

УДК 621.3

**Б. Л. Копчак**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,  
e-mail: bohdan.l.kopchak@lpnu.ua

**А. І. Мандюк**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,  
e-mail: andrii.i.mandiuk@lpnu.ua

**А. П. Кушнір**

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,  
кафедра наглядово-профілактичної діяльності та пожежної автоматики,  
e-mail: andpetkushnir@gmail.com

**В. М. Оксентюк**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра систем автоматизованого проектування,  
e-mail: vira.m.oksentyuk@lpnu.ua

**Ю. О. Бобечко**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем  
e-mail: yurii.o.bobechko@lpnu.ua

**А. І. Кушка**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра електромехатроніки та комп’ютеризованих електромеханічних систем,  
e-mail: andrij.i.kushka@lpnu.ua

## **РОЗРОБКА МОДЕЛІ ТА СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ШВИДКОСТІ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ СИСТЕМИ ПЧ-АД**

<https://doi.org/10.23939/sepes2025.01.028>

© Копчак Б. Л., Мандюк А. І., Кушнір А. П., Оксентюк В. М., Бобечко Ю. О., Кушка А. І., 2025

У сучасній промисловості найширше застосовують регульовані електроприводи системи “Перетворювач частоти – асинхронний двигун” (ПЧ-АД), в яких переважно реалізовані та застосовуються регулятори цілого порядку. Використання в електромеханічних системах ПЧ-АД регуляторів дробового порядку дає змогу підвищити запас стійкості та надійність роботи системи, забезпечити кращу якість перехідних процесів, вищу робастність до зміни параметрів двигуна і, як результат, гарантує більшу продуктивність порівняно з класичними цілочисловими регуляторами.

Розроблено лінеаризовану модель електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням та з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю, розраховано її параметри для конкретного електроприводу та за допомогою моделювання підтверджено її точність.

У статті розроблено новий підхід до визначення структури і параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування відповідної бажаної форми дробового порядку. Здійснено розрахунок дробових та цілочислових регуляторів швидкості відповідно до заданих параметрів часу наростання та перерегулювання швидкості двигуна.

Розроблена методика структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку уможливорює створення нових та модернізації наявних промислових електроприводів ПЧ-АД на основі регуляторів дробового порядку. Її можна застосовувати в інженерних розрахунках.

**Ключові слова:** електропривід, перетворювач частоти, асинхронний двигун, синтез, регулятор дробового порядку, бажана форма дробового порядку.

### **Вступ**

В сучасній промисловості однозначно найбільшого поширення набули регульовані електроприводи типу “перетворювач частоти – асинхронний двигун” (ПЧ – АД) [1], які за останні десятиліття практично витіснили електроприводи типу “тиристорний перетворювач – двигун постійного струму”. Система ПЧ-АД продовжує розвиватися і вдосконалюватися [2, 3]. Як правило, в таких ПЧ як опцію реалізовано ПД-регулятори цілого порядку. Досвід роботи з такими перетворювачами протягом десятиліть показує, що користувачі здебільшого не розраховують параметри такого регулятора, а практикують налаштування вручну. Для системи ПЧ – АД є можливість практичного використання певної інженерної методики їх налаштування, проте здебільшого для застосування такої методики необхідно спростити передавальну функцію (ПФ) цілого порядку, яка описує об'єкт керування, що призводить до зниження точності опису цього об'єкта, а отже, до погіршення якості керування після синтезу відповідних регуляторів.

У сучасних дослідженнях різні автори все частіше доходять висновку, що традиційні цілочислові ПД-регулятори можна розглядати як частковий випадок П<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку з ПФ

$$W_c(s) = k_p + k_i s^{-\lambda} + k_d s^{\mu}. \quad (1)$$

Такі регулятори вже опрацьовані з погляду їх практичної реалізації [4, 5] і можуть бути або вбудованими безпосередньо у перетворювач частоти, або реалізованими на зовнішній платі керування. Застосування в електромеханічних системах ПЧ – АД П<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів дробового порядку дає змогу поліпшити якість перехідних процесів, підвищити запас стійкості системи порівняно із цілочисловими регуляторами, надійнішу роботу за змінних робочих умов [6], коригувати чутливість системи відповідно до поставлених вимог та, крім того, усуває потребу в зовнішньому фільтрі [7], забезпечує краще подавлення збурень і меншу похибку відстеження швидкості порівняно з цілочисловими ПД-регуляторами [8], вищу робастність до зміни параметрів АД [9]. Крім того розроблені дробові регулятори краще керують процесом технологічної установки [10, 11]. Такий підхід забезпечує вищу стабільність і надійність системи та, як результат, гарантує вищу продуктивність порівняно із класичними регуляторами [12].

Для П<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку проблема параметричного синтезу стає ще складнішою, оскільки потрібно налаштовувати вже п'ять параметрів.

