

Лозинський Р.Я.

**ТЕПЛОТЕХНІКА
в пожежній справі**

Навчальний посібник

Львів-2021

УДК 697.98

ББК 31+38

Л 72

Рецензенти: **Семерак Михайло Михайлович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теплотехніки, теплових і атомних електричних станцій Національного університету «Львівська політехніка»;

Ковалишин Василь Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри ліквідації наслідків надзвичайних ситуацій Львівського державного університету безпеки життєдіяльності.

Рекомендовано до друку рішенням вченої ради Львівського державного університету безпеки життєдіяльності
(протокол № 2 від 06.10.2021 р.)

Лозинський, Роман Якович.

Теплотехніка в пожежній справі : навчальний посібник / Р.Я. Лозинський – Львів : Видавництво ЛДУ БЖД, 2021. – 330 с.

В навчальному посібнику ґрунтовно розкриваються основи теплотехніки та їх використання в пожежній справі. Вказується методика розв'язування задач з конкретних тем, більшість яких складена автором і які стосуються практичної діяльності працівників оперативно-рятувальної служби.

Посібник охоплює всі розділи термодинаміки та теплопередачі і тому добре слугуватиме курсантам, студентам і слухачам закладів вищої освіти, які спеціалізуються в цій галузі.

© Лозинський Р.Я., 2021

© ЛДУБЖД, 2021

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
РОЗДІЛ І. ТЕРМОДИНАМІКА	
Тема 1. Одиниці фізичних величин. Основні параметри робочого тіла.....	9
1.1. Температура, шкали вимірювання, засоби вимірювання	11
1.2. Тиск, одиниці тиску, засоби вимірювання	14
1.3. Питома густина та питомий об'єм речовини.....	16
1.4. <i>Методика розв'язування задач</i>	17
Тема 2. Основні стани матеріальних тіл. Основні закони ідеальних газів.....	18
2.1. Кількість речовини, молярна маса, молярний об'єм. Число Авогадро	20
2.2. Основні закони ідеальних газів	21
2.3. Рівняння Клапейрона-Менделєєва	24
2.4. <i>Методика розв'язування задач</i>	27
Тема 3. Газові суміші.....	32
3.1. Закон Дальтона	33
3.2. Умовна молярна маса суміші газів	34
3.3. <i>Методика розв'язування задач</i>	38
Тема 4. Теплоємність ідеального газу та суміші газів.....	42
4.1. Ізохорна та ізобарна теплоємність газу.....	44
4.2. Теплоємність суміші газів	46
Тема 5. Перший закон термодинаміки.....	47

5.1.	Термодинамічна система та термодинамічні процеси	47
5.2.	Внутрішня енергія і робота термодинамічної системи	49
5.3.	<i>Методика розв'язування задач</i>	53
Тема 6. Термодинамічні газові процеси.....		59
6.1.	Ентропія.....	59
6.2.	Основні процеси зміни стану робочого тіла	62
6.3.	Ізохорний процес	62
6.4.	Ізобарний процес	64
6.5.	Ізотермічний процес.....	67
6.6.	Адіабатний процес	68
6.7.	Політропні процеси	72
6.8.	<i>Методика розв'язування задач</i>	75
Тема 7. Другий закон термодинаміки.....		82
7.1.	Кругові процеси або цикли.....	83
7.2.	Цикл С. Карно	86
7.3.	Обернений цикл С. Карно	89
7.4.	Аналітичний вираз другого закону термодинаміки.	90
Тема 8. Цикли двигунів внутрішнього згорання.....		91
8.1.	Цикл з підведенням теплоти при сталому об'ємі.....	92
8.2.	Цикл з підведенням теплоти при сталому тиску.....	96
8.3.	Цикл із змішаним підведенням теплоти	98
8.4.	<i>Методика розв'язування задач</i>	101
Тема 9. Термодинамічні процеси компресорних машин..		107
9.1.	Одноступеневий поршневий компресор	108
9.2.	Процеси ідеального багатоступеневого поршневого компресора.....	112

9.3.	Осьовий компресор	115
9.4.	Методика розв'язування задач	116
Тема 10. Витікання і дроселювання газів.....		123
10.1.	Ентальпія	123
10.2.	Витікання газу і ентальпія	125
10.3.	Рівняння Бернуллі	128
10.4.	Число Маха	129
10.5.	Швидкість витікання та масова витрата робочого тіла.....	130
10.6.	Сопло Лавалю	138
10.7.	Дроселювання газу	141
10.8.	Методика розв'язування задач	144

РОЗДІЛ II. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Тема 1. Основні положення.....		151
1.1.	Коефіцієнт теплопровідності	156
1.2.	Рівняння теплопровідності Фур'є	157
1.3.	Початкова та граничні умови	160
Тема 2. Стаціонарне температурне поле в одношарових тілах.....		161
2.1.	Температурне поле в плоскій однорідній стінці	161
2.2.	Температурне поле в циліндричній однорідній стінці	166
2.3.	Температурне поле в сферичній однорідній стінці..	170
2.4.	Методика розв'язування задач	174
Тема 3. Стаціонарне температурне поле в багатошарових тілах.....		183
3.1.	Температурне поле плоскої багатошарової стінки за наявності ідеального теплового контакту між шарами	183

3.2.	Температурне поле в багат шаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами	190
3.3.	Теплова ізоляція труб. Критичний радіус ізоляції....	197
3.4.	Температурне поле в багат шаровій сферичній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами	200
3.5.	<i>Методика розв'язування задач</i>	207
Тема 4. Нестационарна теплопровідність.....		232
4.1.	Опис контакту тіл з навколишнім середовищем	236
Тема 5. Конвекційний теплообмін.....		238
5.1.	Диференціальне рівняння тепловіддачі	238
5.2.	Теорія подібності	241
5.3.	Числа подібності	242
5.4.	Визначення коефіцієнта теплообміну	246
5.5.	<i>Методика розв'язування задач</i>	252
Тема 6. Променевий теплообмін.....		259
6.1.	Закони випромінювання абсолютно чорного тіла...	263
6.2.	Закон Кірхгофа	268
6.3.	Теплообмін випромінюванням між плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем	269
6.4.	Теплообмін випромінюванням між твердими тілами, одне з яких розміщене всередині іншого....	272
6.5.	Теплові екрани	274
6.6.	<i>Методика розв'язування задач</i>	277
Тема 7. Види палива. Головні стадії горіння. Основні положення		283
7.1.	Головні стадії горіння палива	285

7.2.	Кількість повітря необхідного для згорання палива	288
7.3.	Випромінювання полум'я факела	290
7.4.	Випромінювання полум'я факела в паливнику.....	292
7.5.	Випромінювання полум'я факела на пожежі	293
7.6	<i>Методика розв'язування задач</i>	296

Тема 8. Температурний режим під час пожежі в приміщенні..... 297

8.1.	Середньооб'ємні параметри стану газового середовища в приміщенні	298
8.2.	Рівняння пожежі	302
8.3.	Температурний режим під час пожежі в приміщенні.....	305
8.4.	Температурний режим під час пожежі в житлових та громадських спорудах	308

Тема 9. Теплообмінні апарати..... 309

9.1.	Вступ. Основні положення	309
9.2.	Основні рівняння теплового розрахунку теплообмінних апаратів	313
9.3.	<i>Методика розв'язування задач</i>	319

ДОДАТКИ..... 322

ЛІТЕРАТУРА..... 329

ВСТУП

Як відомо прогрес в усіх галузях економіки тісно пов'язаний з новими науковими досягненнями, які модернізують виробничі процеси.

Зважаючи на те, що практично всі технологічні процеси відбуваються на засадах енергообміну в теоретичну базу якої входить теплотехніка, треба вважати, що термодинаміка і теплопередача посідає чільне місце в комплексі тих дисциплін, котрі стають провідними. Потреба в посібнику, який ставить за мету навчити читача основ теплотехніки та їх використання в пожежній справі, наводить методику розв'язання задач з тих тем, доволі велика, оскільки бібліографія праць з цього предмета обмежена. Разом з тим термодинаміка і теплопередача належать до фундаментальних дисциплін і є основою для вивчення дисциплін пожежно-технічного профілю.

В цьому посібнику поєднуються теоретичні основи тем з теплотехніки та методика розв'язування задач з цих тем.

Курсантам, студентам, та слухачам під час самостійного вивчення теми необхідно спочатку ознайомитись з теоретичним матеріалом, який викладено в посібнику, а потім вивчити методику розв'язування задач з цієї теми.

Задачі підібрані так, що дає змогу можливість набути необхідних навиків у використанні загальних теорем і методів для розв'язування конкретних прикладних завдань. Автор намагався зробити викладення кожної конкретної теми незалежним від інших тем, що дозволяє читачеві здійснювати вибіркове вивчення окремих тем і методики розв'язування задач.

Посібник рекомендовано курсантам, студентам та слухачам технічних закладів вищої освіти III-IV рівнів акредитації денної та заочної форм навчання, а також для самостійного вивчення основ термодинаміки та теплопередачі та використання їх в пожежній справі.

РОЗДІЛ І. ТЕРМОДИНАМІКА

Тема 1. Одиниці фізичних величин.

Основні параметри робочого тіла

Вивчення курсу термодинаміки і теплопередачі зазвичай починають з основних понять і визначень технічної термодинаміки, одним з яких є поняття параметрів стану, а також одиниць фізичних величин, які зустрічаються при розв'язуванні теплотехнічних задач.

Основні одиниці фізичних величин СІ:

Довжина – метр (м).

Маса – кілограм (кг).

Час – секунда (с).

Сила електричного струму – ампер (А).

Термодинамічна температура – кельвін (К).

Кількість речовини – моль (моль).

Сила світла – кандела (кд).

Похідні одиниці

Механічні

Теплові

Сила – ньютон (Н). Теплота – джоуль (Дж).

Тиск – паскаль (Па). Теплоємність – джоуль на кельвін (Дж/К).

Робота – джоуль (Дж).

Потужність – ват (Вт).

На практиці ще зустрічаються одиниці, що належать до технічної системи одиниць, так званої МКГСС. У назві системи вказані найменування її основних одиниць: метр, кілограм-сила, секунда. З курсу фізики відомо, що 1 кгс – це сила, яка масі в 1 кг надає прискорення $9,81 \text{ м/с}^2$, а 1 Н – це сила, котра масі в 1 кг надає прискорення 1 м/с^2 , тому $1 \text{ кгс} = 9,81 \text{ Н}$.

У технічній системі одиниць кількість теплоти вимірюється в калоріях (кал).

Калорія – це кількість теплоти, що необхідна для нагрівання 1 г води від 19,5 до 20,5°C. Експериментально було встановлено, що для нагрівання 1 г води на 1°C завжди потрібна кількість енергії : 4,186 Дж (дослід Джоуля), тобто:

$$1\text{ кал} = 4,186 \text{ Дж} = 4,186/9,81 = 0,427 \text{ кгс}\cdot\text{м}.$$

На практиці вживають одиницю у 1000 разів більшу – кілокалорію (ккал):

$$1\text{ ккал} = 4186 \text{ Дж} = 4,186 \text{ кДж} = 4186/9,81 = 427 \text{ кгс}\cdot\text{м}.$$

Часто в розрахунках як одиниця роботи використовується кіловат-година (кВт•год). Співвідношення між 1 кВт•год, кДж і ккал:

$$\begin{aligned} 1\text{ кВт}\cdot\text{год} &= 3600 \text{ кДж} = 3,6 \text{ МДж} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж} = \\ &= 3600/4,186 = 860 \text{ ккал} \end{aligned}$$

Термодинаміка – це наука, яка вивчає закони перетворення теплової енергії в інші види енергії (механічну роботу, електричну енергію, хімічну і т.д.) під час різноманітних фізичних, хімічних та інших процесів.

Кожна теплова машина приводиться в дію в результаті зміни параметрів стану речовини, яку називають робочим тілом.

Робоче тіло – це речовина, яка бере участь в термодинамічних перетвореннях.

Наприклад. В парових машинах робочим тілом є водяна пара, в двигунах внутрішнього згорання, переважно, – продукт згорання бензину, дизельного палива.

Тіла перебувають в твердому, рідкому та газоподібному станах. В твердих тілах віддалі між молекулами, порівняно з розмірами молекул, незначні, тому сили зчеплення між молекулами є доволі великі і сили зчеплення забезпечують зберігання форми та об'єму тіла.

В рідких тілах віддалі між молекулами є співрозмірні з розмірами молекул, тому сили зчеплення між молекулами

забезпечують тільки зберігання об'єму тіла, але їх величина є недостатньою для забезпечення форми тіла.

В газоподібних тілах віддалі між молекулами, значно більші за розмірами молекул, тому сили зчеплення між молекулами незначні та не здатні забезпечувати зберігання об'єму та форми тіла. Газоподібна речовина займає весь простір посудини в якій вона знаходиться. Вивчення властивостей речовин в газоподібному стані з врахуванням сил взаємодії, розмірів молекул та маси молекул є надзвичайно складною задачею і на сьогодні розв'язання цієї задачі практично неможливе, тому введено поняття ідеального газу.

Ідеальний газ – це уявний газ у якого відсутні сили взаємодії між молекулами, розмірами молекул нехтують і враховують лише масу молекул.

Кожен стан газу характеризується певними величинами, котрі називають **параметрами стану**.

Основними параметрами стану є температура, тиск, об'єм, питомий об'єм, ентропія і внутрішня енергія. Окрім основних параметрів стану є **допоміжні параметри**: теплоємність, теплопровідність, ентальпія і т.д. Газоподібне тіло, внаслідок своєї здатності до великого розширення під час нагрівання, найкраще підходить для використання його в якості робочого тіла.

1.1. Температура, шкали вимірювання, засоби вимірювання

Температура – це міра нагрітості тіла, величина якої дає можливість визначати напрямки течії теплоти від одного тіла до другого при їх контакті. Температура характеризує інтенсивність руху молекул. Там де вища температура молекули рухаються з більшими швидкостями.

Відповідно до молекулярно-кінетичної теорії, температура речовини прямо пропорційна середній кінетичній

енергії поступального руху молекул, тобто температура є статистичний параметр, що визначає середню кінетичну енергію системи в конкретний момент часу і дорівнює:

$$T = \frac{2}{3k} \frac{mw^2}{2}$$

де k – стала Больцмана і $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$; $\frac{mw^2}{2}$ – середня

кінетична енергія поступального руху молекул.

Для одного кіломоля ідеального газу його кінетична енергія і температура перебувають в залежності

$$E = \frac{2}{3} RT$$

де E – кінетична енергія одного кіломоля молекул; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура.

Існують різні шкали вимірювання температури, які відрізняються між собою вибором реперних точок та величиною поділу температурного проміжку між реперними точками.

Реперна (reperre – французькою мовою мітка, позначка) точка – це точка, яку можна відтворити. Реперна точка для температури – температура, яку легко відтворити у будь-який момент часу.

В 1742 році шведський вчений Цельсій за реперні точки взяв температуру плавлення льоду та температуру кипіння води при тиску 760 мм рт. ст. Першу температуру позначив за 0°C а другу – 100°C . Отже, 1°C – це одна сота температурного інтервалу між плавленням льоду і кипінням води.

Фаренгейт за реперні точки взяв температуру суміші льоду, солі, нашатирного спирту, взятих в рівних пропорціях, яку позначив за 0°F , та температуру тіла людини, яку позначив за 96°F . За шкалою Фаренгейта температура плавлення льоду 320°F , а температура кипіння води – 212°F .

Реомюр за реперні точки взяв температуру плавлення льоду, яку позначив за 0°R , та температуру кипіння води, яку позначив за 80°R .

Кельвін за реперні точки взяв температуру плавлення льоду, яку позначив за $273,15^{\circ}\text{K}$, та температуру кипіння води, яку позначив за $373,15^{\circ}\text{K}$.

Взаємозалежності між температурними шкалами Цельсія, Фаренгейта та Кельвіна такі:

$$t^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9}(t^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F});$$

$$T, \text{K} = t^{\circ}\text{C} + 273,15;$$

$$t^{\circ}\text{C} = 1,25t^{\circ}\text{R}.$$

Зауваження. Практично у всі формули термодинаміки необхідно підставляти числове значення температури, виражене в кельвінах.

Для вимірювання температури застосовують спеціальні пристрої, які називають термометрами. Дія термометрів базується на теплових властивостях, які типові для деяких газів, рідин, твердих тіл тощо.

На основі об'ємного розширення рідини під час зміни температури побудовані ртутні і спиртові термометри, діапазон вимірювання яких лежить в межах від -190°C до 500°C .

На властивості зміни тиску речовини в замкнутому об'ємі від зміни температури побудовані газові, манометричні термометри, діапазон вимірювання яких від -120°C до 600°C .

Грунтуючись на властивості зміни інтенсивності випромінення нагрітих тіл під час зміни температури тіла побудовані оптичні та радіаційні термометри, діапазон вимірювання яких від $+600^{\circ}\text{C}$ до 6000°C .

1.2. Тиск, одиниці тиску, засоби вимірювання

Тиски рідин і газів відіграють важливу роль в техніці і повсякденному житті. Велике значення має тиск і в практиці оперативно-рятувальної служби. В технологічних процесах промислових підприємств профілактичні заходи зосереджені на контролі за величиною тиску в технологічних апаратах для запобігання пожежам та вибухам.

Тиск – це величина відношення нормальної складової сили до величини площі на яку діє сила.

$$p = \frac{F_n}{S}.$$

В газоподібних речовинах молекули перебувають в хаотичному русі з дуже великими швидкостями, тому тиск газу – це сумарний результат силової дії молекул газу на внутрішню поверхню стінок посудини.

Залежність між тиском газу і швидкістю молекул, відповідно до молекулярно-кінетичної теорії, описує співвідношення:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{mw^2}{2},$$

де n – кількість молекул в одиниці об'єму; $\frac{mw^2}{2}$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули газу.

В технічній термодинаміці розрізняють атмосферний (барометричний) тиск, надлишковий (манометричний) тиск, розрідження (вакуум), абсолютний тиск.

Атмосферний (барометричний) тиск – гідростатичний тиск який чинить атмосфера на всі предмети, які в ній знаходяться, та позначається – $p_{\text{атм}}$.

Надлишковий (манометричний) тиск – тиск який створюється з допомогою компресорів, та позначається – $p_{\text{надл.}}$. Він вказує на скільки тиск в посудині перевищує атмосферний тиск.

Розрідження (вакуум) – це тиск який створюється відповідною установкою, та позначається – $p_{\text{розр.}}$. Він вказує наскільки тиск в посудині менший від атмосферного тиску.

Абсолютний тиск газу є усереднений наслідок силової дії молекул на стінки посудини, та позначається – $p_{\text{абс.}}$. Абсолютний тиск дорівнює сумі атмосферного (барометричного) та надлишкового тисків, тобто:

$$p_{\text{абс.}} = p_{\text{атм.}} + p_{\text{надл.}}$$

Абсолютний тиск дорівнює різниці між атмосферним (барометричним) та тиском розрідження, тобто:

$$p_{\text{абс.}} = p_{\text{атм.}} - p_{\text{розр.}}$$

В системі СІ тиск вимірюється в Паскалях, де $1 \text{ Па} = 1$

$$1 \text{ кПа} = 1000 \text{ Па} = 10^3 \text{ Па}, 1 \text{ МПа} = 1000000 \text{ Па} = 10^6 \text{ Па} = 1000 \text{ кПа}.$$

Інколи тиск вимірюють в технічних одиницях: атм., мм. рт. ст., мм. вод. ст.

Залежності між ними та системою СІ такі:

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} = 101325 \text{ Па},$$

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133,322 \text{ Па},$$

$$1 \text{ мм вод. ст.} = 9,81 \text{ Па},$$

$$1 \text{ бар} = 750 \text{ мм рт. ст.} = 100000 \text{ Па}.$$

Для вимірювання атмосферного тиску використовують барометри. Манометри, тягонапорометри використовуються для вимірювання надлишкового тиску. З допомогою вакуумметра

вимірюють розрідження в посудині. Мановакууметром вимірюють як надлишковий тиск, так і тиск розрідження.

1.3. Питома густина та питомий об'єм речовини

Об'ємом речовини називають частину простору, який займає речовина. Питомий об'єм речовини – це об'єм робочого тіла, маса якого 1кг, тобто відношення повного об'єму тіла до його маси.

$$v = \frac{V}{m},$$

де V – об'єм, який займає речовина, $[V] = \text{м}^3$;
 $[m] = \text{кг}$ – маса речовини.

Розмірність питомого об'єму речовини $[v] = \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$.

Питома густина речовини – це маса одиниці об'єму, який займає речовина.

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Розмірність питомої густини речовини $[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Питома густина і питомий об'єм речовини взаємно обернені величини, тобто:

$$\rho \cdot v = 1 \text{ або } \rho = \frac{1}{v}.$$

Питома густина і питомий об'єм газоподібних тіл суттєво залежать від температури і тиску речовини.

1.4. Методика розв'язування задач

Задача 1. Манометр, встановлений на паровому котлі, показує тиск 3 кгс/см^2 . Атмосферний тиск 740 мм рт. ст. . Визначити абсолютний тиск в паровому котлі в системі СІ. Манометр показує надлишковий тиск, тому абсолютний тиск визначаємо за формулою $p_{\text{абс.}} = p_{\text{атм.}} + p_{\text{надл.}}$. Вкажемо надлишковий тиск в Па. $p_{\text{надл.}} = 3 \text{ кгс/см}^2 = 3 \cdot 101325 \text{ Па} = 303975 \text{ Па}$. Атмосферний тиск дорівнює $p_{\text{атм.}} = 740 \text{ мм рт. ст.} = 740 \cdot 133,322 \text{ Па} = 98658 \text{ Па}$. Абсолютний тиск в паровому котлі дорівнює $p_{\text{абс.}} = p_{\text{атм.}} + p_{\text{надл.}} = 98658 + 303975 = 402633 \text{ Па}$.

Задача 2. На пожежній відцентровій pompі встановлено вакуумметр, який показує розрідження 500 мм рт. ст. . Визначити абсолютний тиск, якщо атмосферний тиск дорівнює 750 мм рт. ст. . Оскільки pompa створює розрідження, то абсолютний тиск визначаємо за формулою $p_{\text{абс.}} = p_{\text{атм.}} - p_{\text{розр.}}$. Атмосферний тиск в системі СІ дорівнює $p_{\text{атм.}} = 750 \text{ мм рт. ст.} = 750 \cdot 133,322 \text{ Па} = 99991,5 \text{ Па}$. Тиск розрідження становитиме $p_{\text{розр.}} = 500 \text{ мм рт. ст.} = 500 \cdot 133,322 \text{ Па} = 66661 \text{ Па}$. Абсолютний тиск у відцентровій pompі дорівнює $p_{\text{абс.}} = p_{\text{атм.}} - p_{\text{розр.}} = 99991,5 - 66661 = 33330,5 \text{ Па}$.

Задача 3. Визначити теоретичну висоту підймання води автопомпою із водойми, якщо pompa може створювати розрідження $0,32 \text{ атм.}$. Визначимо величину тиску розрідження в системі СІ: $p_{\text{розр.}} = 0,32 \text{ атм} = 0,32 \cdot 101325 \text{ Па} = 32424 \text{ Па}$. Висота підймання води h буде такою, щоб водяний стовпчик цієї висоти створював тиск рівний величині тиску розрідження, тобто $h \text{ мм вод. ст.} = 32424 \text{ Па}$.

Отримаємо таку залежність h мм вод. ст. = $= h \cdot 9,81 \text{ Па} = 32424 \text{ Па}$. Звідси отримаємо $h = \frac{32424}{9,81} = 3305,5 \text{ мм}$.

Отже, висота підймання води автопомпою становитиме $h = 3305,5 \text{ мм} = 3,3 \text{ м}$.

Задача 4. В балоні апарата АСП-2 місткістю 4 літри міститься 0,9 кг стиснутого повітря з температурою 17°C . Визначити абсолютну температуру, питомий об'єм та питому густину повітря в балоні. Абсолютна температура стиснутого повітря дорівнює $T = t + 273 = 17 + 273 = 290 \text{ К}$. Питомий об'єм стиснутого повітря в балоні визначаємо за формулою
$$v = \frac{V}{m} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{0,9} = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{кг}$$
. Питома густина стиснутого в балоні повітря дорівнює
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,9}{4 \cdot 10^{-3}} = 0,225 \cdot 10^3 = 225 \text{ кг} / \text{м}^3$$
.

Тема 2. Основні стани матеріальних тіл.

В реальному світі всі тіла матеріальні і постійно перебувають в русі. Рух є видимий і невидимий. Видимий рух фіксуємо як переміщення одного тіла відносно іншого. Невидимий рух матеріальних тіл виявляємо з допомогою різноманітних приладів.

Наприклад. Оскільки температура газу залежить від швидкостей з якими рухаються молекули газу в середовищі, то величину середньої швидкості руху молекул газу можна виявити з допомогою термометра.

Матеріальні тіла можуть перебувати в трьох станах: твердому, рідкому і газоподібному. Вважається, що повністю або частково іонізований газ (плазма) є четвертим станом речовини.

За певних умов стан тіла може змінюватись і тіло може переходити з одного стану в інший. Типові способи переходу

однокомпонентної речовини з одного стану в інший показано на діаграмі (рис. 1.1). Можливі три зони: I – зона твердого стану речовини; II – зона рідкого стану речовини; III – зона газоподібного стану речовини.

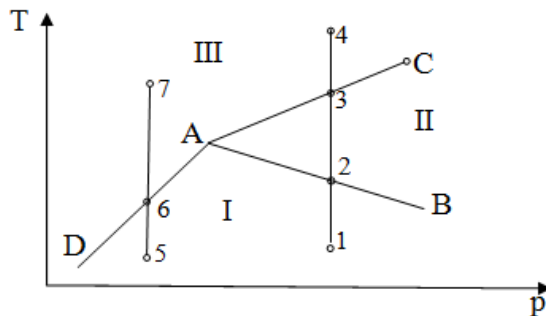


Рис. 1.1. Фазова діаграма однокомпонентної речовини

Якщо взяти речовину в твердому стані (точка 1) і змінювати тільки температуру тіла, то тіло із твердого стану поступово перейде в рідкий стан. Точка 2 (точка **плавлення** тіла) – характеризує момент переходу стану тіла із твердого в рідкий. При подальшому нагріванні тіло з рідкого стану перейде в газоподібний (точка 4). Точка 3 (точка **випаровування**) – характеризує момент переходу стану тіла з рідкого в газоподібний.

Можливий варіант, що тіло із твердого стану (точка 5), може відразу перейти в газоподібний (точка 7), минаючи рідкий стан. Це можливо якщо процес нагрівання відбувається при наявності малого тиску. Точка 6 (точка **сублімації**) – момент переходу тіла із твердого стану в газоподібний. Можливе таке співвідношення величин тиску і температури (точка A), при якому тіло одночасно перебуватиме в трьох станах: твердому, рідкому та газоподібному. **Точка A** – потрібна точка речовини.

Для води потрібна точка існує, якщо вода має температуру $T=273,16\text{ K}$ і перебуває під тиском $p=610,8\text{ Па}$.

На даній діаграмі (рис. 1.1) лінію AB називають лінією плавлення, лінію AC – лінією випаровування, а лінію AD – лінією сублімації.

Лінія AB не завершується навіть при надвисоких тисках. Крива випаровування AC завершується точкою C , яку називають критичною точкою. В **критичній** точці між рідким і газоподібним станами речовини немає відмінностей. Значення температури і тиску в цій точці називають **критичною температурою і критичним тиском**. Для води критична температура $T_{кр}=647\text{ K}$ і критичний тиск $p_{кр}=22,1\text{ МПа}$, для вуглекислоти відповідно – $T_{кр}=304\text{ K}$ і $p_{кр}=7,41\text{ МПа}$.

2.1. Кількість речовини, молярна маса, молярний об'єм. Число Авогадро

Маса речовини – це фізична величина, що характеризує інертність тіла.

Інертність – це властивість тіла чинити опір зміні його швидкості.

Кількість речовини n вимірюють в молях та визначають числом структурних частинок. 1 моль – це кількість речовини, число структурних частинок якої дорівнює числу атомів, що міститься у ^{12}C масою $0,012\text{ кг}$. Частіше кількість речовини вимірюють в кіломолях, де $1\text{ кмоль}=1000\text{ моль}$.

Числом Авогадро назвали число атомів, що міститься в $1\text{ кмоль }^{12}\text{C}$:

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{кмоль}}.$$

В довільній речовині кількістю 1 кмоль число молекул дорівнює числу Авогадро.

Молярна маса μ – це величина відношення маси речовини до її кількості.

$$\mu = \frac{m}{n}.$$

Одиницею вимірювання молярної маси є

$$[\mu] = \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}} \text{ або } [\mu] = \frac{\text{г}}{\text{моль}}.$$

Молярний об'єм V_μ – це величина відношення об'єму речовини до кількості речовини.

$$V_\mu = \frac{V}{n}.$$

Одиницею вимірювання молярного об'єму є

$$[V_\mu] = \frac{\text{м}^3}{\text{кмоль}} \text{ або } [V_\mu] = \frac{\text{л}}{\text{моль}}.$$

Молярний об'єм будь-якого ідеального газу з температурою $T = 273,15\text{K}$ і тиском $p = 101325\text{ Па}$ дорівнює:

$$V_\mu = 22,4 \frac{\text{м}^3}{\text{кмоль}} \text{ або } V_\mu = 22,4 \frac{\text{л}}{\text{моль}}.$$

Закон Авогадро. В рівних об'ємах різних ідеальних газів за однакових умов (температури та тиску) міститься однакове число молекул.

Отже, молярні об'єми будь-яких ідеальних газів з однаковою температурою та тиском рівні між собою.

2.2. Основні закони ідеальних газів

Основні закони ідеальних газів спочатку були отримані експериментальним шляхом а згодом підтверджені з використанням молекулярно-кінетичної теорії. Отримані закони для ідеальних газів можна з достатньою точністю застосовувати і до реальних газів.

Закон Бойля-Маріотта. Для сталої маси ідеального газу із сталою температурою добуток абсолютного тиску на об'єм газу є величина стала, тобто:

$$p \cdot V = \text{const} . \quad (1.1)$$

Термодинамічний процес, який відбувається за сталої температури речовини $T = \text{const}$ називають **ізотермічним** процесом. Із співвідношення (1.1) можна записати залежність між параметрами двох станів газу:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 . \quad (1.2)$$

Оскільки між об'ємом та питомим об'ємом газу існує залежність $V_i = m v_i$, то з (1.2) отримаємо $p_1 m v_1 = p_2 m v_2$ або

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 . \quad (1.3)$$

Отже, для сталої маси газу в ізотермічному процесі добуток абсолютного тиску на питомий об'єм газу є величина стала.

Закон Гей-Люссака. Для сталої маси ідеального газу, яка перебуває під сталим тиском, існує залежність між об'ємом та абсолютною температурою газу:

$$V = \frac{V_0 T}{273} . \quad (1.4)$$

Термодинамічний процес, який відбувається при сталому тиску $p = \text{const}$, називають **ізобарним** процесом. V_0 – об'єм ідеального газу з температурою $T = 273\text{K}$ або $t = 0^\circ\text{C}$. Враховуючи (1.4) запишемо:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{273} = \text{const} .$$

А для двох станів газу в ізобарному процесі між його параметрами існує залежність

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (1.5)$$

Оскільки $V_i = m \cdot v_i$, то співвідношення (1.5) набере вигляду

$$\frac{mv_1}{T_1} = \frac{mv_2}{T_2} \text{ або } \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}. \quad (1.6)$$

Отже, для кожної маси ідеального газу в ізобарному процесі відношення питомого об'єму газу до його абсолютної температури є величина стала.

Закон Шарля. Для сталої маси ідеального газу, об'єм якого сталий, залежність між тиском та температурою газу така:

$$p = \frac{p_0 T}{273}, \quad (1.7)$$

де p_0 – абсолютний тиск газу з температурою

$$T = 273\text{K} \text{ або } t = 0^\circ\text{C}.$$

Термодинамічний процес, який відбувається зі сталим об'ємом, називають **ізохорним** процесом. З рівняння (1.7) отримаємо співвідношення:

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{273} = \text{const}.$$

Для двох станів газу в ізохорному процесі існує залежність між його параметрами:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}. \quad (1.8)$$

Отже, для кожної маси ідеального газу в ізохорному процесі відношення абсолютного тиску до абсолютної температури газу є величина стала.

2.3. Рівняння Клапейрона-Менделєєва

Розглянемо робоче тіло (ідеальний газ) масою 1 кг , термодинамічний стан якого описується параметрами (p_1, v_1, T_1) і його термодинамічний стан на рис. 1.2 вказано точкою 1, де: p_1 – абсолютний тиск, v_1 – питомий об’єм газу, T_1 – абсолютна температура газу. Переведемо робоче тіло в термодинамічний стан з параметрами (p_2, v_2, T_2) . Термодинамічний стан його на рис. 1.2 вказано точкою 2. Встановимо залежність між початковими і кінцевими параметрами.

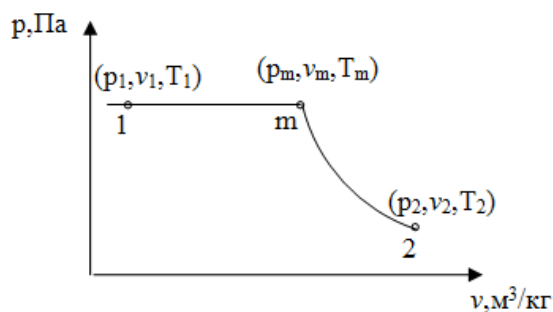


Рис. 1.2. Динаміка зміни термодинамічного стану робочого тіла

Нехай спочатку відбувається термодинамічний процес з сталим тиском, тобто змінюється питомий об’єм робочого тіла та його температура. Завершимо його тоді, коли абсолютна температура газу досягне величини T_2 , тобто $T_m = T_2$. Отже, термодинамічний стан робочого тіла в точці m описується параметрами (p_m, v_m, T_m) , де $p_m = p_1$ і $T_m = T_2$.

Оскільки відбувався ізобарний процес, то за законом Гей-Люссака, враховуючи (1.6), отримаємо:

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_m}{T_m} \quad (1.9)$$

На другому етапі термодинамічного процесу зафіксуємо температуру газу, тобто $T = T_2 = const$, а змінюємо тиск та питомий об'єм тіла. Завершення другого етапу настає тоді, коли тиск і питомий об'єм досягнуть величин (p_2, v_2) . Оскільки мав місце ізотермічний процес, то згідно із законом Бойля-Маріотта, враховуючи (1.3), має місце рівність:

$$p_m v_m = p_2 v_2 \quad (1.10)$$

Із співвідношення (1.10) отримаємо, що:

$$v_m = \frac{p_2 v_2}{p_m}.$$

Підставляючи цю залежність у співвідношення (1.9), запишемо:

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_m T_m}.$$

Враховуючи, що $p_1 = p_m$ і $T_m = T_2$, отримаємо:

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_1 T_2} \text{ або } \frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2}.$$

Оскільки параметри $(p_1, v_1, T_1, p_2, v_2, T_2)$ довільні, то можна твердити, що

$$\frac{pv}{T} = \text{const}. \quad (1.11)$$

Для кожного ідеального газу значення const своє і тому надалі позначимо її величину через R_1 . Отже, залежність між параметрами стану газ набере вигляду:

$$\frac{pv}{T} = R_1, \quad (1.12)$$

де p – абсолютний тиск, v – питомий об'єм газу, T – абсолютна температура газу, R_1 – питома газова стала.

Співвідношення (1.12) називають **I-ю формою рівняння стану** ідеального газу. Для кожного ідеального газу величина питомої газової сталої різна. Рівняння (1.12) записане для газу масою 1 кг . Помножимо праву і ліву частини рівняння (1.12) на довільну масу газу m . Але $mv = V$, тому дійсна залежність:

$$pV = mR_1T, \quad (1.13)$$

де m – маса ідеального газу, V – об'єм, який займає газ.

Залежність (1.13) називають **II-ю формою рівняння стану** ідеального газу. Отже, величина добутку молярної маси на питому газову сталу для всіх газів має одне і те ж значення.

Величину, яка дорівнює добутку молярної маси на питому газову сталу, називають **універсальною газовою сталою** і позначають буквою R , тобто:

$$R = \mu \cdot R_1 = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}. \quad (1.14)$$

Із співвідношення (1.14) отримуємо, що питому газову сталу можна визначити за формулою:

$$R_1 = \frac{R}{\mu}. \quad (1.15)$$

Враховуючи (1.15) залежність (1.13) набере вигляду:

$$pV = m \frac{R}{\mu} T. \quad (1.16)$$

Рівняння (1.16) називають **III-ою формою рівняння стану** ідеального газу або **рівнянням Клапейрона-Менделєєва**.

2.4. Методика розв'язування задач

Задача 1. В циліндрі об'ємом $V_1 = 0,3 \text{ м}^3$ міститься газова суміш під тиском $p_1 = 0,3 \text{ МПа}$. Визначити тиск в циліндрі, якщо газову суміш стиснули до об'єму $V_2 = 0,1 \text{ м}^3$. Термодинамічний процес був ізотермічним. Оскільки термодинамічний процес відбувався зі сталою температурою, тобто процес ізотермічний, використаємо закон Бойля-Маріотта у кому вигляді: $p_1 V_1 = p_2 V_2$. З цього співвідношення отримаємо, що $p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2}$.

Підставляючи значення величин отримаємо:

$$p_2 = \frac{300000 \cdot 0,3}{0,1} = 900000 \text{ Па} = 0,9 \text{ МПа}.$$

Задача 2. Внаслідок згорання метану в хатній печі утворилась газова суміш об'ємом $V_1 = 6 \text{ м}^3$ з температурою $t_1 = 727^\circ \text{C}$. Виходячи з комина, газова суміш мала температуру $t_2 = 67^\circ \text{C}$. Визначити, який об'єм газової суміші вийшов з комина.

Оскільки термодинамічний процес відбувається під дією атмосферного тиску, то можна вважати, що відбувався ізобарний процес. Використаємо закон Гей-Люссака у вигляді $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Отже, величина об'єму суміші газів на

виході з комина дорівнює $V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1}$. Визначаємо абсолютні температури суміші газів на початку та в кінці термодинамічного процесу $T_1 = 273 + 727 = 1000 \text{ K}$, $T_2 = 273 + 67 = 340 \text{ K}$. Підставимо значення величин в попередню формулу і отримаємо, що $V_2 = \frac{6 \cdot 340}{1000} = 2,04 \text{ м}^3$

Задача 3. Тиск повітря, з температурою $t_1 = 17^\circ \text{C}$, в гумовому човні рятувальної служби становить 1200 мм рт. ст. Яким буде тиск повітря в човні, якщо температура повітря піднялась до $t_2 = 63^\circ \text{C}$.

Оскільки під час нагрівання човна його об'єм суттєво не зміниться, то можна вважати, що має місце ізохорний процес. Використаємо закон Шарля у вигляді $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ для визначення тиску в човні в кінці термодинамічного процесу. Звідки отримаємо, що $p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1}$. Визначаємо абсолютні

температури на початку та в кінці термодинамічного процесу $T_1 = 273 + 17 = 290 \text{ K}$, $T_2 = 273 + 63 = 336 \text{ K}$. Запишемо величину тиску повітря на початку термодинамічного процесу в системі СІ, тобто $p_1 = 1200 \cdot 133,322 = 159986,4 \text{ Па}$. Підставимо значення величин в попередню формулу і отримаємо, що $p_2 = \frac{159986,4 \cdot 336}{290} = 1853636 \text{ Па}$.

Задача 4. В балоні апарата АСП-2 міститься стиснуте повітря з температурою $t_1 = 15^\circ \text{C}$ під тиском $p_1 = 230 \text{ атм}$.

Визначити масу повітря, яка міститься в балоні. Умовна молярна маса повітря $28,96 \text{ кг/кмоль}$.

Для визначення маси повітря використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu} T$. З даного рівняння

отримаємо, що $m = \frac{pV\mu}{RT}$. Об'єм одного балона апарата АСП-2 може бути 4 л або 4,5 л. Візьмемо балон з об'ємом 4 л, тобто $V = 0,004 \text{ м}^3$. Тиск в балоні запишемо в Па $p_1 = 230 \cdot 101325 = 23304750 \text{ Па}$. Визначаємо абсолютну температуру повітря в балоні $T = 273 + 15 = 288 \text{ К}$. Підставимо значення величин в попередню формулу і отримаємо $m = \frac{23304750 \cdot 0,004 \cdot 28,96}{8314 \cdot 288} = 1,127 \text{ кг}$.

Задача 5. Визначити питомий об'єм та питому густину метану (CH_4), який знаходиться під тиском $p_1 = 740 \text{ мм рт. ст.}$, якщо його температура дорівнює $t_1 = 23^\circ \text{C}$.

Для визначення питомого об'єму метану використаємо першу форму запису рівняння стану газу $pv = R_1 T$, де R_1 – питома газова стала метану, яка дорівнює

$R_1 = \frac{R}{\mu_{\text{CH}_4}} = \frac{8314}{16} = 519,6$. З цього рівняння отримаємо, що

питомий об'єм дорівнює $v = \frac{R_1 T}{p}$. Вкажемо тиск в Па

$p_1 = 740 \cdot 133,322 = 98658,3 \text{ Па}$. Абсолютна температура метану дорівнює $T = 273 + 23 = 296 \text{ К}$. Підставимо значення величин в попередню формулу та визначимо питомий об'єм

метану $\nu = \frac{519,6 \cdot 296}{98658,3} = 1,559 \text{ м}^3 / \text{кг}$. Питома густина метану

дорівнює $\rho = \frac{1}{\nu} = 0,641 \text{ кг} / \text{м}^3$

Задача 6. Балон з киснем ємкістю 60 л під тиском 8 МПа опинився в зоні горіння. Маса кисню 6,3 кг. Визначити який буде тиск в балоні, якщо температура кисню збільшилась до $t = 353^\circ\text{C}$. Зробити аналіз величини тиску на предмет руйнування балона, якщо допустимий тиск в балоні $p_{\text{доп.}} = 15 \text{ МПа}$. Для визначення тиску в балоні при температурі $t = 353^\circ\text{C}$ використаємо рівняння Клапейрона–Менделєєва

$$pV = m \frac{R}{\mu} T, \quad \text{звідки} \quad \text{отримаємо} \quad p = \frac{mRT}{V\mu}.$$

Абсолютна температура кисню в зоні горіння дорівнює $T = 273 + 353 = 626 \text{ К}$. Молярна маса кисню $\mu = 16 \cdot 2 = 32 \text{ кг}$. Підставимо в попереднє рівняння значення величин

$$p = \frac{6,3 \cdot 8314 \cdot 626}{0,06 \cdot 32} = 17077475 \text{ Па} = 17 \text{ МПа}. \quad \text{Оскільки}$$

допустимий тиск в балоні $p_{\text{доп.}} = 15 \text{ МПа}$, то можна стверджувати, що балон зазнає руйнування.

Задача 7. В апараті ємкістю $0,8 \text{ м}^3$ містився ацетилен (C_2H_2) під тиском 800 кПа з температурою 18°C . Внаслідок аварії газ розповсюдився в приміщенні об'єм якого 150 м^3 . Який об'єм займе ацетилен, якщо його температура не змінилась і атмосферний тиск дорівнює 750 мм рт. ст. Зробити аналіз на можливість вибуху, який ймовірний при концентрації ацетилену в суміші від 2,5% до 81%. Оскільки термодинамічний процес відбувався зі сталою температурою, то використаємо закон Бойля–Маріотта у формі $p_1 V_1 = p_2 V_2$ для визначення об'єму V_2 який займе ацетилен після

витікання з апарата. З цього рівняння отримаємо, що $V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}$. Вкажемо атмосферний тиск в $Па$

$p_{атм.} = p_2 = 750 \cdot 133,322 = 99991,5 Па$. Підставимо значення величин в попереднє рівняння $V_2 = \frac{800000 \cdot 0,8}{999915} = 6,4 м^3$.

Визначимо концентрацію ацетилену в приміщенні у відсотках $\frac{V_{C_2H_2} \cdot 100\%}{V} = \frac{640}{150} = 4,27\%$. Концентрація ацетилену

в приміщенні у відсотках дорівнює 4,27%. Отже, для цієї концентрації ацетилену в приміщенні вибух можливий.

Задача 8. Визначити масу повітря використаного вогнеборцем з апарата АСП –2 під час гасіння пожежі. На початку використання тиск у балоні апарата дорівнював $p_1 = 180 атм$ і температура повітря $t_1 = 20^0 C$, а після завершення роботи – $p_2 = 40 атм$ і $t_2 = 35^0 C$. Умовна молярна маса повітря $\mu_{нов.} = 28,96 \frac{кг}{кмоль}$. Апарат АСП–2 складається з двох балонів об'ємом 4 л або 4,5 л. Вважаємо, що в наявності балони ємкістю 4 л, тоді сумарний об'єм балонів 8 л. Вкажемо значення тисків в системі СІ $p_1 = 180 \cdot 101325 = 18238500 Па$, $p_2 = 40 \cdot 101325 = 4053000 Па$. Абсолютна температура повітря дорівнює $T_1 = 273 + 20 = 293 K$, $T_2 = 273 + 35 = 308 K$.

Використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu} T$, визначимо масу повітря, яка містилась в балонах

до початку користування $m_1 = \frac{p_1 V \mu_{нов.}}{T_1 R}$. Підставляючи значення

величин отримаємо, що $m_1 = \frac{18238500 \cdot 0,008 \cdot 28,96}{8314 \cdot 293} = 1,735 кг$.

Під час виходу вогнеборця із зони пожежі маса повітря, яка залишалась в балонах, дорівнює

$$m_2 = \frac{p_2 V_{\mu_{\text{пов}}}}{T_2 R} = \frac{4053000 \cdot 0,008 \cdot 28,96}{308 \cdot 8314} = 0,367 \text{ кг.}$$

Отже, вогнеборець використав за період роботи повітря масою $\Delta m = m_2 - m_1 = 1,735 - 0,367 = 1,368 \text{ кг.}$

Тема 3. Газові суміші

Як правило в термодинаміці в якості робочого тіла використовується не один газ, а суміш.

Газовою сумішшю називають суміш різних газів, які за своїми властивостями розглядаються як ідеальні і не вступають в хімічну взаємодію між собою.

Компонентом газової суміші називають окремий газ, який міститься в суміші. На газові суміші накладаються умови:

- компоненти газової суміші не вступають між собою в хімічні реакції;
- кожний газ, який входить в суміш, розповсюджується рівномірно по всьому об'єму, що займає суміш;
- температура компонента газової суміші дорівнює температурі суміші;
- компоненти газової суміші підкоряються основним законам ідеальних газів.

Наприклад. Газовою сумішшю є сухе повітря, компонентами якого є азот, кисень та інших 12 газів. Склад сухого повітря за об'ємом: 79% азоту та 21% кисню; за масою: 77% азоту та 23% кисню. Газовою сумішшю є продукти згорання.

3.1. Закон Дальтона

Кожний газ, який знаходиться в суміші, розповсюджуючись рівномірно по всьому об'єму посудини, чинить тиск на його стінки.

Парціальний тиск – це тиск газу на стінки посудини за умовою, що він займає весь об'єм суміші і має її температуру. Зв'язок між тиском суміші газів і парціальними тисками компонентів суміші газів дослідним шляхом встановив Джон Дальтон.

Закон Дальтона. Сума парціальних тисків газів в суміші дорівнює абсолютному тиску суміші.

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n. \quad (1.17)$$

Часткове доведення. Нехай в посудині відокремлено розміщено два гази з однаковою температурою T і їх тиски однакові та дорівнюють p (початковий стан).

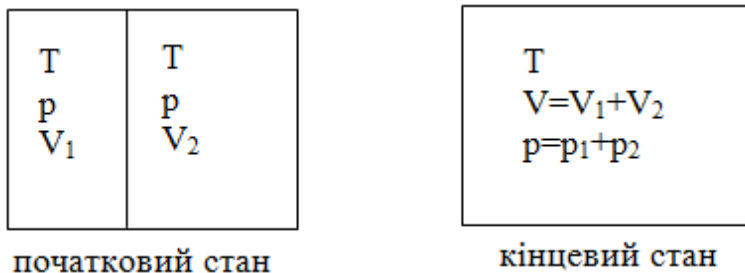


Рис. 1.3. Схематичне зображення посудини до і після утворення суміші газів

V_1 – парціальний об'єм першого компонента суміші газів. V_2 – парціальний об'єм другого компонента суміші газів.

Парціальний об'єм – це та частина об'єму суміші газів, яку займав би даний газ маючи температуру суміші і перебуваючи під тиском, який створює суміш газів.

$$pV_1 = p_1V \text{ та } pV_2 = p_2V.$$

Звідси отримаємо:

$$V_1 + V_2 = V; p = p_1 + p_2.$$

3.2. Умовна молярна маса суміші газів

Суміші газів задаються в масових, об'ємних та мольних частках.

Масовою часткою i -ого компонента суміші газів g_i називають величину, яка характеризує відношення маси компонента суміші газів m_i до маси всієї суміші газів $m_{\text{сум}}$, тобто:

$$g_i = \frac{m_i}{m_{\text{сум}}},$$

де m_i – маса i – ого компонента суміші газів;
 $m_{\text{сум}} = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ – маса суміші газів.

Додаючи масові частки всіх компонентів суміші газів, отримаємо:

$$g_1 + g_2 + \dots + g_n = \frac{m_1}{m_{\text{сум}}} + \frac{m_2}{m_{\text{сум}}} + \dots + \frac{m_n}{m_{\text{сум}}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{m_{\text{сум}}} = \frac{m_{\text{сум}}}{m_{\text{сум}}} = 1$$

Отже, сума масових часток всіх компонентів суміші газів дорівнює одиниці, тобто

$$\sum_{i=1}^n g_i = 1 \quad (1.18)$$

Об'ємною часткою i -ого компонента суміші газів r_i називають величину, яка характеризує відношення парціального об'єму i -ого компонента суміші газів V_i до об'єму всієї суміші газів $V_{\text{сум}}$, тобто:

$$r_i = \frac{V_i}{V_{\text{сум}}},$$

де V_i – об'єм i -ого компонента суміші газів;
 $V_{\text{сум.}} = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ – об'єм суміші газів. Сумуючи об'ємні частки всіх компонентів суміші газів, отримаємо:

$$\sum_{i=1}^n r_i = 1. \quad (1.19)$$

Мольною часткою i -ого компонента суміші газів r_i' називають величину, яка характеризує відношення кількості речовини i -ого компонента суміші газів n_{μ_i} до кількості всієї суміші газів n_{μ_c} , тобто:

$$r_i' = \frac{n_{\mu_i}}{n_{\mu_c}},$$

де n_{μ_i} – кількість молей i -ого компонента суміші газів;
 $n_{\mu_c} = n_{\mu_1} + n_{\mu_2} + \dots + n_{\mu_n}$ – кількість молей суміші газів.

Якщо суміш газів задана в масових частках g_i , то:

$$g_i = \frac{m_i}{m_{\text{сум}}} = \frac{\rho_i V_i}{\rho_{\text{сум}} V_{\text{сум}}}, \quad (1.20)$$

де ρ_i – питома маса i -ого компонента суміші газів,
 $\rho_{\text{сум.}}$ – питома маса суміші газів, V_i – парціальний об'єм i -ого компонента.

Враховуючи закон Авогадро, що в рівних об'ємах довірливих ідеальних газів з однаковими температурою і тиском міститься одна і та ж кількість речовини, можна твердити, що відношення молярних мас ідеальних газів дорівнює відношенню їх питомих мас, тобто:

$$\frac{\mu_i}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{\rho_i}{\rho_{\text{сум}}},$$

де μ_i – молярна маса i -ого компонента суміші газів,
 $\mu_{\text{сум}}$ – умовна молярна маса суміші газів.

Підставляючи цю пропорцію у співвідношення (1.20),
отримаємо :

$$g_i = \frac{\mu_i}{\mu_{\text{сум}}} r_i \quad (1.21)$$

$$\text{або } r_i = \frac{\mu_{\text{сум}}}{\mu_i} g_i. \quad (1.22)$$

Співвідношення (1.21) і (1.22) вказують залежність між
масовими та об'ємними частками.

Оскільки парціальні об'єми компонентів суміші газів
мають одну і ту ж температуру та тиск, то об'єми кіломолів
довільних газів та умовного кіломоля суміші газу однакові.
Отже, можна записати співвідношення:

$$V_i = V_{\mu} \cdot n_{\mu_i} \quad \text{та} \quad V_{\text{сум}} = V_{\mu} \cdot n_{\mu_c},$$

де V_{μ} – об'єм одного умовного кіломоля з відповідною
температурою та під відповідним тиском; n_{μ_i} – кількість
речовини i -ої компоненти суміші газів; n_{μ} – кількість
речовини в суміші газів.

Об'ємна частка i -ого компонента суміші газів,
враховуючи попередні залежності, дорівнює:

$$r_i = \frac{V_i}{V_{\text{сум}}} = \frac{V_{\mu} \cdot n_{\mu_i}}{V_{\mu} \cdot n_{\mu_c}} = \frac{n_{\mu_i}}{n_{\mu_c}} = r'_i.$$

Аналізуючи цю залежність можна твердити, що мольні та об'ємні частки мають для кожного з газів, які входять в суміш, однакові числові значення. Отже, **об'ємні та мольні способи задання суміші газів тотожні**.

Для визначення умовної молярної маси суміші газів використаємо властивість, що сума i -их компонентів суміші дорівнює одиниці, підставивши сюди співвідношення (1.21), отримаємо:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\mu_{\text{сум.}}} r_i = 1.$$

Отже, умовна молярна маса суміші газів та об'ємні частки суміші газів поєднані залежністю:

$$\mu_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^n \mu_i r_i. \quad (1.23)$$

Оскільки $\sum_{i=1}^n r_i = 1$, то враховуючи залежність (1.22), отримаємо:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\text{сум}}}{\mu_i} g_i = 1, \text{ або } \mu_{\text{сум}} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\mu_i} \right)^{-1}. \quad (1.24)$$

Це співвідношення встановлює зв'язок між умовною молярною масою суміші газів та масовими частками компонентів суміші газів.

Враховуючи, що умовна питома газова стала дорівнює:

$$R_{\text{сум}} = \frac{R}{\mu_{\text{сум}}},$$

і використовуючи залежність (1.23), отримаємо:

$$R_{\text{сум.}} = R \left(\sum_{i=1}^n \mu_i r_i \right)^{-1}.$$

Оскільки питомі газові сталі та молярні маси компонентів суміші газів поєднані залежністю $\mu_i = \frac{R}{R_i}$, то підставляючи їх в попереднє рівняння, отримаємо:

$$R_{\text{сум}} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{r_i}{R_i} \right)^{-1}. \quad (1.25)$$

Це рівняння встановлює залежність між питомою газовою сталою суміші газів та об'ємними частками компонентів суміші газів.

Оскільки $\mu_i = \frac{R}{R_i}$ та $\mu_{\text{сум}} = \frac{R}{R_{\text{сум}}}$, то підставляючи їх у співвідношення (1.24), отримаємо:

$$\frac{R}{R_{\text{сум}}} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{g_i R_i}{R} \right)^{-1} \text{ або } R_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^n g_i R_i. \quad (1.26)$$

Ця залежність встановлює зв'язок між питомою газовою сталою суміші газів та масовими частками компонентів суміші газів.

3.3. Методика розв'язування задач

Задача 1. Суміш газів, яка складається із 20 кг CH_4 , 6 кг CO_2 та 0,5 кмоль N_2 , з температурою $t=20^\circ\text{C}$ міститься в резервуарі під тиском $p=20 \text{ атм.}$ Визначити який об'єм займає суміш газів.

Визначимо масу азоту, який міститься в резервуарі, $m_{\text{N}_2} = 0,5 \mu_{\text{N}_2} = 0,5 \cdot 28 = 14 \text{ кг.}$ Маса суміші газів дорівнює $m_{\text{сум.}} = m_{\text{CH}_4} + m_{\text{CO}_2} + m_{\text{N}_2} = 20 + 6 + 14 = 40 \text{ кг.}$ Визначаємо масові частки компонентів суміші газів

$$g_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m_{\text{сум.}}} = \frac{20}{40} = 0,5; g_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_{\text{сум.}}} = \frac{6}{40} = 0,15;$$

$$g_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_{\text{сум}}} = \frac{14}{40} = 0,35.$$

Умовну молярну масу суміші газів визначаємо за формулою (1.24). Підставляючи значення величин, отримаємо

$$\mu_{\text{сум}} = \frac{1}{\frac{0,5}{16} + \frac{0,15}{44} + \frac{0,35}{28}} = \frac{1}{0,04716} = 21,2 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}.$$

Абсолютна температура суміші газів дорівнює $T = 273 + 20 = 293$ К. Суміш газів створює тиск $p = 20 \cdot 101325 = 2026500$ Па. Для визначення об'єму, який займає суміш газів, використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu_{\text{сум}}} T$. Розв'язуючи рівняння відносно об'єму і підставляючи значення величин, отримаємо

$$V = \frac{mRT}{p\mu_{\text{сум}}} = \frac{40 \cdot 8314 \cdot 293}{2026500 \cdot 21,2} = 2,268 \text{ м}^3.$$

Задача 2. В балоні ємкістю 500 л міститься суміш газів CO_2 , O_2 та N_2 під тиском 6,2 МПа та з температурою $t = 190^\circ\text{C}$. Парціальні об'єми компонентів суміші газів такі: $V_{CO_2} = 61,5$ л, $V_{O_2} = 36$ л, $V_{N_2} = 402,5$ л. Визначити масу суміші газів, питомих об'єм та питому густину суміші газів.

Визначаємо об'ємні частки компонентів суміші газів

$$r_{CO_2} = \frac{V_{CO_2}}{V_{\text{сум}}} = \frac{61,5}{500} = 0,123; r_{O_2} = \frac{V_{O_2}}{V_{\text{сум}}} = \frac{36}{500} = 0,072;$$

$$r_{N_2} = \frac{V_{N_2}}{V_{\text{сум}}} = \frac{402,5}{500} = 0,805.$$

Умовну молярну масу суміші газів визначаємо за формулою (1.23). Підставляючи значення величин, отримаємо $\mu_{\text{сум}} = 44 \cdot 0,123 + 32 \cdot 0,072 + 28 \cdot 0,805 = 30,256 \text{ кг/моль}$.

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu_{\text{сум}}} T$ для визначення маси суміші газів. Розв'язуючи рівняння відносно маси та підставляючи дані, отримаємо $m = \frac{pV\mu_{\text{сум}}}{RT} = \frac{6200000 \cdot 0,5 \cdot 30,256}{8314 \cdot 463} = 24,366 \text{ кг}$.

Питомий об'єм суміші газів дорівнює $v = \frac{V}{m} = \frac{0,5}{24,366} = 0,0205 \text{ м}^3/\text{кг}$ і питома густина суміші газів – $\rho = \frac{m}{V} = \frac{24,366}{0,5} = 48,732 \text{ кг/м}^3$.

Задача 3. Продукти згорання палива мають такий склад в молях: $n_{\text{H}_2\text{O}} = 60,3$; $n_{\text{N}_2} = 849,5$; $n_{\text{CO}_2} = 73,9$; $n_{\text{O}_2} = 123,2$. Який об'єм займе суміш газів під тиском 748 мм рт. ст. , маючи температуру $t = 80^\circ\text{C}$.

Визначаємо масу компонентів суміші газів $m_{\text{H}_2\text{O}} = 60,3 \cdot 0,018 = 1,0854 \text{ кг}$; $m_{\text{N}_2} = 849,5 \cdot 0,028 = 23,786 \text{ кг}$; $m_{\text{CO}_2} = 73,9 \cdot 0,044 = 3,2516 \text{ кг}$; $m_{\text{O}_2} = 123,2 \cdot 0,032 = 3,9424 \text{ кг}$. Маса суміші газів дорівнює $m_{\text{сум}} = m_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{CO}_2} + m_{\text{N}_2} + m_{\text{O}_2} = 32,0654 \text{ кг}$.

Визначимо кількість молів в суміші газів $n_{\text{сум}} = n_{\text{H}_2\text{O}} + n_{\text{CO}_2} + n_{\text{N}_2} + n_{\text{O}_2} = 1106,9$ молей. Визначаємо мольні частки компонентів суміші газів $r'_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{сум}}} = \frac{60,3}{1106,9} = 0,054476$; $r'_{\text{N}_2} = 0,767459$; $r'_{\text{O}_2} = 0,1113$; $r'_{\text{CO}_2} = 0,06676$. Оскільки об'ємні частки та мольні частки компонентів суміші газів тотожні, то: $r'_{\text{H}_2\text{O}} = r_{\text{H}_2\text{O}}$; $r'_{\text{N}_2} = r_{\text{N}_2}$; $r'_{\text{O}_2} = r_{\text{O}_2}$; $r'_{\text{CO}_2} = r_{\text{CO}_2}$.

Умовну молярну масу суміші газів визначаємо за формулою (23). Підставляючи значення даних, отримаємо $\mu_{\text{сум}} = 18 \cdot 0,054476 + 28 \cdot 0,767459 + 28 \cdot 0,767459 + 32 \cdot 0,1113 + 44 \cdot 0,06676 = 28,97 \text{ кг/кмоль}$.

Вкажемо тиск суміші газів в системі СІ $p = 750 \cdot 133,322 = 99991,5 \text{ Па}$. Абсолютна температура суміші газів $T = 273 + 80 = 353 \text{ К}$.

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu_{\text{сум}}} T$ для визначення об'єму, який займає суміш газів $V = \frac{mRT}{p\mu_{\text{сум}}} = \frac{32,0654 \cdot 8314 \cdot 353}{99991,5 \cdot 28,97} = 32,487 \text{ м}^3$.

Задача 7. Суміш газів складається з таких компонентів: кисень $m_{\text{O}_2} = 0,2 \text{ кг}$, азот – $m_{\text{N}_2} = 1,4 \text{ кг}$, вуглекислий газ – $m_{\text{CO}_2} = 0,2 \text{ кг}$. Маючи температуру $t = 77^\circ \text{C}$, суміш газів створює тиск $p = 0,8 \text{ МПа}$. Визначити парціальні тиски та парціальні об'єми компонентів суміші газів.

Абсолютна температура суміші газів $T = 77 + 273 = 350 \text{ К}$.

Парціальний об'єм кисню, азоту та вуглекислого газу відповідно дорівнюють:

$$V_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2} RT}{p \mu_{\text{O}_2}} = \frac{0,2 \cdot 8314 \cdot 350}{800000 \cdot 32} = 0,023 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{N}_2} = \frac{m_{\text{N}_2} RT}{p \mu_{\text{N}_2}} = \frac{1,4 \cdot 8314 \cdot 350}{800000 \cdot 28} = 0,182 \text{ м}^3,$$

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{m_{\text{CO}_2} RT}{p \mu_{\text{CO}_2}} = \frac{0,2 \cdot 8314 \cdot 350}{800000 \cdot 44} = 0,016 \text{ м}^3.$$

Суміш газів займає об'єм

$$V_{\text{сум}} = 0,023 + 0,182 + 0,016 = 0,221 \text{ м}^3.$$

Величини парціальних тисків кисню, азоту та вуглекислого газу такі:

$$p_{O_2} = \frac{m_{O_2} RT}{V \mu_{O_2}} = \frac{0,2 \cdot 8314 \cdot 350}{0,221 \cdot 32} = 82294 \text{ Па},$$

$$p_{N_2} = \frac{m_{N_2} RT}{V \mu_{N_2}} = \frac{1,4 \cdot 8314 \cdot 350}{0,221 \cdot 28} = 658348 \text{ Па},$$

$$p_{CO_2} = \frac{m_{CO_2} RT}{V \mu_{CO_2}} = \frac{0,2 \cdot 8314 \cdot 350}{0,221 \cdot 44} = 59850 \text{ Па}.$$

Сумарний тиск суміші газів дорівнює $p_{\text{сум}} = p_{O_2} + p_{N_2} + p_{CO_2} = 82294 + 658348 + 59850 = 800492 \text{ Па}$, що відповідає вказаному в умові задачі.

