ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БЕЗПЕКИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

XI Всеукраїнської науково-практичної конференції курсантів та студентів

МАТЕМАТИКА, ЩО НАС ОТОЧУЄ: МИНУЛЕ, СУЧАСНЕ, МАЙБУТНЄ

Львів 2024

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

д.т.н., доцент **Василь Попович**
к.ф.-м.н., доцент **Ольга Меньшикова**
д. фіз.-мат. н., професор **Роман Тацій**
д. т. н., доцент **Олена Васильєва**
к. т. н., доцент **Тарас Гембара**
д.т.н., доцент **Лідія Дзюба**
к. фіз. -мат. наук, доцент **Оксана Карабин**
к. пед. наук, доцент **Мирослава Кусій**
к. фіз. -мат. наук, доцент **Оксана Трусевич**
к. фіз. -мат. наук, доцент **Оксана Чмир**
Іванна Сов’як
Інна Шевчук

ОРГАНІЗАТОР ТА ВИДАВЕЦЬ	Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:	ЛДУ БЖД, вул. Клепарівська, 35 м. Львів, 79007
контактні телефони:	(032)233-24-79 тел/факс 2330088

Математика, що нас оточує: минуле, сучасне, майбутнє:
Зб. наук.праць XI Всеукраїнської конф. курсантів та студентів. – Львів: ЛДУ БЖД, 2024 -172с.

Збірник сформовано за матеріалами XI Всеукраїнської конференції курсантів та студентів **«Математика, що нас оточує: минуле, сучасне, майбутнє».**

Збірник містить матеріали таких тематичних секцій:

- Математичні відкриття, що змінили світ
- Прикладні задачі в математиці
- Історія математики
- Математика і сучасність
- Постаті в математиці

© ЛДУ БЖД 2024

Здано в набір 20.05.2024. Підписано до друку 25.05.2024. Формат 60x841/3. Папір офсетний. Ум. друк. арк. 7. Гарнітура Times New Roman. Друк на різографі. Наклад: 100 прим. Друк: ЛДУ БЖД вул. Клепарівська, 35, м. Львів, 79007. ldubzh.lviv@mns.gov.ua

За точність наведених фактів, економікостатистичних та інших даних, а також за використання відомостей, що не рекомендовані до відкритої публікації, відповідальність несуть автори опублікованих матеріалів. При передруковуванні матеріалів посилання на збірник обов‘язкове.

Олександра Жоріна
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***Лідія Дзюба,*** *доктор технічних наук, професор, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ДЕТЕРМІНІСТСЬКІ МОДЕЛІ ЗРОСТАННЯ ПОПУЛЯЦІЙ В ЕКОЛОГІЇ

Вивчення штучних і природних екологічних систем спрямоване на раціональніше їх використання для потреб людини. Це передбачає оптимальне управління екосистемами. Вирішення завдання оптимального управління неможливе без побудови математичної моделі об’єкта управління, оскільки метод «проб і помилок» стосовно природних екосистем не придатний через їх унікальність і неприпустимість викликати в них необоротні зміни. Якщо модель досить точно імітує дійсність, вона має великі можливості для експериментування. В таку модель можна вводити нові чинники та збурення для з’ясування їх впливу на екосистему [1]. Екологічні системи є енергетично проточними, тобто далекими від рівноваги системами. Коливні режими в екологічних системах давно відомі з лабораторних досліджень, з польових спостережень та з теоретичних досліджень [2, 3].

На сьогодні залежно від характеру екологічних процесів, що вивчають, для математичного моделювання застосовують різний математичний апарат. Детерміністські моделі – моделі, в яких значення, що передбачаються, можуть бути точно обчислені. Однією із простих моделей зростання популяції організмів є модель, задана диференціальним рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon x, \tag{1}$$

де x – щільність популяції у момент t ; ε – константа.

Прикладом екологічного процесу, який може бути поданий такою моделлю, є зростання бактеріальної культури до того, як почне виснажуватися середовище. Тут швидкість зростання у будь-який момент часу дорівнює постійній частці від щільності популяції у цей момент. Розв’язуючи рівняння (1), одержують вираз для щільності популяції у будь-який момент часу:

$$x(t) = x(t_0)\exp(\varepsilon(t - t_0)). \tag{2}$$

Ця проста експоненціальна модель (1) має досить обмежене застосування, оскільки щільність популяції організмів буде у міру вичерпання поживних речовин досягати деякого стаціонарного значення. Альтернативною моделлю, що має таку властивість, є диференціальне рівняння

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon x - \delta x^2, \tag{3}$$

де x – щільність популяції у момент t ; ε, δ – константи.

Розв’язок диференціального рівняння (3) має вигляд:

$$x(t) = \frac{\varepsilon/\delta}{1+\exp(-\varepsilon(t-t_0))}. \qquad (4)$$

Модель (3) добре описує ріст бактерійних популяцій в умовах, коли запаси поживних речовин обмежені. Спочатку зростання популяції має експоненціальний характер, а потім, у міру вичерпання ресурсів, поступово сповільнюється, поки щільність популяції не досягне постійного рівня або асимптоти.

Обидві моделі є детерміністськими, оскільки за заданих значеннях констант щільність популяції у даний момент часу t завжди одна і та сама: величина x однозначно визначається значенням t.

Член $-\delta x^2$ пропорційний кількості зустрічей між особинами, враховує «самоотруєння» популяції, що пояснюється багатьма причинами (конкуренція усередині популяції, нестача місця і їжі, передача інфекції тощо). Коефіцієнт δ називають коефіцієнтом внутрішньовидової конкуренції. Екологічна система, описана рівнянням (3), має два стаціонарних стани. Один з них $\bar{x} = \frac{\varepsilon}{\delta}$ відповідає стійкому стаціонарному стану з максимально можливою в даних умовах чисельністю популяції. Відношення $\frac{\varepsilon}{\delta}$ іноді називають «ємністю середовища». Для багатьох популяцій формула (3) добре описує експериментальні дані.

У розглянутих моделях збільшення чисельності (біомаси) популяції подано членом εx. Строго кажучи, це відповідає лише тим популяціям, розмноження яких відбувається шляхом самозапліднення (мікроорганізми). Якщо ж в основі розмноження лежить схрещування, що припускає зустрічі між особинами різної статі одного й того самого виду, то приріст буде тим вищий, чим більша кількість зустрічей між особинами, а остання пропорційна x^2. Отже, для різностатевої популяції в умовах необмежених ресурсів можна записати

$$\frac{dx}{dt} = rx^2. \qquad (5)$$

Рівняння (5) добре описує те, що за низької щільності популяцій швидкість розмноження різко спадає, оскільки імовірність зустрічі двох особин різної статі зменшується при зниженні щільності популяції пропорційно квадрату щільності. Проте за великої щільності популяцій швидкість розмноження лімітує вже не число зустрічей особин протилежної статі, а число самок у популяції.

Література

1. Теорія систем в екології : підручник / Ю. Г. Масікевич, О. В. Шестопалов, А. А. Негадайло та ін. – Суми : Сумський державний університет, 2015. – 330 с

2. Голубець М. А. Екосистемологія / М. А. Голубець. – Львів, 2000. – 316 с.

3. Василенко Н.В. Теория колебаний. / Н. В. Василенко – Киев: Вища школа, 1992. – 430 с.