

Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника
Представництво "Польська Академія Наук" в Києві
Вінницький національний технічний університет
Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України
AGH науково-технологічний університет ім. Ст.Сташіца, Польща
Лудзький університет, Польща
Інститут кібернетики НАН України
Національний авіаційний університет
Фінансово-економічний інститут Таджикистану
Економічна академія "Д.А.Ценов", Болгарія
Штуттгардський університет, Німеччина
Харківський національний університет радіоелектроніки
НДІ інтелектуальних комп'ютерних систем ТНЕУ та ІК НАН України
Новий університет Лісабона, Португалія
Інститут інженерів з електротехніки та електроніки (ІЕЕЕ), Українська секція
Громадська організація "Івано-Франківський ІТ кластер"

"ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ"

**матеріали
міжнародної науково-практичної конференції**

**18-22 травня 2020 року
Івано-Франківськ**

**"INFORMATION TECHNOLOGIES AND COMPUTER MODELLING"
proceedings
of the International Scientific Conference
2020, May, 18th to 22th
Ivano-Frankivsk**

Івано-Франківськ - 2020

Моделювання Коливних Процесів в Чотиришаровому Стрижні Кусково Сталого Перерізу

Р.М. Тацій

кафедра прикладної математики і механіки
ЛДУ безпеки життєдіяльності
Львів, Україна

О.О. Карабин

кафедра прикладної математики і механіки
ЛДУ безпеки життєдіяльності
Львів, Україна
tosjakarabyn@gmail.com

О.Ю. Чмир

кафедра прикладної математики і механіки
ЛДУ безпеки життєдіяльності
Львів, Україна
o_chmyr@yahoo.com

Modeling of Oscillatory Processes in a Four-Layer Rod of a Piecewise Constant Section

R.M. Tatsij

Department of Applied Mathematics and Mechanics
Lviv State University of life safety
Lviv, Ukraine

O.O. Karabyn

Department of Applied Mathematics and Mechanics
Lviv State University of life safety
Lviv, Ukraine
karabynoks@gmail.com

O.Yu. Chmyr

Department of Applied Mathematics and Mechanics
Lviv State University of life safety
Lviv, Ukraine
o_chmyr@yahoo.com

Анотація – Розглянуто першу крайову задачу для рівняння гіперболічного типу коливних процесів в стрижні з чотирьох кусків кусково – сталого перерізу та навантаженням в правій частині. Знайдено розв'язки такої задачі за допомогою концепції квазіпохідних, сучасної теорії систем лінійних диференціальних рівнянь, класичного методу Фур'є та методу редукції.

Abstract – The first boundary value problem for equation of hyperbolic type of oscillatory processes in a four-layer rod of piecewise-constant section and force in right parts was considered. The solutions of a such problem were found by using a concept of quasi-derivatives, a modern theory of systems of linear differential equations, the classical Fourier method and a reduction method.

Ключові слова: квазидиференціальне рівняння, крайова задача, матриця Коші, задача на власні значення, метод Фур'є та метод власних функцій.

Keywords: kvazidifferential equation, the boundary value problem, the Cauchy matrix, the eigenvalues problem, the method of Fourier and the method of eigenfunctions.

I. ВСТУП

Одним із методів розв'язування нестационарних крайових задач є прямиий метод, загальна схема реалізації якого полягає в зведенні вихідної задачі до розв'язування двох простіших, взаємозв'язаних задач та застосуванні схеми Фур'є. Важливу роль в цьому методі відіграє

концепція квазіпохідних, яка дозволяє уникнути проблеми множення узагальнених функцій.

В цій роботі розглядаємо гіперболічне рівняння коливних процесів в стрижні що складається з чотирьох кусків кусково - сталого перерізу та навантаженням, що задається функцією в правій частині рівняння. Для рівнянь гіперболічного типу, вперше, подібні ідеї були впроваджені в роботах [1-3].

II. ОСНОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ, ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ, ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКУ

Нехай L – відкритий інтервал дійсної осі R , $[x_0; x_4] \subset L$ – відрізок дійсної осі; $0 = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 = l$ – довільне розбиття відрізка $[x_0; x_4]$ дійсної осі Ox на чотири частини; F_i , $i = \overline{0,3}$, E , ρ – сталі, $g_i(x)$, $i = \overline{0,3}$, – додатньо визначені функції на $[x_i; x_{i+1}]$. Покладемо $F(x) = \sum_{i=0}^3 F_i \cdot \theta_i$, $g(x) = \sum_{i=0}^3 g_i(x) \cdot \theta_i$, де θ_i – характеристична функція проміжку $[x_i; x_{i+1}]$; $u^{[1]} = F(x) \cdot u_x'$ – квазіпохідна.

Розглянемо першу крайову задачу для рівняння гіперболічного типу

$$\frac{\rho}{E} \cdot F(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(F(x) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) + g(x), \quad (38)$$

$$x \in (x_0; x_4), \quad t \in (0; +\infty),$$

$$\begin{cases} u(x_0, t) = \psi_0(t), \\ u(x_4, t) = \psi_1(t), \end{cases} \quad t \in [0; +\infty), \quad (39)$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = \varphi_0(x), \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \varphi_1(x), \end{cases} \quad x \in [x_0; x_4], \quad (40)$$

де $\psi_0(t)$, $\psi_1(t) \in C^2(0; +\infty)$, $\varphi_0(x)$, $\varphi_1(x)$ – кусково-неперервні на $(x_0; x_4)$.

Метод редукції відшукування розв'язку задачі детально описаний, наприклад, в [4, 5]. Згідно з цим методом розв'язок задачі (38) - (40) шукаємо у вигляді суми двох функцій

$$u(x, t) = w(x, t) + v(x, t). \quad (41)$$

Визначимо функцію $w(x, t)$ спеціальним способом, як розв'язок крайової задачі

$$(F(x) \cdot w_x')_x' = -g(x), \quad (42)$$

$$\begin{cases} w(x_0, t) = \psi_0(t), \\ w(x_4, t) = \psi_1(t), \end{cases} \quad t \in [0; +\infty). \quad (43)$$

В основі методу розв'язування задачі (42), (43) лежить концепція квазіпохідних [6].

Запишемо мішану задачу для функції $v(x, t)$, враховуючи, що функція $w(x, t)$ задовольняє (42)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(F(x) \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\rho}{E} \cdot F(x) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\rho}{E} \cdot F(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (44)$$

$$x \in (x_0; x_4), \quad t \in (0; +\infty),$$

$$\begin{cases} v(x_0, t) = 0, \\ v(x_4, t) = 0, \end{cases} \quad t \in [0; +\infty), \quad (45)$$

$$\begin{cases} v(x, 0) = \Phi_0(x), \\ \frac{\partial v}{\partial t}(x, 0) = \Phi_1(x), \end{cases} \quad x \in [x_0; x_4]. \quad (46)$$

де $\Phi_0(x) \stackrel{def}{=} \varphi_0(x) - w(x, 0)$, $\Phi_1(x) \stackrel{def}{=} \varphi_1(x) - \frac{\partial w}{\partial t}(x, 0)$.

Для розв'язання задачі (47) - (48) застосовано метод власних функцій [5].

ВИСНОВКИ

Отримано явні формули для обчислення розв'язку та його квазіпохідної для будь-якого підінтервала основного проміжку, які є справедливими для довільної скінченної кількості точок розриву першого роду згаданих вище коефіцієнтів. Зауважимо, що отримані результати мають безпосереднє практичне застосування в теорії коливальних стрижнів з кусково-змінним розподілом параметрів.

ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] R. M. Tatsij, O. Yu. Chmyr, O. O. Karabyrn, "The direct method of research of the oscillation processes for the wave equation with the pieewise continuous distribution parameters" *Visnyk Lvivskogo derzhavnogo universytetu bezpeky zhyttedijalnosti*, vol. 15. Lviv, 2017. pp. 68-80.
- [2] Р. М. Тацій, О. Ю. Чмир, О. О. Карабин, "Загальні крайові задачі для гіперболічного рівняння із кусково-неперервними коефіцієнтами та правими частинами" *Дослідження в математиці і механіці*, т. 22, вип. 2 (30), Одеса, 2017. с. 55-70.
- [3] R. M. Tatsij, O. Yu. Chmyr, O. O. Karabyrn, "The total first boundary value problem for equation of hyperbolic type with pieewise constant coefficients and δ -singularities" *Researches in Mathematics and Mechanics*. Vol. 24. Odesa, 2019. pp. 86-102.
- [4] Арсенин В.Я. Методы математической физики. - М.: Наука, 1974. - 432 с.
- [5] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977. - 735 с.
- [6] Тацій Р.М. Узагальнені квазідиференціальні рівняння / Р.М. Тацій, М.Ф. Стасюк, В. Мазуренко, О.О. Власій - Дрогобич. Коло, 2011. - 297 с.

СЕКЦІЯ 3. Теорія інформації, кодування, перетворення форми, цифрової обробки та ущільнення інформації	104
SECTION 3. Information theory, coding and information form transformation	104
Загальні Принципи Побудови Систем Числення	105
Олексій Борисенко, Ігор Кулик, Марина Шевченко	105
Зважена Псевдоінверсія з Індефінітними Вагам	107
Галба Євген, Варенюк Наталія, Тукалевська Нелля	107
Image Phase Characteristics at the Output of Gabor Filters	113
Olena Osharovska, Oleksandr Vuznjuk	113
Ітеративне Декодування Стирань в Циклічних Кодах	115
Василь Семеренко, Олександр Войналович	115
Метод шифрування на основі перетворення Уолша	117
Володимир Лужецький, Анатолій Білецький	117
СЕКЦІЯ 4. Глибинний аналіз та організація даних, технології великих даних, системи штучного інтелекту, «розумні» аплікації	119
SECTION 4. Deep analysis and data organization, big data technologies, artificial intelligence systems, smart applications	119
Цифрова Обробка Інформації на Основі Дискретного Трійкового Симетричного Вейвлет-Перетворення	120
Артем Ізмайлов	120
Смарт-Технології у Кримінальному Судочинстві	122
Ковальчук Ольга Ярославівна	122
Self-Organized Structures in the Non-Crystalline Solids: Synergetic Model and Application to the Information Technology	124
Mykhaylo Mar`yan, Nataliya Yurkovych, Vladimir Seben	124
Алгоритм Побудови Масштабних Функцій Вейвлетів Галуа	128
Превисокова Наталя	128
СЕКЦІЯ 5. Захист інформації в інформаційно-телекомунікаційних системах	130
SECTION 5. Information protection in information and telecommunication system	130
Псевдодетерміновані Криптографічні Перетворення для Захисту Даних Смарт-Контрактів	131
Юрій Баришев, Аліна Остапенко-Боженова	131
IT Audit Course Development for Cybersecurity Curricula Students Using USA's methodology	135
Yurii Baryshev, Olesia Voitovych	135
Захищеність Інформації від Витоку Технічними Каналами для Джерел з Великим Дисбалансом Знаків	137
Сергій Іванченко, Олег Рушак, Анатолій Голішевський, Василь Некоз	137
Зведення Аналізу Сімейства Твікових Блокових Шифрів до Обчислення Диференціальних Властивостей Внутрішнього Блокового Шифру	141
Ігор Ломаченко	141
Використання Системного Підходу до Дослідження Систем Управління Інформаційною Безпекою	144
Володимир Мохор, Василь Цуркан, Ярослав Дорогий	144

