

М.М. Семерак, д.т.н., профессор, **Р.М. Тацкий**, д.ф.-м.н., профессор, **О.Ю. Пазен**, адъюнкт

Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности,
Украина

ТЕПЛОИЗОЛИРУЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ МНОГОСЛОЙНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ РАЗРУШЕНИЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЛОЯ

In the article the actual problem of the definition of fire resistance of heat-insulating capacity of multilayer building structures, taking into account the destruction of an arbitrary layer. The mathematical apparatus, which is summarized in the article, allows gradually solve the problem of the distribution of non-stationary temperature field in the thickness of the multilayer structure. Place your hands-on example of calculation of the fire resistance of four-layer building structure without destroying the layer and its destruction. Comparison of the results shows significant discrepancies in the results of theoretical research.

Keywords: fire resistance, temperature, wall construction, destruction layer.

В статье рассматривается актуальная проблема определения огнестойкости по теплоизолирующей способности многослойных строительных конструкций с учетом разрушения произвольного слоя. Математический аппарат, который вкратце изложен в статье, позволяет поэтапно решать задачу о распределении нестационарного температурного поля по толщине многослойной конструкции. Наведен практический пример расчета предела огнестойкости четырехслойной строительной конструкции без разрушения слоя и с разрушением. Сравнение результатов показывает значительные расхождения результатов теоретических исследований.

Ключевые слова: огнестойкость, температура, строительная стенка, разрушения слоя.

Постановка проблемы. Огнестойкость строительных конструкций не может быть оценена без установления фактических пределов огнестойкости элементов конструкции. Основными методами установления предела огнестойкости строительных конструкций является ее испытание или аналитический расчет температурного поля вдоль конструкции.

На основании испытаний [1], было установлено, что предел огнестойкости слоистых ограждающих конструкций по теплоизолирующей способности равен и выше суммы пределов огнестойкости отдельно взятых слоев. Увеличение числа слоев ограждающей конструкции не уменьшает ее пределов огнестойкости по теплоизолирующей способности [2]. А что если слоистая конструкция складывается с элементов, которые во время пожара разрушаются? Примером может быть слой пенопласта, который часто используют в строительстве для утепления стен, но при этом он разрушается при температуре около 100 °С.

Так как испытание конструкции занимает много времени и финансовых затрат, авторы считают что аналитический расчет предела огнестойкости более практичный в современном мире.

В данной статье авторы предлагают методику установления предела огнестойкости по теплоизолирующей способности многослойных строительных конструкций с учетом разрушения некоторых из слоев.

Рассматривается многослойная плоская конструкция, область которой ограничена плоскостями $x = x_0 = 0$ и $x = x_n = l$ и разделена на n слоев плоскостями $x_0 < x_1 < \dots < x_n$.

Каждый из слоев наделяется своим коэффициентом теплопроводности λ , плотностью ρ и удельной теплоемкостью c_v . Вблизи одной из поверхности конструкции происходит пожар. За некоторое время после возникновения пожара, произвольный слой k разрушается в следствия воздействия теплового потока, который проходит вдоль конструкции. Необходимо найти предел огнестойкости многослойной конструкции с учетом разрушения некоторых слоев.

Для достижения этой цели необходимо решать последовательность задач определения температурных полей в многослойных плоских конструкциях с убыванием количества слоев. Такой подход фактически представляет собой модифицирован и автоматизированный метод собственных функций и метод Фурье. Этот метод детально изложен и проиллюстрирован в работе авторов [3].

Математический аппарат. Здесь декларативно представлено результаты работы [3].

Пусть $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ произвольное разбиение промежутка x_0, x_n действительной оси Ox на n частей, θ_i - характеристическая функция на x_i, x_{i+1} :

$$\theta_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in [x_i, x_{i+1}), \\ 0, & x \notin [x_i, x_{i+1}), \end{cases} \quad i = \overline{0, n-1}.$$

$$\text{Положим } \lambda(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \theta_i, \quad c_v(x) = \rho(x) = r(x) = \sum_{i=0}^{n-1} r_i \theta_i,$$

Задача о распространении нестационарного температурного поля вдоль многослойной плоской стенки сводится к решению уравнения

$$r \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) \quad x \in [x_0, x_n], \quad \tau > 0 \quad (1)$$

с краевыми условиями третьего рода

$$\begin{cases} \alpha_0 t(x_0, \tau) - t^{[1]}(x_0, \tau) = \alpha_0 \psi_0(\tau), \\ \alpha_n t(x_n, \tau) + t^{[1]}(x_n, \tau) = \alpha_n \psi_n(\tau), \end{cases} \quad (2)$$

где обозначено $t^{[1]} = \lambda t'_x$ - квазипроизводная (очевидно что $-t^{[1]}$ - тепловой поток), при начальном условии

$$t(x, 0) = \varphi(x) \quad (3)$$

где $\varphi(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \varphi_i(x) \theta_i$.

