

The crowd conditions of connection are determined between two rows of indexes – the part of local budget revenues in consolidated revenues of Ukraine and the part of local budget revenues in GDP. The part of local budget revenues in GDP characterized the degree of decentralization of the budgetary system of Ukraine and the degree of autonomy of local governments.

**Keywords:** economic and mathematical methods, budget, local governments, fiscal potential.

**УДК 372.851**     *Доц. А.Д. Кузик, канд. фіз.-мат. наук; доц. О.В. Меньшикова, канд. фіз.-мат. наук; доц. О.М. Трусевич, канд. фіз.-мат. наук; доц. О.О. Карабин, канд. фіз.-мат. наук – Львівський ДУ БЖД*

## МУЛЬТИМЕДІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У ПРОЦЕСІ ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Поєднання традиційних і новітніх технологій у навчальному процесі сприяє підвищенню якості математичних знань студентів та покращенню підготовки кваліфікованих спеціалістів. Показано можливості використання програмного пакета Mathcad 13 у процесі викладання вищої математики. Детально описано процес створення серії кадрів анімаційного відеоролика, а також описано процес анімації залежності форми еліпса від ексцентриситету та розклад функції в ряд Фур'є. Усі етапи побудови анімації зображено на рисунках.

**Ключові слова:** анімований графік, ексцентриситет, ряд Фур'є.

Для багатьох студентів нематематичних спеціальностей вища математика є дисципліною, складною для розуміння, сприйняття та практичного застосування. На жаль, навіть серед першокурсників природничих спеціальностей є небагато тих, хто називає математику улюбленим предметом. Лише окремі студенти бачать красу та гармонію в математичній науці та отримують задоволення від розв'язування цікавих задач. Але незважаючи на труднощі в сприйманні, вища математика була й залишається однією з базових дисциплін, як технічних, так і багатьох нетехнічних спеціальностей. Мова математики є мовою сучасної науки, знання її не тільки забезпечить відповідний світовому рівень загальної та професійної культури, але й розвиває навички логічного та алгоритмічного мислення. Тому одним із головних завдань, що стоять перед вищою школою, є підвищення якості математичної підготовки студентів. Одним із засобів активізації інтересу до вивчення математичних дисциплін є застосування інформаційних технологій у процесі навчання. З метою проведення математичних досліджень, полегшення та унаочнення викладання математики створені такі програмні пакети, як Mathematica (фірма Wolfram Research), Maple (фірма Waterloo Maple Inc), MATLAB (фірма The MathWorks), Mathcad (фірма MathSoft Inc) та ін.

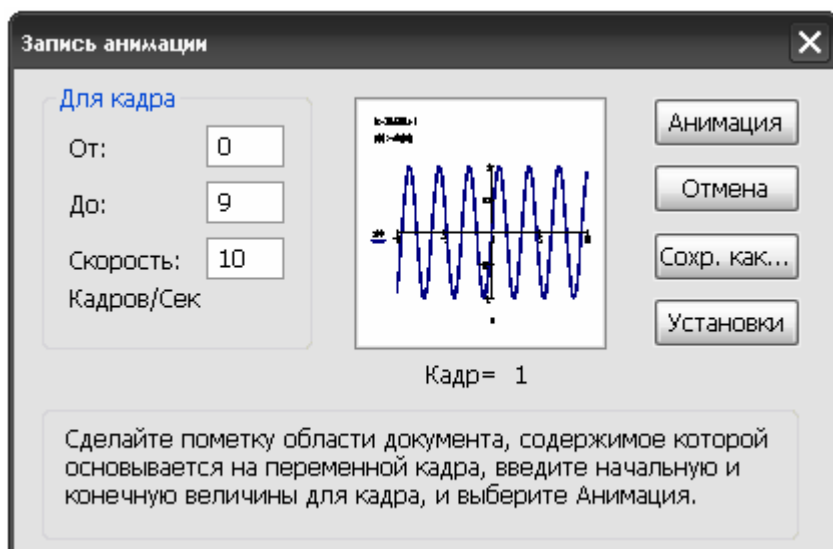
Як окрему перевагу перелічених програм, виділимо потужні графічні можливості візуалізації математичних понять та методів, зокрема границі функції, апроксимації функції, побудови інтегральних кривих диференціальних рівнянь за різних початкових умов та ін. Така наочність, своєю чергою, допомагає кращому розумінню та засвоєнню матеріалу, що сприяє зацікавленості та активізації пізнавальної діяльності.

