

ФІЗИКА В ПОЖЕЖНІЙ БЕЗПЕЦІ Ч.1

О.М. ГОРІНА, І.Р. ЗАЧЕК



ФІЗИКА

В

ПОЖЕЖНІЙ БЕЗПЕЦІ

Частина 1



ДЕРЖАВНА СЛУЖБА УКРАЇНИ З НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БЕЗПЕКИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

О. М. ГОРІНА, І. Р. ЗАЧЕК

ФІЗИКА
В
ПОЖЕЖНІЙ БЕЗПЕЦІ

Частина 1

МЕХАНІКА. ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ І ТЕРМОДИНАМІКИ

Навчальний посібник

Львів – 2026

УДК 531+536+539.1:614.84(075.8)
Г69

Рецензенти: В. В. Ковалишин, професор кафедри експлуатації транспортних засобів та пожежно-рятувальної техніки Львівського державного університету безпеки життєдіяльності, доктор технічних наук, професор.
Г. А. Ільчук, професор кафедри фізики Національного університету «Львівська політехніка», доктор фіз.-мат. наук, професор.
В. Й. Стадник, завідувач кафедри загальної фізики Львівського національного університету імені Івана Франка, доктор фіз.-мат. наук, професор.

Рекомендовано до друку Вченою радою
Львівського державного університету безпеки життєдіяльності
(Протокол № 11 від 2 квітня 2026 р.)
Науково-методичною радою
Національного університету «Львівська політехніка»
(Протокол № 5 від 15 грудня 2025 р.)
як навчальний посібник для курсантів та студентів
спеціальності «Пожежна безпека»

Горіна О. М., Зачек І. Р.
Г69 Фізика в пожежній безпеці. Частина 1 : Механіка. Основи молекулярної фізики і термодинаміки : навчальний посібник / О. М. Горіна, І. Р. Зачек. Львів : ЛДУБЖД, 2026. 642 с.

ISBN 978-617-8654-24-5

Посібник призначений для курсантів і студентів, які навчаються за спеціальністю «Пожежна безпека». Видання охоплює два розділи фізики, де висвітлено базові положення механіки, молекулярної фізики та термодинаміки. У посібнику простежується взаємозв’язок між фізикою та дисциплінами професійної підготовки шляхом наведення прикладів практичного застосування фізичних знань для вирішення фахових завдань.

УДК 531+536+539.1:614.84(075.8)

ISBN 978-617-8654-24-5

© Горіна О. М., Зачек І. Р., 2026
© ЛДУБЖД, 2026
© НУ «ЛП», 2026

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА..... 6
МЕХАНІКА..... 8
§ 1. Кінематика матеріальної точки..... 8
§ 2. Закони динаміки поступального руху матеріальної точки..... 25
§ 3. Закон збереження імпульсу механічної системи.... 36
§ 4.Сили тертя..... 42
§ 5. Сили пружності..... 51
§ 6. Робота сили та її вираз через криволінійний інтеграл..... 57
§ 7. Потужність..... 67
§ 8. Кінетична енергія механічної системи..... 71
§ 9. Потенціальна енергія механічної системи..... 77
§ 10. Закон збереження механічної енергії. Закон збереження і перетворення енергії..... 85
§ 11. Кінематика обертального руху..... 93
§ 12. Основні величини та характеристики обертального руху..... 105
§ 13. Основні рівняння динаміки та енергетичні характеристики обертального руху..... 118
§ 14. Закон збереження моменту імпульсу..... 128
§ 15. Статична рівновага..... 135
§ 16. Гармонічні коливання. Диференціальне рівняння гармонічних коливань..... 149
§ 17. Додавання гармонічних коливань однакового напрямку і однакової частоти. Биття..... 160
§ 18. Додавання взаємно перпендикулярних коливань..... 168
§ 19. Диференціальне рівняння згасаючих коливань і його розв'язок..... 176
§ 20. Диференціальне рівняння вимушених коливань і його розв'язок. Резонанс..... 185
§ 21. Утворення та поширення хвиль у пружному середовищі..... 194