Тема 4. Теплоємність ідеального газу та суміші газів

Кількість теплоти затраченої на зміну температури робочого тіла на величину ΔT визначається за формулою:

$$Q = cm\Delta T,$$

де c – питома теплоємність речовини, яка для твердих та рідких тіл не залежить суттєво від навколишніх умов; m – маса робочого тіла; ΔT – зміна температури робочого тіла. Розрізняють істинну та середню теплоємності речовини.

Істинна теплоємність – це теплоємність речовини при даній температурі.

Середня теплоємність – це теплоємність речовини для певного температурного проміжку.

Теплоємністю речовини називають величину відношення кількості теплоти Q затраченої на нагрівання речовини від температури T_1 до T_2 .

Тобто:

$$C = \frac{Q}{T_2 - T_1}.$$

Для газу величина теплоємності суттєво залежить від навколишніх умов, оскільки газ при нагріванні може змінювати свій об'єм і тим самим частина теплоти йде на виконання газом роботи а частина теплоти – на зміну температури робочого тіла. Для газу використовують три види теплоємності.

Масова питома теплоємність c – це кількість теплоти необхідної для нагрівання 1 кг газу на $1K$. Масова питома теплоємність має розмірність:

$$[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot K}.$$

Об'ємна питома теплоємність c' – це кількість теплоти необхідної для нагрівання 1 м^3 на $1K$. Об'ємна питома теплоємність c' має розмірність:

$$[c'] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot K}.$$

Кіломольна питома теплоємність C – це кількість теплоти необхідної для нагрівання 1 кмоль газу на $1K$. Кіломольна питома теплоємність C має розмірність:

$$[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot K}.$$

Між даними теплоємностями існують залежності. Оскільки 1 кмоль газу містить $\mu \text{ кг}$, то між кіломольною C та масовою c питомими теплоємностями дійсне співвідношення:

$$C = \mu \cdot c. \quad (1.27)$$

За нормальних умов, якщо 1 кмоль газу займає об'єм $22,4\text{ м}^3$, тому між кіломольною C та об'ємною c' питомими теплоємностями речовини за цих умов дійсна залежність:

$$C = 22,4c'.$$

4.1. Ізохорна та ізобарна теплоємність газу

В залежності від умов, в яких перебуває термодинамічна система, теплоємність газу може змінюватись в широких межах. У зв'язку з цим, теплоємність газу визначають для сталих параметрів. Якщо термодинамічний процес відбувається при сталому об'ємі, то такий процес називають **ізохорним**. Теплоємність газу в ізохорному процесі називають **ізохорною теплоємністю** і позначають з індексом V , тобто C_V , c_V , c'_V .

В ізобарному процесі газ перебуває під сталим тиском і теплоємність газу, в цьому випадку, називають **ізобарною теплоємністю** та позначають з індексом p , тобто C_p , c_p та c'_p .

Між ізобарною та ізохорною теплоємностями існує таке співвідношення:

$$C_p = C_V + R \text{ або } C_V = C_p - R. \quad (1.28)$$

Вираз (1.28) називають **рівнянням Майєра**, яке стверджує, що різниця між кіломольними теплоємностями газу під сталим тиском і з сталим об'ємом є величина стала і дорівнює універсальній газовій сталій.

Молекулярно-кінетична теорія теплоємності газів встановлює значення теплоємностей тільки залежно від атомності газів і не враховує залежності теплоємності ідеальних газів від температури. Відношення теплоємності газу ізобарної до теплоємності газу ізохорної називають **показником адіабати**:

$$k = \frac{C_p}{C_v}.$$

Значення показника адіабати k для реальних газів є доволі наближене, оскільки теплоємність реального газу суттєво залежить від температури.

Істинна теплоємність газів визначається експериментальним шляхом. В довідниковій літературі у таблицях вказана середня теплоємність газів на проміжку

$$[0^{\circ}\text{C}; t^{\circ}\text{C}].$$

Кількість теплоти, необхідної для нагрівання газу масою m від 0°C до $t^{\circ}\text{C}$, під сталим тиском, визначається за формулою:

$$Q = C_p \frac{m}{\mu} t, \quad (1.29)$$

де C_p – середня кіломолярна теплоємність газу при сталому тиску на інтервалі від 0°C до $t^{\circ}\text{C}$ (додаток 1), m – маса газу, μ – молярна маса газу.

Кількість теплоти необхідної для нагрівання газу від температури $t_1^{\circ}\text{C}$ до $t_2^{\circ}\text{C}$ визначається із співвідношення:

$$Q = C_{p2} \frac{m}{\mu} t_2^{\circ}\text{C} - C_{p1} \frac{m}{\mu} t_1^{\circ}\text{C}, \quad (1.30)$$

де C_{p2} – середня кіломолярна теплоємність газу на інтервалі $[0^{\circ}\text{C}; t_2^{\circ}\text{C}]$, C_{p1} – середня кіломолярна теплоємність газу на інтервалі $[0^{\circ}\text{C}; t_1^{\circ}\text{C}]$.

4.2. Теплоємність суміші газів

Нехай суміш газів складається з n компонентів масою $(m_1, m_2, \dots, m_n)$. Під час нагрівання на 1^0C сумарна кількість теплоти, яку отримує суміш, дорівнює сумі величин теплоти, затраченої для нагрівання кожного компонента газу на 1^0C , тобто:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n, \quad (1.31)$$

де $Q_i = c_i m_i$, c_i – питома масова теплоємність i -ого компонента газу; m_i – маса i -ого компонента суміші газів.

З іншої сторони, кількість теплоти, затраченої на нагрівання суміші газів на 1^0C , дорівнює:

$$Q = c_{\text{сум}} m_{\text{сум}}, \quad (1.32)$$

де $c_{\text{сум}}$ – питома масова теплоємність суміші газів;

$m_{\text{сум}} = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ – маса суміші газів.

Враховуючи попередні залежності, співвідношення (1.32) набере вигляду:

$$c_{\text{сум}} m_{\text{сум}} = c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots + c_n m_n. \quad (1.33)$$

Розділивши попереднє рівняння на масу суміші газів, отримаємо:

$$c_{\text{сум}} = c_1 \frac{m_1}{m_{\text{сум}}} + c_2 \frac{m_2}{m_{\text{сум}}} + \dots + c_n \frac{m_n}{m_{\text{сум}}} \quad \text{або} \quad c_{\text{сум}} = c_1 g_1 + c_2 g_2 + \dots + c_n g_n \quad (1.34)$$

Співвідношення (1.34) дозволяє визначати питому масову теплоємність суміші газів, якщо суміш газів задана в масових частках.

Запишемо співвідношення (1.43) у вигляді:

$$\frac{\mu_{\text{сум}} C_{\text{сум}} m_{\text{сум}}}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{\mu_1 C_1 m_1}{\mu_1} + \frac{\mu_2 C_2 m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{\mu_n C_n m_n}{\mu_n}.$$

Оскільки кіломольна теплоємність і питома масова теплоємність поєднані залежністю $C_i = c_i \mu_i$, то це рівняння набере вигляду:

$$C_{\text{сум}} \frac{m_{\text{сум}}}{\mu_{\text{сум}}} = C_1 \frac{m_1}{\mu_1} + C_2 \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + C_n \frac{m_n}{\mu_n}, \quad (1.35)$$

або
$$C_{\text{сум}} = \mu_{\text{сум}} \left(C_1 \frac{g_1}{\mu_1} + C_2 \frac{g_2}{\mu_2} + \dots + C_n \frac{g_n}{\mu_n} \right). \quad (1.36)$$

Спростивши рівняння (1.36) отримуємо:

$$C_{\text{сум}} = C_1 r'_1 + C_2 r'_2 + \dots + C_n r'_n \quad (1.37)$$

Залежність (1.37) дозволяє визначати кіломольну теплоємність суміші газів, якщо суміш газів задана в мольних частках. Задання суміші газів в об'ємних частках або мольних частках є тотожними, оскільки $r_i = r'_i$. Отже, середню кіломольну теплоємність суміші газів, якщо суміш газів задана в об'ємних частках, визначаємо за формулою:

$$C_{\text{сум}} = C_1 r_1 + C_2 r_2 + \dots + C_n r_n. \quad (1.38)$$

Тема 5. Перший закон термодинаміки

5.1. Термодинамічна система та термодинамічні процеси

Термодинамічна система – це сукупність тіл, між якими можлива енергетична взаємодія у формі тепла і роботи. Всі інші тіла, що не входять в термодинамічну систему, називають навколишнім середовищем.

Наприклад, якщо досліджуємо поведінку газу в балоні, то термодинамічною системою є газ, а стінки балона – навколишнє середовище.

Ізольована термодинамічна система – це така система, в якій відсутня енергетична взаємодія з навколишнім середовищем.

Термодинамічний стан системи є **зрівноваженим**, якщо температура і тиск однакові у всіх точках термодинамічної системи. Рівняння зрівноваженого стану:

$$pV = m \frac{R}{\mu} T.$$

Термодинамічна система залишається в зрівноваженому стані доти, поки не почнеться обмін енергією з навколишнім середовищем. Обмін енергією починається тільки тоді, коли виникає різниця температур або тисків між термодинамічною системою і навколишнім середовищем.

Термодинамічним процесом називають зміну стану термодинамічної системи, яка відбувається внаслідок обміну енергією між термодинамічною системою і навколишнім середовищем у вигляді роботи, теплоти.

Термодинамічний процес є зрівноваженим, якщо він складається із безперервної послідовності зрівноважених станів. Термодинамічні процеси бувають зворотними та незворотними.

Зворотними термодинамічними процесами називають процеси в яких термодинамічна система може бути повернена в початковий стан і не залишиться змін в навколишньому середовищі (іншими словами, втрата енергії в процесі повернення термодинамічної системи з кінцевого стану в початковий стан не спостерігається).

В **незворотних термодинамічних процесах** неможливо повернути термодинамічну систему з кінцевого положення в початкове без додаткового зовнішнього впливу.

В природі процеси незрівноважені і незворотні та відбуваються при значній різниці температур та тисків. В довольному зрівноваженому термодинамічному процесі можуть змінюватись всі параметри системи: маса, об'єм, тиск і температура.

Рівнянням термодинамічного процесу називають математичний вираз, який поєднує між собою параметри стану в конкретному процесі. Рівняння термодинамічного процесу, при одночасній зміні всіх параметрів стану, отримати доволі складно і тому, переважно, розглядають процеси, коли деякі параметри термодинамічного стану сталі.

5.2. Внутрішня енергія і робота термодинамічної системи

Енергія – це кількісна міра всіх форм руху матерії. Енергія є внутрішня та зовнішня.

Зовнішня енергія термодинамічної системи складається із суми кінетичної енергії, внаслідок руху всієї системи відносно тіл навколишнього середовища, та потенціальної енергії системи, обумовленої положенням системи в полі сил.

Внутрішня енергія – це запас енергії в робочому тілі, що визначається кінетичною та потенціальною складовими частинами енергії. З точки зору термодинаміки можна виключити з розгляду типи енергій, які не змінюються у термодинамічних процесах. Оскільки визначити внутрішню енергію термодинамічної системи неможливо, то при дослідженні термодинамічних процесів відслідковують лише зміну внутрішньої енергії системи:

$$\Delta U = U_2 - U_1,$$

де U_2 , U_1 – внутрішні енергії системи в кінцевому і початковому станах. Через відсутність в ідеальному газі сил

взаємодії між молекулами зміна внутрішньої енергії в ньому визначається тільки зміною температури.

Закон Джоуля. Для ідеального газу внутрішня енергія є функцією тільки температури.

Перший закон термодинаміки. Енергія не виникає і не зникає, вона може лише в різних формах переходити від одного тіла до іншого, але загальна кількість енергії в ізольованій термодинамічній системі є величина стала.

В термодинаміці можна твердити: величина енергії передана термодинамічній системі навколишнім середовищем, у вигляді теплоти, дорівнює сумі приросту внутрішньої енергії системи та термодинамічній роботі газу, тобто:

$$Q = \Delta U + L, \quad (1.39)$$

де Q – кількість теплоти, підведеної до системи; ΔU – зміна внутрішньої енергії термодинамічної системи; L – величина виконаної робочим тілом роботи.

Кількість тепла Q вважається додатною, якщо вона збільшує внутрішню енергію системи, тобто теплота підводиться із навколишнього середовища до робочого тіла.

Механічна робота – це енергетична характеристика процесу переміщення або деформації робочого тіла під дією сил.

Робота є механічною формою передачі енергії. Кількість роботи є мірою зміни кількості енергії. При здійсненні роботи всі частинки робочого тіла (молекули газу) поряд з хаотичним рухом здійснюють рух в напрямку переміщення робочого тіла, тому робота є формою передачі енергії впорядкованого, скерованого руху частинок робочого тіла.

Кількість механічної роботи L вважається додатною, якщо вона зменшує внутрішню енергію термодинамічної

системи, тобто коли система здійснює роботу проти сил навколишнього середовища.

Робота, виконана газом, дорівнює добутку сили на величину переміщення, тобто:

$$dl = p dV. \quad (1.40)$$

Робота, здійснена робочим тілом при зміні його об'єму від величини V_1 до величини V_2 , визначається шляхом інтегрування попереднього виразу, тобто:

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV.$$

Для того, щоб визначити роботу за даною формулою необхідно знати залежність зміни тиску від зміни об'єму робочого тіла для даного термодинамічного процесу, тобто:

$$p = f(V).$$

Робота, на відміну від зміни внутрішньої енергії термодинамічної системи, котра повністю визначається тільки початковим та кінцевим термодинамічними станами системи, є функцією процесу, тобто залежить від способу протікання термодинамічного процесу.

Розглянемо газ масою l кг. Кількість теплоти dq підведеної до газу можна визначити за масою спаленого палива та його питомою теплотою згорання.

На основі першого закону термодинаміки $dq = du + dl$, або враховуючи (1.40) отримаємо, що

$$dq = du + p dv. \quad (1.41)$$

Для ідеального газу елементарна зміна внутрішньої енергії дорівнює:

$$du = c_v dT,$$

де C_V – масова питома теплоємність газу зі сталим об’ємом.

Отже, рівняння (1.41) набере вигляду:

$$dq = c_V dT + p dv. \quad (1.42)$$

Рівняння (1.42) встановлює залежність між кількістю підведеної теплоти та питомою теплоємністю газу зі сталим об’ємом. Між питомою теплоємністю газу зі сталим об’ємом та питомою теплоємністю газу під сталим тиском існує залежність $c_V = c_p - R_1$, де R_1 – питома газова стала. Підставляючи цю залежність в рівняння (1.42), отримаємо співвідношення:

$$dq = (c_p - R_1) dT + p dv. \quad (1.43)$$

Диференціюючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pv = R_1 T$, отримаємо рівняння: $p dv + v dp = R_1 dT$.

Підставляючи цю залежність в рівняння (1.43), отримаємо:

$$dq = c_p dT - p dv - v dp + p dv \text{ або } dq = c_p dT - v dp. \quad (1.44)$$

Рівняння (1.44) встановлює залежність між кількістю підведеної теплоти та питомою теплоємністю газу під сталим тиском.

Згідно із законом збереження енергії, енергія не може бути ні створена, ні знищена, а може бути тільки перетворена з одного виду в інший.

Отже, перший закон термодинаміки можна сформулювати так: **теплота, надана одиниці маси газу в довільному термодинамічному процесі, витрачається на збільшення його внутрішньої енергії та на виконання роботи розширення, тобто $dq = du + dl$.**

Враховуючи, що $du = dq - dl$ перший закон термодинаміки можна сформулювати таким чином: **зміна**

внутрішньої енергії газу дорівнює різниці між кількістю теплоти, підведеної до системи, та кількістю виконаної газом роботи.

Здійснивши запис першого закону термодинаміки у вигляді $dl = dq - du$, можна твердити, що газ може виконувати роботу завдяки підведеній теплоті до термодинамічної системи або завдяки зменшенню своєї внутрішньої енергії.

5.3. Методика розв'язування задач

Задача 1. Яку кількість теплоти потрібно, щоб нагріти 4 м^3 повітря під сталим тиском $p=3\text{ атм}$ від 100°C до 500°C . Умовна молярна маса повітря $\mu_{\text{нов}} = 28,96\text{ кг/кмоль}$. Визначити об'єм повітря з температурою $t_2=500^\circ\text{C}$.

Визначимо масу повітря, що міститься в об'ємі $V=4\text{ м}^3$ з температурою $t_1=100^\circ\text{C}$ під тиском $p=3\text{ атм}$, використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва

$$pV = m \frac{R}{\mu_{\text{нов}}} T, \text{ тобто } m = \frac{pV\mu_{\text{нов}}}{RT_1}.$$

$$\text{Підставляючи значення величин, отримаємо } m = \frac{3 \cdot 101325 \cdot 4 \cdot 28,96}{8314 \cdot 373} = 11,355\text{ кг}.$$

Кількість теплоти, необхідної для нагрівання повітря від 0°C до 100°C під сталим тиском, визначається за формулою

$$Q_1 = m \frac{C_p}{\mu_{\text{нов}}} (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) = 11,355 \cdot \frac{29,15}{28,96} \cdot 100 = 1143\text{ кДж}, \text{ де}$$

C_p – середня кіломолярна теплоємність повітря під сталим тиском на інтервалі ($0^\circ\text{C}; 100^\circ\text{C}$).

Кількість теплоти, необхідної для нагрівання повітря від 0°C до 500°C під сталим тиском, визначається за формулою

$$Q_2 = m \frac{C_p}{\mu_{\text{нов}}} (500^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) = 11,355 \cdot \frac{30,11}{28,96} \cdot 500 = 5903\text{ кДж де}$$

C_p – середня кіломолярна теплоємність повітря під сталим тиском на інтервалі (0°C ; 500°C).

Кількість теплоти, затраченої на нагрівання повітря від 100°C до 500°C , дорівнює $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 5903 - 1143 = 4760 \text{ кДж}$.

Оскільки відбувся ізобарний процес, то можна використати закон Гей-Люссака $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ для визначення об'єму повітря після завершення термодинамічного процесу.

Звідки отримаємо $V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1}$. Підставляючи значення

величин, отримаємо $V_2 = \frac{4 \cdot 773}{373} = 8,29 \text{ м}^3$.

Задача 2. Балон ємністю 40 л містить кисень з температурою $t_1 = 122^{\circ}\text{C}$ під тиском $p_1 = 12 \text{ МПа}$. Визначити кількість теплоти підведеної до робочого тіла, якщо його температура досягла $t_2 = 420^{\circ}\text{C}$, та величину тиску в балоні. Визначимо масу кисню з температурою $t = 122^{\circ}\text{C}$, що міститься в об'ємі $V = 40 \text{ л}$ під тиском $p_1 = 12 \text{ МПа}$, використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва

$pV = m \frac{R}{\mu_{\text{O}_2}} T$, тобто $m = \frac{p_1 V \mu_{\text{O}_2}}{RT_1}$. Підставляючи значення

величин, отримаємо $m = \frac{12000000 \cdot 0,04 \cdot 32}{8314 \cdot 395} = 4,677 \text{ кг}$.

Кількість теплоти, яку отримав кисень, під час його нагрівання в ізохорному процесі від 0°C до 122°C , дорівнює $Q_1 = m \frac{C_{V1}}{\mu_{\text{O}_2}} (122^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C})$, де C_{V1} – середня

кіломолярна теплоємність кисню зі сталим об'ємом на інтервалі (0°C ; 122°C). Згідно з формулою Майєра,

кіломолярна теплоємність кисню зі сталим об'ємом дорівнює $C_v = C_p - R$. Підставляючи значення величин, отримаємо

$$C_{v1} = 29,55 - 8,314 = 21,236 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Отже, кількість теплоти, необхідної для нагрівання кисню від 0°C до 122°C , дорівнює $Q_1 = \frac{4,677 \cdot 21,236 \cdot 122}{32} = 379 \text{кДж}$.

Кількість теплоти, яку отримав кисень під час його нагрівання в ізохорному процесі від 0°C до 420°C , дорівнює $Q_2 = m \frac{C_{v2}}{\mu_{\text{O}_2}} (420^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})$, де C_{v2} – середня кіломолярна

теплоємність кисню зі сталим об'ємом на інтервалі $(0^\circ\text{C}; 420^\circ\text{C})$. Підставляючи значення величин у рівняння

Майєра, отримаємо $C_{v2} = 30,8965 - 8,314 = 22,582 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$.

Отже, кількість теплоти, необхідної для нагрівання кисню від 0°C до 420°C , дорівнює $Q_2 = \frac{4,677 \cdot 22,582 \cdot 420}{32} = 1386 \text{кДж}$

Кількість теплоти, затраченої на нагрівання кисню від 122°C до 420°C , дорівнює $\Delta Q = Q_2 - Q_1$, тобто $\Delta Q = 1386 - 379 = 1007 \text{кДж}$.

Оскільки відбувся ізохорний процес, то можна використати закон Шарля $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ для визначення тиску після завершення термодинамічного процесу.

Звідки отримаємо $p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1}$. Підставляючи значення величин, отримаємо $p_2 = \frac{12000000 \cdot 693}{395} = 21,053 \text{МПа}$.

Задача 3. Визначити кількість теплоти, необхідної для нагрівання суміші газів від 400°C до 600°C під сталим тиском $p=12 \text{ атм}$, та об'єм суміші газів після завершення

термодинамічного процесу. В початковий момент часу суміш газів займала об'єм $V=0,4 \text{ м}^3$, а об'ємні частки компонентів суміші газів такі: $r_{\text{CO}_2}=0,145, r_{\text{O}_2}=0,065, r_{\text{N}_2}=0,79$.

Визначаємо умовну молярну масу суміші газів за формулою $\mu_{\text{сум}} = \sum \mu_i r_i$. Підставляючи дані отримуємо

$$\mu_{\text{сум}} = \mu_{\text{CO}_2} r_{\text{CO}_2} + \mu_{\text{O}_2} r_{\text{O}_2} + \mu_{\text{N}_2} r_{\text{N}_2} = 44 \cdot 0,145 + 32 \cdot 0,065 + 28 \cdot 0,79 = 30,58 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}.$$

Використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu_{\text{сум}}} \cdot T$, визначаємо масу суміші газів з температурою $t=400^\circ\text{C}$, що міститься в об'ємі $V=0,4 \text{ м}^3$ під тиском $p=12 \text{ атм}$, тобто $m = \frac{pV\mu_{\text{сум}}}{RT_1}$. Підставляючи значення величин, отримуємо $m = \frac{12 \cdot 101325 \cdot 0,4 \cdot 30,58}{8314 \cdot 673} = 2,658 \text{ кг}$.

Визначаємо кіломолярну теплоємність суміші газів під сталим тиском за формулою (1.38), тобто $C_{\text{сум}} = C_{\text{CO}_2} r_{\text{CO}_2} + C_{\text{O}_2} r_{\text{O}_2} + C_{\text{N}_2} r_{\text{N}_2}$. Кіломолярна теплоємність суміші газів під сталим тиском на інтервалі $(0^\circ\text{C}, 400^\circ\text{C})$ дорівнює:

$$C_{\text{сум1}} = 43,25 \cdot 0,145 + 30,896 \cdot 0,065 + 29,64 \cdot 0,79 = 31,695 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{K}}$$

а на інтервалі $(0^\circ\text{C}, 600^\circ\text{C})$ дорівнює:

$$C_{\text{сум2}} = 45,82 \cdot 0,145 + 31,79 \cdot 0,065 + 30,19 \cdot 0,79 = 32,56 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{K}}$$

Кількість теплоти, необхідної для нагрівання суміші газів від 0°C до 400°C під сталим тиском, визначається за формулою

$$Q_1 = m \frac{C_{\text{сум1}}}{\mu_{\text{сум}}} (400^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) = 2,658 \cdot \frac{31,695}{30,58} \cdot 400 = 1102 \text{ кДж}, \text{ де}$$

$C_{\text{сум1}}$ – середня кіломолярна теплоємність суміші газів під сталим тиском на інтервалі $(0^\circ\text{C}; 400^\circ\text{C})$.

Кількість теплоти, необхідної для нагрівання суміші газів від 0°C до 600°C під сталим тиском, визначається за формулою

$$Q_2 = m \frac{C_{\text{сум}2}}{\mu_{\text{сум}}} (600^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}) = 2,658 \cdot \frac{32,56}{30,58} \cdot 600 = 1698 \text{ кДж}, \text{ де}$$

$C_{\text{сум}2}$ – середня кіломолярна теплоємність суміші газів під сталим тиском на інтервалі $(0^\circ \text{C}; 600^\circ \text{C})$.

Кількість теплоти затраченої на нагрівання суміші газів від 400°C до 600°C дорівнює $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 1698 - 1102 = 596 \text{ кДж}$.

Оскільки мав місце ізобарний процес, то об'єм суміші газів з температурою 600°C визначаємо використовуючи

закон Гей-Люссака $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Звідки отримаємо, що

$$V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{0,4 \cdot 873}{673} = 0,519 \text{ м}^3.$$

Задача 4. Суміш газів з температурою $t_1 = 20^\circ \text{C}$, яка складається з 10 кг CO_2 , 3 кг O_2 та $0,25 \text{ кмоль N}_2$, міститься в резервуарі під тиском $p = 20 \text{ атм}$. Визначити величину теплоти необхідну для нагрівання суміші газів в ізохорному процесі до температури $t_2 = 120^\circ \text{C}$ та величину тиску в резервуарі при цій температурі.

Визначаємо масу азоту, що міститься в резервуарі $m_{N_2} = n_{N_2} \mu_{N_2} = 0,25 \cdot 28 = 7 \text{ кг}$. Маса суміші газів дорівнює $m_{\text{сум}} = m_{\text{CO}_2} + m_{\text{O}_2} + m_{N_2} = 10 + 3 + 7 = 20 \text{ кг}$. Масові частки

компонентів суміші газів дорівнюють $g_{\text{CO}_2} = \frac{m_{\text{CO}_2}}{m_{\text{сум}}} = \frac{10}{20} = 0,5$,

$$g_{\text{O}_2} = 0,15, \quad g_{N_2} = 0,35.$$

Умовну молярну масу суміші газів визначаємо за формулою (1.24), тобто

$$\mu_{\text{сум}} = \frac{1}{\frac{g_{\text{CO}_2}}{\mu_{\text{CO}_2}} + \frac{g_{\text{O}_2}}{\mu_{\text{O}_2}} + \frac{g_{N_2}}{\mu_{N_2}}} = \frac{1}{\frac{0,5}{44} + \frac{0,15}{32} + \frac{0,35}{28}} = \frac{1}{0,02855} = 35,02 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}.$$

Середню кіломолярну теплоємність суміші газів під сталим тиском визначаємо за формулою (1.46). Для нашого випадку формула набере вигляду

$$C_{\text{сум}} = \mu_{\text{сум}} \left(\frac{C_{\text{CO}_2}}{\mu_{\text{CO}_2}} g_{\text{CO}_2} + \frac{C_{\text{O}_2}}{\mu_{\text{O}_2}} g_{\text{O}_2} + \frac{C_{\text{N}_2}}{\mu_{\text{N}_2}} g_{\text{N}_2} \right).$$

Середня кіломолярна теплоємність суміші газів під сталим тиском на інтервалі ($0^{\circ}\text{C}; 120^{\circ}\text{C}$) дорівнює

$$C_{\text{сум}2} = 35,02 \left(\frac{38,27}{44} 0,5 + \frac{29,55}{32} 0,15 + \frac{29,21}{28} 0,35 \right) = 32,87 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Середня кіломолярна теплоємність суміші газів під сталим тиском на інтервалі ($0^{\circ}\text{C}; 20^{\circ}\text{C}$) дорівнює

$$C_{\text{сум}1} = 35,02 \left(\frac{36,06}{44} 0,5 + \frac{29,28}{32} 0,15 + \frac{29,2}{28} 0,35 \right) = 31,94 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Оскільки нагрів відбувається зі сталим об'ємом, то, згідно з рівнянням Майєра, середню кіломолярну теплоємність суміші газів зі сталим об'ємом визначаємо за формулою $C_V = C_p - 8,314$. Підставляючи дані отримаємо

$$C_{V2} = C_{\text{сум}2} - 8,314 = 32,87 - 8,314 = 24,56 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}},$$

$$C_{V1} = C_{\text{сум}1} - 8,314 = 31,94 - 8,314 = 23,626 \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}.$$

Кількість теплоти, необхідної для нагрівання суміші газів від 0°C до 20°C зі сталим об'ємом визначається за формулою $Q_1 = m_{\text{сум}} \frac{C_{V1}}{\mu_{\text{сум}}} (20^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}) = 20 \cdot \frac{23,626}{35,02} \cdot 20 = 270 \text{кДж}$.

Кількість теплоти необхідної для нагрівання суміші газів від 0°C до 120°C зі сталим об'ємом, визначається за формулою $Q_2 = m_{\text{сум}} \frac{C_{V2}}{\mu_{\text{сум}}} (120^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}) = 20 \cdot \frac{24,56}{35,02} \cdot 120 = 1683 \text{кДж}$.

Отже, кількість теплоти, затраченої на нагрівання суміш газів від 20^0C до 120^0C , дорівнює $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 1683 - 270 = 1413 \text{ кДж}$

Оскільки відбувся ізохорний процес, то можна використати закон Шарля $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ для визначення величини тиску при температурі $t_2 = 120^0C$, тобто $p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1}$.

Підставляючи значення величин отримаємо

$$p_2 = \frac{20 \cdot 101325 \cdot 393}{293} = 2718138 \text{ Па} = 2,72 \text{ МПа}$$

Тема 6. Термодинамічні газові процеси

6.1. Ентропія

Розглянемо рівняння першого закону термодинаміки у вигляді:

$$dq = c_V dT + p dv.$$

Розділимо ліву і праву частини рівняння на абсолютну температуру T , з урахуванням Рівняння Клапейрона-Менделєєва для газу масою 1 кг , попереднє рівняння набере вигляду:

$$\frac{dq}{T} = c_V \frac{dT}{T} + R_1 \frac{dv}{v}. \quad (1.45)$$

Права частина даного рівняння є повний диференціал деякої функції змінних T і v . Позначимо цю функцію через s і отримаємо:

$$ds = c_V \frac{dT}{T} + R_1 \frac{dv}{v}. \quad (1.46)$$

Зінтегрувавши рівняння (1.46), отримаємо:

$$s(T, v) = c_V \ln T + R_1 \ln v + C, \quad (1.47)$$

де C – стала величина.

Якщо маса газу m , то ентропія визначається за формулою:

$$s(T, V) = c_V \ln T + R_1 \ln V + C.$$

Функцію $s(T, v)$ або $s(T, V)$ називають **ентропією** робочого тіла. Абсолютне значення ентропії не має потреби знати при вивченні термодинамічних процесів і тому для ідеального газу вважають, що ентропія робочого тіла дорівнює нулеві при нормальних умовах.

Враховуючи рівняння (1.45) і (1.46), отримаємо залежність:

$$ds = \frac{dq}{T}. \quad (1.48)$$

Ентропія – це параметр стану газу, диференціал якого дорівнює зведених теплоті оборотного процесу.

Зінтегрувавши рівняння (1.46), отримаємо:

$$s_2 - s_1 = c_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R_1 \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Отже, зміна ентропії не залежить від характеру термодинамічного процесу, а залежить від початкового та кінцевого значень параметрів стану.

Одним з важливих питань термодинаміки є підрахунок роботи виконаної робочим тілом та кількості теплоти підведеної до двигуна або відведеного від нього. За рівнем спожитої теплоти визначають його економічність. Це питання можна розв'язати графічним зображенням термодинамічного процесу в системі координат p, v та T, s . Нехай робоче тіло, що перебуває під тиском p і займає об'єм V , внаслідок термодинамічного процесу збільшує свій об'єм на величину dV . Елементарна робота газу дорівнює добуткові тиску на величину зміни об'єму, тобто $dL = p dV$.

Величина dL графічно дорівнює величині площі заштрихованої смужки на рис 1.4а. Термодинамічний стан робочого тіла в кожний момент часу на p, V – діаграмі позначається точкою, а термодинамічний процес кривою 1–2. Очевидно, що робота газу під час переходу від стану 1 до стану 2 залежить від характеру кривої термодинамічного процесу і величина роботи дорівнює площі фігури обмеженої кривою процесу 1–2 та віссю абсцис.

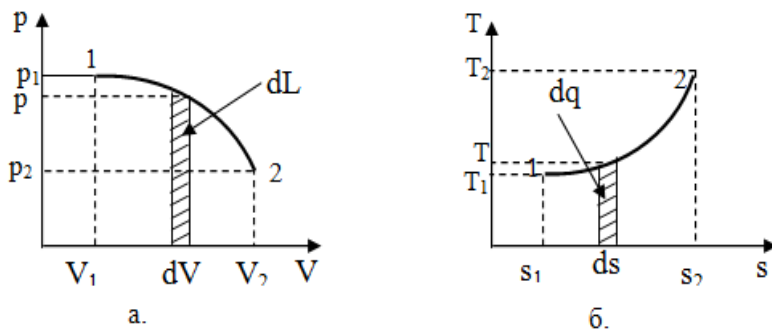


Рис. 1.4. Схематичне зображення виконаної роботи і підведеної теплоти

Підрахунок підведеної до термодинамічної системи теплоти можна здійснювати використовуючи зображення термодинамічного процесу в системі T, s координат (рис. 1.4б), де по осі абсцис відкладають значення ентропії s , а по осі ординат – значення абсолютної температури T . Термодинамічний стан робочого тіла в кожний момент часу на T, s – діаграмі позначається точкою, а термодинамічний процес – лінією. Кількість теплоти підведеної або відведеної під час термодинамічного процесу на T, s – діаграмі визначається площею фігури обмеженої кривою 1–2 та віссю абсцис. Дійсно, якщо лінія 1–2 на T, s – діаграмі зображує довільний термодинамічний процес, то елементарна кількість теплоти процесу dq дорівнює Tds за величиною

дорівнює площі заштрихованої смужки на рисунку 1.4б. T, s – діаграма дає можливість робити висновок відносно ступеня використання теплоти.

6.2. Основні процеси зміни стану робочого тіла

З усіх можливих термодинамічних процесів розглянемо тільки такі, в яких певний параметр залишається сталим. До таких процесів відносять:

1.ізохорний – термодинамічний процес зі сталим об'ємом ($V = \text{const}$);

2.ізобарний – термодинамічний процес під сталим тиском ($p = \text{const}$);

3.ізотермічний – термодинамічний процес зі сталою температурою ($T = \text{const}$);

4.адіабатний – термодинамічний процес без теплообміну з навколишнім середовищем ($dq = 0$);

5.політропний – термодинамічний процес в якому теплоємність робочого тіла вважається сталою величиною ($C = \text{const}$).

Розгляд таких процесів є важливим, оскільки в багатьох випадках реальні процеси збігаються з вищевказаними. В подальших викладах розглядаємо тільки зворотні процеси і рівняння записуємо для термодинамічних процесів газу масою 1 кг .

6.3. Ізохорний процес

Ізохорним термодинамічним процесом називають таку зміну термодинамічного стану газу в якому його об'єм залишається сталим ($V = \text{const}$).

Даний процес можна реалізувати, нагріваючи або охолоджуючи газ в замкнутому об'ємі. Рівняння процесу: $V = \text{const}$, тобто в p, v – координатах процес позначається прямими лініями 1 – 2 або 1 – 2' паралельними до осі ординат (рис. 1.5а).

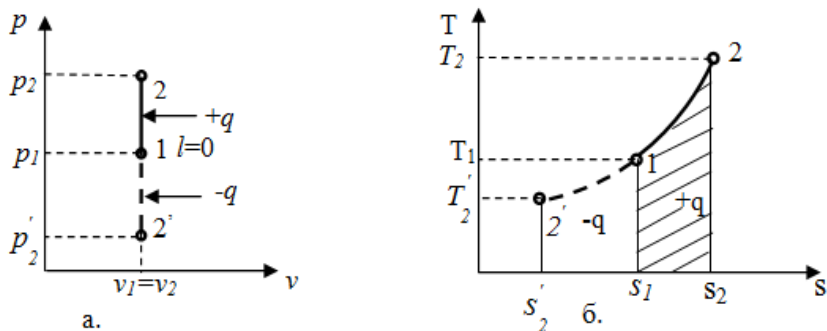


Рис. 1.5. Зображення ізохорного процесу в p, v та T, s діаграмах

В ізохорному процесі, при наданні теплоти робочому тілу, тиск газу зростає і лінія процесу йде догори, до точки 2. При забиранні теплоти від робочого тіла тиск газу спадає і лінія процесу йде донизу, до точки 2' (рис. 1.5a).

Використаємо запис першого закону термодинаміки для визначення рівняння ізохорного процесу в T, s – координатах. Оскільки в ізохорному процесі $V = const$, то рівняння набирає вигляду:

$$dq = c_V dT.$$

Використавши залежність (1.48) і зінтегрувавши дане рівняння за умови, що $c_V = const$, отримаємо:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

На (рис. 1.5б) показано ізохорний процес в T, s – координатах. Процес 1 – 2 відбувається з отриманням теплоти ($ds > 0$), а процес 1 – 2' – із забиранням теплоти ($ds < 0$). Вся теплота процесу чисельно дорівнює площі під кривою 1 – 2 або 1 – 2'.

Залежність між змінними параметрами стану визначаємо із рівняння стану ідеального газу, написаного для початкового та кінцевого станів. Розділивши друге рівняння на перше, отримаємо:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1.49)$$

тобто, в ізохорному процесі тиск газу змінюється прямо пропорційно його абсолютній температурі.

Оскільки робота газу пов'язана із зміною його об'єму, то в ізохорному процесі робота виконана газом дорівнює нулеві:

$$dL = pdV = 0.$$

Отже, в ізохорному процесі все тепло йде на нагрівання газу:

$$q = u_2 - u_1 = c_V(T_2 - T_1). \quad (1.50)$$

Для газу масою m , кількість теплоти отриманої ним в ізохорному процесі, дорівнює:

$$Q = C_{V2} \frac{m}{\mu} t_2 - C_{V1} \frac{m}{\mu} t_1 \quad (1.51)$$

де C_{V2}, C_{V1} – відповідно середні кіломолярні теплоємності газу зі сталим об'ємом на інтервалах $(0^\circ\text{C}; t_2^\circ\text{C})$ та $(0^\circ\text{C}; t_1^\circ\text{C})$.

6.4. Ізобарний процес

Ізобарним термодинамічним процесом називають такий процес зміни стану газу, в якому тиск залишається сталим ($p = \text{const}$).

Здійснити цей процес можна нагріваючи або охолоджуючи газ в циліндрі з рухомим поршнем, навантаженим сталою силою.

При наданню теплоти робочому тілу, в ізобарному процесі, температура газу зростає і його об'єм збільшується, а при забиранні теплоти – спадає температура і зменшується об'єм. Рівняння процесу в p, v – координатах позначається прямими лініями 1 – 2 або 1 – 2' паралельними до осі абсцис (рис. 1.6а).

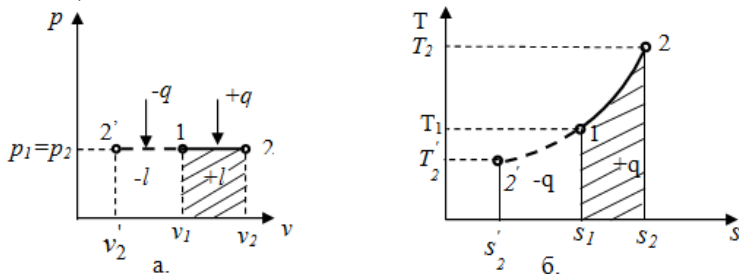


Рис. 1.6. Зображення ізобарного процесу в p, v та T, s координатах

Використаємо запис першого закону термодинаміки для визначення рівняння ізобарного процесу в T, s – координатах. Оскільки в ізобарному процесі $p = const$, то попереднє рівняння набирає вигляду:

$$dq = c_p dT.$$

Використавши залежність (1.48) і зінтегрувавши дане рівняння за умови, що $c_p = const$, отримаємо:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

На (рис. 1.6б) показано ізобарний процес в T, s – координатах. Процес 1 – 2 відбувається з отриманням теплоти ($ds > 0$), а процес 1 – 2' – із забиранням теплоти ($ds < 0$). Вся теплота процесу чисельно дорівнює площі під кривою 1 – 2 або 1 – 2' (рис. 1.6б).

Залежність між змінними параметрами термодинамічного стану визначаємо використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва для ідеального газу написане для початкового та кінцевого станів. Розділивши друге рівняння на перше, та враховуючи, що $p_1 = p_2$, отримаємо:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ або } \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (1.52)$$

Отже, в ізобарному процесі об'єм газу змінюється прямо пропорційно його абсолютній температурі.

Величина роботи в ізобарному процесі вказана на p, v – діаграмі площею фігури нижче прямих $1-2$ або $1-2'$ (рис. 1.6а) і дорівнює:

$$l = p_1(v_2 - v_1). \quad (1.53)$$

Цьому рівнянню можна надати іншого вигляду якщо врахувати, що $p_1 v_1 = R_1 T_1$, $p_2 v_2 = R_1 T_2$ і $p_1 = p_2$, то:

$$l = R_1(T_2 - T_1). \quad (1.54)$$

Величина теплоти надана робочому тілу в ізобарному процесі визначається за формулою:

$$q = c_p(T_2 - T_1). \quad (1.55)$$

Величину теплоти отриману газом масою m можна визначати за формулами:

$$Q = \Delta U + L, \quad (1.56)$$

де $\Delta U = C_{v2} \frac{m}{\mu} t_2 - C_{v1} \frac{m}{\mu} t_1$, а $L = p(V_2 - V_1)$, або $Q = Q_2 - Q_1$, (1.57)

де $Q_i = C_{pi} \frac{m}{\mu} t_i$, C_{pi} – кіломольна ізобарна теплоємність газу з температурою t_i .

6.5. Ізотермічний процес

Ізотермічним термодинамічним процесом називають таку зміну термодинамічного стану газу за якого температура його залишається сталою величиною ($T = \text{const}$).

Цей процес в p, v – координатах позначається рівнобічною гіперболою (рис. 1.7а).

При підведенні теплоти до робочого тіла його об'єм збільшується (крива $1 - 2$ на рис. 1.7а), а при забиранні теплоти – об'єм газу зменшується (крива $1 - 2'$ на рис. 1.7а).

В T, s – координатах ізотермічний процес позначається прямою лінією $1 - 2$ або $1 - 2'$, паралельною до осі абсцис (рис. 1.7б), тобто рівняння процесу в T, s – змінних має вигляд $T = \text{const}$. Лінія $1 - 2$ характеризує процес збільшення об'єму газу, а лінія $1 - 2'$ – процес стискання газу (рис. 1.7б).

Залежність між параметрами в ізотермічному процесі описується законом Бойля-Маріотта:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.58)$$

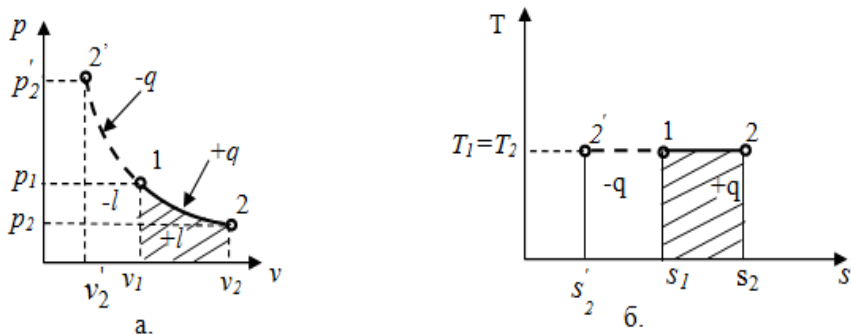


Рис. 1.7. Зображення ізотермічного процесу в p, v та T, s координатах

Оскільки робота дорівнює: $l = p(v_2 - v_1)$, а врахувавши рівняння Клапейрона-Менделєєва для l кг газу і те, що в ізотермічному процесі $R_1 T = \text{const}$, то отримаємо:

$$l = R_1 T \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (1.59)$$

$$\text{або } l = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.60)$$

Оскільки в ізотермічному процесі $T = \text{const}$ тобто $dT=0$, то зміни внутрішньої енергії газу в ізотермічному процесі не спостерігається, тобто $\Delta u = 0$. Звідси випливає, що в ізотермічному процесі вся підведена теплота витрачається на виконання роботи:

$$q = l = R_1 T \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.61)$$

На (рис. 1.7б) вказано, що кількість підведеної теплоти в процесі 1 – 2 дорівнює $q = T(s_2 - s_1)$. Отже, зміна ентропії в ізотермічному процесі дорівнює

$$s_2 - s_1 = \frac{q}{T} = R_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = R_1 \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Для газу масою m кількість теплоти отриманої ним в ізотермічному процесі дорівнює роботі, тобто: $Q = L$.

6.6. Адіабатний процес

Адіабатним термодинамічним процесом називають процес, який відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем ($q=0$ або $dq=0$) і теплоємність газу вважається сталою величиною.

Адіабатний процес можна реалізувати в циліндрі з рухомим поршнем, якщо циліндр та поршень виготовлені з

абсолютно теплоізоляційного матеріалу. В реальному житті таке неможливе, але якщо процеси в циліндрі будуть відбуватись швидко, то процес можна з достатньою точністю вважати адіабатним.

Для отримання рівняння адіабатного процесу використаємо перший закон термодинаміки. Оскільки, в адіабатному процесі $dq = 0$, то отримаємо:

$$c_p dT = v dp; \quad c_v dT = -p dv.$$

Розділивши ліву і праву частини одного рівняння на ліву і праву частини другого рівняння отримаємо:

$$\frac{c_p}{c_v} = - \frac{v dp}{p dv}.$$

Відношення масової питомої теплоємності газу під сталим тиском до масової питомої теплоємності зі сталим об'ємом називають **показником адіабати**, тобто:

$$\frac{c_p}{c_v} = k.$$

Врахувавши попереднє рівняння і зінтегрувавши його за умови, що $k = \text{const}$, отримаємо $\ln p v^k = \text{const}$. Це рівняння запишемо у вигляді:

$$p V^k = \text{const}. \quad (1.63)$$

Рівняння (1.63) називають **рівнянням адіабати**.

В p, v – координатах адіабатний процес виразиться гіперболою $p = \text{const} \cdot v^{-k}$. Оскільки $c_p > c_v$, тобто $k > 1$, то гіпербола є нерівнобічною (рис. 1.8а). Адіабатний процес 1 – 2 є процесом розширення газу, а процес 1 – 2' – процесом стискування газу (рис. 1.8а).

В T, s – координатах рівняння адіабатного процесу отримаємо із співвідношення $ds = dq/T$. Оскільки в адіабатному процесі $dq = 0$, то і $ds = 0$. Отже, зворотній адіабатний процес відбувається при сталій ентропії $s = \text{const}$. В T, s – координатах (рис. 1.8б) адіабатний процес зображується прямою паралельною до осі ординат. Прямі $1-2$ дійсна під час розширення газу, а пряма $1-2'$ ілюструє процес стискування газу (рис. 1.8б).

Залежність між параметрами термодинамічного стану отримаємо із рівняння адіабати $pv^k = \text{const}$. Для двох довільних точок справедлива рівність $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$. Враховуючи цю залежність запишемо, що:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k \quad \text{або} \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^k. \quad (1.64)$$

Це рівняння встановлює залежність між тиском та об'ємом в адіабатному процесі для двох термодинамічних станів робочого тіла.

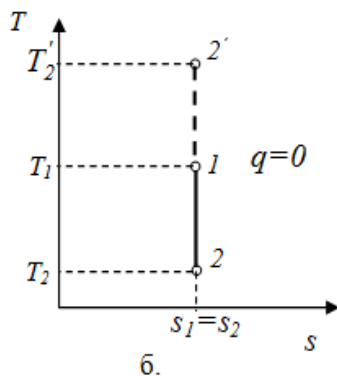
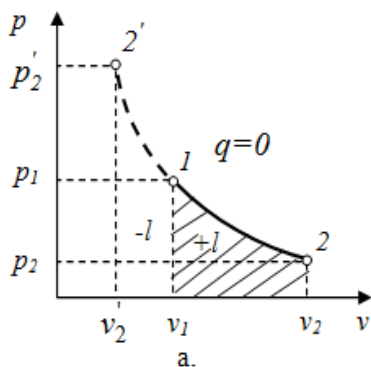


Рис. 1.8. Зображення адіабатного процесу в p, v та T, s координатах

Запишемо рівняння Клапейрона-Менделєєва для газу масою l кг в двох термодинамічних станах. Поділивши одне рівняння на інше, отримаємо:

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Враховуючи залежність між тиском та питомим об'ємом (1.64), отримаємо:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{k-1}. \quad (1.65)$$

Це співвідношення описує залежність між абсолютними температурами газу та його об'ємами в адіабатному процесі. Враховуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва та залежність (1.64), отримаємо:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (1.66)$$

Це співвідношення вказує залежність між абсолютними температурами та тисками газів в адіабатному процесі.

Згідно з першим законом термодинаміки, $q = \Delta u + l$. Оскільки в адіабатному процесі немає притоку теплоти, то $q = 0$.

Отже, виконання роботи в адіабатному процесі можливе лише завдяки зменшенню внутрішньої енергії робочого тіла, тобто:

$$l = \frac{R_1 T_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R_1 T_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (1.67)$$

або враховуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва для газу масою l кг виконана робота визначається із співвідношення:

$$l = \frac{1}{k-1}(p_1V_1 - p_2V_2). \quad (1.68)$$

Величина виконаної газом роботи в адіабатному процесі описується площею нижче кривої 1 – 2 або 1 – 2' (рис. 1.8а).

В адіабатному процесі робоче тіло не отримує і не витрачає теплоти, тобто $q=0$. Зміна внутрішньої енергії, для газу масою m , обчислюється за формулою:

$$\Delta U = C_{v2} \frac{m}{\mu} t_2 - C_{v1} \frac{m}{\mu} t_1, \quad (1.69)$$

а робота виконана газом масою m дорівнює:

$$L = \frac{m}{k-1}(p_1V_1 - p_2V_2). \quad (1.70)$$

Необхідно враховувати, що в адіабатному процесі термодинамічна система теплоізована, тому: $\Delta U + L = 0$

Внаслідок того, що робота в адіабатному процесі здійснюється завдяки внутрішній енергії, то при розширенні газу відбувається зменшення внутрішньої енергії і тому його температура знижується, а при стисканні газу відбувається зростання внутрішньої енергії і тому його температура зростає.

6.7. Політропні процеси

Політропними термодинамічними процесами називають такі процеси в яких теплоємність газу вважається сталою ($c=const$).

В реальності теплоємність ідеальних і тим більш реальних газів залежить від температури. Отже, умова сталої

теплоємності ідеальних газів є певним припущенням. Однак введення поняття політропного процесу дозволяє якісно описати одним рівнянням доволі велику кількість різноманітних термодинамічних процесів і провести узагальнений аналіз різних властивостей цих процесів.

Для довільного термодинамічного процесу справедлива залежність

$$dq = cdT. \quad (1.71)$$

Розглянемо робоче тіло (газ) масою 1 кг . Згідно з першим законом термодинаміки, справедливі залежності

$$dq = c_V dT + pdv \text{ та } dq = c_p dT - vdp.$$

Враховуючи (1.71) отримаємо:

$$(c - c_V) dT = pdv \text{ та } (c - c_p) dT = -vdp.$$

Поділивши друге рівняння на перше, отримаємо:

$$\frac{c - c_p}{c - c_V} = -\frac{vdp}{pdv}.$$

де відношення $\frac{c - c_p}{c - c_V} = n$, і називають **показником**

політропи.

Враховуючи це позначення і зінтегрувавши попереднє диференціальне рівняння, отримаємо:

$$pv^n = \text{const} \text{ або } pV^n = \text{const}. \quad (1.72)$$

Рівняння (1.72) описують політропний процес в змінних (p, v) і (p, V) , тобто цими рівняннями описується велика кількість термодинамічних процесів.

Якщо $n = 0$, то рівняння (1.72) набирає вигляду $pV^0 = p = \text{const}$, тобто має місце ізобарний процес.

При $n = 1$ рівняння (1.72) набуває вигляду $pV^1 = pV = \text{const}$, тобто відбувається ізотермічний процес.

Для випадку якщо $n = k$ рівняння (1.72) набуває вигляду $pV^k = \text{const}$, тобто відбувається адіабатний процес.

Для випадку якщо $n = \infty$, це рівняння набуває вигляду $p^0 V = \text{const}$, а це відбувається в ізохорному процесі.

Оскільки рівняння політропи (1.72) аналогічне рівнянню адіабати (1.63), то замінивши відповідно показник адіабати k на показник політропи n , параметри стану газу в політропному процесі можна поєднати рівняннями:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^n, \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (1.73)$$

Кількість теплоти, отриману робочим тілом масою l кг в політропному процесі, визначаємо використовуючи формулу $dq = cdT$. Якщо відомі значення показників політропи і адіабати, то теплоємність газу дорівнює:

$$c = \frac{c_V(n-k)}{n-1}.$$

Отже, попереднє рівняння набере вигляду:

$$q = c_V \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1). \quad (1.74)$$

Виконану роботу газом у політропному процесі визначаємо аналогічно як і для адіабатного процесу замінивши тільки показник адіабати k на показник політропи n , тобто:

$$l = \frac{R_1 T_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R_1 T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \quad (1.75)$$

Для газу масою m , кількість теплоти отриманої ним в політропному процесі визначаємо за формулою:

$$Q = C_v \frac{m}{\mu} \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1) \quad (1.76)$$

або за формулами

$$Q = \Delta U + L, \quad (1.77)$$

$$\text{де } \Delta U = C_{v2} \frac{m}{\mu} t_2 - C_{v1} \frac{m}{\mu} t_1; \quad L = \frac{1}{n-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2);$$

C_{vi} – середня кіломольна теплоємність робочого тіла зі сталим об'ємом.

6.8. Методика розв'язування задач

Задача 1. Повітря масою 10 кг охолоджується в закритій посудині від 100°C до 10°C . Визначити тиск повітря після охолодження та кількість забраної теплоти, якщо початковий тиск повітря $1,5 \text{ атм}$. Умовна молярна маса повітря $\mu = 28,96 \text{ кг/кмоль}$.

Оскільки повітря охолоджують в закритій посудині, то відбувається ізохорний процес. Використовуючи закон Шарля $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$ визначаємо тиск повітря в посудині після завершення термодинамічного процесу

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{1,5 \cdot 101325 \cdot 283}{373} = 115315 \text{ Па}.$$

Зміну внутрішньої енергії повітря внаслідок ізохорного процесу визначаємо за формулою $\Delta U = U_2 - U_1$:

$$\text{де } U_1 = C_{v1} \frac{m}{\mu} t_1 = (29,15 - 8,314) \frac{10}{28,96} 100 = 719,47 \text{ кДж}$$

$$U_2 = C_{v2} \frac{m}{\mu} t_2 = (29,14 - 8,314) \frac{10}{28,96} 10 = 71,91 \text{ кДж}.$$

Отже, зміна внутрішньої енергії повітря, внаслідок ізохорного процесу, становить $\Delta U = 71,91 - 719,47 = -647,56 \text{ кДж}$.

В ізохорному процесі газ не виконує роботи, тому $L = 0$.

Кількість теплоти наданої повітрю від навколишнього середовища під час ізохорного процесу визначаємо за формулою $Q = \Delta U + L$. Підставляючи значення величин отримаємо $Q = -647,56 + 0 = -647,56 \text{ кДж}$. Знак (-) вказує на те, що в цьому ізохорному процесі відбулося поглинання теплоти навколишнім середовищем, тобто дану кількість теплоти повітря віддало навколишньому середовищу.

Задача 2. Кисень, що має масу 2 кг та температуру 177°C , під час охолодження зменшив свій об'єм в 1,5 раза під сталим тиском 3 атм. Визначити скільки теплоти забраної під час охолодження кисню, зміну внутрішньої енергії газу і виконану ним роботу.

Визначимо об'єм кисню на початку ізобарного процесу, використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва

$$pV = m \frac{R}{\mu} T. \text{ Підставляючи значення величин, отримаємо}$$

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1\mu} = \frac{2 \cdot 8314 \cdot 450}{3 \cdot 101325 \cdot 32} = 0,769 \text{ м}^3. \text{ Оскільки, за умовою}$$

задачі, об'єм кисню зменшився в 1,5 раза, то його об'єм після завершення ізобарного процесу дорівнює

$$V_2 = V_1 / 1,5 = 0,513 \text{ м}^3.$$

Температуру кисню після завершення ізобарного процесу визначимо, використовуючи закон Гей-Люссака

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}, \text{ тобто } T_2 = \frac{T_1 V_2}{V_1} = \frac{450 \cdot 0,513}{0,769} = 300 \text{ К або } t_2 = 300 - 273 = 27^\circ\text{C}.$$

Зміну внутрішньої енергії кисню, внаслідок ізобарного процесу, визначаємо за формулою $\Delta U = U_2 - U_1$,

$$\text{де } U_1 = C_{v1} \frac{m}{\mu} t_1 = (29,94 - 8,314) \frac{2}{32} 177 = 239,24 \text{ кДж},$$

$$U_2 = C_{v2} \frac{m}{\mu} t_2 = (29,28 - 8,314) \frac{2}{32} 27 = 35,38 \text{ кДж.}$$

Отже, зміна внутрішньої енергії кисню, після завершення ізобарного процесу, становить $\Delta U = 35,38 - 239,24 = -203,86 \text{ кДж.}$

Величина виконаної роботи киснем, під час ізобарного процесу, визначається за формулою $L = p(V_2 - V_1)$. Підставляючи значення величин, отримаємо

$$L = 3 \cdot 101325(0,513 - 0,769) = -77818 \text{ Дж} = -77,8 \text{ кДж.}$$

Оскільки, сумарна кількість теплоти наданої кисню йшла на зміну внутрішньої енергії газу та на виконання ним роботи, то $Q = \Delta U + L$. Підставляючи значення величин, отримаємо $Q = -203,86 - 77,82 = -281,68 \text{ кДж.}$ Знак (-) вказує на те, що в цьому ізобарному процесі відбулося поглинання теплоти навколишнім середовищем.

Задача 3. 0,25 кг кисню під початковим тиском 100 кПа стискається компресором ізотермічно до тиску 20 МПа. Визначити кінцевий об'єм газу, виконану роботу і кількість забраної теплоти, якщо температура кисню після завершення ізотермічного процесу дорівнювала 27⁰С.

Використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu} T$ визначимо кінцевий об'єм кисню, тобто $V_2 = \frac{mRT_2}{p_2\mu} = \frac{0,25 \cdot 8314 \cdot 300}{20 \cdot 10^6 \cdot 32} = 0,000974 \text{ м}^3$. Оскільки, мав місце ізотермічний процес, то використаємо закон Бойля-Маріотта $p_1V_1 = p_2V_2$ для визначення початкового об'єму кисню

$$V_1 = \frac{p_2V_2}{p_1} = \frac{20 \cdot 10^6 \cdot 0,000974}{0,1 \cdot 10^6} = 0,195 \text{ м}^3.$$

Зміна внутрішньої енергії кисню, внаслідок ізотермічного процесу не відбулась, оскільки в ізотермічному процесі температура робочого тіла стала, тобто $\Delta U = 0$.

Величину виконаної роботи в ізотермічному процесі визначаємо за формулами $L = m \frac{R}{\mu} T \ln \frac{V_2}{V_1}$ або $L = m \frac{R}{\mu} T \ln \frac{p_1}{p_2}$.

Підставляючи значення величин отримаємо

$$L = \frac{0,25 \cdot 8314 \cdot 300}{32} \ln \frac{0,000974}{0,195} = -103243 \text{ Дж} = -103,243 \text{ кДж}.$$

Кількість наданої теплоти газу, під час ізотермічного процесу, визначаємо за формулою $Q = \Delta U + L$. Підставляючи значення величин отримаємо $Q = 0 - 103,243 = -103,243 \text{ кДж}$. Знак (-) вказує на те, що в цьому ізотермічному процесі відбулося поглинання теплоти навколишнім середовищем.

Задача 4. В циліндрі дизельного двигуна внутрішнього згорання відбувається адіабатне стискання 1 кг повітря з температурою 17°C та яке створює тиск $0,1 \text{ МПа}$. Ступінь стискання дорівнює 14 . Визначити температуру і тиск повітря після завершення адіабатного процесу, а також роботу виконану повітрям. Показник адіабати взяти $k = 1,4$. Умовна молярна маса повітря $\mu = 28,96 \text{ кг/кмоль}$.

Використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu} T$ визначимо початковий об'єм повітря, тобто

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1\mu} = \frac{1 \cdot 8314 \cdot 290}{0,1 \cdot 10^6 \cdot 28,96} = 0,8325 \text{ м}^3.$$

Знаємо, що за умовою задачі ступінь стискання повітря дорівнює 14 , отже об'єм повітря після завершення його стискання дорівнює $V_2 = V_1/14 = 0,05946 \text{ м}^3$.

Температуру повітря, після завершення адіабатного процесу, визначаємо за формулою $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1}$. Підставляючи значення величин отримаємо

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} = 290 \left(\frac{0,8325}{0,05946}\right)^{1,4-1} = 290 \cdot 2,8738 = 833,4 \text{ К або } t_2 = 560,4^\circ \text{С}.$$

Величину тиску повітря, після завершення адіабатного процесу, визначаємо за формулою $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}$, звідки отримаємо $p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0,1 \cdot 10^6 \left(\frac{833,4}{290}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 402341 \text{ Па} = 4,02 \text{ МПа}.$

Зміну внутрішньої енергії повітря, внаслідок термодинамічного процесу, визначаємо за формулою

$$\Delta U = U_2 - U_1 \text{ де}$$

$$U_1 = C_{v1} \frac{m}{\mu} t_1 = (29,14 - 8,314) \frac{1}{28,96} 17 = 12,254 \text{ кДж},$$

$$U_2 = C_{v2} \frac{m}{\mu} t_2 = (30,42 - 8,314) \frac{1}{28,96} 560,4 = 427,77 \text{ кДж}.$$

Отже, зміна внутрішньої енергії повітря після завершення адіабатного процесу дорівнює $\Delta U = 427,77 - 12,254 = 415,52 \text{ кДж}.$

З іншої сторони, оскільки під час адіабатного процесу немає притоку або відтоку теплоти від робочого тіла, то $L + \Delta U = 0$. Отже, виконання роботи можливе лише завдяки зміні внутрішньої енергії, тому виконана робота дорівнює $L = -\Delta U = -415 \text{ кДж}$. Знак (-) вказує на те, що відбулось стискання робочого тіла, тобто роботу виконало навколишнє середовище а не робоче тіло. Розбіжність в отриманих результатах є наслідком того, що в адіабатному процесі теплоємність газів вважають сталою величиною.

