения, необходимо, очевидно, осуществить обратные операции (в предельном случае, когда

полностью устраняется область непрозрачности, характеристика станет разрывной) (см. рис. 1.13, в, линия 1).

Легко увидеть, что частично непрозрачной характеристике упругого элемента должна соответствовать частично непрозрачная характеристика амортизатора (рис. 1.13, б). В противном случае непрозрачность упругой характеристики не проявится в сколько-нибудь значимой степени, поскольку подвеска будет проявлять непрозрачность только при (исходных) положениях масс  $M$  и  $m$ . Здесь уместно отметить также, что и участок А рассмотренной выше характеристики (см. рис. 1.6) не может особо повлиять на свойства подвески, поскольку соответ-

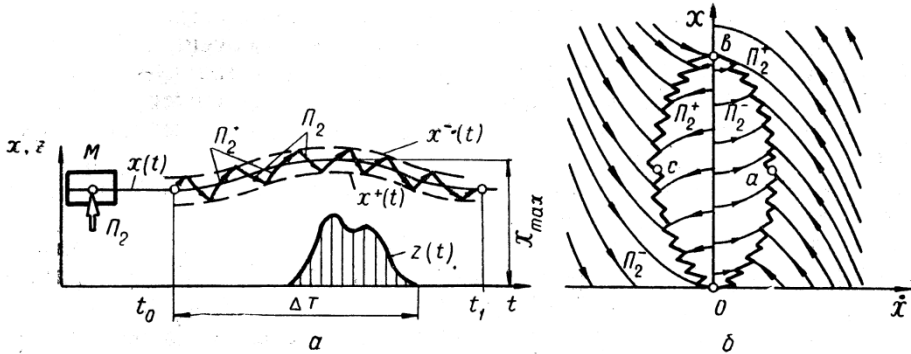


Рис. 1.14. Релейное управление положением центра поддресоренной массы (а) и соответствующая ему фазовая траектория (б).

ствующие этому участку режимы ее работы могут реализовываться на очень малом множестве состояний колебательной системы.

По мере ухудшения условий движения колебательной системы приходится либо увеличивать параметры  $\Pi_{2g}^+$ ,  $|\Pi_{2g}^-|$  или уменьшать параметр  $\Pi_{2g}$ , либо одновременно увеличивать  $\Pi_{2g}^+$ ,  $|\Pi_{2g}^-|$  и уменьшать  $\delta_g$ . Предельный случай ( $\delta_g=0$ ) представлен на рис. 1.13, г. Эффективность непрозрачной подвески с амортизатором, имеющим близкую к разрывной характеристику, применительно к грузовому автомобилю показана в [121]. Можно подчеркнуть, что разрывность характеристики амортизатора даже в одной точке обязательно приведет к разрывности характеристики подвески на отдельных линиях (см. рис. 1.8).

Следует иметь в виду, что в действительности величины  $\Pi_2^+$ ,  $\Pi_2^-$ ,  $\Pi_{2y}^+$ ,  $\Pi_{2y}^-$ ,  $\Pi_{2g}^+$ ,  $\Pi_{2g}^-$  не могут быть постоянными (да и к этому нет смысла всегда стремиться). Тем не менее сущность изложенного сохраняется и в этом случае, а изменения касаются только количественных соотношений. Так, характеристики (рис. 1.13) могут иметь вид гладких кривых 2 (пунктирные линии).

Допустим, что система активного поддресоривания позволяет измерять микропрофиль дороги с опережением  $\Delta T$  по времени. Тогда информация о параметрах некоторой одиночной неровности  $z=z(t)$  будет зафиксирована полностью к моменту  $t=t_0$  (рис. 1.14, а). И если окажется, что проезд через неровность при реализации непрозрачных свойств подвески невозможен без ее пробы, то система поддресоривания в момент  $t_0$  должна изменить траекторию  $x=x(t)$  движения центра поддресоренных масс так, чтобы по крайней мере исключить пробы подвески (как указывалось выше, не существует такой траектории движения центра поддресоренных масс, которую можно было бы принять за абсолютно плавную в том случае, когда отклонение поддресоренной массы от положения статического равновесия неизбежно).

Пусть  $x^- = x^-(t)$  и  $x^+ = x^+(t)$  — некоторые достаточно близкие к приемлемой по плавности траектории  $x = x(t)$  и не пересекающие ее линии,  $x^+(t) \leq x(t) \leq x^-(t)$  (рис. 1.14, а). Управление положением поддрессоренных масс осуществляется восстанавливающим усилием  $P_2$  в подвеске, которое может принимать только предельные значения  $P_2^+$ , и  $P_2^-$ . Переключение такого релейного управления должно происходить в моменты, когда реальная траектория  $x = x(t)$  достигнет какой-нибудь границы области  $x^+(t) \leq x \leq x^-(t)$ , т. е.  $P_2 = P_2^-$  в момент, когда  $x(t) = x^-(t)$  и  $P_2 = P_2^+$  в момент, когда  $x(t) = x^+(t)$ .

С уменьшением  $\sup(x^-(t) - x^+(t))$  частота переключений возрастает, а в пределе, при ее равенстве нулю, возникает так называемый скользящий режим с бесконечной частотой переключения. При таком идеализированном релейном управлении желаемая траектория  $x = x(t)$  движения центра поддрессоренной массы воспроизводится абсолютно точно, если только усилия  $P_2^+$ ,  $P_2^-$  требуемого значения можно создать в любой момент времени.

Покажем реализацию скользящих режимов на фазовой плоскости в координатах  $Ox\dot{x}$  (рис. 1.14, б).

Допустим, заданы линии  $Oab$  и  $bcO$  такие, что с каждой фазовой траекторией центра поддрессоренных масс, реализуемой при усилиях  $P_2 = P_2^+$  или  $P_2 = P_2^-$ , они имеют не более чем одну общую точку. Пусть точкам, расположенным внутри области фазовой плоскости, ограниченной линией  $Oab$ , соответствует усилие  $P_2^-$ , а точкам области, ограниченной линией  $bcO$ , — усилие  $P_2^+$ . Вне этих областей точкам первого квадранта фазовой плоскости пусть соответствует усилие  $P_2^+$ , а точкам второго квадранта — усилие  $P_2^-$ . Тогда линия  $OabcO$  будет представлять собой фазовую траекторию центра поддрессоренных масс, реализуемую в скользящем режиме.

Скользящие режимы для линейных по управлению систем можно всегда заменить эквивалентными обычными режимами. Но оперирование именно скользящими режимами управления позволяет более просто раскрыть потенциальные свойства систем с активным поддрессориванием. Кроме того, в системах, работающих в скользящих режимах, можно реализовать оптимальные законы управления без измерения возмущающих факторов.

Для двухмассовой динамической системы с активным поддрессориванием уравнения (1.7) имеют вид

$$\ddot{x} = -\frac{1}{M} P_2(t); \quad \ddot{y} = \frac{1}{m} P_2(t) - \frac{1}{m} P_1(y - z(t), \dot{y} - \dot{z}(t)). \quad (1.47)$$

Оптимальное управление системой поддрессоривания следует искать в форме

$$P_2 = \frac{|P_2^+ - P_2^-|}{2} \text{sign } \Phi(x_1, x_2) + \frac{P_2^+ - P_2^-}{2}, \quad (1.48)$$

где  $x_1 = \dot{x} - \dot{x}^*(t)$ ,  $x_2 = \dot{y} - \dot{z}(t)$ ;  $x^*(t)$  — функция, определяющая допустимую и приемлемую по плавности хода траекторию движения центра поддрессоренных масс;  $\Phi(x_1, x_2)$  — функция, определяющая посредством тождества  $\Phi \equiv 0$  моменты переключения органов управления.

Основываясь на принципах, изложенных в параграфе 1.1, оптимальное поддрессоривание будем трактовать как управление, оптимальное по отношению к «демпфированию» функции\*

\* Положительная определенность функции  $\Phi = \Phi(\cdot)$  позволяет констатировать факт устойчивости желаемых движений поддрессоренной и неподдрессоренных масс.

$$\Phi = \alpha_1 (x - x^*(t))^2 + \beta_1 (\dot{x} - \dot{x}^*(t))^2 + \alpha_2 (y - z(t))^2 + \beta_2 (\dot{y} - \dot{z}(t))^2. \quad (1.49)$$

Здесь  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  — неотрицательные постоянные множители.