Багато інформації щодо застосування названих програмних пакетів та роботи в них можна почерпнути з Інтернету, але в друкованих виданнях є ду-

же мало праць, які описували б методику застосування пакетів до вирішення певних практичних задач. Зокрема, у роботі [4] детально описано хід розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння другого порядку та побудова графіку розв'язку із застосуванням пакету MathCAD.

**Метою роботи** є створення анімованих графіків, що ілюструють деякі поняття вищої математики за допомогою Mathcad 13. Цей пакет дає змогу створювати анімаційні файли з розширенням \*.avi, які можна відтворити за допомогою стандартного програмного забезпечення, зокрема Windows Media Player.

Принцип анімації досить простий в роботі. У системі є вбудована змінна FRAME, яка приймає цілочисельні значення від 0 до 9, за замовчуванням, з кроком 1. Будь-яка функція, графік якої планується спостерігати в розвитку, повинна бути функцією цієї змінної, що є, по суті, просто номером поточного кадру. Анімація здійснюється шляхом створення послідовності кадрів. Для цього в меню "Инструменты" вибираємо "Анимация→ Запись анимации". При цьому на екрані з'явиться діалогове вікно (рис. 1), у якому можна задати діапазон зміни змінної FRAME та швидкість зміни кадрів.



*Рис. 1. Діалогове вікно "Запись анимации" в пакеті Mathcad*

На наступному етапі виділяємо потрібний фрагмент зображення, натискаємо кнопку "Анимация" та створюємо послідовність анімаційних кадрів. При цьому зміну кадрів можна спостерігати в спеціальній зоні вікна "Запись анимации" (рис. 1). Чим більшим є кінцеве значення змінної FRAME і вищою є частота кадрів, тим плавніше здійснюється анімація. При цьому збільшується розмір AVI-файлів. Після завершення процесу створення серії кадрів анімаційного відеоролика з'явиться програвач анімаційних кадрів, який дає змогу спостерігати зміну графіка в часі (рис. 2).

Якщо отриманий результат задовольняє розробника, то створену анімацію зберігаємо. Для цього натискаємо кнопку Сохранить как... В іншому випадку спробуємо підібрати більш вдалий діапазон і швидкість зміни кадрів. У процесі розроблення навчальних анімацій потрібно ретельно продумувати і підбирати залежність параметрів функції, графік якої спостерігається, від змінної FRAME.

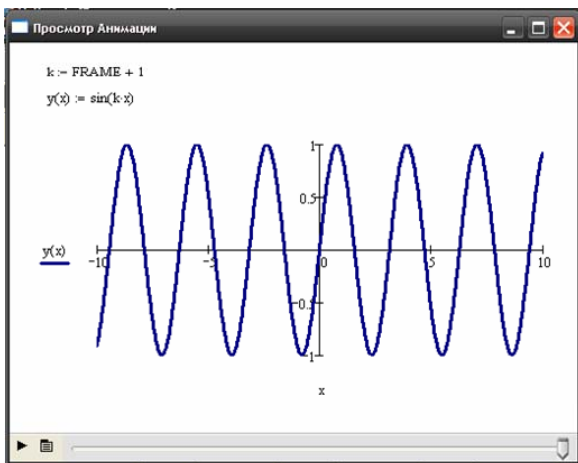


Рис. 2. Анімація побудови графіка функції  $y = \sin kx$

Зауважимо, що при створенні анімаційних фрагментів треба відключати всі опції автоматичного масштабування графіків і переходити до ручного задавання масштабу.

Виділимо ще два аспекти роботи із засобами анімації. Перший аспект полягає в тому, що у виділену область анімації можна вводити як цілий графік, так і його частину, а також формули і написи. Якщо виділеної області немає, то кнопка "Анімація" неактивна.

Другий аспект пов'язаний з тим, що програвач файлів з розширенням

AVI може також відтворювати файли, що створені іншими мультимедійними системами, причому із стереофонічним звуковим супроводом, що дає додаткові можливості у створенні навчальних програм і мультимедійних підручників. Розглянемо детальніше створення анімації таких понять вищої математики, як ексцентриситет еліпса та ряд Фур'є.