Задача 5. Повітря масою 2 кг стискається по політропі із зменшенням об'єму в 5 разів. Показник політропи $n=1,3$. На початку термодинамічного процесу температура повітря становила $t_1=17^0\text{C}$, а тиск – 2 атм . Визначити зміну внутрішньої енергії, виконану роботу та кількість підведеної теплоти після завершення політропного процесу.

Визначимо об'єм повітря на початку політропного процесу використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = m \frac{R}{\mu} T$. Підставляючи значення величин отримаємо $V_1 = \frac{mRT_1}{p_1\mu} = \frac{2 \cdot 8314 \cdot 290}{2 \cdot 101325 \cdot 28,96} = 0,8217 \text{ м}^3$. Згідно з умовою задачі, об'єм повітря після завершення політропного процесу зменшився в 5 разів, тому $V_2 = V_1/5 = 0,1643 \text{ м}^3$.

Температуру повітря, після завершення політропного процесу, визначаємо за формулою $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}$. Підставляючи значення величин отримаємо

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = 290 \left(\frac{0,8217}{0,1643}\right)^{1,3-1} = 290 \cdot 1,62077 = 470 \text{ K} \text{ або } t_2 = 197^0\text{C}.$$

Величину тиску повітря, після завершення політропного процесу, визначаємо за формулою $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$.

Звідки отримаємо:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 2 \cdot 101325 \left(\frac{470}{290}\right)^{\frac{1,3}{1,3-1}} = 1642275 \text{ Па} = 1,64 \text{ МПа}.$$

Зміну внутрішньої енергії повітря визначаємо за формулою $\Delta U = U_2 - U_1$;

$$\text{де } U_1 = C_{v1} \frac{m}{\mu} t_1 = (29,14 - 8,314) \frac{2}{28,96} 17 = 24,45 \text{ кДж},$$

$$U_2 = C_{v2} \frac{m}{\mu} t_2 = (29,29 - 8,314) \frac{2}{28,96} 197 = 285,38 \text{ Дж}.$$

Отже, зміна внутрішньої енергії внаслідок термодинамічного процесу становить

$$\Delta U = 285,38 - 24,45 = 260,93 \text{ кДж}.$$

Величину виконаної роботи газом за час політропного процесу, визначаємо використовуючи формулу

$$L = \frac{1}{n-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2).$$

Підставляючи значення величин, отримаємо

$$L = \frac{1}{1,3-1} (202650 \cdot 0,8217 - 1642130 \cdot 0,1643) = -344775 \text{ Дж} = \\ = -345 \text{ кДж}.$$

Кількість отриманої теплоти газом під час політропного процесу дорівнює $Q = \Delta U + L$. Підставляючи значення величин отримаємо $Q = 261 - 345 = -84 \text{ кДж}$. Знак (–) вказує, що відбулося поглинання теплоти навколишнім середовищем.

Кількість отриманої теплоти газом в політропному процесі можна визначити використовуючи формулу

$$Q = \frac{m C_v (n-k)}{\mu (n-1)} (T_2 - T_1).$$

Враховуючи значення величин, отримаємо

$$Q = \frac{2 \cdot (29,29 - 8,314) (1,3 - 1,4)}{28,96 (1,3 - 1)} (470 - 290) = -86,92 \text{ кДж}$$

Отримані розбіжності обумовлені тим, що теплоємність газу суттєво залежить від величини температури і є величиною змінною а не сталою.

Тема 7. Другий закон термодинаміки

На основі першого закону термодинаміки одержано ряд кількісних зв'язків і характеристик термодинамічних процесів перетворення теплоти в механічну роботу. З точки зору першого закону термодинаміки в природі можливий довільний процес, який не суперечить закону збереження енергії. Напрямок течії процесу ним не контролюється, головне, щоб виконувалось рівняння $Q = \Delta U + L$.

Напрямок і якісна оцінка теплових процесів вказується другим законом термодинаміки, який був встановлений пізніше від першого закону і який стверджує принцип однобічності теплових процесів. В реальному житті теплота переходить від тіла з вищою температурою до тіла з нижчою температурою. Робоче тіло (система) завжди намагається здійснити процес скерований на вирівнювання тисків і температури по всьому об'єму тіла, тобто до рівноважного стану.

Узагальнюючи класифікацію фізичних процесів, можна так сформулювати **другий закон термодинаміки**: довільні процеси необоротні.

Щодо процесів теплообміну, то за **другим законом** в ізольованій термодинамічній системі тепло від менш нагрітих тіл не може переходити до більш нагрітих без компенсації.

Перетворення роботи в теплову енергію відбувається без зовнішніх чинників, а для перетворення теплоти в роботу необхідне впорядкування руху молекул, тобто необхідний посередник, який здійснює це впорядкування. Таким чином, перетворення теплоти в роботу є складнішим термодинамічним процесом в порівнянні з перетворенням роботи в теплоту.

7.1. Кругові процеси або цикли

Умови, за яких теплота перетворюється в роботу, і фактори, що впливають на коефіцієнт корисної дії (К.К.Д.) теплової машини, вперше встановив С. Карно.

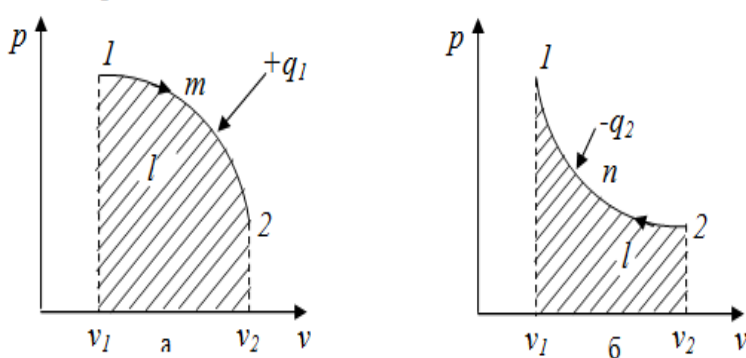


Рис. 1.9. Схема елементів циклу

За цих умов газ, замкнутий в циліндрі з поршнем, може виконувати роботу в будь-якому процесі розширення газу завдяки підведенню теплоти або завдяки зменшенню внутрішньої енергії робочого тіла. Оскільки ці процеси пов'язані з безперервним рухом поршня в одному напрямі, то величина роботи l_1 , яка на рис.1.9а описується площею фігури нижче від кривої 1- m -2, обмежується реальними розмірами циліндра або інших елементів машини. Щоб отримати роботу в теплових машинах, треба періодично повторювати процес розширення, тобто повертати газ (поршень) у початковий стан.

Це можна здійснити за допомогою стискання робочого тіла (2- n -1), який виконує навколишнє середовище, здійснюючи роботу l_2 , яка на рис.1.9б описується площею фігури нижче від кривої 2- n -1.

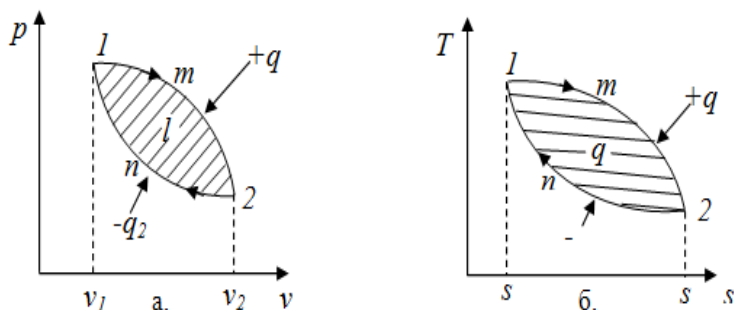


Рис. 1.10. Схема кругового циклу

Якщо робота виконана робочим тілом під час розширення l_1 більша від роботи, яку виконує навколишнє середовище під час стиску робочого тіла l_2 , то внаслідок об'єднання обох процесів отримаємо додатню роботу l_0 , яка на (рис. 1.10а) описується площею фігури обмеженої кривою $1-m-2-n-1$, і її величина дорівнює:

$$l_0 = l_1 - l_2,$$

де l_0 – корисна робота.

Термодинамічний процес, під час якого робоче тіло переходить через певну послідовність термодинамічних процесів, які не збігаються між собою, та повертається в початкове положення, називається **круговим процесом** або **циклом**. Під час розгляду кругових процесів вважається, що робоче тіло не змінює свого хімічного складу, теплота підводиться від зовнішніх джерел теплоти, котрі називають тепловіддавачами, і відводиться до зовнішніх приймачів теплоти (теплоприймачі). В T, s – діаграмі (рис. 1.10б) процес розширення газу $1-m-2$ супроводжується підведенням теплоти q_1 , величина якої описується площею фігури нижче від кривої $1-m-2$, та зростанням ентропії, оскільки $ds = T^{-1}dq$ і $dq \geq 0 \Rightarrow ds \geq 0$. Процес повернення робочого тіла в

початковий стан $(2-n-1)$ супроводжується зменшенням ентропії, оскільки $dq \leq 0 \Rightarrow ds \leq 0$ та відводом теплоти від робочого тіла, величина якого Q_2 описується площею фігури нижче від кривої $2-n-1$ (рис.1.106). Кількість теплоти, відданої навколишнім середовищем в круговому процесі, дорівнює $Q_0 = Q_1 - Q_2$, величина якої описана площею фігури всередині кривої $1-m-2-n-1$ (рис. 1.106).

Отже, щоб здійснити круговий процес, покладений в основу роботи теплових машин, треба поруч з підведенням теплоти Q_1 до робочого тіла від гарячого джерела здійснювати відведення теплоти Q_2 до холодного джерела теплоти. Згідно з першим законом термодинаміки, для процесу $1-m-2$ кількість підведеної теплоти до робочого тіла витрачається на зміну внутрішньої енергії робочого тіла та виконання роботи газом, тобто:

$$q_1 = \Delta u_{12} + l_1.$$

Для процесу $2-n-1$ справедливе рівняння:

$$q_2 = \Delta u_{21} + l_2.$$

Оскільки в круговому процесі $1-m-2-n-1$ кінцевий і початковий стани робочого тіла збігаються, то зміна внутрішньої енергії робочого тіла на довільному круговому процесі є нульовою, тобто:

$$\Delta u_{12} + \Delta u_{21} = 0.$$

Отже, для кругового процесу кількість втраченої теплоти еквівалентна величині виконаної роботи, тобто:

$$q_1 - q_2 = l_1 - l_2 \text{ або } q_0 = l_0.$$

Термічним коефіцієнтом корисної дії циклу η_t називають величину відношення перетвореної в роботу

теплоти q_0 до теплоти q_1 , підведеної до робочого тіла за цикл, тобто:

$$\eta_t = \frac{q_0}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

Отже, для перетворення теплоти в роботу необхідно дотримуватись таких умов:

- теплова машина повинна бути періодично діюча, тобто зміна стану робочого тіла в ній повинна відбуватись по круговому процесу;

- для здійснення кругового процесу необхідно мати гаряче і холодне джерела теплоти, які б мали різницю температур.

У зв'язку з тим, що в довільному термодинамічному процесі частина теплоти q_2 неминуче повинна бути віддана холодному джерелу теплоти, то к.к.д. довільного термодинамічного циклу завжди буде менший від одиниці.

7.2. Цикл С. Карно

Кругові процеси (цикли) можуть складатись з найрізноманітніших термодинамічних процесів. Найпростішим буде цикл з двома джерелами теплоти, що мають температури T_1 і T_2 . Виходячи з цього і умов зворотності та економічності С. Карно встановив, що ділянки циклу на яких робоче тіло дістає і віддає теплоту повинні бути ізотермічні. Проте дві ізотерми не можуть утворити круговий процес. Якщо виключити подальший теплообмін, то здійснити круговий процес можна тільки з'єднавши дві ізотерми T_1 і T_2 двома відрізками адіабат. Це і є цикл С. Карно.

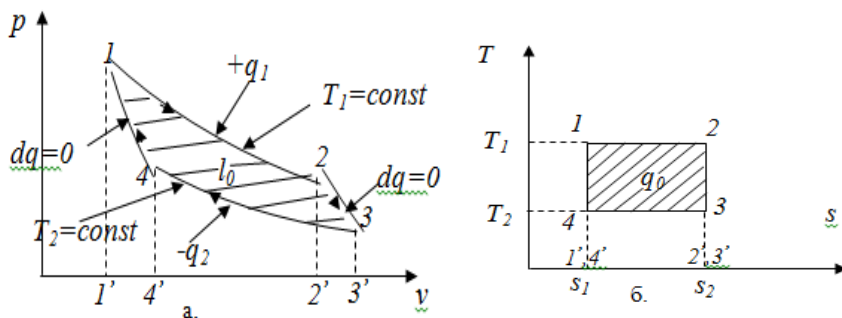


Рис. 1.11. Схема прямого циклу С. Карно

Отже, найпростіший прямий цикл має складатись з двох ізоTERM 1–2 і 3–4, та двох адіабат 2–3 і 4–1 (рис. 1.11). На ділянці 1–2 робоче тіло дістає тепло q_1 від гарячого джерела теплоти T_1 . На p, v – діаграмі (рис. 1.11a) виконана робота при розширенні газу описується площею фігури 1'–1–2–2'.

У T, s – діаграмі (рис. 1.11б) процес підведення теплоти описується прямою 1–2, а величина підведеної теплоти q_1 дорівнює площі прямокутника 1'–1–2–2' і $q_1 = T_1(s_2 - s_1)$. Після завершення процесу 1–2 робоче тіло роз'єднується із джерелом теплоти і розширення продовжується адіабатно 2–3 (без теплообміну із навколишнім середовищем). На p, v – діаграмі (рис. 1.11a) виконана робота під час адіабатичного розширення газу описується площею фігури 2'–2–3–3'. На T, s – діаграмі (рис. 1.11б) адіабатний процес описується прямою 2–3 і підведення теплоти відсутнє. Наступна зміна стану пов'язана з поверненням робочого тіла в початковий стан і процес відбувається по ізоTERM 3–4 з відведенням до холодного джерела теплоти (енергії) q_2 зі сталою температурою $T_2 = \text{const}$. На p, v – діаграмі (рис. 1.11a) від'ємна робота виконана газом описується площею фігури 4'–4–3–3'. На T, s – діаграмі (рис. 1.11б) ізоTERMічний процес

описується прямою 3–4. Величина відведеної теплоти до холодного джерела описується площею прямокутника 4'–4–3–3' і дорівнює $q_2 = T_2(s_1 - s_2)$. У точці 4 робоче тіло ізолюється від холодного джерела теплоти і подальше стискання газу відбувається по адіабаті 4–1.

На p, v – діаграмі (рис. 1.11а) від'ємна робота, виконана газом під час адіабатного розширення газу, описується площею фігури 1'–1–4–4'. На T, s – діаграмі (рис. 1.11б) адіабатний процес описується прямою 4–1 і підведення теплоти відсутнє.

Термічний коефіцієнт корисної дії кругового процесу для прямого циклу С. Карно дорівнює:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2(s_2 - s_1)}{T_1(s_2 - s_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Отже, термічний коефіцієнт корисної дії прямого циклу С. Карно залежить від абсолютних температур гарячого і холодного джерел теплоти і не залежить від властивостей робочого тіла, тобто не залежить від того буде робоче тіло ідеальним чи реальним газом. Коефіцієнт корисної дії циклу С. Карно завжди менший за одиницю. При рівності температур гарячого і холодного джерел теплоти теплова машина зупиняється.

Прямий цикл С. Карно має найвищий термічний коефіцієнт корисної дії в порівнянні з довільним іншим зворотним циклом здійсненим в тому ж температурному діапазоні.

Для незворотного циклу С. Карно, що складається із незворотних процесів у роботу перетворюється менше теплоти q_0' , ніж у зворотному циклі, тому для незворотного циклу термічний коефіцієнт корисної дії дорівнює

$$\eta_{t_{\text{кн}}} = \frac{q_1 - q_2'}{q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

7.3. Обернений цикл С. Карно

В оберненому циклі С. Карно (рис. 1.12) всі процеси зміни стану робочого тіла відбуваються в зворотній послідовності до прямого циклу С. Карно.

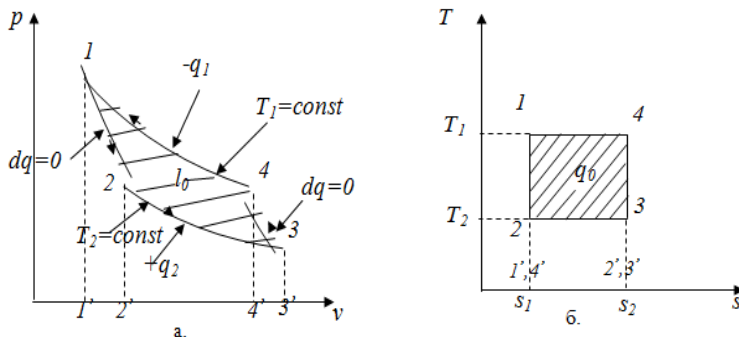


Рис. 1.12. Схема оберненого циклу С. Карно

Після адіабатного розширення робочого тіла в процесі 1–2 температура тіла зменшується від T_1 до температури T_2 (рис. 1.12б). На другому етапі робоче тіло ізотермічно розширюється від стану 2 до стану 3. Цей процес відбувається із поглинанням теплоти $+q_2$ від холодильника. На етапі 3–4 робоче тіло стискається адіабатно і одночасно спостерігається зростання температури робочого тіла від температури T_2 до температури T_1 . Ізотермічний процес 4–1 характеризується стисканням робочого тіла із одночасною віддачею теплоти q_1 верхньому джерелу теплоти. Внаслідок оберненого циклу теплота від холодного тіла переходить до гарячого завдяки роботі, виконаній навколишнім середовищем. Холодильним коефіцієнтом оберненого циклу називають величину

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_0} = \frac{q_2}{q_1 - q_2} \quad \text{або} \quad \varepsilon = \frac{T_2(s_2 - s_1)}{T_1(s_2 - s_1) - T_2(s_2 - s_1)} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

7.4. Аналітичний вираз другого закону термодинаміки

Ентропія робочого тіла визначається за формулою:

$$s(T, V) = c_V \ln T + R_1 \ln V + C,$$

де C – стала величина.

Абсолютне значення ентропії немає потреби знати під час вивчення термодинамічних процесів, і тому для ідеального газу вважають, що його ентропія дорівнює нулеві при таких значеннях тиску і температури: $p = 101325 \text{ Па}$, $t = 0^\circ \text{ С}$ або $T = 273 \text{ К}$.

Ентропія – це параметр стану диференціал якого дорівнює відношенню нескінченно малої кількості теплоти до абсолютної температури тіла, яка на нескінченно малому проміжку є величина стала. Тобто:

$$ds = \frac{dq}{T}.$$

Зміна ентропії не залежить від характеру термодинамічного процесу, а залежить тільки від початкового та кінцевого значень параметрів стану, тобто:

$$s_2 - s_1 = c_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

З виразу для термічного к.к.д. прямого циклу С. Карно отримаємо для його зворотного циклу, що

$$1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{або} \quad \frac{q_1}{T_1} = \frac{q_2}{T_2}.$$

Якщо врахувати знаки теплоти ($q_1 > 0$ і $q_2 < 0$) будемо мати:

$$\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0 \quad \text{або} \quad \sum \frac{q}{T} = 0.$$

Відношення теплоти до абсолютної температури, при якій вона підведена до тіла або забрана від нього, називають **зведеною теплотою**. Для зворотного циклу С. Карно алгебраїчна сума зведених теплот дорівнює нулеві. Цей висновок справедливий і для будь-якого зворотного циклу. Отже, ентропію можна вважати як зведену теплоту зворотного процесу і зміна ентропії тіла в круговому зворотному процесі дорівнює нулеві. Ентропія є параметром стану, а ds – повний диференціал функції стану s .

Якщо довільний круговий процес буде незворотним, то для незворотного циклу С. Карно:

$$\sum \frac{q}{T} < 0$$

Враховуючи результати для зворотного і незворотного процесів, отримаємо, що для безмежно великого числа елементарних незворотних циклів С. Карно, виконується співвідношення:

$$\sum \frac{dq}{T} \leq 0$$

Дане рівняння є **математичним виразом другого закону термодинаміки** для кругових процесів, де знак рівності відноситься до зворотних процесів, а знак менше – до незворотних кругових процесів.

Тема 8. Цикли двигунів внутрішнього згорання

З термодинамічної точки зору двигун внутрішнього згорання (ДВЗ), як будь-який тепловий двигун, повинен був би працювати за циклом С. Карно, який має найвищий термічний к.к.д. в заданому діапазоні температур. Проте через конструктивні труднощі, ДВЗ, в якому подання і відведення теплоти відбувалось би по ізотермах, побудувати не вдалося. Для гарячого джерела теплоти із температурою

1800 °C і холодного джерела теплоти із температурою 15 °C, що наявне в сучасних двигунах, здійснення циклу С. Карно пов'язане із забезпеченням тиску порядку 300 МПа і доволі великими розмірами двигуна. В реальних двигунах тиск досягає величини 4–5 МПа. Найзручніше виявилось підводити теплоту по ізохорах, по ізобарах або змішано, здійснюючи поєднання ізохорного та ізобарного процесів. Відповідно до цього, для ДВЗ розроблені три теоретичні цикли, що мають практичне значення:

- цикл з ізохорним підведенням теплоти ($V=const$);
- цикл з ізобарним підведенням теплоти ($p=const$);
- цикл із змішаним підведенням теплоти при

$$V=const \text{ або } p=const.$$

Для термодинамічного аналізу циклів в ДВЗ реальні процеси в циліндрі двигуна, з наявністю тертя і теплообміном, умовно замінюються зворотними процесами. Вважається, що робочим тілом є ідеальний газ та у двигуні відбувається замкнений круговий процес, тоді як у реальних двигунах робоче тіло не повертається кожного разу в початковий стан, а видаляється з циліндра в навколишнє середовище і замінюється новим, відбувається процес всмоктування.

8.1. Цикл з підведенням теплоти при сталому об'ємі

Він з достатньою точністю описує термодинамічні процеси в двигунах з побічним запалюванням (від електричної іскри). Суттєва особливість таких двигунів – стискання горючої суміші (суміш пари палива та повітря). Ступінь стискання горючої суміші знаходиться в межах:

$$4 \leq \frac{V_1}{V_2} \leq 8,$$

де V_1 – об'єм горючої суміші до стискання;

V_2 – об'єм горючої суміші після стискання.

Хід поршня від верхньої мертвої точки (в.м.т.) до нижньої мертвої точки (н.м.т.) називають тактом. Двигун називають чотиритактним, якщо повний термодинамічний цикл здійснюється за чотири такти поршня. Цикл з підведенням теплоти при сталому об'ємі складається з двох адиабат та двох ізохор. На рис. 1.13а вказано реальну діаграму тиску і ходу поршня в (д.в.з.) з підведенням теплоти при сталому об'ємі. На рис. 1.13б вказано ідеалізовану інтерпретацію даного процесу. Стиск горючої суміші 1–2 (рис. 1.13а) можна вважати адиабатним, оскільки за період стиску суміш не встигає передати стінкам циліндра великої кількості теплоти. На p, V – діаграмі (рис. 1.13б) від'ємна робота горючої суміші описується площею фігури 2'–2–1–1'.

Оскільки процес адиабатний, то підведення теплоти нульове і це вказано на T, s – діаграмі (рис. 1.13в). Параметри стану горючої суміші змінюються

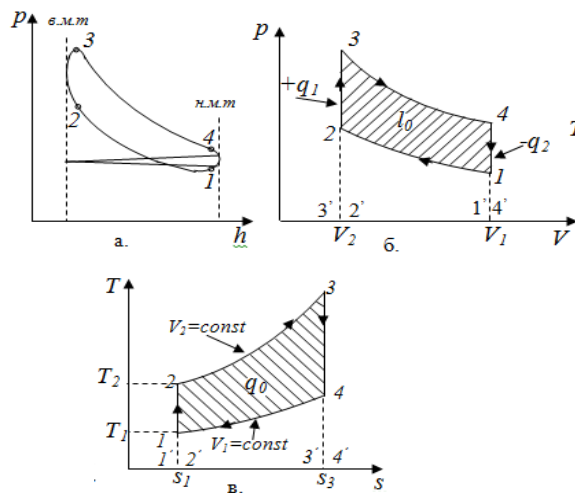


Рис. 1.13. Схема циклу з підведенням теплоти при сталому об'ємі

Характеристикою такту є **ступінь стиску суміші**, який дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}.$$

Величина тиску в точці 2 дорівнює:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k.$$

Температура суміші зростає і дорівнює:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = T_1 \varepsilon^{k-1}.$$

При завершенні такту 1–2 тиск газів в циліндрі сягає 0,9 – 1,5 МПа, а їх температура – 330 – 380°С.

Ізохорний процес 2–3 характеризується згоранням суміші, тобто підведенням теплоти q_1 . Внаслідок згорання суміші спостерігається суттєве зростання тиску та температури. На p, V – діаграмі вказано, що робота горючої суміші є нульова, оскільки не відбувається зміни об'єму робочого тіла. На T, s – діаграмі величина підведеної теплоти описана площею фігури 2'–2–3–3'. Параметри стану робочого тіла в точці 3 такі:

$$V_3 = V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon};$$

$$p_3 = p_2 \lambda \text{ або } p_3 = p_1 \varepsilon^k \lambda,$$

де λ – ступінь зростання тиску;

$$T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = T_2 \lambda = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1}.$$

При завершенні такту температура газів може сягати величини 2200 – 2500°С, а тиск становить – 3,0 – 5,0 МПа.

Адіабатний процес 3–4 характеризується розширенням суміші газів (продуктів згорання горючої суміші), які рухають поршень. На p, V – діаграмі додатна робота суміші газів описується площею фігури 3'–3–4–4'. Оскільки процес адіабатний, то підведення теплоти нульове і це вказано на T, s – діаграмі. Параметри стану продуктів згорання в точці 4 такі:

$$V_4 = V_1;$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^k = p_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^k = p_3 \varepsilon^{-k} = p_1 \varepsilon^k \lambda \varepsilon^{-k} = p_1 \lambda;$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = T_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{k-1} = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1} \varepsilon^{1-k} = T_1 \lambda.$$

Процес розширення продуктів згорання супроводжується зменшенням тиску до 0,4 – 0,5 МПа і зменшенням температури газів до 650 – 850°С.

Ізохорним процесом 4–1 описується заміна відпрацьованих газів на нову горючу суміш. Відпрацьовані гази роботи не виконують, але заміна робочого тіла супроводжується відведенням теплоти. На T, s – діаграмі величина відведеної теплоти описана площею фігури 1'–1–4–4'.

Термічний коефіцієнт корисної дії для даного циклу, із врахуванням отриманих результатів, дорівнює:

$$\eta_t = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{\lambda T_1 - T_1}{\lambda T_2 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_1 \varepsilon^{k-1}} = 1 - \varepsilon^{1-k}.$$

Отже, характеристикою циклу з підведенням теплоти при сталому об'ємі є величина стиску горючої суміші ε , від величини якої залежить термічний К.К.Д. Збільшення ступеня стиску ε обмежується можливістю передчасного samozagorannya горючої суміші, що може порушити нормальну роботу двигуна і привести до його руйнації.

8.2. Цикл з підведенням теплоти при сталому тиску

Він подібний до робочого процесу в двигунах з важким паливом, які називаються дизельними. Суттєва особливість таких двигунів – стискання повітря. Ступінь стискання повітря міститься в межах:

$$12 \leq V_1/V_2 \leq 18,$$

де V_1 – об'єм повітря до його стискання;

V_2 – об'єм повітря після стискання.

Цей цикл складається з двох адіабат, ізохори та ізобари. На рис. 1.14а вказано реальну діаграму тиску і ходу поршня. На рис. 1.14б вказано ідеалізовану інтерпретацію даного процесу. На першому етапі повітря стискається по адіабаті 1–2, внаслідок чого температура повітря підвищується від T_1 до T_2 , до температури samozаймання горючої суміші.

На p, V – діаграмі (рис. 1.14б) від'ємна робота повітря описується площею фігури 2'–2–1–1'. Оскільки процес адіабатний, то підведення теплоти нульове і це вказано на T, s – діаграмі (рис. 1.14в).

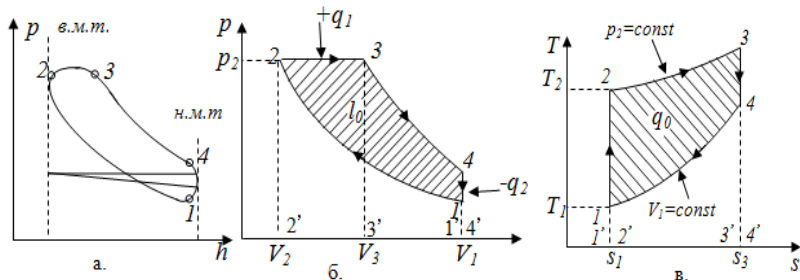


Рис. 1.14. Схема циклу з підведенням теплоти при сталому тиску

Параметри стану робочого тіла в точці 2 такі: $V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}$;

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k; \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = T_1 \varepsilon^{k-1}.$$

При завершенні такту температура повітря сягає величини $600 - 700^\circ\text{C}$. На етапі 2–3 відбувається подача пального і його згорання при сталому тиску, тобто етап 2–3 інтерпретуємо, як ізобарний процес на якому відбувається підведення теплоти q_1 .

Даний етап називають попереднім розширенням і **ступінь попереднього розширення** ρ визначають за відношенням об'ємів:

$$\rho = \frac{V_3}{V_2},$$

де V_3 — сумарний об'єм повітря і пального, після його згорання.

На p, V — діаграмі додатна робота горючої суміші описується площею фігури 2'–2–3–3'. На T, s — діаграмі величина підведеної теплоти описана площею фігури 2'–2–3–3'. Параметри стану робочого тіла в точці 3 такі:

$$V_3 = V_2 \rho = V_1 \rho \varepsilon^{-1}; \quad p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^k; \quad T_3 = T_2 \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho.$$

Наступний етап 3–4 адіабатний, на якому відбувається подальше розширення продуктів згорання, які виконують роботу. На p, V — діаграмі додатна робота продуктів згорання суміші описується площею фігури 3'–3–4–4'. Оскільки процес адіабатний, то підведення теплоти нульове і це вказано на T, s — діаграмі.

Параметри стану робочого тіла в точці 4 такі:

$$V_4 = V_1; p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^k = p_3 \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \right)^k = p_1 \rho^k; T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_1 \rho^k.$$

При завершенні такту температура відпрацьованих газів зменшується до величини $350 - 450^\circ\text{C}$.

Ізохорний процес 4–1 характеризується викиданням в атмосферу продуктів згорання, тобто відбувається відведення теплоти q_2 . На p, V – діаграмі робота горючої суміші описується нульовою площею. На T, s – діаграмі величина відведеної теплоти описана площею фігури 1'–1–4–4'.

Термічний коефіцієнт корисної дії для цього циклу, із врахуванням отриманих результатів, дорівнює:

$$\eta_t = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)}.$$

Величина термічного коефіцієнта η_t зростає із збільшенням ступеня стиску повітря ε і зменшується із збільшенням ступеня попереднього розширення ρ . Отже, характеристиками циклу з підведенням теплоти при сталому тиску є ступінь стиску повітря ε та ступінь попереднього розширення ρ , від значення величин яких залежить термічний к.к.д.

8.3. Цикл із змішаним підведенням теплоти

Він використовується для так званих безкомпресорних двигунів важкого пального з внутрішнім сумішоутворенням. p, V і T, s – діаграми якого вказано на рис. 1.15а та рис. 1.15б.

На першому етапі 1–2 відбувається адіабатне стискання горючої суміші, яке супроводжується зростанням тиску та температури робочого тіла.

На p, V – діаграмі від’ємна робота виконана робочим тілом описується площею фігури $2'-2-1-I'$. Оскільки процес адиабатний, то підведення теплоти нульове і це вказано на T, s – діаграмі. Параметри стану робочого тіла в точці 2 такі:

$$V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}; \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k; \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = T_1 \varepsilon^{k-1},$$

де ε – ступінь стиску.

Згорання горючої суміші при сталому об’ємі має місце на етапі 2–3, яке супроводжується підведенням теплоти q'_1 . Ізохорний процес 2–3 супроводжується суттєвим зростанням тиску та температури.

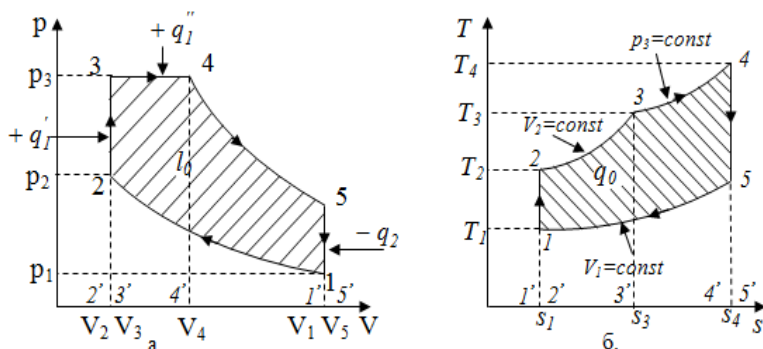


Рис. 1.15. Схема циклу із змішаним підведенням теплоти

На p, V – діаграмі вказано, що робота горючої суміші є нульова, оскільки не відбувається зміни об’єму робочого тіла. На T, s – діаграмі величина підведеної теплоти описана площею фігури $2'-2-3-3'$. Параметри стану робочого тіла в точці 3 такі:

$$V_3 = V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}; \quad p_3 = p_2 \lambda \quad \text{або} \quad p_3 = p_1 \varepsilon^k \lambda; \quad T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = T_2 \lambda = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1},$$

де λ – ступінь зростання тиску.

На етапі 3–4 відбувається подача пального і його згорання при сталому тиску, тобто 3–4 ізобарний процес на якому відбувається підведення теплоти q_1'' . Його називають попереднім розширенням і ступінь попереднього розширення ρ визначають по відношенню об'ємів:

$$\rho = \frac{V_4}{V_3}.$$

На p, V – діаграмі додатна робота горючої суміші описується площею фігури 3'–3–4–4'. На T, s – діаграмі величина підведеної теплоти описана площею фігури 3'–3–4–4'. Параметри стану робочого тіла в точці 4 такі

$$V_4 = V_3 \rho = V_1 \rho \varepsilon^{-1}; \quad p_4 = p_3 = p_1 \lambda \varepsilon^k; \quad T_4 = T_3 \left(\frac{V_4}{V_3} \right) = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1} \rho.$$

На даному такті тиск робочого тіла досягає величини 4,5–9,0 МПа, а в деяких двигунах і більше ніж 13,0 МПа.

Наступний етап 4–5 адіабатний, на якому відбувається подальше розширення продуктів згорання, які виконують роботу. На p, V – діаграмі додатна робота горючої суміші описується площею фігури 4'–4–5–5'. Оскільки процес адіабатний, то підведення теплоти нульове і це вказано на T, s – діаграмі.

Параметри стану робочого тіла в точці 5 наступні:

$$V_5 = V_1; \quad p_5 = p_4 \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^k = p_1 \lambda \rho^k; \quad T_5 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^{k-1} = T_1 \lambda \rho^k.$$

Ізохорний процес 5–1 характеризується викидом в атмосферу продуктів згорання, тобто відбувається відведення теплоти q_2 та заміна їх горючою сумішшю. На p, V – діаграмі робота горючої суміші описується нульовою площею.

На T, s – діаграмі величина відведеної теплоти описана площею фігури $1'-1-5-5'$. Термічний коефіцієнт корисної дії для даного циклу із врахуванням отриманих результатів:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + k(T_4 - T_3)} \quad \text{або} \quad \eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1}(\lambda - 1 + k\lambda(\rho - 1))}.$$

Величина термічного коефіцієнта η_t зростає із збільшенням ступеня стиску ε і ступеня підвищення тиску λ , та зменшується із зростанням ступеня попереднього розширення ρ . Отже, характеристиками циклу із змішаним підведенням теплоти є ступінь стиску суміші ε , ступінь підвищення тиску λ та ступінь попереднього розширення ρ , від величин яких залежить термічний к.к.д. Аналізуючи термічні коефіцієнти корисної дії циклів отримаємо, що при однакових ступенях стиску ε , цикл з ізохорним підведенням теплоти має більший коефіцієнт корисної дії, ніж цикли із змішаним та ізобарним підведенням теплоти. Однак в двигунах, які працюють з ізохорним підведенням теплоти, величина підвищення тиску обмежена характеристиками горючої суміші і тому в двигунах з ізобарним або змішаним підведенням теплоти значно більший ступінь стиску. Отже, двигуни з ізобарним або змішаним підведенням теплоти більш економічні ніж двигуни з ізохорним підведенням теплоти.

8.4. Методика розв'язування задач

Задача 1. Визначити параметри стану робочого тіла в точках циклу при ізохорному підведенні теплоти, виконану робочим тілом роботу за цикл та термічний коефіцієнт корисної дії, якщо на початку циклу параметри стану робочого тіла такі: $p_1 = 100000 \text{ Па}$, $V_1 = 2,5 \text{ л}$, $t_1 = 35^\circ \text{С}$, ступінь

стиску $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = 7,4$, ступінь зростання тиску $\lambda = \frac{p_3}{p_2} = 3,4$,

коефіцієнт адіабати $k = 1,35$.

Розглянемо цикл з підведенням теплоти при сталому об'ємі (рис. 1.13) Етап 1 – 2 адіабатний, він характеризується стисканням робочого тіла без теплообміну із навколишнім середовищем.

Параметри стану робочого тіла в точці 2 такі:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = 100000 \cdot 7,4^{1,35} = 1490949 \text{ Па},$$

$$V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon} = 0,000338 \text{ м}^3, T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = 308 \cdot 7,4^{0,35} = 621 \text{ К або}$$

$$t_2 = 348^\circ \text{С}.$$

Виконану сумішню газів роботу визначаємо за формулою:

$$L_{1-2} = \frac{1}{k-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{1}{1,35-1} (10^5 \cdot 0,0025 - 1490949 \cdot 0,000338) = -725 \text{ Дж}.$$

В ізохорному процесі 2 – 3 відбувається підведенням теплоти до робочого тіла і спостерігається зростання тиску та температури при сталому об'ємі. Параметри стану робочого тіла в точці 3 такі: $p_3 = \lambda p_2 = 3,4 \cdot 1490949 = 5069227 \text{ Па}$,

$$V_3 = V_2 = 0,000338 \text{ м}^3.$$

Використовуючи закон Шарля, визначаємо температуру робочого тіла після завершення етапу 2–3, $T_3 = \frac{p_3}{p_2} T_2 = 3,4 \cdot 621 = 2110 \text{ К або } t_3 = 1837^\circ \text{С}$. Суміш газів роботи не виконує, оскільки процес відбувається без зміни об'єму, тому $L_{2-3} = 0$.

Адіабатний процес 3 – 4 характеризується розширенням робочого тіла без теплообміну із навколишнім середовищем. Параметри стану робочого тіла в точці 4 такі:

$$V_4 = V_1 = 0,0025 \text{ м}^3, p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^k = 5069227 \cdot \left(\frac{1}{7,4} \right)^{1,35} = 340000 \text{ Па}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = 2110 \cdot \left(\frac{1}{7,4} \right)^{0,35} = 1047 \text{ К або } t_4 = 774^\circ \text{С}.$$

Виконану сумішню газів роботу визначаємо за формулою $L_{3-4} = \frac{1}{k-1}(p_3V_3 - p_4V_4) = 2465 \text{ Дж}$.

На етапі 4 – 1 робоче тіло роботи не виконує, оскільки об'єм його не змінюється, тому $L_{4-1} = 0$.

Сумарна робота, виконана робочим тілом за цикл, дорівнює $L = L_{1-2} + L_{2-3} + L_{3-4} + L_{4-1} = -725 + 0 + 2465 + 0 = 1740 \text{ Дж}$

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу при ізохорному підведенні теплоти визначаємо за формулою $\eta_t = 1 - \varepsilon^{1-k}$. Підставляючи дані отримаємо $\eta_t = 1 - 7,4^{1-1,35} = 0,504$.

Задача 2. Визначити параметри стану робочого тіла в точках циклу при ізобарному підведенні теплоти, виконану робочим тілом роботу за цикл та термічний коефіцієнт корисної дії, якщо на початку циклу параметри стану робочого тіла такі: $p_1 = 105000 \text{ Па}$, $V_1 = 2,8 \text{ л}$, $t_1 = 40^\circ \text{C}$, ступінь стиску $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = 15$, ступінь попереднього розширення

$$\rho = \frac{V_3}{V_2} = 2,4, \text{ коефіцієнт адіабати } k = 1,38.$$

Розглянемо цикл з підведенням теплоти при сталому тиску (рис. 1.14) Перший етап циклу 1 – 2 адіабатний, він характеризується стисканням робочого тіла без теплообміну із навколишнім середовищем. Параметри стану робочого тіла в точці 2 такі:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = 105000 \cdot 15^{1,38} = 4197647 \text{ Па}, V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon} = 0,000187 \text{ м}^3,$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = 313 \cdot 15^{0,38} = 876 \text{ К або } t_2 = 603^\circ \text{C}.$$

Виконану сумішню газів роботу визначаємо за формулою $L_{1-2} = \frac{1}{k-1}(p_1V_1 - p_2V_2) = -1325 \text{ Дж}$.

На етапі 2 – 3 відбувається подача теплоти при сталому тиску суміші газів. Параметри стану робочого тіла в точці 3 такі: $V_3 = \rho V_2 = 2,4 \cdot 0,000187 = 0,000448 \text{ м}^3$, $p_3 = p_2 = 4197647 \text{ Па}$. Оскільки термодинамічний процес відбувається при сталому тиску, то використаємо закон Гей-Люссака для визначення температури після завершення етапу, тобто $T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2} = 876 \cdot 2,4 = 2102 \text{ К}$ або $t_3 = 1829^\circ \text{С}$.

Виконана робота сумішню газів дорівнює $L_{2-3} = p_3(V_3 - V_2) = 4197647(0,000448 - 0,000187) = 1097 \text{ Дж}$

Адіабатний процес 3 – 4 супроводжується зростанням об'єму та виконанням роботи продуктами згорання, яка відбувається завдяки зменшенню внутрішньої енергії робочого тіла. Параметри стану робочого тіла в точці 4 такі: $V_4 = V_1 = 0,0028 \text{ м}^3$, $p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^k = 4197647 \cdot \left(\frac{0,000448}{0,0028} \right)^{1,38} = 334726 \text{ Па}$,

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = 2102 \cdot \left(\frac{0,000448}{0,0028} \right)^{0,38} = 1047 \text{ К} \text{ або } t_4 = 774^\circ \text{С}.$$

Виконану сумішню газів роботу визначаємо за формулою $L_{3-4} = \frac{1}{k-1}(p_3V_3 - p_4V_4) = 2482 \text{ Дж}$.

На етапі 4 – 1 робоче тіло роботи не виконує, оскільки об'єм його не змінюється, тобто $L_{4-1} = 0$.

Сумарна робота, виконана робочим тілом за цикл, дорівнює

$$L = L_{1-2} + L_{2-3} + L_{3-4} + L_{4-1} = -1325 + 1097 + 2482 + 0 = 2254 \text{ Дж}$$

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу при ізобарному підведенні теплоти дорівнює $\eta_i = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)}$.

Підставляючи значення величин, отримаємо, що

$$\eta_i = 1 - \frac{2,4^{1,38} - 1}{1,38 \cdot 15^{1,38-1}(2,4 - 1)} = 0,566.$$

Задача 3. Визначити параметри стану робочого тіла в точках циклу із змішаним підведенням теплоти, виконану робочим тілом роботу за цикл та термічний коефіцієнт корисної дії, якщо на початку циклу $p_1 = 100000 \text{ Па}$, $V_1 = 1,4 \text{ л}$,

$$t_1 = 35^\circ \text{C}, \text{ ступінь стиску } \varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = 7,4,$$

$$\text{ступінь зростання тиску } \lambda = \frac{p_3}{p_2} = 3,4,$$

$$\text{ступінь попереднього розширення } \rho = \frac{V_3}{V_2} = 1,2,$$

$$\text{коефіцієнт адіабати } k = 1,35.$$

Розглянемо цикл із змішаним підведенням тепла (рис. 1.15) Етап 1 – 2 адіабатний, він характеризується стисканням горючої суміші без теплообміну із навколишнім середовищем. Параметри стану робочого тіла в точці 2 такі:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = 100000 \cdot 7,4^{1,35} = 1518213 \text{ Па}, V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon} = 0,000187 \text{ м}^3$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = 308 \cdot 7,4^{0,35} = 623 \text{ К або } t_2 = 350^\circ \text{C}.$$

Виконану сумішню газів роботу визначаємо за формулою $L_{1-2} = \frac{1}{k-1}(p_1 V_1 - p_2 V_2) = -411 \text{ Дж}$.

В ізохорному процесі 2 – 3 відбувається підведення теплоти до робочого тіла і спостерігається зростання тиску та температури.

Параметри стану робочого тіла в точці 3 такі:
 $p_3 = \lambda p_2 = 3,4 \cdot 1518213 = 5161924 \text{ Па}$, $V_3 = V_2 = 0,000187 \text{ м}^3$.
 Оскільки термодинамічний процес відбувається при сталому об'ємі, то використаємо закон Шарля для визначення температури після завершення етапу, тобто
 $T_3 = \frac{p_3}{p_2} T_2 = 3,4 \cdot 623 = 2118 \text{ К}$ або $t_3 = 1845^\circ \text{ С}$.

Суміш газів роботи не виконує, оскільки процес відбувається без зміни об'єму, тому $L_{2-3} = 0$.

На етапі 3 – 4 відбувається подача теплоти при сталому тиску суміші газів. Параметри стану робочого тіла такі:
 $V_4 = \rho V_3 = 1,2 \cdot 0,000187 = 0,0002244 \text{ м}^3$, $p_4 = p_3 = 5161924 \text{ Па}$.

Оскільки процес відбувається при сталому тиску, то використаємо закон Гей-Люссака для визначення температури після завершення етапу, тобто
 $T_4 = T_3 \frac{V_4}{V_3} = 2118 \cdot 1,2 = 2542 \text{ К}$ або $t_4 = 2269^\circ \text{ С}$.

Виконана робота сумішню газів дорівнює
 $L_{3-4} = p_4 (V_4 - V_3) = 5161924 (0,0002244 - 0,000187) = 193 \text{ Дж}$

Адіабатний процес 4 – 5 супроводжується зростанням об'єму та виконанням роботи, яка відбувається завдяки зменшенню внутрішньої енергії робочого тіла. Параметри стану робочого тіла в точці 5 такі: $V_5 = V_1 = 0,0014 \text{ м}^3$,

$$p_5 = p_4 \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^k = 5161924 \cdot \left(\frac{0,0002244}{0,0014} \right)^{1,35} = 435933 \text{ Па},$$

$$T_5 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^{k-1} = 2542 \cdot \left(\frac{0,0002244}{0,0014} \right)^{0,35} = 1339 \text{ К} \text{ або } t_5 = 1066^\circ \text{ С}.$$

Виконану сумішню газів роботу визначаємо за формулою $L_{4-5} = \frac{1}{k-1} (p_4 V_4 - p_5 V_5) = 1566 \text{ Дж}$.

На етапі 5 – 1 робоче тіло роботи не виконує, оскільки об'єм його не змінюється, тому $L_{5-1} = 0$.

Сумарна робота виконана робочим тілом за цикл дорівнює

$$L = L_{1-2} + L_{2-3} + L_{3-4} + L_{4-5} + L_{5-1} = -411 + 0 + 193 + 1566 + 0 = 1348 \text{ Дж}.$$

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу із змішаним підведенням теплоти визначається за формулою

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1} (\lambda - 1 + k\lambda(\rho - 1))}.$$

Підставляючи значення величин, отримаємо, що

$$\eta_t = 1 - \frac{3,4 \cdot 1,2^{1,35} - 1}{7,5^{1,35-1} (3,4 - 1 + 1,35 \cdot 3,4(1,2 - 1))} = 0,501.$$

Тема 9. Термодинамічні процеси компресорних машин

Компресія газів – це процес їх стиску. Цей процес широко застосовується в техніці та технологіях різноманітних виробництв і це обумовлює ряд задач пожежної безпеки. Визначення поведінки основних параметрів газу при стиску необхідне, оскільки в більшості такі термодинамічні процеси супроводжуються суттєвим збільшенням температури робочого тіла, що може спричинити самоспалахування на поверхнях конструкцій.

Стиск газів відбувається в компресорі.

Компресор – це пристрій для нагнітання газу та підвищення тиску робочого тіла.

За принципом дії компресори є об'ємні та лопатеві. До об'ємних відносяться поршневі та ротаційні компресори. У другу групу входять відцентрові та осьові (аксіальні) компресори.

Принцип дії об'ємних компресорів полягає в тому, що стиск газу здійснюється завдяки зменшенню об'єму простору між обмежувачими газ стінками.

Якісно інший принцип дії реалізується в лопатевих компресорах. В цих машинах спочатку газу надається додатковий запас кінетичної енергії, а потім високошвидкісний потік газу скеровується в дифузор, де швидкість газового потоку спадає а величина тиску зростає.

Кількісною характеристикою компресора є його продуктивність, тобто величина об'єму газу V , яка всмоктується компресором за одиницю часу при початкових параметрах газу.

Компресори є малої продуктивності ($V \leq 10 \text{ м}^3/\text{хв}$); середньої ($10 \text{ м}^3/\text{хв} \leq V \leq 100 \text{ м}^3/\text{хв}$), великої ($V \geq 100 \text{ м}^3/\text{хв}$).

Якісною характеристикою компресора є ступінь підвищення тиску λ , який дорівнює:

$$\lambda = \frac{P_4}{P_3}.$$

Залежно від ступеня підвищення тиску компресори поділяються на: вентилятори – компресори, які переміщують газ і $1 \leq \lambda \leq 1,1$; повітродувки – компресори, які створюють ступінь стиску $1,1 \leq \lambda \leq 1,4$; компресори, які створені для отримання стиснутого газу $4 \leq \lambda$.

Компресори за величиною кінцевого тиску робочого тіла поділяються на: низького тиску $p_k < 1,0 \text{ МПа}$, середнього тиску $1,0 \text{ МПа} \leq p_k \leq 10,0 \text{ МПа}$, високого тиску $10 \text{ МПа} \leq p_k \leq 100 \text{ МПа}$ та надвисокого тиску $100 \text{ МПа} \leq p_k$.

9.1. Одноступеневий поршневий компресор

Схема одноступеневого поршневого компресора наведена на рис. 1.16.

Компресор (рис. 1.16а) складається із циліндра 3, поршня 4, який приводиться в рух від вала з допомогою кривошипа 5. Вал кривошипа обертається від електричного

або іншого двигуна. В кришці циліндра розташовано два клапани: всмоктувальний 2 та нагнітальний 1. Клапани відкриваються та закриваються внаслідок різниці тисків в циліндрі та трубопроводах.

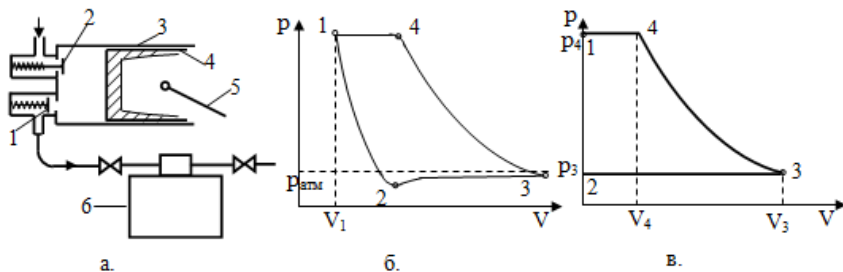


Рис. 1.16. Схема одноступеневого компресора

В момент розташування поршня в лівій мертвій точці між кришками циліндра і поршня залишається деякий простір, який називають шкідливим.

Під час руху поршня вправо відбувається всмоктування газу, а під час зворотного руху – стиск газу до необхідної величини. Після досягнення робочим тілом тиску певної величини відкривається нагнітальний клапан 1 і відбувається виштовхування газу під сталим тиском у резервуар 6.

На рис. 1.16б вказана індикаторна діаграма реального компресора. V_1 – об'єм шкідливого простору. На рис. 1.16в вказана теоретична індикаторна діаграма ідеального компресора. Процесів всмоктування завжди передуює процес розширення 1 – 2 стиснених газів (рис. 1.16б), які містились в об'ємі шкідливого простору. Для ідеального компресора вважається, що шкідливий простір відсутній, тому на рис. 1.16в процес розширення газів 1 – 2 відсутній а наявне тільки зниження тиску. Виконана газом робота дорівнює $L_{1-2} = 0$. Після цього починається процес всмоктування газу 2 – 3 при тискові нижчому від атмосферного. Для реального

компресора всмоктування починається пізніше (рис. 1.16б), що приводить до зниження продуктивності компресора. Отже, чим більший шкідливий простір, тим нижча продуктивність компресора. Для ідеального компресора виконана ним робота на цьому етапі дорівнює:

$$L_{2-3} = -p_2 V_3 = -p_3 V_3.$$

На етапі 3 – 4 відбувається стискання газу до величини тиску при якому відкривається нагнітальний клапан. Газ у компресорі залежно від умов підведення й відведення теплоти може стискатись по-різному. Найчастіше стиск – це складний процес, який відбувається при підведенні теплоти (від нагрітих стінок циліндра), а потім при її відведенні (через стінки циліндра в охолоджуюче середовище). Робота по стиску газу від стану (p_3, V_3) до стану (p_4, V_4) визначається за формулою:

$$L_{3-4} = - \int_{V_3}^{V_4} p dV.$$

Якщо стискання відбувається за ізотермою, тоді робота:

$$L_{3-4} = -p_3 V_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = p_3 V_3 \ln \frac{p_4}{p_3}.$$

Під час адіабатного стискання газу, робота по його стисканню дорівнює:

$$L_{3-4} = -\frac{p_3 V_3^k}{1-k} (V_4^{1-k} - V_3^{1-k}) = \frac{1}{k-1} (p_4 V_4 - p_3 V_3)$$

$$\text{або } L_{3-4} = \frac{p_3 V_3}{k-1} \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right].$$

Якщо стискання газу відбувається за політропою, то робота по стисканню газу визначається за формулою:

$$L_{3-4} = \frac{1}{n-1}(p_4V_4 - p_3V_3) = \frac{p_3V_3}{n-1} \left(\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right).$$

Стиснений газ під сталим тиском, на етапі 4 – 1, нагнітається в систему споживання газу. Виконана робота по витисканні газу з циліндра дорівнює:

$$L_{4-1} = p_4V_4.$$

Сумарна виконана робота компресором за цикл дорівнює сумі робіт виконаних на кожному етапі:

$$L = L_{1-2} + L_{2-3} + L_{3-4} + L_{4-1}.$$

Під час ізотермічного стискання газу робота компресора дорівнює:

$$L = p_3V_3 \ln \frac{p_4}{p_3}.$$

Під час адіабатного стискання газу виконана робота компресором дорівнює:

$$L = \frac{k}{k-1}(p_4V_4 - p_3V_3) \text{ або } L = \frac{kp_3V_3}{k-1} \left(\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right).$$

Під час стискання газу по політропі виконана робота компресором має аналогічний вигляд, як і для адіабатного процесу, тільки необхідно показник адіабати k замінити на показник політропи n , тобто:

$$L = \frac{n}{n-1}(p_4V_4 - p_3V_3) \text{ або } L = \frac{np_3V_3}{n-1} \left(\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right).$$

Оскільки потужність визначається як величина роботи виконаної за 1 секунду, то потужність компресора дорівнює:

$N_k = p_3 V_3' \ln \frac{p_4}{p_3}$ – під час ізотермічного стискання газу;

$N_k = \frac{k p_3 V_3'}{k-1} \left(\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)$ – під час адіабатного стискання газу;

$N_k = \frac{n p_3 V_3'}{n-1} \left(\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$ – під час стискання газу по політропі,

де V_3' – величина об'єму газу, яку компресор всмоктує за 1 секунду.

9.2. Процеси ідеального багатоступеневого поршневого компресора

В одноступеневих компресорах газ можна стискати до тиску $0,6 - 0,8 \text{ МПа}$. Стискання до більш високого тиску супроводжується зростанням температури газу. Якщо температура газу зросте до $160 - 180^\circ \text{C}$, то можливе самоспалахування парів оливи, якою змащують поршні компресора. Крім цього при високому стисканні газу різко зростає негативна роль шкідливого простору. Однак у виробництві інколи необхідне використання газу під високим тиском. *Наприклад:* для процесу зварювання необхідний кисень під тиском 16 МПа , під час виробництва аміаку необхідний тиск до 100 МПа . Для отримання газу під високим тиском використовують багатоступеневі поршнєві компресори. На рис. 1.17а і рис. 1.17б вказана схема двоступеневого компресора та індикаторна діаграма ідеального двоступеневого компресора.

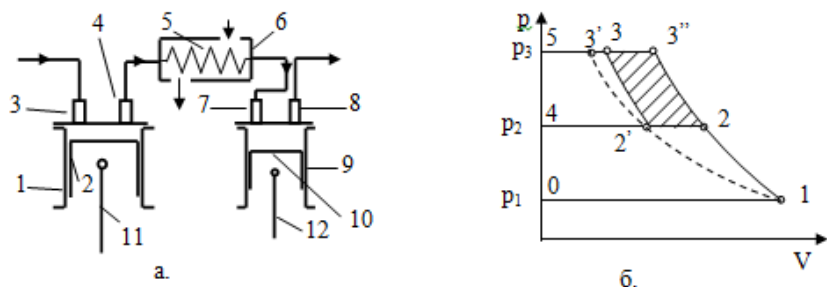


Рис. 1.17. Схема двоступеневого компресора

Принцип роботи двоступеневого компресора такий. Під час руху поршня 2 вниз через впускний клапан 3 всмоктується газ в циліндр 1. Процес всмоктування на рис.1.17б описано прямою 0–1. Під час зворотного руху поршня 2 відбувається стискання газу і на p, V – діаграмі політропне стискання газу описується кривою 1–2. В момент досягнення тиском величини p_2 відкривається випускний клапан 4 і відбувається нагнітання газу в холодильник 6. На p, V – діаграмі цей ізобарний процес описаний прямою 2–4. Проходячи через змійовик 5, який розміщений в холодильнику 6, газ охолоджується під сталим тиском. Охолоджений в холодильнику газ через впускний клапан 7 поступає в другий циліндр 9, цей процес реалізовується коли поршень 10 рухається вниз і всмоктує газ в циліндр. На p, V – діаграмі цей процес описаний прямою 4–2'. Наступним процесом є політропне стискання газу до величини p_3 , яке на p, V – діаграмі описане кривою 2'–3. В момент досягнення газом величини тиску p_3 , відкривається випускний клапан 8 і відбувається нагнітання газу в систему споживання. Прямая 3–5 на p, V – діаграмі описує процес виштовхування газу з циліндра. Проміжкове охолодження газу в холодильнику суттєво зменшує величину роботи

витрачену на стискання газу на другій сходинці. Величина зекономленої роботи описана площею фігури $2 - 2' - 3 - 3''$.

З p, V – діаграми видно (рис. 1.17б), якщо збільшити число ступенів стиску, то спільний процес $1 - 2 - 2' - 3$ наближається до ізотермічного процесу $1 - 2' - 3$, який є найбільш економним. Проте збільшення кількості ступенів стисків газу приводить до суттєвого зростання величини витрат енергії на тертя поршневої групи, тому переважно ступенів стиску газу є не більше 6.

Умовами затрати мінімальної роботи в багатоступеневих компресорах є рівність ступенів підвищення тисків на кожній сходинці.

Для Z ступеневого компресора тиск газу, який поступає до системи споживання, визначається за формулою:

$$p_{\text{кін}} = \lambda^Z p_{\text{поч}},$$

де $p_{\text{кін}}$ – кінцевий тиск у компресорі з Z ступенів, $p_{\text{поч}}$ – початковий тиск газу.

Попередня формула дозволяє визначити кількість ступенів поршневого компресора, оскільки ступінь підвищення тиску газу:

$$\lambda = \frac{p_{i+1}}{p_i}$$

визначають із умови максимального зростання температури під час політропного стискання газу. Враховуючи, що:

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}},$$

можна визначити максимальний ступінь підвищення тиску газу:

$$\lambda = \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{n}{n-1}}.$$

Якщо робота одноступеневого поршневого компресора дорівнює L_1 , то повна робота Z – ступеневого компресора дорівнює:

$$L_z = zL_1.$$

Аналогічно і теоретична потужність Z – ступеневого компресора дорівнює:

$$N_z = zN_1,$$

де N_1 – теоретична потужність необхідна для одноступеневого компресора.

9.3. Осьовий компресор

В осьовому компресорі рух газу скеровано паралельно до повздовжньої осі. Завдяки більш короткому і менш покрученому шляху, що проходить газ, осьові компресори є доволі компактними та мають високий коефіцієнт корисної дії. На рис. 1.18 вказана схема осьового компресора.

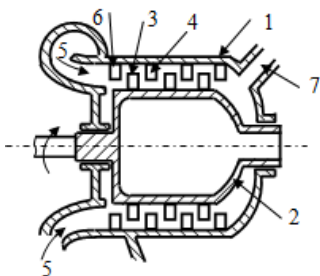


Рис. 1.18. Схема осьового компресора

Компресор складається з корпусу 1, всередині якого розташований ротор 2, який має форму порожнистого барабана. На поверхні ротора розташовані робочі лопатки 3, а між ними розташовані нерухомі лопатки 4 – 6, прикріплені до корпусу компресора. Перший рядок робочих лопаток 3 і перший рядок нерухомих робочих лопаток 4 створюють перший ступінь стиску. Газ подається в компресор через вхідний патрубок 5 і через додатковий скеровуючий апарат 6 поступає на перший ступінь стиску, потім на другий, на третій і т. д. Газ прискорюється робочими лопатками і виходить з осьового компресора через вихідний патрубок 7.

У каналах із нерухомих лопаток його швидкість зменшується, а тиск зростає. Кожен ряд робочих лопаток з наступним рядом нерухомих лопаток утворює один ступінь підвищення тиску. Переважно осьовий компресор має 5 – 10 ступенів підвищення тиску, а в окремих випадках їх число може досягати 15 – 20. В осьових компресорах газ рухається вздовж осі ротора. Осьові компресори використовуються переважно в газотурбінних установках.

9.4. Методика розв'язування задач

Задача 1. Одноступеневий компресор політропно ($n=1,26$) стискає 1 кг азоту від 1 атм до 6 атм. Початкова температура азоту 10^0C . Визначити повну роботу компресора та кінцеву температуру газу.

Використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва визначаємо початковий об'єм газу

$$V_3 = \frac{mRT_3}{p_3\mu_{N_2}} = \frac{1 \cdot 8314 \cdot 283}{101325 \cdot 28} = 0,8293 \text{ м}^3. \quad \text{Об'єм газу після}$$

завершення політропного процесу визначаємо з рівняння

$$\frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^n, \quad \text{тобто} \quad V_4 = V_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad \text{Підставляючи значення}$$

величин, отримаємо $V_4 = 0,8293 \left(\frac{101325}{607950} \right)^{\frac{1}{1,26}} = 0,2 \text{ м}^3$. Температура газу після завершення термодинамічного процесу дорівнює $T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}}$, тобто $T_4 = 283 \left(\frac{607950}{101325} \right)^{\frac{1,26-1}{1,26}} = 410 \text{ К}$ або $t_4 = 137^\circ \text{С}$. Визначаємо повну роботу компресора використовуючи формулу $L = \frac{n}{n-1} (p_4 V_4 - p_3 V_3)$.

