УДК 614.84
DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.280223.22.915

ТЕПЛОВІ ПРОЦЕСИ ТЕРМОРЕЗИСТИВНИХ ЧУТЛИВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПОЖЕЖНИХ СПОВІЩУВАЧІВ

ВАСИЛЬЄВА О. Е. [1*] , *докт. техн. наук, проф.,*
КОЗАК Я. Я. [2], *ад'юнкт*

[1*] Кафедра прикладної математики і механіки, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності вул. Клепарівська, 35, 79007, Львів, Україна, тел. +38 (067) 371-69-07, e-mail: vassabi13@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-2921-1760
[2] Кафедра прикладної математики і механіки, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, вул. Клепарівська, 35, 79007, Львів, Україна, тел. +38 (097) 889-34-31, e-mail: yaruk.38@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-1283-2536

Анотація. ***Мета.*** Розглянуто теплові процеси в терморезистивному чутливому елементі пожежних сповіщувачів під час протікання через нього електричного струму. Такі процеси описуються неоднорідним рівнянням математичної фізики із граничними умовами третього роду. ***Методика.*** Для розв'язання диференційного рівняння, яке описує теплові процеси в терморезистивному чутливому елементі пожежних сповіщувачів, використовується інтегральне перетворення Ханкеля. В результаті перетворень отримано загальний вираз для температури терморезистивного чутливого елемента пожежних сповіщувачів за умови протікання через нього електричного струму без обмежень на його параметри. Цей вираз представлено у вигляді ряду функцій Бесселя. ***Результати.*** Дослідження підтвердили, що через малі розміри чутливого елемента пожежних сповіщувачів вираз для його температури представлено у вигляді усередненої величини по об'єму чутливого елемента величини. ***Наукова новизна.*** Вперше отримано загальний вираз для температури терморезистивного чутливого елемента пожежних сповіщувачів, що дозволяє отримувати його основні технічні характеристики, а також стало основою для переходу до інших його математичних описів. ***Практична значимість***. Із використанням інтегрального перетворення Лапласа отримано вираз для передаточної функції терморезистивного чутливого елемента пожежних сповіщувачів і підтверджено, що з похибкою, величина якої не перевищує 4,6 %, вона описується передаточною функцією інерційної ланки.

Ключові слова: *теплові процеси; терморезистивні чутливі елементи пожежних сповіщувачів; інтегральне перетворення; функція інерційної ланки; електричний струм*

THERMAL PROCESSES OF FIRE DETECTORS' HEAT-RESISTANT SENSITIVE ELEMENTS

VASILYEVA O.E. [1*], *Ph. D., Prof.,*
KOZAK Ya.Ya. [2], *Adjunct*

[1*] Department of Applied Mathematics and Mechanics, Lviv State University of Life Safety, 35, Kleparivska St., Lviv, 79007, Ukraine, tel. +38 (067) 371-69-07, e-mail: vassabi13@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-2921-1760
[2] Department of Applied Mathematics and Mechanics, Lviv State University of Life Safety, 35, Kleparivska St., Lviv, 79007, Ukraine, tel. +38 (097) 889-34-31 e-mail: yaruk.38@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-1283-2536

Abstract. ***The purpose of the article.*** The article deals with thermal processes in the heat-resistant sensitive element of fire detectors when an electric current flows through it. Such processes are described by an inhomogeneous equation of mathematical physics with boundary conditions of the third kind. ***Methodology***. The Hankel integral transformation is used to solve the differential equation that describes the thermal processes in the heat-resistant sensitive element of fire detectors. As a result of the transformations, a general expression was obtained for the temperature of the heat-resistant sensitive element of fire detectors under the condition that an electric current flows through it without restrictions on its parameters. This expression is represented as a series of Bessel functions. ***Results.*** The results of scientific research confirmed that due to the small size of the fire detectors' sensitive element, the expression for its temperature is presented in the form of an average value over the sensitive element volume. ***Scientific novelty.*** For the first time, a general expression for the temperature of the heat-resistant sensitive element of fire detectors is obtained, which allows obtaining its main technical characteristics, and also serves as a basis for moving to other mathematical descriptions. ***Practical value.*** Also, using the integral Laplace transformation, an expression for the transfer function of the fire detectors' heat-resistant sensitive element was obtained and it was confirmed that with an error of no more than 4,6 %, it is described by the transfer function of the inertial link.