В математической физике хорошо известен (см. например [4,5] и литературу там) прием, учитывающий неоднородность граничных условий и связанный с выделением квазистационарной части (метод редукции). Следуя этим рекомендациям, ищем решение задачи (1), (2), (3) в виде суммы двух функций:

$$t(x, \tau) = u(x, \tau) + v(x, \tau) \equiv \sum_{i=0}^{n-1} [u_i(x, \tau) + v_i(x, \tau)] \quad (4)$$

Для определения одной из функций (например для $u(x, \tau)$) решается квазистационарная краевая задача

$$\lambda u'' = 0 \quad (5)$$

с краевыми условиями

$$\begin{cases} \alpha_0 u(x_0, \tau) - u^{[1]}(x_0, \tau) = \alpha_0 \psi_0(\tau), \\ \alpha_n u(x_n, \tau) + u^{[1]}(x_n, \tau) = \alpha_n \psi_n(\tau), \end{cases} \quad (6)$$

Решение задачи (5), (6) на промежутке x_i, x_{i+1} изображается в виде [3]

$$u_i(x, \tau) = 1, 0 \cdot \mathbf{U}(x, \tau) = \mathbf{B}_i(x, x_i) \cdot \mathbf{B}(x_i, x_0) \cdot \mathbf{P}_0(\tau), \quad (7)$$

где $\mathbf{P}_0(\tau) = P + Q \cdot \mathbf{B}(x_n, x_0)^{-1} \cdot \mathbf{\Gamma}(\tau)$, $P = \begin{pmatrix} \alpha_0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_n & 1 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{\Gamma}(\tau) = \alpha_0 \cdot \psi_0(\tau), \quad \alpha_n \cdot \psi_n(\tau)^T, \quad \mathbf{B}_i(x, x_i) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x-x_i}{\lambda_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}(x_i, x_0) = \begin{pmatrix} 1 & \sum_{k=0}^{i-1} \frac{x_{k+1} - x_k}{\lambda_k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

После элементарных преобразований получим

$$u_i(x, \tau) = 1, 0 \cdot \mathbf{U}(x, \tau) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x-x_i}{\lambda_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \sum_{k=0}^{i-1} \frac{x_{k+1} - x_k}{\lambda_k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \times \frac{1}{\alpha_0 \alpha_n \sum_{m=0}^{n-1} \frac{x_{m+1} - x_m}{\lambda_m} + \alpha_0 + \alpha_n} \begin{pmatrix} \left(\alpha_n \sum_{m=0}^{n-1} \frac{x_{m+1} - x_m}{\lambda_m} + 1 \right) \alpha_0 \psi_0(\tau) + \alpha_n \sum_{m=0}^{n-1} \frac{x_{m+1} - x_m}{\lambda_m} \\ -\alpha_n \alpha_0 \psi_0(\tau) + \alpha_n \alpha_0 \psi_n(\tau) \end{pmatrix}.$$

Для определения функции $v(x, \tau)$ получим смешанную неоднородную задачу

$$r \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial v}{\partial x} \right) - r \frac{\partial u}{\partial \tau} \quad (8)$$

с нулевыми краевыми условиями

$$\begin{cases} \alpha_0 v(x_0, \tau) - v^{[1]}(x_0, \tau) = 0, \\ \alpha_n v(x_n, \tau) + v^{[1]}(x_n, \tau) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

и начальным условием

$$v(x, 0) = f(x) \equiv \varphi(x) - u(x, 0) \quad (10)$$

Решение задачи (8), (9), (10) на x_i, x_{i+1} изображается в виде ряда

$$v_i(x, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[f_k \cdot e^{-\omega_k \tau} - \int_0^{\tau} e^{-\omega_k(\tau-s)} \beta_k(s) ds \right] \cdot X_{ki}(x, \omega_k), \quad (11)$$