Підставляючи значення величин, отримаємо $L = \frac{1,26}{1,26-1} (6 \cdot 101325 \cdot 0,2 - 101325 \cdot 0,8293) = 182027 \text{ Дж}$.

Задача 2. Визначити величину роботи, яку здійснив двоступеневий компресор після прокачування 2 кг повітря. На початку стискання температура повітря $t_3 = 18^\circ \text{С}$ а тиск $p_3 = 0,1 \text{ МПа}$. Ступінь підвищення тиску газу $\lambda = 6,8$. Умовна кіломолярна маса повітря $\mu_{\text{нов}} = 28,96 \text{ кг/кмоль}$. Показник політропи $n = 1,25$.

Початковий об'єм повітря визначаємо використовуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $V_3 = \frac{mRT_3}{p_3 \mu_{\text{нов}}} = \frac{2 \cdot 8314 \cdot 291}{100000 \cdot 28,96} = 1,671 \text{ м}^3$. Об'єм газу після завершення

першого ступеня стиску політропного процесу визначаємо з рівняння $\frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^n$, тобто $V_4 = V_3 \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1}{n}}$. Підставляючи значення

величин і враховуючи, що $\lambda = \frac{p_4}{p_3}$, отримаємо

$V_4 = 1,671 \left(\frac{1}{6,8} \right)^{\frac{1}{1,25}} = 0,3605 \text{ м}^3$. Температура газу після завершення

термодинамічного процесу дорівнює $T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}}$, тобто

$T_4 = 291 \cdot 6,8^{\frac{1,25-1}{1,25}} = 427\text{K}$ або $t_4 = 154^0\text{C}$. Після завершення першого ступеня стискання тиск газу становить $p_4 = \lambda p_3 = 680000\text{ Па}$.

Робота, яку виконає компресор під час перекачування повітря на першому ступені, визначається за формулою $L_1 = \frac{n}{n-1} (p_4 V_4 - p_3 V_3)$. Підставляючи значення величин отримаємо

$$L_1 = \frac{1,25}{1,25-1} (680000 \cdot 0,3606 - 100000 \cdot 1,671) = 390400 \text{ Дж}.$$

В холодильнику відбувається охолодження повітря до початкової температури під сталим тиском. Використовуючи закон Гей-Люссака визначаємо об'єм газу V_3' , який поступає в другий циліндр компресора з рівняння $\frac{V_4}{V_3'} = \frac{T_4}{T_3'}$, тобто

$$V_3' = V_4 \frac{T_3'}{T_4} = 0,3606 \cdot \frac{291}{427} = 0,2457 \text{ м}^3.$$

Повітря поступає в другий циліндр компресора під тиском $p_3' = p_4 = 680000\text{ Па}$ з температурою $T_3' = 291\text{K}$. Після завершення другого ступеня стискання повітря параметри стану будуть такі:

$$V_4' = V_3' \left(\frac{p_3'}{p_4'} \right)^{\frac{1}{n}} = 0,2457 \cdot \left(\frac{1}{6,8} \right)^{\frac{1}{1,25}} = 0,053 \text{ м}^3;$$

$$p_4' = 6,8 p_3' = 4624000 \text{ МПа}; \quad T_4' = T_3' \lambda^{\frac{n-1}{n}} = 291 \cdot 6,8^{\frac{0,25}{1,25}} = 427\text{K} \quad \text{або} \\ t_4' = 154^0\text{C}.$$

Робота, яку виконає компресор під час перекачування повітря на другому ступені, визначається за формулою

$$L_2 = \frac{n}{n-1} (p'_4 V'_4 - p'_3 V'_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$L_2 = \frac{1,25}{1,25-1} (4624000 \cdot 0,053 - 680000 \cdot 0,2457) = 390400 \text{ Дж}.$$

Отже, двоступеневий поршневий компресор під час перекачування 2 кг повітря виконає роботу

$$L = L_1 + L_2 = 390400 + 390400 = 780800 \text{ Дж} = 781 \text{ кДж}.$$

Задача 3. Визначити необхідний ступінь компресора для заповнення повітрям балона апарата АСП-2, якщо апарат ставиться на чергування під тиском в балоні $p_{\text{кін}} = 21 \text{ МПа}$. Атмосферний тиск повітря $p_{\text{атм}} = 0,95 \text{ атм}$. Максимальна температура повітря після охолодження в холодильнику $t_1 = 24^\circ \text{C}$. Допустима температура для змащувальної оливи $t_2 = 165^\circ \text{C}$. Показник політропи $n = 1,25$.

Оскільки в компресорі стиск повітря відбувається по політропі, то з умови, що температура повітря після завершення політропного процесу не може бути більша від допустимої $t_2 = 165^\circ \text{C}$, отримуємо рівняння для визначення

ступеня підвищення тиску $\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}}$. Оскільки ступінь

підвищення тиску $\lambda = \frac{p_4}{p_3}$, то з попереднього рівняння

отримаємо $\frac{T_4}{T_3} = \lambda^{\frac{n-1}{n}}$ або $\lambda = \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{n}{n-1}}$. Підставляючи значення

величин отримаємо, що $\lambda = \left(\frac{438}{297} \right)^{\frac{1,25}{1,25-1}} = 1,4747^5 = 6,976$.

Отже, допустимий ступінь підвищення тиску $\lambda \leq 6,976$. В багатоступеневому компресорі між кінцевим та початковим тисками існує залежність $p_{кін} = \lambda^z p_{поч}$, де z – число ступенів компресора.

З даної залежності отримаємо рівняння для визначення

$$\text{ступеня компресора } z = \frac{\ln \frac{p_{кін}}{p_{поч}}}{\ln \lambda}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$z = \frac{\ln \frac{21000000}{0,95 \cdot 101325}}{\ln 6,976} = \frac{\ln 218,16}{\ln 6,976} = \frac{5,385}{1,942} = 2,77.$$

Отже, для заповнення апарата АСП-2 повітрям необхідний триступеневий компресор. Умовою затрати мінімальної роботи в багатоступеневому компресорі є рівність ступенів підвищення тиску всіх ступенів, тому бажаний ступінь підвищення тиску для триступеневого компресора

$$\lambda = \left(\frac{p_{кін}}{p_{поч}} \right)^{1/3} = \left(\frac{21000000}{0,95 \cdot 101325} \right)^{1/3} = 6,02.$$

Задача 4. Скільки часу необхідно для закачування повітря в апарат АСП-2, якщо продуктивність триступеневого компресора $200 \frac{\text{л}}{\text{хв}}$. Початкова температура повітря 20°C і атмосферний тиск – $p_{поч} = 0,98 \text{ атм}$. Визначити ступінь підвищення тиску. Вважати, що після завершення третього циклу працює охолоджувальна установка, яка охолоджує газ до початкової температури.

Апарат АСП-2 ставиться на чергування під тиском $p_{кін} = 21 \text{ МПа}$. Оскільки між початковим та кінцевим

значеннями тисків існує залежність $p_{кін} = p_{поч} \lambda^z$, то $\lambda = \sqrt[z]{\frac{p_{кін}}{p_{поч}}}$.

Підставляючи значення величин, отримаємо, що ступінь підвищення тиску дорівнює $\lambda = \sqrt[3]{\frac{21000000}{0,98 \cdot 101325}} = 5,96$.

Визначимо, яка маса повітря міститься в апараті коли він ставиться на чергування $m = \frac{p_4 V_4 \mu_{нов}}{RT_4}$. Підставляючи

значення величин отримаємо, що $m = \frac{21000000 \cdot 0,008 \cdot 28,96}{8314 \cdot 293} = 1,997 \text{ кг}$. Визначимо початковий

об'єм повітря, який необхідно закачувати в апарат $V_3 = \frac{mRT_3}{p_3 \mu_{нов}} = \frac{1,997 \cdot 8314 \cdot 293}{0,98 \cdot 101325 \cdot 28,96} = 1,692 \text{ м}^3$.

Оскільки продуктивність компресора $200 \frac{\text{л}}{\text{хв}}$, то тривалість заповнення апарата $\tau = \frac{1,692}{0,2} = 8 \text{ хв } 28 \text{ с}$.

Задача 5. Визначити необхідний ступінь компресора для заповнення повітрям балона апарата АИР-317, якщо: температура повітря 27°C , атмосферний тиск $0,98 \text{ атм}$, робочий тиск в балоні $29,4 \text{ МПа}$, допустимий ступінь підвищення тиску $\lambda \leq 5,3$, потужність компресора $300 \frac{\text{л}}{\text{хв}}$, об'єм балона 7 літрів, показник політропи $n=1,26$. Якою буде тривалість заповнення балона компресором. Здійснити перевірку на максимально допустиме значення температури стиснутого повітря, якщо $T_{дон}=140^\circ\text{C}$. Вважати, що після завершення четвертого циклу, працює охолоджувальна установка, яка охолоджує газ до початкової температури.

В багатоступеневому компресорі між кінцевим та початковим тисками існує залежність $p_{кін} = \lambda^z p_{поч}$, де: z – число ступенів компресора. З даної залежності отримаємо

рівняння для визначення ступеня компресора $z = \frac{\ln \frac{p_{кін}}{p_{поч}}}{\ln \lambda}$.

Підставляючи значення величин отримаємо

$$z = \frac{\ln \frac{29400000}{0,98 \cdot 101325}}{\ln 5,3} = \frac{5,691}{1,668} = 3,41.$$

Отже, для заповнення балона апарата АИР-317 повітрям необхідний чотириступеневий компресор. Умовою затрати мінімальної роботи в багатоступеневому компресорі є рівність ступенів підвищення тиску всіх ступенів, тому бажаний ступінь підвищення тиску для чотириступеневого

компресора $\lambda = \left(\frac{p_{кін}}{p_{поч}} \right)^{1/4} = \left(\frac{29400000}{0,98 \cdot 101325} \right)^{1/4} = 4,148$. Визначимо

масу повітря, яке міститься в балоні $m = \frac{p_4 V_4 \mu_{нов}}{RT_4} = \frac{29400000 \cdot 0,007 \cdot 28,96}{8314 \cdot 300} = 2,39 \text{ кг}$.

Тоді початковий об'єм повітря, яким заповнюється балон

$$V_3 = \frac{mRT_3}{p_3 \mu_{нов}} = \frac{2,39 \cdot 8314 \cdot 300}{0,98 \cdot 101325 \cdot 28,96} = 2,073 \text{ м}^3.$$

Оскільки продуктивність компресора $300 \frac{\text{л}}{\text{хв}}$, то тривалість

заповнення балона апарата АИР-317 дорівнює $\tau = \frac{2,073}{0,3} = 7 \text{ хв}$.

Після завершення першого ступеня стиску температура

повітря досягне величини $T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}}$, $T_4 = T_3 \lambda^{\frac{n-1}{n}}$,

$$T_4 = 300 \cdot 4,148^{\frac{1,26-1}{1,26}} = 402 \text{ К або } t_4 = 129^\circ \text{ С}.$$

Отже, температура стиснутого повітря не досягає максимально допустимого значення $T_{дон} = 140^\circ \text{ С}$.

Тема 10. Витікання і дроселювання газів

Рух газів з великою швидкістю є суттєвим питанням для газових і парових турбін, а також у реактивних та ракетних двигунах. Процес витікання газів має значення під час розгляду питань, які пов'язані із забезпеченням пожежної безпеки. Використовуючи рівняння витікання робочого тіла можна розрахувати розміри трубопроводів, тиск в них та розміри сопел у системах гасіння пожеж інертним газом, який підводиться до осередку пожежі.

Процес витікання газів триває настільки швидко, що за час проходження газів по насадці теплообмін між ними і навколишнім середовищем виявляється незначним. Отже, витікання газів можна розглядати як адіабатний процес.

Потік газу можна організувати так, щоб у міру проходження газу по насадці тиск його буде поступово знижуватися, а швидкість руху – зростати, або навпаки, тиск газу поступово зростає, а швидкість руху – спадає. В першому випадку насадки називають соплами, а в другому – дифузорами.

10.1. Ентальпія

Для аналізу термодинамічних процесів необхідним є параметр, який характеризує внутрішню енергію газу та його взаємодію із навколишнім середовищем. Таким параметром є ентальпія, яка визначається формулою

$$I = U + pV, \quad (1.78)$$

де U – внутрішня енергія робочого тіла, pV потенціальна енергія тиску.

Потенціальна енергія тиску дорівнює величині роботи, яку необхідно виконати для розміщення газу об'ємом V в середовище з тиском p .

Ентальпія, як і внутрішня енергія, має в кожному стані газу конкретне та єдине значення, тобто ентальпія є

функцією стану. Зміна її величини залежить лише від параметрів робочого тіла на початку та в кінці термодинамічного процесу та не залежить від характеру термодинамічного процесу. Початок відліку ентальпії пов'язаний із початком відліку внутрішньої енергії, тому підрахунок ентальпії та внутрішньої енергії відбувається від умовного нуля, який вибирають залежно від конкретного термодинамічного процесу. Позначається ентальпія для довільної маси робочого тіла буквою I [Дж]. В термодинамічних розрахунках для 1кг робочого тіла позначають i та називають **ентальпією**, тобто:

$$i = u + pv \cdot \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right] \quad (1.79)$$

В диференціальному вигляді її можна записати так:

$$di = du + d(pv). \quad (1.80)$$

Для ідеального газу зміна його внутрішньої енергії залежить від питомої теплоємності газу при сталому об'ємі та зміни температури, тобто:

$$du = c_v dT. \quad (1.81)$$

Згідно з рівнянням Клапейрона-Менделєєва для 1кг ідеального газу:

$$pv = R_1 T, \quad (1.82)$$

де R_1 – питома газова стала для даного газу.

Враховуючи записи (1.92) і (1.93) рівняння (1.91) набере вигляду:

$$di = (c_v + R_1) dT. \quad (1.83)$$

Згідно з рівнянням Майєра, існує залежність між питомими теплоємностями при сталому тиску і сталому об'ємі, тобто:

$$di = c_p dT. \quad (1.84)$$

Отже, зміна ентальпії ідеального газу для довільного термодинамічного процесу дорівнює добутку питомої теплоємності газу при сталому тиску на зміну температури. Якщо вважати, що теплоємність ідеального газу є величина стала, то зміна ентальпії робочого тіла дорівнює:

$$\Delta i = i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1). \quad (1.85)$$

10.2. Витікання газу і ентальпія

В попередніх темах вважалось, що робоче тіло перебуває в стані спокою. Тепер розглянемо термодинамічний процес в якому робоче тіло рухається вздовж циліндричного каналу. Для вивчення таких процесів здійснимо такі припущення:

- процес руху газу є стаціонарний, тобто через довільний переріз циліндричного каналу за однакові проміжки часу протікає однакова маса газу;
- кожний параметр робочого тіла в довільній точці перерізу циліндричного каналу має однакове значення, яке не змінюється з плином часу;
- силами тертя під час руху газу вздовж каналу знехтуємо.

Під час руху робочого тіла вздовж циліндричного каналу відбувається зміна кінетичної енергії робочого тіла, виконується робота опору зовнішнім силам та робота для проштовхування робочого тіла через циліндричний канал.

Отже, перший закон термодинаміки для 1кг робочого тіла, що рухається, запишемо в такому вигляді:

$$dq = du + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + dl_{np}, \quad (1.86)$$

де dq – кількість теплоти, яка поступила до робочого тіла; du – зміна внутрішньої енергії робочого тіла; w – швидкість руху робочого тіла; dl_{np} – елементарна робота для проштовхування робочого тіла вздовж циліндричного каналу та робота опору зовнішнім силам.

Розглянемо робоче тіло між I і II перерізами (рис. 1.19).

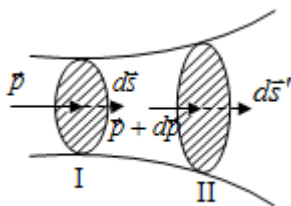


Рис. 1.19. Схема циліндричного каналу

Для визначення роботи, яку виконують сили тиску для переміщення даного робочого тіла, розглянемо спочатку I переріз циліндричного каналу. Нехай в I перерізі тиск робочого тіла дорівнює $\bar{p}$, площа поперечного перерізу F та переріз за проміжок часу dt переміститься на величину $d\bar{s}$.

Робота, яку виконують сили тиску робочого тіла, дорівнює:

$$dl_1 = -pFds = -pdv.$$

Знак (–) вказує, що сили тиску стискають робоче тіло.

Розглянемо II переріз циліндричного каналу. Оскільки тиск газу

змінюється вздовж циліндричного каналу, то його тиск в II-ому перерізі дорівнює $\bar{p} + d\bar{p}$, площа поперечного перерізу $F + dF$ і переріз за проміжок часу dt переміститься на величину $d\bar{s}'$.

Робота, яку виконають сили тиску робочого тіла, дорівнює:

$$dl_2 = (p + dp)(F + dF)ds'.$$

Знак (+) вказує, що тиск газу намагається збільшити об'єм газу.

Сумарна робота виконана газом за проміжок часу dt дорівнює:

$$dl_{np} = dl_2 + dl_1 \text{ або } dl_{np} = pdv + vdp = d(pv). \quad (1.87)$$

Будемо розглядати короткотривале проходження газу через циліндричний канал, тому втратою теплоти внаслідок теплообміну з навколишнім середовищем знехтуємо, тобто $dq = 0$. Тоді зінтегрований запис першого закону термодинаміки для робочого тіла масою l кг набере вигляду:

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = i_1 - i_2.$$

Отже, швидкість витікання газу з циліндричного каналу можна визначити з рівняння:

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2) + w_1^2}. \quad (1.88)$$

На практиці, швидкість з якою газ входить в циліндричний канал незначна за величиною, тому швидкість витікання газу із циліндричного каналу можна визначати за формулою:

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}. \quad (1.89)$$

10.3. Рівняння Бернуллі

Здиференціювавши це рівняння Клапейрона-Менделєєва для робочого тіла масою 1 кг і зробивши деякі перетворення отримаємо, що:

$$c_p T \left(\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} \right) + d \left(\frac{w^2}{2} \right) = 0. \quad (1.90)$$

Оскільки, проходження газу вздовж сопла вважаємо адіабатним процесом, то між параметрами стану дійсна залежність $pv^k = \text{const}$. Здиференціювавши це рівняння отримаємо:

$$\frac{dp}{p} + k \frac{dv}{v} = 0,$$

Враховуючи це співвідношення та після деяких перетворень рівняння (1.90) набере вигляду:

$$d \left(\frac{w^2}{2} \right) = -v dp. \quad (1.91)$$

Дане рівняння записане у вигляді:

$$w dw = -v dp. \quad (1.92)$$

називають **рівнянням Бернуллі**.

З аналізу цього рівняння отримаємо, що в газовому потоці величини dw і dp завжди мають протилежні знаки. Якщо тиск вздовж циліндричного каналу зменшується, то швидкість руху газового потоку вздовж каналу зростає і навпаки. Циліндричний канал, вздовж якого відбувається збільшення швидкості руху газу та зменшення тиску, називають **соплом**. Циліндричний канал, вздовж якого швидкість руху газу спадає а його тиск зростає, називають **дифузором**.

10.4. Число Маха

Рух газу в циліндричному каналі відбувається при нерівномірному розподілі тиску газу вздовж каналу. Відомо, що довільна зміна тиску поширюється в газовому середовищі з швидкістю звуку. Якщо в деякий момент часу відбудеться зміна тиску газу в середовищі, в яке витікає газовий потік, то ця зміна тиску буде поширюватися хвилею вздовж каналу проти руху газового потоку. Внаслідок цього відбудеться нове розподілення тиску газу вздовж каналу і зміниться швидкість витікання газу. При цьому зміна тиску буде поширюватись з відносною швидкістю, яка дорівнює різниці швидкості звуку в робочому тілі a та швидкості газового потоку w , тобто із швидкістю $a - w$. Швидкість звуку в ідеальному газі залежить від температури і дорівнює:

$$a = \sqrt{kR_1T},$$

де R_1 – питома газова стала і k показник адіабати.

Ця формула справедлива тільки для ідеального газу. Для реального газу швидкість звуку залежить не тільки від температури але і від величини тиску. Якщо швидкість газового потоку в каналі w більша від швидкості звуку a , то такі газові потоки називають **надзвуковими**, в протилежному випадку – **дозвуковими**. Відношення швидкості газового потоку до швидкості звуку називається **числом Маха**, і його позначають буквою M , тобто:

$$M = \frac{w}{a}. \quad (1.93)$$

10.5. Швидкість витікання та масова витрата робочого тіла

Зінтегрувавши рівняння (1.91) отримаємо, що:

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = - \int_{p_1}^{p_2} v dp, \quad (1.94)$$

де w_2 – швидкість витікання газу з циліндричного каналу;
 w_1 – швидкість входження газу в канал; p_1 – тиск газу на вході в циліндричний канал; p_2 – тиск газу під час виходу з каналу (рис. 1.20).

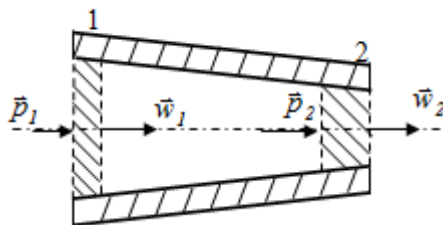


Рис. 1.20. Схематичне зображення циліндричного каналу

Із залежності між тиском газу та його питомим об'ємом в адіабатному процесі отримаємо, що:

$$v = \frac{p_1^{\frac{1}{k}} v_1}{p^{\frac{1}{k}}} = \frac{p_2^{\frac{1}{k}} v_2}{p^{\frac{1}{k}}}.$$

Підставляючи це співвідношення в (1.88) і припустивши, що в переважній більшості швидкість газу на вході в циліндричний канал незначна отримаємо, що швидкість, з якою відбувається витікання газу через переріз

циліндричного каналу в навколишнє середовище, можна визначити за формулою:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)} \quad (1.95)$$

або, враховуючи, що $p_1 v_1 = R_1 T_1$ і $p_1 v_1 = \frac{R}{\mu} T_1$,

отримаємо:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{RT_1}{\mu} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}. \quad (1.96)$$

Масу робочого тіла, що витікає з циліндричного каналу за секунду, тобто секундну витрату робочого тіла, обчислюємо за формулою:

$$M = F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)}, \quad (1.97)$$

або

$$M = F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1^2 \mu}{RT_1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)} \quad (1.98)$$

де F_2 – площа поперечного перерізу циліндричного каналу з якого витікає газ; $F_2 w_2$ – об'єм газу, що проходить через переріз циліндричного каналу за 1 секунду; ρ_2 – питома густина робочого тіла на виході з циліндричного каналу.

Аналізуючи формулу (1.96) можна твердити, що швидкість газового потоку на виході з каналу залежить від величини відношення тисків. Якщо $p_1 = p_2$, то швидкість витікання газового потоку з перерізу циліндричного каналу нульова, витікання робочого тіла відсутнє. Із зменшенням величини відношення тисків швидкість газового потоку w_2 зростає. Отже, для визначення швидкості витікання газового потоку з циліндричного каналу необхідно знати величину тиску робочого тіла p_2 на виході з каналу. Якщо тиск в навколишньому середовищі поступово зменшувати, то швидкість витікання робочого тіла з циліндричного каналу буде поступово зростати.

Цей ефект триватиме до тих пір поки швидкість потоку на виході з каналу буде менша за дозвукову. Отже, якщо швидкість газового потоку на виході з каналу дозвукова, то тиск газу на виході з каналу дорівнює тиску навколишнього середовища, тобто $p_2 = p_c$.

Після того як швидкість потоку на виході з циліндричного каналу досягне швидкості звуку, для даного робочого тіла, то зміна тиску в навколишньому середовищі не впливатиме на розподіл тиску в каналі, оскільки швидкість поширення тиску та швидкість потоку є рівними за величиною але протилежно напрямлені. Швидкість газового потоку, яка дорівнює швидкості звуку в робочому тілі на виході з каналу, називають **критичною швидкістю**. Отже, при подальшому зменшенні тиску в навколишньому середовищі, швидкість потоку на виході з каналу буде дорівнювати критичній швидкості і не буде змінюватись. В цьому випадку $p_2 \neq p_c$ і $p_2 > p_c$. Для того, щоб визначити критичне значення відношень тисків, після якого подальше зменшення тиску навколишнього середовища не сприяє зростанню швидкості витікання газу з каналу, прирівнюємо праву частину формули (1.96) до значення швидкості звуку в

робочому тілі на виході з каналу, тобто до $a = \sqrt{kR_1T_2}$ і отримаємо залежність:

$$\sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{RT_1}{\mu} \left(1 - \left(\frac{p_{2кр}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)} = \sqrt{kR_1T_2}.$$

Піднісши ліву та праву частини рівняння до квадрата отримаємо:

$$\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{RT_1}{\mu} \left(1 - \beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}} \right) = k \frac{RT_2}{\mu}. \quad (1.99)$$

де $\beta_{кр} = \frac{p_{2кр}}{p_1}$ величина відношення тисків.

Оскільки наявний адіабатний процес витікання газу, то існує залежність між параметрами стану робочого тіла

Підставляючи це співвідношення в попереднє рівняння, отримаємо:

$$\frac{2}{k-1} \left(1 - \beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}} \right) = \beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}} \text{ або } \beta_{кр}^{\frac{k}{k-1}} = \frac{2}{k+1}.$$

Отже, відношення тисків дорівнює величині:

$$\beta_{кр} = \frac{p_{2кр}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (1.100)$$

Звідси величина критичного тиску на виході з циліндричного каналу дорівнює:

$$p_{2кр} = p_1 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (1.101)$$

З формули (1.100) видно, що критичне відношення тисків залежить тільки від показника адіабати. Значення k і $\beta_{кр}$ для різних газів такі:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \beta_{кр}$$

- одноатомний газ 1,67 0,487
- двоатомний газ, повітря 1,40 0,528
- триатомний газ, перегріта пара 1,29 0,547.

Отже, якщо відношення тиску в навколишньому середовищі p_c до тиску в резервуарі p_1 більше за $\beta_{кр}$, то витікання робочого тіла з каналу відбувається з дозвуковою швидкістю, яка визначається за формулою (1.96). Тиск в робочому тілі на виході з каналу дорівнює тиску в навколишньому середовищі $p_2 = p_c$, температура газу визначається за формулою:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_c}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (1.102)$$

а питомий об'єм:

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_c} \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (1.103)$$

Якщо відношення тиску в навколишньому середовищі p_c до тиску в резервуарі p_1 менше за $\beta_{кр}$, то витікання робочого тіла з циліндричного каналу відбувається з швидкістю звуку в робочому тілі на виході з каналу. Тиск газу на виході з каналу дорівнює:

$$p_2 = p_{2кр} = p_1 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = p_1 \beta_{кр}, \quad (1.104)$$

його температура визначається за формулою:

$$T_2 = T_1 \frac{2}{k+1}, \quad (1.105)$$

а питомий об'єм газу дорівнює: $v_2 = v_1 \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}}.$ (1.106)

Швидкість витікання робочого тіла при критичному тиску робочого тіла на виході з циліндричного каналу називають **критичною швидкістю** і позначають w_{kp} . Підставивши рівняння (1.100) в рівняння (1.96), отримаємо значення критичної швидкості:

$$w_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_1 v_1} \text{ або } w_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot \frac{RT_1}{\mu}}. \quad (1.107)$$

Отже, критична швидкість витікання робочого тіла із циліндричного каналу повністю визначається початковими умовами (p_1, v_1, T_1) .

Масова витрата робочого тіла при критичній швидкості газового потоку буде найбільша і дорівнюватиме:

$$M_{max} = F_2 \sqrt{\frac{kp_1}{v_1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

$$\text{або } M_{max} = F_2 \sqrt{\frac{kp_1^2 \mu}{RT_1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (1.108)$$

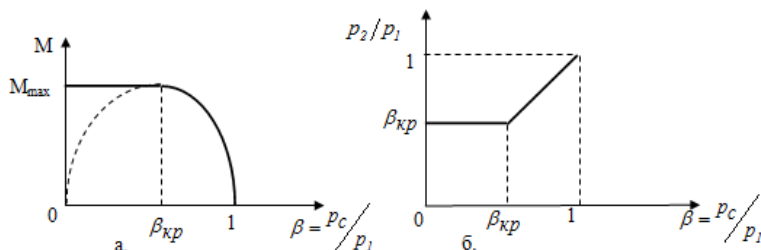


Рис.1.21. Схеми залежності витрат робочого тіла і тиску газу, на виході з каналу, від тиску навколишнього середовища

На рис. 1.21а суцільною лінією окреслена залежність витрат робочого тіла від величини β . Якщо величина β зменшуючись змінюється від 1 до $\beta_{кр}$, то масова витрата робочого тіла зростає від нульової до максимальної M_{max} . Під час подальшого зменшення величини β масова витрата робочого тіла залишається сталою і дорівнює максимальній M_{max} .

На рис. 1.21а вказана залежність тиску газу p_2 , на виході з циліндричного каналу, залежно від величини тиску навколишнього середовища p_c . Якщо величина тиску в навколишньому середовищі така, що дійсна нерівність $0 < \frac{p_c}{p_1} < \beta_{кр}$, то величина тиску робочого тіла на виході з каналу дорівнює:

$$p_2 = p_{кр} = \beta_{кр} p_1.$$

Під час подальшого зростання величини відношення $\frac{p_c}{p_1}$, то величина тиску робочого тіла на виході з каналу дорівнює тиску в навколишньому середовищі $p_2 = p_c$.

Отже, під час визначення швидкості витікання газу із циліндричного каналу необхідно спочатку визначити величину відношення тиску навколишнього середовища до тиску робочого тіла на вході в циліндричний канал. Можливі такі випадки:

I випадок. $\beta > \beta_{kp}$. В цьому випадку газ розширюється повністю і тиск на виході з циліндричного каналу дорівнює тиску навколишнього середовища $p_2 = p_c$.

Швидкість витікання робочого тіла з циліндричного каналу менша від критичної і її величина визначається за формулою (1.96), масова витрата робочого тіла – (1.98), температура газу – (1.102), питомий об'єм – (1.103).

II випадок. $\beta = \beta_{kp}$. В цьому випадку тиск газу на виході із циліндричного каналу дорівнює критичному або тиску в навколишньому середовищі, тобто $p_2 = p_{2kp} = p_c$. Розширення робочого тіла повне. Швидкість газу на виході з циліндричного каналу і секундна витрата робочого тіла визначаються за формулами (1.96, (1.98) або (1.107), (1.108). Температуру газу та його питомий об'єм на виході з циліндричного каналу визначають за формулами (1.102), (1.103) або (1.105), (1.106).

III випадок. $\beta < \beta_{kp}$. В цьому випадку відбувається неповне розширення робочого тіла і тиск на виході з циліндричного каналу дорівнює $p_2 = p_{2kp} > p_c$; швидкість витікання робочого тіла із циліндричного каналу буде критичною і визначається за формулою (1.107), а витрата робочого тіла за секунду максимальною та описується залежністю (1.108). Температуру газу та його питомий об'єм на виході з циліндричного каналу визначають за формулами (1.106), (1.107).

10.6. Сопло Лаваля

Враховуючи рівняння (1.92) та залежність, отриману від диференціювання рівняння адиабати, отримаємо:

$$w dw = k p v \frac{dv}{v}.$$

Оскільки $p v = R_1 T$, то попереднє рівняння набере вигляду:

$$w dw = k R_1 T \frac{dv}{v}. \quad (1.109)$$

Якщо рух газового потоку сталий, то маса робочого тіла, яка проходить через довільний переріз, є величиною сталою і тому справедливе рівняння:

$$\rho F w = \text{const},$$

де F – площа поперечного перерізу циліндричного каналу, ρ – питома густина робочого тіла в площині перерізу; w – швидкість газового потоку в площині перерізу.

Здиференціювавши це рівняння та поділивши його на $\rho F w$, отримаємо:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dF}{F} + \frac{dw}{w} = 0. \quad (1.110)$$

Здиференціювавши залежність $\rho v = 1$, та поділивши її на ρv , і підставивши в залежність (1.110), отримаємо:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dF}{F} + \frac{dw}{w}.$$

Звідси рівняння (1.110), враховуючи попередню залежність і зробивши деякі спрощення, набере вигляду:

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{dF}{F}. \quad (1.111)$$

Аналізуючи це рівняння отримаємо:

– якщо швидкість потоку дозвукова ($M < 1$), то для того, щоб швидкість потоку зростала ($dw > 0$), необхідно зменшувати площу поперечного перерізу каналу ($dF < 0$);

– якщо швидкість потоку дозвукова ($M < 1$), то для того, щоб швидкість потоку спадала ($dw < 0$), необхідно збільшувати площу поперечного перерізу каналу ($dF > 0$);

– якщо швидкість потоку надзвукова ($M > 1$), то для того, щоб швидкість потоку зростала ($dw > 0$), необхідно збільшувати площу поперечного перерізу каналу ($dF > 0$);

– якщо швидкість потоку надзвукова ($M > 1$), то для того, щоб швидкість потоку спадала ($dw < 0$), необхідно зменшувати площу поперечного перерізу каналу ($dF < 0$).

Отже, при дозвуковій швидкості газового потоку на вході в канал, який звужується, неможливо досягнути надзвукової швидкості потоку на виході з каналу. Максимальна швидкість, яка може бути досягнута в цьому випадку, дорівнює швидкості звуку для даного робочого тіла в момент його виходу з каналу. Неперервного збільшення швидкості потоку від дозвукової до надзвукової, при зменшенні тиску вздовж циліндричного каналу, можна досягнути тільки в комбінованому каналі. Отже, якщо швидкість потоку на вході в циліндричний канал дозвукова, то канал повинен спочатку звужуватись, а після досягнення потоком критичної швидкості канал необхідно розширювати. Таке сопло називають соплом Лавалю. Отже, **сопло Лавалю** складається з двох частин (рис. 1.22).

Перша частина циліндричного каналу звужуюча і в цій частині каналу швидкість газового потоку дозвукова. В

перетині, де площа перерізу каналу найменша, швидкість потоку досягає критичного значення, тобто швидкості звуку для робочого тіла в цьому перерізі.

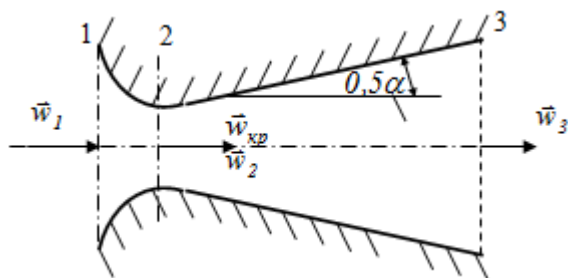


Рис. 1.22. Схема сопла Лавалю

Друга частина сопла розширена і в ній швидкість газового потоку надзвукова та робоче тіло розширюється, поки тиск в потоці зрівняється з тиском навколишнього середовища, тобто виконуватиметься рівність $p_3 = p_c$.

Отже, сопло Лавалю використовує для пришвидшення газового потоку всю різницю тисків, від тиску робочого тіла на вході в сопло p_1 , до тиску в навколишньому середовищі p_c , яке повинно задовольняти умові $p_c < \beta_{кр} p_1$. При повному використанні різниці тисків швидкість потоку на виході з сопла Лавалю визначається за формулою:

$$w_3 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \left(\frac{p_c}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)} \quad (1.112)$$

$$\text{або } w_3 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{RT_1}{\mu} \left(1 - \left(\frac{p_c}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}. \quad (1.113)$$

Температура робочого тіла та його питомий об'єм на виході з другої частини сопла Лавалю визначається за формулами:

$$\frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{p_c}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad \frac{p_c}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_3} \right)^k. \quad (1.114)$$

Якщо задана витрата робочого тіла, то площа мінімального перерізу 2 (рис. 1.22) визначається за формулою:

$$F_{min} = M \left(\frac{kp_1}{v_1} \right)^{-0,5} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{-0,5(k+1)}{k-1}}. \quad (1.115)$$

Площа поперечного перерізу 3 (рис. 1.22), сопла Лавалю, визначається за формулою:

$$F_3 = F_{min} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\left(\frac{p_c}{p_1} \right)^{2k} - \left(\frac{p_c}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)^{-0,5} \quad (1.116)$$

Величина кута конусності частини сопла Лавалю, яка розширюється, вибирається так, щоб не відбувався відрив газового потоку від стінок каналу, тобто в межах $7^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$.

10.7. Дроселювання газу

На практиці доволі часто в каналах, по яких рухається робоче тіло, трапляються різкі звуження поперечного перерізу. В таких місцях, за звужуванням, тиск різко зменшується, а питомий об'єм газу зростає. Крім цього, після звужування, за перешкодою, утворюються газові вихори і виникає шкідливий опір. Отже, при проходженні газу через звужування поперечного перерізу в каналі відбуваються незворотні термодинамічні процеси, тобто відбувається перетворення кінетичної енергії робочого тіла в тепло.

Дроселювання – це зменшення тиску під час проходження робочого тіла крізь місцеве звуження в каналі.

На рис 1.23 показана зміна тиску робочого тіла під час його проходження через місцеве звуження в каналі.

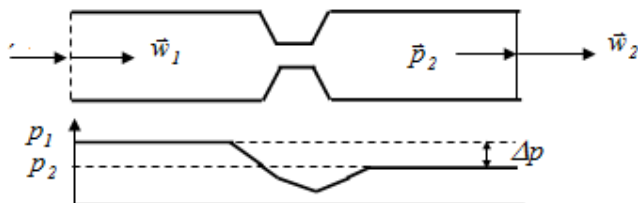


Рис. 1.23. Схема розподілу тиску вздовж каналу з дроселюючим пристроєм

Якщо припустити, що процес дроселювання відбувається беззовнішнього теплообміну до і після дроселювання, то перший закон термодинаміки набере вигляду:

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = i_1 - i_2, \quad (1.117)$$

де i – ентальпія газу масою 1 кг ; $\frac{w^2}{2}$ – кінетична енергія газу масою 1 кг .

Оскільки, швидкість потоку до і після звуження поперечного перерізу суттєво не змінюється, тобто $w_1 \approx w_2$, отримаємо, що:

$$i_1 = i_2. \quad (1.118)$$

Отже, ентальпія робочого тіла внаслідок його дроселювання не змінюється. Рівняння (1.118) називають **рівнянням процесу дроселювання**.

Для ідеального газу зміна ентальпії залежить тільки від зміни температури робочого тіла, тобто:

$$i_2 - i_1 = c_p(T_2 - T_1).$$

Оскільки, для ідеального газу під час дроселювання виконується рівність (1.118), то отримаємо:

$$T_1 = T_2 \text{ або } t_1 = t_2.$$

Отже, під час дроселювання ідеального газу його температура не змінюється.

У процесі дроселювання реального газу його температура може знижуватись, підвищуватись або залишатись сталою. Величина температури реального газу, яка після дроселювання залишається сталою, називається **температурою інверсії**. Для кожного газу є певна величина температури інверсії і приблизне значення цієї температури визначається з виразу:

$$T_{\text{інв}} = 6,75T_{\text{кр}},$$

де $T_{\text{кр}}$ – критична температура газу.

Критична температура речовини – це значення температури, при відповідному тиску, коли між рідким і газоподібним станами речовини немає відмінностей.

Якщо при цьому тиску початкова температура газу більша за температуру інверсії, то під час дроселювання температура його зростає; якщо початкова температура газу менша за температуру інверсії, то під час дроселювання температура газу спадає. Тиск в робочому тілі, під час проходження через отвір, різко зменшується а потім трохи збільшується, тобто відбувається втрата тиску на деяку величину Δp (рис. 1.23). Втрата тиску буде тим більша, чим менша площа отвору, крізь який протікає робоче тіло.

10.8. Методика розв'язування задач

Задача 1. Балон містить метан з температурою 57°C під тиском $1,6 \text{ атм}$. Визначити швидкість витікання метану і секундну масову витрату робочого тіла, що витікає через отвір площею $F = 4 \text{ мм}^2$ в навколишнє середовище, яке перебуває під тиском 100 кПа . Показник адіабати $k = 1,3$.

Визначаємо тиск в балоні в системі СІ $p_1 = 1,6 \cdot 101325 = 162120 \text{ Па}$. Для нашого випадку відношення тиску в навколишньому середовищі до тиску в балоні дорівнює $\beta = \frac{p_c}{p_1} = \frac{100000}{162120} = 0,617$. Критичне значення

величини β визначається за формулою $\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$.

Підставляючи значення показника адіабати отримаємо

$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{1,3+1} \right)^{\frac{1,3}{1,3-1}} = 0,546$. Оскільки, дійсна нерівність $\beta > \beta_{кр}$,

то тиск робочого тіла на виході з циліндричного каналу дорівнює тиску в навколишньому середовищі, тобто $p_2 = p_c$.

Швидкість витікання газу через отвір визначаємо за формулою:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{RT_1}{\mu_{\text{CH}_4}} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,3}{1,3-1} \frac{8314 \cdot 330}{16} \left(1 - (0,617)^{\frac{1,3-1}{1,3}} \right)} = 396 \text{ м/с}$$

Секундну масову витрату робочого тіла визначаємо за формулами:

$$M = F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)}$$

$$\text{або } M = F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1^2 \mu_{CH_4}}{RT_1} \left((\beta)^{\frac{2}{k}} - (\beta)^{\frac{k+1}{k}} \right)}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо:

$$M = 4 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,3}{1,3-1} \cdot \frac{162210^2 \cdot 16}{8314 \cdot 330} \left((0,617)^{\frac{2}{1,3}} - (0,617)^{\frac{1,3+1}{1,3}} \right)} = 0,00103 \text{ кг/с}.$$

Температуру робочого тіла під час виходу з циліндричного сопла визначаємо за формулою:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо:

$$T_2 = 330 \cdot 0,6168^{0,3} = 295 \text{ K} \quad \text{або} \quad t_2 = 22^\circ \text{C}.$$

Питомий об'єм метану зміниться і його величину

$$\text{визначаємо за формулою: } v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$v_2 = v_1 \left(\frac{162120}{100000} \right)^{\frac{1}{1,3}} = 1,45 v_1, \text{ де: } v_1 = \frac{RT_1}{p_1 \mu_{CH_4}} \quad \text{або}$$

$$v_1 = \frac{8314 \cdot 330}{162120 \cdot 16} = 1,058 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Задача 2. В балоні міститься кисень з температурою 21°C під тиском $p_1 = 185507 \text{ Па}$. Визначити швидкість витікання кисню і секундну масову витрату робочого тіла, що витікає через отвір площею $F = 6 \text{ мм}^2$ в навколишнє середовище, яке перебуває під тиском 98 кПа . Показник адіабаты $k = 1,4$.

$$\text{Для нашого випадку } \beta = \frac{p_c}{p_1} = \frac{98000}{185507} = 0,52828.$$

Критичне значення величини β визначається за формулою $\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$. Підставляючи значення

$$\text{показника адіабаты отримаємо } \beta_{кр} = \left(\frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,52828.$$

Оскільки дійсна рівність $\beta = \beta_{кр}$, то тиск робочого тіла на виході з циліндричного каналу дорівнює тиску в навколишньому середовищі, тобто $p_2 = p_c$.

Швидкість витікання газу через отвір визначаємо за формулою: $w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{RT_1}{\mu_{O_2}} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}$ або $w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot \frac{RT_1}{\mu}}$.

Підставляючи значення величин отримаємо:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{1,4+1} \frac{8314 \cdot 294}{32}} = 298,5 \text{ м/с}.$$

Секундну масову витрату робочого тіла визначаємо за формулами:

$$M = F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)} \text{ або } M_{max} = F_2 \sqrt{\frac{kp_1^2 \mu}{RT_1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k}}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо:

$$M = 6 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{1,4 \cdot 185507^2 \cdot 32 \left(\frac{2}{2,4}\right)^{\frac{2,4}{0,4}}}{8314 \cdot 294}} = 0,002757 \text{ кг/с}.$$

Температуру робочого тіла під час виходу з циліндричного сопла визначаємо за формулою

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо:

$$T_2 = 294 \cdot 0,52828^{\frac{0,4}{1,4}} = 245 \text{ K} \text{ або } t_2 = -28^\circ \text{ C}.$$

Питомий об'єм кисню зміниться і дорівнюватиме

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} \text{ або } v_2 = v_1 \left(\frac{185507}{98000} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 1,58 v_1,$$

$$\text{де } v_1 = \frac{RT_1}{p_1 \mu_{O_2}} \text{ або } v_1 = \frac{8314 \cdot 294}{185507 \cdot 32} = 0,412 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Задача 3. В резервуарі міститься азот з температурою 18°C під тиском $p_1 = 4 \text{ атм}$. Визначити швидкість витікання азоту та секундну масову витрату робочого тіла, що витікає через отвір площею $F = 50 \text{ мм}^2$ в навколишнє середовище, яке перебуває під тиском 100 кПа . Показник адіабаты $k = 1,4$.

$$\text{Для нашого випадку } \beta = \frac{p_c}{p_1} = \frac{100000}{4 \cdot 101325} = 0,24673.$$

Критичне значення величини β визначаємо за формулою

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \text{ Підставляючи значення показника адіабаты}$$

отримаємо $\beta_{кр} = \left(\frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,52828$. Оскільки має місце нерівність $\beta < \beta_{кр}$, то тиск робочого тіла на виході з циліндричного каналу дорівнює критичному тиску, тобто

$$p_2 = p_{кр} = p_1 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \text{ або } p_2 = p_1 \beta_{кр}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$p_2 = 4 \cdot 101325 \left(\frac{2}{2,4} \right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 214113 \text{ Па}.$$

Швидкість витікання газу через отвір визначаємо за формулою (1.107), тобто $w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_1 v_1}$ або

$$w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot \frac{RT_1}{\mu}}. \quad \text{Підставляючи значення величин}$$

$$\text{отримаємо: } w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{1,4+1} \frac{8314 \cdot 291}{28}} = 317,5 \text{ м/с}.$$

Секундну масову витрату робочого тіла визначаємо за формулою (1.108). Підставляючи значення величин отримаємо:

$$M = 50 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{1,4 \cdot 16 \cdot 101325^2 \cdot 28 \left(\frac{2}{2,4} \right)^{\frac{2,4}{0,4}}}{8314 \cdot 291}} = 0,0472 \text{ кг/с}.$$

Температура азоту під час виходу з циліндричного сопла дорівнює $T_2 = T_1 \frac{2}{k+1}$,

$$\text{тобто } T_2 = 291 \cdot \frac{2}{1,4+1} = 242,5 \text{ К або } t_2 = -30,5^\circ \text{ С}.$$

Питомий об'єм азоту зміниться і дорівнюватиме

$$v_2 = v_1 \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \text{ або } v_2 = v_1 \left(\frac{1,4+1}{2} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 1,58 v_1,$$

$$\text{де: } v_1 = \frac{RT_1}{p_1 \mu_{N_2}} \text{ або } v_1 = \frac{8314 \cdot 291}{405300 \cdot 28} = 0,213 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Задача 4. Через сопло Лавалля витікає ацетилен з температурою 20°C , який міститься в резервуарі під тиском $p_1 = 600000 \text{ Па}$. Визначити швидкість витікання ацетилену з сопла Лавалля, секундну масову витрату робочого тіла. Площа найвужчого перерізу сопла $F_2 = 40 \text{ мм}^2$. Навколишнє середовище перебуває під тиском 95 кПа . Показник адіабати $k = 1,3$.

$$\text{Для нашого випадку } \beta = \frac{p_c}{p_1} = \frac{95000}{600000} = 0,158. \text{ Критичне}$$

значення величини β визначаємо за формулою $\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$.

Підставляючи значення показника адіабати отримаємо $\beta_{кр} = \left(\frac{2}{1,3+1} \right)^{\frac{1,3}{1,3-1}} = 0,546$. Оскільки має місце нерівність $\beta < \beta_{кр}$, то сопло Лавалля використовує для пришвидшення газового потоку всю різницю тисків, від тиску p_1 в резервуарі (на вході в сопло) до тиску навколишнього середовища p_c .

При повному використанні різниці тисків швидкість потоку на виході з сопла Лавалля визначається за формулою (1.112) або (1.113). Підставляючи значення величин отримаємо

$$w_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,3 \cdot 8314 \cdot 293}{0,3 \cdot 26} \left(1 - \left(\frac{95000}{600000} \right)^{\frac{0,3}{1,3}} \right)} = 530,4 \text{ м/с}.$$

Температура робочого тіла на виході з другої частини сопла Лавалля визначається за формулою (1.114).

Підставляючи значення величин отримаємо

$$T_3 = 293 \left(\frac{95000}{600000} \right)^{\frac{0,3}{1,3}} = 191K \text{ або } t_3 = -82^{\circ}C.$$

Питомий об'єм ацетилену на виході з сопла Лавалля визначаємо за формулою (1.114). Звідки отримаємо, що

$$v_3 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_c} \right)^{\frac{1}{k}} \text{ або } v_3 = v_1 \left(\frac{600000}{95000} \right)^{\frac{1}{1,3}} = 4,13 v_1, \text{ де: } v_1 = \frac{RT_1}{p_1 \mu_{C_2H_2}} \text{ або}$$

$$v_1 = \frac{8314 \cdot 293}{600000 \cdot 26} = 0,156 \frac{m^3}{kg}.$$

Секундну масову витрату робочого тіла визначимо використовуючи формулу (1.108).

Підставляючи значення величин отримаємо

$$M = 40 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{1,3 \cdot 36 \cdot 10^{10} \cdot 26 \left(\frac{2}{2,3} \right)^{\frac{2,3}{0,3}}}{8314 \cdot 293}} = 0,0523 \frac{kg}{c}.$$

РОЗДІЛ II. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Тема 1. Основні положення

Теплопередача (теплообмін) – наука про незворотні процеси обміну енергією у вигляді теплоти між взаємодіючими макроскопічними елементами термодинамічної системи при умовах, коли відсутня термічна рівновага. **Термічною рівновагою** називають стан термодинамічної системи в якій всі макроскопічні елементи системи мають однакову температуру.

Передача тепла відбувається від одного тіла до другого тільки при наявності різниці температур. У відповідності до **другого закону термодинаміки**: теплота сама по собі переходить від тіла з більш високою температурою до тіла з меншою температурою і не може самовільно рухатись в зворотньому напрямі. Якщо температура в тілі вирівнюється, то теплообмін припиняється і настає термічна рівновага. Отже, для теплообміну необхідна неоднорідність температурного поля.

Температурним полем тіла називають сукупність значень температури t у фіксований момент часу τ для всіх точок простору, яке займає тіло, тобто температурне поле задається функцією, *наприклад* $t = f(x, y, z, \tau)$. Температурне поле називають **нестационарним**, якщо із плином часу воно змінюється, *наприклад* $t = f(x, y, z, \tau)$. Процеси теплопередачі, які відбуваються в нестационарному полі, називаються **нестационарними процесами**. Температурне поле називають **стаціонарним**, якщо із плином часу воно не змінюється, *наприклад* $t = f(x, y, z)$. Процеси теплопередачі, які відбуваються в стаціонарному полі, називаються **стаціонарними процесами**.

Температурне поле називають **одновимірним**, якщо зміна температури відбувається в одному напрямі, *наприклад* $t = f(x, \tau)$. Якщо температурне поле залежить від двох координат, то його називають **двовимірним**, *наприклад* $t = f(x, y, \tau)$. Аналогічно, температурне називають **трьох вимірним**, якщо воно залежить від трьох координат, *наприклад* $t = f(x, y, z, \tau)$.

Ізотермічною поверхнею називають поверхню в точках якої температура має однакове значення. Враховуючи другий закон термодинаміки можна твердити, що передача теплоти не може здійснюватись вздовж ізотермічних поверхонь. Передача теплоти може відбуватись лише від однієї ізотермічної поверхні до другої в сторону зменшення температури. Отже, при теплообміні потік теплоти перетинає ізотермічні поверхні. Теплоту Q , яка передається за одиницю часу через одиницю площі ізотермічної поверхні, називають **густиною теплового потоку**, тобто

$$q = \frac{\partial^2 Q}{\partial F \partial \tau}. \quad (2.1)$$

Розмірність густини теплового потоку $[q] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$.

Гradient температур характеризує нерівномірність розподілу температур в температурному полі. **Gradientом температур** називають границю відношення зміни температури Δt , вздовж нормалі ізотермічної поверхні, до величини віддалі Δn на якій фіксується ця зміна температур, коли $\Delta n \rightarrow 0$, тобто

$$grad t = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn}. \quad (2.2)$$

Фізичний зміст градієнту температур – це приріст температури в градусах на одиницю довжини вздовж нормалі до ізотермічної поверхні.

Теорія теплопередачі є одним із розділів термодинаміки незворотніх процесів. В теорії теплопередачі вважається, що:

- речовина розглядається як суцільне неперервне середовище;
- механізм передачі теплоти від однієї частини тіла до іншої не розглядається на мікроскопічному рівні;
- теорія теплопередачі базується на законах встановлених експериментальним шляхом;
- розглядається три види теплопередачі: теплопровідність, конвекційний теплообмін та теплове випромінювання.

Теплопровідність – це процес передачі енергії від більш нагрітої частини твердого тіла до менш нагрітої частини тіла зумовлений хаотичним рухом мікрочастин за умови відсутності макроскопічного руху одних частин тіла відносно інших.

Конвекційний теплообмін – це процес зумовлений сумісною дією конвекції теплоти і теплопровідності.

Конвекцією теплоти називають процес переносу теплоти шляхом переміщення рідини або газу в просторі з однієї області та певною температурою, в іншу частину простору, з іншою температурою. При неоднорідному температурному полі потоку рухомого середовища між його сусідніми макрочастинами відбувається теплообмін шляхом теплопровідності. З багатьох задач конвекційного теплообміну найбільш практичний інтерес викликає задача про теплообмін між рухомою рідиною (газом) і поверхнею тіла.

Тепловіддачею (теплообміном) називається явище теплообміну між рухомим середовищем і поверхнею, вздовж

якої рухається середовище. Інтенсивність теплообміну характеризується коефіцієнтом теплообміну (тепловіддачі).

Розглянемо деяку тверду поверхню площею F , вздовж якої ковзає рідина (газ). Позначимо температуру поверхні тіла t_m , а температуру потоку рідини – t_p . Виокремимо на поверхні елемент площею ∂F . За відсутності теплової рівноваги, тобто $t_m \neq t_p$, через елемент поверхні ∂F за час $\partial \tau$ проходить деяка кількість теплоти, котру позначимо $\partial^2 Q$. Поділивши кількість теплоти на величину площі ∂F і проміжок часу $\partial \tau$ отримуємо густину теплового потоку q_m через одиницю площі поверхні тіла. Отже, густина теплового потоку визначається за формулою $q = \frac{\partial^2 Q}{\partial F \partial \tau}$.

Якщо розділити густину теплового потоку q_m на різницю температур $(t_p - t_m)$, то отримаємо густину теплового потоку за наявності одиничного перепаду температур між температурою рідини t_p і температурою на поверхні тіла t_m , тобто $\alpha = \frac{q}{t_p - t_m}$. α – називають коефіцієнтом теплообміну (тепловіддачі) та його розмірність $[\alpha] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}}$. В конвекційному теплообміні суттєвим є те, що чим ближче рідина (газ) до поверхні тіла, вздовж якого рідина ковзає, тим більше величина її температури наближається до температури поверхні тіла. Під час зовнішнього ковзання рідини (газу) по поверхні тіла за температуру потоку рідини (газу) t_p беруть температуру рідини на найбільшій віддалі від поверхні тіла, тобто за межами при поверхневого теплового шару. Якщо потік рідини (газу) рухається всередині циліндричного каналу, то

за температуру рідини t_p беруть середнє значення температури рідини в каналі. В залежності від причин конвекцію поділяють на вільну та вимушену.

Вільна конвекція – це коли рух рідини (газу) обумовлений тільки зміною густини рідини (газу) викликаной нерівномірним розподілом температурного поля.

Вимушена конвекція – це коли рух рідини (газу) викликаний зовнішніми силовими чинниками.

Теплове випромінювання – це процес в якому передача теплоти в просторі здійснюється електромагнітними хвилями, котрі випромінює тіло завдяки своїй внутрішній енергії внаслідок складних молекулярних та внутріатомних процесів. Електромагнітні хвилі, які випромінює тіло, частково поглинаються навколишніми тілами. Процес поглинання є процесом перетворення енергії електромагнітних хвиль у внутрішню енергію тіла.

Закон теплопровідності (закон Фур'є) поєднує між собою вектор густини теплового потоку $\vec{q}$ і градієнт температур $gradt$. **Закон Фур'є** стверджує, що **густина теплового потоку прямо пропорційна коефіцієнта теплопровідності та градієнта температур**, тобто

$$\vec{q} = -\lambda gradt, \quad (2.3)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності тіла і його розмірність $[\lambda] = \frac{Вт}{м \cdot К}$. Знак «мінус» вказує на те, що напрями теплового потоку і градієнта температур протилежні.

1.1. Коефіцієнт теплопровідності

Враховуючи рівняння (2.1) – (2.3) отримаємо, що коефіцієнт теплопровідності речовини визначається за формулою:

$$\lambda = - \frac{\partial^2 Q}{\frac{\partial t}{\partial n} \partial F \partial n}.$$

Коефіцієнт теплопровідності речовини λ є його фізичною характеристикою і характеризує здатність речовини проводити теплоту.

Величина коефіцієнта теплопровідності дорівнює кількості теплоти, яка проходить впродовж 1 секунди через 1 м^2 ізотермічної площі за умови, що градієнт температури дорівнює 1 градусу на 1 метр довжини вздовж нормалі до ізотермічної поверхні.

Величина коефіцієнта теплопровідності твердих тіл залежить від величини температури тіла та його вологості, а для рідин та газів – ще й від величини тиску. Для анізотропних матеріалів величина коефіцієнта теплопровідності залежить і від напрямку теплового потоку. Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури інколи апроксимують лінійною функцією, тобто $\lambda = \lambda_0(1 + \beta t)$, де λ_0 – коефіцієнт теплопровідності речовини з температурою 0°C ; β – коефіцієнт пропорційності, який визначається експериментальним шляхом; t – температура в $^\circ\text{C}$. Для газів коефіцієнт теплопровідності із збільшенням температури зростає, а для рідин – спадає. Для твердих пористих тіл використання закону Фур'є є умовним, оскільки наявність пор не дозволяє говорити про тіло як суцільне. Коефіцієнт теплопровідності речовини для таких тіл називають ефективним. Величина ефективного коефіцієнта теплопровідності пористих тіл суттєво залежить від рівня вологості тіла.

1.2. Рівняння теплопровідності Фур'є

Рівняння теплопровідності Фур'є базується на законі теплопровідності Фур'є (2.3) та рівнянні балансу теплоти, в якому перетворення механічної енергії в теплову не враховується. Розглянемо тверде ізотропне тіло з коефіцієнтом теплопровідності λ і на зовнішніх поверхнях тіла задані довільні теплові умови.

Виділимо в тілі елементарний об'єм розмірами $dx \times dy \times dz$ (рис.2.1). У виділений об'єм, в напрямку осі Ox , за час $d\tau$ із зовні поступає кількість теплоти

$$dQ_1 = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau.$$

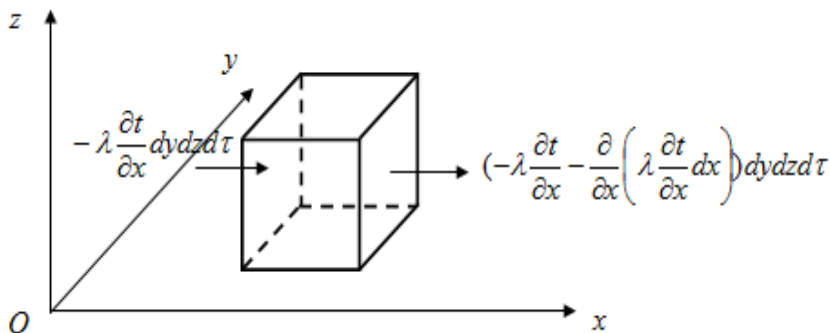


Рис. 2.1. Схема теплового потоку вздовж осі Ox

З цього елементарного об'єму за проміжок часу $d\tau$ в напрямку осі Ox витікає кількість теплоти

$$dQ_2 = \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx \right) dydzd\tau.$$

Отже, в середині виділеного об'єму залишається кількість теплоти, яка дорівнює

$$\Delta Q_x = dQ_1 - dQ_2 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx dy dz d\tau.$$

Аналогічно, завдяки рухові теплоти в напрямку осей Oy та Oz , в середині елементарного об'єму залишиться відповідно кількість теплоти

$$\Delta Q_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) dx dy dz d\tau \text{ та } \Delta Q_z = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) dx dy dz d\tau.$$

Отже, внаслідок руху теплоти через елементарний об'єм $dx \times dy \times dz$ за проміжок часу $d\tau$ в ньому залишиться кількість теплоти

$$\Delta Q = \Delta Q_x + \Delta Q_y + \Delta Q_z$$

$$\text{або } \Delta Q = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right) dx dy dz d\tau.$$

Крім цього, в середині елементарного об'єму за проміжок часу $d\tau$ внутрішніми джерелами теплоти виділяється кількість теплоти

$$dQ_3 = q_V dV d\tau,$$

де q_V – кількість теплоти, яка виділяється в одиничному об'ємі за одиницю часу, розмірність $[q_V] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{с}}$;

$dV = dx dy dz$ – об'єм елементарного об'єму.

Теплота, яка поступила в елементарний об'єм, частково йде на зміну внутрішньої енергії тіла, тобто

$$dU = c \rho dV \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau,$$

де C – питома теплоємність речовини;

ρ – питома густина речовини;

$\frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$ – зміна температури в елементарному об'ємі за

проміжок часу $d\tau$. Записавши рівняння теплового балансу, отримаємо рівність

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right) dx dy dz d\tau + q_v dx dy dz d\tau = c \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy dz d\tau$$

Враховуючи, що $dx \neq 0$, $dy \neq 0$, $dz \neq 0$, $d\tau \neq 0$ попереднє рівняння набере вигляду:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + q_v = c \rho \frac{\partial t}{\partial \tau}. \quad (2.4)$$

Рівняння (2.4) називають **рівнянням теплопровідності**. Для випадку, якщо коефіцієнт теплопровідності речовини є сталою величиною, то рівняння теплопровідності (4) набере вигляду

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + q_v = c \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad \text{або} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{q_v}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad (2.5) \quad (2.6)$$

де $a = \frac{\lambda}{c \rho}$ – коефіцієнт температуропровідності, його розмірність

$$[a] = \frac{m^2}{c}.$$

Якщо температурне поле стаціонарне, тобто $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, то в рівняннях теплопровідності (2.4) – (2.6) права частина дорівнює нулеві, *наприклад* рівняння (2.6) набере вигляду:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0.$$

1.3. Початкова та граничні умови

Диференціальне рівняння теплопровідності описує явище теплопровідності в загальному вигляді. Для повного формулювання задачі теплопровідності необхідно вказати рівняння теплопровідності, початкову та граничні умови для температурного поля.

Початкова умова вказує розподіл температурного поля в тілі у початковий момент часу. *Наприклад*, початкову умову в декартовій системі координат можна записати у вигляді:

$$t(x, y, z, 0) = f(x, y, z). \quad (2.7)$$

Для **стаціонарного температурного поля** початкова умова **не потрібна**.

В математичній теорії теплопровідності використовуються граничні умови, які є ідеалізованою формою опису реальних фізичних процесів теплообміну між тілами.

Гранична умова першого типу. Задається розподіл температурного поля на поверхні тіла для кожного моменту часу. *Наприклад*,

$$t_m = f(x, y, z, \tau), \quad (2.8)$$

де t_m – температура на поверхні тіла; x, y, z – координати точок поверхні тіла.