Полная производная по переменной  $t$  от функции (1.49) минимальна при условии

$$P_2 = \arg \inf \left[ \left( \frac{\beta_2}{m} (\dot{y} - \dot{z}(t)) - \frac{\beta_1}{M} (\dot{x} - \dot{x}^*(t)) \right) P_2 \right], \quad (1.50)$$

а функция (1.49) принимает минимальное нулевое значение в любой момент времени, когда  $x = x^*(t)$ ,  $\dot{x} = \dot{x}^*(t)$ ,  $y = z(t)$ ,  $\dot{y} = \dot{z}(t)$ , т. е. воспроизводится центром подрессоренных масс приемлемая по плавности траектория, а центром неподрессоренных масс — траектория, желательная с точки зрения сохранения стабильности контакта колес с дорогой. Отметим, что решение системы (1.47), (1.50) не всегда обеспечивает тождество  $\Phi \equiv 0$ .

Допустим, что принято только одно ограничение  $P_2^- \leq P_2 \leq P_2^+$ . Тогда уравнение (1.50) будет иметь решение (1.48) при

$$\varphi = \frac{\beta_2}{m} (\dot{y} - \dot{z}(t)) - \frac{\beta_1}{M} (\dot{x} - \dot{x}^*(t)) = \frac{\beta_2}{m} x_2 - \frac{\beta_1}{M} x_1. \quad (1.51)$$

Таким образом, скользящие режимы управления могут возникать вдоль прямой (1.51). В общем случае для произвольной функции  $\varphi = \varphi(x_1, x_2)$  тождество  $\varphi(x_1, x_2) \equiv 0$  будет определять некоторую плоскую кривую скользящих движений.

В идеале же скользящие режимы движения должны происходить в окрестности точки  $(x_1, x_2) = (0, 0)$ . Следовательно, чтобы в еще большей степени улучшить качество активного подрессоривания, необходимо внести какие-нибудь изменения в структуру самой системы подрессоривания.

Введем в двухмассовую систему так называемый динамический амортизатор, представляющий собой дополнительную массу  $m_a$ , присоединенную через подвеску  $\Pi_a$  к неподрессоренной (подрессоренной) массе. Этот амортизатор эффективен в пассивных системах как виброгаситель, устраняющий колебания, достаточно близкие к гармоническим. В системе же активного подрессоривания динамический амортизатор можно использовать для получения дополнительного управляющего усилия  $\Pi_a = \Pi_a(t)$  помимо усилия  $\Pi_2 = \Pi_2(t)$ .

Пусть масса  $m_a$  динамического амортизатора присоединена к неподрессоренной массе  $m$ . Уравнения движения подрессоренной  $M$  и неподрессоренной  $m$  масс в таком случае будут иметь вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{1}{M} \Pi_2(t) + V(t); \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m} [\Pi_2(t) + \Pi_a(t) - \Pi_1(y - z(t), \dot{y} - \dot{z}(t))]. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Здесь функция  $V = V(t)$  отражает возможные возмущения, передаваемые непосредственно на массу  $M$ .

Для системы (1.52) оптимальными по отношению к демпфированию функции (1.49) являются управления

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= -\frac{|\Pi_2^+ - \Pi_2^-|}{2} \operatorname{sign} \left( \frac{\beta_2}{m} x_2 - \frac{\beta_1}{M} x_1 \right) + \frac{\Pi_2^+ + \Pi_2^-}{2}; \\ \Pi_a &= -\frac{|\Pi_a^+ - \Pi_a^-|}{2} \operatorname{sign} \left( \frac{\beta_2}{m} x_2 \right) + \frac{\Pi_a^+ + \Pi_a^-}{2}. \end{aligned}$$



Поэтому скользящие режимы возникают на пересечении прямых

$$\varphi_1 = \frac{\beta_2}{m} x_2 - \frac{\beta_1}{M} x_1 = 0; \quad \varphi_2 = \frac{\beta_2}{m} x_2 = 0,$$

т. е. в точке  $(x_1, x_2) = (0, 0)$ .

В пассивных подвесках автотранспортных средств динамические амортизаторы не получили распространения, так как практически не удалось выявить их преимуществ. Введение динамического амортизатора в активную подвеску, как это следует из рассмотренного выше, позволяет одновременно обеспечить высокую плавность хода и стабилизировать контакт колес с дорогой.

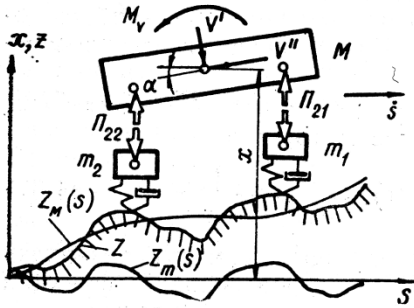


Рис. 1.15. Система сил, действующая на поддрессоренную массу.

Структура системы активного управления поддрессориванием в значительной степени определяется тем, возложены ли на нее функции регулирования положения кузова автотранспортного средства в соответствии с макропрофилем дороги, или же эти функции выполняет специальная система. Рассмотрим в общих чертах задачу синтеза управления колебаниями поддрессоренной системы в случае отсутствия специальной системы регулирования положения поддрессоренной массы.

Системы сил, действующих на поддрессоренную массу  $M$ , можно отразить приложенными в центре масс силами  $V'$ ,  $V''$ , моментом  $M_V$  и получаемыми в подвесках управляемых и ведущих колес восстанавливающими силами  $\Pi_{21}$ ,  $\Pi_{22}$  (рис. 1.15). Положим, что величины  $V'$ ,  $V''$ ,  $M_V$  — функции переменных  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $\dot{y}_1$ ,  $\dot{y}_2$ ,  $\alpha$ ,  $s$ ,  $\dot{s}$ ,  $z$ ,  $\dot{z}$ ,  $t$ , где  $x$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  — переменные, отражающие вертикальные перемещения центров поддрессоренной  $M$  и неподдрессоренных  $m_1$ ,  $m_2$  масс;  $\alpha$  — угловое перемещение поддрессоренной массы;  $s$  — горизонтальное перемещение центров масс;  $z = z_M(s) + z_m(s)$  — профиль дороги;  $z_M(s)$  и  $z_m(s)$  — макро- и микропрофиль;  $t$  — время. Зависимость  $V'$ ,  $V''$ ,  $M_V$  от перечисленных переменных определяется характеристиками и параметрами систем двигатель—трансмиссия—ведущие колеса и неподдрессоренная масса—направляющее устройство—поддрессоренная масса, а также аэродинамическими характеристиками кузова и многими другими факторами.

Уравнения движения поддрессоренной массы в этом случае будут линейными по переменным  $\Pi_{21}$ ,  $\Pi_{22}$ :

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{I_M} (M_V + f_1(\alpha) \Pi_{21} + f_2(\alpha) \Pi_{22});$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{M} (\Pi_{21} + \Pi_{22} + f_3(\alpha) V' + f_4(\alpha) V'');$$

$$\ddot{s} = \frac{1}{M} (f_5(\alpha) V' + f_6(\alpha) V''),$$

где  $f_1(\alpha), \dots, f_6(\alpha)$  — тригонометрические функции;  $I_M$  — момент инерции массы  $M$  относительно ее центра.

