

УДК 514.18

О.М. ГУМЕН
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
С.Є. ЛЯСКОВСЬКА
Національний університет «Львівська політехніка»
Є.В. МАРТИН
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

ІНФОРМАЦІЙНІ ГРАФІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ У МОДЕЛЮВАННІ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ

При конструюванні багатопараметричних технічних систем важливим є вибір конструктивних параметрів шляхом дослідження перебігу процесів із залученням багатовимірних фазових (просторів ?) і просторів стану. Формування експлуатаційних характеристик досліджуваної системи часто виконують за допомогою інтегральних кривих чи фазових траєкторій. Результати візуалізації, інтерпретації та аналізу перехідних процесів у технічних системах часто обґрунтовуються використанням поверхонь другого порядку, зокрема, циліндричних. Враховуючи багатопараметричність системи, важливо встановити особливості проєкційних зображень таких поверхонь. Викладене дає підстави вважати актуальним завдання розроблення геометричних засобів відображення поверхонь другого порядку у моделях багатопараметричних технічних систем з використанням багатовимірних евклідових просторів, вимірність яких визначається числом функціональних параметрів досліджуваної технічної системи.

Конструювання геометричних образів як багатовидів та гіперповерхонь охоплюючих евклідових просторів прослідковуємо у працях щодо параметризації багатовимірних геометричних образів, у розробленні композиційного методу утворення поверхонь геометричними засобами Балюби–Найдиша числення. Деякі роботи обґрунтовують та узагальнюють на багатовимірний фазовий простір геометричні засоби фазової площини. У прикладній багатовимірній геометрії відоме обмежене число наукових розвідок щодо узагальнення проєкцій поверхонь тривимірного евклідового простору. Мета статті – дослідження і обґрунтування проєкційних зображень багатовимірних циліндричних поверхонь щодо розширення можливостей практичного застосування геометричних засобів багатовимірних фазових і просторів стану технічних систем. Розглядаються графічні засоби прикладної багатовимірної геометрії щодо узагальнення поверхонь другого порядку тривимірного евклідового простору на прикладі циліндричних поверхонь як засобів досліджень багатопараметричних технічних систем з використанням їх моделей. Показані особливості проєкційних зображень тривимірних циліндричних поверхонь чотиривимірного евклідового простору з урахуванням належності багатовидів нижчої вимірності.

Ключові слова: багатовимірний простір, циліндричні поверхні, багатовиди, багатопараметрична технічна система, параметри.

О.М. GUMEN
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»
S.E. LJASKOVSKA
National University «Lviv Polytechnic»
E.V. MARTYN
Lviv State University of Life Safety

INFORMATION GRAPHIC TECHNOLOGIES IN MODELLING MULTIPARAMETER SYSTEMS

When designing multiparameter technical systems, it is important to choose the design parameters by studying the course of processes involving multidimensional phase and state spaces. The formation of operational characteristics of the studied system is often performed using integrated curves or phase trajectories. The results of visualization, interpretation and analysis of transients in technical systems are often justified by the use of second-order surfaces, in particular, cylindrical. Given the multiparameter system, it is important to establish the features of the projection images of such surfaces. The above gives grounds to consider the task of developing geometric means of mapping second-order surfaces in models of multiparameter technical systems

using multidimensional Euclidean spaces, the measurability of which is determined by the number of functional parameters of the studied technical system.

The construction of geometric images as manifolds and hypersurfaces of enveloping Euclidean spaces is traced in works on parameterization of multidimensional geometric images, in the development of a compositional method of surface formation by geometric means Balyuba–Najdysh calculus. Some works substantiate and generalize the geometric means of the phase plane to a multidimensional phase space. In applied multidimensional geometry, a limited number of scientific investigations are known to generalize the projections of the surfaces of three-dimensional Euclidean space. The purpose of the article is to study and substantiate the projection images of multidimensional cylindrical surfaces to expand the possibilities of practical application of geometric means of multidimensional phase and state spaces of technical systems. The graphical tools of applied multidimensional geometry for generalization of surfaces of the second order of three-dimensional Euclidean space are considered by the example of cylindrical surfaces as means of researching multiparameter technical systems using their models. The features of projection images of three-dimensional cylindrical surfaces of four-dimensional Euclidean space are shown, taking into account the belonging of low-dimensional manifolds.