Гранична умова другого типу. Задається значення густини теплового потоку в кожній точці поверхні тіла в довільний момент часу. *Наприклад*,

$$q_m = f(x, y, z, \tau), \quad (2.9)$$

де q_m – густина теплового потоку на поверхні тіла; x, y, z – координати точок поверхні тіла.

Гранична умова третього типу. Вказується температура навколишнього середовища t_p і коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі) α , який характеризує інтенсивність теплообміну між тілом та речовиною, яка омиває поверхню тіла:

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_m = \alpha (t_p - t_m), \quad (2.10)$$

де $\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_m$ – градієнт температури на поверхні тіла;

t_p – температура рідини (газу), яка омиває поверхню тіла, за межами при поверхневого теплового шару;

t_m – температура поверхні тіла;

α – коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі);

λ – коефіцієнт теплопровідності речовини.

Граничні умови можуть задаватись і у вигляді комбінацій граничних умов першого, другого і третього типів. Для математичної постановки задачі теплопровідності необхідно мати одне з рівнянь теплопровідності, початкову умову та одну з граничних умов.

Тема 2. Стаціонарне температурне поле в одношарових тілах

2.1. Температурне поле в плоскій однорідній стінці

Розглянемо необмежену плоску однорідну стінку товщиною l_1 , зовнішні поверхні якої паралельні площині Oyz декартової системи координат, розташованої в межах $0 \leq x \leq l_1$.

Вважаємо, що

– стінка ізотропне тіло;

– коефіцієнт теплопровідності речовини λ є сталою величиною у всіх точках стінки, тобто

$$\lambda(x) = \lambda = \text{const}, (0 \leq x \leq l_1); \quad (2.11)$$

– внутрішні джерела теплоти відсутні

$$q_V = 0; \quad (2.12)$$

– процес передачі теплоти в стінці є стаціонарним, тобто не залежить від часу і тому

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0. \quad (2.13)$$

За умов, якщо зовнішні поверхні стінки є ізотермічними (тобто температура на цих поверхнях не залежить від координат), то температурне поле в стінці одновимірне, тому

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \text{ та } \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0.$$

Отже, рівняння теплопровідності (2.8) для стінки з врахуванням (2.15) – (2.17) набере вигляду

$$\frac{d^2 t(x)}{dx^2} = 0, (0 < x < l_1). \quad (2.14)$$

Зінтегрувавши двічі це рівняння отримаємо

$$t(x) = C_1 x + C_2. \quad (2.15)$$

Сталі інтегрування C_1 та C_2 визначаємо з граничних умов.

Граничні умови першого типу. Нехай на зовнішніх поверхнях стінки задано температуру, тобто

$$t(0) = t_{m0} \text{ та } t(l_1) = t_{m1}. \quad (2.16)$$

Підставляючи (15) в (16) отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування:

$$C_1 \cdot 0 + C_2 = t_{m0}; C_1 \cdot l_1 + C_2 = t_{m1}.$$

Розв'язуючи систему рівнянь отримаємо, що

$$C_2 = t_{m0} \text{ і } C_1 = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{l_1}.$$

Отже, **розподіл температурного поля в плоскій стінці** за наявності граничних умов **першого типу** матиме вигляд:

$$t(x) = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{l_1} x + t_{m0}, (0 \leq x \leq l_1). \quad (2.17)$$

На рис.2 вказано розподіл температурного поля по товщині стінки.

Гradient температури є сталою величиною по всій товщині стінки і дорівнює

$$\text{grad}t = \frac{dt}{dx} = -\frac{t_{m0} - t_{m1}}{l_1}.$$

Густину теплового потоку визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda \text{grad}t = \frac{\lambda}{l_1} (t_{m0} - t_{m1}). \quad (2.3)$$

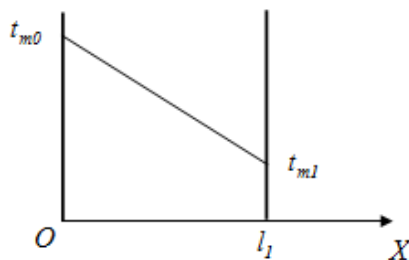


Рис. 2.2. Розподіл температурного поля в плоскій стінці

Кількість теплоти Q , яка проходить за проміжок часу τ через ділянку поверхні стінки площею F , дорівнює

$$Q = qF\tau = \frac{\lambda}{l_1} F(t_{m0} - t_{m1})\tau.$$

Граничні умови третього типу. Нехай рідина (газ) омивають ліву та праву поверхні стінки. Температури рідин (газу) на найбільшій віддалі від стінок, тобто за межами теплового приповерхневого шару, відповідно дорівнюють t_{p0} та t_{p1} .

Коефіцієнти теплообміну від рідини (газу) до поверхні лівої стінки $-\alpha_0$, а від поверхні правої стінки до рідини (газу) $-\alpha_1$.

Гранична умова третього типу для цієї задачі набере вигляду:

$$-\lambda \frac{dt(0)}{dx} = \alpha_0(t_{p0} - t(0)) \text{ та } -\lambda \frac{dt(l_1)}{dx} = \alpha_1(t(l_1) - t_{p1}). \quad (2.18)$$

Сталі інтегрування C_1 та C_2 рівняння (2.15) визначаємо з граничних умов (2.18). Підставляючи (2.15) в (2.18), отримуємо систему рівнянь для визначення сталих

$$-\lambda C_1 = \alpha_0(t_{p0} - C_2); \quad -\lambda C_1 = \alpha_1(C_1 l_1 + C_2 - t_{p1}).$$

Розв'язуючи систему рівнянь, отримаємо, що

$$C_1 = \frac{(t_{p1} - t_{p0}) \frac{\alpha_0}{\lambda}}{\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + l_1 \frac{\alpha_0}{\lambda} + 1}; \quad C_2 = \frac{\left(\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + \frac{l_1 \alpha_0}{\lambda} \right) t_{p0} + t_{p1}}{\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + l_1 \frac{\alpha_0}{\lambda} + 1}.$$

Отже, **розподіл температурного поля** по товщині плоскої стінки у випадку граничних умов **третього типу** матиме вигляд:

$$t(x) = \frac{(t_{p1} - t_{p0}) \frac{\alpha_0}{\lambda} x + \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + \frac{l_1 \alpha_0}{\lambda} \right) t_{p0} + t_{p1}}{\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + l_1 \frac{\alpha_0}{\lambda} + 1} \text{ або}$$

$$t(x) = \frac{(t_{p1} - t_{p0}) x + \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} + l_1 \right) t_{p0} + \frac{\lambda}{\alpha_0} t_{p1}}{\frac{\lambda}{\alpha_0} + l_1 + \frac{\lambda}{\alpha_1}}, \quad (0 \leq x \leq l_1). \quad (2.19)$$

Градієнт температури є сталою величиною по всій товщині стінки і дорівнює $gradt = \frac{dt}{dx} = \frac{(t_{p1} - t_{p0})}{\frac{\lambda}{\alpha_0} + l_1 + \frac{\lambda}{\alpha_1}}$.

Густину теплового потоку визначаємо використовуючи закон Фур'є (2.3)

$$q = -\lambda gradt = -\frac{(t_{p1} - t_{p0}) \lambda}{\frac{\lambda}{\alpha_0} + l_1 + \frac{\lambda}{\alpha_1}}, \quad q = \frac{(t_{p0} - t_{p1})}{\frac{1}{\alpha_0} + \frac{l_1}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}} \text{ або}$$

$$q = k(t_{p0} - t_{p1}), \text{ де величину } k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_0} + \frac{l_1}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}}$$

називають **коефіцієнтом теплопередачі** плоскої стінки.

Величину обернену до коефіцієнта теплопередачі називають **термічним опором** і позначають буквою R , тобто

$$R = \frac{1}{\alpha_0} + \frac{l_1}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}.$$

Кількість теплоти Q , яка проходить за проміжок часу τ через ділянку поверхні стінки площею F , дорівнює

$$Q = qF\tau = \frac{(t_{p0} - t_{p1})}{\frac{1}{\alpha_0} + \frac{l_1}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}} F\tau \quad \text{або} \quad Q = k(t_{p0} - t_{p1})F\tau.$$

2.2. Температурне поле в циліндричній однорідній стінці

Розглянемо безмежну кругову циліндричну стінку з внутрішнім радіусом r_0 і зовнішнім радіусом r_1 за умов, що стінка ізотропне тіло та коефіцієнт теплопровідності речовини λ є сталою величиною і не залежить від координати. Вісь симетрії порожнистої труби збігається з віссю Oz циліндричної системи координат (r, φ, z) . Вважаємо, що внутрішня та зовнішня поверхні однорідної циліндричної стінки є ізотермічні поверхні та внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$. Оскільки, внутрішня та зовнішня поверхні порожнистого тіла є ізотермічними поверхнями, то температурне поле в стінці змінюється лише в радіальному напрямі. Отже, температурне поле є функцією тільки від $r - t(r)$.

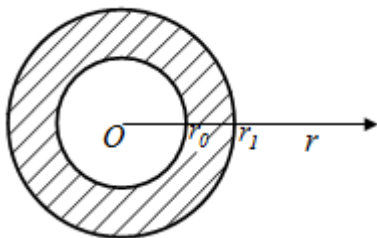


Рис.2.3. Одношарова циліндрична стінка

Внаслідок цього справедливі рівності: $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, $\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$, $\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0$, і тоді рівняння теплопровідності набере вигляду:

$$\frac{d^2 t(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt(r)}{dr} = 0, (r_0 < r < r_1). \quad (2.20)$$

Розв'язок даного диференціального рівняння такий:

$$t(r) = C_1 \ln r + C_2. \quad (2.21)$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 необхідно визначати з граничних умов.

Граничні умови першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях однорідної циліндричної стінки задано умови:

$$t(r_0) = t_{m0}; \quad t(r_1) = t_{m1}. \quad (2.22)$$

Підставляючи (2.21) в (2.22) отримаємо систему рівнянь для визначення C_1 і C_2 :

$$C_1 \ln r_0 + C_2 = t_{m0}, \quad C_1 \ln r_1 + C_2 = t_{m1}.$$

Розв'язуючи систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{\ln r_1 / r_0} \quad \text{і} \quad C_2 = \frac{t_{m0} \ln r_1 - t_{m1} \ln r_0}{\ln r_1 / r_0}.$$

Отже, **розподіл температурного поля по товщині циліндричної стінки за наявності граничних умов першого типу описується законом:**

$$t(r) = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{\ln r_1 / r_0} \ln r + \frac{t_{m0} \ln r_1 - t_{m1} \ln r_0}{\ln r_1 / r_0}, (r_0 \leq r \leq r_1). \quad (2.23)$$

Гradient температури дорівнює

$$\text{grad}t = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{r \ln \frac{r_1}{r_0}}.$$

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda \text{grad}t = \lambda \frac{t_{m0} - t_{m1}}{r \ln \frac{r_1}{r_0}}.$$

Кількість теплоти Q , яка проходить за час τ через довільну кругову поверхню труби довжиною l , дорівнює

$$Q_l(r) = 2\pi l q \tau = 2\pi l \tau \lambda \frac{t_{m0} - t_{m1}}{\ln \frac{r_1}{r_0}}.$$

Граничні умови третього типу. Розглядаємо ту ж порожнисту циліндричну стінку. Вважаємо, що внутрішню поверхню порожнистого циліндра омиває рідина (газ) з температурою t_{p0} , а зовнішню поверхню – рідина (газ) з температурою t_{p1} . Нехай між рідинами (газами) та циліндричним тілом існує конвекційний теплообмін по закону

$$\lambda \frac{dt(r_0)}{dr} = \alpha_0(t(r_0) - t_{p0}); \quad -\lambda \frac{dt(r_1)}{dr} = \alpha_1(t(r_1) - t_{p1}). \quad (2.24)$$

Підставляючи (2.21) в рівняння (2.24), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування C_1 і C_2 :

$$\lambda \frac{C_1}{r_0} = \alpha_0 (C_1 \ln r_0 + C_2 - t_{p0}); \quad -\lambda \frac{C_1}{r_1} = \alpha_1 (C_1 \ln r_1 + C_2 - t_{p1}).$$

Розв'язуючи дану систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{p1} - t_{p0}}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0}};$$

$$C_2 = \frac{t_{p0} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln r_1 \right) + t_{p1} \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0}}.$$

Отже, **розподіл температурного поля** по товщині циліндричної стінки за наявності **граничних умов третього типу** описується формулою:

$$t(r) = \frac{(t_{p1} - t_{p0}) \ln r + t_{p0} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln r_1 \right) + t_{p1} \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0}}$$

$$(r_0 \leq r \leq r_1). \quad (2.25)$$

Гradient температури дорівнює

$$\text{grad}t = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{t_{p1} - t_{p0}}{r \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0} \right)}.$$

Густину теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda \text{grad} t = \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{r \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0} \right)}.$$

Кількість теплоти Q , яка проходить за час τ через ділянку труби довжиною l , дорівнює

$$Q_l(r) = 2\pi l q \tau = 2\pi l \tau \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0}}.$$

2.3. Температурне поле в сферичній однорідній стінці

Розглянемо сферичну стінку, радіуси внутрішньої та зовнішньої поверхонь якої відповідно дорівнюють r_0 та r_1 . Центр сферичних поверхонь стінки збігається з центром сферичної системи координат r, φ, ψ . Вважаємо, що внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$, та внутрішня і зовнішня поверхні сферичної стінки є ізотермічними поверхнями.

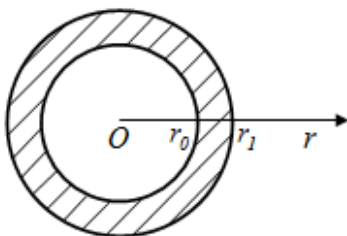


Рис. 2.4. Схема сферичної порожнистої стінки

Коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки λ величина стала та не залежить від координат точки. Оскільки внутрішня та зовнішня поверхні порожнистої сфери є ізотермічними поверхнями, то температурне поле в тілі змінюється тільки в радіальному напрямі.

Отже, температурне поле є функцією тільки від координати $r - t(r)$. Враховуючи попередні твердження, рівняння теплопровідності для сферичної стінки матиме вигляд

$$\frac{d^2(t r)}{dr^2} = 0, \text{ або } \frac{d^2 t(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dt(r)}{dr} = 0 \quad (r_0 < r < r_1). \quad (2.26)$$

Розв'язок рівняння теплопровідності (26) такий:

$$t(r) = \frac{C_1}{r} + C_2. \quad (2.27)$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 необхідно визначати з граничних умов.

Граничні умови першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях однорідної сферичної стінки задано значення температур:

$$t(r_0) = t_{m0}; \quad t(r_1) = t_{m1}. \quad (2.28)$$

Підставляючи (2.27) в (2.28), отримаємо систему рівнянь для визначення C_1 і C_2 :

$$\frac{C_1}{r_0} + C_2 = t_{m0}, \quad \frac{C_1}{r_1} + C_2 = t_{m1}.$$

Розв'язуючи дану систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0 r_1}{r_1 - r_0} \text{ а } C_2 = \frac{t_{m1} r_1 - t_{m0} r_0}{r_1 - r_0}.$$

Отже, розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки за наявності граничних умов першого типу описується рівнянням

$$t(r) = \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0r_1}{r(r_1 - r_0)} + \frac{t_{m1}r_1 - t_{m0}r_0}{r_1 - r_0}, (r_0 \leq r \leq r_1). \quad (2.29)$$

Градiєнт температури дорiвнює

$$\text{grad}t = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{(t_{m1} - t_{m0})r_0r_1}{r^2(r_1 - r_0)}.$$

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda \text{grad}t = \lambda \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0r_1}{r^2(r_1 - r_0)}.$$

Кiлькiсть теплоти Q , яка проходить за час τ через довiльну сферичну поверхню тiла, дорiвнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q \tau = 4\pi \tau \lambda \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0r_1}{r_1 - r_0}.$$

Граничні умови третього типу. Розглядаємо ту ж сферичну стінку. Вважаємо, що внутрішню поверхню порожнистого циліндра омиває рідина (газ) з температурою t_{p0} , а зовнішню поверхню – рідина (газ) з температурою t_{p1} . Нехай між рідинами (газами) та внутрішньою і зовнішньою поверхнями сферичного тіла існують конвекційні теплообміни за законом

$$\lambda \frac{dt(r_0)}{dr} = \alpha_0(t(r_0) - t_{p0}); -\lambda \frac{dt(r_1)}{dr} = \alpha_1(t(r_1) - t_{p1}). \quad (2.30)$$

Підставляючи (2.27) в рівняння (2.30), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування C_1 і C_2 :

$$-\lambda \frac{C_1}{r_0^2} = \alpha_0 \left(\frac{C_1}{r_0} + C_2 - t_{p0} \right); \quad \lambda \frac{C_1}{r_1^2} = \alpha_1 \left(\frac{C_1}{r_1} + C_2 - t_{p1} \right).$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{p0} - t_{p1}}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}; \quad C_2 = \frac{t_{p0} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} - \frac{1}{r_1} \right) + t_{p1} \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}};$$

Отже, **розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки за наявності граничних умов третього типу описується формулою:**

$$t(r) = \frac{\frac{t_{p0} - t_{p1}}{r} + t_{p0} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} - \frac{1}{r_1} \right) + t_{p1} \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}} \quad (r_0 \leq r \leq r_1) \quad (2.31)$$

Гradient температури дорівнює

$$\text{grad}t = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{t_{p1} - t_{p0}}{r^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)}.$$

Густину теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda \text{grad}t = \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{r^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)}.$$

Кількість теплоти Q , яка проходить за час τ через довільну сферичну поверхню тіла, дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q \tau = 4\pi \tau \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}.$$

2.4. Методика розв'язування задач

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в бетонній стінці товщиною 60 см і кількість теплоти, яка проходить через стінку площею $F = 8 \text{ м}^2$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні $t_{m0} = 15^\circ \text{C}$ і на зовнішній поверхні $t_{m1} = -25^\circ \text{C}$. Коефіцієнт теплопровідності бетону взяти $\lambda(t) = 1,42 - 11 \cdot 10^{-4} t$, де $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Для випадку, коли між значенням коефіцієнта теплопровідності речовини і температурою існує лінійна залежність $\lambda(t) = a + bt$, усереднений коефіцієнт теплопровідності визначається за формулою

$$\lambda_{cp} = a + b \frac{t_{m0} + t_{m1}}{2}.$$

Отже, усереднений коефіцієнт теплопровідності для бетонної стінки в температурних межах $[-25^\circ \text{C}; 15^\circ \text{C}]$ дорівнює

$$\lambda_{cp} = 1,42 - 11 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{-25 + 15}{2} = 1,4255 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Розподіл температурного поля по товщині плоскої бетонної стінки за граничних умов першого типу, враховуючи (17), дорівнює

$$t_1(x) = \frac{-25 - 15}{0,6} x + 15 = -66,67x + 15, \quad (0 \leq x \leq 0,6).$$

Градієнт температури дорівнює $\text{grad} t(x) = -66,67^\circ \text{C}/\text{м}$.

Густина теплового потоку становить величину

$$q = -\lambda \text{grad} t(x) = -1,4255 \cdot (-66,67) = 95 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Кількість теплоти, яка проходить через стінку площею $F = 8 \text{ м}^2$ впродовж доби, дорівнює

$$Q = qF\tau = 95 \cdot 8 \cdot 24 \cdot 3600 = 65687 \text{ кДж}.$$

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в цегляній стінці і кількість теплоти, яка проходить через стінку площею $F = 8,4 \text{ м}^2$ впродовж доби, якщо температура повітря всередині кімнати $t_{p0} = 23^\circ \text{C}$, а зовні будинку – $t_{p1} = -17^\circ \text{C}$. Коефіцієнти теплообміну між повітрям всередині кімнати та стіною $\alpha_0 = 11,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$, а між зовнішньою стіною та повітрям – $\alpha_1 = 5,8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$. Товщина стінки $l_1 = 380 \text{ мм}$. Коефіцієнт теплопровідності для червоної цегли $\lambda = 0,455 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. Визначити який об'єм природного газу необхідно спалити, щоб компенсувати втрати теплоти через стінку, якщо теплота згорання газу $Q_{\text{газ}} = 34000 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3}$.

Розподіл температурного поля по товщині однорідної стінки описується формулою (19), тобто

$$t(x) = \frac{(t_{p1} - t_{p0})x + \frac{\lambda}{\alpha_0} t_{p1} + \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} + l_1 \right) t_{p0}}{\frac{\lambda}{\alpha_0} + l_1 + \frac{\lambda}{\alpha_1}}, \quad (0 \leq x \leq l_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t(x) = \frac{(-17 - 23)x + \frac{0,455}{11,6}(-17) + \left(\frac{0,455}{5,8} + 0,38\right)23}{\frac{0,455}{11,6} + 0,38 + \frac{0,455}{5,8}}$$

$$\text{або } t(x) = -80,374x + 19,847 \quad (0 \leq x \leq 0,38).$$

Температура на лівій поверхні стінки дорівнює $t(0) = 19,8 - 80,4 \cdot 0 = 19,8^\circ \text{C}$, а на правій поверхні стінки – $t(0,38) = -80,4 \cdot 0,38 + 19,8 = -10,7^\circ \text{C}$.

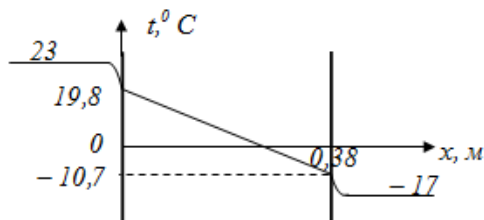


Рис. 2.5. Розподіл температурного поля по товщині цегляної стінки та в повітрі біля стінки

Густина теплового потоку через цегляну стінку визначається за формулою $q = -\lambda \text{grad} t(x)$, тобто

$$q = -0,455 \cdot (-80,374) = 36,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Отже, кількість теплоти, яка проходить через цегляну стінку площею $F = 8,4 \text{ м}^2$ впродовж доби, дорівнює

$$Q = qF\tau = 36,6 \cdot 8,4 \cdot 24 \cdot 3600 = 26542 \text{ кДж}.$$

Об'єм природного газу необхідного для спалення, щоб компенсувати втрати теплоти внаслідок теплопровідності через стінку, дорівнює

$$V = \frac{Q}{Q_{\text{газ}}} = 0,781 \text{ м}^3.$$

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля і кількість теплоти, яка проходить через кругову поверхню паропроводу довжиною $l = 8\text{ м}$ впродовж доби, якщо температури на зовнішній і внутрішній поверхнях паропроводу відповідно дорівнюють $t_{m1} = 169^\circ\text{C}$, $t_{m0} = 170^\circ\text{C}$. Внутрішній радіус якого $r_0 = 17,5\text{ см}$ і зовнішній радіус – $r_1 = 19\text{ см}$. Коефіцієнт теплопровідності для вуглецевої сталі дорівнює

$$\lambda(t) = 58 - 0,042t, [\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Усереднений коефіцієнт теплопровідності сталі в температурних межах ($169^\circ\text{C}; 170^\circ\text{C}$) дорівнює $\lambda_{\text{cp}} = 58 - 0,042 \cdot \frac{169 + 170}{2} = 50,88 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Розподіл температурного поля по товщині сталюго паропроводу за граничних умов першого типу визначаємо за формулою (23), тобто

$$t(r) = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{\ln r_1 - \ln r_0} \ln r + \frac{t_{m0} \ln r_1 - t_{m1} \ln r_0}{\ln r_1 - \ln r_0}, (r_0 \leq r \leq r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t(r) = \frac{169 - 170}{\ln 0,19 - \ln 0,175} \ln r + \frac{170 \ln 0,19 - 169 \ln 0,175}{\ln 0,19 - \ln 0,175}$$

$$\text{або } t(r) = -12,16 \ln r + 148,806, (0,175 \leq r \leq 0,19).$$

Густина теплового потоку визначається за формулою

$$q(r) = -\lambda \text{grad} t(r),$$

$$\text{тобто } q(r) = -50,88 \cdot \frac{-12,16}{r} = \frac{618,7}{r}.$$

Кількість теплоти Q , яка проходить за час τ через кругову поверхню труби довжиною l метрів, визначається за формулою $Q_l(r) = 2\pi l q \tau$.

Підставляючи значення величин отримаємо, що впродовж доби через стінки сталюого паропроводу в навколишнє середовище передається теплоти

$$Q_8(r) = 2\pi r \frac{618,7}{r} 24 \cdot 3600 = 268693 \text{ кДж}$$

Задача 4. Визначити кількість теплоти, яка покидає сталюу трубу довжиною $l=6\text{ м}$ впродовж доби, якщо всередині труби тече газ середня температура якого $t_{p0}=800^\circ\text{C}$ і зовні труба обдувається повітрям, температура якого $t_{p1}=15^\circ\text{C}$. Коефіцієнт теплообміну від газу до стінки труби $\alpha_0 = 15 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ і від стінки труби до повітря – $\alpha_1 = 5,8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$. Внутрішній радіус труби $r_0 = 0,025\text{ м}$, зовнішній радіус – $r_1 = 0,055\text{ м}$. Коефіцієнт теплопровідності сталі $\lambda = 46,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Розподіл температурного поля в циліндричній трубі за наявності граничних умов третього типу визначається за формулою (25), тобто

$$t(r) = \frac{(t_{p1} - t_{p0}) \ln r + t_{p0} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln r_1 \right) + t_{p1} \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0}} \cdot (r_0 \leq r \leq r_1)$$

Підставляючи значення величин, отримаємо

$$t_1(r) = \frac{(15 - 800) \ln r + 800 \left(\frac{46,6}{5,8 \cdot 0,055} + \ln 0,055 \right) + 15 \left(\frac{46,6}{15 \cdot 0,025} - \ln 0,025 \right)}{\frac{46,6}{15 \cdot 0,025} + \frac{46,6}{5,8 \cdot 0,055} + \ln \frac{0,055}{0,025}}$$

або $t_1(r) = -2,895 \ln r + 429,54$, $(0,025 \leq r \leq 0,055)$.

Температура на внутрішній та зовнішній стінках труби відповідно дорівнює

$$t_1(0,025) = -2,895 \ln 0,025 + 429,54 = 440,22^\circ \text{C} \quad \text{і}$$

$$t_1(0,055) = 437,94^\circ \text{C}.$$

Густина теплового потоку визначається за формулою $q(r) = -\lambda \text{grad} t(r)$,

$$\text{тобто } q(r) = -46,6 \cdot \frac{-2,895}{r} = \frac{134,92}{r}.$$

Кількість теплоти Q , яка проходить за час τ через кругову поверхню труби довжиною l метрів, визначається за формулою $Q_l(r) = 2\pi l q \tau$. Підставляючи значення величин отримаємо, що впродовж доби через стінки сталюого паропроводу в навколишнє середовище передається теплоти

$$Q_6(r) = 2\pi 6 \frac{134,92}{r} 24 \cdot 3600 = 439452 \frac{\text{Дж}}{\text{м}}.$$

Задача 5. Визначити розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки виготовленої із залізобетону та теплові втрати впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 240^\circ \text{C}$ і на зовнішній – $t_{m1} = 20^\circ \text{C}$. Сферична стінка має розміри $r_0 = 2 \text{ м}$ і $r_1 = 2,25 \text{ м}$.

$$\text{Коефіцієнт теплопровідності залізобетону } \lambda = 1,55 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки за наявності граничних умов першого типу описується рівнянням (29), тобто

$$t(r) = \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0r_1}{r(r_1 - r_0)} + \frac{t_{m1}r_1 - t_{m0}r_0}{r_1 - r_0}, \quad (r_0 \leq r \leq r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки дорівнює

$$t(r) = \frac{(240 - 20) \cdot 2 \cdot 2,25}{r(2,25 - 2)} + \frac{20 \cdot 2,25 - 240 \cdot 2}{2,25 - 2}$$

$$\text{або } t(r) = \frac{3960}{r} - 1740, \quad (2 \leq r \leq 2,25).$$

Гradient температури дорівнює

$$\text{grad}t(r) = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{(t_{m1} - t_{m0})r_0r_1}{r^2(r_1 - r_0)} \quad \text{або враховуючи}$$

значення величин, отримаємо $\text{grad}t(r) = -\frac{3960}{r^2}$.

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q(r) = -\lambda \text{grad}t(r) = \lambda \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0r_1}{r^2(r_1 - r_0)} \quad \text{або враховуючи умову}$$

задачі, отримаємо $q(r) = \frac{6138}{r^2}$.

Кількість теплоти Q , яка проходить за час τ через сферичну поверхню радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q \tau = 4\pi \tau \lambda \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0r_1}{r_1 - r_0}.$$

Підставляючи значення величин, отримаємо втрату теплоти за добу

$$Q(r) = 4\pi \cdot 6138 \cdot 24 \cdot 3600 = 6664232 \text{ Дж}.$$

Задача 6. Визначити розподіл температурного поля по товщині залізобетонної сферичної стінки та теплові втрати впродовж доби, якщо середня температура газу всередині сферичної стінки $t_{p0} = 90^\circ\text{C}$ і температура повітря зовні сферичної стінки $t_{p1} = -20^\circ\text{C}$. Коефіцієнт теплообміну від

газу до внутрішньої стінки $\alpha_0 = 12 \frac{Bm}{m^2 \cdot K}$ і від зовнішньої поверхні стінки до повітря – $\alpha_1 = 6,2 \frac{Bm}{m^2 \cdot K}$. Розміри залізобетонної сферичної стінки $r_0 = 2m$ і $r_1 = 2,25m$. Коефіцієнт теплопровідності залізобетону $\lambda = 1,55 \frac{Bm}{m \cdot K}$.

Розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки за граничних умов третього типу описується формулою (31), тобто

$$t(r) = \frac{\frac{t_{p0} - t_{p1}}{r} + t_{p0} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} - \frac{1}{r_1} \right) + t_{p1} \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}, (r_0 \leq r \leq r_1)$$

Підставляючи дані отримаємо, що розподіл температурного поля в сферичній стінці дорівнює

$$t(r) = \frac{\frac{90 - (-20)}{r} + 90 \left(\frac{1,55}{6,2 \cdot 2,25^2} - \frac{1}{2,25} \right) + (-20) \left(\frac{1,55}{12 \cdot 2^2} + \frac{1}{2} \right)}{\frac{1,55}{12 \cdot 2^2} + \frac{1,55}{6,2 \cdot 2,25^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2,25}}$$

$$\text{або } t(r) = \frac{570,58}{r} - 239,65, (2 \leq r \leq 2,25).$$

Температура на внутрішній та зовнішній поверхнях сферичної стінки відповідно дорівнює:

$$t(2) = \frac{570,58}{2} - 239,65 = 45,64^\circ C \text{ і } t(2,25) = -13,94^\circ C.$$

Градiєнт температури дорiвнює:

$$\text{grad}t(r) = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{t_{p1} - t_{p0}}{r^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)},$$

а враховуючи значення величин, отримаємо

$$\text{grad}t(r) = -\frac{570,58}{r^2}.$$

Густину теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q(r) = -\lambda \text{grad}t(r) = \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{r^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)}.$$

Пiдставляючи значення величин, отримаємо $q(r) = \frac{884,4}{r^2}$.

Кiлькiсть теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню радиуса r , дорiвнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q \tau = 4\pi \tau \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}.$$

Враховуючи значення величин отримаємо, що впродовж доби через зовнiшню поверхню сфери в навколишнє середовище переходить теплоти

$$Q(r) = 4\pi \cdot 884,4 \cdot 24 \cdot 3600 = 960223 \text{ Дж}$$

Тема 3. Стаціонарне температурне поле в багат шарових тілах

3.1. Температурне поле плоскої багат шарової стінки за наявності ідеального теплового контакту між шарами

Розглядаємо задачу визначення стаціонарного одновимірного температурного поля в плоскій багат шаровій стінці (рис.2.6) за наявності ідеального теплового контакту між шарами.

Нехай товщини ізотропних шарів стінки відповідно дорівнюють: $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$, рис. 6.

Рівняння теплопровідності для i – омого шару, у випадку стаціонарного

температурного поля, таке:

$$\frac{d^2 t_i(x)}{dx^2} = 0, (i = \overline{1, n}; l_{i-1} < x < l_i), \quad (2.32)$$

де $t_i(x)$ – температурне поле в i – ому шарі; x – координата; $l_0 = 0$; n – кількість шарів.

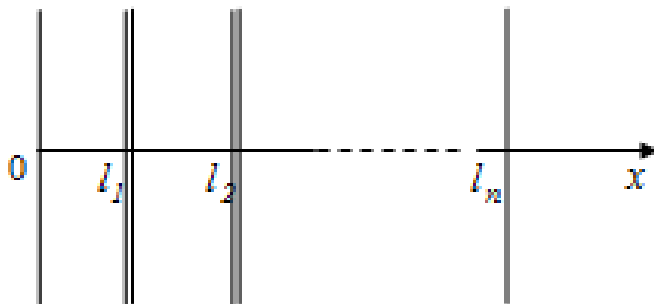


Рис.2.6. Схема багат шарової стінки

Вважаємо, що між шарами існує **ідеальний тепловий контакт**, тобто існує рівність температур та теплових потоків в зоні контакту шарів:

$$t_i(l_i) = t_{i+1}(l_i), \quad \lambda_i \frac{dt_i(l_i)}{dx} = \lambda_{i+1} \frac{dt_{i+1}(l_i)}{dx} \quad (i = \overline{1, n-1}), \quad (2.33)$$

де λ_i – коефіцієнт теплопровідності i – ого шару.

Необхідно визначити розподіл стаціонарного температурного поля в плоскій багатошаровій стінці за наявності граничних умов першого типу

$$t_1(0) = t_{m0}; \quad t_n(l_n) = t_{mn} \quad (2.34)$$

або третього типу

$$\lambda_1 \frac{dt_1(0)}{dx} - \alpha_0(t_1(0) - t_{p0}) = 0; \quad \lambda_n \frac{dt_n(l_n)}{dx} + \alpha_n(t_n(l_n) - t_{pn}) = 0 \quad (2.35)$$

де t_{m0} і t_{mn} – температури зовнішніх поверхонь багатошарової стінки; α_0 і α_n – коефіцієнти тепловіддачі (теплообміну); t_{p0} , t_{pn} – температури зовнішнього середовища, яке омиває поверхні стінок, за межами теплового приповерхневого шару.

Величину **узагальненого коефіцієнта теплопровідності** λ_y для багатошарової стінки визначаємо за формулою:

$$\frac{l_n}{\lambda_y} = \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \dots + \frac{l_n - l_{n-1}}{\lambda_n}. \quad (2.36)$$

Введемо нову змінну для кожного шару стінки

$$x_{iy} = \frac{\lambda_y}{\lambda_i}(x - l_{i-1}) + l_{i-1,y}, \quad (l_{i-1} \leq x \leq l_i; i = \overline{1, n}), \quad (2.37)$$

де $l_0 = 0$ і $l_{0y} = 0$.

З даної залежності отримаємо, що:

$$l_{1y} = \frac{l_1 \lambda_y}{\lambda_1}, \quad l_{iy} - l_{i-1,y} = \frac{(l_i - l_{i-1}) \lambda_y}{\lambda_i}, \quad (i = \overline{2, n}). \quad (2.38)$$

Сумуючи співвідношення (2.38) отримаємо, що $l_{ny} = l_n$ та

$$l_{i-1,y} = \frac{l_1 \lambda_y}{\lambda_1} + \frac{(l_2 - l_1) \lambda_y}{\lambda_2} + \dots + \frac{(l_{i-1} - l_{i-2}) \lambda_y}{\lambda_{i-1}}. \quad (2.39)$$

Враховуючи співвідношення (2.37) отримаємо диференціальну залежність між координатою x і приведеною координатою x_{iy} , а саме:

$$dx = \frac{\lambda_i}{\lambda_y} dx_{iy}. \quad (2.40)$$

Рівняння теплопровідності в приведених координатах матиме вигляд:

$$\frac{d^2 t_i(x_{iy})}{dx_{iy}^2} = 0, \quad (l_{i-1,y} < x_{iy} < l_{iy}; i = \overline{1, n}). \quad (2.41)$$

Умови ідеального теплового контакту між шарами (2.33) наберуть вигляду:

$$t_i(l_{iy}) = t_{i+1}(l_{iy}), \quad \frac{dt_i(l_{iy})}{dx_{iy}} = \frac{dt_{i+1}(l_{iy})}{dx_{i+1,y}}, \quad (i = \overline{1, n-1}). \quad (2.42)$$

Розв'язки рівнянь теплопровідності (2.41) за умов (42) такі:

$$t_i(x_{iy}) = C_1 x_{iy} + C_2 \quad (2.43)$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 визначаємо з граничних умов (2.34) або (2.35), які в приведених координатах, враховуючи (2.37) і (2.39), наберуть вигляду:

$$t_1(0) = t_{m0}, \quad t_n(l_n) = t_{mn}, \quad (2.44)$$

та

$$\lambda_y \frac{dt_1(0)}{dx_{ly}} - \alpha_0 [t_1(0) - t_{p0}] = 0; \quad \lambda_y \frac{dt_n(l_n)}{dx_{ny}} + \alpha_n [t_n(l_n) - t_{pn}] = 0. \quad (2.45)$$

Граничні умови першого типу. Використовуючи рівняння (2.43) та граничну умову (2.44) отримаємо, що сталі інтегрування C_1 і C_2 дорівнюють:

$$C_1 = \frac{t_{mn} - t_{m0}}{l_n} \quad \text{і} \quad C_2 = t_{m0}.$$

Отже, розподіл температурного поля за наявності граничної умови першого типу (2.44) в приведених координатах такий:

$$t_i(x_{iy}) = \frac{t_{mn} - t_{m0}}{l_n} x_{iy} + t_{m0} \quad (i = \overline{1, n}). \quad (2.46)$$

Замінюючи приведену координату x_{iy} на координату x з врахуванням (2.37), отримаємо:

$$t_i(x) = \frac{t_{mn} - t_{m0}}{l_n} \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_i} (x - l_{i-1}) + l_{i-1,y} \right) + t_{m0}$$

Отже, враховуючи (2.39), **розподіл стаціонарного одновимірного температурного поля в багат шаровій стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами і граничних умов першого типу, тобто умов (2.34),**

має вигляд:

$$t_i(x) = \frac{(t_{mn} - t_{m0})\lambda_y}{l_n} \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \dots + \frac{l_{i-1} - l_{i-2}}{\lambda_{i-1}} + \frac{x - l_{i-1}}{\lambda_i} \right) + t_{m0} \quad (2.47)$$

$$(l_{i-1} \leq x \leq l_i; i = \overline{1, n}).$$

Гradient температури в i -ому шарі стінки дорівнює

$$\text{grad} t_i(x) = \frac{dt_i(x)}{dx} = \frac{(t_{mn} - t_{m0})\lambda_y}{l_n \lambda_i}, (l_{i-1} \leq x \leq l_i; i = \overline{1, n}).$$

Густину теплового потоку визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda_i \text{grad} t_i(x) = -\frac{(t_{mn} - t_{m0})\lambda_y}{l_n}, \text{ або } q = \frac{(t_{m0} - t_{mn})\lambda_y}{l_n}.$$

Густина теплового потоку не залежить від координати x . Величину $k = \frac{\lambda_y}{l_n}$ називають **коефіцієнтом теплопередачі багат шарової плоскої стінки**. Величину обернену до коефіцієнта теплопередачі, називають **термічним опором** і позначають буквою R , тобто $R = \frac{l_n}{\lambda_y}$.

Кількість теплоти Q , яка переходить за проміжок часу τ через поверхню стінки площею F , дорівнює

$$Q = qF\tau = \frac{(t_{m0} - t_{mn})\lambda_y}{l_n} F\tau \text{ або } Q = k(t_{m0} - t_{mn})F\tau.$$

Граничні умови третього типу. Якщо на границях багат шарової стінки задано умови теплообміну (2.35), то використовуючи запис цієї граничної умови в приведених

координатах (2.45), визначаємо сталі C_1 і C_2 з системи рівнянь

$$\lambda_y C_1 - \alpha_0 (C_2 - t_{p0}) = 0; \lambda_y C_1 + \alpha_n (C_1 l_n + C_2 - t_{pn}) = 0.$$

Розв'язуючи систему рівнянь, отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{pn} - t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n}, \quad C_2 = \frac{t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n \right) + t_{pn} \frac{\lambda_y}{\alpha_0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n}.$$

Отже, розподіл температурного поля в багат шаровій стінці в приведених координатах за наявності граничних умов третього типу (2.45) матиме вигляд:

$$t_i(x_{iy}) = \frac{(t_{pn} - t_{p0})x_{iy} + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n \right) + t_{pn} \frac{\lambda_y}{\alpha_0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n}, (l_{i-1,y} \leq x_i \leq l_{iy}; i = \overline{1, n}). \quad (2.48)$$

Здійснюючи перехід від приведених координат до реальних, тобто враховуючи залежності (2.37) та (2.39), отримаємо, що **розподіл стаціонарного одновимірного температурного поля в плоскій багат шаровій стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами (2.33) та граничних умов третього типу, тобто умов (2.35), має такий вигляд:**

$$t_i(x) = \left((t_{pn} - t_{p0}) \lambda_y \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \dots + \frac{l_{i-1} - l_{i-2}}{\lambda_{i-1}} + \frac{x - l_{i-1}}{\lambda_i} \right) + \frac{\lambda_y t_{pn}}{\alpha_0} + \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n \right) t_{p0} \right) \times \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n \right)^{-1}, (l_{i-1} \leq x \leq l_i; i = \overline{1, n}). \quad (2.49)$$

Градiєнт температури в i -ому шарі стінки дорiвнює

$$\text{grad}t_i(x) = \frac{dt_i(x)}{dx} = \frac{(t_{pn} - t_{p0})\lambda_y}{\lambda_i \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} \right)}, (l_{i-1} \leq x \leq l_i; i = \overline{1, n}).$$

Густину теплового потоку визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda_i \text{grad}t_i(x) = -\frac{(t_{pn} - t_{p0})\lambda_y}{\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} \right)}, \text{ або } q = \frac{(t_{p0} - t_{pn})\lambda_y}{\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} \right)},$$

де величину $k = \frac{\lambda_y}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \frac{\lambda_y}{\alpha_n}}$ називають коефіцієнтом

теплопередачі багатошарової плоскої стінки за наявності граничних умов третього типу. Густина теплового потоку не залежить від координати x .

Величину, обернену коефіцієнту теплопередачі, називають термічним опором і позначають буквою R , тобто

$$R = \frac{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \frac{\lambda_y}{\alpha_n}}{\lambda_y}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за проміжок часу τ через поверхню стінки площею F , дорiвнює

$$Q = qF\tau = \frac{(t_{m0} - t_{mn})\lambda_y}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \frac{\lambda_y}{\alpha_n}} F\tau \text{ або } Q = k(t_{m0} - t_{mn})F\tau.$$

3.2. Температурне поле в багатошаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами

Розглядаємо безмежну циліндричну стінку, яка складається з n ізотропних шарів (рис. 2.7). Вважаємо, що багатошаровий циліндр порожнистий, тобто $r_0 \neq 0$.

Товщини шарів відповідно дорівнюють $r_1 - r_0; r_2 - r_1; \dots; r_n - r_{n-1}$. Нехай внутрішня та зовнішня поверхні багатошарової циліндричної стінки є ізотермічними поверхнями та внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$. Температурне поле за цих умов є функцією тільки координати $r - t(r)$. Рівняння теплопровідності для i -ого шару має вигляд:

$$\frac{d^2 t_i(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt_i(r)}{dr} = 0, (r_{i-1} < r < r_i; i = \overline{1, n}) \quad (2.50)$$

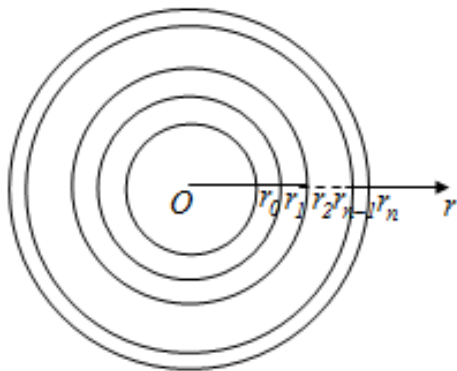


Рис.2.7. Багатошарова циліндрична стінка

Вважаємо, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт, тобто

$$t_i(r_i) = t_{i+1}(r_i); \lambda_i \frac{dt_i(r_i)}{dr} = \lambda_{i+1} \frac{dt_{i+1}(r_i)}{dr}, (i = \overline{1, n-1}). \quad (2.51)$$

Граничні умови першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях багатшарової стінки задано граничні умови:

$$t(r_0) = t_{m0}; t(r_n) = t_{mn}. \quad (2.52)$$

Величину **узагальненого коефіцієнта тепло-провідності** для n – шарового циліндра визначаємо за формулою:

$$\frac{\ln r_1 - \ln r_0}{\lambda_1} + \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{\lambda_2} + \dots + \frac{\ln r_n - \ln r_{n-1}}{\lambda_n} = \frac{\ln r_n - \ln r_0}{\lambda_y}. \quad (2.53)$$

Приведені товщини шарів циліндричної стінки дорівнюють:

$$\begin{aligned} \frac{\ln r_1 - \ln r_0}{\lambda_1} &= \frac{\ln r_{1y} - \ln r_0}{\lambda_y}; \quad \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{\lambda_2} = \frac{\ln r_{2y} - \ln r_{1y}}{\lambda_y}; \\ \frac{\ln r_n - \ln r_{n-1}}{\lambda_n} &= \frac{\ln r_{ny} - \ln r_{n-1,y}}{\lambda_y}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Просумувавши ліві та праві частини рівнянь (2.54), отримаємо, що $r_n = r_{ny}$. Вводимо нову змінну для кожного шару циліндра:

$$\begin{aligned} \frac{\ln r - \ln r_0}{\lambda_1} &= \frac{\ln r_y - \ln r_0}{\lambda_y}; \quad \frac{\ln r - \ln r_1}{\lambda_2} = \frac{\ln r_y - \ln r_{1y}}{\lambda_y}; \\ \frac{\ln r - \ln r_{n-1}}{\lambda_n} &= \frac{\ln r_y - \ln r_{n-1,y}}{\lambda_y}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Із співвідношень (2.55) отримаємо, що координата r_y для кожного шару залежить від координати r таким чином:

$$\ln r_y = \ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r}{r_0}; \quad \ln r_y = \ln r_{1y} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r}{r_{1y}};$$

$$\ln r_y = \ln r_{n-1,y} + \frac{\lambda_y}{\lambda_n} \ln \frac{r}{r_{n-1}}. \quad (2.56)$$

Диференціальні залежності між координатою r та координатою r_y на основі залежностей (2.55) матимуть вигляд:

$$dr = \frac{\lambda_1}{\lambda_y} r_0^{1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_y}} r_y^{\frac{\lambda_1}{\lambda_y} - 1} dr_y; \quad dr = \frac{\lambda_2}{\lambda_y} r_{1y}^{\frac{\lambda_2}{\lambda_y} - 1} r_y^{\frac{\lambda_2}{\lambda_y} - 1} dr_y;$$

$$dr = \frac{\lambda_n}{\lambda_y} r_{n-1}^{\frac{\lambda_n}{\lambda_y} - 1} r_y^{\frac{\lambda_n}{\lambda_y} - 1} dr_y. \quad (2.57)$$

Умови ідеального теплового контакту між шарами стінок (2.51), враховуючи (2.53) – (2.57), наберуть вигляду:

$$t_i(r_{iy}) = t_{i+1}(r_{iy}), \quad \frac{dt_i(r_{iy})}{dr_y} = \frac{dt_{i+1}(r_{iy})}{dr_y};$$

$$(i = \overline{1, n-1}). \quad (2.58)$$

Рівняння теплопровідності (2.50) в приведених координатах будуть наступні:

$$\frac{d^2 t_i(r_y)}{dr_y^2} + \frac{1}{r_y} \frac{dt_i(r_y)}{dr_y} = 0, \quad (r_{i-1,y} < r_y < r_{iy}; i = \overline{1, n}). \quad (2.59)$$

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (2.59) матиме вигляд:

$$t_i(r_y) = C_{1i} \ln r_y + C_{2i}, (r_{i-1,y} \leq r \leq r_{iy}; i = \overline{1, n}). \quad (2.60)$$

Враховуючи умови ідеального теплового контакту між приведеними шарами (2.58) та рівняння (2.60), отримаємо, що

$$C_{1i} = C_{1,i+1}, \quad C_{2i} = C_{2,i+1}; (i = \overline{1, n-1}).$$

Отже, температура введеному багатшаровому циліндрі розподіляється за законом:

$$t_i(r_y) = C_1 \ln r_y + C_2, (r_{i-1,y} \leq r_y \leq r_{iy}; i = \overline{1, n}). \quad (2.61)$$

Підставляючи рівняння (2.61) в граничні умови (2.52), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих C_1 та C_2 :

$$C_1 \ln r_0 + C_2 = t_{m0}, \quad C_1 \ln r_n + C_2 = t_{mn}.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, визначаємо сталі інтегрування

$$C_1 = \frac{t_{mn} - t_{m0}}{\ln r_n - \ln r_0}, \quad C_2 = \frac{t_{m0} \ln r_n - t_{mn} \ln r_0}{\ln r_n - \ln r_0}.$$

Тепер рівняння (2.61) набере вигляду:

$$t_i(r_y) = \frac{(t_{mn} - t_{m0}) \ln r_y + t_{m0} \ln r_n - t_{mn} \ln r_0}{\ln r_n - \ln r_0}, \quad (r_{i-1,y} \leq r_y \leq r_{iy}; i = \overline{1, n}). \quad (2.62)$$

Переходячи від приведеної координати r_y до координати r , із врахуванням (2.56), отримаємо:

$$t_i(r) = \frac{(t_{mn} - t_{m0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \dots + \frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}} \ln \frac{r_{i-1}}{r_{i-2}} + \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \ln \frac{r}{r_{i-1}} \right) + t_{m0} \ln r_n - t_{mn} \ln r_0}{\ln r_n - \ln r_0} \quad (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n}). \quad (2.63)$$

Отже, розподіл стаціонарного температурного поля в багат шаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами і граничних умов першого типу матиме вигляд (2.63).

Гradient температури дорівнює:

$$\text{grad} t_i(r) = \frac{dt_i(r)}{dr} = \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \frac{(t_{mn} - t_{m0})}{r(\ln r_n - \ln r_0)}, \quad (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n}).$$

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda_i \text{grad} t_i(r) = \lambda_y \frac{t_{m0} - t_{mn}}{r(\ln r_n - \ln r_0)}, \quad (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n}).$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через ділянку труби довжиною l , дорівнює

$$Q_i(r) = 2\pi l q \tau = 2\pi l \tau \lambda_y \frac{t_{m0} - t_{mn}}{\ln r_n - \ln r_0}.$$

Граничні умови третього типу. Визначаємо розподіл температурного поля в багат шаровому циліндрі, якщо рівняння теплопровідності для i -ого шару має вигляд (2.50) і між шарами існує ідеальний тепловий контакт (2.51).

Нехай внутрішню поверхню порожнистого багат шарового циліндра омиває рідина (газ) з температурою t_{p0} і зовнішню поверхню – рідина (газ) з температурою t_{pn} , тобто на границях порожнистого багат шарового циліндра існує конвекційний теплообмін між рідинами (газами) та тілом за законом:

$$\lambda_1 \frac{dt_1(r_0)}{dr} = \alpha_0(t_1(r_0) - t_{p0}); -\lambda_n \frac{dt_n(r_n)}{dr} = \alpha_n(t_n(r_n) - t_{pn}) \quad (2.64)$$

Переходячи до приведенного n – шарового циліндра, з використанням результатів (2.53) – (2.61) отримаємо, що температурне поле введеному n – шаровому циліндрі описується рівняннями:

$$t_i(r_y) = C_1 \ln r_y + C_2, (r_{i-1,y} \leq r_y \leq r_{iy}; i = \overline{1, n}). \quad (2.65)$$

Граничні умови (2.64), враховуючи (2.53) і (2.57), в приведених координатах наберуть вигляд:

$$\lambda_y \frac{dt_1(r_0)}{dr_y} = \alpha_0(t_1(r_0) - t_{p0}); -\lambda_y \frac{dt_n(r_n)}{dr_y} = \alpha_n(t_n(r_n) - t_{pn}). \quad (2.66)$$

Підставляючи рівняння (2.65) в граничні умови (2.66), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих C_1 та C_2 :

$$\left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right) C_1 - C_2 = -t_{m0}; \left(\frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln r_n \right) C_1 + C_2 = t_{mn}.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{pn} - t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln \frac{r_n}{r_0}},$$

$$C_2 = \frac{t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln r_n \right) + t_{pn} \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln \frac{r_n}{r_0}}.$$

Отже, температурне поле в приведеному багат шаровому циліндрі описується співвідношеннями:

$$t_i(r_y) = \frac{(t_{pn} - t_{p0}) \ln r_y + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln r_n \right) + t_{pn} \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln \frac{r_n}{r_0}}, \quad (2.67)$$

$$(r_{i-1,y} \leq r_y \leq r_{iy}; i = \overline{1, n}).$$

Використовуючи співвідношення (2.56) здійснимо перехід від приведеної координати r_y до координати r , тобто врахуємо, що

$$\ln r_y = \ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r_2}{r_1} + \dots + \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \ln \frac{r}{r_{i-1}},$$

тоді розподіл стаціонарного температурного поля в багат шаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами і граничних умов третього типу матиме вигляд:

$$t_i(r) = \frac{(t_{pn} - t_{p0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \dots + \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \ln \frac{r}{r_{i-1}} \right) + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln r_n \right) + t_{pn} \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln \frac{r_n}{r_0}}, \quad (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n}). \quad (2.68)$$

Градієнт температури дорівнює

$$\text{grad}t_i(r) = \frac{dt_i(r)}{dr} = \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \frac{(t_{pn} - t_{p0})}{r \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln \frac{r_n}{r_0} \right)}, (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n}).$$

Густина теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda_i \text{grad}t_i(r) = \lambda_y \frac{t_{p0} - t_{pn}}{r \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln \frac{r_n}{r_0} \right)}, (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n}).$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через ділянку труби довжиною l , дорівнює

$$Q_l(r) = 2\pi l q \tau = 2\pi l \tau \lambda_y \frac{t_{p0} - t_{pn}}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n \alpha_n} + \ln \frac{r_n}{r_0}}.$$

3.3. Теплова ізоляція труб. Критичний радіус ізоляції

В практичній діяльності людини виникає проблема енергозбереження, тобто потреба зменшення теплопередачі між речовиною, яка рухається всередині циліндричної труби, і навколишнім середовищем. Для цього використовують теплову ізоляцію. Покриття труби, яке збільшує термічний опір, називають **тепловою ізоляцією**. Для теплової ізоляції використовують матеріали з низьким коефіцієнтом теплопровідності.

Дослідимо вплив товщини шару ізоляційного матеріалу та його характеристик на повний термічний опір ізольованої труби. Вважаємо, що між циліндричною трубою та ізоляційним матеріалом існує ідеальний тепловий контакт.

Враховуючи результати (2.89) отримаємо, що розподіл температурного поля в другому шарі циліндричної стінки описується рівнянням

$$t_2(r) = \left((t_{p2} - t_{p0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r}{r_1} \right) + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{r_2 \alpha_2} + \ln r_2 \right) + \right. \\ \left. + t_{p2} \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right) \right) \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \ln \frac{r_2}{r_0} + \frac{\lambda_y}{r_2 \alpha_2} \right)^{-1}.$$

Густина теплового потоку, що переходить через зовнішню поверхню двошарової циліндричної стінки дорівнює

$$q_2 = -\lambda_2 \text{grad} t_2(r_2) \text{ або } q_2 = \frac{t_{p0} - t_{p2}}{r_2 \left(\frac{1}{\alpha_0 r_0} + \frac{1}{\lambda_y} \ln \frac{r_2}{r_0} + \frac{1}{\alpha_2 r_2} \right)}.$$

Оскільки $\frac{\ln \frac{r_2}{r_0}}{\lambda_y} = \frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{\lambda_1} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\lambda_2}$, то отримаємо, що густина

теплового потоку дорівнює $q_2 = \frac{t_{p0} - t_{p2}}{r_2 \left(\frac{1}{r_0 \alpha_0} + \frac{1}{r_2 \alpha_2} + \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right)}.$

Кількість теплоти, що покидає двошарову циліндричну стінку довжиною 1 метр визначаємо за формулою

$$Q_1 = 2\pi r_2 1 q \tau.$$

Підставляючи значення густини теплового потоку, отримаємо

$$Q_1 = \frac{2\pi(t_{p0} - t_{p2})\tau}{\frac{1}{r_0 \alpha_0} + \frac{1}{r_2 \alpha_2} + \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Величину термічного опору запишемо як функцію зовнішнього радіуса ізоляції, тобто

$$R(r_2) = \frac{1}{r_0 \alpha_0} + \frac{1}{r_2 \alpha_2} + \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Дослідимо цю функцію на екстремум. Візьмемо похідну по r_2 і отримаємо $\frac{dR(r_2)}{dr_2} = -\frac{1}{r_2^2 \alpha_2} + \frac{1}{\lambda_2 r_2}$. Ця похідна матиме нульове значення якщо $r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$. Друга похідна від цієї функції

в точці $r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$ матиме значення $\frac{d^2 R(r_2)}{dr_2^2} = \frac{2}{r_2^3 \alpha_2} - \frac{1}{r_2^2 \lambda_2} = \frac{\alpha_2^3}{\lambda_2^4} > 0$.

Оскільки $R''\left(\frac{\lambda_2}{\alpha_2}\right) > 0$, то термічний опір в точці $r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$

матиме мінімальне значення і тепловий потік досягає максимальної величини.

Зовнішній радіус теплоізоляційної труби, який дорівнює величині

$$r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}, \quad (2.69)$$

називають **критичним радіусом**.

Отже, можна зробити такі висновки:

– якщо зовнішній радіус теплоізолюваної труби менший від критичного радіуса для вибраного ізоляційного матеріалу, то під час збільшення товщини теплоізоляційного шару теплові втрати зростають;

– якщо зовнішній радіус теплоізолюваної труби дорівнює або більший від критичного радіуса для вибраного теплоізоляційного матеріалу, то під час збільшенні товщини теплоізоляційного шару теплові втрати зменшуються.

3.4. Температурне поле в багатошаровій сферичній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами

Розглядаємо сферичну стінку яка складається з n шарів (рис. 2.8). Товщини шарів відповідно дорівнюють $r_1 - r_0; r_2 - r_1; \dots; r_n - r_{n-1}$. Вважаємо, що багатошарова сферична стінка порожниста, тобто $r_0 \neq 0$. Нехай внутрішня та зовнішня поверхні багатошарової сферичної стінки є ізотермічними поверхнями і внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$, тоді температурне поле є функцією тільки від координати $r - t(r)$. Рівняння теплопровідності для i -ого шару сферичної стінки має вигляд:

$$\frac{d^2(rt_i(r))}{dr^2} = 0 \text{ або } \frac{d^2t_i(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dt_i(r)}{dr} = 0 (r_{i-1} < r < r_i; i = \overline{1, n}). \quad (2.70)$$

Вважаємо, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт, тобто $t_i(r_i) = t_{i+1}(r_i)$; $\lambda_i \frac{dt_i(r_i)}{dr} = \lambda_{i+1} \frac{dt_{i+1}(r_i)}{dr}$,
 $(i = \overline{1, n-1})$. (2.71)

Гранична умова першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях багатошарової сферичної стінки задано умови:

$$t(r_0) = t_{m0}; \quad t(r_n) = t_{mn}. \quad (2.72)$$

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності λ_y
 для n – шарової сфери визначаємо за формулою

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} + \dots + \frac{r_n - r_{n-1}}{\lambda_n r_n r_{n-1}} = \frac{r_n - r_0}{\lambda_y r_n r_0}. \quad (2.73)$$

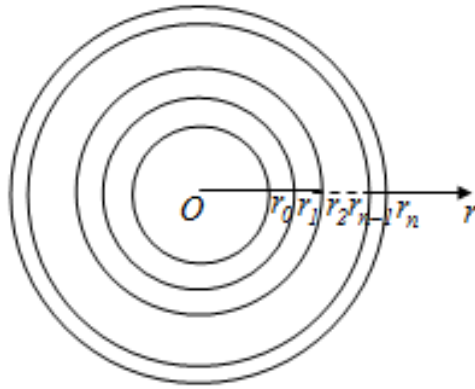


Рис. 2.8. Схема багатошарової сферичної стінки

Використовуючи узагальнений коефіцієнт теплопровідності λ_y визначаємо приведені товщини багатошарової порожнистої сфери через співвідношення:

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} = \frac{r_{1y} - r_0}{\lambda_y r_{1y} r_0};$$

$$\frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} = \frac{r_{2y} - r_{1y}}{\lambda_y r_{2y} r_{1y}}; \dots; \frac{r_n - r_{n-1}}{\lambda_n r_n r_{n-1}} = \frac{r_{ny} - r_{n-1,y}}{\lambda_y r_{ny} r_{n-1,y}}. \quad (2.74)$$

Склавши окремо ліві і праві частини рівностей (2.74), та враховуючи (2.73), отримаємо, що

$$\frac{r_n - r_0}{\lambda_y r_n r_0} = \frac{r_{ny} - r_0}{\lambda_y r_{ny} r_0},$$

$$\text{тобто } r_n = r_{ny}. \quad (2.75)$$

Вводимо нову координату для кожного приведенного шару сфери:

$$\frac{r-r_0}{\lambda_1 r r_0} = \frac{\rho_{1y}-r_0}{\lambda_y \rho_{1y} r_0}; \quad \frac{r-r_1}{\lambda_2 r r_1} = \frac{\rho_{2y}-r_1}{\lambda_y \rho_{2y} r_1}; \dots; \frac{r-r_{n-1}}{\lambda_n r r_{n-1}} = \frac{\rho_{ny}-r_{n-1,y}}{\lambda_y \rho_{ny} r_{n-1,y}}, \quad (2.76)$$

де ρ_{iy} приведена координата для i - ого приведенного шару.