§ 22. Енергія пружної хвилі..... 206
§ 23. Інтерференція пружних хвиль..... 214
§ 24. Стоячі хвилі..... 220
§ 25. Основні характеристики звуку..... 226
§ 26. Ультразвук і його застосування..... 244
§ 27. Рівняння нерозривності струмини..... 253
§ 28. Рівняння Бернуллі..... 260
§ 29. Вимірювання тисків рідини..... 267
§ 30. Течія в'язких рідин у трубах..... 276
ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ І ТЕРМОДИНАМІКИ..... 282
§ 31. Методи дослідження макроскопічних систем. Ізопроцеси та рівняння стану ідеального газу..... 282
§ 32. Газові суміші..... 293
§ 33. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу для тиску..... 299
§ 34. Розподіл Максвелла молекул ідеального газу за швидкостями теплового руху..... 305
§ 35. Барометрична формула. Розподіл Больцмана частинок у зовнішньому потенціальному полі..... 312
§ 36. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул..... 321
§ 37. Внутрішня енергія ідеального газу..... 332
§ 38. Форми енергообміну термодинамічної системи. Робота і теплота..... 338
§ 39. Перший закон термодинаміки..... 347
§ 40. Теплоємність. Класична молекулярно-кінетична теорія теплоємностей ідеального газу та її обмеженість..... 351
§ 41. Ентальпія..... 361
§ 42. Ентропія..... 369
§ 43. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів..... 379
§ 44. Адіабатний процес..... 387
§ 45. Політропний процес..... 395

§ 46. Стисливість газу. Об’ємне розширення газу при сталому тиску..... 401
§ 47. Молекулярні характеристики зіткнень і пробігу молекул..... 406
§ 48. Явища перенесення в газах..... 413
§ 49. Коловий процес. Теплові двигуни і холодильні машини..... 428
§ 50. Цикл Карно. Необоротність процесів та закон зростання ентропії..... 438
§ 51. Другий і третій закони термодинаміки..... 449
§ 52. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса..... 465
§ 53. Дроселювання газу. Ефект Джоуля-Томсона..... 481
§ 54. Загальна характеристика рідкого стану речовини 490
§ 55. Стисливість рідин. Теплове розширення рідин.... 499
§ 56. Теплоємність рідин..... 506
§ 57. Дифузія в рідинах..... 513
§ 58. Теплопровідність рідин..... 520
§ 59. В’язкість рідин..... 526
§ 60. Поверхневий натяг..... 537
§ 61. Змочування та надлишковий тиск під викривленою поверхнею рідини..... 547
§ 62. Капілярні явища..... 555
§ 63. Випаровування і кипіння рідин..... 561
§ 64. Основні визначення та характеристики вологого повітря..... 571
§ 65. Види деформації твердих тіл..... 576
§ 66. Теплоємність твердих тіл..... 593
§ 67. Дифузія у твердих тілах..... 603
§ 68. Теплопровідність твердих тіл..... 608
§ 69. Теплове розширення твердих тіл..... 617
§ 70. Внесок українських учених у розвиток і становлення фізики..... 625
Список літератури..... 639

ПЕРЕДМОВА

Завдання фізики як навчальної дисципліни полягають у формуванні цілісного уявлення про навколишній світ, його структуру, закони, будову, що сприяє розумінню фундаментальних закономірностей природи людиною, розвитку її логічного мислення, інтелектуальних здібностей і навичок.

Водночас курс класичної фізики орієнтований переважно на виконання світоглядних функцій і часто не дає змоги повністю сформувати у здобувачів освіти практичних вмінь застосовувати фізичні знання для розв'язання прикладних завдань. Оптимальне поєднання світоглядного і професійного компонентів, засноване на збалансованому включенні практично-орієнтованих елементів у процес фундаментальної підготовки, є ключем до ефективного розв'язання основних аспектів навчання: змісту, мотивації, засобів та методів.

Вибір матеріалу для створення посібника «Фізика в пожежній безпеці. Ч. 1» здійснено відповідно до «Освітньо-професійної програми підготовки бакалавра за спеціальністю К 8 «Пожежна безпека»». Посібник охоплює два розділи фізики, де викладені базові положення механіки, молекулярної фізики та термодинаміки. Автори дотримувались лаконічного стилю викладу, поєднуючи основи класичної фізики з акцентом на ключових поняттях і законах, які сприятимуть кращому освоєнню матеріалу. Використаний математичний апарат забезпечує необхідний рівень подання матеріалу і відповідає рівню підготовки студентів перших курсів закладів вищої освіти. Посібник містить значну кількість ілюстрацій і таблиць, які полегшують засвоєння теоретичного матеріалу і сприяють глибшому розумінню фізичних процесів і законів.