Key words: multidimensional space, cylindrical surfaces, manifolds, multiparameter technical system, parameters.

Е.Н. ГУМЕН

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

С.Е. ЛЯСКОВСКАЯ

Национальный университет «Львовская политехника»

Е.В. МАРТЫН

Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В МОДЕЛИРОВАНИИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При конструировании многопараметрических технических систем важным является выбор конструктивных параметров путем исследования течения процессов с привлечением многомерных фазовых (пространств?) и пространств состояния. Формирование эксплуатационных характеристик исследуемой системы часто выполняют с помощью интегральных кривых или фазовых траекторий. Результаты визуализации, интерпретации и анализа переходных процессов в технических системах часто обосновываются использованием поверхностей второго порядка, в частности, цилиндрических. Учитывая многопараметричность системы, важно установить особенности проекционных изображений таких поверхностей. Изложенное дает основание считать актуальной задачу разработки геометрических средств отображения поверхностей второго порядка в моделях многопараметрических технических систем с использованием многомерных евклидовых пространств, размерность которых определяется числом функциональных параметров исследуемой технической системы.

Конструирование геометрических образов как многообразий и гиперповерхностей охватывающих евклидовых пространств прослеживается в трудах по параметризации многомерных геометрических образов, в разработке композиционного метода образования поверхностей геометрическими средствами Балуубы-Найдиша исчисления. Некоторые работы обосновывают и обобщают на многомерное фазовое пространство геометрические средства фазовой плоскости. В прикладной многомерной геометрии известно ограниченное число научных исследований по обобщению проекций поверхностей трехмерного евклидова пространства. Цель статьи – исследование и обоснование проекционных изображений многомерных цилиндрических поверхностей по расширению возможностей практического применения геометрических средств многомерных фазовых и пространств состояния технических систем. Рассматриваются графические средства прикладной многомерной геометрии по обобщению поверхностей второго порядка трехмерного евклидова пространства на примере цилиндрических поверхностей как средств исследований многопараметрических технических систем с использованием их моделей. Показаны особенности проекционных изображений трехмерных цилиндрических поверхностей четырехмерного евклидова пространства с учетом принадлежности многообразий низшей размерности.

Ключевые слова: многомерное пространство, цилиндрические поверхности, многообразия, многопараметрическая техническая система, параметры.

Постановка проблеми

У конструюванні багатопараметричних технічних систем важливим є вибір конструктивних параметрів шляхом дослідження перебігу процесів із залученням багатовимірних фазових просторів і просторів стану. Формування експлуатаційних характеристик досліджуваної системи часто виконують за допомогою інтегральних кривих чи фазових траєкторій [1, 2]. Результати візуалізації, інтерпретації та аналізу перехідних процесів у технічних системах, як правило, обґрунтовуються використанням поверхонь другого порядку, зокрема, циліндричних [2]. Враховуючи багатопараметричність системи, важливо встановити особливості проєкційних зображень таких поверхонь. Викладене дає підстави обґрунтовано вважати актуальним завдання розроблення геометричних засобів відображення поверхонь другого порядку у моделях багатопараметричних технічних систем з використанням багатовимірних евклідових просторів, вимірність яких визначається числом функціональних параметрів досліджуваної технічної системи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Конструювання геометричних образів як багатовидів та гіперповерхонь охоплюючих евклідових просторів прослідковуємо у працях щодо параметризації багатовимірних геометричних образів [3], у розробленні композиційного методу утворення поверхонь геометричними засобами Балюби–Найдиша числення [4]. Роботи [1, 5] обґрунтовують та узагальнюють на багатовимірний фазовий простір геометричні засоби фазової площини. У прикладній багатовимірній геометрії відоме обмежене число наукових розвідок щодо узагальнення проєкцій поверхонь тривимірного евклідового простору. Так, у праці [3] приведена аксонометрична проєкція паралелогра як узагальнення призми тривимірного простору, використана для побудови аксонометричного зображення точки чотиривимірного евклідового простору. В праці [6] приведені ортогональні проєкції гіперсфери чотиривимірного евклідового простору. Необхідність проведення подальших досліджень в даному напрямку обґрунтована в роботах [7, 8], що присвячені дослідженням багатопараметричних технічних об'єктів і систем.