Із цих співвідношень отримаємо залежність між приведеною координатою ρ_{iy} і біжучою координатою r , тобто

$$\rho_{iy} = \frac{\lambda_i r_{i-1} r_{i-1,y} r}{(\lambda_i r_{i-1} - \lambda_y r_{i-1,y}) r + \lambda_y r_{i-1} r_{i-1,y}}, \quad (i = \overline{1, n}). \quad (2.77)$$

Диференціальна залежність між біжучою координатою r і приведеною координатою ρ_{iy} така:

$$dr = \frac{\lambda_i}{\lambda_y} \frac{r^2}{\rho_{iy}^2} d\rho_{iy} \quad (i = \overline{1, n}). \quad (2.78)$$

Умови ідеального теплового контакту (2.71) для приведеної сфери запишуться у вигляді:

$$t_i(r_{iy}) = t_{i+1}(r_{iy}), \quad (i = \overline{1, n-1}), \quad (2.79)$$

а іншу умову ідеального теплового контакту (71), враховуючи (78), запишемо у вигляді

$$\frac{\lambda_i dt_i(r_{iy})}{\lambda_y \frac{r_i^2}{r_{iy}^2} d\rho_{iy}} = \frac{\lambda_{i+1} dt_{i+1}(r_{iy})}{\lambda_y \frac{r_{i+1}^2}{r_{iy}^2} d\rho_{i+1,y}} \quad \text{або} \quad \frac{dt_i(r_{iy})}{d\rho_{iy}} = \frac{dt_{i+1}(r_{iy})}{d\rho_{i+1,y}} \quad (i = \overline{1, n-1}) \quad (2.80)$$

Рівняння теплопровідності для кожного приведенного шару сфери набирає вигляду:

$$\frac{d^2 t_i(\rho_{iy})}{d\rho_{iy}^2} + \frac{2}{\rho_{iy}} \frac{dt_i(\rho_{iy})}{d\rho_{iy}} = 0 \quad (r_{i-1,y} < \rho_{iy} < r_{iy}; i=\overline{1,n}). \quad (2.81)$$

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (2.81) такий:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{C_{1i}}{\rho_{iy}} + C_{2i}, \quad (r_{i-1,y} \leq \rho_{iy} \leq r_{iy}; i=\overline{1,n}). \quad (2.82)$$

Враховуючи умови ідеального теплового контакту між шарами (2.79), (2.80) отримаємо $2(n-1)$ рівнянь для встановлення залежностей між сталими C_{1i} та C_{2i}

$$\frac{C_{1i}}{r_{iy}} + C_{2i} = \frac{C_{1,i+1}}{r_{iy}} + C_{2,i+1}; \quad -\frac{C_{1i}}{r_{iy}^2} = \frac{C_{1,i+1}}{r_{iy}^2}; \quad (i=\overline{1,n-1}).$$

Із цієї системи рівнянь отримаємо, що

$$C_{1i} = C_{1,i+1} \text{ та } C_{2i} = C_{2,i+1}, \quad (i=\overline{1,n-1}).$$

Отже, можна вважати, що $C_{1i} = C_1; C_{2i} = C_2 \quad (i=\overline{1,n})$.

Тепер розподіл температурного поля в приведеній n -шаровій сфері матиме вигляд:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{C_1}{\rho_{iy}} + C_2, \quad (r_{i-1,y} \leq \rho_{iy} \leq r_{iy}; i=\overline{1,n}) \quad (2.83)$$

Сталі C_1 та C_2 визначаємо із граничних умов (2.72), котрі враховуючи (2.83) запишуться у вигляді системи рівнянь:

$$\frac{C_1}{r_0} + C_2 = t_{m0}; \quad \frac{C_1}{r_n} + C_2 = t_{mn}.$$

Розв'язуючи дану систему рівнянь отримаємо, що сталі дорівнюють:

$$C_1 = \frac{(t_{mn} - t_{m0})r_0 r_n}{r_0 - r_n}; \quad C_2 = \frac{t_{m0}r_0 - t_{mn}r_n}{r_0 - r_n}.$$

Враховуючи значення сталих C_1 та C_2 , розподіл температурного поля в приведеній сфері такий:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{(t_{mn} - t_{m0})r_0 r_n}{(r_0 - r_n)\rho_{iy}} + \frac{t_{m0}r_0 - t_{mn}r_n}{r_0 - r_n};$$

$$(r_{i-1,y} \leq \rho_{iy} \leq r_{iy}; i = \overline{1, n}).$$

Залежність між приведеною координатою ρ_{iy} та біжучою координатою r , враховуючи співвідношення (2.76) та (2.77), наступна:

$$\frac{1}{\rho_{iy}} = \frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \dots + \frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}} \left(\frac{1}{r_{i-1}} - \frac{1}{r_{i-2}} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{i-1}} \right). \quad (2.84)$$

Отже, розподіл **стаціонарного температурного поля** в n -шаровій сфері, якщо між шарами існує **ідеальний тепловий контакт** та задано **граничні умови першого типу**, матиме вигляд:

$$t_i(r) = \frac{r_0 r_n (t_{mn} - t_{m0})}{r_0 - r_n} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \dots + \frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}} \left(\frac{1}{r_{i-1}} - \frac{1}{r_{i-2}} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{i-1}} \right) \right) +$$

$$+ \frac{t_{m0}r_0 - t_{mn}r_n}{r_0 - r_n}. \quad (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n}). \quad (2.85)$$

Гранична умова третього типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях багатшарової стінки задано конвекційний теплообмін із навколишнім середовищем, тобто:

$$\begin{aligned}\lambda_1 \frac{dt_1(r_0)}{dr} - \alpha_0 [t_1(r_0) - t_{p0}] &= 0; \\ \lambda_n \frac{dt_n(r_n)}{dr} + \alpha_n [t_n(r_n) - t_{pn}] &= 0.\end{aligned}\quad (2.86)$$

Як показано вище, розподіл температурного поля в приведеній сфері має вигляд (2.83), тобто:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{C_1}{\rho_{iy}} + C_2, (r_{i-1,y} \leq \rho_i \leq r_{iy}, i=\overline{1,n}).$$

Сталі C_1 , C_2 необхідно визначити з граничних умов (2.86). Ці умови в приведених координатах, враховуючи (2.78), наберуть вигляду:

$$\begin{aligned}\lambda_y \frac{dt_1(r_0)}{d\rho_{1y}} - \alpha_0 [t_1(r_0) - t_{p0}] &= 0; \\ \lambda_y \frac{dt_n(r_n)}{d\rho_{ny}} + \alpha_n [t_n(r_n) - t_{pn}] &= 0.\end{aligned}\quad (2.87)$$

Підставляючи (2.83) в (2.87) отримаємо систему алгебраїчних рівнянь для визначення C_1 і C_2 :

$$\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right) C_1 + C_2 = t_{p0}; \quad \left(-\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} + \frac{1}{r_n} \right) C_1 + C_2 = t_{pn}.$$

Розв'язуючи цю систему відносно C_1 і C_2 отримаємо:

$$C_1 = \frac{t_{p0} - t_{pn}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_n}};$$

$$C_2 = \frac{t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} - \frac{1}{r_n} \right) + t_{pn} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_n}}.$$

Підставляючи значення сталих C_1 та C_2 в (2.83), отримаємо розподіл температурного поля в приведеній сфері:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{(t_{p0} - t_{pn}) \frac{1}{\rho_{iy}} + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} - \frac{1}{r_n} \right) + t_{pn} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_n}},$$

$$(r_{i-1,y} \leq \rho_i \leq r_{iy}, i = \overline{1, n}) \quad (2.88)$$

Враховуючи співвідношення (2.84), розподіл **стаціонарного температурного поля** в n -шаровій сфері за наявності **ідеального теплового контакту** між шарами та **граничних умов третього типу** матиме вигляд:

$$t_i(r) = \frac{1}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_n}} \left\{ (t_{p0} - t_{pn}) \left[\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \dots + \frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}} \left(\frac{1}{r_{i-1}} - \frac{1}{r_{i-2}} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{\lambda_y}{\lambda_i} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{i-1}} \right) \right] + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2} - \frac{1}{r_n} \right) + t_{pn} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right) \right\}, (r_{i-1} \leq r \leq r_i; i = \overline{1, n})$$

$$(2.89)$$

3.5. Методика розв'язування задач

Задача 1. Чотиришарова плоска стінка складається з важкого бетону на гранітному заповнювачі, глини, червоної цегли і пінопласту, товщини яких відповідно дорівнюють: $l_1 = 20\text{см}$, $l_2 - l_1 = 10\text{см}$, $l_3 - l_2 = 25\text{см}$ і $l_4 - l_3 = 5\text{см}$. Температура на одній зовнішній поверхні стінки $t_{m0} = 800^\circ\text{C}$, а на другій – $t_{m4} = 25^\circ\text{C}$. Коефіцієнти теплопровідності важкого бетону $\lambda_1 = 1,2 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, глини – $\lambda_2 = 1,4 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, червоної цегли – $\lambda_3 = 0,455 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ і пінопласту – $\lambda_4 = 0,04 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. Визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій плоскій стінці та густину теплового потоку. Розв'язати цю задачу враховуючи, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для чотиришарової плоскої стінки визначаємо за формулою (36),

$$\text{тобто } \frac{l_4}{\lambda_y} = \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{l_3 - l_2}{\lambda_3} + \frac{l_4 - l_3}{\lambda_4}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\frac{0,6}{\lambda_y} = \frac{0,2}{1,2} + \frac{0,1}{1,4} + \frac{0,25}{0,455} + \frac{0,05}{0,04},$$

$$\text{тобто } \lambda_y = 0,2945 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Розподіл температурного поля в шарах плоскої стінки за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов першого типу визначаємо за формулою (2.47).

Отже, розподіл температурного поля по товщині першого шару стінки дорівнює:

$$t_1(x) = \frac{(t_{m4} - t_{m0})\lambda_y x}{l_4 \lambda_1} + t_{m0}, (0 \leq x \leq l_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_1(x) = \frac{(25 - 800) \cdot 0,2945x}{0,6 \cdot 1,2} + 800$$

$$\text{або } t_1(x) = -316,97x + 800, (0 \leq x \leq 0,2).$$

Температура на граничних поверхнях першого шару дорівнює

$$t_1(0) = 800^\circ \text{C}, t_1(0,2) = 736,6^\circ \text{C}.$$

Густина теплового потоку дорівнює

$$q_1 = -\lambda_1 \text{grad} t_1(x), \text{ тобто } q_1 = -1,2 \cdot (-316,97) = 380,36 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині другого шару стінки такий:

$$t_2(x) = \frac{(t_{m4} - t_{m0})\lambda_y}{l_4} \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{x - l_1}{\lambda_2} \right) + t_{m0},$$

$$(l_1 \leq x \leq l_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_2(x) = \frac{(25 - 800) \cdot 0,2945}{0,6} \left(\frac{0,2}{1,2} + \frac{x - 0,2}{1,4} \right) + 800$$

$$\text{або } t_2(x) = -271,38x + 790,94, (0,2 \leq x \leq 0,3).$$

Температура на граничних поверхнях другого шару дорівнює $t_2(0,2) = 736,6^\circ \text{C}$, $t_2(0,3) = 709,44^\circ \text{C}$.

Густина теплового потоку дорівнює
 $q_2 = -\lambda_2 \text{grad} t_2(x)$, тобто

$$q_2 = -1,4 \cdot (-271,68) = 380,36 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині третього шару стінки такий:

$$t_3(x) = \frac{(t_{m4} - t_{m0})\lambda_y}{l_4} \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{x - l_2}{\lambda_3} \right) + t_{m0}, (l_2 \leq x \leq l_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_3(x) = \frac{(25 - 800) \cdot 0,2945}{0,6} \left(\frac{0,2}{1,2} + \frac{0,1}{1,4} + \frac{x - 0,3}{0,455} \right) + 800,$$

$$\text{або } t_3(x) = -835,955x + 960,22, (0,3 \leq x \leq 0,55).$$

Температура на граничних поверхнях третього шару стінки дорівнює $t_3(0,3) = 709,44^\circ \text{C}$, $t_3(0,55) = 500,45^\circ \text{C}$.

Густина теплового потоку $q_3 = -\lambda_3 \text{grad} t_3(x)$, тобто

$$q_3 = -0,455 \cdot (-835,95) = 380,36 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині четвертого шару стінки такий:

$$t_4(x) = \frac{(t_{m4} - t_{m0})\lambda_y}{l_4} \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{l_3 - l_2}{\lambda_3} + \frac{x - l_3}{\lambda_4} \right) + t_{m0},$$

$$(l_3 \leq x \leq l_4).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_4(x) = \frac{(25 - 800) \cdot 0,2945}{0,6} \left(\frac{0,2}{1,2} + \frac{0,1}{1,4} + \frac{0,25}{0,455} + \frac{x - 0,55}{0,04} \right) + 800,$$

$$\text{або } t_4(x) = -9508,99x + 5730,39, (0,55 \leq x \leq 0,6).$$

Температура на граничних поверхнях четвертого шару стінки дорівнює $t_4(0,55) = 500,45^\circ \text{C}$, $t_4(0,6) = 25^\circ \text{C}$.

Густина теплового потоку $q_4 = -\lambda_4 \text{grad} t_4(x)$, тобто

$$q_4 = -0,04 \cdot (-9508,99) = 380,36 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Задача 2. Чотиришарова плоска стінка складається з важкого бетону на гранітному заповнювачі, керамзитобетону, пористілої цегли і вапняної штукатурки. Товщини яких відповідно дорівнюють: $l_1 = 25 \text{ см}$, $l_2 - l_1 = 20 \text{ см}$, $l_3 - l_2 = 25 \text{ см}$ і $l_4 - l_3 = 5 \text{ см}$.

Коефіцієнти теплопровідності важкого бетону $\lambda_1 = 1,42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, керамзитобетону – $\lambda_2 = 0,39 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, пористілої цегли – $\lambda_3 = 0,44 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ і вапняної штукатурки – $\lambda_4 = 0,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

На зовнішніх поверхнях чотиришарової стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температури яких дорівнюють $t_{p0} = 375^\circ \text{C}$ і $t_{p4} = 20^\circ \text{C}$, а коефіцієнти теплообміну – $\alpha_0 = 16 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ і $\alpha_4 = 8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$.

Визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій плоскій стінці та густину теплового потоку. Розв'язати цю задачу враховуючи, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для чотиришарової стінки визначаємо за формулою (2.36), тобто

$$\frac{l_4}{\lambda_y} = \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{l_3 - l_2}{\lambda_3} + \frac{l_4 - l_3}{\lambda_4}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо $\frac{0,75}{\lambda_y} = \frac{0,25}{1,42} + \frac{0,2}{0,39} + \frac{0,25}{0,44} + \frac{0,05}{0,7}$, тобто $\lambda_y = 0,5646 \frac{Bm}{m \cdot K}$.

Розподіл температурного поля по шарах плоскої стінки за наявності ідеальному тепловому контакті між шарами та граничних умов третього типу визначаємо за формулою (2.49).

Отже, розподіл температурного поля по товщині першого шару стінки дорівнює:

$$t_1(x) = \frac{(t_{p4} - t_{p0}) \frac{\lambda_y x}{\lambda_1} + \frac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0} + \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4 \right) t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4}, \quad (0 \leq x \leq l_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_1(x) = \frac{(20 - 375) \frac{0,5646x}{1,42} + \frac{0,5646 \cdot 20}{16} + \left(\frac{0,5646}{8} + 0,75 \right) 375}{\frac{0,5646}{16} + \frac{0,5646}{8} + 0,75},$$

$$\text{або } t_1(x) = -164,913x + 360,37, \quad (0 \leq x \leq 0,25).$$

Температура на граничних поверхнях першого шару дорівнює $t_1(0) = 360,37^\circ C$, $t_1(0,25) = 319,14^\circ C$.

Густина теплового потоку дорівнює $q_1 = -\lambda_1 \text{grad} t_1(x)$, тобто

$$q_1 = -1,42 \cdot (-164,913) = 234,17 \frac{Bm}{m^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині другого шару стінки дорівнює:

$$t_2(x) = \frac{(t_{p4} - t_{p0})\lambda_y \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{x - l_1}{\lambda_2} \right) + \frac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0} + \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4 \right) t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4},$$

$$(l_1 \leq x \leq l_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_2(x) = \frac{(20 - 375) \cdot 0,5646 \left(\frac{0,25}{1,42} + \frac{x - 0,25}{0,39} \right) + \frac{0,5646 \cdot 20}{16} + \left(\frac{0,5646}{8} + 0,75 \right) 375}{\frac{0,5646}{16} + \frac{0,5646}{8} + 0,75}$$

$$\text{або } t_2(x) = -600,438x + 469,25, \quad (0,25 \leq x \leq 0,45).$$

Температура на граничних поверхнях другого шару дорівнює $t_2(0,25) = 319,14^\circ \text{C}$, $t_2(0,45) = 199,05^\circ \text{C}$.
Густина теплового потоку дорівнює $q_2 = -\lambda_2 \text{grad} t_2(x)$,
тобто

$$q_2 = -0,39 \cdot (-600,438) = 234,17 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині третього шару стінки такий:

$$t_3(x) = \frac{(t_{p4} - t_{p0})\lambda_y \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{x - l_2}{\lambda_3} \right) + \frac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0} + \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4 \right) t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4},$$

$$(l_2 \leq x \leq l_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_3(x) = -532,206x + 438,54, \quad (0,45 \leq x \leq 0,7).$$

Температура на граничних поверхнях третього шару дорівнює $t_3(0,45) = 199,05^\circ \text{C}$, $t_3(0,7) = 66^\circ \text{C}$.

Густина теплового потоку дорівнює $q_3 = -\lambda_3 \text{grad} t_3(x)$, тобто $q_3 = -0,44 \cdot (-532,2) = 234,17 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Розподіл температурного поля по товщині четвертого шару стінки такий:

$$t_4(x) = \frac{(t_{p4} - t_{p0}) \lambda_y \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{l_3 - l_2}{\lambda_3} + \frac{x - l_3}{\lambda_4} \right) + \frac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0} + \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4 \right) t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4} + l_4} \quad (l_3 \leq x \leq l_4).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_4(x) = -334,53x + 300,17, \quad (0,7 \leq x \leq 0,75).$$

Температура на граничних поверхнях четвертого шару така $t_4(0,7) = 66^\circ \text{C}$, . Густина теплового потоку дорівнює

$$q_4 = -\lambda_4 \text{grad} t_4(x), \quad \text{тобто} \quad q_4 = -0,7 \cdot (-334,53) = 234,17 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Задача 3. Тришарова циліндрична стінка складається з шару бетону піщаного, сталюого шару та шару мінеральної вати. Розміри яких відповідно дорівнюють $r_0 = 0,25 \text{ м}$, $r_1 = 0,35 \text{ м}$, $r_2 = 0,4 \text{ м}$, $r_3 = 0,6 \text{ м}$.

Коефіцієнти теплопровідності

$$\text{бетону піщаного} - \lambda_1 = 1,25 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$\text{сталі} - \lambda_2 = 52 \frac{Bm}{m \cdot K},$$

$$\text{мінеральної вати} \lambda_3 = 0,056 \frac{Bm}{m \cdot K}.$$

Між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Визначити розподіл температурного поля по товщині тришарової циліндричної стінки та кількість теплоти, яка передається за добу в навколишнє середовище з циліндричної стінки довжиною $l = 8m$, якщо температура на внутрішній стінці стінки $t_{m0} = 170^{\circ}C$ і на зовнішній $t_{m3} = 16^{\circ}C$.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для циліндричної стінки за наявності ідеального теплового контакту між шарами визначається за формулою (2.53).

Для випадку тришарової циліндричної стінки він дорівнює:

$$\frac{\ln r_3 - \ln r_0}{\lambda_y} = \frac{\ln r_1 - \ln r_0}{\lambda_1} + \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{\lambda_2} + \frac{\ln r_3 - \ln r_2}{\lambda_3}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\frac{\ln 0,6 - \ln 0,25}{\lambda_y} = \frac{\ln 0,35 - \ln 0,25}{1,25} + \frac{\ln 0,4 - \ln 0,35}{52} + \frac{\ln 0,6 - \ln 0,4}{0,056}$$

$$\text{і } \lambda_y = 0,1165 \frac{Bm}{m \cdot K}.$$

Розподіл температурного поля в багат шаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов першого типу визначаємо за формулою (2.63).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі циліндричної стінки такий:

$$t_1(r) = \frac{(t_{m3} - t_{m0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r}{r_0} \right) + t_{m0} \ln r_3 - t_{m3} \ln r_0}{\ln r_3 - \ln r_0}, (r_0 \leq r \leq r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_1(r) = \frac{(16 - 170) \left(\ln 0,25 + \frac{0,1165}{1,25} \ln \frac{r}{0,25} \right) + 170 \ln 0,6 - 16 \ln 0,25}{\ln 0,6 - \ln 0,25}$$

$$\text{або } t_1(r) = -16,4 \ln r + 147,265, (0,25 \leq r \leq 0,35).$$

Температура на граничних поверхнях шару з бетону піщаного дорівнює

$$t_1(0,25) = -16,4 \ln 0,25 + 147,265 = 170^{\circ} \text{C} \text{ і } t_1(0,35) = 164,5^{\circ} \text{C}.$$

Густина теплового потоку в першому шарі циліндричної стінки дорівнює

$$q_1(r) = -\lambda_1 \text{grad} t_1(r) = -1,25 \frac{(-16,4)}{r}, \text{ тобто } q_1(r) = \frac{20,5}{r}.$$

Кількість теплоти, яка переходить за час τ через перший шар циліндричної стінки довжиною l , визначається за формулою $Q_l = 2\pi l q \tau$. Отже, за добу через перший шар циліндричної труби довжиною $l = 8 \text{ м}$ переходить така кількість теплоти:

$$Q_8 = 2\pi 8 \frac{20,5}{r} 24 \cdot 3600 = 89030 \text{ кДж}.$$

Розподіл температурного поля в другому шарі циліндричної стінки визначається за формулою

$$t_2(r) = \frac{(t_{m3} - t_{m0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r}{r_1} \right) + t_{m0} \ln r_3 - t_{m3} \ln r_0}{\ln r_3 - \ln r_0},$$

$$(r_1 \leq r \leq r_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_2(r) = \frac{(16 - 170) \left(\ln 0,25 + \frac{0,1165}{1,25} \ln \frac{0,35}{0,25} + \frac{0,1165}{52} \ln \frac{r}{0,35} \right) + 170 \ln 0,6 - 16 \ln 0,25}{\ln 0,6 - \ln 0,25}$$

$$\text{або } t_2(r) = -0,394 \ln r + 164,06835, (0,35 \leq r \leq 0,4).$$

Температури на граничних поверхнях сталю шару дорівнюють

$$t_2(0,35) = 164,5^{\circ} \text{C} \text{ і } t_2(0,4) = 164,43^{\circ} \text{C}.$$

Густина теплового потоку в другому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_2(r) = -\lambda_2 \text{grad} t_2(r) = -52 \frac{(-0,394)}{r}$,

$$\text{тобто } q_2(r) = \frac{20,5}{r}.$$

Кількість теплоти, яка переходить за добу через другий шар циліндричної стінки довжиною $l = 8 \text{ м}$, така

$$Q_8 = 2\pi \cdot 8 \cdot \frac{20,5}{r} \cdot 24 \cdot 3600 = 89030 \text{ кДж}.$$

Розподіл температурного поля в третьому шарі циліндричної стінки визначається за формулою

$$t_3(r) = \frac{(t_{m3} - t_{m0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\lambda_y}{\lambda_3} \ln \frac{r}{r_2} \right) + t_{m0} \ln r_3 - t_{m3} \ln r_0}{\ln r_3 - \ln r_0},$$

$$(r_1 \leq r \leq r_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_3(r) = -366 \ln r - 171 \quad (0,4 \leq r \leq 0,6).$$

Температура на граничних поверхнях шару з мінеральної вати дорівнює $t_2(0,4) = 164,43^\circ \text{C}$ і $t_2(0,6) = 16^\circ \text{C}$.

Густина теплового потоку в третьому шарі циліндричної стінки дорівнює

$$q_3(r) = -\lambda_3 \text{grad} t_3(r) = -0,056 \frac{(-366)}{r}, \text{ тобто } q_3(r) = \frac{20,5}{r}.$$

Кількість теплоти, яка переходить за добу через третій шар циліндричної стінки довжиною $l = 8 \text{ м}$, дорівнює

$$Q_8 = 2\pi \cdot 8 \cdot \frac{20,5}{r} \cdot 24 \cdot 3600 = 89030 \text{ кДж}.$$

Задача 4. Визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій циліндричній стінці, якщо середня температура газу в середині циліндра $t_{p0} = 800^\circ \text{C}$, а зовні – стінка обдувається повітрям температура якого $t_{p4} = 20^\circ \text{C}$. Перший шар – стальна труба розміри якої $r_0 = 0,2 \text{ м}$ і $r_1 = 0,25 \text{ м}$; другий шар – сухий пісок, розміри якого $r_1 = 0,25 \text{ м}$ і $r_2 = 0,3 \text{ м}$; третій шар виготовлено з міді, розміри якого $r_2 = 0,3 \text{ м}$ і $r_3 = 0,35 \text{ м}$; четвертий шар виготовлено із мінеральної вати, розміри якого $r_3 = 0,35 \text{ м}$ і $r_4 = 0,4 \text{ м}$. Коефіцієнт тепловіддачі від газу до внутрішньої чотиришарової циліндричної стінки $\alpha_0 = 35 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$, а від зовнішньої поверхні мінеральної вати до повітря – $\alpha_4 = 5,8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$.

Між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Коефіцієнт теплопровідності для сталі описується законом $\lambda_1(t) = 58 - 0,042t$ і тому теплопровідність сталі з температурою 800°C дорівнює

$$\lambda_1(800) = 58 - 0,042 \cdot 800 = 24,4 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Коефіцієнти теплопровідності

сухого піску – $\lambda_2 = 0,35 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}},$

міди – $\lambda_3 = 393 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}},$

мінеральної вати – $\lambda_4 = 0,056 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для багатошарової циліндричної стінки, враховуючи (2.53), визначається за формулою

$$\frac{\ln \frac{r_4}{r_0}}{\lambda_y} = \frac{\ln \frac{r_1}{r_0}}{\lambda_1} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\lambda_2} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{\lambda_3} + \frac{\ln \frac{r_4}{r_3}}{\lambda_4}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\frac{\ln \frac{0,4}{0,2}}{\lambda_y} = \frac{\ln \frac{0,25}{0,2}}{24,4} + \frac{\ln \frac{0,3}{0,25}}{0,35} + \frac{\ln \frac{0,35}{0,3}}{393} + \frac{\ln \frac{0,4}{0,35}}{0,056}$$

$$\text{або } \lambda_y = 0,23779 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Розподіл температурного поля в багат шаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов третього типу визначаємо за формулою (2.68).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі такий

$$t_1(r) = \frac{(t_{p4} - t_{p0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r}{r_0} \right) + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{r_4 \alpha_4} + \ln r_4 \right) + t_{p4} \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_4 \alpha_4} + \ln \frac{r_4}{r_0}},$$

$$(r_0 \leq r \leq r_1).$$

Підставляючи дані отримаємо

$$t_1(r) = -9,163 \ln r + 753,315, (0,2 \leq r \leq 0,25).$$

Температури на граничних поверхнях сталюого шару дорівнюють $t_1(0,2) = 768,06^\circ \text{C}$ і $t_1(0,25) = 766,02^\circ \text{C}$.

Густина теплового потоку в першому шарі циліндричної стінки дорівнює

$$q_1(r) = -\lambda_1 \text{grad} t_1(r) = -24,4 \frac{(-9,163)}{r}, \text{ тобто } q_1(r) = \frac{223,57}{r}.$$

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через перший шар циліндричної стінки довжиною $l = 1 \text{ м}$, така

$$Q_1 = 2\pi l \frac{223,57}{r} \cdot 3600 = 5057 \text{ кДж}.$$

Розподіл температурного поля в другому шарі ($r_1 \leq r \leq r_2$) циліндричної стінки визначається за формулою

$$t_2(r) = \frac{(t_{p4} - t_{p0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r}{r_1} \right) + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{r_4 \alpha_4} + \ln r_4 \right) + t_{p4} \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_4 \alpha_4} + \ln \frac{r_4}{r_0}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_2(r) = -638,772 \ln r - 119,509, (0,25 \leq r \leq 0,3).$$

Температури на граничних поверхнях шару виконаного з піску дорівнюють

$$t_2(0,25) = 766,02^{\circ}C \text{ і } t_2(0,3) = 649,555^{\circ}C.$$

Густина теплового потоку в другому шарі циліндричної стінки дорівнює

$$q_2(r) = -\lambda_2 \text{grad} t_2(r) = -0,35 \frac{(-638,772)}{r}, \text{ тобто } q_2(r) = \frac{223,57}{r}.$$

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через другий шар циліндричної стінки довжиною $l = 1\text{ м}$, наступна

$$Q_1 = 2\pi l \frac{223,57}{r} \cdot 3600 = 5057 \text{ кДж}.$$

Розподіл температурного поля в третьому шарі визначається за формулою

$$t_3(r) = \frac{(t_{p4} - t_{p0}) \left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\lambda_y}{\lambda_3} \ln \frac{r}{r_2} \right) + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{r_4 \alpha_4} + \ln r_4 \right) + t_{p4} \left(\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} - \ln r_0 \right)}{\frac{\lambda_y}{r_0 \alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_4 \alpha_4} + \ln \frac{r_4}{r_0}}$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_3(r) = -0,569 \ln r + 648,87, (0,3 \leq r \leq 0,35).$$

Температури на граничних поверхнях шару виконаного з міді дорівнюють

$$t_3(0,3) = 649,555^{\circ}C \text{ і } t_3(0,35) = 649,467^{\circ}C.$$

Густина теплового потоку в третьому шарі циліндричної стінки дорівнює

$$q_3(r) = -\lambda_3 \text{grad} t_3(r) = -393 \frac{(-0,56888)}{r}, \text{ тобто } q_3(r) = \frac{223,57}{r}.$$

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через третій шар циліндричної стінки довжиною $l = 1\text{м}$, така

$$Q_1 = 2\pi l \frac{223,57}{r} \cdot 3600 = 5057 \text{кДж}.$$

Розподіл температурного поля в четвертому шарі дорівнює

$$t_4(r) = -3992,32 \ln r - 3541,76, \quad (0,35 \leq r \leq 0,4).$$

Температура на граничних поверхнях шару виконаного з мінеральної вати дорівнює

$$t_4(0,35) = 649,47^\circ \text{C} \text{ і } t_4(0,4) = 116,37^\circ \text{C}.$$

Густина теплового потоку в четвертому шарі циліндричної стінки дорівнює

$$q_4(r) = -\lambda_4 \text{grad} t_4(r) = -0,056 \frac{(-3992,32)}{r}, \text{ тобто } q_4(r) = \frac{223,57}{r}.$$

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через четвертий шар циліндричної стінки довжиною $l = 1\text{м}$, така

$$Q_1 = 2\pi l \frac{223,57}{r} \cdot 3600 = 5057 \text{кДж}.$$

Характерною особливістю цієї циліндричної чотиришарової стінки є те, що зміна величини температури в шарі виконаному з міді незначна.

Задача 5. Визначити критичний радіус теплоізоляції, виготовленої з різних матеріалів, яка накладається на циліндричну трубу. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею теплоізоляції та навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_2 = 5,81 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Коефіцієнт теплопровідності

азбесту $\lambda_2 = 0,157 \frac{Вт}{м \cdot К}$;

глини – $\lambda_2 = 0,93 \frac{Вт}{м \cdot К}$;

вати мінеральної – $\lambda_2 = 0,056 \frac{Вт}{м \cdot К}$;

гуми технічної – $\lambda_2 = 0,146 \frac{Вт}{м \cdot К}$.

Тепловий потік досягає максимального значення, якщо зовнішній радіус теплоізоляційного шару дорівнює критичному радіусу (69), тобто величині $r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$.

Величина критичного радіуса для

азбесту $r_2 = \frac{0,157}{5,81} = 0,027 м$;

для глини $r_2 = \frac{0,93}{5,81} = 0,16 м$;

для мінеральної вати $r_2 = \frac{0,056}{5,81} = 0,0096 м$;

для гуми технічної $r_2 = \frac{0,146}{5,81} = 0,025 м$.

Отже, якщо зовнішній радіус ізольованої труби менший від критичного радіуса, для вибраного теплоізоляційного матеріалу, то при збільшенні товщини ізоляційного шару

теплові втрати зростають; якщо зовнішній радіус ізолюваної труби дорівнює або більший від критичного радіуса, для вибраного теплоізоляційного матеріалу, то при збільшенні товщини ізоляційного шару теплові втрати спадають.

Задача 6. Визначити розподіл температурного поля та густину теплового потоку в чотиришаровій сферичній стінці, якщо температура на внутрішній поверхні $t_{m0} = 500^\circ\text{C}$ і на зовнішній – $t_{m4} = 20^\circ\text{C}$. Перший шар стінки виготовлений із бетону піщаного і його розміри $r_0 = 1,2\text{ м}$, $r_1 = 1,5\text{ м}$; другий шар – сталь і його розміри $r_1 = 1,5\text{ м}$, $r_2 = 1,65\text{ м}$; третій шар – мінеральна вата і його розміри $r_2 = 1,65\text{ м}$, $r_3 = 1,9\text{ м}$; четвертий шар виготовлено з глини, розміри якого $r_3 = 1,9\text{ м}$, $r_4 = 2\text{ м}$. Між шарами існує ідеальний тепловий контакт.

Коефіцієнти теплопровідності матеріалів дорівнюють:

$$\text{бетон піщаний} - \lambda_1 = 1,25 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$\text{сталь} - \lambda_2 = 42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$\text{мінеральна вата} - \lambda_3 = 0,056 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}},$$

$$\text{глина} - \lambda_4 = 1,4 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності багатошарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами визначаємо за формулою (2.73). Для чотиришарової сфери формула набере вигляду:

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} + \frac{r_3 - r_2}{\lambda_3 r_3 r_2} + \frac{r_4 - r_3}{\lambda_4 r_4 r_3} = \frac{r_4 - r_0}{\lambda_y r_4 r_0}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\frac{1,5-1,2}{1,25 \cdot 1,5 \cdot 1,2} + \frac{1,65-1,5}{42 \cdot 1,65 \cdot 1,5} + \frac{1,9-1,65}{0,056 \cdot 1,9 \cdot 1,65} + \frac{2-1,9}{1,4 \cdot 2 \cdot 1,9} = \frac{2-1,2}{\lambda_y \cdot 2 \cdot 1,2}$$

$$\text{або } \lambda_y = 0,2113 \frac{Bm}{m \cdot K}.$$

Розподіл температурного поля по товщині багат шарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов першого типу визначаємо за формулою (2.85).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі матиме вигляд:

$$t_1(r) = \frac{r_0 r_4 (t_{m4} - t_{m0})}{r_0 - r_4} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \right) + \frac{t_{m0} r_0 - t_{m4} r_4}{r_0 - r_4},$$

$$(r_0 \leq r \leq r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_1(r) = \frac{1,2 \cdot 2(20 - 500)}{1,2 - 2} \left(\frac{1}{1,2} + \frac{0,2113}{1,25} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{1,2} \right) \right) + \frac{500 \cdot 1,2 - 20 \cdot 2}{1,2 - 2}$$

$$\text{або } t_1(r) = \frac{243,409}{r} + 297,159, (1,2 \leq r \leq 1,5).$$

Значення температур на граничних поверхнях першого шару дорівнює

$$t_1(1,2) = \frac{243,409}{1,2} + 297,159 = 500^\circ C, \quad t_1(1,5) = 459,432^\circ C.$$

Густина теплового потоку в першому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_1(r) = -\lambda_1 \text{grad} t_1(r)$ або

$$q_1(r) = -1,25 \frac{(-243,409)}{r^2} = \frac{304,26}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню першого шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 304,26 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Розподіл температурного поля в другому шарі описується формулою:

$$t_2(r) = \frac{r_0 r_4 (t_{m4} - t_{m0})}{r_0 - r_4} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \right) + \frac{t_{m0} r_0 - t_{m4} r_4}{r_0 - r_4} \\ (r_1 \leq r \leq r_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_2(r) = \frac{7,244}{r} + 454,602, \quad (1,5 \leq r \leq 1,65).$$

Значення температур на граничних поверхнях другого шару дорівнює

$$t_2(1,4) = 459,432^\circ \text{C}, \quad t_2(1,65) = 458,993^\circ \text{C}.$$

Густину теплового потоку в другому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_2(r) = -\lambda_2 \text{grad} t_2(r)$ або

$$q_2(r) = -42 \frac{(-7,244)}{r^2} = \frac{304,26}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню другого шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 304,26 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Розподіл температурного поля в третьому шарі визначається формулою:

$$t_3(r) = \frac{r_0 r_4 (t_{m4} - t_{m0})}{r_0 - r_4} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_3} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right) \right) + \frac{t_{m0} r_0 - t_{m4} r_4}{r_0 - r_4}, \quad (r_2 \leq r \leq r_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_3(r) = \frac{5433,249}{r} - 2833,886, \quad (1,65 \leq r \leq 1,9).$$

Значення температур на граничних поверхнях третього шару дорівнює

$$t_3(1,65) = 458,993^\circ C, \quad t_3(1,9) = 25,719^\circ C.$$

Густину теплового потоку в третьому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_3(r) = -\lambda_3 \text{grad} t_3(r)$ або

$$q_3(r) = -0,056 \frac{(-5433,249)}{r^2} = \frac{304,26}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню третього шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 304,26 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Розподіл температурного поля в четвертому шарі визначається за формулою:

$$t_4(r) = \frac{r_0 r_4 (t_{m4} - t_{m0})}{r_0 - r_4} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\lambda_y}{\lambda_3} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_4} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3} \right) \right) + \frac{t_{m0} r_0 - t_{m4} r_4}{r_0 - r_4}, \quad (r_3 \leq r \leq r_4).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_4(r) = \frac{217,33}{r} - 88,665, \quad (1,9 \leq r \leq 2).$$

Значення температур на граничних поверхнях четвертого шару дорівнює

$$t_4(1,9) = 25,72^\circ \text{C}, \quad t_4(2) = 20^\circ \text{C}.$$

Густина теплового потоку в четвертому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q_4(r) = -\lambda_4 \text{grad} t_4(r) \text{ тоді } q_4(r) = -1,4 \frac{(-217,33)}{r^2} = \frac{304,26}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню четвертого шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 304,26 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Задача 7. Враховуючи умову задачі 6, визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій сферичній стінці, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях сфери існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем.

Температура навколишнього середовища всередині сфери $t_{p0} = 500^\circ\text{C}$ і зовні – $t_{p4} = 20^\circ\text{C}$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і поверхнями сфери дорівнюють

$$\alpha_0 = 18 \frac{Bm}{m^2 \cdot K} \quad \text{і} \quad \alpha_4 = 8 \frac{Bm}{m^2 \cdot K}.$$

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності багат шарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами визначаємо за формулою (2.73). Для чотиришарової сфери формула набере вигляду:

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} + \frac{r_3 - r_2}{\lambda_3 r_3 r_2} + \frac{r_4 - r_3}{\lambda_4 r_4 r_3} = \frac{r_4 - r_0}{\lambda_y r_4 r_0}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\lambda_y = 0,2113 \frac{Bm}{m \cdot K}.$$

Розподіл температурного поля по товщині багат шарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов третього типу визначаємо за формулою (2.89).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі сфери описується формулою:

$$t_1(r) = \frac{(t_{p0} - t_{p4}) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \right) + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} - \frac{1}{r_4} \right) + t_{p4} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_4}},$$

$$(r_0 \leq r \leq r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_1(r) = \frac{233,092}{r} + 294,516, (1,2 \leq r \leq 1,5).$$

Значення температур на граничних поверхнях першого шару дорівнює

$$t_1(1,2) = \frac{233,092}{1,2} + 294,516 = 488,759^\circ \text{C},$$

$$t_1(1,5) = 449,91^\circ \text{C}.$$

Густина теплового потоку в першому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_1(r) = -\lambda_1 \text{grad} t_1(r)$ тоді

$$q_1(r) = -1,25 \frac{(-233,092)}{r^2} = \frac{291,365}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню першого шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 291,365 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Розподіл температурного поля в другому шарі сфери описується формулою:

$$t_2(r) = \frac{(t_{p0} - t_{p4}) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \right) + t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} - \frac{1}{r_4} \right) + t_{p4} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_4}}$$

$$(r_1 \leq r \leq r_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_2(r) = \frac{6,937}{r} + 445,286, (1,5 \leq r \leq 1,65).$$

Значення температур на граничних поверхнях другого шару дорівнює

$$t_2(1,5) = 449,91^{\circ}C, \quad t_2(1,65) = 449,49^{\circ}C.$$

Густину теплового потоку в другому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q_2(r) = -\lambda_2 \text{grad} t_2(r) \text{ тоді } q_2(r) = -42 \frac{(-6,937)}{r^2} = \frac{291,365}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню другого шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 291,365 \frac{\text{Дж}}{c}.$$

Розподіл температурного поля в третьому шарі сфери описується формулою:

$$t_3(r) = \frac{(t_{p0} - t_{p4}) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_3} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right) \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_4}} +$$

$$+ \frac{t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} - \frac{1}{r_4} \right) + t_{p4} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_4}}, \quad (r_2 \leq r \leq r_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_3(r) = \frac{5202,947}{r} - 2703,811, \quad (1,65 \leq r \leq 1,9).$$

Значення температур на граничних поверхнях третього шару дорівнює $t_3(1,65) = 449,49^0\text{C}$, $t_3(1,9) = 34,582^0\text{C}$.

Густина теплового потоку в третьому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q_3(r) = -\lambda_3 \text{grad} t_3(r) \text{ або } q_3(r) = -0,056 \frac{(-5202,947)}{r^2} = \frac{291,365}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню третього шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 291,365 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Розподіл температурного поля в четвертому шарі сфери описується формулою:

$$t_4(r) = \frac{(t_{p0} - t_{p4}) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_3} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_4} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3} \right) \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_4}} + \frac{t_{p0} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} - \frac{1}{r_4} \right) + t_{p4} \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0} \right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_4}}, \quad (r_3 \leq r \leq r_4).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_4(r) = \frac{208,118}{r} - 74,954, \quad (1,9 \leq r \leq 2).$$

Значення температур на граничних поверхнях четвертого шару дорівнює $t_4(1,9) = 34,582^0\text{C}$, $t_4(2) = 29,105^0\text{C}$.

Густину теплового потоку в четвертому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_4(r) = -\lambda_4 \text{grad} t_4(r)$ тоді $q_4(r) = -1,4 \frac{(-208,118)}{r^2} = \frac{291,365}{r^2}$.

Кількість теплоти Q , яка переходить за час τ через сферичну поверхню четвертого шару радіуса r , дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q_1 \tau = 4\pi \tau \cdot 291,365 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Тема 4. Нестационарна теплопровідність

Нестационарною теплопровідністю називають процес поширення теплоти внаслідок безпосереднього контакту частинок з різною температурою і характер поширення теплоти змінюється із плином часу.

Нестационарна теплопровідність характеризується зміною температурного поля в тілі. У практиці пожежної справи частіше доводиться вирішувати задачі пов'язані з нагріванням тіл, оскільки процес пожежі супроводжується значним тепловиділенням. Значний прогрів будівельних конструкцій може привести до втрати їх функціональних обов'язків або руйнування.

Розподіл температурного поля в ізотропному тілі, коли відсутні внутрішні джерела теплоти і коефіцієнт теплопровідності є величиною сталою, описується відповідними диференціальними рівняннями.

В залежності від вибору системи координат диференціальні рівняння матимуть вигляд:

$$\frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} \quad (2.90)$$

в декартовій системі координат;

$$\frac{\partial^2 t(r, \varphi, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t(r, \varphi, z, \tau)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t(r, \varphi, z, \tau)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t(r, \varphi, z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial t(r, \varphi, z, \tau)}{\partial \tau} \quad (2.91)$$

в циліндричній системі координат;

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 t(r, \varphi, \psi, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t(r, \varphi, \psi, \tau)}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial t(r, \varphi, \psi, \tau)}{\partial \varphi} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \psi} \frac{\partial^2 t(r, \varphi, \psi, \tau)}{\partial \psi^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial t(r, \varphi, \psi, \tau)}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (2.92)$$

в сферичній системі координат,

де t – температура, $[t] = K$ або $[t] = ^\circ C$;

$x, y, z, r, \varphi, \psi$ – координати, $[x] = m$, $[y] = m$, $[z] = m$;
 $[r] = m$; $[\varphi] = \text{радіан}$; $[\psi] = \text{радіан}$; τ – час, $[\tau] = c$;

a – коефіцієнт теплопровідності, $[a] = \frac{m^2}{c}$.

Коефіцієнт теплопровідності є фізичним параметром речовини і його значення визначається за формулою

$$a(t) = \frac{\lambda(t)}{c_p(t) \rho},$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності речовини, $[\lambda] = \frac{Вт}{м \cdot K}$;

ρ – питома густина речовини, $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$;

c_p – питома теплоємність речовини, $[c_p] = \frac{Дж}{кг \cdot K}$.

Коефіцієнт температуропровідності характеризує швидкість зміни температури в тілі. Чим більший коефіцієнт температуропровідності, тим швидше тіло нагрівається. Значення коефіцієнта температуропровідності залежить від температури тіла, оскільки із зміною температури тіла змінюється значення коефіцієнта теплопровідності та теплоємності. Теплоємність тіл, переважно, зростає із збільшенням середньої температури за лінійним законом

$$c_p(t_{cp}) = c_0 + \beta t_{cp},$$

де: c_0 – теплоємність тіла з температурою 0°C ;

β – коефіцієнт встановлений експериментальним шляхом;

$t_{cp} = \frac{t_{m,\tau} + t_{x,\tau}}{2}$ – середня температура тіла в момент часу τ ;

$t_{m,\tau}$ – температура на поверхні тіла в момент часу τ ;

$t_{x,\tau}$ – температура в шуканій точці тіла в момент часу τ .

Коефіцієнт температуропровідності залежить від вологості речовини. Для вологих тіл коефіцієнт температуропровідності менший і тіло повільніше нагрівається, оскільки частина теплоти витрачається на нагрівання та випаровування рідини. Врахування впливу вологості речовини на зміну фізичних параметрів тіла в нестационарному тепловому режимі значно ускладнює розрахунки і тому розглядається окремо.

Розв'язання задачі нестационарної теплопровідності означає визначення розподілу температурного поля в тілі $t(x, y, z, \tau)$, яке задовольняє одне з диференціальних рівняння (2.90) – (2.92) та відповідні початкову і граничні умови.

Початкова умова – вказується розподіл температурного поля в тілі в момент часу $\tau = 0$.

Наприклад, $t(x, y, z, 0) = f_0(x, y, z)$, (2.93) де $f_0(x, y, z)$ відома функція і координати x, y, z задовольняють рівняння яке описує зовнішню поверхню тіла. Окрім початкової умови на подальший розподіл температурного поля суттєвий вплив мають граничні умови.

Граничні умови – це відомості про характер зовнішнього теплового впливу на тіло. Граничні умови переважно поділяють на три типи.

Гранична умова першого типу. В цьому випадку задається розподіл температури на поверхні тіла в довільний момент часу.

Наприклад,

$$t_m(x, y, z, \tau) = f_1(x, y, z, \tau), \quad (2.94)$$

де $f_1(x, y, z, \tau)$ відома функція.

Гранична умова другого типу. На поверхні тіла задаються відомості про величину теплового потоку, який впливає на розподіл температурного поля в тілі.

Наприклад,

$$-\lambda \frac{\partial t_m(x, y, z, \tau)}{\partial n} = q(x, y, z, \tau), \quad (2.95)$$

де $\frac{\partial t_m}{\partial n}$ – градієнт температури на поверхні тіла, $q(x, y, z, \tau)$ – густина теплового потоку і вона є відома функція.

Гранична умова третього типу. В цьому випадку на поверхні тіла задається конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем.

Наприклад,

$$-\lambda \frac{\partial t_m(x, y, z, \tau)}{\partial n} = \alpha(t_m(x, y, z, \tau) - t_p(x, y, z, \tau)). \quad (2.96)$$

Функція $t_p(x, y, z, \tau)$, яка описує розподіл температури в навколишньому середовищі за межами теплового пограничного шару, відома; α – коефіцієнт теплообміну між навколишнім середовищем і поверхнею тіла.

Інколи граничну умову задають як інтерпретацію ідеально теплоізованої поверхні.

Ідеально теплоізованою поверхнею називають поверхню через яку не переходить тепловий потік, тобто виконується рівняння

$$\frac{\partial t_m(x, y, z, \tau)}{\partial n} = 0. \quad (2.97)$$

4.1. Опис контакту тіл з навколишнім середовищем

Тепловий контакт між твердими тілами вважають **ідеальним**, якщо виконуються умови рівності температур на поверхні контакту тіл та рівність теплових потоків через поверхню контакту тіл, тобто виконуються рівняння

$$\begin{aligned} t_{1m}(x, y, z, \tau) &= t_{2m}(x, y, z, \tau); \\ \lambda_1 \frac{\partial t_{1m}(x, y, z, \tau)}{\partial n} &= \lambda_2 \frac{\partial t_{2m}(x, y, z, \tau)}{\partial n} \end{aligned} \quad (2.98)$$

де $t_{im}(x, y, z, \tau)$ – температури на поверхні контакту 1 і 2 тіл;

λ_i – коефіцієнти теплопровідності 1 і 2 тіл.

Тепловий контакт між твердими тілами вважають **неідеальним**, якщо виконується умова рівності теплового потоку через поверхню контакту тіл, але не виконується умова рівності температур на поверхні контакту тіл і має місце конвекційний теплообмін на поверхні контакту тіл, тобто виконуються рівняння

$$\lambda_1 \frac{\partial t_{1m}(x, y, z, \tau)}{\partial n} = \lambda_2 \frac{\partial t_{2m}(x, y, z, \tau)}{\partial n},$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_{1m}(x, y, z, \tau)}{\partial n} = \alpha(t_{2m}(x, y, z, \tau) - t_{1m}(x, y, z, \tau)); (2.99)$$

де α – коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі) між тілами.

Для випадку якщо тверде тіло омивається рідиною то гранична умова подається у вигляді:

$$-\lambda \frac{\partial t_m(x, y, z, \tau)}{\partial n} = \alpha(t_m(x, y, z, \tau) - t_p(x, y, z, \tau)), (2.100)$$

де коефіцієнт теплообміну α залежить від багатьох факторів, але для спрощення його вважають сталою величиною; $t_p(x, y, z, \tau)$ – температура рідини за межами теплового приповерхневого шару.

Для розв'язування задач нестационарної теплопровідності використовують аналітичні методи (метод відокремлення змінних, перетворення Лапласа та інші інтегральні перетворення) і чисельні методи (метод сіток та інші). Ці розрахунки є надто ускладненими і розглядаються окремо.

Тема 5. Конвекційний теплообмін

Конвекційний перенос теплоти – це перенос теплоти викликаний переміщенням маси рідини від однієї області простору до іншої. Рідиною в термодинаміці вважають як крапельні рідини – воду, гас, нафту, бензин та інші, так і гази – метан, азот, повітря та інші. Конвекція теплоти завжди супроводжується теплопровідністю оскільки під час руху рідини або газу відбувається контакт між частинками рідини з різною температурою внаслідок чого відбувається передача теплоти від більш нагрітої частинки до менш нагрітої. Отже, **конвекційний теплообмін** поєднує конвекцію теплоти та теплопровідність. Залежно від сил, що викликають рух рідини, конвекцію поділяють на вільну та вимушену.

Вільна конвекція виникає внаслідок різниці питомого об'єму гарячих і холодних частинок рідини, що викликає появу виштовхуючої сили, тобто вільна конвекція обумовлена неоднорідністю температурного поля.

Вимушена конвекція відбувається завдяки дії зовнішніх чинників, які спричиняють рух рідини.

5.1. Диференціальне рівняння тепловіддачі

Тепловіддачею називають процес теплообміну між рухомою рідиною та поверхнею нерухомого тіла.

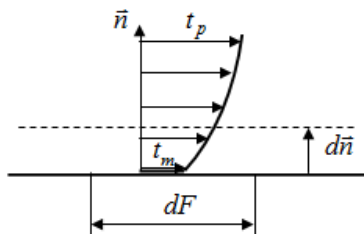


Рис. 2.9. Розподіл температурного поля в околі поверхні тіла

Розглядаємо поверхню тіла F по якій ковзає рідина. Виокремимо на цій поверхні тіла малий елемент dF , нормаль до якого $\vec{n}$. Температуру поверхні тіла позначимо t_m , а температуру рідини на великій віддалі від поверхні тіла, тобто за межами теплового приповерхневого шару, $-t_p$. На поверхні тіла упродовж усього часу ковзання рідини перебуває доволі тонкий шар рідини, що є нерухомим, мовби приклеєний до поверхні тіла. За ним міститься тонкий шар рідини, яка здійснює ламінарний рух. Передача теплоти через цих два шари може здійснюватись лише шляхом теплопровідності.

Інтенсивність теплообміну між рідиною і тілом визначається в основному теплопровідністю через тепловий приповерхневий шар, товщина якого може дорівнювати 1 – 2 мм.

Отже, густина теплового потоку через ці шари в елемент поверхні dF , згідно закону теплопровідності Фур'є, дорівнює

$$q = -\lambda_p \frac{dt_p}{dn}, \quad (2.101)$$

де λ_p – коефіцієнт теплопровідності рідини, $\frac{dt_p}{dn}$ – градієнт температури в приповерхневому теплому шарі рідини.

Визначити градієнт температури доволі важко, тому вводиться поняття коефіцієнта тепловіддачі (теплообміну) α , який визначається з рівняння

$$\alpha = \frac{q}{t_p - t_m}. \quad (2.102)$$

Коефіцієнт тепловіддачі α мало залежить від температурного перепаду $t_p - t_m$, якщо теплофізичні характеристики тіла та рідини суттєво не змінюються в цьому діапазоні температур.

Коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі) α чисельно дорівнює густині теплового потоку між рідиною та поверхнею тіла, якщо перепад температур 1К. Розмірність коефіцієнта тепловіддачі $[\alpha] = \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Коефіцієнт тепловіддачі залежить від багатьох факторів: фізичних властивостей рідини (в'язкість, густина, теплопровідність, теплоємність); швидкості руху рідини, із збільшенням швидкості руху рідини коефіцієнт тепловіддачі зростає; форми тіла по якому ковзає рідина; ступінь нерівностей поверхні тіла; ламінарний чи турбулентний рух рідини.

Коефіцієнт тепловіддачі не є фізичним параметром рідини на відміну, *наприклад*, від коефіцієнта теплопровідності рідини.

Рідина рухається **ламінарно**, якщо шари рідини під час руху не перемішуються. Під час ламінарного руху рідини теплообмін між рідиною та тілом здійснюється лише завдяки теплопровідності.

Рідина рухається **турбулентно**, якщо існує вихровий неупорядкований рух частинок рідини. Під час турбулентного руху рідини існує: тонкий шар рідини, який не рухається і він мовби приклеєний до поверхні тіла; шар рідини, який рухається ламінарно вздовж поверхні тіла; і на певній віддалі від поверхні тіла рідина рухається турбулентно.

Від сумарної товщини нерухомого та ламінарного шарів залежить величина термоопору. Під час турбулентного руху теплота всередині потоку в основному поширюється перемішуванням рідини, а в околі поверхні тіла –

теплопровідністю. Отже, тепловіддача під час турбулентного руху рідини відбувається більш інтенсивно ніж під час ламінарного руху рідини.

Враховуючи залежності (2.101) і (2.102) отримаємо, що $-\lambda_p \frac{dt_p}{dn} = \alpha(t_p - t_m)$. Оскільки величина теплового потоку, який вливається в тіло, дорівнює величині теплового потоку, що покидає рідину, то справедлива рівність $\lambda_p \frac{dt_p}{dn} = \lambda_m \frac{dt_m}{dn}$. Отже, попереднє рівняння набере вигляду

$$-\lambda_m \frac{dt_m}{dn} = \alpha(t_p - t_m). \quad (2.103)$$

Це рівняння називають **рівнянням тепловіддачі (теплообміну)**. Оскільки визначити градієнт температури в тепловому приповерхневому шарі тіла доволі проблематично, то коефіцієнт тепловіддачі α , величина якого залежить від багатьох факторів, визначають експериментально за допомогою теорії подібності.

5.2. Теорія подібності

Під час вивчення конвекційного теплообміну основною задачею є визначення величини коефіцієнта тепловіддачі α . Визначення величини коефіцієнта тепловіддачі теоретичним шляхом пов'язане з великими труднощами і тому його переважно визначають експериментальним шляхом або використовують теорію подібності.

Теорія подібності – наука про подібність фізичних явищ. Вона являє собою теорію опрацювання та узагальнення результатів експериментів. Вона дозволяє проводити дослідження не на самих об'єктах а на їх моделях і результати дослідів переносити на об'єкт. Подібності бувають: геометрична, кінематична, динамічна і тепла.

Геометрична подібність розглядає подібність геометричних фігур.

В таких об'єктах відповідні сторони пропорційні, а відповідні кути рівні. Кінематична подібність – це подібність полів швидкостей руху двох потоків. Динамічна подібність – подібність сил, що формують подібний розподіл швидкостей та пришвидшень руху об'єктів.

Теплова подібність – подібність температурних полів та теплових потоків.

Необхідні умови подібності:

- подібні явища повинні відноситись до одного й того ж класу (типу) явищ;

- мати однакову фізичну природу та описуватися однаковими за формою та змістом диференціальними рівняннями. Якщо математичний опис двох явищ однаковий за формою, але різний за фізичним змістом, то такі явища називають аналогічними.

- подібні явища завжди відбуваються в геометрично подібних областях;

- під час аналізу подібних явищ можна порівнювати між собою тільки однорідні фізичні величини і лише у відповідні моменти часу та у відповідних просторових координатах.

Однорідними величинами називають такі величини, котрі мають один і той самий фізичний зміст та однакову розмірність.

5.3. Числа подібності

Теорія подібності стверджує, що для довільного теплообміну існує однозначна залежність між певними безрозмірними комплексами величин, котрі характеризують процеси теплообміну. Ці комплекси величин і параметрів мають однакове значення для всіх подібних процесів і називаються числами подібності.

Числа подібності – це безрозмірні комплекси, які поєднують величини, що характеризують те чи інше явище.

$$\text{Число Нуссельта} - Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda},$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, $[\alpha] = \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$;

$$\lambda - \text{коефіцієнт теплопровідності, } [\lambda] = \frac{Вт}{м \cdot К};$$

$$l - \text{характерний розмір тіла, } [l] = м.$$

Число Нуссельта характеризує тепловіддачу на границі рідини – тверде тіло. Воно характеризує відношення кількості теплоти, переданої конвекцією, до кількості теплоти, переданої теплопровідністю через шар рідини товщиною l . Чим більше число Nu тим інтенсивніший процес конвекційного теплообміну.

$$\text{Число Рейнольдса} - Re = \frac{wl}{\nu} \text{ або } Re = \frac{\rho lw}{\mu}, \text{ де}$$

$$w - \text{швидкість руху рідини, } [w] = \frac{м}{с};$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} - \text{коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, } [\nu] = \frac{м^2}{с};$$

$$\rho - \text{питома густина рідини, } [\rho] = \frac{кг}{м^3};$$

$$\mu - \text{коефіцієнт динамічної в'язкості рідини, } [\mu] = \frac{Па \cdot с}{с}.$$

Якщо рідина рухається всередині каналу, то число Рейнольдса визначається за формулою – $Re = \frac{wd}{\nu}$, де d внутрішній діаметр каналу. Для випадку коли переріз каналу не круглий підставляється значення ефективного

діаметра, який визначається за формулою $d_{ef} = \frac{4F}{P}$. F – площа поперечного перерізу каналу в якому рухається рідина. P – внутрішній периметр перерізу каналу. Число Рейнольдса характеризує відношення сил інерції до сил в'язкості в потоці рідини, та вказує на гідродинамічний режим руху рідини. Якщо $Re < 2300$ то рух рідини ламінарний, при $Re > 10^4$ рух рідини турбулентний. При $2300 < Re < 10^4$ рух рідини включає елементи ламінарного та турбулентного рухів.

$$\text{Число Прандтля} - Pr = \frac{\nu}{a},$$

де ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, $[\nu] = \frac{m^2}{c}$;

a – коефіцієнт теплопровідності рідини, $[a] = \frac{m^2}{c}$.

Це число є параметром стану речовини і для нього можуть бути складені таблиці. Число Прандтля характеризує відношення величини гідродинамічного до величини теплового приповерхневих шарів. Для газів число Прандтля змінюється в межах $Pr = 0,67 - 1,0$ і залежить від атомності газу та незначно змінюється під час зміни температури. Для рідин число Прандтля лежить в межах $Pr = 1,0 - 2500$ і залежність від температури суттєва.

$$\text{Число Грасгофа} - Gr = \frac{g\beta \cdot l^3 \Delta t}{\nu^2},$$

де β – температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини (газу) під сталим тиском, $[\beta] = K^{-1}$

для ідеального газу $\beta = T^{-1}$; $\Delta t = t_p - t_m$, t_p – температура рідини за межами теплового приповерхневого шару, t_m –

температура на поверхні тіла; g – пришвидщення вільного падіння тіла, $g = 9,81 \frac{m}{c^2}$.

Число Грасгофа – відношення сил тяжіння, у нерівномірному нагрітому середовищі, до сил в'язкості. Чим більше значення числа Gr тим інтенсивніший вільний рух рідини. Під час вимушеного руху рідини вплив вільної конвекції незначний і критерій Грасгофа можна не враховувати.

Критерій Пекле – $Pe = \frac{wl}{a}$. Це відношення теплоти, яка переноситься конвекцією до теплоти, яка передається теплопровідністю.

У всіх формулах наведених чисел (критеріїв) буквою l позначається лінійний параметр поверхні теплообміну, $[l] = m$. Під час руху рідини всередині циліндричного каналу замість l підставляють значення діаметра d або d_{ef} .

Для визначення коефіцієнта тепловіддачі використовують рівняння типу $Nu = C \cdot Re^n Pr^m$ або $Nu = C(Gr \cdot Pr)^m$.

Перше рівняння характеризує конвекційний теплообмін під час вимушеного руху рідини або газу всередині або зовні труби. Друге – під час вільного руху, який виникає внаслідок нерівномірного температурного поля. C , m , n – сталі величини, які визначаються внаслідок опрацювання експериментальних даних і залежать від характеру руху рідини.

5.4. Визначення коефіцієнта теплообміну

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається ламінарно. Середнє значення коефіцієнта тепловіддачі для пластини довжиною l обчислюється використовуючи формулу, отриману аналітичним способом

$$Nu_l = 0,66 \sqrt{Re_l^3 Pr}, \quad (04)$$

$$\text{де } Nu_l = \frac{\alpha l}{\lambda} \text{ і } Re_l = \frac{wl}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{a},$$

α – середнє значення коефіцієнта тепловіддачі (теплообміну);

λ – коефіцієнт теплопровідності рідини;

w – швидкість рідини за межами гідродинамічного приповерхневого шару;

ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості;

a – коефіцієнт температуропровідності рідини.

У формулі (104) фізичні параметри вважаються незалежними від температури.

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається турбулентно. Внаслідок узагальнення численних досліджень тепловіддачі під час повздовжнього обтікання пластини різними рідинами була отримана формула для визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі

$$Nu_{lp} = 0,037 Re_{lp}^{0,8} Pr_p^{0,43} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25}. \quad (2.105)$$

Індекс « p » вказує, що фізичні параметри рідини необхідно брати при температурі з якою рідина починає омивати пластину. Індекс « m » – при температурі поверхні пластини. Індекс l вказує, що за характерний розмір тіла необхідно взяти довжину пластини, по якій ковзає рідина.

Для повітря та інших двоатомних газів число Прандтля не суттєво залежить від температури і тому можна вважати, що $Pr_p / Pr_m = 1$

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається ламінарно в прямолінійних трубах. Під час руху рідини в трубі коефіцієнт тепловіддачі по довжині труби є змінною величиною і зменшується в напрямку руху рідини. Для визначення середнього по довжині коефіцієнта тепловіддачі з ламінарним рухом рідини в прямих трубах використовується емпірична формула:

$$Nu_{dp} = 0,17 Re_{dp}^{0,33} Pr_p^{0,43} Gr_{dp}^{0,1} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25} \varepsilon_l. \quad (2.106)$$

В цьому рівнянні індекс «р» вказує, що фізичні параметри необхідно вибирати залежно від середньої температури рідини t_p ,

де $t_p = 0,5(t_1 + t_2)$, t_1 і t_2 температури рідини на вході та виході з труби. Індекс «d» вказує, що в якості характерного розміру тіла необхідно брати внутрішній діаметр труби.