### **Огляд літератури**

Вирішенням проблеми синтезу регуляторів ЕМС є застосування інтегральних та інших критеріїв оптимізації, а також інтелектуальних методів, зокрема генетичного алгоритму (ГА) [13]. ГА застосовують для пошуку екстремумів різноманітних складних функцій. Проте цей підхід має

недолік, пов'язаний з тим, що простір пошуку в таких задачах оптимізації такого типу практично не обмежений, тому в результаті обмежуються якимось отриманим розв'язком, який з певною заданою похибкою задовольняє сенс цієї задачі. ГА, так само як і Neural Network [14], є ефективним інтелектуальним інструментом для розв'язання багатьох задач аналізу та синтезу. У [15] розглянуто одноконтурні замкнені системи керування швидкістю та положення ДПС з класичними ПІ-регуляторами та ПІ<sup>λ</sup>-регуляторів дробового порядку. В цій роботі показано, що використання ПІ<sup>λ</sup>-регуляторів дробового порядку є ефективнішим. У [16] здійснено порівняння на основі показників якості та стійкості трьох основних інтелектуальних методик синтезу регуляторів: оптимізації рою частинок генетичного алгоритму і диференціальної еволюції для налаштування регуляторів як цілочислового, так і дробового порядку. Дослідження виконано для ЕМС керування швидкістю ДПС. У [17] досліджено керування АД на основі ПІ<sup>λ</sup>-регулятора і показано, що коректно синтезований дробовий регулятор забезпечує кращі характеристики, порівняно з цілочисловим ПІД регулятором. В [18] здійснено проектування ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора в асинхронному електроприводі за допомогою ГА. Експериментальні результати показують, що синтезований ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор покращує динамічні характеристики електроприводу порівняно із цілочисловим ПІД-регулятором. У цій роботі АД представлений цілочисловою ПФ високого порядку.

В [19] для оптимізації параметрів дробового регулятора вибрано нейронну мережу. Дослідження продемонстрували, що дробовий регулятор може краще та точніше керувати складною системою, порівняно з цілочисловим ПІД-регулятором. В [20] здійснено синтез оптимального ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора для ЕМС керування швидкістю обертання АД. Синтез здійснено еволюційним методом пошуку зозулі. Виконаний порівняльний аналіз [21] показав, що синтезовані дробові ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятори забезпечили кращі динамічні характеристики та демпфування коливань системи, порівняно з цілочисловим ПІД-регулятором. У цих роботах систему ПЧ-АД не розглядали.

Розглянуті вище підходи до синтезу дробових регуляторів для системи ПЧ-АД є переважно параметричними, тобто параметри регулятора підбирають відповідно до якогось заданого критерію із заданою похибкою.

Вищим рівнем синтезу дробових регуляторів для системи ПЧ-АД є структурно-параметричний синтез, аналогічний до відомих варіантів синтезу для цілочислових систем. Звісно, для регуляторів дробового порядку будуть певні відмінності, щодо яких уже є напрацювання.

Перше полягає в тому, що ПФ дробового порядку можуть апроксимувати передавальні функції високого цілого порядку або перехідні процеси з перерегулюванням [21].

Друге полягає у тому, що колись були розроблені бажані форми дробового порядку [22], доволі прості за формою, які, проте, забезпечували бажані перехідні процеси з потрібною швидкістю та перерегулюванням, які стали дробовим відповідником до стандартних форм цілого порядку.

Застосування ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів та регуляторів дробового порядку для керування різноманітними об'єктами керування в промисловості зростатиме після вирішення питань налаштування та нових підходів до реалізації таких регуляторів. Проблема синтезу ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів та регуляторів дробового порядку для системи ПЧ-АД, а також їх простішої реалізації потребує вирішення та подальшого розвитку.

### **Мета роботи**

Мета – розроблення методики структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку в системі ПЧ-АД. Це дасть змогу модернізувати сучасні системи ПЧ-АД, розширивши спектр їхніх динамічних властивостей. Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити такі завдання:

– розробити лінеаризовану модель електроприводу перетворювач частоти – асинхронний двигун зі скалярним керуванням та з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю, розрахувати її параметри та дослідити адекватність моделі за допомогою моделювання;

– розробити новий підхід для визначення структури і параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування відповідної бажаної форми дробового порядку.

### Розроблення лінеаризованої моделі електроприводу перетворювач частоти – асинхронний двигун зі скалярним керуванням

Структурну схему моделі АД з короткозамкненим ротором, із управлінням за допомогою зміни частоти напруги живлення обмоток статора, розробимо з умови, що двигун в досліджуваному режимі стабілізації швидкості працює лише на ділянці механічної характеристики в діапазоні зміни ковзання від 0 до  $s_k$ , за постійного потоку статора, і всі його досліджувані перехідні режими будуть пов'язані, переважно, зі зміною навантаження на валу.

Застосувавши формулу Клосса із апроксимацією механічної характеристики АД у межах зміни ковзання від 0 до  $s_k$  прямою лінією, наближено отримаємо модуль жорсткості лінеаризованої частини механічної характеристики АД:

$$k_\beta \approx \frac{M_k}{s_k \omega_0}, \quad (2)$$

де  $M_k$  – критичний момент;  $s_k$  – критичне ковзання;  $\omega_0$  – синхронна кутова швидкість обертання.

