



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



III Міжнародна науково-практична конференція

**“ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У
СФЕРІ ЗАХИСТУ ДОВКІЛЛЯ”**



**3rd International Scientific and
Practical Conference**

**INFORMATION TECHNOLOGIES
IN THE ENVIRONMENTAL PROTECTION**

**14-15 травня 2026 р.
м. Львів**



ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У СФЕРІ ЗАХИСТУ ДОВКІЛЛЯ

INFORMATION TECHNOLOGIES IN THE ENVIRONMENTAL PROTECTION

Матеріали
III Міжнародної науково-практичної конференції
14–15 травня 2026 р., Україна, м. Львів

Львів
Видавництво Львівської політехніки
2026

АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ МОНІТОРИНГУ ГЛОБАЛЬНОЇ ДИНАМІКИ CO₂ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ МОДЕЛІ З ЯДРОМ ПАМ'ЯТІ

Зростання концентрації атмосферного CO₂ є одним із визначальних індикаторів зміни глобального вуглецевого циклу. Для глобальних екологічних задач важливо не лише встановити факт зростання концентрації, а й математично описати структуру часового ряду: довготривалий тренд, сезонні коливання, міжрічні аномалії та інерційну реакцію природних поглиначів. Неперервна серія вимірювань CO₂, яка вважається глобальним світовим стандартом, отримана за допомогою реєструючого недисперсійного інфрачервоного газоаналізатора у міжнародній науковій лабораторії спостережень Mauna Loa на острові Гаваї. Дві основні причини мінливості даних - це сезонне коливання та довгострокове збільшення внаслідок людської діяльності. Сезонне коливання відображає комплексне поглинання та вивільнення CO₂ наземними рослинами та ґрунтом [1].

Класичний ряд Mauna Loa став основою для виявлення антропогенного тренду CO₂. У роботі С. D. Keeling та співавторів було показано, що довготривалі прямі вимірювання дають можливість розділити сезонну мінливість і повільне накопичення CO₂ в атмосфері [1]. Подальший розвиток методики NOAA (Національного управління океанічних і атмосферних досліджень США) пов'язаний з апроксимацією тренду поліномами, поданням сезонного циклу гармоніками та фільтрацією залишків у частотній області [2, 3]. Проте сучасні дані останніх років демонструють не тільки плавне зростання, а й посилення міжрічної мінливості, пов'язаної з відомим явищем Ель-Ніньйо, пожежами, посухами та зміною ефективності наземних і океанічних поглиначів [4-7].

Проблема полягає в тому, що прості трендові моделі добре описують загальне зростання, але не дають окремого кількісного показника інерційності ряду. Балансові та інверсійні моделі є фізично змістовними, але потребують великої кількості зовнішніх даних: викидів, потоків океану, стану біосфери, метеорологічних полів і моделей перенесення.

Перший поширений підхід – емпірична декомпозиція ряду на трендову, сезонну та залишкову складові. У загальному вигляді концентрацію подають як

$$C(t) = T(t) + S(t) + \varepsilon(t). \quad (1)$$

У методиці NOAA довготривале зростання $T(t)$ зазвичай апроксимується поліноміальною функцією, а сезонна складова $S(t)$ – гармоніками річного циклу [3]. Перевагою такого підходу є простота, прозорість та придатність до автоматичної обробки довгих рядів. Недолік полягає в тому, що залишкова міжрічна мінливість часто розглядається як шум або як окрема статистична поправка, а не як динамічна складова з власною інерцією.

Другий підхід – глобальний баланс вуглецю. У працях Global Carbon Budget концентрація CO₂ розглядається через перерозподіл антропогенних викидів між атмосферою, океаном і суходолом [4, 5]. Типовий баланс можна записати так:

$$EFOS(t) + ELUC(t) = GATM(t) + SOCEAN(t) + SLAND(t) + BIM(t). \quad (2)$$

де $EFOS$ - викиди від викопного палива, $ELUC$ - викиди від змін землекористування, $GATM$ - приріст вуглецю в атмосфері, $SOCEAN$ і $SLAND$ - океанічний та наземний поглиначі, BIM - нев'язка балансу. Цей підхід є фізично найзмістовнішим, однак він потребує складної системи даних і моделей.