Актуальні вимоги до вищої освіти та необхідність поєднання завдань фізики у закладах вищої освіти обумовлюють створення сучасних україномовних навчальних видань. У цьому посібнику, призначеному для курсантів і студентів спеціальності К 8 «Пожежна безпека», простежується взаємозв'язок між фізикою та дисциплінами професійної підготовки шляхом наведення прикладів практичного застосування фізичних знань для вирішення

фахових завдань. Такий підхід, на думку авторів, підвищує мотивацію до вивчення фізики, оскільки фізичні закони та методи досліджень широко застосовуються у сфері пожежної безпеки.

Зважаючи на значимість людського фактору в процесі навчання, в посібнику представлено не лише фізичні закони та явища, а й акцентовано увагу на постатях їх першовідкривачів. З метою патріотичного виховання наведено інформацію про українських фізиків, що зробили вагомий внесок у розвиток науки як на національному, так і на світовому рівні, зокрема у галузях механіки, молекулярної фізики та термодинаміки.

Представлений навчальний посібник є першою спільною працею авторського колективу, який упродовж багатьох років викладає фізику у Львівському державному університеті безпеки життєдіяльності та Національному університеті «Львівська політехніка». Незважаючи на різні статуси й організаційні структури університетів, авторів об'єднує прагнення сприяти формуванню мотивації до навчання й саморозвитку в курсантів і студентів, що є пріоритетним завданням сучасної педагогіки, особливо в умовах сьогодення.

Автори висловлюють щиру подяку викладачам кафедр наглядово-профілактичної діяльності, пожежної автоматики, пожежної тактики та аварійно-рятувальних робіт, експлуатації транспортних засобів і пожежно-рятувальної техніки Інституту пожежної та техногенної безпеки Львівського державного університету безпеки життєдіяльності, а також кафедри пожежної безпеки Інституту будівництва та інженерних систем Національного університету «Львівська політехніка» за допомогу в підготовці цього видання.

МЕХАНІКА

§1. Кінематика матеріальної точки

Механіка вивчає рух тіл, їхню взаємодію та стан рівноваги.

Механічним рухом називається взаємна зміна положення тіл або їхніх частин у просторі з часом.

Залежно від швидкості об'єктів та їхньої природи механіка поділяється на *класичну*, *релятивістську* та *квантову*.

Класична або *ньютонівська механіка* вивчає рух макроскопічних тіл зі швидкостями суттєво меншими за швидкість світла.

Релятивістська механіка досліджує рух макроскопічних тіл зі швидкостями близькими до швидкості світла.

Квантова механіка вивчає закономірності руху мікрочастинок.

За підходом до вивчення механічних рухів механіка поділяється на *кінематику*, *динаміку* та *статику*.

Кінематика розглядає геометричний аспект руху незалежно від причин, які зумовили цей процес.

Динаміка вивчає механічні взаємодії тіл, які спричинюють зміну руху або призводять до зміни загального механічного стану.

Статика розглядає виключно умови рівноваги тіл.

Основними *видами механічного руху* є *поступальний* та *обертальний рух*.

Під час опису *поступального руху* використовують фізичну модель, яку називають *матеріальною точкою*. Нею вважають тіло, розмірами якого за даних умов можна знехтувати.

Під час опису *обертального руху* використовують іншу фізичну модель, яку називають *абсолютно твердим тілом*. Ним вважають тіло, відстань між будь-якими двома точками якого залишається абсолютно сталою за умови дії на нього будь-яких зовнішніх сил.

Матеріальна точка та абсолютно тверде тіло є *ідеалізованими фізичними моделями*.

Поступальним рухом тіла називається такий рух, за якого будь-яка проведена в ньому пряма залишається паралельною сама собі впродовж усього часу руху.

Обертальним рухом абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі називається такий рух, під час якого всі його точки рухаються в площинах, перпендикулярних до цієї осі, та описують кола з центрами на цій осі. Такий рух навколо осі можна практично здійснити шляхом нерухомого закріплення двох його точок.

Обертальним рухом абсолютно твердого тіла навколо нерухомої точки називається такий рух, який у кожен момент часу можна розглядати як обертання навколо нерухомої миттєвої осі, що проходить через цю точку.

Усі фізичні величини за своїми властивостями поділяються на скалярні та векторні.