Keywords: *thermal processes; heat-resistant sensitive elements of fire detectors; integral transformation; inertial link function; electric currentt*

Введення. Наразі не існує обґрунтування математичних моделей теплових пожежних сповіщувачів із терморезистивним чутливим елементом, яке містило б кількісні оцінки параметрів таких моделей, число форм імпульсів електричного струму, за допомогою яких здійснюється тепловий тест-вплив на терморезистивний чутливий елемент пожежного сповіщувача.

Початкова стадія пожежі характеризується зміною температури за квазілінійним законом у часі. Тепловий вплив на чутливий елемент пожежних сповіщувачів може здійснюватись за допомогою і зовнішніх, і внутрішніх джерел тепла. Другий варіант характерний для пожежних сповіщувачів із терморезистивним чутливим елементом та оснований на використанні ефекту Джоуля–Ленца. У цьому випадку відкриваються нові можливості для підвищення ефективності системи експлуатації пожежних сповіщувачів такого типу.

Мета дослідження. Наразі не існує залежностей для визначення температури терморезистивного чутливого елемента пожежних сповіщувачів за умови проходження через нього електричного струму без обмежень для його параметрів. Також відсутні залежності для визначення передаточної функції терморезистивного чутливого елемента пожежних сповіщувачів.

Завдання – дослідити теплові процеси в терморезистивному чутливому елементі пожежних сповіщувачів, отримати загальний вираз для визначення температури терморезистивного чутливого елемента пожежних сповіщувачів за умови протікання через нього електричного струму без обмежень на його параметри.

Аналіз проблеми. Аналіз методів визначення часових параметрів теплових пожежних сповіщувачів свідчить що тепловий вплив на їх чутливий елемент може здійснюватись за допомогою і зовнішніх, і внутрішніх джерел тепла. У більшості випадків використовується перший варіант. Другий варіант характерний для пожежних сповіщувачів із терморезистивним чутливим елементом та оснований на використанні ефекту Джоуля–Ленца.

У цьому випадку відкриваються нові можливості щодо підвищення ефективності системи експлуатації як пожежних сповіщувачів, так і систем виявлення пожеж загалом. Об'єктові випробування таких пожежних сповіщувачів можуть бути реалізовані в автоматичному режимі з одержанням оцінок їх технічних характеристик.

Однак ще є чимало не вирішених питань. Зокрема:

− немає обґрунтування щодо математичних моделей теплових пожежних сповіщувачів із терморезистивним чутливим елементом, яке містило б кількісні оцінки параметрів таких моделей;

− число форм імпульсів електричного струму, за допомогою яких здійснюється тепловий тест-вплив на терморезистивний чутливий елемент пожежного сповіщувача, обмежене, а їх вибір проводиться не якісно;

− усі наявні алгоритми для визначення часових параметрів теплових пожежних сповіщувачів містять багато (понад три) параметрів, значення яких підлягають ідентифікації;

− не враховується вплив варіацій температури навколишнього середовища у місці установки пожежного сповіщувача на результат його випробування;

− відсутнє обґрунтування вибору алгоритмів визначення часових параметрів пожежних сповіщувачів із терморезистивним чутливим елементом із використанням кількісних показників або критеріїв.

У зв'язку із цим основним завданням є обґрунтування імпульсного методу визначення часових параметрів – часу спрацьовування та постійної часу теплових пожежних сповіщувачів із терморезистивним чутливим елементом, в основі якого лежить використання ефекту Джоуля–Ленца та реалізація якого забезпечується під час протікання одиночних імпульсів електричного струму непрямокутної форми через терморезистивний чутливий елемент пожежних сповіщувачів.