Якщо паспортних даних для  $M_k$  та  $s_k$  немає, враховуючи, що механічна характеристика в межах зміни ковзання від 0 до  $s_k$  – пряма лінія, модуль жорсткості АД можна визначити як:

$$k_\beta = \frac{\Delta M}{\Delta \omega} = \frac{M_H}{\omega_0 - \omega_H}, \quad (3)$$

де  $M_H$  – номінальний момент АД (паспортний параметр);  $\omega_H$  – номінальна кутова швидкість обертання (паспортний параметр).

У режимі роботи АД за малих ковзань струм ротора можна приблизно вважати активним, тому момент АД за таких ковзань фактично пропорційний до струму. В режимі збільшення навантаження на валу АД зростає ЕРС та струм ротора. Проте можна вважати, що через значну індуктивність обмоток АД темп наростання струму відбувається в часі приблизно відповідно до експоненціального закону зі сталою часу

$$T_e = \frac{L_1 + L'_2}{R_1 + R'_2}, \quad (4)$$

де  $L_1 + L'_2 = L_k$  – індуктивність короткого замикання.

Оскільки АД у разі скалярного частотного регулювання працює на лінійній частині механічної характеристики, то наближено дослідити та оцінити його динамічні характеристики можна на основі спрощеної структурної схеми (рис. 1).

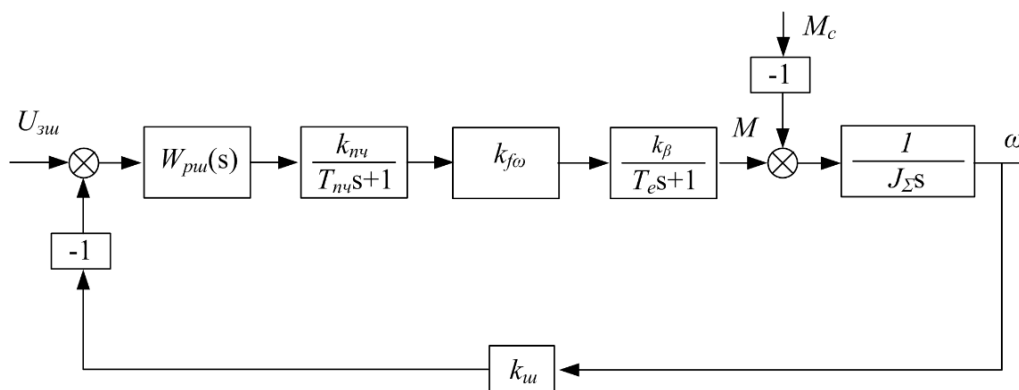


Рис. 1. Лінеаризована структурна схема електроприводу ПЧ-АД з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю

Лінеаризовану структурну схему електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю наведено на рис. 1, де використано такі позначення:  $W_{рш}(s)$  – передавальна функція регулятора швидкості ПЧ-АД;  $k_{ш}$  – коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю АД;  $k_{пч}$  – коефіцієнт передачі перетворювача частоти;  $T_{пч}$  – стала часу запізнювання перетворювача частоти;  $k_{f\omega}$  – коефіцієнт узгодження між частотою ПЧ та  $\omega_0$ ;  $J_{\Sigma}$  – момент інерції електроприводу.

Стала часу перетворювача частоти  $T_{пч}$  фактично визначається сталою часу запізнювання інвертора напруги  $T_{ін}$  і обчислюється за виразом

$$T_{пч} = \frac{1}{f_{ін}}, \quad (5)$$

де  $f_{ін}$  – несуча частота інвертора напруги.

Коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю  $k_{ш} = U_{дш}/\omega_0$ , де  $U_{дш} = 10$  В – максимальна напруга на виході датчика швидкості.

Коефіцієнт передачі перетворювача частоти  $k_{пч} = f_{вих.макс.}/U_{з.пч.макс.}$ , де  $U_{з.пч.макс.} = 10$  В – максимальна напруга завдання на вході ПЧ,  $f_{пч.макс.} = 50$  Гц – максимальна робоча частота на виході ПЧ.

Для розроблення моделі застосуємо стандартну асинхронну машину із пакета MATLAB Simulink з такими параметрами:  $P_n = 7500$  Вт – номінальна потужність;  $n_n = 1440$  об./хв – номінальна швидкість обертання;  $U_n = 380$  В – номінальна напруга живлення;  $R_1 = 0,7384$  Ом – активний опір статора;  $R'_2 = 0,740$  Ом – приведений активний опір ротора;  $L_1 = 0,003045$  Гн – індуктивність статора;  $L'_2 = 0,003045$  Гн – приведена індуктивність ротора;  $L_m = 0,1241$  Гн – індуктивність намагнічування;  $J_{\Sigma} = 0,0343$  кг·м<sup>2</sup> – момент інерції електроприводу;  $p = 2$  – кількість пар полюсів.