Мета дослідження

Мета статті – дослідження і обґрунтування проєкційних зображень багатовимірних циліндричних поверхонь щодо розширення можливостей практичного застосування геометричних засобів багатовимірних фазових і просторів стану технічних систем.

Викладення основного матеріалу дослідження

У тривимірному просторі, наприклад, Oxy чи $Oxtz$, напрямна $x = x(t)$ визначає слід–проєкцію двовимірного циліндра з твірною двовимірною поверхнею, утвореною рухом прямих a_{y1} і a_{z1} , паралельної осям відповідно Oy і Oz (рис. 1).

Узагальнюючи на чотиривимірний простір $Oxyzt$, маємо, що напрямна, наприклад, $x = x(t)$, визначає слід–проєкцію тривимірної циліндричної поверхні з твірною тривимірною поверхнею, утвореною рухом площини $ПП_i$, паралельної координатній площині Oyz (рис. 2).

Тривимірна циліндрична поверхня визначається напрямною $x = x(t)$ площини Oxt і твірними площинами $ПП_1, ПП_2, ПП_3 \dots$. Неперервна множина площин $ПП_i$ визначає тривимірну циліндричну поверхню $Ц_{xt}$ чотиривимірного простору $Oxyzt$. У кожній точці напрямної $x = x(t)$ твірна площина $ПП_i$ паралельна координатній площині

Oyz , адже дві прями цієї площини, наприклад, a_{yi} , a_{zi} , паралельні координатним осям Oy та Oz відповідно (рис. 3).

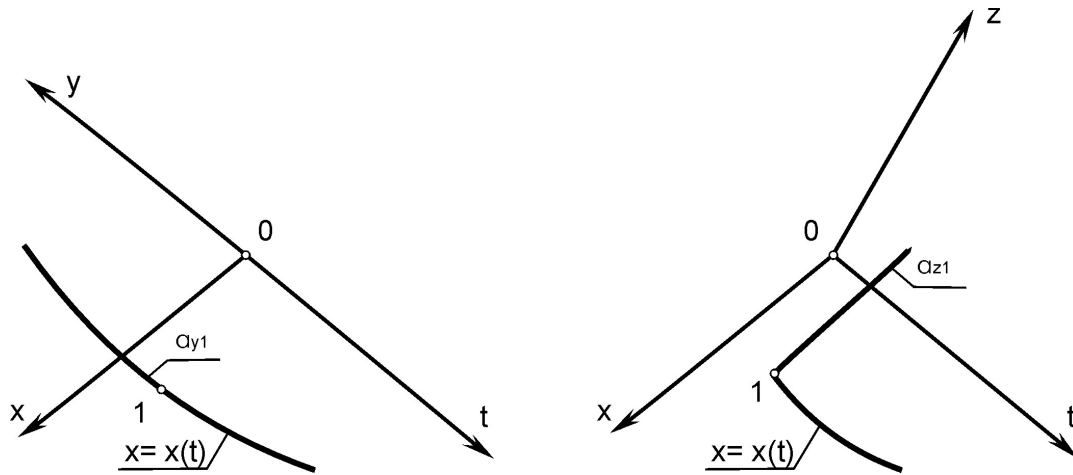


Рис. 1. Визначення слід-проекції двовимірного циліндра з твірною двовимірною поверхнею