Третій підхід – атмосферні інверсії та системи асиміляції даних. Наприклад, CarbonTracker поєднує спостереження CO₂ з моделями атмосферного перенесення для оцінки поверхневих потоків CO₂ [8]. Математично це подано операторним рівнянням

$$C_{obs}(t,x) = \mathcal{T}[F_{surface}(t,x)] + \eta, \quad (3)$$

де $C_{obs}(t,x)$ – спостережна концентрація CO_2 у певний момент часу t в певній точці простору x , \mathcal{T} – оператор перенесення, $F_{surface}$ – поверхневі потоки джерел і поглиначів, а поверхневий потік CO_2 це його надходження або поглинання поверхнею Землі в момент часу t в точці x (це можуть бути викиди від промисловості, транспорту, пожеж, дихання ґрунтів, а також поглинання рослинністю й океаном), η – похибка вимірювання та моделювання. Отже зміст рівняння такий – спостережна концентрація CO_2 у певній точці атмосфери дорівнює результату перенесення і змішування поверхневих потоків CO_2 атмосферою плюс похибка моделі. Такий клас моделей дає просторово розподілену інформацію, проте не є простим інструментом для швидкого аналізу одного часового ряду. Сучасні роботи з низькою затримкою даних поєднують інверсії, динамічні моделі рослинності та емулятори океанічного поглинача, що дало змогу пояснювати аномалії 2023–2024 років [6; 7].

Четвертий підхід – імпульсні функції відгуку вуглецевого циклу. Вони використовуються для оцінки того, яка частка імпульсного викиду CO_2 залишається в атмосфері через певний час [9]. Узагальнено це має вигляд згортки:

$$C(t) = C_0 + \beta \int_0^t E(\tau)R(t-\tau)d\tau \quad (4)$$

яка описує концентрацію CO_2 як результат згортки історії антропогенних викидів із функцією відгуку вуглецевої системи, де β - коефіцієнт перерахунку викидів у зміну концентрації CO_2 , $C(t)$ - концентрація CO_2 в атмосфері у момент часу t , наприклад у ppm, C_0 - початкова або фонові концентрація CO_2 у початковий момент $t=0$, $E(\tau)$ - антропогенні викиди CO_2 у попередній момент часу τ . Наприклад, це можуть бути глобальні річні викиди CO_2 від викопного палива та землекористування, τ - змінна інтегрування, тобто “минулий час”. Інтеграл підсумовує всі попередні моменти від початку розрахунку 0 до поточного часу t , $t-\tau$ - час, що минув після викиду, $R(t-\tau)$ - функція відгуку, або ядро пам’яті атмосфери - океану - біосфери. Вона показує, яка частка викиду, зробленого у момент τ , залишається в атмосфері через час $t-\tau$.

Цей клас моделей уже містить ідею пам’яті, але пам’ять тут пов’язана з реакцією атмосфери на викиди. Тому доцільно розглянути проміжний підхід: модель, яка працює безпосередньо з часовим рядом CO_2 , але вводить додаткову інтегральну складову пам’яті, що враховує попередні темпи приросту. У запропонованій постановці пам’ять введена інакше: як зважений внесок попередніх темпів приросту самого спостережного ряду CO_2 для прикладу за останні 10 років. Тому запропонована модель не дублює імпульсну функцію відгуку, а є короткоперіодною емпірично-динамічною моделлю часової інерції. Узагальнене порівняння типових підходів наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Порівняння підходів до математичного опису глобального CO_2

Підхід	Типові дані	Математична модель	Обмеження
Тренд + сезонність	Ряд CO_2	Поліном + гармоніки	Слабкий опис міжрічної інерції
Глобальний бюджет	Викиди, океан, суходіл	Баланс потоків	Потребує багатьох зовнішніх даних
Інверсії	Станції, супутники, транспорт	Оцінка потоків за спостереженнями	Складність і велика обчислювальна вартість
Імпульсний відгук	Сценарії викидів	Згортка з $R(t)$	Орієнтований на викиди
Ядро пам’яті	Тільки часовий ряд CO_2	Згортка попередніх приростів	Потребує перевірки фізичної інтерпретації