Руководствуясь требованиями плавности хода, управления  $\Pi_{21}$ ,  $\Pi_{22}$  необходимо было бы в каждый момент времени выбирать такими, чтобы

центр массы  $M$  двигался по траектории, удовлетворяющей уравнениям  $\operatorname{tg} \alpha = dz_M(s)/ds$ ;  $x - z_M(s) = x_0 - \text{const}$ . Поэтому для определения оптимального управления необходимо воспользоваться функцией

$$\Phi = \alpha_1 \left( \alpha - \operatorname{arctg} \frac{dz_M}{ds} \right)^2 + \beta_1 \left( \dot{\alpha} - \frac{d}{dt} \operatorname{arctg} \frac{dz_M}{ds} \right)^2 + \alpha_2 (x - x_0 - z_M)^2 + \beta_2 \left( \dot{x} - \frac{dz_M}{dt} \right)^2.$$

Часть производной  $d\Phi/dt$ , зависящая от переменных  $\Pi_{21}$  и  $\Pi_{22}$  имеет вид

$$\frac{d\Phi'}{dt} = 2 \frac{\beta_1}{I_M} \left( \dot{\alpha} - \frac{d}{dt} \operatorname{arctg} \frac{dz_M}{ds} \right) (f_1(\alpha) \Pi_{21} + f_2(\alpha) \Pi_{22}) + 2 \frac{\beta_2}{M} \left( \dot{x} - \frac{dz_M}{dt} \right) (\Pi_{21} + \Pi_{22}).$$

При ограничениях  $\Pi_{21}^- \leq \Pi_{21} \leq \Pi_{21}^+$ ;  $\Pi_{22}^- \leq \Pi_{22} \leq \Pi_{22}^+$  производная  $d\Phi'/dt$  минимальна, если

$$\Pi_{2i} = - \frac{|\Pi_{2i}^+ - \Pi_{2i}^-|}{2} \operatorname{sign} \varphi_i + \frac{\Pi_{2i}^+ + \Pi_{2i}^-}{2}, \quad i = 1, 2,$$

где

$$\varphi_i = \frac{\beta_1}{I_M} \left( \dot{\alpha} - \frac{d}{dt} \operatorname{arctg} \frac{dz_M}{ds} \right) f_i(\alpha) + \frac{\beta_2}{M} \left( \dot{x} - \frac{dz_M}{ds} \right).$$

Равенство этого выражения нулю определяет моменты переключения управлений и траектории, вдоль которых могут возникать скользящие режимы движения.

Использование скользящих режимов позволяет улучшить качество активного поддресоривания и упростить конструкцию системы автоматического управления. Однако такая система активного поддресоривания все же остается сложной и дорогостоящей, даже если исходить из массового производства автотранспортных средств.

#### 1.4. АППРОКСИМАЦИЯ РЕАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПНЕВМАТИЧЕСКИХ РЕЗИНОКОРДНЫХ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ, УДОБНЫХ ДЛЯ АНАЛИЗА И РЕАЛИЗАЦИИ В ПОДВЕСКАХ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Эффективный способ отображения информации о характеристиках пневматических упругих элементов — аппроксимация.

Существуют методы, которые позволяют находить наилучшую в определенном смысле аппроксимирующую функцию, не предопределяя заранее ее структуры (к таким методам, в частности, можно отнести методы А. Г. Ивахненко, основанные на принципе эвристической самоорганизации). Однако чаще всего структуру аппроксимирующих функций задают априори, исходя во многом из соображений упрощения процесса аппроксимации и удобства последующего использования полученных аналитических выражений. В этом смысле аппроксимация сводится к определению коэффициентов в аппроксимирующих функциях заданной структуры, причем точность аппроксимации обычно оценивают средним квадратичным отклонением

$$\sigma = \frac{1}{I} \sqrt{\sum_{i=1}^I [P_y(x_i) - P_{yi}]^2}, \quad (1.53)$$

где  $x_i, P_{yi}$  — экспериментально зафиксированные деформации упругого элемента и соответствующие им значения упругой силы;  $I$  — число экспериментально найденных точек  $(x_i, P_{yi})$ .

Характеристики многих упругих элементов достаточно качественно аппроксимируются полиномом

$$P_y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^4, \quad (1.54)$$

коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, a_3$  которого определяются как параметры, минимизирующие величину  $\sigma$ .

Необходимые условия минимума функции (1.53) такие:  $\partial\sigma/\partial a_0=0$ ;  $\partial\sigma/\partial a_1=0$ ;  $\partial\sigma/\partial a_2=0$ ;  $\partial\sigma/\partial a_3=0$ . Поэтому определение оптимальных значений коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, a_3$  сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, которую можно представить в матричном виде

$$\begin{bmatrix} 1 & \sum_{i=1}^I x_i & \sum_{i=1}^I x_i^3 & \sum_{i=1}^I x_i^4 \\ \sum_{i=1}^I x_i & \sum_{i=1}^I x_i^2 & \sum_{i=1}^I x_i^4 & \sum_{i=1}^I x_i^5 \\ \sum_{i=1}^I x_i^3 & \sum_{i=1}^I x_i^4 & \sum_{i=1}^I x_i^6 & \sum_{i=1}^I x_i^7 \\ \sum_{i=1}^I x_i^4 & \sum_{i=1}^I x_i^5 & \sum_{i=1}^I x_i^7 & \sum_{i=1}^I x_i^8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^I P_{y_i} \\ \sum_{i=1}^I P_{y_i} x_i \\ \sum_{i=1}^I P_{y_i} x_i^3 \\ \sum_{i=1}^I P_{y_i} x_i^4 \end{bmatrix}. \quad (1.55)$$

На рис. 1.16 представлены описываемая уравнениями (1.54), (1.55) характеристика и реальная характеристика пневматического упругого элемента, построенная на основании экспериментальных данных. Очевидна удовлетворительная аппроксимируемость характеристик упругого пневматического элемента полиномами (1.54). Однако не всегда выбор подходящей аппроксимирующей функции — простая задача. Поэтому целесообразно во многих случаях использовать прямые методы и представить характеристику упругих элементов функциями ряда Лорана или в общей форме

$$P_y(x) = \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(x), \quad (1.56)$$

где  $\varphi_i(x)$  — заданные линейно независимые функции.

Прямые методы, в частности различные модификации метода Ритца, сводят задачу синтеза к задаче определения оптимальных коэффициентов для некоторой последовательности функций, отображающих искомую характеристику. При синтезе же оптимальных характеристик вариационными методами, как уже указывалось, искомую характеристику целесообразно представлять параметрически — двумя функциями  $P_y = P_y(t)$  и  $x = x(t)$ , где  $t$  — время или какой-нибудь другой параметр.

Рассмотрим в общих чертах один из возможных методов параметризации характеристики пневматической подвески.

Поскольку в пневматической подвеске автотранспортного средства гистерезисные явления (термодинамический гистерезис, сухое трение,

конструкционное трение и др.) не определяющие, то характеристика подвески, в сущности, представляет собой однозначную функцию  $P_y = P_y(x)$  или очень близка к ней. Поэтому при параметризации характеристики учитывают свойство однозначности.

Пусть  $\xi = \xi(t)$  — произвольный кусочно-гладкий процесс, а  $\eta = \eta(t)$  — кусочно-непрерывный (рис. 1.17). Эти процессы параметрически отображают некоторую неоднозначную траекторию  $\eta = \eta(\xi)$ . Требуется преобразовать процесс  $\eta = \eta(t)$  в другой процесс  $\eta_1 = \eta_1(t)$  так, чтобы функция  $\eta_1 = \eta_1(\xi)$  стала однозначной.

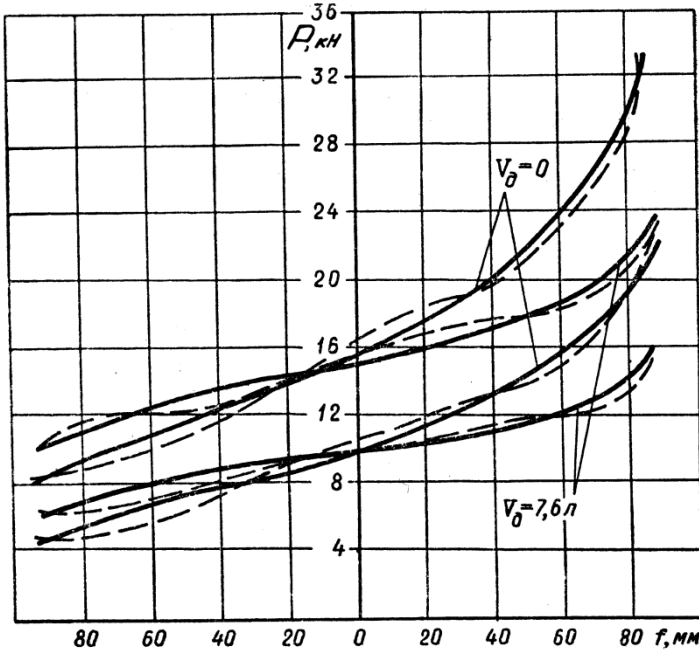


Рис. 1.16. Характеристики пневматического резинокордного двойного баллона (сплошные линии — экспериментальные, штриховые — аппроксимированные).