Аналіз Методів Захисту від XSS Атак	146
Печенюк Олександр, Войтович Олеся, Куперштейн Леонід, Бондарчук В'ячеслав	146
Верифікація Користувача на Основі Фазового Портрету Електрокардіограми	149
Леонід Файнзільберг, Юлія Осадча, Анастасія Заболотна.....	149
Системний Аналіз Процесу Забезпечення Безпеки при Організації Повітряного Руху	153
Владислав Черниш.....	153
Побудова Модифікації Постквантової Криптосистеми AJPS-1 Шляхом Зміни Метрики	157
Дарія Ядуха, Андрій Фесенко	157
СЕКЦІЯ 6. Архітектоніка та компоненти комп'ютерних систем та мереж	160
SECTION 6. Components, computer systems and networks architectonics	160
Еволюційний Метод Реінжинірингу Топологічних Структур Корпоративних Комп'ютерних Мереж	161
Володимир Безкоровайний, Ганна Безугла	161
Development and Modelling of Devices for Squaring Numbers on FPGA	163
Volodymyr Hryha, Taras Benko, Stepan Melnychuk, Lesya Nykolaichuk, Ludmyla Hryha, Orest Volynskyi	163
СЕКЦІЯ 7. Математичне та комп'ютерне моделювання складних систем	169
SECTION 7. Mathematical and computer modelling of complex systems	169
Modeling the Process of Controlling the Pid Controller for Safe Landing of a Quadcopter in Case of an Accident	170
Bohdan Blagitko, Yuriy Mochulsky, Ihor Zajachuk.....	170
Застосування Робототехніки для Обстеження Шахти	174
Ольга Гаврилук, Тетяна Чоботок, Сергій Іовов, Надія Чумакова	174
Вплив Неоднорідного Механічного Навантаження на Електростатичне Поле Порожнистого Діелектричного Циліндра	177
Ольга Грицина.....	177
Класифікація Звуків з Використанням Згорткових Автокодувальників	181
Анастасія Кривохата	181
Обробка Інформації Стосовно Стрілецьких Видів Спорту	183
Анатолій Лопат'єв, Андрій Демічковський, Андрій Власов	183
Модернізація Комп'ютерно-Інтегрованої Системи Подачі Палива Суднових Дизелів	188
Володимир Голюков, Віталій Нікольський, Євген Оженко, Марк Нікольський	188
Керування Гідродинамічним Режимом Магістрального Аміакопроводу	192
Ярослав П'янило, Назар Притула, Мирослав Притула	192
Аналіз Режимів Руху Газу в Трубопровідних Системах за Наявності Витоків	196
Ярослав П'янило, Назар Притула, Мирослав Притула	196
Modeling of Hydrodynamics Processes with Phase Transitions by Homogenization	201
Gennadiy Sandrakov	201
Утворення Фрактальної Структури Комбінаторних Множин	203
Тимофієва Н.К.....	203

Моделювання Конвективної Дифузії Забруднень У Двошарових Фільтрах Води за Апроксимації Граничної Умови на Невідомому Часовому Інтервалі	207
Ольга Чернуха, Юрій Білушак.....	207
Моделювання Еволюції Поодиноких Хвиль в Конструкційних Матеріалах. Перші Три Наближення	212
Василь Юрчук, Ярема Рушицький	212
Візуалізаційне моделювання розподілених систем управління підприємствами	216
Любомир Петришин, Михайло Петришин, Міхал Віядерек.....	216
Визначення Параметрів Висячої Краплі у Момент Відриву	220
Олександр Малько, Ярослав Сусак	220
СЕКЦІЯ 8. Прикладні методи дослідження дискретно-неперервних математичних моделей	224
SECTION 8. Applied methods for continuous and discrete mathematical models research	224
Математичні Методи для Використання в Інтернет Речей	225
Ганна Мамонова, Надія Майданюк.....	225
Моделювання Коливних Процесів в Чотиришаровому Стрижні Кусково Сталого Перерізу	228
Р.М. Тацій, О.О. Карабин, О.Ю. Чмир	228