Ексцентриситет еліпса. Аналітична геометрія – це один із розділів вищої математики, який найбільше потребує унаочнення у процесі викладання. Теоретичний матеріал багатий на графічні ілюстрації, побудову графіків як на площині, так і в просторі. Використання мультимедійної техніки є найбільш доцільним саме в процесі вивчення аналітичної геометрії, зокрема кривих та поверхонь другого порядку. Mathcad, як й інші пакети програм, дає змогу створювати двовимірні та тривимірні графіки кривих і поверхонь, що вивчаються. Створимо анімацію, що ілюструє поняття ексцентриситету еліпса. Згідно з означенням, ексцентриситет еліпса  $\varepsilon$  дорівнює відношенню половини фокусної відстані еліпса  $c$  до довжини більшої півосі  $a$  та є мірою відхилення еліпса від кола. Обчислюється ексцентриситет за формулою

$$\varepsilon = \frac{c}{a}, \tag{1}$$

або 
$$\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \tag{2}$$

де:  $a$  – величина великої півосі,  $b$  – величина малої півосі,  $c$  – половина фокусної відстані.

Зафіксуємо значення великої півосі  $a = 10$ . Величину малої півосі будемо змінювати для кожного кадру. Значення ексцентриситету обчислимо за формулою (2) у вигляді команд Mathcad:

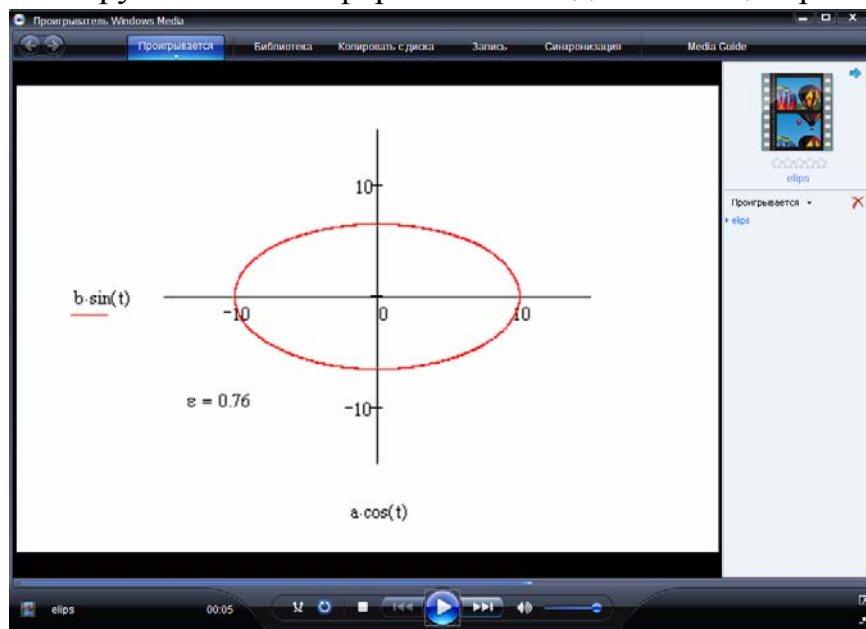
$$a := 10.0 \quad b := \frac{\text{FRAME} + 2}{2} \quad \varepsilon_{\text{ww}} := \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

Для побудови графіка еліпса за заданих значень півосей скористаємось параметричним рівнянням еліпса:

$$x = a \cos(t),$$

$$y = b \sin(t), 0 \leq t \leq 2\pi.$$

В область анімації включимо графік та значення ексцентриситету, яке буде перераховуватися для кожного кадру. Таким чином ми отримаємо відеофайл, який ілюструє залежність форми еліпса від його ексцентриситету (рис. 3).