Для випадків коли переріз каналу не круглий, підставляється значення ефективного діаметра, який визначається за формулою $d_{ef} = \frac{4F}{P}$.

F – площа поперечного перерізу каналу по якому рухається рідина.

P – внутрішній периметр перерізу каналу.

Відношення $\frac{Pr_p}{Pr_m}$ характеризує напрямок теплового потоку.

Значення Pr_m береться з таблиць фізичних властивостей рідини з середньою температурою внутрішньої поверхні труби.

$$\text{У формулі (106)} \quad Nu_{dp} = \frac{\alpha d}{\lambda_p}, \quad Re_{dp} = \frac{wd}{v_p} = \frac{4G}{\pi d \mu_p},$$

$$Gr_{dp} = \frac{g \beta \Delta t d^3}{v_p^2},$$

де G – секундна масова витрата рідини,

μ_p – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини,

α – середній коефіцієнт тепловіддачі,

v – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини.

Множник ε_l враховує відношення довжини труби до її діаметра. Значення ε_l залежно від величини l/d вказані в таблиці:

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_l	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,0

Для повітря та інших двоатомних газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $Pr_p/Pr_m = 1$, тоді число Нуссельта визначається за формулою

$$Nu_{dp} = 0,15 Re_{dp}^{0,33} Gr_{dp}^{0,1} \varepsilon_l. \quad (2.107)$$

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається турбулентно в прямолінійних трубах.
Внаслідок численних експериментів отримано формулу, яка описує тепловіддачу в гладкій трубі з турбулентним рухом рідини:

$$Nu_{dp} = 0,021 Re_{dp}^{0,8} Pr_p^{0,43} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25} \varepsilon_l. \quad (2.108)$$

$$\text{В цій залежності } Nu_{dp} = \frac{\alpha d}{\lambda_p}, Re_{dp} = \frac{wd}{v_p} = \frac{4G}{\pi d \mu_p}.$$

Індекс « p » вказує, що фізичні параметри необхідно вибирати залежно від середньої температури рідини t_p , де $t_p = 0,5(t_1 + t_2)$, t_1 і t_2 температури рідини на вході та виході з труби. Індекс « m » вказує, що параметр рідини необхідно взяти при середній температурі поверхні тіла. Індекс « d » вказує, що в якості характерного розміру тіла необхідно брати внутрішній діаметр труби. G – секундна масова витрата рідини через канал. α – середній коефіцієнт тепловіддачі. Значення ε_l залежно від величини числа Рейнольдса і l/d вказані в таблиці:

Re_d	Значення ε_l при відношенні l/d				
	10	20	30	40	50
10^4	1,23	1,13	1,07	1,03	1
10^5	1,10	1,06	1,03	1,02	1
10^6	1,05	1,03	1,02	1,01	1

Для газів, при малих швидкостях руху ($M < 0,3$), число Нуссельта дорівнює

$$Nu_{dp} = 0,021 Re_{dp}^{0,8} Pr_p^{0,43} \varepsilon_l. \quad (2.109)$$

Тепловіддача під час вільного руху рідини вздовж вертикальної стінки та наявності ламінарного приповерхневого шару. Середнє значення числа Нуссельта, для ділянки поверхні довжиною l , дорівнює

$$Nu_{lp} = \frac{2,032}{3} \left(\frac{Pr_p}{0,952 + Pr_p} \right)^{0,25} (Gr_{lp} Pr_p)^{0,25}. \quad (2.110)$$

Ця формула використовується, якщо

$$10^3 \leq Gr_{lp} Pr_p \leq 10^9, \text{ де } Pr_p = \frac{\nu}{a}, Nu_{lp} = \frac{\alpha l}{\lambda_p},$$

$$Gr_{lp} = \frac{\beta g (t_p - t_m) l^3}{\nu_p^2},$$

t_p – температура рідини за межами теплового приповерхневого шару,

t_m – температура поверхні тіла.

Індекс « p » вказує, що значення фізичних параметрів рідини вибираються при температурі рідини за межами теплового приповерхневого шару. Індекс « l » вказує, що за характерний розмір тіла взято висоту вертикальної стінки.

Тепловіддача під час вільного руху рідини вздовж вертикальної стінки та наявності турбулентного приповерхневого шару. Внаслідок опрацювання результатів численних дослідів отримано формули для визначення числа Нуссельта під час вільного турбулентного руху рідини вздовж вертикальної стінки. Якщо $10^3 < Gr_p Pr_p < 10^9$ і температура на поверхні тіла стала, то

$$Nu_{lp} = 0,73 (Gr_{lp} Pr_p)^{0,25} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25}. \quad (2.111)$$

Якщо $Gr_p Pr_p \geq 6 \cdot 10^{10}$, то число Нуссельта визначається за формулою:

$$Nu_{lp} = 0,15 (Gr_{lp} Pr_p)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25}, \quad (2.112)$$

$$\text{де } Gr_{lp} = \frac{\beta g (t_p - t_m) l^3}{\nu^2}, \quad Pr_p = \frac{\nu}{a}, \quad Nu_{lp} = \frac{\alpha l}{\lambda_p},$$

t_p – температура рідини за межами приповерхневого теплового шару;

t_m – температура поверхні тіла. Індекс « p » вказує, що значення фізичних параметрів рідини вибираються при температурі рідини за межами теплового приповерхневого шару.

Індекс « l » вказує, що за характерний розмір тіла взято висоту вертикальної стінки.

Формули для визначення числа Нуссельта, при тепловіддачі вздовж вертикальних стінок, можна використати якщо рідина ковзає вздовж вертикальних циліндричних стінок.

Орієнтовні межі зміни коефіцієнтів тепловіддачі (теплообміну) вказано в таблиці:

Умови конвекції	Границі значень α . $[\alpha] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$
Рух газів під час вільної конвекції	6 – 120
Рух вода під час вільної конвекції	120 – 1160
Рух газів в трубах або між трубами	12 – 360
Рух води в трубах або між трубами	60 – 11600
Кипіння води в трубах	2300 – 30000
Плівкова конденсація водяної пари	4600 – 17500

5.5. Методика розв'язування задач

Задача 1. Зовні будинку рухається повітря з швидкістю $w = 1 \text{ м/с}$. Температура повітря $t_p = 20^\circ \text{C}$. Довжина стіни, яку обдуває повітря, $l = 2,8 \text{ м}$.

Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стіною. Фізичні параметри повітря при температурі $t_p = 20^\circ \text{C}$

такі: $\lambda = 2,59 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, $\nu = 15,06 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$, $Pr = 0,703$.

Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_l = \frac{wl}{\nu}$.

Підставляючи значення величин отримаємо

$$Re_l = \frac{0,01 \cdot 2,8}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 1859.$$

Оскільки число Рейнольдса $Re_l \leq 2300$, то рух повітря вздовж стіни ламінарний. Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного ламінарного руху рідини, тому число Нуссельта визначаємо за формулою $Nu_l = 0,66 \sqrt{Re_l} \sqrt[3]{Pr}$ або $Nu_l = 0,66 \sqrt{1859} \sqrt[3]{0,703}$, $Nu_l = 25,303$.

Коефіцієнт тепловіддачі (теплообміну) між стіною та повітрям визначаємо за формулою $\alpha = \frac{\lambda Nu_l}{l}$. Підставляючи

значення величин отримаємо, що $\alpha = \frac{2,59 \cdot 10^{-2} \cdot 25,303}{2,8}$ або

$$\alpha = 0,234 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Задача 2. Вітер обдуває стіну довжиною $l = 3 \text{ м}$ з швидкістю $w = 0,2 \text{ м/с}$, температура повітря $t_p = -20^\circ \text{C}$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стіною.

Фізичні параметри повітря при температурі $t_p = -20^0 C$ такі: $\lambda = 2,28 \cdot 10^{-2} \frac{Bm}{m \cdot K}$, $\nu = 12,79 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{c}$, $Pr = 0,716$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_l = \frac{wl}{\nu}$, тоді $Re_l = \frac{0,2 \cdot 3}{12,79 \cdot 10^{-6}} = 46912$.

Оскільки число Рейнольдса $Re_l \geq 10000$, то рух повітря вздовж стіни турбулентний. Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного турбулентного руху рідини, тому число Нуссельта визначаємо за формулою

$$Nu_l = 0,037 Re_{lp}^{0,8} Pr_p^{0,43} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25}.$$

Для повітря та інших двоатомних газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$.

Отже, попередня формула набере вигляду

$$Nu_l = 0,037 Re_{lp}^{0,8} Pr_p^{0,43}.$$

Підставляючи дані отримаємо

$$Nu_l = 0,037 \cdot 46912^{0,8} \cdot 0,716^{0,43} \text{ або}$$

$$Nu_l = 174,92.$$

Коефіцієнт тепловіддачі між стіною та повітрям дорівнює

$$\alpha = \frac{\lambda Nu_l}{l} \text{ або } \alpha = \frac{2,28 \cdot 10^{-2} \cdot 174,92}{3}, \alpha = 1,33 \frac{Bm}{m^2 \cdot K}.$$

Задача 3. Водяна пара рухається в середині паропроводу із швидкістю $w = 0,1 \frac{м}{с}$. Температура пари $t_p = 180^\circ C$ і температура внутрішньої стінки паропроводу $t_m = 160^\circ C$. Внутрішній діаметр паропроводу $d = 5 см$. Визначити значення коефіцієнта тепловіддачі між парою і стінкою паропроводу, якщо $l/d > 50$.

Фізичні параметри пари при температурі $t_p = 180^\circ C$ такі: $\lambda = 3,27 \cdot 10^{-2} \frac{Вт}{м \cdot K}$, $\nu_p = 2,93 \cdot 10^{-6} \frac{м^2}{с}$, $Pr_p = 1,25$, $Pr_m = 1,18$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_{dp} = \frac{wd}{\nu_p}$, тоді $Re_{dp} = \frac{0,1 \cdot 0,05}{2,93 \cdot 10^{-6}} = 1706$. Оскільки число Рейнольдса $Re_l < 2300$, то рух газу всередині паропроводу ламінарний. Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного ламінарного руху рідини, тому число Нуссельта визначаємо за формулою

$$Nu_{dp} = 0,17 Re_{dp}^{0,33} Pr_p^{0,43} Gr_{dp}^{0,1} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25} \varepsilon_l$$

Для газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Визначаємо число Грасгофа $Gr_{dp} = \frac{g\beta\Delta t d^3}{\nu_p^2}$,

$$\text{де: } \Delta t = t_p - t_m \text{ і } \beta = \frac{1}{273 + 180}$$

(коефіцієнт об'ємного розширення для газів).

Підставляючи дані отримаємо

$$Gr_{dp} = \frac{9,81 \cdot \frac{1}{453} \cdot 20 \cdot 0,05^3}{(2,93 \cdot 10^{-6})^2} = 6306300$$

Число Нуссельта враховуючи значення величин дорівнює $Nu_{dp} = 0,17 \cdot 1706^{0,33} \cdot 1,25^{0,43} \cdot 6306300^{0,1} \cdot \left(\frac{1,25}{1,18}\right)^{0,25}$

або $Nu_{dp} = 10,591$. Коефіцієнт тепловіддачі між стіною та

парою дорівнює $\alpha = \frac{\lambda_p Nu_{dp}}{d}$, тому $\alpha = \frac{3,27 \cdot 10^{-2} \cdot 10,591}{0,05}$,

$$\alpha = 6,93 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}.$$

Задача 4. Димові гази рухаються всередині циліндричного каналу діаметром $d = 0,2 м$ із швидкістю $w = 4,2 м/с$. Температура димових газів $t_p = 200^0 С$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між димовими газами і стінкою циліндричного каналу, якщо $l/d = 30$.

Фізичні параметри димових газів при температурі $t_p = 200^0 С$ такі:

$$\rho = 0,748 \frac{кг}{м^3}, \lambda = 0,04 \frac{Вт}{м \cdot К}, \nu_p = 32,8 \cdot 10^{-6} \frac{м^2}{с},$$

$Pr_p = 0,67$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою

$$Re_{dp} = \frac{wd}{\nu_p}, \text{ тоді } Re_{dp} = \frac{4,2 \cdot 0,2}{32,8 \cdot 10^{-6}} = 25610. \text{ Оскільки число}$$

Рейнольдса $Re_{dp} > 10000$, то рух димових газів всередині циліндричного каналу турбулентний. Отже, тепловіддача

відбувається під час вимушеного турбулентного руху рідини в трубі, тому число Нуссельта визначаємо за формулою

$$Nu_{dp} = 0,021 Re_{dp}^{0,8} Pr_p^{0,43} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25} \varepsilon_l.$$

Для газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Згідно з даними таблиць поправочний коефіцієнт ε_l при $l/d = 30$ і $Re_{dp} = 25610$ дорівнює $\varepsilon_l = 1,03$. Підставляючи дані отримаємо, що число Нуссельта дорівнює $Nu_{dp} = 0,021 \cdot 25610^{0,8} \cdot 0,67^{0,43} \cdot 1,03$ або $Nu_{dp} = 61,2345$. Коефіцієнт тепловіддачі між стінкою циліндричного каналу та димовими газами дорівнює $\alpha = \frac{\lambda_p Nu_{dp}}{d}$. тому $\alpha = \frac{0,04 \cdot 61,2345}{0,2}$, $\alpha = 12,2 \frac{Bm}{m^2 \cdot K}$.

Задача 5. Температура повітря $t_p = 30^0 C$ і температура поверхні стіни $t_m = 24^0 C$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стіною, якщо висота стіни $l = 6,2 m$.

Фізичні параметри повітря при температурі $t_p = 30^0 C$ такі: $\lambda = 2,67 \cdot 10^{-2} \frac{Bm}{m \cdot K}$, $\nu_p = 16,01 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{c}$, $Pr_p = 0,701$.

Визначаємо число Грасгофа $Gr_p = \frac{g \beta \Delta t l^3}{\nu_p^2}$, де

$$\Delta t = t_p - t_m; \quad \beta = \frac{1}{273 + 30}$$

(коефіцієнт об'ємного розширення для газів).

Підставляючи дані отримаємо, що

$$Gr_{lp} = \frac{9,81 \cdot \frac{1}{303} \cdot (30 - 24) \cdot 6,2^3}{(16,01 \cdot 10^{-6})^2} = 180,622 \cdot 10^9$$

Оскільки $Gr_{lp} Pr_p = 180,622 \cdot 10^9 \cdot 0,701 = 12,66 \cdot 10^{10}$, тобто $Gr_{lp} Pr_p > 6 \cdot 10^{10}$, то число Нуссельта обчислюємо по формулі $Nu_{lp} = 0,15 (Gr_{lp} Pr_p)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25}$. Для газів число

Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Підставляючи дані отримаємо, що число Нуссельта

дорівнює $Nu_{lp} = 0,15 \cdot (180,622 \cdot 10^9 \cdot 0,701)^{\frac{1}{3}}$ або $Nu_{lp} = 753,22$. Коефіцієнт тепловіддачі між поверхнею стіни

і повітрям дорівнює $\alpha = \frac{\lambda_p Nu_{lp}}{l}$, тому

$$\alpha = \frac{2,67 \cdot 10^{-2} \cdot 753,22}{6,2}, \quad \alpha = 3,24 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Задача 6. В трубі прямокутного перерізу розмірами $0,2 \times 0,3 \times 0,2 \times 0,3 \text{ м}$ та довжиною 3 метри тече повітря з середньою швидкістю $w = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Середня температура повітря по довжині труби $t_p = 50^\circ \text{C}$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стінкою прямокутного каналу.

Фізичні параметри повітря при температурі $t_p = 50^\circ \text{C}$ такі: $\lambda = 2,82 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$, $\nu = 17,96 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$, $Pr = 0,698$.

Визначаємо еквівалентний діаметр поперечного перерізу за формулою $d_{\text{еф}} = \frac{4F}{P}$, де: F – площа поперечного перерізу січення; P – периметр поперечного січення. Підставляючи дані отримаємо

$$d_{\text{еф}} = \frac{4 \cdot 0,2 \cdot 0,3}{0,2 + 0,3 + 0,2 + 0,3} = 0,24 \text{ м}.$$

Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_{dp} = \frac{wd}{\nu_p}$,

тоді $Re_{dp} = \frac{3 \cdot 0,24}{17,96 \cdot 10^{-6}} = 40089$. Оскільки число Рейнольдса

$Re_{dp} > 10000$, то рух повітря всередині прямокутного каналу турбулентний. Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного турбулентного руху рідини в трубі, тому число Нуссельта визначаємо за формулою

$$Nu_{dp} = 0,021 Re_{dp}^{0,8} Pr_p^{0,43} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25} \varepsilon_l.$$

Для газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Поправочний коефіцієнт ε_l

визначається з таблиць. Оскільки $\frac{l}{d} = \frac{3}{0,24} = 12,5$ і

$Re_{dp} = 40089$, то $\varepsilon_l = 1,1$.

Підставляючи дані отримаємо, що число Нуссельта дорівнює $Nu_{dp} = 0,021 \cdot 40089^{0,8} \cdot 0,698^{0,43} \cdot 1,1$ або $Nu_{dp} = 95,26$.

Коефіцієнт тепловіддачі між стінкою прямокутного каналу та повітрям дорівнює $\alpha = \frac{\lambda_p Nu_{dp}}{d}$, тому

$$\alpha = \frac{2,82 \cdot 10^{-2} \cdot 95,26}{0,24}, \quad \alpha = 11,2 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}.$$

Тема 6. Променевий теплообмін

Передача тепла відбувається теплопровідністю, конвекційним теплообміном та променевим теплообміном.

Променевий теплообмін – складний процес передачі теплоти, який характеризується перетворенням внутрішньої енергії речовини в енергію електромагнітних хвиль, розповсюдженням хвиль та поглинанням їх речовиною, що приводить до зростання внутрішньої енергії тіла. Носіями променевої енергії є електромагнітні хвилі, які характеризуються довжиною хвилі λ і поширюються у вакуумі з швидкістю $c_0 = 300 \cdot 10^6 \frac{м}{с}$. В залежності від довжини хвилі випромінювання поділяються:

γ – випромінювання ($5 \cdot 10^{-11} мм \leq \lambda \leq 10^{-9} мм$);

рентгенівське ($10^{-9} мм \leq \lambda \leq 2 \cdot 10^{-5} мм$);

ультрафіолетове ($2 \cdot 10^{-5} мм \leq \lambda \leq 4 \cdot 10^{-4} мм$);

світлове (видиме) ($4 \cdot 10^{-4} мм \leq \lambda \leq 8 \cdot 10^{-4} мм$);

інфрачервоне (теплове) ($8 \cdot 10^{-4} мм \leq \lambda \leq 0,8 мм$)

радіохвилі ($0,2 мм \leq \lambda$).

Теплове випромінювання – випромінювання, якщо електромагнітні хвилі мають довжину в діапазоні ($4 \cdot 10^{-4} мм \leq \lambda \leq 2 \cdot 10^{-1} мм$). Закони розповсюдження, заломлення і відбиття, які встановлені в оптиці для світлових променів, справедливі також для теплових променів. Теплове випромінювання є властивістю всіх тіл. Кількість випроміненої тілом енергії залежить від фізичних

властивостей тіла та його температури. Залежно від спектра, випромінювання поділяють на неперервне та селективне (вибіркове). Більшість твердих тіл та рідин мають неперервний спектр випромінювання. Вони випромінюють хвилі всіх довжин, від малих до великих. Гази мають селективний спектр випромінювання. Їх випромінювання характеризується певним діапазоном довжини хвиль.

Потоком випромінювання Q – називають променеву енергію, яка проходить через довільну поверхню за одиницю часу, $[Q] = Bm$. Потік теплового випромінювання, що виходить з одиниці площі за всіма напрямками напівсферичного простору, називають **поверхневою густиною потоку випромінювання** E , $[E] = Bm/m^2$.

Вона описується формулою $E = \frac{dQ}{dF}$,

де dQ – величина променевого потоку,

dF – величина площі поверхні з якої випромінюється променева енергія. Променевий потік, який виходить з усієї поверхні дорівнює $Q = \int_F E dF$.

Розподіл променевої енергії за довжинами хвиль випромінювання характеризується спектральною інтенсивністю випромінювання E_λ , яка визначається за

формулою $E_\lambda = \frac{dE(\lambda)}{d\lambda}$,

де $E(\lambda)$ – спектральна густина теплового випромінювання.

При попаданні теплових променів на тіло частина їх поглинається, частина – відбивається і частина теплових променів проходить крізь тіло. Та частина енергії, яка поглинається, перетворюється в теплову.

Для всякого тіла, яке отримує променеву енергію, дійсне рівняння теплового балансу

$$Q_{nad} = Q_A + Q_R + Q_D, \quad (2.113)$$

де Q_{nad} – кількість теплової енергії, яка опромінила тіло;

Q_A – кількість променевої енергії яку поглинуло тіло;

Q_R – кількість променевої енергії яка відбилась від тіла;

Q_D – кількість променевої енергії яка пройшла крізь тіло.

Поділивши всі члени рівняння (113) на Q_{nad} отримаємо, що

$$A + R + D = 1, \quad (2.114)$$

де A, R, D відповідно коефіцієнти поглинальної, відбивної і пропускнуї здатності тіла.

Абсолютно чорним тілом називають тіло яке повністю поглинає променеву енергію, що потрапляє на нього, тобто тіло для якого $A = 1, R = 0, D = 0$.

Дзеркальним тілом називають тіло яке повністю, згідно з законами геометричної оптики, відбиває всю променеву енергію яка падає на нього, тобто тіло для якого $A = 0, R = 1, D = 0$. Для дзеркальних поверхонь відбитий промінь залишається в площині падіння і кути падіння та відбиття рівні між собою.

Абсолютно білим тілом називають тіло, яке здійснює повне дифузійне відбиття променевої енергії яка падає на нього, тобто тіло для якого $A = 0, R = 1, D = 0$. В дифузійному відбитті падаючий промінь після відбиття розпадається на безліч променів.

Абсолютно прозорим тілом (діатермічним) називають тіло яке повністю пропускає променеву енергію, яка падає на нього, тобто тіло для якого $A = 0, R = 0, D = 1$.

В природі абсолютно чорних, білих та прозорих тіл не буває. Більшість твердих тіл, практично, через себе променевої енергії не пропускають, тобто $D=0$. Велику поглинальну здатність мають *наприклад*: нафтова сажа (чорного кольору), сніг (білого кольору), оксамит (довільних кольорів) для яких $A=0,97$. Поглинальний здатності тіла сприяє нерівність його поверхні. Відполіровані метали мають велику відбивну здатність променевої енергії, для них $R=0,97$.

Одноатомні та двоатомні гази практично є діатермічними. Сонячну енергію повітря пропускає без його поглинання. Існують тіла, які прозорі тільки для променів певної довжини, *наприклад* віконне скло, яке пропускає світлові промені але поглинає ультрафіолетові та інфрачервоні.

Випромінювання з елементарної площі dF поверхні тіла може бути нерівномірним за різними напрямками в просторі. Кількість променевої енергії випроміненої з одиниці площі dF поверхні тіла за одиницю часу в одиниці елементарного просторового кута $d\Omega$, побудованого біля заданого напрямку $\vec{l}$, який утворює кут φ з нормаллю $\vec{n}$ до площадки dF , характеризується кутовою густиною випромінення E_φ ,

$$\text{де} \quad E_\varphi = \frac{d^2 Q_\varphi}{dF d\Omega}. \quad (2.115)$$

Отже, поверхнева густина потоку випромінення

$$\text{дорівнює } E = \int_{2\pi} E_\varphi d\Omega.$$

Величину $\frac{E_\varphi}{\cos \varphi}$ називають **яскравістю випромінення**.

Якщо яскравість у всіх напрямках однакова, то таке випромінювання називають **дифузійним**.

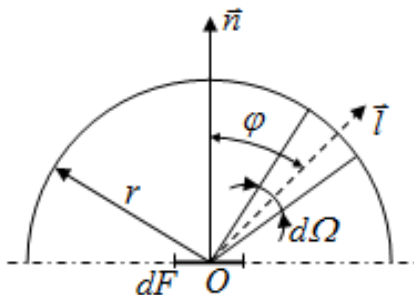


Рис. 2.10. .Кутова густина випромінювання

Для дифузійного випромінювання поверхнева густина потоку випромінювання дорівнює $E = \pi E_n$, де E_n кутова густина випромінювання в напрямку нормалі до поверхні.

6.1. Закони випромінювання абсолютно чорного тіла

Формула Планка. Ця формула встановлює залежність спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла $E_{\lambda 0}$ від довжини хвилі λ і температури T . Індекс «0», тут і надалі в цій темі, вказуватиме, що характеристики відносяться до абсолютно чорного тіла.

Аналітична залежність спектральної інтенсивності випромінювання від довжини хвилі і температури була отримана Планком на основі квантової теорії і має вигляд:

$$E_{\lambda 0}(\lambda, T) = c_1 \lambda^{-5} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1}, \quad (2.116)$$

де $c_1 = 0,374 \cdot 10^{-15} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$, $c_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$,

λ – довжина хвилі $[\lambda] = \text{м}$,

T – абсолютна температура. Випромінення абсолютно чорного тіла характеризується неперервним спектром з діапазоном хвиль від $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$.

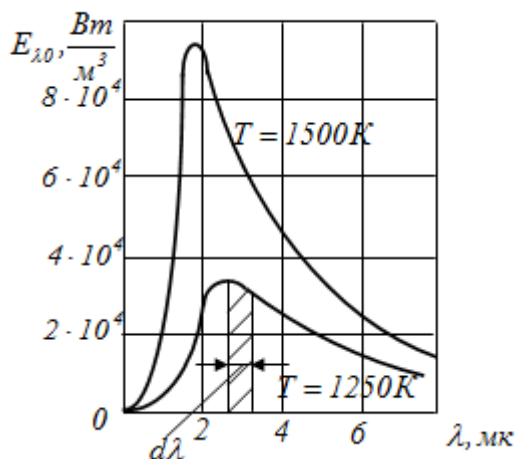


Рис. 2.11. Залежність спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла від довжини хвилі і температури

Криві спектральної інтенсивності випромінення характеризуються наявністю максимуму з різким спадом в сторону коротких хвиль і більш повільного спаду в сторону довгих хвиль. Площа елементарної площадки обмеженої зверху кривою спектральної інтенсивності випромінення (рис. 2.11), для даної температури, а знизу – шириною $d\lambda$, характеризує величину променевого випромінення з довжиною хвилі λ . З графіків (рис. 2.11) можна стверджувати, якщо $T < 1000K$, то майже вся променева енергія переноситься інфрачервоними променями ($8 \cdot 10^{-4} \text{ мм} \leq \lambda \leq 0,8 \text{ мм}$).

Із збільшенням температури зростає частка променевої енергії яку переносить світлове випромінювання ($4 \cdot 10^{-4} \text{ мм} \leq \lambda \leq 8 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$). Величина поверхневої густини випромінювання E чисельно дорівнює площі фігури розміщеної нижче спектральної кривої та вище осі абсцис.

Закон Віна. Він встановлює залежність положення максимуму спектральної інтенсивності випромінювання від абсолютної температури та вказує, що максимальна величина променевого випромінювання абсолютно чорного тіла буде для довжини хвилі яка визначається за формулою

$$\lambda_{\max} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3}}{T} \text{ м} \cdot \text{К}. \quad (2.117)$$

Для реальних тіл залежність густини випромінювання $E(\lambda, T)$ від довжини хвиль та температури може бути встановлена на основі експериментального визначення їх спектра. Для реальних газів дана формула справедлива якщо $T \leq 1000 \text{ К}$.

Закон Стефана-Больцмана. Він встановлює залежність сумарного потоку випромінювання абсолютного чорного тіла E_0 від температури. Величина потоку може бути отримана з формули Планка шляхом її інтегрування, тобто

$$E_0(T) = \int_0^{\infty} E_{\lambda 0}(\lambda, T) d\lambda \quad E_0(T) = \int_0^{\infty} c_1 \lambda^{-5} (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)^{-1} d\lambda$$

$$\text{або } E_0(T) = \sigma_0 T^4 \quad (2.118)$$

де $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла.

Формула (2.118) виражає закон Стефана-Больцмана. Дана залежність вказує, що кількість променевої енергії випромінювальної абсолютно чорним тілом пропорційна четвертій степені абсолютної температури. В технічних розрахунках використовують формулу у вигляді

$$E_0 = 5,67 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \frac{Bm}{m^2}. \quad (2.119)$$

Інтенсивність випромінення $E(\lambda, T)$ всіх твердих, рідких і газоподібних тіл суттєво залежить від довжини хвилі випромінювання та температури. Вона завжди менша спектральної інтенсивності випромінення абсолютно чорного тіла $E_0(\lambda, T)$ при тій же довжині хвилі та температурі. Деякі тіла випромінюють енергію лише в невеликих інтервалах довжин хвиль. Це явище особливо властиве газам.

Для характеристики реальних тіл використовується **спектральний ступінь чорноти** $\varepsilon(\lambda, T)$, яка характеризує відношення спектральної інтенсивності випромінювання реального тіла до спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла при тій же довжині хвилі та температури, тобто $\varepsilon(\lambda, T) = \frac{E(\lambda, T)}{E_0(\lambda, T)}$.

Для більшості реальних тіл спектральний ступінь чорноти $\varepsilon(\lambda, T)$ залежить від довжини хвилі і температури. В реальному житті дослідження променевого випромінювання і поглинання пов'язане з поняттям “сіре тіло”.

Сірим тілом називають таке тіло, спектр випромінення якого неперервний і повністю подібний до спектра випромінення абсолютно чорного тіла при тій же температурі, а спектральний ступінь чорноти $\varepsilon(\lambda, T)$ не залежить від величини довжини хвилі, тобто $\varepsilon(T)$ є

функцією тільки температури. Очевидно, величини спектрального та інтегрального ступенів чорноти для сірого тіла однакові і тому $\varepsilon(\lambda, T) = \varepsilon(T)$. Ступінь чорноти тіла $\varepsilon(T)$ характеризує відношення енергії випромінювання тілом до енергії випромінювання абсолютно чорним тілом за тої ж температури, тобто $\frac{E(T)}{E_0(T)} = \varepsilon(T)$.

Значення ступеня чорноти ε залежить від матеріалу, стану поверхні і температури поверхні тіла, що випромінює.

Для сірих тіл енергія випромінювання обчислюється за формулою

$$E(\lambda, T) = 5,67\varepsilon \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (2.120)$$

Закон Ламберта. Цей закон характеризує розподіл енергії випромінювання абсолютно чорного тіла по напрямках. Закон Ламберта стверджує, що випромінювання абсолютно чорного тіла є дифузійним, тобто яскравість випромінювання у всіх напрямках однакова, тоді максимальне випромінювання одиниці площі поверхні тіла буде за напрямком нормалі до неї. Отже, якщо вузький пучок променів направлено під кутом φ до нормалі, то кількість випроміненої енергії дорівнює

$$E_{0\varphi} = E_{0n} \cos \varphi = \frac{E_0}{\pi} \cos \varphi, \text{ де } E_0 = 5,67 \left(\frac{T}{100} \right)^4$$

густина потоку випромінювання абсолютно чорного тіла з температурою T .

6.2. Закон Кірхгофа

Різні тіла мають різні поверхневі густини випромінення E та поглинальні властивості A при даній температурі. Залежність між цими величинами встановлює закон Кірхгофа. Розглянемо систему, яка складається з двох плоских безмежних паралельних стінок, які перебувають в тепловій рівновазі, тобто температури стінок рівні за величиною. Поверхня однієї стінки абсолютно чорна ($A_0=1$), а поверхня другої стінки – сіра ($\varepsilon < 1; A < 1$), де ε – ступінь чорноти тіла; A – коефіцієнт який характеризує поглинальну здатність сірого тіла. Кількість енергії, яку випромінює абсолютно чорна стінка з одиниці площі поверхні за одиницю часу, дорівнює $E_0 = \sigma_0 T^4$. Частину енергії AE_0 поглинає сіра стінка, а частина енергії $(1-A)E_0$ відбивається від сірої стінки і поглинається абсолютно чорним тілом. Сіре тіло випромінює енергію E , яку поглинає абсолютно чорне тіло. З умови теплової рівноваги отримуємо рівність $E_0 = E + (1-A)E_0$. Звідки отримуємо $E = AE_0$ або $\frac{E}{A} = E_0$.

Отже, **закон Кірхгофа** стверджує: за термодинамічної рівноваги відношення густини потоку випромінювальної здатності сірого тіла до його поглинальної здатності не залежить від фізичних властивостей сірого тіла і для всіх тіл однакове та дорівнює густині потоку випромінювання абсолютно чорного тіла за такої самої температури, тобто

Оскільки $E_i = \varepsilon_i E_0$, то попередня залежність матиме вигляд

$$\frac{\varepsilon_1 E_0}{A_1} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{A_2} = \frac{\varepsilon_3 E_0}{A_3} = \dots = \frac{E_0}{A_0} = E_0(T) \text{ або } \frac{\varepsilon_1}{A_1} = \frac{\varepsilon_2}{A_2} = \frac{\varepsilon_3}{A_3} = \dots = \frac{1}{1} = 1$$

Отже, за термодинамічної рівноваги коефіцієнт поглинання та ступінь чорноти сірого тіла чисельно збігаються, тобто $\varepsilon_i = A_i$.

Ця рівність дозволяє стверджувати, що випромінювальна здатність сірого тіла тим більша чим більша його поглинальна здатність.

Випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла за будь-якої температури є максимальною і більшою від випромінювальної здатності сірого тіла.

6.3. Теплообмін випромінюванням між плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем

Розглянемо дві паралельні плоскі сірі стінки безмежної протяжності, які мають різну температуру і відокремлені діатермічним середовищем. Перша стінка з температурою T_1 має власну густину потоку випромінювання E_1 і поглинальну здатність A_1 . Друга стінка з температурою T_2 характеризується густиною потоку випромінювання E_2 та поглинальною здатністю A_2 . Вважаємо, що $T_1 > T_2$. Отже, стінки будуть обмінюватись променевою енергією, в результаті чого встановиться стаціонарний променевий тепловий потік скерований від більш гарячої стінки до менш гарячої. Якщо на тверде тіло не падає тепловий промінь, то з одиниці площі поверхні тіла випромінюється променевий потік E . Це власне випромінювання тіла. Однак на тіло падає випромінювання і E_{nad} – величина променевої енергії яка падає на тіло. AE_{nad} – величина падаючої енергії, яка поглинається тілом.

$(1 - A)E_{nad}$ – величина променевої енергії, яку тверде тіло не поглинуло а відбило.

$E_{ef} = E + (1 - A)E_{nad}$ – величина променевої енергії яка фактично відходить від твердого тіла (тут враховується як особисте випромінювання так і відбита променева енергія). Ефективне випромінювання залежить від фізичних властивостей тіла, його температури, форми тіла, його розмірів та теплофізичної поведінки навколишніх твердих тіл. Ефективне випромінювання E_{ef} відчувається людиною та фіксується приладами.

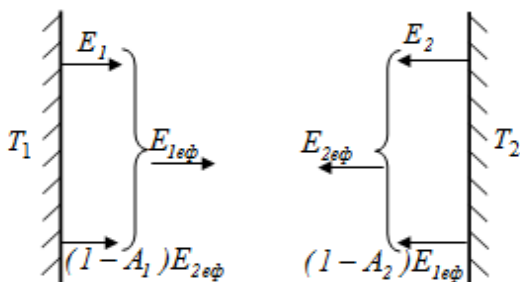


Рис. 2.12. Схема променевого теплообміну між двома сірими плоскими паралельними поверхнями

Отже, сумарне випромінювання від першої стінки складається з власного випромінювання E_1 і випромінювання внаслідок відбиття променевого потоку від другої стінки $(1 - A_1)E_{2ef}$, тобто ефективне випромінювання першого тіла дорівнює

$$E_{1ef} = E_1 + (1 - A_1)E_{2ef}. \quad (2.121)$$

Друга стінка випромінює тепловий потік E_2 , та відбиває величину теплового потоку $(1 - A_2)E_{1ef}$ від випромінювання першої стінки.

Отже, сумарне випромінювання від другої стінки, тобто ефективне випромінювання другого тіла дорівнює

$$E_{2ef} = E_2 + (1 - A_2)E_{1ef}. \quad (2.122)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2.121), (2.122) отримаємо

$$E_{1ef} = \frac{E_1 + (1 - A_1)E_2}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)} \text{ та } E_{2ef} = \frac{E_2 + (1 - A_2)E_1}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)}$$

Результуюче випромінювання дорівнює різниці між ефективним випромінюванням, яке йде від першого тіла до другого, тобто густина теплового потоку від першої стінки до другої дорівнює різниці густин ефективного випромінювання

$$q_{1,2} = E_{1ef} - E_{2ef} = \frac{E_1 A_2 - E_2 A_1}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}. \quad (2.123)$$

Для сірого тіла густина випромінювання дорівнює

$$E_i = 5,67 \varepsilon_i \left(\frac{T_i}{100} \right)^4.$$

Враховуючи, що поглинальна здатність тіла дорівнює ступеневі чорноти, тобто $A_i = \varepsilon_i$, співвідношення (2.123) набере вигляду

$$q_{1,2} = \frac{5,67 \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \text{ або } q_{1,2} = \frac{5,67}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right). \quad (2.124)$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Величину називають узагальненим ступенем чорноти системи тіл 1 і 2.

Отже, густину теплового потоку випромінювання між плоскими безмежними паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем визначають за формулою:

$$q_{1,2} = 5,67\varepsilon_{1,2} \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right). \quad (2.125)$$

6.4. Теплообмін випромінюванням між твердими тілами, одне з яких розміщене всередині іншого

Розглядаємо стаціонарний теплообмін між твердим тілом 1 з випуклою поверхнею площею F_1 , яке розміщене всередині другого тіла 2, площа поверхні якого F_2 . Нехай температура на поверхні першого тіла T_1 і його ступінь чорноти ε_1 . T_2 – температура внутрішньої поверхні тіла 2 і ступінь його чорноти ε_2 . Середовище, яке заповнює простір між першим та другим тілами, вважається

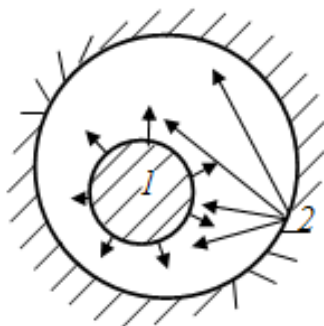


Рис. 2.13. Схема променевого теплообміну між тілом 1 і внутрішньою поверхнею тіла 2 діатермічним.

Внаслідок випуклості поверхні першого тіла, всі його промені попадають на поверхню другого тіла. Промені з другого тіла частково попадають на поверхню першого тіла а частково, минаючи перше тіло, попадають на іншу частину поверхні другого тіла. Величина теплового потоку від першого тіла до другого внаслідок променевого теплообміну визначається за формулою:

$$Q = 5,67 \varepsilon_{1,2} \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right) F_1, \quad (2.126)$$

де $\varepsilon_{1,2}$ – узагальнений ступінь чорноти системи тіл, яка визначається за формулою:

$$\varepsilon_{1,2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right)^{-1}. \quad (2.127)$$

Для випадку, якщо площа поверхні першого тіла значно менша від площі внутрішньої поверхні другого тіла, формула (126) набирає вигляду:

$$Q = 5,67 \varepsilon_1 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right) F_1. \quad (2.128)$$

Формули (2.126) та (2.128) справедливі для випадку, якщо обидві поверхні мають сферичну форму. Ці формули з достатньою точністю описують променевий теплообмін, якщо одне циліндричне тіло розміщене всередині другого і нагрітим тілом є внутрішній циліндр.

6.5. Теплові екрани

Для захисту від теплового опромінювання та зменшення теплопередачі випромінюванням використовуються теплові екрани.

Теплові екрани – це технічні прилади, які розміщуються між поверхнями, одна з яких випромінює, а друга – поглинає тепловий потік. Екрани поділяються на відбиваючі та поглинаючі. За реалізацією **відбиваючий екран** – тонка стінка, непроникна для електромагнітного опромінювання ($D=0$), з малим термічним опором. В такому випадку температуру по товщині відбиваючого екрану можна вважати сталою. *Прикладами* таких екранів служать тонкі металеві пластини, які застосовуються для захисту будівельних конструкцій, людей і пожежної техніки від опромінювання полум'ям під час гасіння пожежі.

Поглинаючі екрани – технічні споруди, які поглинають променеву енергію.

Приклади – протипожежні стіни, перекриття, облицювання, водяні завіси та інше.

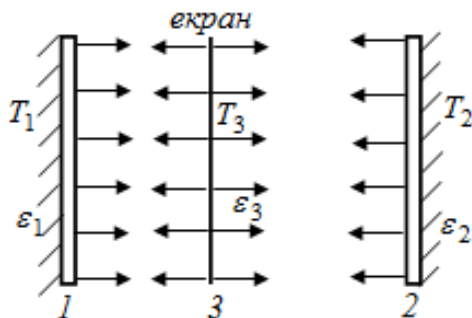


Рис. 2.14. Схема променевого теплообміну між плоскопаралельними тілами відокремленими тепловим екраном

Розглянемо променевий теплообмін між плоскопаралельними поверхнями відокремленими тепловим екраном.

Вважаємо, що T_1, T_2, T_3 – температури, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – ступені чорноти відповідно плоских поверхонь тіл 1, 2 і відбиваючого екрана 3.

Густина променевого теплового потоку від першого тіла до теплового екрана і від теплового екрана до другого тіла, тобто від першого тіла до другого, за наявності теплового екрана, визначається такою формулою:

$$q_{1,2}^e = \frac{\varepsilon_{1,3}\varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}} 5,67 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right), \quad (2.129)$$

$$\text{де: } \varepsilon_{1,3} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1}, \quad \varepsilon_{3,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1}.$$

Величина температури на поверхні теплового екрана визначається за формулою

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{\varepsilon_{1,3}T_1^4 + \varepsilon_{3,2}T_2^4}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}}}. \quad (2.130)$$

Величина температури на поверхні теплового екрана не може бути довільною, оскільки кожний матеріал має межу допустимої температури. Гранично допустима температура для одинарного листа білої бляхи $T_{3,\text{дон}} \leq 923K$;

для окислених алюмінієвих листів $T_{3,\text{дон}} \leq 823K$; для азбестового картону і полірованих алюмінієвих листів $T_{3,\text{дон}} \leq 873K$.

Для випадку, якщо ступені чорноти плоскопаралельних тіл і теплового екрана однакові, то густина променевого теплового потоку між поверхнями першого і другого тіл зменшується вдвоє в порівнянні з променевим тепловим потоком за відсутності теплового екрана, тобто $q_{1,2}^e = 0,5q_{1,2}$.

Для випадку якщо поверхні теплового екрана добре відбивають теплове випромінювання, тобто $\varepsilon_1 \gg \varepsilon_3$ і $\varepsilon_2 \gg \varepsilon_3$ рівняння (129) набирає вигляду

$$q_{1,2}^e = \frac{\varepsilon_3}{2} 5,67 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right). \quad (2.131)$$

Якщо тепловий екран складається з n шарів і ступінь чорноти всіх шарів однаковий, то

$$q_{1,2}^e = \left(1 + \varepsilon_{1,2} n \left(\frac{2}{\varepsilon_3} - 1 \right) \right)^{-1} \varepsilon_{1,2} 5,67 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right), \quad (2.132)$$

$$\text{або } q_{1,2}^e = \left(1 + \varepsilon_{1,2} n \left(\frac{2}{\varepsilon_3} - 1 \right) \right)^{-1} q_{1,2}, \quad (2.133)$$

$$\text{де } \varepsilon_{1,2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)^{-1}.$$

Ефект послаблення результуючого теплового потоку під час променевого теплообміну є значним, якщо ступінь чорноти поверхні теплового екрана незначний.

6.6. Методика розв'язування задач

Задача 1. Визначити густину променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем, для двох випадків Перша стінка виготовлена з червоної цегли і її температура $t_1 = 827^0 C$ та ступінь чорноти $\varepsilon_1 = 0,93$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з дерева а в другому випадку – з листової сталі. Температура другої стінки $t_2 = 27^0 C$. Ступінь чорноти дерева $\varepsilon_2 = 0,9$ а листової сталі – $\varepsilon_2 = 0,56$.

Густину променевого теплового потоку від поверхні більш нагрітої стінки до стінки з менш нагрітою поверхнею визначаємо за формулою

$$q_{1,2} = 5,67 \varepsilon_{1,2} \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right),$$

де узагальнений ступінь чорноти системи тіл 1, 2 дорівнює

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

I випадок. Система тіл: червона цегла і дерево. Підставляючи значення величин отримаємо, що узагальнений ступінь чорноти для цієї системи тіл дорівнює

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{0,93} + \frac{1}{0,9} - 1} \quad \text{або} \quad \varepsilon_{1,2} = 0,843. \quad \text{Отже, густина}$$

променевого теплового потоку від більш нагрітої стінки до менш нагрітої дорівнює

$$q_{1,2} = 5,67 \cdot 0,843 \left(\left(\frac{1100}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right), \quad q_{1,2} = 69586 \frac{Bm}{m^2}.$$

II випадок. Система тіл: червона цегла і листова сталь. Узагальнений ступінь чорноти для цієї системи тіл дорівнює

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{0,93} + \frac{1}{0,56} - 1} \quad \text{або} \quad \varepsilon_{1,2} = 0,537. \quad \text{Отже, густина}$$

променевого теплового потоку від більш нагрітої стінки до менш нагрітої дорівнює

$$q_{1,2} = 5,67 \cdot 0,537 \left(\left(\frac{1100}{100} \right)^4 - \left(\frac{300}{100} \right)^4 \right), \quad q_{1,2} = 44361 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Висновок. Густина променевого теплового потоку до тіла з меншим ступенем чорноти є менша від густини променевого теплового потоку до тіла з більш високим ступенем чорноти.

Задача 2. Всередині сфери радіуса $R_2 = 2,4 \text{ м}$ розміщена куля радіусом $R_1 = 0,2 \text{ м}$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 820^\circ \text{C}$ і $t_2 = 24^\circ \text{C}$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0,92$ і $\varepsilon_2 = 0,24$.

Площа поверхні кулі $F_1 = 4\pi R_1^2$, $F_1 = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,2^2$ або $F_1 = 0,503 \text{ м}^2$. Площа сферичної поверхні $F_2 = 4\pi R_2^2$ або $F_2 = 72,38 \text{ м}^2$. Узагальнений ступінь чорноти системи тіл 1, 2

визначаємо за формулою
$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{0,92} + \frac{0,503}{72,38} \left(\frac{1}{0,24} - 1 \right)} \quad \text{або} \quad \varepsilon_{1,2} = 0,902.$$

Величину променевого теплового потоку від тіла, яке розміщене всередині другого, визначаємо за формулою

$$Q_{1,2} = \varepsilon_{1,2} 5,67 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right) F_1.$$

Підставляючи дані отримаємо

$$Q_{1,2} = 0,902 \cdot 5,67 \left(\left(\frac{1093}{100} \right)^4 - \left(\frac{297}{100} \right)^4 \right) 0,503 \text{ або } Q_{1,2} = 36479 \text{ Вт}.$$

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо температура на поверхні стінки з шамотної цегли $t_1 = 938^\circ\text{C}$ і її ступінь чорноти $\varepsilon_1 = 0,6$. Друга стінка виготовлена з дерева, температура на його поверхні $t_2 = 60^\circ\text{C}$ і $\varepsilon_1 = 0,8$. Тепловий екран виготовлений з полірованого алюмінію ступінь чорноти якого $\varepsilon_3 = 0,07$.

Густина променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними стінками без теплового екрана визначається за формулою

$$q_{1,2} = 5,67 \varepsilon_{1,2} \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right),$$

де узагальнений ступінь чорноти системи тіл 1, 2 дорівнює $\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$.

Підставляючи дані отримаємо $\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{0,6} + \frac{1}{0,8} - 1}$,

$$\varepsilon_{1,2} = 0,522 \text{ і } q_{1,2} = 5,67 \cdot 0,522 \left(\left(\frac{1211}{100} \right)^4 - \left(\frac{333}{100} \right)^4 \right), q_{1,2} = 63259 \frac{Bm}{m^2}.$$

Густина теплового потоку від першого тіла до другого, за наявності теплового екрана, визначаємо використовуючи формулу:

$$q_{1,2}^e = \frac{\varepsilon_{1,3} \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}} 5,67 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right),$$

$$\text{де: } \varepsilon_{1,3} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1} \text{ і } \varepsilon_{3,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

Ступені чорноти відповідних систем тіл дорівнюють

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{1}{\frac{1}{0,6} + \frac{1}{0,07} - 1} \text{ і } \varepsilon_{1,3} = 0,0669, \varepsilon_{3,2} = \frac{1}{\frac{1}{0,07} + \frac{1}{0,8} - 1} \text{ і } \varepsilon_{3,2} = 0,0688.$$

Отже, густина теплового потоку за наявності теплового екрана дорівнює $q_{1,2}^e = \frac{0,0669 \cdot 0,0688}{0,0669 + 0,0688} 5,67 \left(\left(\frac{1211}{100} \right)^4 - \left(\frac{333}{100} \right)^4 \right)$ або

$$q_{1,2}^e = 41117 \frac{Bm}{m^2}.$$

Наявність теплового екрана зменшує променевий тепловий потік у $\frac{63259}{41117} = 15$ разів.

Задача 4. Визначити кількість шарів в теплому екрані виготовленого з сталльної блискучої оцинкованої бляхи, якщо плоска стінка, виготовлена з шамотної цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1100^\circ C$. Друга стінка виготовлена з дерева і температура її поверхні $t_2 = 67^\circ C$.

Допустима густина променевого теплового потоку для дерева $q_{\text{дон}} = 12800 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Ступені чорноти для шамотної цегли $\varepsilon_1 = 0,75$, для дерева – $\varepsilon_2 = 0,8$ і для листової блискучої оцинкованої сталі $\varepsilon_3 = 0,28$.

Коефіцієнт чорноти системи тіл 1, 2 дорівнює $\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{0,75} + \frac{1}{0,8} - 1}$, $\varepsilon_{1,2} = 0,632$. Густина теплового

променевого потоку між двома стінками без теплового екрана дорівнює $q_{1,2} = 5,67 \cdot 0,632 \left(\left(\frac{1373}{100} \right)^4 - \left(\frac{340}{100} \right)^4 \right)$,

$$q_{1,2} = 126782 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

За наявності n шарів в тепловому екрані, густина променевого теплового потоку визначається за формулою

$$q_{1,2}^e = \frac{q_{1,2}}{1 + \varepsilon_{1,2} n \left(\frac{2}{\varepsilon_3} - 1 \right)}.$$

З цього рівняння отримаємо, що $n = \frac{q_{1,2} - q_{1,2}^e}{\varepsilon_{1,2} \left(\frac{2}{\varepsilon_3} - 1 \right) q_{1,2}^e}$.

Підставляючи значення величин і враховуючи, що в граничному режимі $q_{1,2}^e = q_{\text{дон}}$, отримаємо

$$n = \frac{126782 - 12800}{0,632 \left(\frac{2}{0,28} - 1 \right) 12800} \quad \text{і} \quad n = 2,29.$$

Отже, необхідно зробити тепловий екран з 3 шарів сталльної блискучої оцинкованої бляхи.

Задача 5. Визначити працездатність теплового екрана з полірованого алюмінію встановленого між стінкою печі, яка виготовлена з шамотної цегли, та стінкою з дерева. Температура поверхні печі $t_{m0} = 800^{\circ}\text{C}$ і поверхні другої стінки – $t_{m1} = 70^{\circ}\text{C}$. Гранично допустима температура для цього теплового екрана $t_{m3} \leq 600^{\circ}\text{C}$. Ступінь чорноти шамотної цегли $\varepsilon_1 = 0,6$, дерев'яної стінки – $\varepsilon_2 = 0,9$ і полірованого алюмінію – $\varepsilon_1 = 0,08$.

Узагальнені ступені чорноти системи тіл дорівнюють

$$\varepsilon_{1,3} = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right)^{-1} \text{ і } \varepsilon_{3,2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)^{-1}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$\varepsilon_{1,3} = \left(\frac{1}{0,6} + \frac{1}{0,08} - 1 \right)^{-1} = 0,076 \text{ і } \varepsilon_{3,2} = \left(\frac{1}{0,08} + \frac{1}{0,9} - 1 \right)^{-1} = 0,077.$$

Температуру на поверхні теплового екрана визначаємо за формулою $T_3 = \sqrt[4]{\frac{\varepsilon_{1,3}T_1^4 + \varepsilon_{3,2}T_2^4}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}}}$.

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{0,076 \cdot 1073^4 + 0,077 \cdot 343^4}{0,076 + 0,077}} = 902\text{K} \text{ або } t_3 = 629^{\circ}\text{C}.$$

Отже враховуючи, що для полірованого алюмінію допустима температура $t_{m3} \leq 600^{\circ}\text{C}$, а, згідно з розрахунками температура на поверхні теплового екрана досягатиме $t_3 = 629^{\circ}\text{C}$ можна стверджувати про втрату працездатності теплового екрану.

Тема 7. Види палива. Головні стадії горіння. Основні положення

Паливом називають вуглецеві, водневі, сірчисті та інші сполуки, які під час згорання виділяють велику кількість теплоти. За агрегатним станом паливо поділяють на тверде, рідке та газоподібне, а за способом отримання – на природне та штучне.

Природне паливо – паливо отримане з навколишнього середовища без суттєвої технічної переробки. До природного твердого палива відносяться *наприклад*: дрова, торф, буре і камінне вугілля, антрацит, горючі сланці. До природного рідкого палива відноситься *наприклад*: сира нафта, а до газоподібного – природний горючий газ.

Газоподібне паливо – механічна суміш горючих та негорючих газів. До горючих газів відноситься водень, окис вуглецю, метан, різні вуглеводи та сірководень. Окрім цих головних складових в газоподібному паливі містяться водяна пара, азот, вуглекислий газ, рідини в крапельному та тверді тіла в порошковидному станах. Головним компонентом природного газу є метан, частка якого становить 80 – 98%.

Природне рідке паливо – нафта до складу якого входить $C^P=83 - 87\%$, $H^P=11 - 14\%$, $S^P=0,01 - 7\%$, $O^P=0,1 - 0,3\%$, $N^P=0,02 - 1,7\%$.

Цінність твердого палива як горючої речовини визначається його хімічним складом та структурою палива. Недоліками твердого палива є вміст води та негорючих домішок.

Штучне паливо отримують з природного палива шляхом технічної переробки останнього. До штучного твердого палива відноситься *наприклад*: деревинне вугілля, кокс, торф'яні та вугільні брикети.

Штучним рідким паливом *наприклад*: є продукти переробки нафти – мазут, гас, бензин, олива та інші, в тому

числі біопаливо. Штучним газоподібним паливом *наприклад*: є газ отриманий від переробки гною, відходів харчування та інших відходів.

За своїм складом паливо є складною хімічною речовиною, яка складається як з горючих, так і не горючих речовин. До горючих елементів твердого, рідкого і газоподібного палива відноситься вуглець, водень і летюча сірка. До не горючих елементів відносяться азот, кисень, сульфатна сірка, волога і зола. Сірка, волога і попел є небажаними елементами палива. Продукти згорання сірки в поєднанні з водою утворюють сполуки, які спричиняють руйнацію елементів конструкції та є шкідливими для навколишнього середовища. Вологість зменшує тепловий ефект горіння, оскільки забирає частину теплоти на своє випаровування. Зола зменшує теплоту згорання і погіршує економічність роботи паливних пристроїв.

Робочий склад палива описується по масі таким рівнянням

$$C^P + H^P + O^P + N^P + S_{\text{л}}^P + A^P + W^P = 100\%,$$

де символом A позначена зола; W – вода; верхній індекс «р» вказує, що мова йде про склад робочого палива.

Склад палива висушеного при температурі 105°C – 110°C визначає суху масу палива. Його склад описується рівнянням

$$C^c + H^c + O^c + N^c + S_{\text{л}}^c + A^c = 100\%,$$

де верхній індекс «с» вказує, що мова йде про склад сухого палива.

Склад палива без вологості та золи утворює горючу масу

$$C^e + H^e + O^e + N^e + S^e_l = 100\%,$$

де верхній індекс «e» означає, що мова йде про склад горючої маси. В горючій масі горючими є вуглець, водень і кисень.

Вказані елементи не є механічною сумішшю а знаходяться в паливі у вигляді складних з'єднань.

Важливою характеристикою палива є теплота згорання. **Теплотою згорання** називають кількість теплоти отриманої під час згорання 1 кг твердого, рідкого або 1 м^3 газоподібного палива, взятого при нормальних умовах. Внаслідок горіння водню і випаровування вологи з палива утворюється водяна пара. Під час охолодження продуктів горіння можливі два випадки. I випадок: водяна пара залишається в димових газах. II випадок: водяна пара конденсується і процес супроводжується виділенням теплоти.

Нижчою теплотою згорання Q_n^p називають кількість теплоти, що виділяється при повному згоранні палива і водяна пара залишається в димових газах.

Вищою теплотою згорання Q_v^p називають кількість теплоти, що виділяється при повному згоранні палива і водяна пара конденсується.

Інколи в довідниковій літературі нижчу теплоту згорання дають в кілокалоріях і $1 \text{ ккал} = 4,1868 \text{ кДж}$.

7.1. Головні стадії горіння палива

Горіння палива – складний фізико-хімічний процес поєднання горючих елементів палива з киснем повітря, який супроводжується різким підвищенням температури та інтенсивним виділенням теплоти.

Горіння палива можна умовно відокремити на три основних способи: шаровий (рух полум'я ламінарний), факельний (рух полум'я турбулентний) і вихровий. Кінцевим продуктом горіння є димові гази, попіл і шлак.

Шлак – попіл спечений в грудки.

Газоподібне паливо найкраще згорає з усіх видів палива. Воно згорає при змішуванні його з повітрям. Процес змішування палива з повітрям є необхідною передумовою горіння. Розрізняють дві стадії процесу горіння: загорання та безпосереднє горіння. Процес загорання – це період в якому відбувається нагрів палива з поступовим підвищенням його температури. В момент досягнення певної температури газоподібне паливо загорається і починається процес стійкого горіння.

Горіння **рідкого палива** відбувається переважно в парогазовому стані, оскільки температура кипіння рідкого палива значно нижча від температури його загорання. Крапелька рідкого палива, яка знаходиться у факелі горючого палива, підігрівається і поступово досягає такої температури при якій починається випаровування складових палива. Утворені гази за наявності кисню повітря згорають, що сприяє подальшому зростанню температури краплі.

Горіння краплі починається з її поверхні. Цей процес супроводжується прогрівом краплі по товщині і проникненням кисню всередину краплі, де відбувається процес розщеплення і часткове горіння. Утворені всередині краплі гази виходять назовні руйнуючи її та сприяючи дальшому згоранню краплі. Оскільки згорання рідкого палива відбувається переважно в парогазовому стані, то швидкість горіння палива визначається швидкістю її випаровування з поверхні. Для швидкого та економного спалювання рідкого палива здійснюють дрібне розпилювання палива з допомогою форсунок.

Горіння **твердого палива** більш складний процес ніж горіння газоподібного і рідкого палив. Горіння починається з підігріву твердого палива. На цьому етапі спочатку, в межах температур $105 - 110^{\circ}\text{C}$, відбувається видалення вологості з палива. При температурі близько $150 - 180^{\circ}\text{C}$ паливо починає розкладатись на летючі речовини і твердий залишок – кокс. Найбільш активно цей процес відбувається при температурі $300 - 400^{\circ}\text{C}$.

Якщо тверде паливо нагрівати без доступу повітря, то воно розкладається на дві частини: летючі речовини і твердий залишок – кокс. В летючі речовини переходять: волога, кисень, азот у вигляді складних з'єднань з іншими елементами, летюча сірка, водень як в чистому вигляді, так і в з'єднаннях з вуглецем у вигляді різних вуглеводів. В коксі залишається частина вуглеводів і зола. Склад і кількість летючих речовин суттєво впливають на процес загорання і горіння палива. Вміст горючих летючих речовин у деревині становить $80 - 85\%$, у торфі – $70 - 75\%$, у бурому вугіллі – до 50% , у кам'яному вугіллі – $15 - 45\%$, у антрациті – $3 - 9\%$.

Під час нагрівання твердого палива з доступом повітря температура летючих речовин досягає температури загорання і починається процес горіння. Летючі речовини горять над твердою частиною палива. Завдяки згоранню газоподібних речовин відбувається подальше нагрівання твердого палива і під час досягнення певної температури починається процес **стійкого горіння**.

Ця стадія горіння характеризується найбільш високою температурою та найбільшим поглинанням кисню повітря. Заключною стадією горіння твердого палива є догорання. На цій стадії догорають незгорівші частинки палива при зменшеному тепловиділенні та менших потребах повітря. Стадія догорання переважно довготривала через те, що попіл облягає паливо і зменшує доступ повітря до нього.

Повне горіння палива – це процес хімічного з’єднання горючих елементів палива з киснем повітря, який супроводжується виділенням теплоти. Димові гази, утворені в результаті повного згорання, складаються з вуглекислого газу, двоокису сірки, водяної пари, кисню і азоту. Наявність в димових газах окису вуглецю свідчить про хімічну неповноту згорання палива.

Механічною неповнотою згорання палива називають процес горіння під час якого частинки палива виносяться разом із димовими газами, шлаком або попелом. Під час спалювання рідкого або газоподібного палива механічна неповнота згорання характеризується утворенням **сажі**. Сажа (вуглець) утворюється внаслідок розкладу вуглеводів.

7.2. Кількість повітря необхідного для згорання палива

Теоретично можна визначити кількість повітря необхідного для повного згорання палива. На основі реакції горіння і робочого складу палива підраховується кількість повітря необхідного для повного згорання 1 кг твердого (рідкого) або 1 м^3 газоподібного палива. Під час горіння з повітря використовується тільки кисень необхідна кількість якого для повного згорання 1 кг твердого чи рідкого палива визначається за формулою

$$G_{O_2} = \frac{2,67C^p + 8H^p + S_{\text{л}}^p - O^p}{100}, \quad (2.134)$$

де $C^p, H^p, S_{\text{л}}^p, O^p$ – масовий вміст вуглецю, водню, сірки і кисню в паливі у відсотках. Враховуючи, що в сухому повітрі вміст кисню по масі становить 23%, а по об’єму – 21%.

Необхідна масова кількість повітря для повного згорання 1 кг палива визначається за формулою

$$L_0 = \frac{2,67C^p + 8H^p + S_{\text{л}}^p - O^p}{0,23 \cdot 100} \quad (2.135)$$

$$\text{або } L_0 = 0,115C^p + 0,345H^p + 0,043(S_{\text{л}}^p - O^p), \quad (2.136)$$

$$\text{де } [L_0] = \frac{\text{кг}}{\text{кг}}.$$

Враховуючи, що при нормальних умовах (тиск 760 мм рт. ст. і температурі $t = 0^\circ \text{C}$) питома густина повітря дорівнює $\rho = 1,293 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, величину об'єму повітря необхідного для згорання 1 кг палива визначають за формулою

$$V_0 = \frac{L_0}{1,293} \text{ або } V_0 = 0,089C^p + 0,266H^p + 0,033(S_{\text{л}}^p - O^p). \quad (2.137)$$

Теоретична кількість повітря необхідна для повного згорання 1 м^3 газоподібного палива визначається за формулою

$$V_0 = 0,0476 \left(0,5CO + 0,5H_2 + 1,5H_2S + \sum \left(m + \frac{n}{4} \right) C_m H_n - O_2 \right), \quad (2.138)$$

де $\sum (m + \frac{n}{4}) C_m H_n$ – різні вуглеводи, які містяться в газі.