На основі паспортних даних виконаємо розрахунок параметрів моделі електроприводу ПЧ-АД із від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю.

Модуль жорсткості лінеаризованої частини механічної характеристики АД (3)  $k_{\beta} = 7,916$  Нмс.

Електромагнітна стала часу (4)  $T_e = 0,0041$  с.

Несуча частота інвертора напруги (дані реального перетворювача)  $f_{ін} = 4000$  Гц.

Стала часу перетворювача частоти (5)  $T_{пч} = 0,00025$  с.

Коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю  $k_{ш} = 0,0637$  Вс.

Коефіцієнт передачі перетворювача частоти  $k_{пч} = 5$  Гц/В.

Коефіцієнт узгодження між частотою ПЧ та  $\omega_0$   $k_{f\omega} = \pi = 3,141$  с<sup>-1</sup>/Гц;

Номінальний момент навантаження  $M_n = 49,737$  Нм.

На підставі виконаних розрахунків розроблено лінеаризовану модель електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням та з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю в MATLAB Simulink, яка показана на рис. 2.

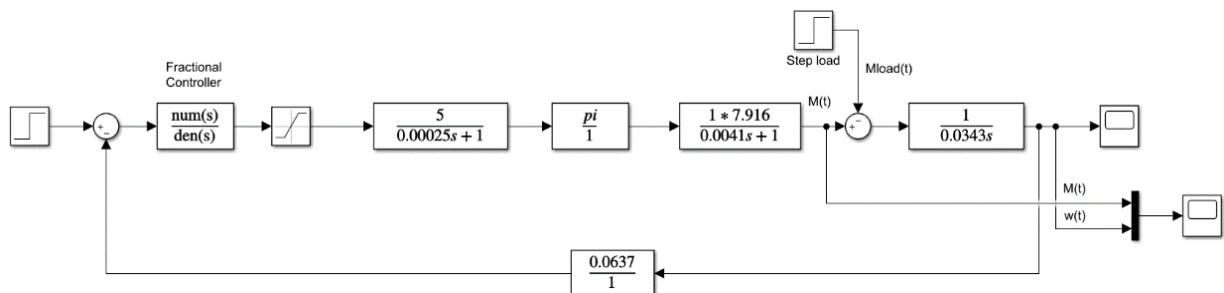


Рис. 2. Модель електроприводу перетворювач частоти – асинхронний двигун у MATLAB Simulink

Здійснено дослідження розробленої лінеаризованої моделі електроприводу ПЧ-АД із від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю у пакеті MATLAB Simulink, щоб розрахунки були правильними. Дослідження виконано без регулятора швидкості в режимі запуску та накиду номінального навантаження у момент часу 0,3 с. Прийнято допущення, які полягають у тому, що не встановлено обмежень на темп наростання швидкості та максимальний струм. Результати досліджень відображено на рис. 3.

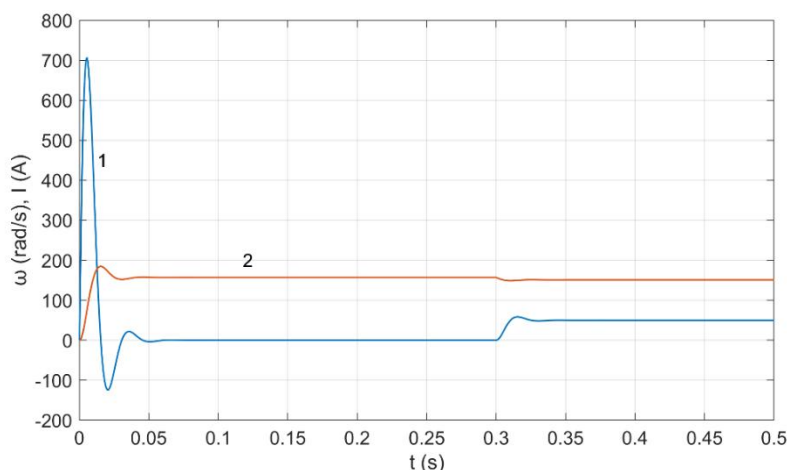


Рис. 3. Перехідні процеси зміни струму статора (крива 1) та швидкості асинхронної машини (крива 2) без регулятора швидкості в MATLAB Simulink

На рис. 3 показано зміну струму статора (крива 1) та швидкості асинхронної машини (крива 2). Після переходного процесу запуску синхронна кутова швидкість обертання набуває значення, близького до синхронного значення  $\omega_0$ , що відповідає неробочому ходу. Після накиду номінального навантаження на валу в момент часу 0,3 с відбувається зниження кутової швидкості обертання до значення 1439,1 об./хв, що відрізняється від значення  $n_n = 1440$  об./хв – номінальної швидкості обертання із похибкою 0,1 %. Розроблена модель та її параметризація дали змогу перевірити її адекватність та працездатність.