где $f_k = \frac{1}{\|X_k\|^2} \sum_{i=0}^{n-1} r_i \int_{x_i}^{x_{i+1}} f_i(x) X_{ki}(x, \omega_k) dx$, $\beta_k(s) = \frac{1}{\|X_k\|^2} \sum_{i=0}^{n-1} r_i \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{\partial u_i(x, s)}{\partial s} X_{ki}(x, \omega_k) dx$,

$$\|X_k\|^2 = \sum_{i=0}^{n-1} r_i \cdot \int_{x_i}^{x_{i+1}} X_{ki}^2(x, \omega_k) dx.$$

$$X_{ki}(x, \omega_k) = 1, 0 \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha_i(x-x_i) & \frac{\sin \alpha_i(x-x_i)}{\lambda_i \alpha_i} \\ -\lambda_i \alpha_i \sin \alpha_i(x-x_i) & \cos \alpha_i(x-x_i) \end{pmatrix} \cdot \tilde{\mathbf{B}}(x_i, x_0, \omega_k) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad i = \overline{0, n-1}.$$

$$B_{x_i, x_0, \omega_k} = \prod_{j=0}^{i-1} \begin{pmatrix} \cos \alpha_{i-j}(x_{i-j+1} - x_{i-j}) & \frac{\sin \alpha_{i-j}(x_{i-j+1} - x_{i-j})}{\lambda_{i-j} \alpha_{i-j}} \\ -\lambda_{i-j} \alpha_{i-j} \sin \alpha_{i-j}(x_{i-j+1} - x_{i-j}) & \cos \alpha_{i-j}(x_{i-j+1} - x_{i-j}) \end{pmatrix}, \alpha_{i-j} = \sqrt{\frac{r_{i-j} \omega}{\lambda_{i-j}}}$$

Тогда, окончательно, учтя формулы (7) и (11), на каждом из промежутков x_i, x_{i+1} , $i = \overline{0, n-1}$ решение задачи (1), (2), (3) имеет вид [3]:

$$t_i(x, \tau) = u_i(x, \tau) + v_i(x, \tau) \equiv \begin{pmatrix} 1 & \frac{x - x_i}{\lambda_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \sum_{k=0}^{i-1} \frac{x_{k+1} - x_k}{\lambda_k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \times \frac{1}{\alpha_0 \alpha_n \sigma_n + \alpha_0 + \alpha_n} \begin{pmatrix} \left(\alpha_n \sum_{m=0}^{n-1} \frac{x_{m+1} - x_m}{\lambda_m} + 1 \right) \alpha_0 \psi_0 \tau + \alpha_n \sum_{m=0}^{n-1} \frac{x_{m+1} - x_m}{\lambda_m} \\ -\alpha_n \alpha_0 \psi_0 \tau + \alpha_n \alpha_0 \psi_n \tau \end{pmatrix} + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left[f_k e^{-\omega_k \tau} - \int_0^{\tau} e^{-\omega_k s} \beta_k s ds \right] X_{ki}(x, \omega_k) \quad (12)$$

Огнестойкость многослойной строительной стенки. Рассматривается многослойная плоская стенка, которая состоит с 4-ох слоев, известковой штукатурки толщиной 3см, пенопласта толщиной 5см, кирпичной кладки толщиной 6,5см, и известковой штукатурки толщиной 3см.

Теплофизические характеристики материалов: известковая штукатурка – коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,7 \frac{Вт}{м \cdot К}$, удельная теплоемкость - $c = 837 \frac{Дж}{кг \cdot К}$, плотность - $\rho = 1600 \frac{кг}{м^3}$; кирпичная кладка – коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,455 \frac{Вт}{м \cdot К}$, удельная теплоемкость - $c = 840 \frac{Дж}{кг \cdot К}$, плотность - $\rho = 1580 \frac{кг}{м^3}$; пенопласт – коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,041 \frac{Вт}{м \cdot К}$, удельная теплоемкость - $c = 1340 \frac{Дж}{кг \cdot К}$, плотность - $\rho = 100 \frac{кг}{м^3}$.

В начальной момент времени $\tau = 0$ температура стенки постоянная и равна $t_0 = 25^0 С$.

