Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015», 26–28 травня 2015 р., Львів

УДК 517.912

ЗАГАЛЬНА МІШАНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ В БАГАТОШАРОВІЙ ПЛОСКІЙ СТІНЦІ З УРАХУВАННЯМ ВНУТРІШІХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА

Олег Пазен

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, opazen@gmail.com

Розглядається багатошарова плоска стінка товщиною ℓ, область якої обмежена площинами $x = x_0 = 0, x = x_n = \ell$. Ця область поділена на n шарів площинами $x = x_1, x = x_2, ..., x = x_{n-1}$ різної товщини. Кожен шар наділений своїм коефіцієнтом теплопровідності, питомою теплоємністю та густиною. Крім цього закладається наявність внутрішніх джерел тепла. Покладемо, що λ, $c\rho = r$, q - це додатні, кусково-неперервні на проміжку (x_0, x_n) функції, які задані з допомогою характеристичних функцій $\theta_i(x)$ проміжків (x_i, x_{i+1}), тобто:

$$\lambda(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \theta_i, \quad r(x) = \sum_{i=0}^{n-1} r_i \theta_i, \quad q_v(x) = \sum_{i=0}^{n-1} q_{vi} \theta_i.$$

Мішана задача для рівняння теплопровідності матиме вигляд

$$r(x)\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(x)\frac{\partial t}{\partial x}\right) + q_v(x) \quad x \in (x_0, x_n), \ \tau \in (0, \infty), \tag{1}$$

з системою лінійно-незалежних крайових умов

$$\begin{cases} p_{11} t(x_0,\tau) + p_{12}\lambda \dfrac{\partial t(x_0,\tau)}{\partial \tau} + q_{11} t(x_n,\tau) + q_{12}\lambda \dfrac{\partial t(x_n,\tau)}{\partial \tau} = \psi_0(\tau), \\ p_{21} t(x_0,\tau) + p_{22}\lambda \dfrac{\partial t(x_0,\tau)}{\partial \tau} + q_{21} t(x_n,\tau) + q_{22}\lambda \dfrac{\partial t(x_n,\tau)}{\partial \tau} = \psi_n(\tau), \end{cases} \tag{2}$$

і початковою умовою

$$t(x,0) = \varphi(x). \tag{3}$$

Розроблено та обґрунтовано схему розв’язування задачі (1)-(3).

Розв’язок задачі конструктивний і виражається виключно через її вихідні дані. В основу розв'язування задачі покладено метод редукції, сучасну теорію систем лінійних диференціальних рівнянь, метод Фур’є та метод власних функцій.

Запропоновану схему слід віднести до прямих методів розв’язування крайових задач. В основу реалізації цієї схеми покладено концепцію квазіпохідних, що дозволяє «обійти» проблему множення узагальнених функцій.

Теорема про розвинення за власними функціями «підправлена» і адаптована для випадку рівнянь з кусково-неперервними (за просторовою змінною) коефіцієнтами.

Отримано явні формули для обчислення температури, які є справедливими для довільної скінченної кількості точок розриву 1-го роду згаданих вище коефіцієнтів.

Піонерською в цьому напрямку є робота [1] (див. також літературу там).

Робота носить прикладний характер. Розглянуто конкретний приклад розрахунку розподілу температурного поля реальної 5-ти шарової «стелі-підлоги» з підігрівом в умовах пожежі.

Математичний апарат, за допомогою якого розв’язувалась поставлена задача, без ускладнень може бути адаптований при розв’язуванні ряду прикладних задач.

1. *Тацій Р. М.* Загальна перша крайова задача для рівняння теплопровідності з кусково-змінними коефіцієнтам / Р. М. Тацій, О. О. Власій, М. Ф. Стасюк // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Фізико-математичні науки . - 2014. - № 804. - С. 64-69.

GENERAL MIXED PROBLEM HEAT CONDUCTION IN MULTI-LAYER FLAT WALL IN VIEW OF INTERNAL HEAT SOURCES

Mixed solved the problem of determining the distribution of thermal conductivity of one-dimensional unsteady temperature field in a multilayer infinite plate with piecewise continuous coefficients perfect thermal contact between the layers and the presence of internal heat sources. The method is illustrated by solving a specific example of a 5-layer "ceiling-floor" heated in a fire