Скалярними величинами називаються величини, які повністю визначаються своїм числовим значенням у певних одиницях вимірювання і не мають напрямку в просторі (наприклад: шлях, час, маса, густина, температура, механічна робота, енергія, потужність, тиск, кількість теплоти, ентальпія, ентропія тощо).

Векторними величинами називаються величини, які, крім числового значення, обов'язково мають напрямок у просторі та додаються за геометричними законами (наприклад: переміщення, швидкість, прискорення, сила, імпульс, кутова швидкість, кутове прискорення, момент сили, момент імпульсу тощо).

Предметом подальшого розгляду в межах цього посібника є вивчення фізичних закономірностей і фундаментальних принципів виключно *класичної механіки.*

Рух тіл відбувається в просторі і в часі. Тому для опису руху матеріальної точки треба знати, в яких місцях простору ця точка перебувала і в який момент часу вона проходила те чи інше положення.

Положення матеріальної точки завжди визначається відносно іншого, довільно вибраного тіла, яке називається *тілом відліку*. З цим тілом пов'язується безпосередньо система відліку.

Система відліку складається з тіла відліку, системи координат і приладу для відліку часу.

Лінія, яку описує матеріальна точка під час свого руху в просторі, називається *траєкторією*.

Залежно від форми траєкторії рух може бути прямолінійним або криволінійним.

Розглянемо рух матеріальної точки вздовж довільної криволінійної траєкторії (рис. 1).

Відлік часу почнемо з моменту, коли точка знаходилась в положенні A. Положення точки, що рухається вздовж траєкторії будемо задавати радіус-вектором $\vec{r}$, який проведений в цю точку з точки O, яка прийнята за початок координат.

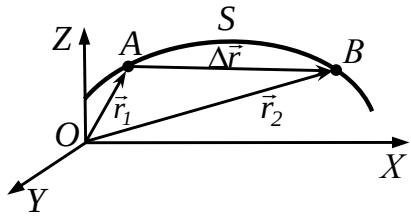


Рис. 1

Оскільки декартові координати точки *x*, *y*, *z* чисельно збігаються з проєкціями вектора $\vec{r}$ на осі координат, то виконується розклад:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

де $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – орти, якими називають одиничні вектори, напрямлені вздовж додатних напрямків відповідних координатних осей.

Модуль кожного з цих ортів дорівнює одиниці:

$$\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1.$$

Відстань від початку координат до рухомої точки дорівнює модулю радіус-вектора:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Рух точки повністю визначений, якщо задано функціональні залежності, які називають рівняннями руху:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \text{ або}$$

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t).$$

Ці рівності є *кінематичними рівняннями руху матеріальної точки* в декартових координатах. Вони визначають рівняння траєкторії в параметричній формі, коли параметром є час *t*.

Для отримання рівняння траєкторії в *координатній формі* достатньо вилучити з кінематичних рівнянь час.

Отже, матеріальна точка в момент часу t перебуває в положенні A, яке визначається радіус-вектором $\vec{r}_1$ (рис. 1). Через проміжок часу Δt точка переміститься в положення B, яке визначається радіус-вектором $\vec{r}_2$.

Шляхом *S називається довжина ділянки траєкторії AB, яку пройшла матеріальна точка від моменту початку відліку часу.*

Одиницею вимірювання шляху в Міжнародній системі одиниць СІ є метр: $[S] = \text{м}$.

Природним або *траєкторним* способом задання руху називається функціональна залежність миттєвого положення матеріальної точки на заданій кривій від часу:

$$S = S(t).$$

Координатний і природний способи задання руху матеріальної точки є фізично еквівалентними. Проте під час розв'язування одних задач простішим виявляється використання координатного методу, тоді як для інших ефективнішим є застосування природного підходу.

Вектором переміщення $\Delta\vec{r}$ *називається вектор, проведений з початкового положення рухомої матеріальної точки в її кінцеве положення у фіксований момент часу.*

Вектор переміщення визначається як приріст радіус-вектора матеріальної точки за заданий проміжок часу:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Щоб охарактеризувати рух матеріальної точки, вводять векторну фізичну величину – швидкість.

Швидкістю *називається векторна величина, яка визначає зміну положення матеріальної точки в просторі з часом і напрямлена вздовж дотичної до траєкторії її руху*.