Одна из внешних поверхностей нагревается путем конвективного теплообмена с окружающей средой, температура которого меняется за законом стандартного температурного режима [6]

$$t_c \tau = 345 \lg 8\tau + 1 + 25 \quad (*)$$

Коэффициент теплообмена между стенкой и окружающей средой при стандартному температурному режиме составляет $\alpha_0 = 25 \frac{Вт}{м^2 К}$.

На противоположной поверхности температура окружающей среды постоянная, и составляет $t_n \tau = 25^0 С$. Коэффициент теплообмена между стенкой и окружающей средой составляет $\alpha_n = 4 \frac{Вт}{м^2 К}$.

Необходимо определить распределение нестационарного температурного поля вдоль этой стенки и найти время, за которое температура необогреваемой поверхности достигнет $180^0 С$ (критическая температура потери теплоизолирующей способности).

Поскольку второй слой стенки состоит с пенопласта, то существует угроза его разрушения, когда температура на границе первого и второго слоя поднимется около 100°C . Поэтому проведем два расчета распределения нестационарного температурного поля (без учета разрушения слоя пенопласта и с учетом разрушения слоя пенопласта и в последствии слоя штукатурки).

Используя описанный выше прямой метод исследования распределения нестационарного температурного поля вдоль плоской стенки без учета разрушения слоя пенопласта, получим решения данной задачи в виде графика рис. 1. и рис. 2.

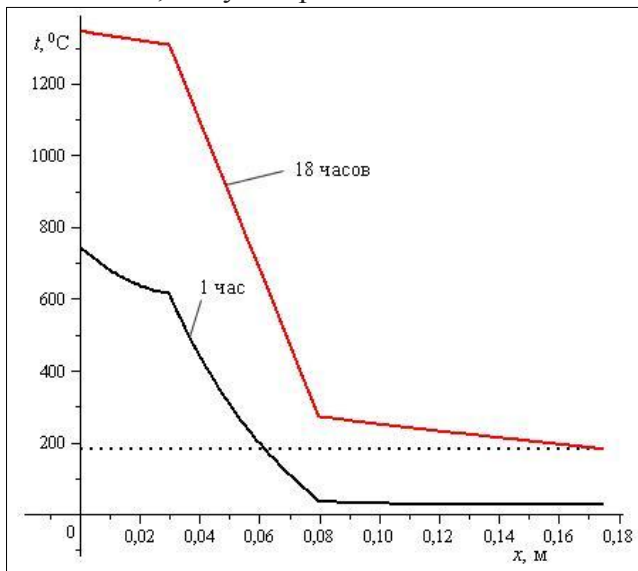


Рисунок 1 – Распределение температурного поля вдоль четырехслойной плоской стенки.

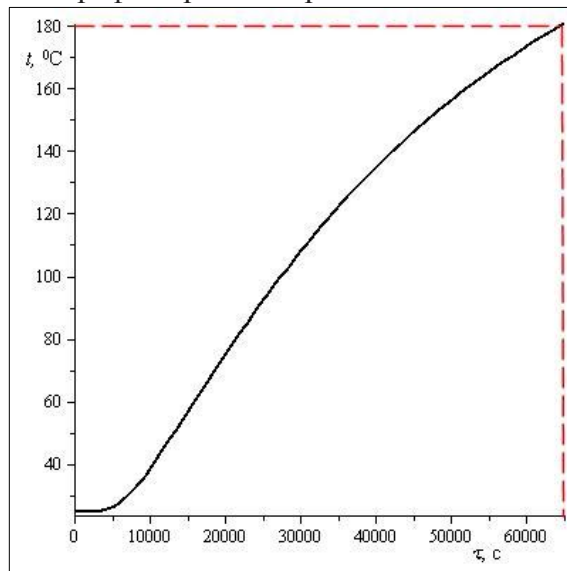


Рисунок 2 – График изменения температуры со стороны необогреваемой поверхности (без учета разрушения слоя пенопласта).

Как видно с рис. 1. и рис. 2. четырехслойная стенка прогреется до критической температуры за 18 часов.

Иследуем теперь распространение нестационарного температурного поля вдоль стенки с учетом разрушения второго слоя.

Проводя расчет изменения температуры между первым и вторым слоем (точка $x=0,03$) получим зависимость изменения температуры со временем рис. 3.