Для однозначности функции  $\eta = \eta(\xi)$  необходимо следующее: функция  $\eta = \eta(t)$  в моменты времени  $t_i (t_1, t_2, t_3)$ , в которые функция  $\xi = \xi(t)$  принимает одинаковые значения  $\xi_i (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ , должна принимать тоже одинаковые значения. В рассмотренном примере это условие нарушается ( $\eta_1 \neq \eta_2 \neq \eta_3$ ). Введем функцию

$$\varphi(t, \xi) = \delta(\xi(t) - \xi) |d\xi(t)/dt|, \quad (1.57)$$

где  $\delta(\xi(t) - \xi)$  — дельта-функция.

Это выражение — обобщенная функция с компактными носителями в точках  $t_i$ , где  $\xi(t_i) = \xi$ . Благодаря этому свойству выражения (1.57) равенство

$$\eta_1(t) = \int_0^T \varphi(t, \tau) \eta(\tau) d\tau = \int_0^T \delta(\xi(\tau) - \xi(t)) \eta(\tau) |d\xi(\tau)/d\tau| d\tau, \quad (1.58)$$

совместно с функцией  $\xi(t)$  является параметрическим отображением однозначной функции  $\eta_1 = \eta_1(\xi)$  при произвольной кусочно-непрерывной функции  $\eta = \eta(t)$ . Известно, что

$$\delta(\xi(\tau)) = (|d\xi(\tau)/d\tau|)^{-1} \sum_{k=1}^n \delta(\tau - \tau_k),$$

где  $\tau_k$  — простые нули функции  $\xi(t)$ . Но последнее выражение в силу свойств дельта-функции эквивалентно зависимости

$$\delta(\xi(\tau)) = \frac{1}{\left| \frac{d}{d\tau} \xi(\tau) \right|} \sum_{k=1}^n \delta(\tau - \tau_k).$$

Поэтому из (1.58) следует

$$\eta_1(t) = \int_0^T \eta(\tau) \sum_{k=1}^n \delta(\tau - \tau_k) d\tau = \sum_{k=1}^n \eta(\tau_k), \quad (1.59)$$

где  $\tau_k$  — моменты времени, когда функция  $\xi(t)$  и заданная прямая  $\xi = \text{const}$  взаимно пересекаются (рис. 1.17).

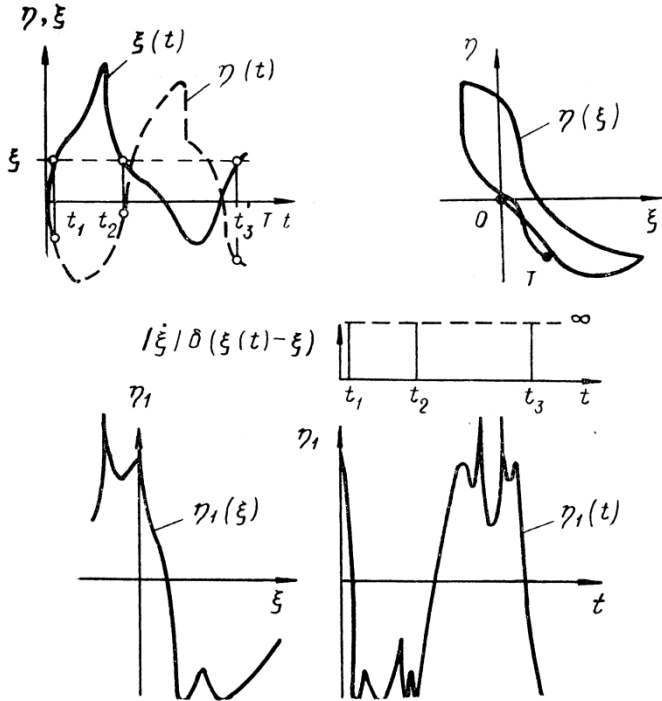


Рис. 1.17. Построение однозначной функции  $\eta_1 = \eta_1(\xi)$  путем преобразования функции  $\eta = \eta(\xi)$ .

Особенность предложенного интегрального преобразования процессов заключается в том, что при кусочно-непрерывном исходном процессе  $\eta = \eta(t)$  преобразованный процесс  $\eta_1 = \eta_1(t)$  тоже будет иметь свойства кусочной непрерывности.

Основываясь на одном и том же принципе, можно предложить и другие интегральные преобразования. В частности, если процессы  $\xi = \xi(t)$  и  $\eta = \eta(t)$  кусочно-непрерывные, то, чтобы процесс  $\eta_1 = \eta_1(t)$  оказался тоже непрерывным, можно использовать преобразование

$$\eta_1(t) = \int_0^T \eta(\tau) \theta[\xi(\tau) - \xi(t)] d\tau.$$

Введем понятие *эксплуатационная усредненная характеристика подвески*, допустив, что в процессе движения автотранспортного средства

экспериментально фиксируются процессы  $P_y = P_y(t)$  и  $x = x(t)$  изменения во времени упругой силы в подвеске и деформаций упругих элементов. Поскольку термодинамические параметры воздуха в упругом элементе зависят от скорости деформаций упругих элементов, то при одних и тех же деформациях  $x$  значения упругой силы  $P_y$ , вообще говоря, будут различны. Если же каждому значению  $x$  поставить в соответствие среднее арифметическое  $P_{y\text{ ср}}$  соответствующих значений  $P_y$ , то, исключив параметр  $t$  из функций  $x(t)$  и  $P_{y\text{ ср}}(t)$ , можно построить по результатам эксперимента характеристику  $P_{y\text{ ср}} = P_{y\text{ ср}}(x)$ , которую и будем называть эксплуатационной. (Эксплуатационная характеристика является однозначной).

Целесообразнее осуществить такое интегральное преобразование, которое отражало бы операцию усреднения и представляло собой параметризацию эксплуатационной характеристики подвески.

Выражения (1.58), (1.59) определяют сумму всех значений функции  $\eta(t)$  за весь период  $T$  экспериментирования при одном и том же значении функции  $\xi(t)$ . Выражение

$$\int_0^T \delta(\xi(\tau) - \xi(t)) |d\xi(\tau)/d\tau| d\tau$$

определяет число моментов времени, когда функция  $\xi(t)$  принимает соответствующее значение  $\xi$ . Следовательно, частное

$$\eta_1(t) = \int_0^T \delta(\xi(\tau) - \xi(t)) \eta(\tau) |d\xi(\tau)/d\tau| d\tau / \int_0^T \delta(\xi(\tau) - \xi(t)) |d\xi(\tau)/d\tau| d\tau$$

воплощает в себе операцию усреднения.

Рассмотренные интегральные преобразования дают возможность решить задачу синтеза однозначной характеристики подвески, формулируя ее как определение оптимальных программ  $\Pi_2 = \eta_1(t)$ ,  $x = \xi(t)$  при произвольном варьировании программ  $\eta = \eta(t)$ ,  $\xi = \xi(t)$ .

## 1.5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПРЕИМУЩЕСТВ ПОДВЕСКИ С НЕПРОЗРАЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ПО СРАВНЕНИЮ С ПРОЗРАЧНОЙ В ОТНОШЕНИИ ПЛАВНОСТИ ХОДА (на примере автобусов)

Существенное улучшение качества подвески с непрозрачной характеристикой (рис. 1.18, кривая 1) по сравнению с подвеской, имеющей прозрачную характеристику (кривая 2), можно продемонстрировать, сравнивая энергетические спектры  $S(f)$  ускорений поддрессоренной массы и средние квадратичные значения ускорений, полученные расчетным путем на основе результатов стендовых испытаний.