Основний запис запропонованої моделі має вигляд:

$$C(t)=T(t)+S(t)+M(t) \quad (5)$$

Трендова складова береться у вигляді полінома відносно часу $x=t-t_0$ (x – це відносний час, тобто час, відрахований від початку аналізованого інтервалу):

$$T(t)=a_0+a_1x+a_2x^2 \quad (6)$$

Сезонна складова задається першою та другою гармоніками річного циклу з відповідними коефіцієнтами:

$$S(t)=b_1\sin(2\pi t)+c_1\cos(2\pi t)+b_2\sin(4\pi t)+c_2\cos(4\pi t) \quad (7)$$

Пам'яттєва складова $M(t)$ вводиться як згортка попередніх відхилень темпу приросту $g(t)$ від середнього значення за період, а проміжок інтегрування – це часовий проміжок досліджень:

$$M(t)=\lambda \int_0^t K(s,\tau)[g(t-s)-\bar{g}]ds \quad (8)$$

λ - коефіцієнт інтенсивності пам'яті, s - час запізнення, або “вік” попереднього впливу, τ - характерний час пам'яті, який визначає, для якого запізнення внесок минулого є найбільшим (для ядра максимум досягається при $s=\tau$), \bar{g} - середнє значення швидкості приросту CO_2 за аналізований період, $K(s,\tau)$ - ядро пам'яті - вагова функція, яка визначає, наскільки сильно попередні зміни CO_2 з різним запізненням s впливають на поточний стан, вираз $g(t-s)-\bar{g}$ показує, чи був попередній темп приросту CO_2 більшим або меншим за середній.

Чисельні розрахунки за програмною блок-схемою (рис.1) на інтервалі останнього десятиріччя показали добре співпадіння (не більше 5% похибки) розрахункових результатів концентрації CO_2 з даними глобальних спостережень Мауна-Лоа.

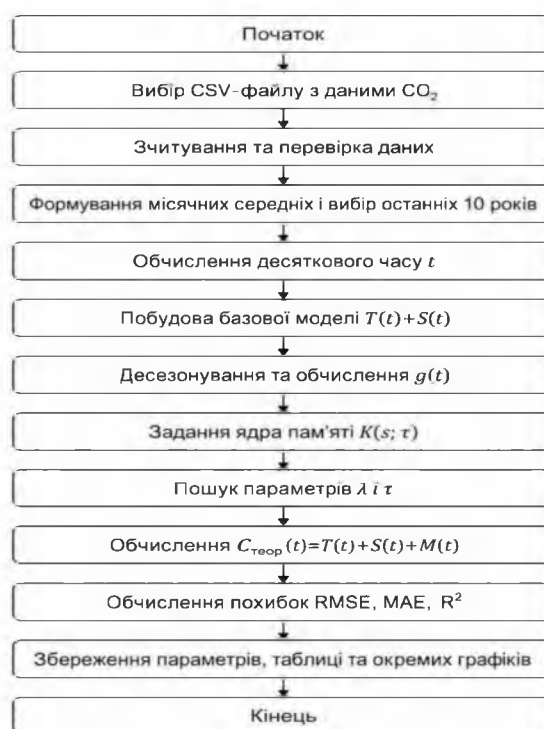


Рис. 1. Блок – схема програмних чисельних розрахунків.

Поряд з тим, для глобальних даних CO₂ ефективно використовуються кілька класичних сучасних моделей: емпірична декомпозиція тренду й сезонності, глобальні баланси вуглецю, атмосферні інверсії, супутникові реконструкції та імпульсні функції відгуку. За останні п'ять років особливу увагу привертають роботи, які аналізують аномалії 2023–2024 років і пов'язують підвищений темп росту CO₂ з ослабленням наземного поглинача, відомим явищем Ель-Ніньйо та екстремальними кліматичними подіями [4 - 7; 10; 11]. Порівняно з імпульсними функціями відгуку вуглецевого циклу запропоноване ядро пам'яті має коротший часовий горизонт і прив'язане до локальної структури спостережного ряду. У класичних моделях пам'ять описує реакцію системи на одиничний викид, у запропонованій моделі пам'ять описує внесок попередніх темпів зміни самого ряду CO₂. Це робить її зручною для аналізу, наприклад, останнього десятиріччя, де особливо помітні зміни темпів росту.