**Рис. 3. Демонстрація залежності форми еліпса від ексцентриситету**

Ряд Фур'є. Наступна анімація демонструє можливість наближення функції її відповідним рядом Фур'є. Як відомо, якщо періодична функція  $f(x)$  з періодом  $2\pi$  є обмеженою на відрізку  $[-\pi, \pi]$  і складається з монотонних частин, то ряд Фур'є цієї функції збіжний на всій числовій прямій, а сума ряду дорівнює значенню функції  $f(x)$  в усіх точках неперервності  $f(x)$ . Якщо ж у ряді Фур'є обмежитись скінченною кількістю доданків  $N$  (назвемо таку скінченну суму многочленом Фур'є степеня  $N$ ), то одержимо наближене значення функції  $f(x)$ . Створимо в точці анімацію, яка ілюструє, як із збільшенням кількості доданків розкладу функції  $y = f(x)$  в ряд Фур'є графік цього розкладу наближатиметься до графіка функції.

Нехай задано функцію  $f(x) = 2x + 1$  на інтервалі  $[-\pi; \pi]$ . Розкладемо її в ряд Фур'є. Отримаємо:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (2x + 1) dx = \frac{1}{\pi} (x^2 + x) \Big|_{-\pi}^{\pi} = 2,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (2x + 1) \cos nx dx = \frac{1}{\pi n} (2x + 1) \sin nx \Big|_{-\pi}^{\pi} - \frac{2}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx dx = \frac{2}{\pi n^2} \cos nx \Big|_{-\pi}^{\pi} = 0,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (2x + 1) \sin nx dx = -\frac{1}{\pi n} (2x + 1) \cos nx \Big|_{-\pi}^{\pi} + \frac{2}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx =$$

$$= -\frac{1}{\pi n} ((2\pi + 1) \cos n\pi - (-2\pi + 1) \cos(-n\pi)) + \frac{2}{\pi n^2} \sin nx \Big|_{-\pi}^{\pi} = (-1)^{n+1} \frac{4}{n}, \quad n=1, 2, \dots$$

Одержуємо ряд Фур'є заданої функції

$$2x + 1 = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( (-1)^{n+1} \frac{4}{n} \sin nx \right)$$

Обчислення можна спростити, скориставшись можливостями Mathcad. Хоча цей пакет не має вбудованих функцій для знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є, та це можна зробити наявним інструментом інтегрування.

$$\begin{aligned}
 & f(x) := (2x + 1) \qquad N := 2 \cdot \text{FRAME} + 2 \\
 & \text{CoeffF}(f, N) := \left( \begin{array}{l} R^{(0)} \leftarrow \left( \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \, dx \right) \\ \text{for } n \in 1..N \\ R^{(n)} \leftarrow \left( \begin{array}{l} \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos(n \cdot x) \, dx \\ \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin(n \cdot x) \, dx \end{array} \right) \end{array} \right) \\
 & (R)^T \\
 & \text{res} := \text{CoeffF}(f, N) \\
 & a := \text{res}^{(0)} \qquad b := \text{res}^{(1)} \\
 & p(x) := \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cdot \cos(n \cdot x) + b_n \cdot \sin(n \cdot x))
 \end{aligned}$$

Внаслідок отримуємо функцію  $p(x)$ , яка є сумою  $N$  перших доданків заданої функції. Побудуємо графіки функції  $f(x)$  та  $p(x)$  на відрізку  $[-\pi, \pi]$ . Значення  $N$  буде залежати від змінної FRAME.