На рис. 1.19 показаны спектры ускорений поддрессоренной массы автобуса над передней осью при сопоставляемых подвесках, а в табл. 1.1 сгруппированы средние квадратичные значения ускорений.

Средние квадратичные значения ускорений поддрессоренной массы с непрозрачной характеристикой подвески во всех вариантах испытаний ниже, чем с прозрачной характеристикой подвески. Эта закономер-

**Колебательные параметры рассчитываемой подвески управляемых колес автобуса**

Поддрессоренная масса $M$ , кг	1790
Неподдрессоренная масса $m$ , кг	1000
Коэффициенты аппроксимации характеристики подвески (в числителе — прозрачной, в знаменателе — непрозрачной)	
$a_0$ , кН	8,99
$a_1$ , кН/м	42,4/0
$a_2$ , кН/м <sup>2</sup>	2368/6240
$a_3$ , кН/м <sup>3</sup>	20900/16690
Коэффициенты аппроксимации характеристики шины при давлении 0,48/0,78 МПа	
$b_0$ , кН	-0,097/-0,36
$b_1$ , кН/м	35,3/64,4
$b_2$ , кН/м <sup>2</sup>	6705/865
$b_3$ , кН/м <sup>3</sup>	-6910/-19570
Коэффициент аперiodичности $\psi_1$ ; $\psi_2$	0,25; 0,05
Скорость движения $v_a$ , м/с	5,12/7,9
Высота неровности барабана стнда $h$ , мм	45

ность не соблюдается при анализе перемещений поддрессоренной массы: с увеличением жесткости шин (из-за повышения давления) перемещения поддрессоренной массы с непрозрачной характеристикой подвески существенно превышают эти же перемещения с прозрачной,

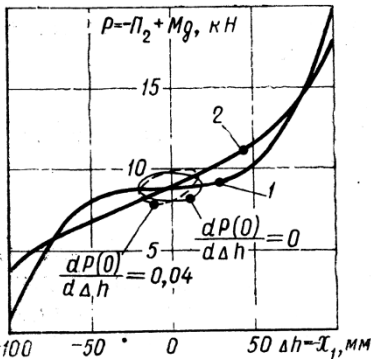


Рис. 1.18. Характеристики подвесок:  
1 — частично непрозрачная; 2 — прозрачная.

причем в последнем случае основная доля общей дисперсии сконцентрирована в области средних частот.

Появление дополнительных максимумов в области частот, соответствующих частотам возбуждения колебательной системы, можно объяснить большей чувствительностью подвески с прозрачной характеристикой.

Весьма интересно качественно и количественно оценить влияние прозрачной и непрозрачной характеристик подвесок автобусов на плавность хода в реальных условиях эксплуатации. Сама по себе объективная оценка плавности хода автобусов сопряжена с большими сложностями, обусловленными не только несовершенством рекомендуемых методов

исследований, но и физиологическими особенностями человеческого организма. В рассматриваемом случае решение задачи усложнено еще и тем, что на плавность хода, кроме характеристики подвески, оказывает влияние ряд колебательных параметров автобуса, а необходимо выявить только влияние характеристики.

Таблица 1.1. Средние квадратичные значения ускорений и перемещений поддрессоренной массы автобуса с различными характеристиками подвесок

Скорость, м/с	Давление в шинах МПа	Прозрачная		Непрозрачная	
		Перемещение, мм	Ускорение, м/с <sup>2</sup>	Перемещение, мм	Ускорение, м/с <sup>2</sup>
5,12	0,48	1,55	1,29	1,15	0,215
7,9	0,48	0,65	0,505	0,18	0,037
5,12	0,78	3,43	4,93	13,3	2,04
7,9	0,78	2,36	4,44	4,99	0,33

В табл. 1.2 сгруппированы (по данным автополигона НАМИ) средние квадратичные ускорения на сиденьях современных автобусов, в определенной мере удовлетворяющих поставленной задаче (пневматические подвески автобуса ЛАЗ-695Г имеют непрозрачные характеристики) [30]. В табл. 1.3 сведены аналогичные данные в общем диапазоне частот перспективного автобуса ЛиАЗ-5256 с характеристикой подвески ведущих колес, достаточно близкой к непрозрачной (см. рис. 3.3, б).

Анализ этих данных позволил констатировать исключительно высокую плавность хода автобуса ЛАЗ-695Г при всех случаях испытаний

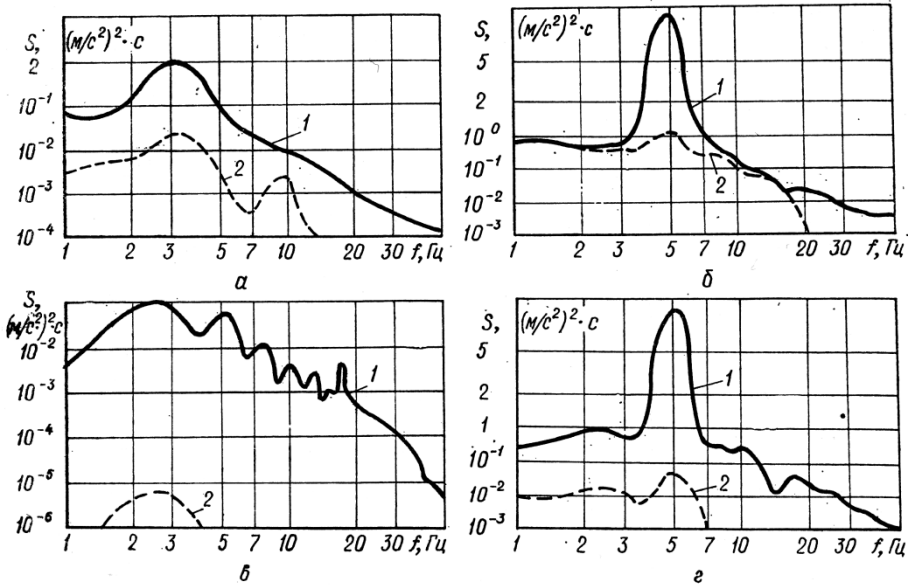


Рис. 1.19. Спектральная плотность ускорений подрессоренной массы  $S(f)$  над подвеской управляемых колес автобуса с прозрачной (кривая 1) и непрозрачной (кривая 2) характеристиками:

а— $v_a=5,12$  м/с,  $p_{ш}=0,48$  МПа; б— $v_a=5,12$  м/с,  $p_{ш}=0,78$  МПа; в— $v_a=7,9$  м/с,  $p_{ш}=0,48$  МПа; г— $v_a=7,9$  м/с,  $p_{ш}=0,78$  МПа.

(автобус «Украина-1» с аналогичными непрозрачными характеристиками подвесок получил высокую награду на международной неделе автобусов в г. Ницце в 1967 г. — «Большой приз президента республики Франции» — за высокую плавность хода).

Данные табл. 1.3 также подтверждают высокую плавность хода городского автобуса ЛиАЗ-5256 с номинальной нагрузкой при движении по дороге с асфальтовым покрытием, особенно на сиденьях, расположенных над подвеской ведущих колес — средние квадратичные значения ускорений примерно соответствуют аналогичным ускорениям автобусов «Икарус-254, -282», «Вольво Б-59».

Если рассматриваемые ускорения на сиденьях, расположенных над подвеской ведущих колес автобуса ЛиАЗ-5256, во всем диапазоне скоростей не превышают  $0,37$  м/с<sup>2</sup>, то в автобусах ЛАЗ-4202 и ЛиАЗ-5256 (с прозрачными характеристиками подвесок) они достигают значений  $1,4$  и  $1,57$  м/с<sup>2</sup> соответственно.

В целом плавность хода автобуса ЛиАЗ-5256 практически не хуже, чем автобусов «Икарус-254, -282», «Вольво Б-59», отличающихся высокой плавностью хода, и предпочтительнее, чем в автобусе ЛАЗ-4202, особенно при движении по дороге с булыжным покрытием.