Запропонована модель з ядром пам'яті є доцільним проміжним підходом між простою трендовою апроксимацією та складними фізичними моделями. Її новизна полягає у введенні скінченного інтегрального ядра $K(s;\tau)$ (гамма-ядра другого порядку), яке дозволяє врахувати вплив попередніх темпів приросту CO₂ на поточну концентрацію.

1. Keeling C. D., Bacastow R. B., Bainbridge A. E., Ekdahl C. A., Guenther P. R., Waterman L. S. Atmospheric carbon dioxide variations at Mauna Loa Observatory, Hawaii. *Tellus*. 1976. Vol. 28, No. 6. P. 538–551. DOI: 10.1111/j.2153-3490.1976.tb00701.x.

2. Thoning K. W., Tans P. P., Komhyr W. D. Atmospheric carbon dioxide at Mauna Loa Observatory: 2. Analysis of the NOAA GMCC data, 1974–1985. *Journal of Geophysical Research*. 1989. Vol. 94, No. D6. P. 8549–8565. DOI: 10.1029/JD094iD06p08549.

3. Curve Fitting Methods Applied to Time Series in NOAA GML. NOAA Global Monitoring Laboratory. URL: <https://gml.noaa.gov/ccgg/mbf/crvfit/crvfit.html>

4. Friedlingstein P., O'Sullivan M., Jones M. W., Andrew R. M., Hauck J., Landschützer P., Le Quéré C. et al. Global Carbon Budget 2024. *Earth System Science Data*. 2025. Vol. 17. P. 965–1039. DOI: 10.5194/essd-17-965-2025.

5. Friedlingstein P., O'Sullivan M., Jones M. W., Andrew R. M., Hauck J., Landschützer P., Le Quéré C. et al. Global Carbon Budget 2025. *Earth System Science Data Discussions*. 2025. URL: <https://essd.copernicus.org/preprints/essd-2025-659/>

6. Ke P., Ciais P., Sitch S., Li W., Bastos A., Liu Z., Xu Y. et al. Low latency carbon budget analysis reveals a large decline of the land carbon sink in 2023. *National Science Review*. 2024. Vol. 11, No. 12. Article nwae367. DOI: 10.1093/nsr/nwae367.

7. Ciais P., Ke P., Yao Y., Sitch S., Li W., Xu Y., Du X. et al. Low latency global carbon budget indicates reduced land carbon sink in the year 2024. *National Science Review*. 2026. Vol. 13, No. 2. Article nwaf594. DOI: 10.1093/nsr/nwaf594.

8. CarbonTracker CT2022. NOAA Global Monitoring Laboratory. URL: <https://gml.noaa.gov/ccgg/carbontracker/>.

9. Joos F., Roth R., Fuglestedt J. S., Peters G. P., Enting I. G., von Bloh W., Brovkin V. et al. Carbon dioxide and climate impulse response functions for the computation of greenhouse gas metrics: a multi-model analysis. *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2013. Vol. 13. P. 2793–2825. DOI: 10.5194/acp-13-2793-2013.

10. Canadell J. G., Monteiro P. M. S., Costa M. H., Cotrim da Cunha L., Cox P. M., Eliseev A. V., Henson S. et al. Global Carbon and other Biogeochemical Cycles and Feedbacks. *Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the IPCC*. Cambridge: Cambridge University Press, 2021. URL: <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/chapter/chapter-5/>.

11. Hu K., Zhang X., Wang L., Li X. A Review of Satellite-Based CO₂ Data Reconstruction. *Remote Sensing*. 2024. Vol. 16, No. 20. Article 3818. DOI: 10.3390/rs16203818.