Тепер на основі розробленої лінеаризованої моделі електроприводу ПЧ-АД з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю можна здійснити оригінальний синтез ПІД<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку. Цей підхід дає змогу врахувати всі сталі часу, наявні в моделі (рис. 1), і не об'єднувати сталі часу  $T_{пч}$  та  $T_e$ , що призводить до зниження точності моделі.

### Розроблення методики структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку в системі ПЧ-АД

У роботі запропоновано застосувати удосконалений метод узагальненого характеристичного полінома (УХП) [3, 4] для синтезу структури і визначення параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД. Для такого варіанта синтезу потрібно вибрати відповідну бажану форму дробового порядку [3], вираз ПФ якої є таким:

$$W_{s1}(s) = \frac{\omega_{0ш}/k_{ш}}{s^q + \omega_{0ш}}, \quad (6)$$

де  $\omega_{0с}$  – середньгеометричний корінь бажаної форми дробового порядку, який визначає швидкостію контура регулювання швидкості;  $q$  – дробовий порядок характеристичного полінома;

$k_{ш}$  – коефіцієнт підсилення зворотного зв'язку за швидкістю.

Розглянемо запропоновану процедуру синтезу структури регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД.

Згідно із лінеаризованою структурною схемою електроприводу, показаною на рис. 1, ПФ замкненого контура швидкості ПЧ–АД  $W_s(s)$  має вигляд

$$W_{\text{ш}}(s) = \frac{W_{\text{рш}}(s) \frac{k_{\text{пч}}}{T_{\text{пч}}s + 1} k_{f\omega} \frac{k_{\beta}}{T_e s + 1} \frac{1}{J_{\Sigma} s}}{1 + W_{\text{рш}}(s) \frac{k_{\text{пч}}}{T_{\text{пч}}s + 1} k_{f\omega} \frac{k_{\beta}}{T_e s + 1} \frac{1}{J_{\Sigma} s} k_s}. \quad (7)$$

Розділивши чисельник і знаменник ПФ (7) на чисельник, з урахуванням ПФ бажаної форми дробового порядку, одержимо

$$W_{\text{ш}}(s) = \frac{1}{\frac{(T_{\text{пч}}s + 1)(T_e s + 1)J_{\Sigma} s}{W_{\text{рш}}(s)k_{\text{пч}}k_{f\omega}k_{\beta}} + k_s}. \quad (8)$$

Здійснимо трансформацію виразу (8) у вираз (6). З умови тотожності  $W_{\text{ш}}(s)$  і  $W_{s1}(s)$ , отримаємо:

$$\frac{1}{\frac{(T_{\text{пч}}s + 1)(T_e s + 1)J_{\Sigma} s}{W_{\text{ш}}(s)k_{\text{пч}}k_{f\omega}k_{\beta}} + k_s} = \frac{\omega_{0\text{ш}}/k_{\text{ш}}}{s^q + \omega_{0\text{ш}}}. \quad (9)$$

Розв'язавши рівняння (9), матимемо:

$$W_{\text{рш}}(s) = \frac{(T_{\text{пч}}s + 1)(T_e s + 1)J_{\Sigma} s \omega_{0\text{ш}}}{k_{\text{пч}}k_{f\omega}k_{\beta}k_{\text{ш}}s^q}. \quad (10)$$

Отже, ми визначили структуру регулятора швидкості електроприводу ПЧ–АД. На основі отриманого виразу (10) ПФ регулятора швидкості розрахуємо наступні варіанти структурно-параметричного синтезу.

**Варіант 1.** Задамо бажані параметри перехідного процесу координати швидкості ПЧ–АД: перерегулювання  $\delta_o = 0 \%$ , час наростання  $t_{0,95} = 0,0319$  с, що згідно із таблицею [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 100 \text{ с}^{-1}$ ,  $q = 1,0$  – дробовий порядок характеристичного полінома. Підставивши параметри ланок, що входять в ПФ (10), отримаємо числове значення ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0,433 + 1,893 \times 10^{-3}s + 4,462 \times 10^{-7}s^2. \quad (11)$$

Задамо бажані параметри перехідного процесу координати швидкості ПЧ–АД: перерегулювання  $\delta_o = 0 \%$ , час наростання  $t_{0,95} = 0,06$  с, що згідно із таблицею [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 50 \text{ с}^{-1}$ ,  $q = 1,0$ . Підставивши параметри ланок, що входять в ПФ (10), одержимо ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0,21 + 9,465 \times 10^{-4}s + 2,231 \times 10^{-7}s^2. \quad (12)$$

Задамо бажані параметри перехідного процесу координати швидкості ПЧ–АД: перерегулювання  $\delta_o = 0 \%$ , час наростання  $t_{0,95} = 0,3$  с, що за таблицею [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $q = 1,0$ . Підставивши параметри ланок, що входять в (10), отримаємо ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0,043 + 1,893 \times 10^{-4}s + 4,462 \times 10^{-8}s^2. \quad (13)$$

Тобто для  $q = 1,0$  потрібен регулятор швидкості системи ПЧ–АД цілого порядку. На рис. 4 відображено перехідні процеси зміни швидкості асинхронної машини з регуляторами швидкості: (11) – крива 1, (12) – крива 2, (13) – крива 3.