Для виконання основного завдання потрібно:

− створити математичні моделі, що описують теплові процеси в терморезистивному чутливому елементі пожежних сповіщувачів внаслідок теплової дії електричного струму, який протікає через нього, та одержати оцінки параметрів таких моделей;

– стосовно до імпульсів електричного струму непрямокутної форми розробити математичні моделі, що описують реакцію терморезистивного чутливого елемента пожежних сповіщувачів на їх теплову дію, та сформувати варіанти алгоритмів для реалізації методу визначення його постійної часу;

– одержати оцінки для впливу варіацій температури навколишнього середовища на процес визначення часового параметра пожежного сповіщувача із терморезистивним чутливим елементом та обґрунтувати вибір варіанта алгоритму для реалізації методу його визначення;

– із використанням пакета візуального програмування Simulink створити імітаційні моделі для визначення часового параметра пожежного сповіщувача із терморезистивним чутливим елементом та за їх допомогою обґрунтувати вибір початкових даних для реалізації методу його визначення;

– розробити алгоритм для реалізації імпульсного методу визначення часових параметрів – часу спрацьовування та постійної часу теплових пожежних сповіщувачів із терморезистивним чутливим елементом і надати його словесну інтерпретацію.

Методика. Початкова стадія пожежі характеризується зміною температури за квазілінійним у часі законом струму *i(t)* через терморезистивний чутливий елемент пожежного сповіщувача. Згідно із законом Джоуля–Ленца [2] буде мати місце тепловий ефект, внаслідок чого температура *T(r, t)* такого чутливого елемента буде змінюватись.

Опис теплових процесів у терморезистивному чутливому елементі пожежного сповіщувача можна подати у вигляді диференційного рівняння [8–10]:

$$\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial\theta} = a\left[\frac{\partial\theta(r_i t)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\theta(r_i t)}{ir}\right] + \varphi(r_i t) \qquad (1)$$

із початковими і граничними умовами:

$$\theta(r_i 0) = 0;\ \frac{\partial\theta(D,t)}{\partial r} = 0;\ \frac{\partial\theta(R,t)}{\partial r} = -h\theta(R,t), \qquad (2)$$

де a – коефіцієнт температуропровідності терморезистивного чутливого елемента; h – відносний коефіцієнт теплообміну; R – радіус терморезистивного чутливого елемента; *φ(t)* – функція, яка описує внутрішнє джерело тепла, що зумовлено тепловою дією електричного струму *i(t):*

$$\varphi(r,t) = Ki^2(t), \qquad (3)$$

де K = *const* – параметр.

У виразах (1) та (2) враховано залежність:

$$\theta\,(r, t) = T(r, t) - T_0, \qquad (4)$$

де T_0 – температура терморезистивного чутливого елемента в початковий момент часу.

Якщо застосувати інтегральне перетворення Ханкеля до диференційного рівняння (1), його можна переписати таким чином [3–5]:

$$\frac{d\theta(\frac{\mu_n}{R},t)}{dt} = aH\left[\frac{\partial^2\theta(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r}\right] + \varphi(\frac{\mu_n}{R},t), \qquad (5)$$

де:

$$\theta\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = H[\theta(r,t)] = \int_0^R rI_0\left(\frac{\mu_n}{R}\right)t(r,t)dr \qquad (6)$$

$$\varphi\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = H[\varphi(r,t)] = \int_0^R I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)\varphi(r,t)dr \qquad (7)$$

μ_n – n-й корінь трансцендентного рівняння:

$$\mathrm{WR}I_0(\mu) - \mu I_1(\mu) = 0, \qquad (8)$$

де $I_0(\mu), I_1(\mu)$ – функції Бесселя першого роду нульового та першого порядків відповідно; H – оператор інтегрального перетворення Ханкеля.