Т а б л и ц а 1.2. Средние квадратичные значения вертикальных ускорений (м/с<sup>2</sup>) на сиденьях автобуса с номинальной нагрузкой при частотных диапазонах 0,7 ... 5,6 Гц (числитель) и 0,7 ... 22,4 Гц (знаменатель)

Автобус	Скорость движения, км/ч	Сиденье водителя	Пассажи́рское сиденье над подвеской колес	
			управляемых	ведущих
<b>Бетонное покрытие дороги</b>				
ЛАЗ-5255	30	0,48/0,64	0,45/0,55	0,88/1,22
	50	0,53/0,74	0,54/0,68	0,98/1,52
	70	0,57/0,80	0,57/0,72	1,24/1,57
ЛАЗ-4202	30	0,30/0,54	0,65/1,80	0,59/1,41
	50	0,30/0,22	0,71/1,81	0,32/0,71
	70	0,50/0,69	0,30/0,66	0,25/0,57
«Икарус-254»	30	0,19/0,31	0,28/0,35	0,25/0,27
	50	0,28/0,43	0,36/0,42	0,33/0,39
	70	0,34/0,54	0,41/0,52	0,32/0,42
«Икарус-282»	30	0,25/0,44	0,16/0,24	0,16/0,25
	50	0,38/0,69	0,29/0,39	0,29/0,42
	70	0,42/0,83	0,34/0,48	0,32/0,49
«Икарус-211»	20	0,69/0,78	0,59/0,69	0,88/0,78
	40	0,78/0,88	0,69/0,88	0,69/0,88
	60	1,18/1,27	0,88/0,98	0,78/0,88
«Вольво Б-59» ПАЗ-3203	50	0,12/0,17	—	0,12/0,22
	20	0,58/0,59	0,49/0,57	0,65/0,66
	35	0,67/0,79	0,59/0,68	0,72/0,79
	50	0,74/0,91	0,64/0,77	0,78/0,94
	65	0,82/1,03	0,68/0,88	0,86/1,09
«Автосан-4920»	50	0,54/0,67	0,37/0,56	0,60/0,80
	70	0,56/0,72	0,37/0,58	0,64/0,86
	90	0,62/0,76	0,44/0,59	0,60/0,85
ЛАЗ-695Г	50	0,17/0,20	0,22/0,23	0,15/0,24
	70	0,21/0,32	0,23/0,27	0,25/0,32
	90	0,28/0,45	0,25/0,38	0,32/0,35
<b>Булыжное покрытие дороги</b>				
ЛАЗ-5255	30	1,12/1,43	0,66/1,22	0,66/1,02
	50	0,73/1,51	0,70/1,70	0,69/1,10
	70	0,77/1,56	0,70/1,23	0,82/1,20
ЛАЗ-4202	30	0,76/2,08	—	1,30/2,01
	50	0,89/1,92	—	0,62/1,44
	70	0,96/1,97	—	0,62/1,49
«Икарус-254»	30	0,45/0,72	0,61/0,67	0,55/0,80
	50	0,59/0,89	0,75/0,89	0,68/0,97
	70	0,78/1,35	0,89/1,08	0,73/1,07
«Икарус-282»	30	0,78/1,00	0,53/1,15	0,63/0,98
	50	0,58/0,81	0,56/1,17	0,67/1,01
	70	0,67/0,88	0,63/1,32	0,73/1,14
«Икарус-211»	20	1,08/1,18	0,88/1,08	0,88/1,18
	40	1,47/1,76	1,18/1,37	0,98/1,37
	60	2,25/2,35	1,37/1,67	0,98/1,47
«Вольво Б-59» ПАЗ-3203	50	0,71/1,07	0,71/1,12	0,73/1,07
	20	0,80/1,33	0,57/1,03	0,74/1,16
	35	1,02/1,42	0,78/1,19	0,89/1,20
	50	1,23/1,69	1,00/1,37	0,93/1,30
	65	1,44/1,96	1,21/1,62	0,92/1,47
«Автосан-4920» ЛАЗ-695Г	50	0,85/1,13	0,69/0,81	0,90/1,15
	50	0,42/0,72	0,45/0,56	0,48/0,52

С целью более объективной оценки плавности хода автобуса ЛиАЗ-5256 использовали нормы ИСО 2631—74, для чего первоначально проводили спектральный анализ полученных экспериментальных данных для получения средних квадратичных вертикальных ускорений на сиденьях автобуса в зависимости от частот колебаний (рис. 1.20).

Построенные по этим данным графики средних квадратичных значений ускорений с границами воздействия для двух состояний загрузки автобуса ЛиАЗ-5256 (рис. 1.21) позволяют оценить степень превышения полученных ускорений пределов воздействия по ИСО 2631—74.

Таблица 1.3. Средние квадратичные значения вертикальных ускорений (в общем частотном диапазоне 0,7... 22,4 Гц) на сиденьях автобуса модели ЛиАЗ-5256, м/с<sup>2</sup>

Дорожное покрытие	Скорость движения, км/ч	Сиденье водителя	Расположение пассажирских сидений		
			над подвеской управляемых колес	над подвеской ведущих колес	на заднем сиденье
Снаряженный автобус					
Асфальт	24,0	0,49	0,39	0,19	0,43
	42,1	1,04	0,93	0,42	0,86
	59,4	1,11	0,94	0,46	0,90
	85,3	1,47	1,09	0,58	1,86
Булыжник	17,3	2,06	1,80	0,74	1,50
	23,6	2,29	1,78	0,75	1,66
	30,3	2,44	1,97	1,00	1,59
	42,2	2,85	2,42	1,90	2,70
	50,4	3,26	3,58	1,54	2,83
Номинальная нагрузка 5 чел./м <sup>2</sup>					
Асфальт	21,5	0,42	0,29	0,20	0,35
	40,6	0,56	0,48	0,30	0,75
	59,5	1,14	0,97	0,36	1,08
	78,9	0,97	0,78	0,37	1,05
Булыжник	19,2	1,40	1,08	0,57	1,05
	28,0	1,17	0,92	0,54	1,72
	32,7	1,80	1,24	0,76	2,32
	41,25	1,51	1,20	1,54	1,10

Из анализа кривых (рис. 1.21, в, г) следует, что при движении автобуса ЛиАЗ-5256 со степенью загрузки 5 чел./м<sup>2</sup> и скоростью движения до 80 км/ч по дороге с асфальтовым покрытием средние квадратичные ускорения на пассажирских сиденьях, расположенных над подвеской управляемых колес, не превышали «порога снижения комфорта» при длительности непрерывного воздействия 1 ч. На дороге с булыжным покрытием при движении снаряженного автобуса со скоростью 50 км/ч эти ускорения превышают «границу снижения производительности труда от усталости» при времени воздействия 2,5 и 1 ч в диапазоне частот 1,8... 6,9 и 2,0... 3,0 Гц соответственно. Следует отметить, что эксплуатация автобусов на дорогах с булыжным покрытием — редкое явление, а в городских условиях продолжительность езды пассажиров едва ли превышает эти пределы.