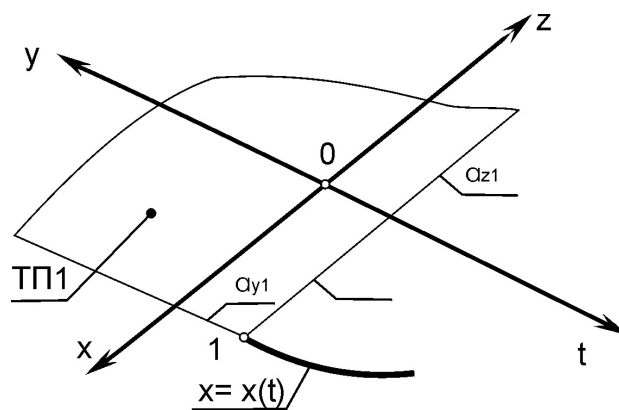


Рис. 2. Узагальнення на чотиривимірний простір $Oxuzt$

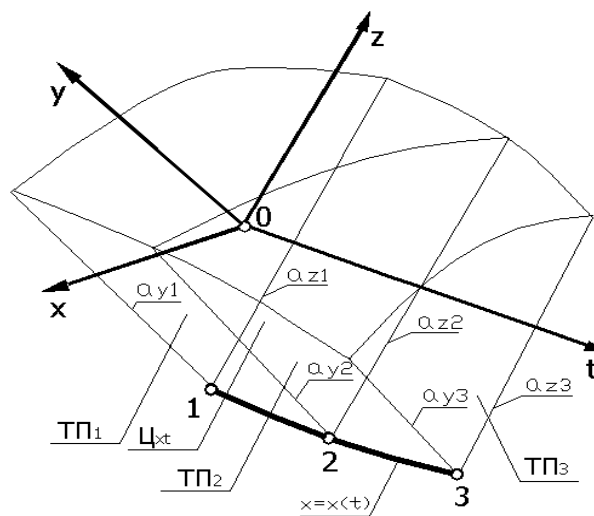


Рис. 3. Аксонометрична проекція тривимірної циліндричної поверхні чотиривимірного простору $Oxuzt$ з одновимірною напрямною і твірними двовимірними площинами

Тривимірну циліндричну поверхню Π_{xt} можна подати за допомогою епіюра n – простору, що складається з двох ортогонально розташованих двовимірних циліндричних поверхонь (рис. 4). У тривимірному підпросторі $Oxyt$ маємо двовимірну циліндричну поверхню з напрямною $x = x(t)$ і твірною a_{yi} , паралельною осі Oy цього підпростору. У тривимірному підпросторі $Ozyt$, ортогональному по відношенню до тривимірного підпростору $Oxyt$, маємо двовимірну циліндричну поверхню з напрямною $x = x(t)$ і твірною a_{zi} , паралельною осі Oz . Накладання двох ортогонально розташованих по відношенню один до одного одночасно проєкціюючих по відношенню до спільної двовимірної площини Oxt двовимірних циліндрів визначає тривимірну циліндричну поверхню Π_{xt} чотиривимірного простору.

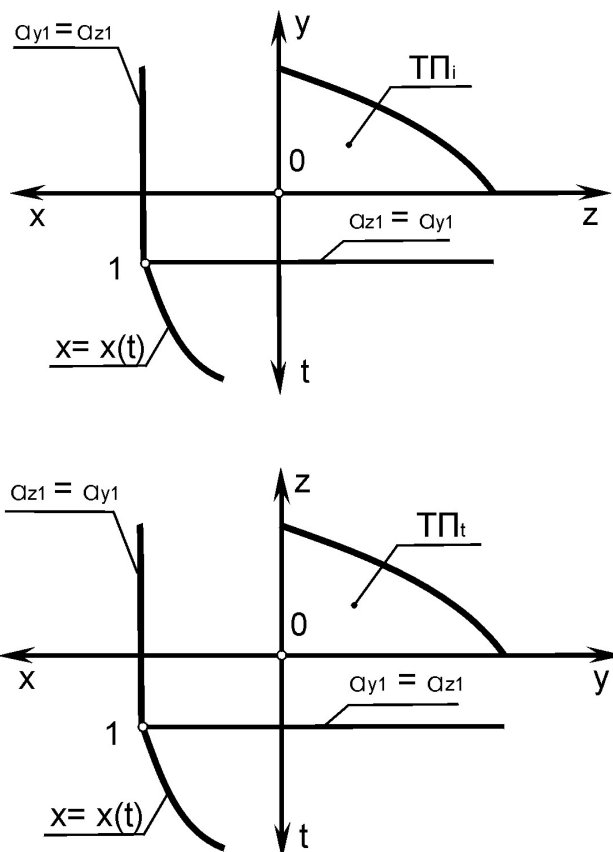


Рис. 4. Епіюр тривимірної циліндричної поверхні Π_{xt} чотиривимірного простору

Узагальнюючи ортогональні циліндри три- і чотиривимірних просторів на простори вищої розмірності, маємо, що напрямною n – циліндра завжди слугує крива двовимірної площини проєкцій. Твірними підпросторами n – циліндрів виступають лінійні підпростори, паралельні доповнюючим до цієї двовимірної площини підпросторам багатовимірного простору. Наприклад, у тривимірному просторі $Oxyz$, напрямна задана рівнянням $x = x(t)$ двовимірної площини Oxy . Твірним підпростором слугує пряма, паралельна осі Oz . У чотиривимірному просторі $Oxyzt$ лінія $x = x(t)$ слугує напрямною тривимірного циліндра, для якого твірним підпростором слугує двовимірна площина, паралельна двовимірній координатній площині Ozt .