Нехай матеріальна точка рухається вздовж певної криволінійної траєкторії (рис. 2).

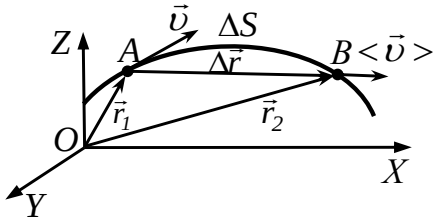


Рис. 2

Вектором середньої швидкості *за проміжок часу* Δt *називається відношення вектора переміщення матеріальної точки до цього проміжку часу:*

$$<\vec{\upsilon}>=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Вектор $<\vec{\upsilon}>$ напрямлений так само як $\Delta\vec{r}$, тобто вздовж хорди *AB.*

Одиницею вимірювання швидкості в Міжнародній системі одиниць СІ є метр за секунду: $[\upsilon]=\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Вектором миттєвої швидкості називається границя, до якої прямує середня швидкість за умови, що проміжок часу прямує до нуля.

Вектором миттєвої швидкості $\vec{\upsilon}$ *називається перша похідна від радіус-вектора рухомої матеріальної точки за часом:*

$$\vec{\upsilon}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Вектор миттєвої швидкості напрямлений вздовж дотичної до траєкторії у напрямку руху точки.

Продиференціювавши за часом вираз для радіус-вектора за умови сталості ортів, отримаємо аналітичне співвідношення для вектора швидкості:

$$\vec{\upsilon}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}=\upsilon_x\vec{i}+\upsilon_y\vec{j}+\upsilon_z\vec{k}.$$

Компонентами (проєкціями) вектора швидкості на осі декартової системи координат

називають перші похідні від відповідних координат матеріальної точки за часом:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt},\ \upsilon_y = \frac{dy}{dt},\ \upsilon_z = \frac{dz}{dt}.$$

Модуль швидкості *можна обчислити через її проєкції:*

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}\,.$$

Модулем миттєвої швидкості *матеріальної точки називається перша похідна від пройденого нею шляху за часом:*

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \left|\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}\,.$$

Шляхом*, який пройшла матеріальна точка за певний проміжок часу від початкового* t_1 *до кінцевого* t_2 *моменту, називають інтеграл від модуля швидкості за часом у цих межах:*

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon_t\, dt\,.$$

Для *рівномірного руху* модуль миттєвої швидкості є сталим. Пройденим *шляхом* за цих умов називають добуток цієї швидкості на проміжок часу:

$$S = \upsilon \int_{t_1}^{t_2} dt = \upsilon\, \Delta t = \upsilon\, (t_2 - t_1).$$

Під час *нерівномірного руху* вектор швидкості змінюється як за модулем, так і за напрямком. Векторною фізичною величиною, яка характеризує цю зміну за модулем і напрямком у просторі з часом, називається *прискорення*.

Вектором середнього прискорення *за проміжок часу Δt називається відношення вектора приросту швидкості матеріальної точки до цього проміжку часу:*

$$< \vec{a} >= \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

Вектор середнього прискорення збігається за напрямком з вектором зміни швидкості.

Одиницею вимірювання прискорення в Міжнародній системі одиниць СІ є метр за секунду в квадраті: $[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Вектором миттєвого прискорення називається границя, до якої прямує середнє прискорення за умови, що проміжок часу прямує до нуля.

Вектором миттєвого прискорення *матеріальної точки у фіксований момент часу називається перша похідна від вектора швидкості за часом:*

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

Продиференціювавши за часом вираз для вектора швидкості за умови сталості ортів, отримаємо аналітичне співвідношення для вектора прискорення:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\vec{j} + \frac{d\upsilon_z}{dt}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}.$$

Компонентами (проєкціями) вектора прискорення на осі декартової системи координат

називають перші похідні від відповідних проєкцій швидкості за часом:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt},\ a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt},\ a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}.$$

Нехай точка в положенні A в момент часу t має швидкість $\vec{\upsilon}$. За час Δt рухома точка перейде в положення B і матиме швидкість $\vec{\upsilon}_1$ (рис. 3).

Швидкість $\vec{\upsilon}_1$ відрізняється від $\vec{\upsilon}$ як за модулем, так і за напрямком: $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} + \Delta\vec{\upsilon}$.

Перенесемо вектор $\vec{\upsilon}$ в точку B і знайдемо приріст швидкості $\Delta\vec{\upsilon}$.