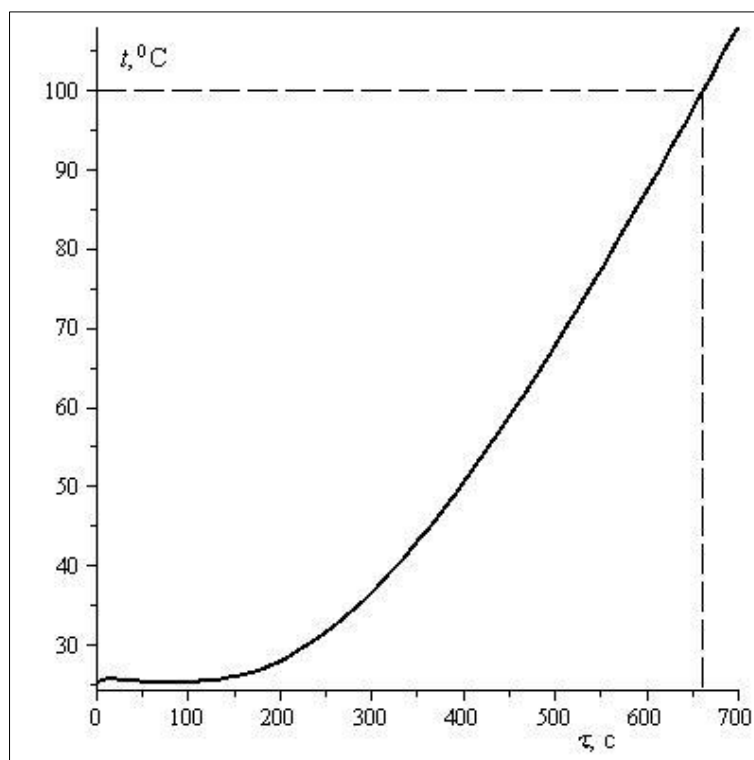


Рисунок 3 – График изменения температуры на границе первого и второго слоя

С рис. 3 очевидно, что второй слой, который состоит с пенопласта разрушается через 11 минут после начала горения в связи с тем, что он попросту плавится. Поскольку разрушается второй слой, то и слой штукатурки, которая держится на пенопласте, тоже рушится. Далее продолжаем расчет при наличии двухслойной стенки, для которой необходимо найти время потери теплоизолирующей способности (температура на необогреваемой поверхности должна достичь 180°C). При этом начальное распределение температуры вдоль двухслойной стенки будет иметь вид (рис. 4)

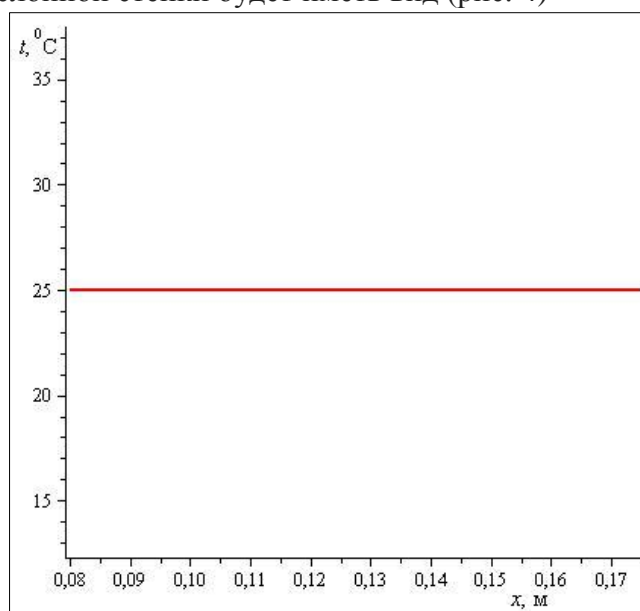


Рисунок 4 – Начальное условия распределения температуры после разрушения слоя пенопласта

Закон изменения температуры между окружающей средой и стенкой примет вид

$$t_c \tau = 345 \lg (8\tau + 11) + 1 + 25 \quad (*)$$

Решения задачи после разрушения слоя пенопласта у учетом времени до разрушения отобразим в виде графической зависимости рис. 5.