Отметим также, что не превышающие «границы воздействия» средние квадратичные значения ускорений на сиденьях автобуса ЛиАЗ-5256, расположенных над подвеской ведущих колес с непрозрачной характеристикой, вдвое ниже аналогичных ускорений на сиденьях, распо-

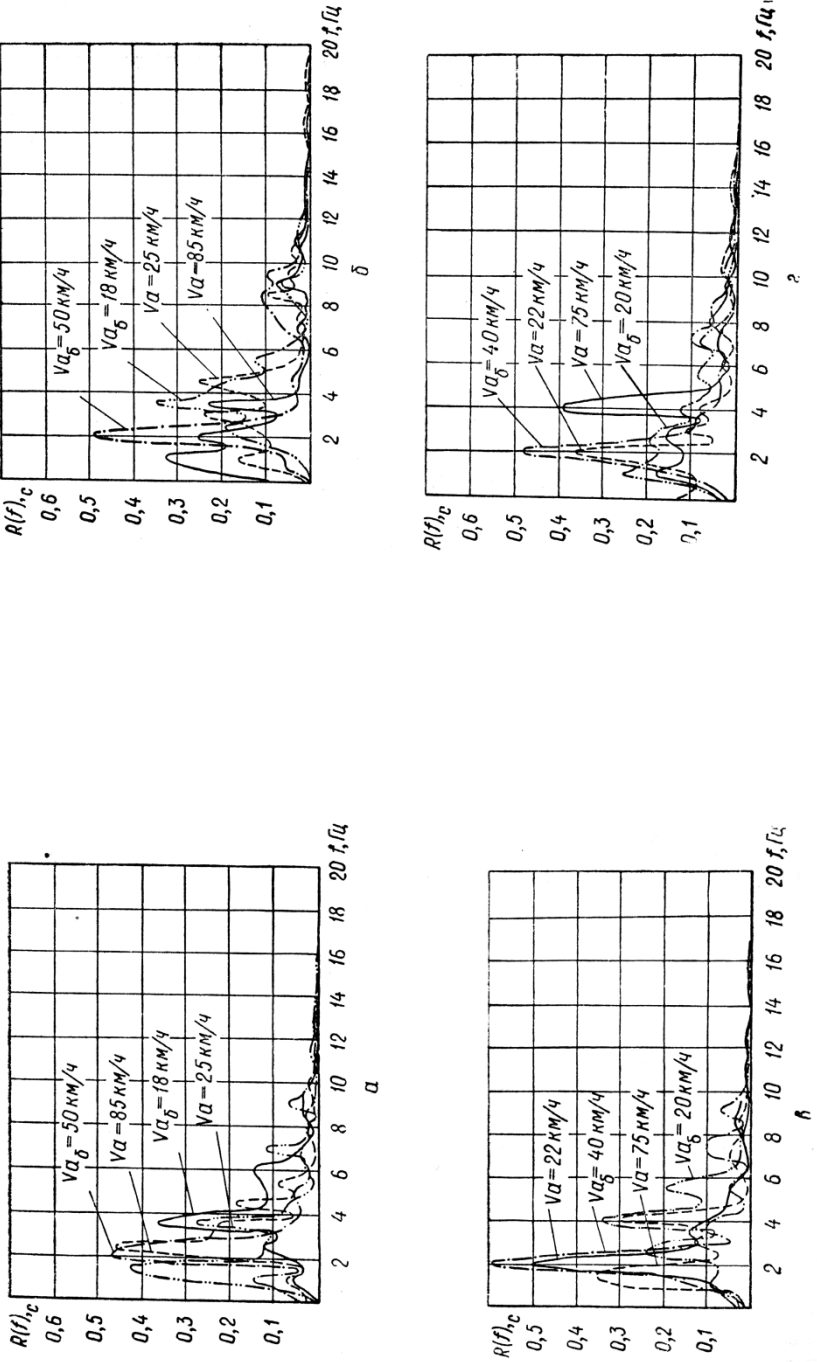


Рис. 1.20. Нормированные спектры ускорений на сиденьях автобуса ЛиАЗ-5256, движущегося со скоростью  $v_a$  по дороге с асфальтовым и  $v_{a,\delta}$  с булыжным покрытием:  
 а, б — на сиденьях, расположенных соответственно над подвесками управляемых и ведущих колес снаряженного автобуса; в, г — то же при номинальной нагрузке автобуса.

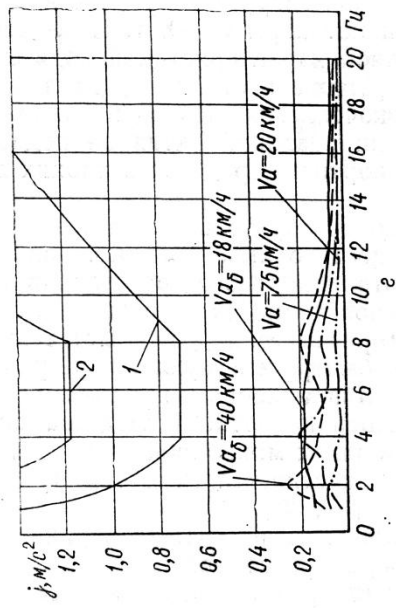
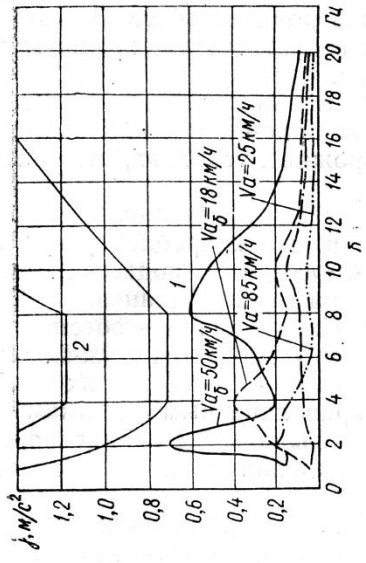
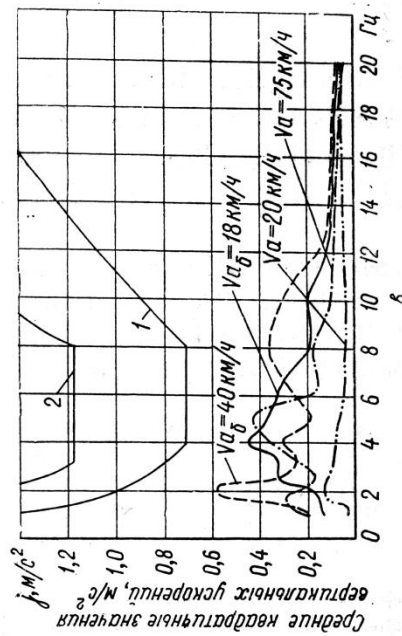
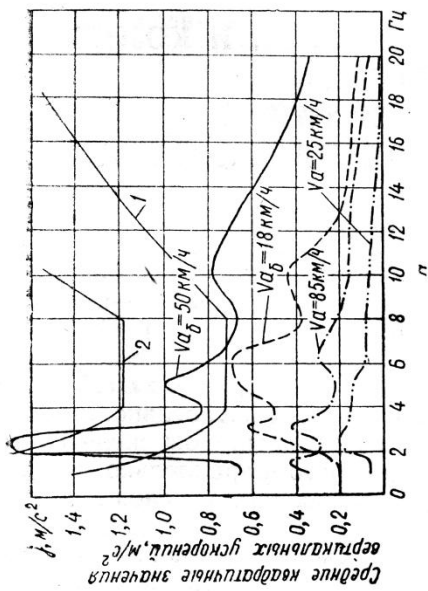


Рис. 1.21. Средние квадратичные значения ускорений на сиденьях автобуса ЛиАЗ-5256, движущегося со скоростью  $v_a$  по дороге с асфальтовым и  $v_{a.б}$  с булыжным покрытиями:  
 а, б — на сиденьях, расположенных соответственно над подвесками управляемых и ведущих колес снаряженного автобуса; в, г — то же при номинальной нагрузке автобуса.

женных над подвеской управляемых колес с прозрачной характеристикой при всех рассматриваемых случаях испытаний.

Таким образом, на основных режимах движения автобуса ЛиАЗ-5256 с номинальной нагрузкой средние квадратичные ускорения практически не превышают норм ИСО, т. е. плавность хода автобуса ЛиАЗ-5256 с непрозрачной характеристикой подвески ведущих колес предпочтительнее, чем других сопоставляемых автобусов.

В заключение, исходя из невозможности обеспечения даже при использовании реальной активной подвески приемлемой плавности хода автотранспортного средства в плохих дорожных условиях, отметим следующее:

при удовлетворительном качестве дорог и необходимом общем ходе подвесок достаточным условием полного решения проблемы плавности хода автотранспортного средства является создание подвесок с непрозрачной характеристикой; в этом случае на первый план выдвигаются важные (практически решенные) технические задачи — обеспечение с помощью быстродействующих регуляторов положения кузова стабилизации его положения в продольной и поперечной плоскостях при движении автотранспортного средства по криволинейным участкам дороги с переменным макропрофилем, т. е. методы компенсации крена путем изменения жесткостей подвесок при сохранении равновесного состояния кузова [29, 30];

необходимость работы автотранспортного средства на плохих дорогах в сфере проектирования необходимо воспринимать как неизбежность поиска средств увеличения хода подвесок или создания подвески с меняющимися общим ходом и расположением ограничителей хода.