Визначимо першу адитивну складову правої частини диференційного рівняння (5), тобто:

$$I = H\left[\frac{\partial^2\theta(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r}\right] = \int_0^R rI_0(\frac{\mu_n r}{R}) \times \left[\frac{\partial^2\theta(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r}\right]dr. \qquad (9)$$

Після інтегрування по частинах вираз (9) трансформується як:

$$\begin{aligned} I &= r\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r}I_0\int_0^R - \int_0^R \frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r}\left(\frac{d}{dr}I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) - I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)\right)dr \\ &= r\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r}I_0(\frac{\mu_n r}{R})\int_0^R - \frac{\mu_n r}{R}\int_0^R r\frac{\partial\theta(r,t)}{\theta r}I_0^1\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)dr, \end{aligned} \qquad (10)$$

де $I_0^1\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) = \frac{d}{dr} I_0(\frac{\mu_n r}{R})$. (11)

Для другої адитивної складової правої частини (10) після інтегрування по частинах матиме місце:

$$I_1 = \frac{\mu n}{R}\int_0^R r\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r} I_0^I\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)dr = \frac{\mu_n r}{R}\theta(r,t)I_0^I(\frac{\mu_n r}{R})\int_0^R - \frac{\mu_n}{r}\int_0^R \theta(r,t)\left(I_0^I\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) + \frac{\mu_n r}{R} I_0^{II}\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)\right)dr, \quad (12)$$

де:

$$I_0^{II}\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) = \frac{d^2}{dr^2} I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right). \quad (13)$$

Якщо диференційне рівняння Бесселя відносно функції $I_0(\frac{\mu_n r}{R})$ записати у вигляді [6]:

$$\frac{\mu_n r}{R} I_0^{II}\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) + I_0^I\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) + \frac{\mu_n r}{R} I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) = 0, \quad (14)$$

то при врахуванні (14) вираз для I_1 можна переписати як:

$$I_1 = \frac{\mu_n r}{R}\theta(r,t)I_0^I(\frac{\mu_n r}{R})\int_0^R - \frac{\mu_n}{R}\int_0^R \theta(r,t)(\frac{\mu_n r}{R} I_0^{II}(\frac{\mu_n r}{R}) + I_0^I(\frac{\mu_n r}{R}) + \frac{\mu_n r}{R} I_0(\frac{\mu_n r}{R}) - -\frac{\mu_n r}{R} I_0(\frac{\mu_n r}{R}) - \frac{\mu_n r}{R} I_0(\frac{\mu_n r}{R}))dr = \frac{\mu_n r}{R}\theta(r,t)I_0^I(\frac{\mu_n r}{R}) + +(\frac{\mu_n}{R})^2\int_0^R rI_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)\theta(r,t)dr = \frac{\mu_n r}{R}\theta(r,t)I_0^I\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) + (\frac{\mu_n}{R})^2\theta(\frac{\mu_n}{R},t). \quad (15)$$

Із врахуванням (10), (12) та (15) вираз (9) буде трансформовано до вигляду:

$$I = \left(r\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r} I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) - \frac{\mu_n r}{R}\theta(r,t)I_O^I\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)\right)\int_0^R - (\frac{\mu_n}{R})^2\theta\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = \left(r\frac{\partial\theta(r,t)}{\partial r} I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) + rh\theta(r,t)I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)\right)RI_0(\mu_n)\left[\frac{\partial\theta(R,t)}{\partial r} + h\theta(R,t)\right] - -(\frac{\mu_n}{R})^2\theta(\frac{\mu_n}{R},t), \quad (16)$$

що за урахуванням граничних умов (2) набуває вигляду:

$$I = -(\frac{\mu_n}{R})^2\theta(\frac{\mu_n}{R},t). \quad (17)$$

Цей результат дає підстави переписати диференційне рівняння (5) таким чином:

$$\frac{\partial\theta(\frac{\mu_n}{R},t)}{dt} + a(\frac{\mu_n}{R})^2\theta\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = \varphi\left(\frac{\mu_n}{R},t\right). \quad (18)$$

Для функції $\varphi(\frac{\mu_n}{R},t)$ має місце [49]:

$$\varphi\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = \varphi(t) = \int_0^R r\varphi(t)I_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)dr = \frac{KR^2 I_1(\mu_n)}{\mu_n} i^2(t), \quad (19)$$

що із врахуванням (8) може бути представлено у вигляді:

$$\varphi\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = \frac{KhR^3 I_0(\mu_n)}{{\mu_n}^2} i^2(t). \quad (20)$$