Розкладемо вектор зміни швидкості $\Delta\vec{\upsilon}$ на дві складові: $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$ і $\Delta\vec{\upsilon}_n$. Для цього на напрямку вектора $\vec{\upsilon}_1$ відкладемо відрізок BC, рівний за модулем початковій швидкості ($BC = BD = \upsilon$).

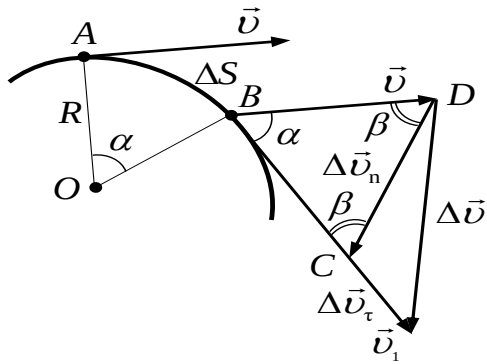


Рис. 3

Складова $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$ визначає зміну швидкості лише за модулем. Якщо рух є рівномірним, то виконуються умови: $\upsilon_1 = \upsilon$ та $\Delta\vec{\upsilon}_\tau = 0$.

Інша складова $\Delta\vec{\upsilon}_{\text{n}}$ існує й під час рівномірного руху. Очевидно, що: $\Delta\vec{\upsilon}_{\text{n}} = 0$ лише тоді, коли рух матеріальної точки є прямолінійним.

Якщо кут $\alpha \to 0$, то $\beta \to \frac{\pi}{2}$ внаслідок чого вектор $\Delta\vec{\upsilon}_{\text{n}}$ стає перпендикулярним до вектора швидкості $\vec{\upsilon}$.

Вектор прискорення можна подати у вигляді векторної суми двох взаємно перпендикулярних векторів, які визначаються через границі змін відповідних складових швидкості:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{\tau} + \Delta\vec{\upsilon}_{\text{n}}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{\tau}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{\text{n}}}{\Delta t} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{\text{n}}.$$

Тангенціальним (дотичним) прискоренням *називається перша складова вектора прискорення, яка характеризує зміну швидкості за модулем і напрямлена вздовж дотичної до траєкторії руху*:

$$\vec{a}_{\tau} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{\tau}}{\Delta t}.$$

Модулем тангенціального прискорення *називається перша похідна від модуля швидкості за часом або друга похідна від пройденого шляху за часом:*

$$a_{\tau} = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}.$$

Якщо ввести напрямлений у бік руху матеріальної точки дотичний орт $\vec{\tau}$, *то вектором тангенціального прискорення* називається добуток першої похідної від модуля швидкості за часом на цей орт:

$$\vec{a}_{\tau} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}.$$

Нормальним (доцентровим) прискоренням *називається друга складова вектора прискорення, яка характеризує зміну швидкості лише за напрямком і напрямлена перпендикулярно до напрямку швидкості*:

$$\vec{a}_{\text{п}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_{\text{п}}}{\Delta t}.$$

Модулем нормального прискорення *називається відношення квадрата швидкості матеріальної точки до радіуса кривизни траєкторії її руху*:

$$a_{\text{п}} = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

Якщо ввести напрямлений до центра її кривизни нормальний орт $\vec{n}$, то *вектором нормального прискорення* називається добуток відношення квадрата швидкості до радіуса кривизни на цей орт:

$$\vec{a}_{\text{п}} = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}.$$

Повним прискоренням $\vec{a}$ *матеріальної точки називається векторна сума її тангенціального і нормального прискорень* (рис. 4):

$$\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{\text{п}} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}.$$

Модулем повного прискорення *матеріальної точки називається квадратний корінь із суми*

квадратів його тангенціальної та нормальної складових:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2}\ .$$

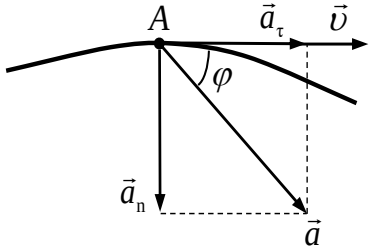


Рис. 4

Кутом напрямку *повного прискорення називають кут* φ *між векторами* $\vec{a}_\tau$ *і* $\vec{a}$*, тангенс якого дорівнює*:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{a_n}{a_\tau}\ .$$

Розглянемо рівнозмінний прямолінійний поступальний рух тіла вздовж осі *OX*.