## ГЛАВА 2

# СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ КУЗОВА И КОЛЕС АВТОТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С ПНЕВМАТИЧЕСКИМИ ПОДВЕСКАМИ В ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ ПЛОСКОСТЯХ

## 2.1. ПРОБЛЕМА ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ КУЗОВА И КОЛЕС АВТОТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С ПНЕВМАТИЧЕСКИМИ ПОДВЕСКАМИ

Продольные и поперечные крены кузова автотранспортного средства в процессе движения отрицательно влияют на комфортабельность езды и другие эксплуатационные свойства. В идеале было бы желательно перемещение автотранспортного средства строго параллельно дорожному полотну, без кренов при любых изменяющихся условиях движения.

Автотранспортные средства с пневматической подвеской, имеющие, как правило, высокую плавность хода из-за пониженной жесткости на среднэкссплуатационном диапазоне характеристик, подвержены кренам в поперечной и продольной плоскостях (нарушениям стабилизации положения кузова) в большей мере, чем автотранспортные средства с обычными подвесками. В тех случаях, когда характеристика под-

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

11. Акопян Р. А. Испытание двойных баллонов в пневматических подвесках автобуса. — Автомоб. пром-сть, 1961, № 2.
29. Акопян Р. А. Пневматическое поддрессирование автотранспортных средств. Ч. 1. — Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1979.
30. Акопян Р. А. Пневматическое поддрессирование автотранспортных средств. Ч. 2. — Львов. Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1980.
36. Акопян Р. А., Гащук П. Н., Пидгородецкий Я. И. Об оптимизации параметров пневматической подвески. — Тр. ВКЭИавтобусапрома. Львов, 1981.
37. Акопян Р. А., Гащук П. Н., Пидгородецкий Я. И. Определение оптимальных характеристик пневматической подвески автобуса. — Тр. ВКЭИавтобусапрома. Львов, 1982.
101. Болтянский В. Г. Оптимальное управление дискретными системами. — М.: Наука, 1973.
106. Дергунов Н. П., Силуков Ю. Д. Система подвески автомобиля как стохастическая система автоматического управления с заданными динамическими свойствами. — Автомоб. пром-сть, 1981, № 8.
111. Елисеев Б. М. Возможности длинноходовой подвески. — Автомоб. пром-сть 1961, № 4.
113. Зубов В. И. Лекции по теории управления. — М.: Наука, 1975.
118. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. Автоматика и телемеханика, 1960, № 4—6.
119. Малючков С. С., Кудрявцев В. А. Об управлении амортизацией твердого тела. — Прикл. механика, 1969, вып. 1.
121. Мельников А. А., Успенский И. Н. Проектирование пневматических подвесок. — Горький: Волго-Вятское книжное изд-во, 1956.
122. Морозов Б. И., Райхин Р. И. Активная подвеска (сервоподвеска) автомобиля: Обзор НИИНавтопром. — М., 1967.
125. Останин А. Н., Фурунжиев Р. И. Современные направления создания новых средств виброзащиты / БелНИИНТИ. — Минск, 1976.
126. Пархиловский И. Г. Автомобильные листовые рессоры. — М.: Машиностроение, 1978.
129. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1976.
133. Ротенберг Р. В. Подвески автомобиля и его колебания. — М.: Машгиз, 1960.
138. Троицкий В. А. Оптимальные процессы колебаний механических систем. — Л.: Машиностроение, 1976.
139. Успенский И. Н., Мельников А. А. Проектирование подвески автомобиля. — М.: Машиностроение, 1976.
140. Фурунжиев Р. И. Проектирование оптимальных виброзащитных систем. — Минск: Выш. школа, 1971.
143. Черноусько Ф. Л., Якуленко Л. Д., Соколов Б. Н. Управление колебаниями. — М.: Наука, 1980.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>ГЛАВА 1</b>	
<b>НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПОДВЕСОК АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О КРИТЕРИИ ПЛАВНОСТИ ХОДА *</b> . . . . .	<b>5</b>
1.1. Современные представления о возможности построения объективного критерия оптимальности свойств подвески . . . . .	6
1.2. Оптимизация характеристик пневматической подвески автотранспортного средства . . . . .	16
1.3. Особенности управления активной пневматической подвеской . . . . .	20
1.4. Аппроксимация реальных характеристик пневматических резинокордных упругих элементов, удобных для анализа и реализации в подвесках автотранспортных средств . . . . .	33
1.5. Экспериментальная оценка преимуществ подвески с непрозрачной характеристикой по сравнению с прозрачной в отношении плавности хода (на примере автобусов) * . . . . .	37
<b>ГЛАВА 2</b>	
<b>СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ КУЗОВА И КОЛЕС АВТОТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С ПНЕВМАТИЧЕСКИМИ ПОДВЕСКАМИ В ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ ПЛОСКОСТЯХ</b> . . . . .	<b>44</b>
2.1. Проблема поперечной и продольной стабилизации положения кузова и колес автотранспортного средства с пневматическими подвесками . . . . .	44
2.2. Получение расчетных зависимостей и номограмм для оценки стабилизации положения кузова автотранспортного средства, снабженного пневматической подвеской с А-образным направляющим устройством * . . . . .	73
2.3. Получение расчетных зависимостей, необходимых для оценки стабилизации положения кузова автотранспортного средства в поперечной плоскости * . . . . .	87
2.4. Вывод уравнений для определения угла поперечного крена автотранспортного средства, учитывающего жесткость подвески как функцию прогиба и времени . . . . .	93
2.5. Исследование возможностей стабилизации положения кузова автобусов в поперечной плоскости . . . . .	98
2.6. Об одном пути снижения кренов кузова автотранспортного средства с пневматической подвеской в продольной и поперечной плоскостях . . . . .	121
<b>ГЛАВА 3</b>	
<b>РЕМОНТОПРИГОДНОСТЬ И ТРУДОЕМКОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ РЕГУЛИРУЕМЫХ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПОДВЕСОК</b> . . . . .	<b>130</b>
3.1. Анализ трудоемкости обслуживания некоторых конструкций автобусных пневматических подвесок . . . . .	130
3.2. Ремонтопригодность регулируемых пневматических подвесок автотранспортных средств . . . . .	134
<b>ГЛАВА 4</b>	
<b>ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПОДВЕСОК В СТАДИИ ИХ ПРОИЗВОДСТВА И ЭКСПЛУАТАЦИИ</b> . . . . .	<b>146</b>
4.1. Расчет себестоимости подвесок . . . . .	147
4.2. Расчет экономической эффективности подвесок в сфере эксплуатации . . . . .	152
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> . . . . .	<b>164</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ</b> . . . . .	<b>166</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> . . . . .	<b>233</b>

Рубен Абгарович Акопян

ПНЕВМАТИЧЕСКОЕ  
ПОДРЕССОРИВАНИЕ  
АВТОТРАНСПОРТНЫХ  
СРЕДСТВ

Часть 3

Редактор Л. М. Гарбарчук  
Переплет художника О. С. Пурской  
Художественный редактор В. И. Сава  
Технический редактор А. А. Степанюк  
Корректоры А. В. Карминская, О. А. Тростянчин, М. Ю. Горбаль, Р. Р. Гамада

Информ. бланк № 8143

Сдано в набор 30.09.83. Подп. в печать 28.04.84.  
БГ 04170. Формат 70×100/16. Бумага типогр. № 1.  
Лит. гарн. Выс. печать. Усл. печ. л. 19,35,  
Уч.-изд. л. 19,74. Тираж 2000 экз. Изд. № 1100.  
Зак. 3033. Цена 2 р. 70 к.

Издательство при Львовском государственном  
университете издательского объединения «Вища  
школа», 290000, Львов, ул. Университетская, 1.

Областная книжная типография. 290000, Львов,  
ул. Стефаника, 11.



2455-704



**3** Р. А. АКОПЯН ПРИБЛИЖИТЕЛЬНОЕ ПОДРЕССОРТИВАНИЕ