**Варіант 2.** В цьому варіанті забезпечимо деяке мінімальне перерегулювання перехідного процесу. Задамо бажані параметри перехідного процесу координати швидкості ПЧ–АД: перерегулювання  $\delta_o = 2,7 \%$ , час наростання  $t_{0,95} = 0,28$  с, що згідно із таблицею [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $q = 1,1$ . Підставивши параметри ланок, що входять в (10), одержимо ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0,043s^{-0.1} + 1,893 \times 10^{-4}s^{0.9} + 4,462 \times 10^{-8}s^{1.9}. \quad (14)$$

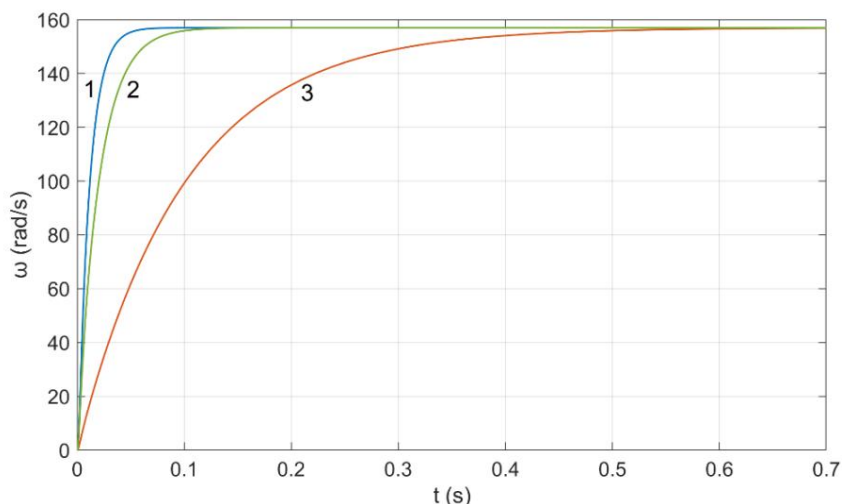


Рис. 4. Перехідні процеси зміни швидкості асинхронної машини з регуляторами швидкості: **(11)** – крива 1, **(12)** – крива 2, **(13)** – крива 3

**Варіант 3.** У цьому варіанті забезпечимо більше перерегулювання перехідного процесу. Задамо бажані параметри перехідного процесу координат швидкості ПЧ-АД: перерегулювання  $\delta_o = 7,3\%$ , час наростання  $t_{0,95} = 0,28$  с, що за таблицею [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0ш} = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $q = 1,2$ . Підставивши параметри ланок, що входять в (10), матимемо ПФ регулятора швидкості:

$$W_{рш}(s) = 0,043s^{-0,2} + 1,893 \times 10^{-4}s^{0,8} + 4,462 \times 10^{-8}s^{1,8}. \quad (15)$$

Тобто для  $q = 1,1$  та  $q = 1,2$  необхідний регулятор системи ПЧ-АД дробового порядку. На рис. 4 показано варіанти для  $\omega_{0с} = 10 \text{ с}^{-1}$ : (13) для  $q = 1,0$  – крива 1, (14) для  $q = 1,1$  – крива 2, (15) для  $q = 1,2$  – крива 3.

Для аналізу отриманих перехідних процесів можна застосувати також інтегральну оцінку точності запропонованого методу структурно-параметричного синтезу регулятора швидкості дробового порядку, зокрема середньоквадратичну похибку [21], проте у системах електроприводу інтегральні критерії не завжди відображають динамічні властивості системи, що мають практичне значення.

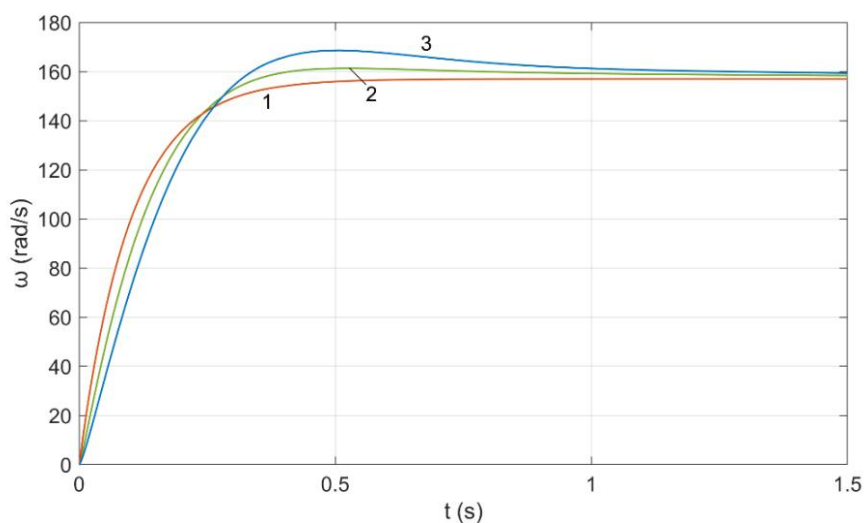


Рис. 5. Перехідні процеси зміни швидкості асинхронної машини із регуляторами швидкості: **(13)** – крива 1, **(14)** – крива 2, **(15)** – крива 3



Дослідження виконано для  $\omega_{0s} = 10 - 100 \text{ с}^{-1}$ , що здебільшого відповідає робочому діапазону системи ПЧ-АД. Отримані результати дають підстави для висновку, що розроблений новий підхід до визначення структури і параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування відповідної бажаної форми дробового порядку повністю працездатний і забезпечує бажані показники перехідного процесу швидкості АД у всьому діапазоні швидкодії системи.

