УДК 512.8

ПЕРШІ ЗНАЙОМСТВА З УЗАГАЛЬНЕННЯМИ: ГІПЕРКОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

Кордунова Ю., Хомич І.
Тацій Р.М., д-р фіз.-мат. наук, професор
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

Вступні зауваження. В елементарній алгебрі поряд з дійсними числами розглядається і більш широка система комплексних чисел. Причиною, появи комплексних чисел, є розв'язання алгебраїчних (зокрема квадратних) рівнянь. Так, наприклад, рівняння $x^2+1=0$ неможливо розв'язати, обмежуючись лише дійсними числами (не існує такого дійсного числа α).

Історія комплексних чисел починається з 16 століття. Італійські математики Джироламо Кардано і Рафаель Бомбеллі, розв'язуючи квадратні рівняння, ввели в розгляд символ $\sqrt{-1}$, а також вираз $\beta\sqrt{-1}$ – формальний розв'язок рівняння $x^2+\beta^2=0$. Вираз більш загального вигляду $\alpha+\beta\sqrt{-1}$ можна розглядати тоді як формальний розв'язок рівняння $(x-\alpha)^2+\beta^2=0$. Як наслідок, вирази вигляду $\alpha+\beta\sqrt{-1}$ стали називати «уявними», а згодом «комплексними» числами і записуватися як $\alpha+\beta i$ (символ i для позначення $\sqrt{-1}$ ввів Л. Ейлер в XVIII ст.). Цих чисел виявляється достатньо для знаходження розв'язку будь-якого квадратного рівняння (якщо його дискримінант від'ємний).

Отже, комплексним числом (див. наприклад [1]) називається число вигляду

$$z=\alpha+\beta i \tag{1}$$

де α та β – дійсні числа, а символу i присвоюється $i^2=-1$.

Кватерніони. Досвід побудови комплексних чисел наштовхує на думку піти далі і розглянути числа вигляду $z=\alpha+\beta i+\gamma j$ (де α, β, γ – дійсні числа, а i та j – деякі символи). Також, якщо додати ще один символ k та розглянути числа вигляду

$$z=\alpha+\beta i+\gamma j+\delta k, \tag{2}$$

які називаються кватерніонами, то можна отримати систему з діленням. Говорячи більш точно, можна так ввести множення для чисел (2), щоб виконувалась ще й зворотня для множення дія – ділення [2].

Щоб описати своєрідний закон множення для таких чисел, достатньо дізнатися,чому дорівнюють всеможливі парні множників чисел i, j, k [2].

За означенням:

$$i^2 = -1, \qquad j^2 = -1, \qquad k^2 = -1,$$

$$ij = k, \quad ji = -k,$$

$$jk = i, \quad kj = -i,$$

$$ki = j \quad ik = -j.$$

Гіперкомплексні числа. Розглянені нами комплексні числа та кватерніони охоплюються більш загальним поняттям - гіперкомплексною системою чисел. Тепер, коли ми знаєм найбільш прості приклади таких систем, нам буде легше зрозуміти загальне визначення гіперкомплексної системи чисел.

Зафіксуємо натуральне число n і розглянемо вираз виду

$$z = a_0 + a_{1i1} + a_{2i2} + ... + a_{nin}, \tag{3}$$

де $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ – дійсні числа, а i_1, i_2, i_n – деякі символи.

Числа типу (3) називають гіперкомплексними.

Висновок. Поняття «комплексні та «гіперкомплексні»числа виникли з практичної необхідності розширити означення дійсних чисел, що обмежувало можливості заснування, наприклад, формули коренів квадратного рівняння

Історія розвитку науки та техніки впровадила точний крок, оскільки це стало стимулом для бурхливого їх розвитку.

Автори розв'язали ряд задач, що запропоновані в [2] в якості вправ та самостійних доведень.

Література

1. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. зак. / В. П. Дубовик., І. І. Юрик. – К. : Ігнатекс-Україна., 2011. – 648с: іл. – (Вища школа). – Бібліогр. : с. 632-633.

2. Кантор И. Л., Солодовников А. С. Гиперкомплексные числа. М. : Наука., 1973. – 144с. іл.