Після об’єднання (18) і (20) одержимо:

$$\frac{d\theta(\frac{\mu_n}{R},t)}{dt} + a(\frac{\mu_n}{R})^2\theta\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = \frac{KhR^3 I_0(\mu_n)}{{\mu_n}^2} i^2(t). \quad (21)$$

Розв’язанням цього диференційного рівняння є [6]:

$$\theta\left(\frac{\mu_n}{R},t\right) = \frac{KhR^3 I_0(\mu_n)}{{\mu_n}^2}\int_0^t i^2(\varepsilon)\exp(-a(\frac{\mu_n}{R})^2(t - \varepsilon))d\varepsilon. \quad (22)$$

Це розв’язання пов’язане з розв’язанням *θ(r, t)* диференційного рівняння (1) через зворотне перетворення Ханкеля H^{-1} (формулу звернення) [5; 7]:

$$\theta(r,t) = H^{-1}\left[\theta\left(\frac{\mu_n}{R},t\right)\right] = \frac{L}{R^Z}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{I_0(\frac{\mu_n r}{R})}{{I_0}^2(\mu_n)[(hR)^2 + {\mu_n}^2]}\int_0^t i^2(\varepsilon)\exp(-a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2(t - \varepsilon)\Big)d\epsilon. \quad (23)$$

Вираз (23) є загальним виразом для визначення розподілу температури в терморезистивному чутливому елементі пожежного сповіщувача вздовж його радіуса, яка зумовлена протіканням через нього електричного струму ***i(t)***. Варто зазначити, що при одержанні виразу (23) на функцію ***i(t)*** не накладалися жодні обмеження.

Усереднена по об’єму терморезистивного чутливого елемента пожежного сповіщувача температура визначається виразом:

$$\theta(t) = \frac{2}{R^2}\int_0^R r\theta(r,t)dr = \frac{4Kh}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^R\frac{rI_0^0\left(\frac{\mu_n R}{R}\right)dr}{I_0(\mu_{n)[(hR)^2 + {\mu_n}^2]}}\int_0^t i^2(\varepsilon)\exp(-a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2(t - \varepsilon)\Big)d\varepsilon, \quad (24)$$

який при врахуванні співвідношення [7]:

$$\int_0^R I_0\left(\frac{\mu_n R}{R}\right) dr = \frac{R^2}{\mu_n} I_1(\mu_n) \quad (25)$$

та трансцендентного рівняння (8) може бути представлений у вигляді:

$$\theta(t) = 4K(hR)^2 \sum_{n=1}^{\infty} [(hR)^2 + \mu_n^2]]^{-1} \int_0^t i^{2(\varepsilon)\exp\left(-a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2(t-\varepsilon)\right)d\varepsilon}. \quad (26)$$

Для вибору виразу, який описує функцію терморезистивного чутливого елемента пожежного сповіщувача, потрібно враховувати розміри чутливого елемента. За малих його розмірів доцільно використовувати вираз, який описує усереднену по цьому об'єму температуру, – вираз (26).

Як приклад розглянемо реакцію терморезистивного чутливого елемента пожежного сповіщувача на теплову дію електричного струму, який стрибкоподібно змінюється у часі:

$$i_1(t) = I\,1(t) \quad (27)$$

або має форму прямокутного імпульсу тривалості t_0:

$$i_2(t) = I\,[1(t) - 1(t-t_0)], \quad (28)$$

де $1(t)$, $1(t - t_0)$ – функції Хевісайда [5]; $I = const$.