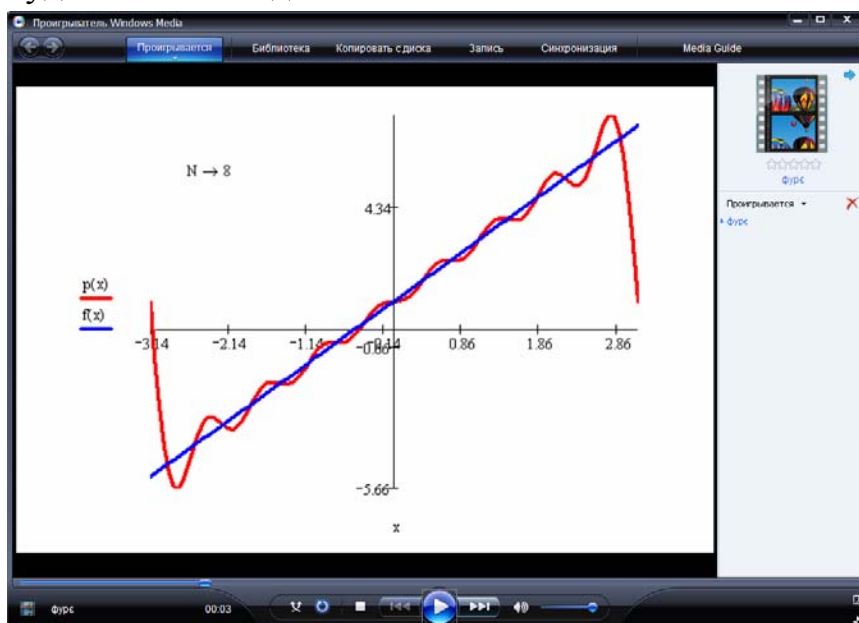


Рис. 4. Демонстрація заміни функції рядом Фур'є

В область анімації включимо графіки функцій та значення  $N$ . Запишемо відеофайл з 16 кадрів зі швидкістю один кадр на секунду. Останній кадр при цьому зображає наближення функцій  $f(x)$  многочленом Фур'є, складеним з 32 доданків (рис. 4).

**Висновки.** Як бачимо, побудова анімаційних графіків функцій дає змогу унаочнити процес викладання вищої математики, візуалізувати його, а це, своєю чергою, сприяє підвищенню якості математичних знань майбутніх фахівців, а інформатизація навчального процесу має бути заснована на органічному поєднанні традиційних і новітніх засобів навчання.

### Література

1. Дубовик В.П. Вища математика : навч. посібн. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – К. : Изд-во АСК., 2001. – 648 с.
2. Овчинников П.П. Вища математика. – У 2-ох ч. – Ч. II / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко. – К. : Вид-во "Техніка". – 2000.
3. Алексеев Е.Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 5 / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова. – М. : Изд-во "НТ Пресс", 2006. – 496 с.
4. Васіна Л.С. Практичні роботи з використанням MathCAD в курсі "Диференціальні рівняння" / Л.С. Васіна, В.Д. Мохонько // Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах : матер. XV міжвуз. наук.-практ. конф., 24 лют., 2010 р. – Львів, 2010. – С. 43.
5. Карабин О.О. Використання комп'ютерної алгебри при проведенні занять з курсу вищої математики для інженерних спеціальностей / О.О. Карабин, О.В. Меньшикова, О.Ю. Чмир // Методы совершенствования фундаментального образования в школах и вузах : матер. XIV Междунар. научно-метод. конф., 21-25 сент., 2009 г. – Севастополь, 2009. – С. 49.

#### **Кузык А.Д., Меньшикова О.В., Трусевич О.М., Карабын О.О. Мультимедийные технологии в процессе преподавания высшей математики**

Сочетание традиционных и новейших технологий в учебном процессе способствует повышению качества математических знаний студентов и улучшению подготовки квалифицированных специалистов. Показаны возможности использования программного пакета Mathcad 13 в процессе преподавания высшей математики. Подробно описан процесс создания серии кадров анимационного видеоролика, а также процесс анимации зависимости формы эллипса от эксцентриситета и разложение функции в ряд Фурье. Все этапы построения анимации изображены на рисунках.

**Ключевые слова:** анимированный график, эксцентриситет, ряд Фурье.

#### **Kuzuk A.D., Menshikova O.V., Trusevych O.M., Karabyn O.O. The use of multimedia in higher mathematics teaching process**

The combination of traditional technologies and multimedia in the teaching process facilitates the increase of quality of mathematics knowledge that students have and improvement of qualified specialists preparation. The possibilities of Mathcad 13 software package usage in the process of teaching mathematics have been shown. There is a detailed description how the series of the animation video filming shots have been created and the animation process of the ellipses shape dependence on the eccentricity and finally the decomposition of the function in the Fourier row. All these stages of animation creation are accompanied with pictures.

**Keywords:** animation graph, eccentricity, Fourier series.

УДК 658.5:061.5

Доц. Н.Г. Міценко, канд. екон. наук;  
магістр С.В. Титар – Львівська КА

### ПРОБЛЕМНИЙ АНАЛІЗ В УПРАВЛІННІ РЕСУРСНИМ ПОТЕНЦІАЛОМ ТОРГОВЕЛЬНИХ ПІДПРИЄМСТВ

Визначено сутність та складові ресурсного потенціалу торговельного підприємства. Обґрунтовано необхідність проблемного аналізу ресурсного потенціалу