Оскільки проєкція прискорення на цю вісь дорівнює:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}\ ,$$

тоді в результаті інтегрування отримаємо:

$$\int_{\upsilon_{x0}}^{\upsilon_x} d\upsilon_x = \int_0^t a_x dt\ ,$$

звідки знаходимо *рівняння для швидкості*:

$$\upsilon_{x_t} = \upsilon_{x_0} + a_x t\ .$$

Враховуючи, що проєкція швидкості визначається як:

$$\upsilon_{x_t} = \frac{dx}{dt},$$

отримуємо наступне інтегральне співвідношення:

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{0}^{t} \upsilon_{x_t}\, dt = \int_{0}^{t} \left(\upsilon_{x_0} + a_x t\right) dt .$$

У результаті *залежність від часу координати матеріальної точки* описується квадратичним законом:

$$x = x_0 + \upsilon_{x_0}\, t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

При цьому початкова координата та початкова проєкція швидкості визначають значення відповідних величин у початковий момент часу.

Отже, розв'язування основної задачі кінематики дозволяє повністю описати рух матеріальної точки у просторі та часі за відомими початковими умовами й законами зміни її стану. Застосування декартового, координатного або природного способів задання руху дає аналітичний інструмент для обчислення траєкторії, пройденого шляху, миттєвої швидкості, а також тангенціальної та нормальної складових повного прискорення для будь-якого типу криволінійного руху.

Проте кінематичний підхід описує рух суто геометрично, залишаючи поза увагою причини, які викликають або змінюють цей стан. Подальше вивчення механічних процесів потребує врахування взаємодії між тілами та аналізу їхньої маси.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки кінематичні характеристики руху, а саме швидкість та прискорення, визначають головний показник ефективності оперативних дій рятувальників – час оперативного реагування. Цей часовий інтервал вимірюється від моменту отримання повідомлення про надзвичайну ситуацію до початку введення перших вогнегасних речовин в осередок горіння. Скорочення часу прибуття пожежних підрозділів безпосередньо впливає на швидкість локалізації пожежі, мінімізацію площі термічного ураження та успішний порятунок людей.

1. *Режими швидкості руху пожежно-рятувальних автомобілів*.

Відповідно до законодавства України та Правил дорожнього руху (ПДР), швидкісний режим пожежних автомобілів жорстко регламентується залежно від оперативно-тактичної ситуації.

- *Рух у штатному режимі (без увімкнених спеціальних сигналів).* Під час повернення в розташування пожежної частини після ліквідації горіння або прямування на планове технічне обслуговування пожежна техніка рухається на загальних підставах. Водії зобов'язані суворо дотримуватися загальних обмежень швидкісного режиму України:

- у межах населених пунктів – до $50\frac{\text{км}}{\text{год}} \approx 13{,}89\frac{\text{м}}{\text{с}}$;

- поза межами населених пунктів – до $90\frac{\text{км}}{\text{год}} \approx 25\frac{\text{м}}{\text{с}}$;

- на швидкісних автомоміжних магістралях – до $130\frac{\text{км}}{\text{год}} \approx 36{,}11\frac{\text{м}}{\text{с}}$ (залежно від категорії дороги та наявності розділювальної смуги).

- *Рух під час виконання невідкладного оперативного виклику*. У разі виїзду за сигналом «Тривога» для гасіння пожежі або проведення аварійно-рятувальних робіт на автомобілі обов'язково вмикають проблискові маячки синього (або синього та червоного) кольору та спеціальний звуковий сигнал. У такому режимі водіям пожежних машин дозволено відступати від вимог більшості розділів ПДР (знаків, розмітки, сигналів світлофора).

Гранична швидкість руху в цьому випадку не обмежується дорожніми знаками, але жорстко лімітується вимогами безпеки та технічними характеристиками техніки.

За ідеальних дорожніх умов швидкість сучасних машин під час прямування на пожежу може досягати $100-130\frac{\text{км}}{\text{год}} \approx 27{,}78-36{,}11\frac{\text{м}}{\text{с}}$ (а для легких пожежно-рятувальних автомобілів та штабного транспорту – до $110-120\frac{\text{км}}{\text{год}} \approx 30{,}56-33{,}33\frac{\text{м}}{\text{с}}$), що зумовлено великою повною масою пожежного автомобіля, великою інерційністю запасу води і

необхідністю збереження керованості важкої спецтехніки.