Наукова новизна статті полягає в тому, що розроблено новий підхід для визначення структури і параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування бажаної форми дробового порядку.

Практична цінність роботи полягає у тому, що виконано розрахунок дробових та цілочислових регуляторів швидкості системи ПЧ-АД відповідно до заданих параметрів часу наростання та перерегулювання швидкості двигуна. Розроблена методика структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку уможливорює створення нових та модернізацію наявних промислових електроприводів ПЧ-АД на основі регуляторів дробового порядку. Її можна застосовувати в інженерних розрахунках.

### Висновки

1. У цій роботі запропоновано лінеаризовану модель електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням та від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю. Параметри моделі розраховано за формулами, точність отриманої моделі перевірено за допомогою моделювання.

2. У статті модернізовано метод синтезу узагальненого характеристичного полінома для регульованих електроприводів ПЧ-АД ЕМС із застосуванням заданої компактної бажаної форми дробового порядку, що забезпечує широкий діапазон заданих динамічних характеристик: крім швидкості, можна також отримати бажане перерегулювання (збільшення параметра  $q$  запропонованої бажаної форми дробового порядку забезпечує зростання перерегулювання).

3. Розроблено новий підхід до визначення структури та параметрів регулятора швидкості для електроприводу ПЧ-АД, оснований на використанні бажаної форми дробового порядку. Дослідження виконано для різних варіантів швидкодії системи ПЧ-АД, у діапазоні від  $\omega_{0ш} = 10$  до  $100 \text{ с}^{-1}$ , що відповідає типовому робочому діапазону системи. Результати дослідження продемонстрували повну функціональність запропонованого варіанта синтезу – досягнуто заданого перерегулювання та часу наростання.

4. Розроблена методика створює перспективи структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку, зокрема, для двомасових електроприводів на основі системи ПЧ-АД.

### Список літератури

1. El-Shahat A. Induction Motors – Recent Advances New Perspectives and Applications. IntechOpen, 2023.
2. Bahrami-Fard M., Chen T., Winchell E. A., Fahimi B. Integrated induction motor drive for variable speed industrial applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2025. DOI: 10.1109/TPEL.2025.3532880.
3. Graciola C. L., Goedel A., Angelico B. A. Energy efficiency optimization strategy for scalar control of three-phase induction motors. *Journal of Control Automation and Electrical Systems*, 2022, Vol. 33, pp. 1032–1043.
4. Kopchak B. Development of fractional order differential-integral controller by using Oustaloup transformation. Proc. XII Int. Conf. Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH). Lviv, Ukraine, 2016, pp. 62–65. DOI: 10.1109/MEMSTECH.2016.7507521.
5. Marushchak Y., Mazur D., Kwiatkowski B., Kopchak B., Kwater T., Koryl M. Approximation of fractional order PI $\lambda$ D $\mu$ -controller transfer function using chain fractions. *Energies*, 2022, Vol. 15, Iss. 13, pp. 1–12. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15134902>
6. Adigintla S., Aware M. V. Design and analysis of a speed controller for fractional-order-modeled voltage-source-inverter-fed induction motor drive. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 2022, Vol. 50, No. 7, pp. 2378–2397.
7. Trivedi R., Padhy P. K. Design of indirect fractional order IMC controller for fractional order processes. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, Vol. 68, No. 3, pp. 968–972.