У п'ятивимірному просторі $Oxyztu$ лінія $x = x(t)$ слугує напрямною чотиривимірного циліндра, для якого твірним підпростором слугує тривимірна площина TP_{yztu} , паралельна твірному координатному підпросторові $Oztu$ (рис. 5).

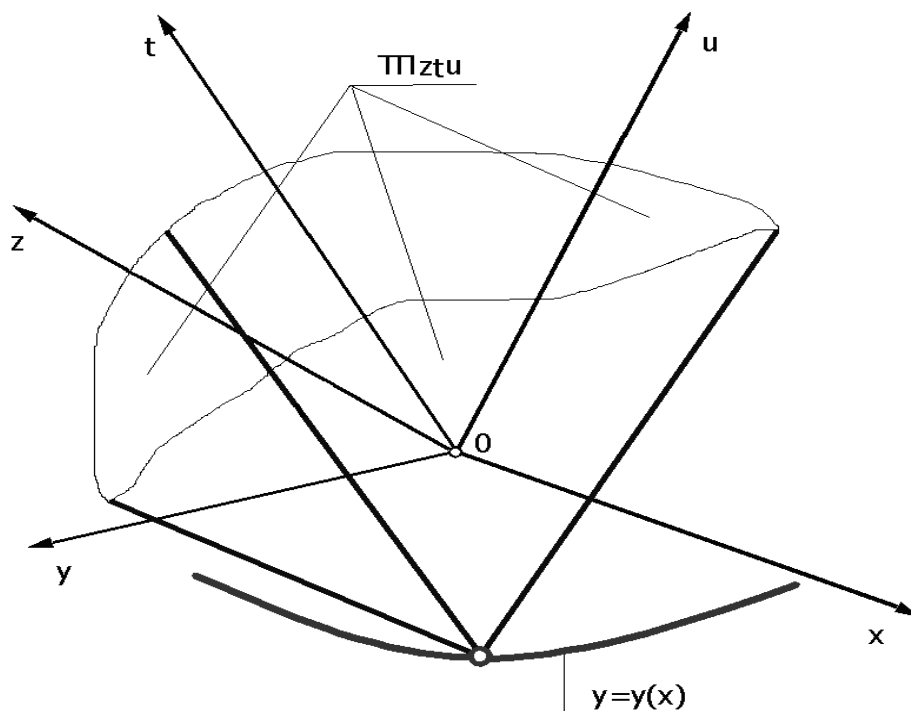


Рис. 5. Аксонометрична проєкція чотиривимірної циліндричної поверхні п'ятивимірного простору $Oxyztu$ з одновимірною напрямною і твірними тривимірними площинами

Приведені $(n-1)$ – вимірні циліндричні ортогональні гіперповерхні задані основою, напрямною лінією двовимірної координатної площини і твірним $(n-2)$ – вимірним лінійним підпростором.

Вимірність r_n лінії, одної з основ $(n-1)$ – вимірного циліндра, визначається з рівняння [3]. Наприклад, для тривимірного циліндра ($l = 3$) чотиривимірного ($n = 4$) простору розмірність r_n лінії визначається перетином циліндра і двовимірної координатної площини Oxt ($m = 2$).

Висновки

Обґрунтовані теоретичні міркування розкривають практичну доцільність застосування багатовимірних фазових просторів у дослідженнях багатопараметричних технічних систем розширенням можливостей аналізу критичних значень параметрів окремих ланок досліджуваної системи, яких вони можуть набувати одночасно. Такі геометричні засоби у вигляді $(n-1)$ – вимірних циліндричних ортогональних гіперповерхонь можуть бути використані при дослідженні широкого кола технічних систем із залученням багатопросторових ліній. Перспективними є подальші дослідження, направлені на створення проєкційних зображень гіперповерхонь фазових n – просторів багатопараметричних технічних систем з пов'язаними однією проєкцією чотирма і більше параметрів.