У першому випадку підстановка (27) у (26) приводить до виразу:

$$\theta_1(t) = 4KI^2(hR)^2R^2a^{-1}\sum_{n=1}^{\infty}[\mu_n^4[(hR)^2 + \mu_n{}^2]]^{-1} \times [1 - \exp\left(-a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2 t\right)], \quad (29)$$

а врахування (28) у виразі (26) трансформує його таким чином:

$$\theta_2(t) = 4KI^2(hR)^2R^2a^{-1}[\sum_{n=1}^{\infty}[\mu_n^4[(hR)^2 + \mu_n^2]]^{-1} \times [1 - \exp\left(-a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2 t\right)]\,1(t) - \sum_{n=1}^{\infty}[\mu_n^4[(hR)^2 t\mu_n^2]]^{-1} \times \Big[1 - exp\left(-a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2(t-t_0)\right)\Big]\,1(t-t_0)\Big]. \quad (30)$$

Використання виразу (26), який описує теплові процеси в терморезистивному чутливому елементі пожежного сповіщувача при протіканні по ньому електричного струму *i(t)*, дозволяє одержати його основні технічні характеристики, зокрема, передаточну функцію, динамічні характеристики та часові параметри.

Висновки

1. В даній статті отримано результати досліджень, які підтверджують, що теплові процеси в терморезистивному чутливому елементі пожежних сповіщувачів під час протікання через нього електричного струму описуються неоднорідним рівнянням математичної фізики із граничними умовами третього роду.

2. У результаті досліджень обґрунтовано, що для розв'язання диференційного рівняння, яке описує теплові процеси в терморезистивному чутливому елементі пожежних сповіщувачів, використовується інтегральне перетворення Ханкеля.

3. Отримано вирази для визначення передаточної функції, динамічних характеристик та часових параметрів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абрамов Ю. А. Основы пожарной автоматики. Харьков : ХНПБ, 1993. 288 с.
2. Кухлинг Х. Справочник по физике. Москва : Мир, 1985. 520 с.
3. Лебедев Н. И. Специальные функции и их приложения. Москва : Физматгиз, 1963. 360 с.
4. Трантер К. Д. Интегральные преобразования в математической физике. Москва : Физматгиз, 1956. 312 с.
5. Kozak Ya., Abramov Yu., Basmanov O. Substantiating the pulse method for determining the time parameter of fire detectors with a thermoresistive sensing element. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 6, iss. 5 (114). Pp. 49–55. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.244235.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Москва : Наука, 1968. 720 с.
7. Карташов О. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. Москва : Высшая шк., 2001. 550 с.
8. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Москва : Высшая шк., 1967. 594 с.
9. Арсенин В. Я. Математическая физика. Основные уравнения и специальные функции. Москва, 1966. 368 с.
10. Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики. Москва : Наука, 1969. 288 с.

REFERENCES

1. Abramov Yu.A. *Osnovy pozharnoy avtomatiki* [Fundamentals of fire automation]. Kharkiv : KhNPB Publ., 1993, 288 p. (in Russian).
2. Kuhling H. *Spravochnik po fizike* [Handbook of Physics]. Moscow : Mir Publ., 1985, 520 p. (in Russian).
3. Lebedev N.I. *Spetsial'nyye funktsii i ikh prilozheniya* [Special functions and their applications]. Moscow : Fizmatgiz Publ., 1963, 360 p.
4. Tranter K.D. *Integral'nyye preobrazovaniya v matematicheskoy fizike* [Integral transformations in mathematical physics]. Moscow : Fizmatgiz, 1956, 312 p.
5. Kozak Ya., Abramov Yu. and Basmanov O. Substantiating the pulse method for determining the time parameter of fire detectors with a thermoresistive sensing element. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2021, vol. 6, iss. 5 (114), pp. 49–55. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.244235.
6. Korn G. and Korn T. *Spravochnik po matematike* [Handbook of mathematics]. Moscow : Nauka Publ., 1968, 720 p. (in Russian).
7. Kartashov O.M. *Analiticheskiye metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel* [Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids]. Moscow : Higher School Publ., 2001, 550 p. (in Russian).
8. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* [Theory of thermal conductivity]. Moscow : Higher School Publ., 1967, 594 p. (in Russian).
9. Arsenin V.Ya. *Matematicheskaya fizika. Osnovnyye uravneniya i spetsial'nyye funktsii* [Mathematical physics. Basic equations and special functions]. Moscow, 1966, 368 p. (in Russian).
10. Aramanovich I.H. and Levin V.I. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow : Nauka Publ., 1969, 288 p. (in Russian).

Надійшла до редакції: 05.01.2023.