8. Khurram A., Rehman H., Mukhopadhyay S., Ali D. Comparative analysis of integer order and fractional order proportional integral speed controllers for induction motor drive systems. *Journal of Power Electronics*, 2018, Vol. 18, No. 3, pp. 723–735.
9. Adigintla S., Aware M. V. Robust fractional order speed controllers for induction motor under parameter variations and low speed operating regions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, Vol. 70, No. 3, pp. 1119–1123.
10. Bingi K., Kulkarni R. R., Mantri R. Design and analysis of complex fractional-order PID controllers. *Proc. IEEE Madras Sect. Conf.*, 2021, pp. 1–6.
11. Sathishkumar P., Selvaganesan N. Fractional controller tuning expressions for a universal plant structure. *IEEE Control Systems Letters*, 2018, Vol. 2, No. 3, pp. 345–350.
12. Nemouchi B., Rezgui S. E., Benalla H., Nebti K. Adaptive fractional PI controller for speed control of asynchronous motor. *Proc. Int. Conf. Advances in Electronics, Control and Communication Systems (ICAECCS)*. Blida, Algeria, 2023, pp. 1–5. DOI: 10.1109/ICAECCS56710.2023.10104802.
13. Malhotra R., Singh N., Singh Y. Genetic algorithms: concepts, design for optimization of process controllers. *Computer and Information Science*, 2011, Vol. 4, No. 2, pp. 39–54.
14. Kulikov A., Kaverin V., Ardabili S., Mosavi A., Nabipour N., Kalinin A. Machine learning modeling and simulation of asynchronous electric drive. *Proc. IEEE 6th Int. Symp. on Logistics and Industrial Informatics (LINDI)*, 2024, pp. 95–102. DOI: 10.1109/LINDI63813.2024.10820415.
15. Leuzzi R., Lino P., Maione G., Stasi S., Padula F., Visioli A. Combined fractional feedback-feedforward controller design for electrical drives. *Proc. Int. Conf. on Fractional Differentiation and Its Applications (ICFDA)*. Catania, Italy, 2014.
16. Ahuja A., Tandon B. Design of fractional order PID controller for DC motor using genetic algorithm. *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 2014, Vol. 12, No. 12, pp. 8140–8151.
17. Bendjedja M., Tehrani K., Azzouz Y. Design of RST and fractional order PID controllers for an induction motor drive for electric vehicle application. *Proc. 7th IET Int. Conf. Power Electronics, Machines and Drives (PEMD)*. Manchester, UK, 2014.
18. Saleem A., Soliman H., Al-Ratrout S., Mesbah M. Design of a fractional order PID controller with application to an induction motor drive. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 2018, Vol. 26, pp. 2768–2778.
19. Zhao H., Deng W., Yang X., Li X., Dong C. An optimized fractional order PID controller for suppressing vibration of AC motor. *Journal of Vibroengineering*, 2016, Vol. 18, No. 4, pp. 2205–2220.
20. Thammarat C., Puangdownreong D. Design of fractional order PID controller for induction motor speed control system by cuckoo search. *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*, 2019, Vol. 13, pp. 92–96.
21. Kopchak B., Kopchak M. Application of fractional order transfer function with zero and pole in approximation of electromechanical systems high order objects. *Proc. XIV Int. Conf. Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH)*. Lviv, Ukraine, 2018, pp. 23–27. DOI: 10.1109/MEMSTECH.2018.8365694.
22. Kopchak B. Synthesis of automatic control systems by a particle swarm optimization method using Butterworth fractional standard forms. *Proc. 16th Int. Conf. Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE)*. Lviv, Ukraine, Sept. 2015, pp. 78–80. DOI: 10.1109/CPEE.2015.7333342.

*Б. Л. Копчак, А. І. Мандюк, А. П. Кушнір, В. М. Оксентюк, Ю. О. Бобечко, А. І. Кушка*

**B. L. Kopchak**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems,  
e-mail: bohdan.l.kopchak@lpnu.ua

**A. I. Mandiuk**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems,  
e-mail: andrii.i.mandiuk@lpnu.ua

**A. P. Kushnir**

Lviv State University of Life Safety,  
Department of Supervision-Preventive Activity and Fire Automatics,  
e-mail: andpetkushnir@gmail.com

**V. M. Oksentyuk**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Computer-Aided Design,  
e-mail: vira.m.oksentyuk@lpnu.ua

**Y. O. Bobechko**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems,  
e-mail: yurii.o.bobechko@lpnu.ua

**A. I. Kushka**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems,  
e-mail: andrij.i.kushka@lpnu.ua

## **MODEL DEVELOPMENT AND STRUCTURAL-PARAMETRIC SYNTHESIS OF A FRACTIONAL-ORDER SPEED CONTROLLER OF THE FC-AM SYSTEM**

© Kopchak B. L., Mandiuk A. I., Kushnir A. P., Oksentyuk V. M., Bobechko Y. O., Kushka A. I., 2025

In modern industry, the most widely used are adjustable electric drives of the “frequency converter – induction motor” (FC-AM) system, in which integer-order controllers are mainly implemented and used. The use of fractional-order controllers in electromechanical FC-AM systems allows to ensure: higher quality of transition processes, increase the stability margin and reliability of the system, higher robustness to changes in motor parameters and, as a result, guarantees higher performance compared to classical integer controllers.

In the work, a linearized model of the FC-AM electric drive with scalar control and negative feedback on speed is developed, its parameters are calculated for a specific electric drive and its accuracy is confirmed by modeling.

The article develops a new approach to determine the structure and parameters of the speed controller of the FC-AM electric drive based on the application of the corresponding fractional order desired form. The calculation of fractional and integer speed controllers is carried out in accordance with the specified parameters of the rise time and overshoot of the motor speed.

The developed method of structural-parametric synthesis of fractional order controllers makes it possible to create new and upgrade existing industrial FC-AM electric drives based on fractional order controllers and use it in engineering calculations.

*Keywords: electric drive, frequency converter, asynchronous motor, synthesis, fractional order controller, fractional order desired form.*