Список використаної літератури

1. Гумен О.М., Мартин Є.В. Гіперповерхні траєкторій фазових n – просторів. *Сучасні проблеми моделювання*. 2019. № 15. С. 66–72.
2. Чорний О.П. та ін. Моделювання електромеханічних систем. Кременчук: Видавництво ПП Щербатих, 2001. С. 114–139.
3. Ковальов С.М. та ін. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Спеціальні розділи. Луцьк : ЛДТУ, 2006. 256 с.

4. Адоньєв Є.О., Верещага В.М., Найдиш А.В. Композиційний метод утворення поверхонь: суть, особливості та перспективи використання у моделюванні багатофакторних процесів. *Обухівські читання*: зб. тез доп. XII міжн. наук.-практ. конф. Київ, 2017. С. 94–99.
5. Гумен О.М., Лясковська С.Є. Геометрія проєктивних n – просторів щодо перебігу технологічних процесів у дослідженнях багатопараметричних систем. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Мелітополь, 2011. Вип. 4, Т. 49. С. 89–94.
6. Филиппов П.В. Начертательная геометрия многомерного пространства и её приложения. Ленинград: ЛГУ, 1979. 280 с.
7. Гумен О.М., Лясковська С.Є., Мартин Є.В. Достатність проєкційних зображень 1 – багатовидів n – просторів стану технічних систем. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. № 1. С. 58–67.
8. Мартин Є.В., Герговський О.І., Лясковська С.Є. Інформаційні технології в геометричному моделюванні технічних об'єктів. *Науковий вісник ТДАТУ*. 2020. № 20(3). С. 218–230.

References

1. Gumen, O.M., & Martyn, Ye.V. (2019). Hiperpoverkhni traiektorii fazovykh n – prostoriv. *Suchasni problemy modeliuвання*. **15**, 66–72.
2. Chorni, O.P. ta in. (2001). Modeliuвання elektromekhanichnykh system. Kremenchuk : Vydavnytstvo PP Shcherbatykh. pp. 114–139.
3. Kovalov, S.M. ta in. (2006). Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. Spetsialni rozdily. Lutsk : LDTU.
4. Adoniev, Ye.O., Vereshchaha, V.M., & Naidysh, A.V. (2017). Kompozytsiinyi metod utvorennia poverkhon: sut, osoblyvosti ta perspektyvy vykorystannia u modeliuванні bahatofaktornykh protsesiv. *Obukhivski chytannia* : zb. tez dop. XII mizhn. nauk.-prakt. konf. Kyiv, pp. 94–99.
5. Gumen, O.M., & Liaskovska, S.Ye. (2011). Heometriia proektyvnykh n – prostoriv shchodo perebihu tekhnolohichnykh protsesiv u doslidzhenniakh bahatoparametrychnykh system. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Melitopol. **4**, 49, 89–94.
6. Filippov, P.V. (1979). Nachertatel'naya geometriya mnogomernogo prostranstva i ego prilozheniya. Leningrad: LGU.
7. Gumen, O.M., Liaskovska, S.Ye., & Martyn, Ye.V. (2018). Dostatnist proektsiinykh zobrazhen 1– bahatovydiv n – prostoriv stanu tekhnichnykh system. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*. **1**, 58–67.
8. Martyn, Ye.V., Herhovskiy, O.I., & Liaskovska S.Ye. (2020). Informatsiini tekhnolohii v heometrychnomu modeliuванні tekhnichnykh obiektiv. *Naukovyi visnyk TDAU*. **20**(3), 218–230.

Гумен Олена Миколаївна – д.т.н., професор кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X.

Лясковська Соломія Євгенівна – к.т.н., доцент кафедри проєктування та експлуатації машин Національного університету «Львівська політехніка». E-mail: fmf_ikg@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0822-0951.

Мартин Євген Володимирович – д.т.н., професор кафедри управління проєктами, інформаційних технологій та телекомунікацій Львівського державного університету безпеки життєдіяльності. E-mail: evmartun@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9095-7057.