В дійсності для забезпечення повного згорання палива необхідно подавати значно більше повітря ніж визначено теоретично. Це пояснюється недосконалістю процесу горіння, оскільки частина кисню в повітрі не згорає з паливом а видаляється із зони горіння з димовими газами. Отже, під час спалювання палива завжди подається до зони горіння більше повітря ніж визначено теоретично.

Коефіцієнтом надлишку повітря називають відношення дійсної кількості повітря, поданого до місця горіння, до теоретично визначеної кількості повітря необхідного для повного згорання палива, тобто $\alpha = V_d / V_m$.

Під час процесу горіння палива утворюються газоподібні продукти згорання, які називають димовими газами. В їх склад за умови повного згорання входять вуглекислий газ CO_2 , сірчистий газ SO_2 , кисень O_2 , азот N_2 і водяна пара H_2O .

Температурою горіння палива називають температуру, яку досягають продукти горіння внаслідок отримання ними теплоти, яка виділяється під час горіння палива.

7.3. Випромінювання полум'я факела

Одним з важливих питань, в якому повинен орієнтуватися працівник оперативно-рятувальної служби, є випромінювання факела полум'я.

Факельний метод згорання палива полягає в тому, що частинки твердого порошкоподібного палива знаходяться в неперервному русі разом з потоком повітря та продуктами згорання. Відбувається турбулентний рух твердих частинок, летючих речовин, повітря та димових газів.

Випромінювання факельного полум'я широко використовується в нагрівальних апаратах, а також властиве горінню в умовах пожежі. Необхідно враховувати, що променевий потік за достатньо великої інтенсивності:

- негативно впливає на організм людини під час гасіння пожежі;
- може викликати спалах горючих матеріалів, парів і газів, що сприяє розповсюдженню пожежі та виникненню нових осередків горіння;

– нагріває будівельні конструкції та обладнання до критичних температур, внаслідок чого конструкції та обладнання втрачають свої функції.

Випромінювальні характеристики факела полум'я залежать від величини температури продуктів згорання та їх хімічного складу. Структура факела полум'я залежить від стану палива (**твердий, рідкий, газоподібний**), що спалюється, способу спалювання і наявності повітря в зоні горіння. Горіння супроводжується утворенням видимого і невидимого для очей полум'я.

У випадку **видимого** факела в складі полум'я містяться трьохатомні продукти згорання (вуглекислий газ, водяна пара та інші) і розпечені частки сажі, наявність яких спричиняє світіння полум'я. Частинки сажі мають практично неперервний спектр поглинання. Чим вища концентрація сажі в полум'ї, тим вища випромінювальна здатність факела, а випромінювальна частка трьохатомних газів є незначною.

У випадку **невидимого** для очей полум'я, факел містить суміш трьохатомних продуктів згорання, азоту та кисню (за умови надлишку повітря в зоні горіння).

Випромінювальна здатність полум'я залежить, в головному, від концентрації вуглекислого газу та водяної пари.

Під час спалювання рідин утворюється видиме полум'я, яке обумовлене наявністю трьохатомних газів (вуглекислий газ, водяна пара, двоокис сірки) і частинок сажі.

Під час горіння розпорошених рідин до складу полум'я входять також частинки коксу, утворення якого обумовлене термічним розщепленням великих частинок паливної речовини (під час горіння важких сортів рідкого палива).

Під час горіння твердих речовин утворюється видиме полум'я, яке має більш складну структуру, ніж під час горіння рідких продуктів. До складу факела входять: трьохатомні продукти згорання (CO_2 , H_2O , SO_2), зола,

розпечені чи палаючі частинки твердого палива та летючі продукти, внаслідок нагріву твердих тіл. Під час горіння твердих речовин температура частинок золи у полум'ї дуже близька до температури газів у полум'ї.

За фізичною природою випромінювання факела ближче до випромінювання твердих тіл, ніж до випромінювання газів. Тверді тіла випромінюють і поглинають енергію практично всіх довжин хвиль. Гази випромінюють і поглинають променеву енергію тільки в певних інтервалах довжин хвиль. Розрахунки потоків теплоти від факела є наближеними, оскільки визначення ступеня чорноти факела та його температури доволі складний процес. У факелі температура продуктів згорання за товщиною, а більшою мірою за висотою, неоднакова. Через це в розрахунках використовують середнє значення температури полум'я.

7.4. Випромінювання полум'я факела в паливнику

Під час розгляду питання про випромінювання полум'я в паливнику котлів, печей фахівців оперативно-рятувальної служби цікавить можливість загорання горючих матеріалів і конструкцій, розташованих поблизу нагрітих поверхонь. Густина теплового потоку, що передається випромінюванням від факела до поверхні стінки котла чи печі при встановленому режимі горіння, визначається наближено за формулою:

$$q_{\phi m} = \varepsilon_{\phi} \varepsilon_m 5,67 \left(\left(\frac{T_{\phi}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_m}{100} \right)^4 \right) \frac{Bm}{m^2}, \quad (2.139)$$

де ε_{ϕ} – ступінь чорноти факела; ε_m – ступінь чорноти поверхні паливника; T_{ϕ} – ефективна температура факела, $[T_{\phi}] = K$; T_m – температура поверхні тіла на яке падає тепловий потік, $[T_m] = K$. Температура факела полум'я T_{ϕ}

визначається як середнє геометричне між теоретичною (адіабатною) температурою горіння речовини T_a та температурою димових газів на виході з паливника T_z , тобто $T_\phi = \sqrt{T_a T_z}$. Теоретична температура горіння T_a залежить від коефіцієнта надлишку повітря і розраховується за методами теорії горіння.

7.5. Випромінювання полум'я факела на пожежі

Горіння на пожежі супроводжується виділенням значної кількості теплоти, значна частина якої передається навколишнім тілам за допомогою променевого теплообміну. Частка конвекційного теплообміну в умовах пожежі, при температурі $t > 800^\circ\text{C}$ незначна.

Під час пожеж в закритих приміщеннях, особливо під час горіння димоутворюючих речовин і браку повітря, продукти горіння швидко заповнюють приміщення істотно обмежуючи розміри полум'я. Головним механізмом теплопередачі в цьому випадку є випромінювання газового середовища а не випромінювання полум'я. Температура пожежі всередині приміщення з достатньою точністю характеризується середньооб'ємною температурою в приміщенні, де відбувається пожежа. Величина температури внутрішньої пожежі описується формулою

$$t(\tau) = 150 \ln(1 + 8\tau) + t_0, [\tau] = x\epsilon \quad (2.140)$$

І вона отримана на основі узагальнення експериментів. Виняток складає горіння газових струменів і вогнебезпечних рідин, які утворюють полум'я котре не копить, а також горіння твердих речовин за великого надлишку повітря.

Великої уваги, для фахівців оперативно-рятувальної служби, викликає випромінювання факела полум'я в необмеженому об'ємі, тобто під час горіння будинків,

споруд, відкритих складів небезпечних речовин і горючих рідин у резервуарах.

У цьому випадку, передача теплоти випромінюванням від полум'я факела в напрямку пожежонебезпечних об'єктів створює небезпеку виникнення в них пожежі чи вибуху. За температуру зовнішньої пожежі беруть середню по поверхні полум'я температуру палаючого об'єкта. Визначити температуру зовнішньої пожежі доволі проблематично, оскільки температура полум'я в довільних точках різна.

Випромінювання створює значні перешкоди для особового складу пожежних підрозділів, які беруть участь у гасінні пожежі.

Результуючий потік теплоти, що утворюється на суміжному з факелом полум'я об'єкті, може бути визначений на основі формули

$$Q_{1-2} = \varepsilon_{36} 5,67 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right) H_{12}, \quad (2.141)$$

де ε_{36} – зведений ступінь чорноти системи тіл; H_{12} – взаємна поверхня випромінювання тіл 1 і 2.

Отже, питомий потік теплоти між двома довільними тілами у діатермічному середовищі внаслідок променевого теплообміну визначається за формулою:

$$q_{1-2} = \varepsilon_{36} 5,67 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right) \psi_{2-1}, \quad (2.142)$$

де ψ_{2-1} – середній коефіцієнт випромінювання поверхні тіла 2 на поверхню факела 1; T_1 – середня температура поверхні факела; T_2 – температура поверхні тіла зверненої до факела. В загальному випадку ε_{36} залежить не тільки від ступеня чорноти факела ε_ϕ і другого тіла ε_2 , а і від взаємного розташування цих тіл.

Однак у більшості випадків зведений ступінь чорноти визначають за формулою $\varepsilon_{зв} = \varepsilon_{\phi} \varepsilon_2$.

Оскільки форма полум'я факела не прямокутна, то здійснюють заміну даної форми факела прямокутником, площа якого дорівнює площі поверхні полум'я факела. Значення коефіцієнта опромінювання $\psi_{2,1}$ для деяких випадків вказано в розділі “Теплообмін випромінюванням між твердими тілами довільно розташованими в просторі”. Допустима густина опромінення для людини $q_{дон} = 1050 \frac{Вт}{м^2}$. Гранично допустима температура нагріву шкіри людини $T_2 = 313K$. Ступінь чорноти шкіри людини $\varepsilon_2 = 0,95$.

Для горючих матеріалів, які містяться в пожежних машинах, допустима густина опромінення.

$$q_{дон} = 12600 - 12800 \frac{Вт}{м^2}.$$

Ступінь чорноти поверхні машини приймають $\varepsilon_2 = 0,94$. Використовуючи закономірності променевого теплообміну можна оцінити параметри безпечної роботи особового складу підрозділів, що беруть участь у гасінні пожежі. В таблиці вказано необхідний захист та допустимий період перебування людей в зоні теплової радіації.

$q_{кр}, \frac{Вт}{м^2}$	Допустимий період перебування, хв.	Потрібний захист людей	Ступінь теплового впливу на шкіру людини
3000	не обмежується	без захисту	більшові відчуття відсутні
4200	не обмежується	в бойовому одязі і в касках із захисним склом	нестерпні больові відчуття через 20 с
7000	5	те ж	нестерпні больові відчуття миттєво
8500	5	в бойовому одязі, що змочений водою, та в касках із захисним склом	опіки через 20 с
10500	5	те ж, але під захистом розпорошених струменів води або водяних завіс	миттєві опіки

7.6. Методика розв'язування задач

Задача Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 4\text{ м}$ на якій знаходиться соснова дерев'яна стінка від джерела вогню. Вважати, що факел має прямокутну форму $6\text{ м} \times 12\text{ м}$, температура факела 1300 К і ступінь чорноти факела $\varepsilon_\phi = 0,6$. Коефіцієнт безпеки $\kappa_{\text{безп}} = 1,2$.

З таблиці “Допустима густина опромінення і допустима температура нагріву деяких горючих матеріалів” отримаємо, що допустима густина теплового потоку для дерева дорівнює $q_{\text{дон}} = 12800 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ і температура самозагорання $t_{\text{заг}} = 295^\circ \text{С}$. Ступінь чорноти дерева $\varepsilon_2 = 0,9$.

Умова пожежної безпеки при випромінюванні факела під час зовнішньої пожежі має вигляд:

$$\kappa_{\text{безп}} \varepsilon_{\text{зв}} 5,67 \left(\left(\frac{T_\phi}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{дон}}}{100} \right)^4 \right) \psi_{2,1} \leq q_{\text{дон}}, \quad (2.143)$$

де $\kappa_{\text{безп}}$ – коефіцієнт безпеки; його величину обирають залежно від категорії пожежної безпеки та інших факторів.

Коефіцієнт випромінювання визначаємо за формулою

$$\psi_{2,1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4r^2}} \arctg \frac{b}{\sqrt{a^2 + 4r^2}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 4r^2}} \arctg \frac{a}{\sqrt{b^2 + 4r^2}} \right)$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$\psi_{2,1} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{6}{\sqrt{6^2 + 4 \cdot 4^2}} \arctg \frac{12}{\sqrt{6^2 + 4 \cdot 4^2}} + \frac{12}{\sqrt{12^2 + 4 \cdot 4^2}} \arctg \frac{6}{\sqrt{12^2 + 4 \cdot 4^2}} \right)$$

тобто $\psi_{2,1} = 0,54346$.

Густину теплового потоку від факела полум'я до дерев'яної стінки визначаємо за формулою

$$q_{1,2} = \varepsilon_{36} 5,67 \left(\left(\frac{T_{\phi}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{дон}}{100} \right)^4 \right) \psi_{2,1}, \text{ де } \varepsilon_{36} = \varepsilon_{\phi} \varepsilon_2.$$

Враховуючи значення величин отримаємо, що

$$q_{1,2} = 0,6 \cdot 0,9 \cdot 5,67 \left(\left(\frac{1300}{100} \right)^4 - \left(\frac{295 + 273}{100} \right)^4 \right) 0,54346$$

$$\text{тобто } q_{1,2} = 45792 \frac{Bm}{m^2}.$$

Оскільки $\kappa_{безп} q_{1,2} = 1,2 \cdot 45792 = 54951 \geq q_{дон} = 12800$, то віддаль від джерела вогню до соснової дерев'яної стінки не задовольняє умові протипожежної безпеки.

Тема 8. Температурний режим під час пожежі в приміщенні

Пожежа в приміщенні – це термодинамічний процес, який супроводжується виділенням теплоти, зміною складу і параметрів газового середовища, яке заповнює приміщення. Газове середовище в приміщенні з прорізами (вікна, двері і т.д.), які поєднують його із зовнішньою атмосферою, є складною термодинамічною системою. Зміна параметрів стану системи обумовлена обміном теплоти з навколишнім середовищем. Газове середовище, з достатньою точністю, можна розглядати як суміш ідеальних газів.

Головні термодинамічні параметри стану газу в кожній точці простору зв'язані між собою рівнянням Клапейрона-

$$\text{Менделєєва } pV = m \frac{R}{\mu} T.$$

Стан газового середовища під час пожежі в приміщенні характеризується полями локальних термодинамічних параметрів стану. Однак стан газового середовища під час

пожежі в приміщенні можна характеризувати також з допомогою середньо об'ємних термодинамічних параметрів, пов'язаних між собою рівняннями, які отримуються з умови існування локальної рівноваги. Використовуючи середньооб'ємні параметри стану газового середовища можна прослідкувати загальні закономірності процесу розвитку пожежі, виявити його найбільш характерні особливості і фактори, які спричиняють ці особливості. Знання цих закономірностей необхідне для прийняття рішень пов'язаних із забезпеченням безпечної евакуації людей з приміщення у випадку виникнення пожежі; вироблення оперативного плану гасіння пожежі; оцінки фактичної вогнестійкості споруди; проведення пожежно-технічної експертизи.

Основними середньооб'ємними параметрами стану газового середовища під час пожежі в приміщенні є середня температура $T_{\text{сум}}$, середньо об'ємна густина $\rho_{\text{сум}}$, середньо об'ємний тиск $p_{\text{сум}}$, середня концентрація компонентів газової суміші (O_2, CO_2, CO, N_2) і т. д.

Для характеристики стану газового середовища під час пожежі в приміщенні використовується специфічний параметр стану – середньооб'ємну оптичну густину диму $\mu_{\text{сум}}$.

8.1. Середньооб'ємні параметри стану газового середовища в приміщенні

Середньооб'ємна густина. Вивчимо процес розвитку пожежі в конкретний момент часу. Розглянемо приміщення з вільним об'ємом V та довільною кількістю прорізів.

Вільний об'єм – це величина, яка дорівнює різниці між об'ємом приміщення та об'ємом обладнання розміщеного в ньому. Нехай маса газу, яка міститься в приміщенні в цей момент часу, дорівнює m .

Поділивши масу газу на вільний об'єм приміщення отримаємо середньооб'ємну густину газу

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{m}{V}.$$

Середньооб'ємна густина – газової суміші це маса газу, яка міститься в одиниці вільного об'єму приміщення. Середньооб'ємна густина $\rho_{\text{сум}}$ пов'язана з локальними значеннями густини $\rho(x, y, z, t)$.

Оскільки $dm = \rho dV$, то маса газу в приміщенні дорівнює $m = \int_V \rho(x, y, z, t) dV$. Отже, середньооб'ємна густина газу дорівнює

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{1}{V} \int_V \rho(x, y, z, t) dV.$$

Середньо об'ємна парціальна густина і концентрація компонента газового середовища. Позначимо символом m_i масу i -ого компонента суміші, який міститься в приміщенні, в даний момент часу. Поділивши масу компонента m_i на об'єм приміщення отримаємо **середньооб'ємну парціальну густину** i -ого компонента суміші, тобто $\rho_{\text{сум}i} = \frac{m_i}{V}$.

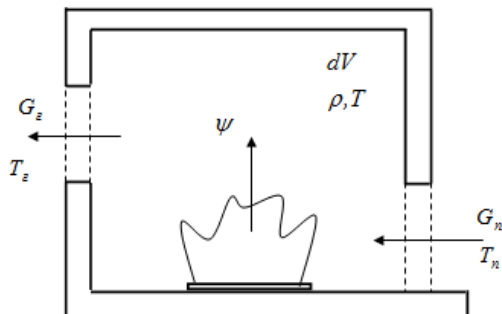


Рис. 2.15. Схема пожежі в приміщенні

Якщо локальне значення парціальної густини i -ого газу $\rho_i(x, y, z, t)$, то **середньо-об'ємна парціальна густина** i -ого компонента газу дорівнює $\rho_{сум i} = \frac{1}{V} \int_V \rho_i(x, y, z, t) dV$.

Між середньооб'ємною густиною суміші газів $\rho_{сум}$ та парціальними густинами газів $\rho_{сум i}$ існує залежність $\rho_{сум} = \sum \rho_{сум i}$.

Середньо-об'ємною концентрацією i -ого компонента газової суміші називають відношення маси i -ого компонента m_i до всієї маси суміші газів m , тобто $\chi_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_{сум i}}{\rho_{сум}}$.

Розіб'ємо вільний об'єм приміщення V на елементарні об'єми dV . Тиск в елементарному об'ємі дорівнює $p(x, y, z, t)$, де x, y, z – координати елементарного об'єму, t – час. В різних точках простору приміщення тиск різний.

Середньо-об'ємний тиск визначають за формулою $p_{сум} = \frac{1}{V} \int_V p(x, y, z, t) dV$. В умовах реальної пожежі, якщо відсутні ударні хвилі, значення тиску в різних точках приміщення суттєво не відрізняються. Найбільша відмінність тиску може становити десятки паскалів. Ця величина становить десяті долі відсотка від середнього тиску в приміщенні. Отже, в умовах реальної пожежі можна вважати, що відмінність між середньооб'ємним тиском і локальним тиском незначна, тобто $\frac{p}{p_{сум}} \cong 1$. Аналогічно, локальне значення газової сталої R суттєво не відрізняється від середньооб'ємного значення газової сталої $R_{сум}$,

тобто

$$\frac{R}{R_{\text{сум}}} \cong 1.$$

Враховуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = \frac{mRT}{\mu}$ отримаємо, що $\frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$ або $\rho = \frac{p\mu}{RT}$, тоді маса

газової суміші в приміщенні дорівнює $m = \int_V \frac{p\mu}{RT} dV$.

Оскільки $p_{\text{сум}} V = \frac{mR_{\text{сум}}T_{\text{сум}}}{\mu}$ і враховуючи, що $p \cong p_{\text{сум}}$,

$$R \cong R_{\text{сум}}, \text{ отримаємо } \frac{p_{\text{сум}}\mu V}{R_{\text{сум}}T_{\text{сум}}} = \int_V \frac{p\mu}{RT} dV \text{ або } T_{\text{сум}} = \frac{V}{\int_V \frac{1}{T} dV}.$$

Отже, середню температуру $T_{\text{сум}}$, з достатньою для інженерної практики точністю, можна визначати за формулою $T_{\text{сум}} = \left[\frac{1}{V} \int_V \frac{1}{T} dV \right]^{-1}$.

Середньооб'ємна температура визначається з умови існування локальної рівноваги.

Середньооб'ємну температуру можна визначати за формулою $T'_{\text{сум}} = \frac{1}{V} \int_V T dV$.

В неоднорідному температурному полі середня температура $T_{\text{сум}}$ є менша від середньооб'ємної температури $T'_{\text{сум}}$. В умовах реальної пожежі відмінність між цими величинами становить 5 – 10%. Основні локальні параметри стану газового середовища пов'язані між собою рівнянням Клапейрона-Менделєєва

$$pV = m \frac{R}{\mu} T, \quad \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT} \text{ або } \rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Надалі, згідно з попередніми твердженнями, можна використовувати формулу

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{p_{\text{сум}} \mu_{\text{сум}}}{R_{\text{сум}} T_{\text{сум}}}. \quad (2.134)$$

8.2. Рівняння пожежі

Рівняння пожежі описують зміну середньооб'ємних параметрів стану суміші газів в процесі розвитку пожежі. Ці рівняння отримують з основних законів фізики: закону збереження маси і першого закону термодинаміки (закон збереження енергії).

Рівняння матеріального балансу. Розглядаємо приміщення з вільним об'ємом V та довільною кількістю прорізів, які з'єднують приміщення із зовнішнім повітрям. В процесі пожежі в приміщенні змінюється температура, густина і сумарна маса газу. Газове середовище містить в собі маленькі тверді частинки. Доля теплової енергії, яка припадає на них, суттєво незначна в порівнянні з енергією, яку містить в собі газове середовище. Не суттєвим є вплив маси твердих частинок на сумарну масу газового середовища, яке заповнює приміщення. Отже, можна знехтувати наявністю твердих частинок під час визначення середньооб'ємних густини, тиску та температури. Нехай в момент часу τ маса газу дорівнює $m = \rho_{\text{сум}} V$. За малий проміжок часу $d\tau$ маса газу зміниться на малу величину $d(\rho_{\text{сум}} V)$.

За цей проміжок часу через одні прорізи витече деяка кількість газу $G_z d\tau$, а через інші – надійде повітря ззовні масою $G_n d\tau$, де G_z – маса газоподібних продуктів згорання,

яка витікає з приміщення за одиницю часу, $[G_z] = \frac{\kappa z}{c}$;

G_n – маса повітря, яке надходить в приміщення за одиницю часу, $[G_n] = \frac{\kappa z}{c}$. Крім того, частина горючого матеріалу

всередині приміщення перейде в газоподібний стан. Кількість горючого матеріалу, яка перейде в газоподібний стан, залежить від швидкості вигорання матеріалу.

Швидкість вигорання ψ – це кількість горючого матеріалу, яка перейшла в газоподібний стан за одиницю часу, $[\psi] = \frac{\kappa z}{c}$. Для малого проміжку часу $d\tau$ змінами

величин G_n , G_z і ψ можна знехтувати.

Отже, кількість газів, яка покинула приміщення за час $d\tau$ дорівнює $G_z d\tau$, а кількість повітря, яке надходить в приміщення за цей же проміжок часу дорівнює $G_n d\tau$ і кількість горючого матеріалу, який перейшов в газоподібний стан і заповнив об'єм приміщення, дорівнює $\psi d\tau$. Згідно закону збереження маси отримаємо

$$d(\rho_{\text{сум}} V) = G_n d\tau + \psi d\tau - G_z d\tau \text{ або } \frac{d(\rho_{\text{сум}} V)}{d\tau} = G_n + \psi - G_z. \quad (2.135)$$

Це рівняння називають **рівнянням матеріального балансу** пожежі в приміщенні. В багатьох випадках змінами вільного об'єму приміщення V можна знехтувати. Враховуючи це твердження, рівняння матеріального балансу пожежі в приміщенні запишемо таким чином:

$$V \frac{d(\rho_{\text{сум}})}{d\tau} = G_n + \psi - G_z. \quad (2.136)$$

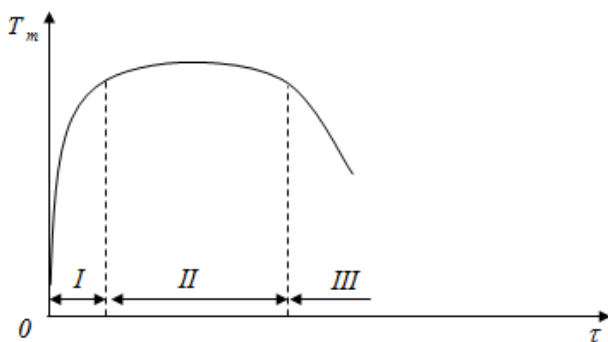


Рис. 2.16. Режими пожежі

На початковій стадії пожежі, в першому наближенні, можна вважати, враховуючи (2.134), що середньо об'ємна густина $\rho_{\text{сум}}$ обернено пропорційна до температури, тобто

$$\rho_{\text{сум}} \approx \frac{1}{T_{\text{сум}}}, \text{ оскільки зміна величини } \frac{\rho_{\text{сум}} \mu_{\text{сум}}}{R_{\text{сум}}} \text{ під час}$$

пожежі незначна.

Аналізуючи рівняння (2.136) можна виділити три режими розвитку пожежі.

Режим I реалізовується на етапі зростання температури, яке приводить до зменшення густини газів. В цьому режимі відбувається зменшення густини газів із плином часу, тобто $\frac{d\rho_m}{d\tau} < 0$. Отже, з рівняння (2.136)

отримаємо, що $G_n + \psi < G_z$, тобто кількість газів, які витікають через прорізи, більша, ніж кількість повітря, яке надходить в приміщення, разом з горючим матеріалом, яке перейшло в газоподібний стан. Нерівність тим разючіша, чим вища швидкість зростання температури в об'ємі приміщення.

Режим II – це режим при якому в приміщенні температура і густина газу змінюються незначно, тобто $\frac{d\rho_m}{d\tau} = 0$. В цьому режимі виконується рівність $G_n + \psi = G_z$.

Даний режим називають квазістаціонарним. В квазістаціонарному режимі кількість повітря, яке надійшло, та маса горючого матеріалу, яка перейшла в газоподібний стан, дорівнює масі газів, яка витікає через прорізи.

Режим III – це режим зниження температури і зростання густини газів, тобто $\frac{d\rho_m}{d\tau} > 0$. В цьому режимі виконується нерівність $G_n + \psi > G_z$.

Отже в III – ому режимі кількість газу, яка витікає, менша за кількість повітря, яке надходить в приміщення, та горючого матеріалу, який перейшов в газоподібний стан.

8.3. Температурний режим під час пожежі в приміщенні

Під температурним режимом під час пожежі в приміщенні розуміють зміну температури продуктів згорання в часі та просторі. Практика і спеціально проведені досліді показали, що температурний режим під час пожежі в приміщенні залежить від кількості і властивостей горючих матеріалів, розмірів приміщення, умов теплообміну та газообміну. Кількість теплоти Q_0 , яка виділяється під час пожежі в приміщенні, визначається за формулою

$$Q_0 = \eta Q_n^p M f \quad (2.137)$$

де η – коефіцієнт неповноти згорання;

Q_n^p – нижня теплота згорання матеріалу, $[Q_n^p] = \frac{\kappa \text{Дж}}{\text{кг}}$;

M – масова швидкість вигорання, $[M] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{год}}$;

f – площа поверхні горіння, $[f] = \text{м}^2$.

Теплота, яка виділяється під час горіння, витрачається на нагрів газів в приміщенні $Q_{\text{г}}$, нагрів обладнання та поверхонь обмежуючих приміщення $Q_{\text{пов}}$. Гази, обладнання і поверхні нагріваються з допомогою конвекційного та променевого теплообміну, тобто

$$Q_{\text{пов}} = Q_{\text{конв}} + Q_{\text{пром}} = \alpha_{\text{к}} F (T_{\text{г}} - T_{\text{пов}}) + 5,67 \varepsilon_{\text{у}} F \left(\left(\frac{T_{\text{г}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{пов}}}{100} \right)^4 \right) \quad (2.138)$$

де $Q_{\text{конв}}$ – кількість теплоти, яка йде на нагрівання обладнання та поверхні приміщення внаслідок конвекційного теплообміну; $Q_{\text{пром}}$ – кількість теплоти, яка йде на нагрівання обладнання та поверхні приміщення внаслідок променевого випромінювання; $\alpha_{\text{к}}$ – коефіцієнт конвекційного теплообміну (тепловіддачі), $[\alpha_{\text{к}}] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$;

F – площа поверхонь теплообміну, $[F] = \text{м}^2$;

$T_{\text{г}}$ – температура газів в приміщенні, $[T_{\text{г}}] = \text{К}$;

$T_{\text{пов}}$ – температура обмежуючих поверхонь, $[T_{\text{пов}}] = \text{К}$;

$\varepsilon_{\text{у}}$ – узагальнений ступінь чорноти між факелом і димовими газами, з однієї сторони, і обмежуючими поверхнями – з другої.

Величину коефіцієнта теплообміну $\alpha_{\text{к}}$ у випадку пожежі в приміщенні, коли необхідно врахувати як конвекційний теплообмін, так і променеве випромінювання,

визначають за формулою $\alpha_k = 11,63e^{0,0023t_z}$, де t_z середня температура газів в приміщенні.

Кількість теплоти, яка йде на нагрівання газів, описується формулою

$$Q_z = \eta M f V_z c_p (T_z - T_0), \quad (2.139)$$

де V_z – об'єм газу, який утворюється під час згорання 1 кг горючих матеріалів, що нагрівається, $[V_z] = \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$; c_p – об'ємна теплоємність газової суміші під сталим тиском, T_0 – початкова температура газу; T_z – середньооб'ємна температура газів.

Використовуючи рівняння (137) і (139) запишемо баланс тепловиділення та тепловтрат в такому вигляді:

$$Q_0 = Q_z + Q_{\text{конв}} + Q_{\text{пром}} \text{ або}$$

$$\eta Q_n^p M f = \eta M f V_z c_p (T_z - T_0) + \alpha_k F (T_z - T_{\text{нов}}) + 5,67 \varepsilon_y F \left(\left(\frac{T_z}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{нов}}}{100} \right)^4 \right) \quad (2.140)$$

Рівняння (2.140) може бути розв'язано методом послідовних наближень відносно шуканої величини – температури газів T_z . При цьому всі інші величини, для довільного моменту часу, повинні визначатися незалежним шляхом.

Швидкість вигорання M , нижня теплота згорання Q_n^p і об'єм повітря V_n , необхідного для повного згорання 1 кг палива, визначають експериментальним шляхом і для деяких матеріалів ці величини вказані в таблиці.

8.4. Температурний режим під час пожежі в житлових та громадських спорудах

Під час пожеж в житлових і громадських спорудах горять в основному одні і ті ж матеріали. Їх кількість на одиницю площі приміщення, умови теплообміну та газообміну в приміщенні, наближено, однакові. Температурний режим в таких спорудах майже однаковий і має характер вказаний на рис. 17. На початку пожежі температура газів в приміщенні швидко зростає до 250°C . Потім, внаслідок недостатньої кількості повітря в приміщенні для горіння, температура газів знижується і тільки після руйнування віконного скла починає різко зростати. Проміжок часу через який може наступити руйнування віконного скла може досягати 30 – 40 хв.

Вважається, що ділянка температурної кривої, після руйнування віконного скла, описується рівнянням

$$t(\tau) = 149,8 \ln(1 + 8\tau), \quad (2.141)$$

де час τ необхідно брати в хвилинах, $[\tau] = \text{хв}$; розмірність температури – $[t] = ^{\circ}\text{C}$. Стандартний температурний режим (141) характеризується даними вказаними в таблиці:

$\tau, \text{хв}$	5	10	15	30	60	90	120	180	240	360
$t, ^{\circ}\text{C}$	556	659	718	821	925	986	1029	1090	1133	1193

Стандартний температурний режим можна описувати рівнянням

$$t(\tau) = 149,8 \ln(1 + 8\tau) + t_0, \quad (2.142)$$

де t_0 – температура в приміщенні на початку пожежі.

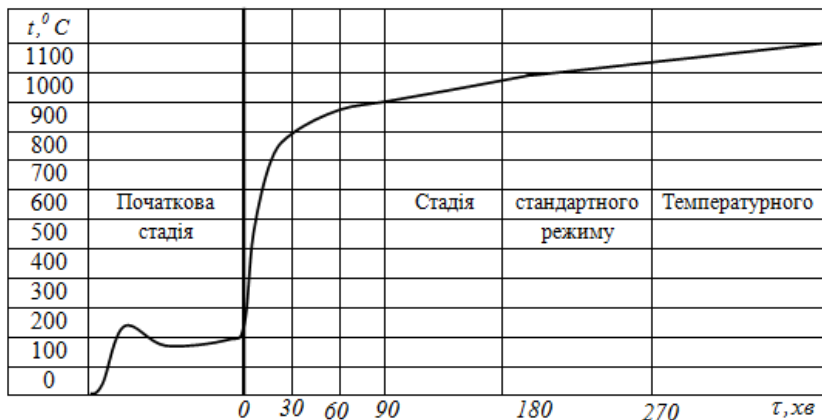


Рис. 2.17. Температурний режим в житлових і громадських спорудах

Тема 9. Теплообмінні апарати

9.1. Вступ. Основні положення

Теплообмінним апаратом називають прилад для передачі теплоти від одного теплоносія до іншого. Рідину (крапельну чи газ), яку використовують в якості гріючої або нагріваючої, називають **теплоносієм**. Середовище з більш високою температурою на вході до теплообмінного апарата називають **первинним** або **гарячим теплоносієм**. Середовище з більш низькою температурою на вході до теплообмінного апарата називають **вторинним** або **холодним теплоносієм**.

Теплообмінники класифікують за принципом дії, призначенням, конструктивним оформленням, видом теплоносіїв і схемою руху теплоносіїв.

За принципом дії теплообмінники поділяються на поверхневі та змішувальні.

До поверхневих теплообмінників відносяться рекуператори та регенератори, в яких теплота від первинного до вторинного теплоносія передається із використанням поверхні теплообміну.

В **рекуператорах** (рекуперативних теплообмінних апаратах) теплота передається від гарячого до холодного теплоносія крізь тверду стінку (поверхню теплообміну), яка відокремлює гарячий та холодний теплоносії. В них гарячі та холодні теплоносії рухаються одночасно. Температура нагріву гарячого теплоносія досягає $400^{\circ} - 500^{\circ}\text{C}$ для конструкцій з вуглецевих сталей і $700^{\circ} - 800^{\circ}\text{C}$ для конструкцій із легованих сталей. До рекуперативних теплообмінних апаратів відносяться, *наприклад*, пароперегрівачі, парогенератори, конденсатори, батареї центрального опалення та інші. В рекуперативних теплообмінних апаратах, у робочих режимах, теплообмін відбувається в стаціонарному температурному режимі.

В **регенераторах** (регенеративних теплообмінних апаратах) одна й та ж поверхня через певні проміжки часу омивається то гарячим, то холодним теплоносіями, тобто спочатку вона акумулює теплоту від гарячого теплоносія а потім віддає теплоту холодному теплоносію. Температура гарячого теплоносія досягає $1000^{\circ} - 1200^{\circ}\text{C}$. Такими є, *наприклад*, регенератори мартенівських та доменних печей. В регенераторі відбуваються нестационарні температурні процеси, оскільки температурне поле поверхні весь час змінюється.

У **змішувальних** теплообмінних апаратах теплообмін відбувається під час безпосереднього змішування гарячих та холодних рідин. Це, *наприклад*, скрубери, градирні, де вода охолоджується повітрям, бойлери, в яких підігрів води здійснюється парою, та інші. Для збільшення поверхні і часу контакту між гарячим та холодним теплоносіями рідину переважно розпорошують на спеціальну насадку звідки вона

стікає рухаючись протипливом відносно до напрямку руху гарячого теплоносія.

За конструктивним оформленням поверхні теплообміну теплообмінники поділяються на трубчасті (з гладких або ребристих труб), пластинчасті (з плоских або фігурних штампованих листів), насадочні (в яких поверхню теплообміну є додаткові тіла: скляні, керамічні, металеві кільця або кульки) та інші.

Трубчасті теплообмінники дають можливість досягати різноманітних компоновок і здатні витримувати високий тиск.

Пластинчасті теплообмінники використовують тоді, коли при відносно низьких тисках необхідно досягнути високої компактності теплообмінника.

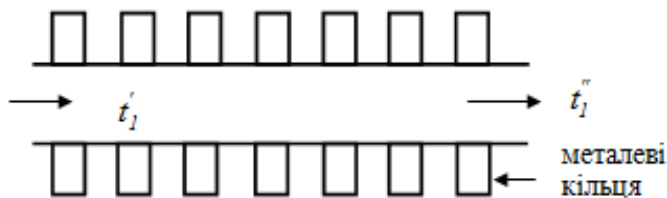


Рис. 2.18. Схема теплообмінника з насадочними металевими кільцями

За видом теплоносія теплообмінники поділяються на рідинні, газові та рідинно-газові.

За схемою руху теплоносія теплообмінники поділяються на прямопливні, протипливні, перехреснопливні та інші. В прямопливному теплообміннику теплоносії рухаються паралельно один до одного в одному напрямі. В протипливному теплообміннику теплоносії рухаються паралельно один до одного в протилежних напрямках. На практиці зустрічаються теплообмінники з різними складними схемами руху рідини.

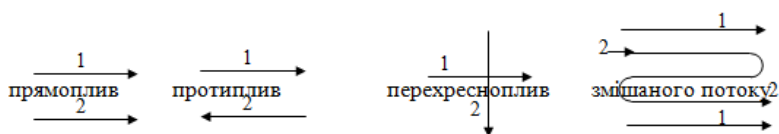


Рис. 2.19. Схеми руху теплоносіїв в теплообмінних апаратах

В змієподібному теплообміннику гарячий теплоносіє рухається всередині змієвика, а холодний теплоносіє – зовні трубок теплообмінника.

В теплообміннику типу "труба в трубі" труба меншого діаметра міститься в трубі більшого діаметра. Всередині меншої труби та в просторі між трубами рухаються теплоносії.

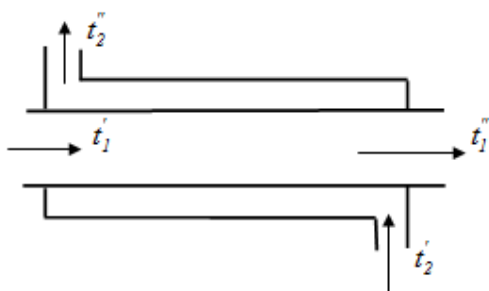


Рис. 2.20. Схема теплообмінника "труба в трубі"

t_1' – температура гарячого теплоносія на вході в теплообмінник; t_1'' – температура гарячого теплоносія на виході з теплообмінника; t_2' – температура холодного теплоносія на вході в теплообмінник; t_2'' – температура холодного теплоносія на виході з теплообмінника.

Температурним тиском називають перепад температур між гарячим та холодним теплоносіями в довільному перерізі апарата, тобто $\Delta t = t_1 - t_2$. В загальному випадку температурний тиск змінюється вздовж поверхні теплообміну. Розрізняють температурний тиск на вході до теплообмінника, де $\Delta t' = t_1' - t_2'$ — для прямопливу і $\Delta t' = t_1' - t_2''$ — для протипливу. Температурний тиск на виході з теплообмінника дорівнює $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$ — для прямопливу і $\Delta t'' = t_1'' - t_2'$ — для протипливу.

Температурним перепадом називають різницю між найбільшою та найменшою температурами теплоносія, тобто $\delta t_1 = t_1' - t_1''$ і $\delta t_2 = t_2'' - t_2'$.

9.2. Основні рівняння теплового розрахунку теплообмінних апаратів

В основі теплових розрахунків теплообмінних апаратів лежать рівняння теплового балансу та рівняння теплопередачі. Якщо в теплообміннику відсутні фазові перетворення (кипіння, конденсація) теплоносіїв, то рівняння теплового балансу запишемо у вигляді:

$$Q = G_1 c_{p1} (t_1' - t_1'') = G_2 c_{p2} (t_2'' - t_2'), \quad (2.143)$$

де G_1 — маса гарячого теплоносія, яка поступає та виходить з теплообмінника, за одиницю часу, тобто

$$[G_1] = \frac{K\mathcal{L}}{c};$$

G_2 — маса холодного теплоносія, яка поступає та виходить з теплообмінника, за одиницю часу, тобто $[G_2] = \frac{K\mathcal{L}}{c}$; c_{p1} і

c_{p2} — середні питомі теплоємності теплоносіїв під сталим

тиском, тобто $[c_{pi}] = \frac{\kappa Дж}{кг \cdot ^\circ C}$. Величини $c_{p1}G_1$ і $c_{p2}G_2$

називають **водяними еквівалентами** потоків теплоносіїв.

Рівняння теплопередачі для теплообмінного апарата має вигляд:

$$Q = k \Delta t_{cp} F_{заг}, \quad (2.144)$$

де k – коефіцієнт теплопередачі від гарячого теплоносія до холодного; Δt_{cp} – середня різниця температур між гарячим і холодним теплоносіями; $F_{заг}$ – загальна площа поверхні теплообміну між теплоносіями.

Значення коефіцієнта теплопередачі k визначають конкретно для кожного випадку теплообміну. Якщо величину коефіцієнта теплопередачі визначити не можливо, то наближено його приймають під час передачі теплоти від газу до газу – $10 \frac{Вт}{м^2 \cdot K}$, від газу до води – $50 \frac{Вт}{м^2 \cdot K}$, від води до води – $1000 \frac{Вт}{м^2 \cdot K}$.

Середній тиск температур в теплообмінному апараті визначаємо за формулою

$$\Delta t_{cp} = \frac{1}{F_{заг}} \int_0^{F_{заг}} \Delta t(x) dF, \quad (2.145)$$

де $\Delta t(x) = t_1(x) - t_2(x)$ температурний тиск між гарячим і холодним теплоносіями залежно від координати x . Середній температурний тиск залежить від схеми руху теплоносіїв в теплообмінних апаратах і співвідношення між їх масовими витратами.

Зміну температур теплоносіїв вздовж поверхні теплообмінника під час прямопливу або протипливу схематично вказано на рис. 2.21.

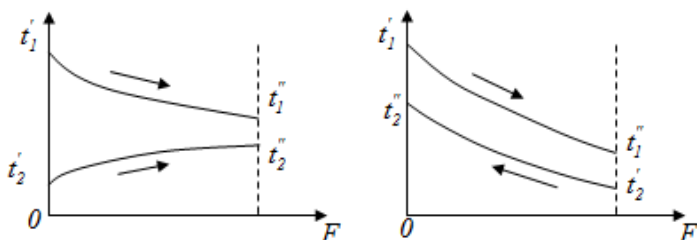


Рис. 2.21. Характер зміни температури теплоносіїв під час прямопливу та протипливу

Зміну температур теплоносіїв вздовж поверхні теплообмінника під час прямопливу або протипливу можна описати аналітично.

Розглянемо теплообмінний апарат, який працює на прямопливі. Виокремимо елемент теплообмінника з площею dF . Рівняння теплопередачі для цього елемента має вигляд:

$$dQ = k(t_1(x) - t_2(x))dF = k\Delta t(x)dF, \quad (2.146)$$

де Δt температурний тиск. З теплового балансу для виокремленого елемента апарата можна записати:

$$dQ = -c_{p1}G_1 dt_1, \quad (2.147)$$

$$dQ = c_{p2}G_2 dt_2. \quad (2.148)$$

Оскільки $dt_1 < 0$, то у виразі (147) міститься знак “-”.

З даних рівнянь отримаємо, що

$$dt_1 = -\frac{dQ}{c_{p1}G_1} \text{ та } dt_2 = \frac{dQ}{c_{p2}G_2}.$$

Тоді $dt_1 - dt_2 = d(t_1 - t_2) = d\Delta t$ або $d\Delta t = -\left(\frac{1}{c_{p1}G_1} + \frac{1}{c_{p2}G_2}\right)dQ$. (2.149)

Вводячи позначення

$$m = \frac{1}{c_{p1}G_1} + \frac{1}{c_{p2}G_2} \quad (2.150)$$

отримаємо, що

$$d\Delta t = -m dQ. \quad (2.151)$$

Враховуючи (2.146) і (2.151) отримаємо

$$d\Delta t = -mk\Delta t dF.$$

Зінтегрувавши дане рівняння $\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d\Delta t}{\Delta t} = -\int_0^F m k dF$

отримаємо, що

$$\ln \frac{\Delta t(x)}{\Delta t'} = -mkF(x), \quad (2.152)$$

де $\Delta t'$ температурний тиск між гарячим і холодним теплоносіями на початку теплообмінного процесу. З цього рівняння запишемо залежність

$$\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = -mkF_{заг}, \quad (2.153)$$

де $F_{заг}$ загальна площа на якій здійснюється теплообмін між теплоносіями.

Рівняння (2.152) перепишемо у вигляді:

$$\Delta t(x) = \Delta t' e^{-mkF}. \quad (2.154)$$

Аналізуючи формулу (154) можна стверджувати, що в теплообмінних апаратах з прямопливом, температурний тиск спадає за експоненціальним законом. З рівняння (2.153) отримаємо таку залежність:

$$\Delta t'' = \Delta t' e^{-mkF_{\text{заг}}} . \quad (2.155)$$

Для визначення середнього тиску температур використаємо формули (2.145) і (2.154), тобто

$$\Delta t_{cp} = \frac{1}{F_{\text{заг}}} \int_0^{F_{\text{заг}}} \Delta t' e^{-mkF} dF .$$

Зінтегрувавши праву частину тримаємо, що

$$\Delta t_{cp} = \Delta t' \frac{1 - e^{-mkF_{\text{заг}}}}{mkF_{\text{заг}}} .$$

Враховуючи (2.153) і (2.155) отримаємо формулу для визначення середнього тиску температур під час прямопливу

$$\Delta t_{cp} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}} , \quad (2.156)$$

де $\Delta t' = t_1' - t_2'$ і $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$.

Формула для визначення середнього температурного тиску під час протипливу визначається аналогічним чином і дорівнює

$$\Delta t_{cp} = \frac{(t_1' - t_2'')' - (t_1'' - t_2')''}{\ln \frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}} . \quad (2.157)$$

Формули (2.156) і (2.157) можна об'єднати і записати у вигляді

$$\Delta t = \frac{\Delta t_B - \Delta t_M}{\ln \frac{\Delta t_B}{\Delta t_M}}, \quad (2.158)$$

де Δt_B – найбільша різниця температур; Δt_M – найменша різниця температур між гарячим і холодним теплоносіями. Середній тиск температур визначений за формулою (2.158) називають **середнім логарифмічним температурним тиском**. Якщо температура теплоносіїв вздовж поверхні теплообміну змінюється незначно, то середній тиск температур можна визначати за формулою:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_B + \Delta t_M}{2}. \quad (2.159)$$

Наближений розрахунок теплообмінних апаратів здійснюють використовуючи рівняння теплового балансу:

$$Q = c_{p1} G_1 (t_1' - t_1''), \quad (2.160)$$

$$\eta Q = c_{p2} G_2 (t_2'' - t_2') \quad (2.161)$$

і рівняння теплопередачі

$$Q = k(1 - \varphi_{забр}) F_{заг} \Delta t_{cp}, \quad (2.162)$$

де η – **коефіцієнт ефективності теплопередачі**, величину якого визначають експериментальним шляхом. Він вказує, що частка теплоти ηQ йде на підвищення температури нагрітого теплоносія, а частка теплоти $(1 - \eta)Q$ розсіюється в навколишнє середовище. Величина коефіцієнта ефективності теплопередачі змінюється в межах $0,95 < \eta < 0,98$. $\varphi_{забр}$ – **коефіцієнт забруднення**.

Він вказує яка частина загальної поверхні теплообміну не бере участі в теплообміні через забруднення поверхні або з інших причин.

Розв'язавши систему рівнянь (2.160) – (2.162) відносно невідомих величин Q , t_1'' і t_2'' , можна зробити наближений аналіз теплообмінного апарата.

9.3. Методика розв'язування задач

Задача. Визначити величину поверхні нагріву води з масовою витратою $G_2 = 0,08 \text{ кг/с}$ під час прямопливу і протипливу в теплообмінному апараті, якщо необхідно нагріти воду від $t_2' = 20^\circ \text{C}$ до температури $t_2'' = 80^\circ \text{C}$. Нагрів здійснюється димовими газами масова витрата яких $G_1 = 0,42 \text{ кг/с}$. Температура димових газів на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 160^\circ \text{C}$. Коефіцієнт теплопередачі в теплообмінному апараті дорівнює $k = 70 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$, коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0,98$ і коефіцієнт забруднення $\varphi = 0,12$.

З таблиць отримаємо, що теплоємність димових газів дорівнює

$$c_{p1} = 1,08 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \text{ води} - c_{p2} = 4,175 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Враховуючи рівняння (160) і (161) отримаємо рівність

$$\eta c_{p1} G_1 (t_1' - t_1'') = c_{p2} G_2 (t_2'' - t_2').$$

З цього рівняння отримаємо, що температура димових газів на виході з апарата дорівнює

$$t_1'' = t_1' - \frac{c_{p2} G_2 (t_2'' - t_2')}{\eta c_{p1} G_1}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_1'' = 160 - \frac{4175 \cdot 0,08(80 - 20)}{0,98 \cdot 1080 \cdot 0,42} = 115^{\circ} \text{C}$$

Середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час прямопливу визначається за формулою:

$$\Delta t_{cp} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}}, \text{ де } \Delta t' = t_1' - t_2' \text{ і } \Delta t'' = t_1'' - t_2''.$$

Для нашого випадку $\Delta t' = 160 - 20 = 140^{\circ} \text{C}$ і $\Delta t'' = 115 - 80 = 35^{\circ} \text{C}$

Враховуючи значення величин $\Delta t'$ і $\Delta t''$ отримаємо, що середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час прямопливу дорівнює

$$\Delta t_{cp} = \frac{140 - 35}{\ln \frac{140}{35}} = 75,7^{\circ} \text{C}$$

Зіставляючи рівняння (160) і (162) отримаємо рівняння для визначення невідомої величини $F_{заг}$, тобто

$$\eta c_{p1} G_1 (t_1' - t_1'') = k(1 - \varphi_{забп}) F_{заг} \Delta t_{cp}.$$

Звідки отримаємо, що $F_{заг} = \frac{\eta c_{p1} G_1 (t_1' - t_1'')}{k(1 - \varphi_{забп}) \Delta t_{cp}}$ або

$$F_{заг} = \frac{0,98 \cdot 1080 \cdot 0,42(160 - 115)}{70 \cdot (1 - 0,12) \cdot 75,7} = 4,29 \text{ м}^2$$

Середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час протипливу визначається за формулою

$$\Delta t_{cp} = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{\ln \frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час протипливу дорівнює

$$\Delta t_{cp} = \frac{(160 - 80) - (115 - 20)}{\ln \frac{160 - 80}{115 - 20}} = 87,3^\circ \text{C}.$$

Враховуючи залежність $F_{zag} = \frac{\eta c_{p1} G_1 (t_1' - t_1'')}{k(1 - \varphi_{забр}) \Delta t_{cp}}$

отримаємо, що

$$F_{zag} = \frac{0,98 \cdot 1080 \cdot 0,42(160 - 115)}{70 \cdot (1 - 0,12) \cdot 97,3} = 3,72 \text{ м}^2.$$

ДОДАТКИ

Теплофізичні характеристики матеріалів

матеріал	$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$[c_p] = \frac{\text{кДж}}{\text{кгК}}$	$[\lambda] = \frac{\text{Дж}}{\text{сКм}}$	$[a]10^6 = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$
водень			0,2	
повітря	1,2	1,005	0,025	20,73
вода	1000	4,2	0,6	0,143
азбест	1000-	0,82	0,157+1,86	
листовий	1300		$\cdot 10^{-4}t$	
алюміній	2680	0,894	209	87,2
бетон з	2400	0,837	1,5	0,747
гравієм				
залізобетон	2200	0,77	1,55	0,915
пінобетон	600	0,837	0,14	0,279
глина	2000	0,837	0,93	0,556
граніт	2800	0,921	2,91	1,13
бронза	8000	0,389	64	20,6
мідь	8950	0,389	393	113
срібло	10400	0,234	410	168,5
сталь	7800	0,47+2,1 $\cdot 10^{-4}t$	58–0,042t	
чавун (С –4%)	7270	0,42	52	17,03
скло звичайне	2500	0,67	0,75	0,448
сухе дерево (сосна)	550	2,8	0,174	0,113
цегла червона	1580	0,84	0,455	0,343
цегла	1730	0,84	0,79	0,544
силікатна				
цегла	1200	0,88	0,44	0,42
пустотіла				
цегла	1850	0,88+2,3	0,835+5,8 $\cdot 10^{-4}t$	
вогнетривка		$\cdot 10^{-4}t$		
штукатурка	1600	0,837	0,7	0,523
вапняна				

гіпсоплити	1100	0,963	0,35	0,33
свинець	11400	0,13	34,6	23,3
вата	200	0,94	0,056	0,298
мінеральна				
пінопласт ПС	100	1,34	0,041	0,306
– 1				
пінополіурета	240	1,34	0,041	0,127
н				
тирса	250	2,51	0,07–0,093	0,148
мати зі	200	0,837	0,045	0,269
скловолокна				
шлакобетон	1800	0,85	0,58	0,379
пісок сухий	1380	0,8	0,35	0,317
пісок вологий	1380	2,0	0,66	0,239
(10%)				
штукатурка	1800	0,84	1,1	0,728
цемент.				
вата	50		0,058	
бавовняна				
поліетилен	950		0,29	
коркові плити	175	1,75	0,041	0,134
сніг	400	2,08	0,465	0,559
втрамбований				
гума технічна	1600	1,58	0,146	0,058
шлак	1000	0,75	0,204	0,272
котельний				

Фізичні параметри сухого повітря під атмосферним тиском

$t^{\circ}C$	ρ , $[\rho] = \frac{\kappa\text{г}}{\text{м}^3}$	c_p , $[c_p] = \frac{\kappa\text{Дж}}{\text{кг}^{\circ}C}$	$\lambda \cdot 10^2$, $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$	$\nu \cdot 10^6$, $[\nu] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	Pr
-20	1,395	1,009	2,23	12,79	0,716
-10	1,342	1,009	2,36	12,43	0,712
0	1,293	1,005	2,44	13,28	0,707

20	1,205	1,005	2,59	15,06	0,703
40	1,128	1,005	2,75	16,96	0,699
60	1,06	1,005	2,89	18,97	0,696
80	1	1,009	3,04	21,09	0,692
100	0,946	1,009	3,2	23,13	0,688
120	0,898	1,009	3,33	25,45	0,686
140	0,854	1,013	3,48	27,8	0,684
160	0,815	1,017	3,63	30,09	0,682
180	0,779	1,022	3,77	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,92	34,85	0,68
250	0,674	1,038	4,26	40,61	0,677
300	0,615	1,047	4,6	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,89	55,46	0,676
400	0,524	1,068	5,2	63,09	0,678
500	0,456	1,093	5,73	79,38	0,687
600	0,404	1,114	6,2	96,89	0,699
700	0,362	1,135	6,69	115,4	0,706
800	0,329	1,156	7,15	134,8	0,713
900	0,301	1,172	7,61	155,1	0,717
1000	0,277	1,185	8,05	177,1	0,719

Фізичні параметри димових газів

$t^{\circ}C$	$\rho,$ $[\rho] = \frac{\kappa^2}{m^3}$	$c_p,$ $[c_p] = \frac{\kappa Dж}{\kappa^2 C}$	$\lambda \cdot 10^2,$ $[\lambda] = \frac{Bm}{MK}$	$\nu \cdot 10^6,$ $[\nu] = \frac{m^2}{c}$	Pr
0	1,295	1,043	2,28	12,2	0,72
100	0,95	1,068	3,12	21,54	0,69
200	0,748	1,098	4	32,8	0,67
300	0,617	1,122	4,83	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,68	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,54	76,3	0,63
600	0,405	1,214	7,4	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,25	112,1	0,61
800	0,33	1,264	9,13	131,8	0,6
900	0,301	1,29	9,98	152,1	0,59

1000	0,275	1,306	10,9	173,4	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	197,1	0,57
1200	0,24	1,34	12,62	221	0,56

Фізичні параметри води на лінії насичення

t^0C	$\rho,$ $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$	$c_p,$ $[c_p] = \frac{кДж}{кг^0C}$	$\lambda \cdot 10^2,$ $[\lambda] = \frac{Вт}{мК}$	$\nu \cdot 10^6,$ $[\nu] = \frac{м^2}{с}$	$\beta \cdot 10^4,$ $[\beta] = К^{-1}$	Pr
0	999,9	4,212	55,1	1,789	-0,63	13,67
10	999,7	4,191	57,5	1,306	0,7	9,52
20	998,2	4,183	59,9	1,006	1,82	7,02
30	995,7	4,175	61,8	0,805	3,21	5,42
40	992,2	4,174	63,5	0,659	3,87	4,31
50	988,1	4,175	64,8	0,556	4,49	3,54
60	983,2	4,179	65,9	0,478	5,11	2,98
70	977,8	4,187	66,8	0,415	5,7	2,55
80	971,8	4,195	67,5	0,365	6,32	2,21
90	965,3	4,208	68	0,326	6,95	1,95
100	958,4	4,22	68,3	0,295	7,52	1,75

Ступінь чорноти повного випромінювання деяких матеріалів

Матеріал	Температура, 0C	ε
Азбестовий картон	24	0,96
Алюміній шорсткий	20 – 50	0,06 – 0,07
Алюміній полірований	225 – 575	0,090 – 0,057
Вода	0 – 100	0,95 – 0,96
Гума шорстка	24	0,86
Дерево стругане	20	0,9
Залізо оцинковане	28	0,228
блискуче		
Залізо оцинковане	24	0,276
окислене		
Латунь окислена	200 – 600	0,61 – 0,59
Мармур полірований	22	0,93
Мідь полірована	80	0,018
Мідь окислена	200 – 600	0,57 – 0,55

Нікель неполірований	20	0,37 – 0,48
Скло гладке	22	0,94
Цегла червона шорстка	20	0,88 – 0,93
Цегла шамотна	1100	0,75
глазурована		
Цегла шамотна	1200	0,59
Цегла силікатна	1230	0,66
Фарби олійні	100	0,92 – 0,96
Фарби алюмінієві	100	0,27 – 0,67
Штукатурка вапняна	10 – 20	0,91
Толь	20	0,93
Папір	20	0,8 – 0,9
Сніг	0	0,96
Сталь окислена шорстка	40 – 370	0,94 – 0,97
Сталь листовая, шліфована	940 – 1100	0,52 – 0,61
Торф брикетний	20	0,93
Чавун шорсткий	40 – 250	0,95

Нижча теплота згорання палива

Продукт згорання	Нижча теплота згорання, МДж/кг
Умовне паливо	29,3
Буре вугілля	7 – 8
Камінне вугілля	18 – 30
Антрацит	20,9
Мазут	40
Природний газ	33,4 – 42
Торф сирець	8,3 – 10,5
Торф'яний брикет	17
Сухі дрова	17,6
Нафта	40 – 46

Температура загорання палива

Паливо	Температура загорання, °С.
Торф	225
Дрова	300
Буре вугілля	300 – 400
Кам'яне вугілля	450 – 500

Антрацит	700 – 750
Мазут	500
Природний горючий газ	700 – 750

Ступінь чорноти полум'я

Вид полум'я	Ступінь чорноти
Полум'я без свічення	0,3
Полум'я газу та антрациту при шаровому спалюванні без свічення	0,4
Видиме полум'я антрацитного пилу	0,45
Видиме полум'я пісного вугілля	0,6
Видиме полум'я мазуту	0,85
Видиме полум'я бензину	0,96 – 0,99
Полум'я торфу кам'яного вугілля, бурого вугілля та деревини.	0,7

Температура полум'я під час спалювання палива в паливнику

Паливо	Температура полум'я, °C
Торф, мазут	1000
Деревина, буре вугілля, сира нафта, дизельне паливо, тракторний гас	1100 – 1150
Кам'яне вугілля, каучук та вироби з нього, бензин	1200 – 1250
Антрацит, сірка	1300
Горючі гази	1500
Магній	2000

Теоретична температура горіння палива

Паливо	T_a , К, при коефіцієнті надлишку повітря α			
	$\alpha = 1$	$\alpha = 1,3$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2$
Антрацит	2450	2115	1925	1570
Донецьке вугілля	2535	2135	1915	1555
Мазут	2395	2010	1850	1535
Природний газ	2300	1940	1760	1460
Дрова з вологістю 30%	2125	1845	1705	1435
Торф	1970	1780	1640	1380

Температура полум'я факела

Паливо	Температура полум'я
Бензин в резервуарах	1473K
Газонафтовий фонтан	1127 – 1357K
Деревина	1047 – 1147K
Деревина в штабелях пиломатеріалів	1127 – 1317K
Дизельне паливо і нафта в резервуарах	1373K
Гас в резервуарах	1373K
Мазут в резервуарах	1273K
Нафтопродукти в резервуарах	1107 – 1207K
Торф	1027 – 1067K
Етиловий спирт	1147 – 1177K
Гумові вироби	1473K

Швидкість вигорання M , нижня теплота згорання Q_n^p і об'єм повітря V_n необхідного для повного згорання 1 кг палива.

Горючий матеріал	$M, \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{ год}}$	$Q_n^p, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$	$V_n, \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$
Ацетон	156	28800	7,26
Бавовна непресована	15	15700	3,75
Бензин	160 – 200	41870	11,6
Деревина (меблі)	54	13800	4,2
Дизельне паливо	150	41870	11,2
Гас	160	41870	11,36
Книги на дерев'яних полицях	20	13400	4,2
Мазут	126	38700	10,44
Нафта	85	41870	10,8
Органічне скло	58	25000	6,6
Полістирол	52	39000	10
Гума	40	33500	9,97
Етиловий спирт	96 – 120	27200	6,69

ЛІТЕРАТУРА

1. Величко Л.Д., Лозинський Р.Я., Семерак М.М. Термодинаміка та теплопередача в пожежній справі: Навчальний посібник. – Львів: Вид-во «СПОЛОМ», 2011. – 504с; іл.;табл.
2. Драганов Б.Х., Бессараб О.С., Долінський А.А., Лазаренко В.О., Міщенко А.В., Шеліманова О.В. Теплотехніка. – Київ.: Фірма «Інкос», 2005. – 400 с.: іл.
3. Кошмаров Ю.А. Теплотехника: учебник для вузов. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2006. – 501 с.: ил.
4. Котов Г.В. Прикладная термодинамика. – Минск.: КИИ МЧС РБ, 2004. – 422 с.: ил.
5. Башкирцев М.П., Бубырь Н.Ф., Минаев Н.А., Ончуков Д.Н. Основы пожарной теплофизики: Учебник для пожарно – техн. училищ. – М.: Стройиздат, 1984. – 200с.: ил.
6. Чепурний М.М., Ткаченко С.Й. Основи технічної термодинаміки. – Вінниця.: «Поділля-2000», 2004. – 352с.: іл.

Навчальне видання

Лозинський Роман Якович

**ТЕПЛОТЕХНІКА
в пожежній справі**

Літературний редактор: **Галина ПАДИК**

Комп'ютерна верстка: **Олександр ПОТАПЕНКО**

Друк на різнографі: **Назарій ПЕТРОЛЮК**

Підписано до друку 16.11.2021 р.
Формат 60×84/16. Гарнітура Times New Roman.
Друк на різнографі. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 20,5.

Друк ЛДУ БЖД
м. Львів, вул. Клепарівська, 35. Тел. /факс: (380-32) 233-00-88.