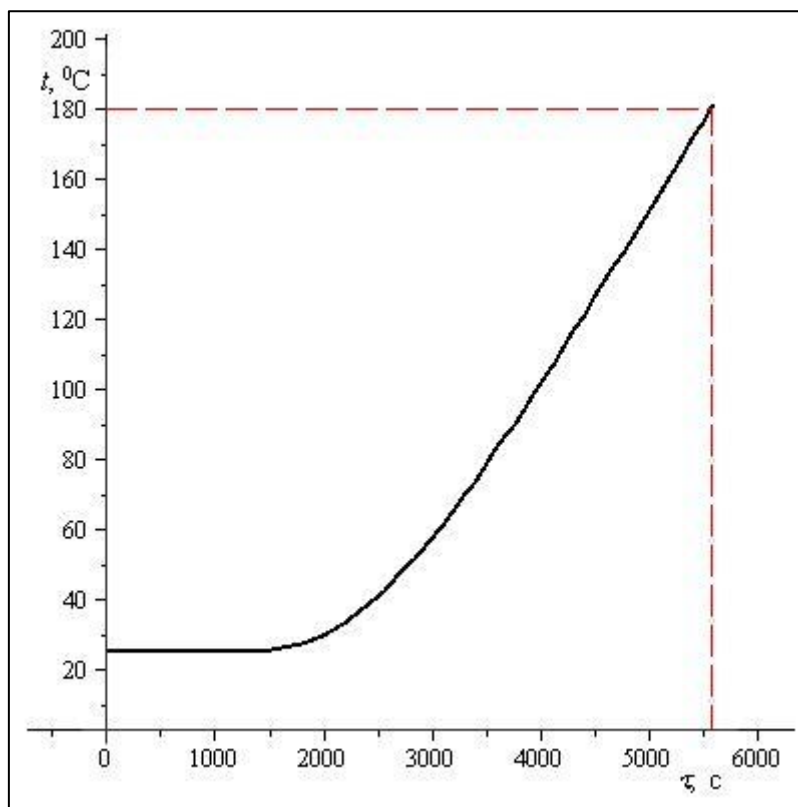


Рисунок 5 – График изменения температуры со стороны необогреваемой поверхности (с учетом разрушения слоя пенопласта).

Анализируя рис. 2 и рис. 4 можно сделать выводы, что учет того фактора, как возможность разрушения одного из слоев, очень важен. Реальное время потери теплоизолирующей способности с 18 часов снижается к 94 минутам.

Выводы

1. Представлена новая схема определения теплоизолирующей способности многослойных плоских строительных конструкций, учитывающая последовательное во времени разрушение некоторых ее слоев.

2. Реализация такой схемы основана на применении полученного авторами ранее прямого метода решения краевых задач теории теплопроводности для многослойных плоских конструкций с учетом пожара.

3. Важность учета разрушения одного или нескольких слоев конструкции убедительно продемонстрирован на конкретном примере четырехслойной стенки, где время критического прогревания (граница теплоизолирующей способности) реально снижается примерно в 11 раз.

Список литературы

1. Пособия по определению пределов огнестойкости конструкций, пределов распространения огня по конструкциям и групп возгораемости материалов. – М.: Стройиздат, 1985, – 56 с.

2. Милованов А.Ф. Огнестойкость железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1986, – 224 с.

3. Тацій Р.М., Пазен О.Ю. Прямий метод розрахунку нестационарного температурного поля за умов пожежі // Пожежна безпека: збірник наукових праць. – Львів: ЛДУ БЖД. – 2015. – №26. – С.156-166.

4. Арсенин В. Я. Методы математической физики / В. Я. Арсенин. – М: Наука, 1974. – 432 с.
5. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М: Наука, 1977. – 735 с.
6. EN 1991-1-2 (2002) (English): Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-2: General actions - Actions on structures exposed to fire [Authority: The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC/].

Сведение об авторах

Семерак Михаил Михайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой термодинамики и физики Львовского государственного университета безопасности жизнедеятельности, г. Львов, Украина.

Таций Роман Марьянович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и механики Львовского государственного университета безопасности жизнедеятельности, г. Львов, Украина.

Пазен Олег Юрьевич – адъюнкт Львовского государственного университета безопасности жизнедеятельности, г. Львов, Украина.

Адрес: 79000, г. Львов, МСП, ул. Клепаровская, 35.

Тел.: +380679360562

E-mail: opazen@gmail.com