2. *Фізичний зміст прискорення під час руху пожежного автомобіля*.

Кінематичний параметр прискорення характеризує темп зміни швидкості спецтранспорту в просторі й часі, що є критично важливим під час виїзду за сигналом «Тривога» з гаража депо або після проїзду перехресть.

- *Динаміка наростання швидкості*. Чим більшим за модулем є прискорення, тим швидше машина нарощує свою швидкість від стану спокою до максимального оперативного значення і, як наслідок, суттєво скорочує загальний час слідування до місця виклику.

- *Вплив інерції на велику масу рідкої вогнегасної речовини*. Прискорення пожежного автомобіля під час оперативної поїздки завжди є змінним і жорстко обмежується вимогами безпеки. Оскільки автомобіль транспортує велику масу рідкої вогнегасної речовини, під дією сил інерції під час розгону відбувається коливальний рух і зміщення рідини в цистерні назад. Це викликає небезпечний динамічний перерозподіл осьових навантажень на колеса вантажівки. Щоб запобігти втраті керованості, водій змушений розганяти машину плавно, контролюючи величину прискорення на кожній ділянці дороги.

§ 2. Закони динаміки поступального руху матеріальної точки

Динамікою називається розділ механіки, який вивчає закони руху матеріальних тіл з урахуванням причин, що викликають або змінюють цей рух.

На відміну від кінематики, яка розглядала лише геометричні характеристики переміщення без аналізу зовнішніх впливів, динаміка досліджує залежність характеру руху від взаємодії між тілами та від їхніх внутрішніх властивостей.

Фундаментальну основу цього розділу становлять три закони класичної механіки, які були сформульовані *Ньютоном* як узагальнення численних експериментальних спостережень і практичного досвіду людства.

Для кількісного опису динамічних процесів та причин зміни механічного стану в механіці вводяться нові специфічні характеристики матеріальних об'єктів та їхніх взаємодій у вигляді маси та сили.

У межах класичної динаміки терміни *тіло* і *матеріальна точка використовуються як еквівалентні моделі*, оскільки під час дослідження поступального руху будь-який матеріальний об'єкт розглядається як ідеалізована точка із зосередженою в ній масою.

Перший закон Ньютона *стверджує, що будь-яка матеріальна точка зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, доки дія з боку інших тіл не змусить її змінити цей стан.*

Такі тіла називаються вільними тілами, а їхнє переміщення у просторі визначається як *вільний рух* або *рух за інерцією*. При цьому кожне тіло за своєю природою чинить опір будь-яким спробам змусити його рухатися або змінити модуль чи напрямок власної швидкості.

Властивість тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху за відсутності дії на них інших матеріальних об'єктів називають інертністю. Саме тому *перший закон Ньютона традиційно називають законом інерції*.

Системи відліку, відносно яких виконується перший закон Ньютона, називаються *інерціальними системами відліку*.

Фізичний зміст першого закону Ньютона зводиться до двох фундаментальних тверджень, які констатують наявність у всіх матеріальних тіл властивості інертності та стверджують безпосередню наявність інерціальних систем відліку.

Теоретично є нескінченна множина таких систем, оскільки будь-яка інша система відліку, яка рухається відносно певної інерціальної системи прямолінійно і рівномірно, також є інерціальною.

З високим ступенем точності інерціальною можна вважати геліоцентричну систему відліку, яка пов'язана із Сонцем. Початок її координат розташовується в центрі Сонця, а осі спрямовані до трьох певних далеких зірок. Натомість геоцентрична система відліку, яка пов'язана із Землею, строго кажучи, є неінерціальною.

Проте в більшості практичних задач ефекти, зумовлені неінерціальністю земної системи відліку, є дуже малими, тому надалі для розрахунків вважатимемо цю систему інерціальною.

Перед розкриттям змісту другого закону Ньютона необхідно детально зупинитися на фундаментальних поняттях маси та сили.

Фізична величина, яка є мірою інертності матеріальної точки, називається її *інертною масою*.

Водночас маса тіла також характеризує його здатність до гравітаційної взаємодії з іншими тілами згідно із законом всесвітнього тяжіння. У такому випадку фізична величина, що є мірою тяжіння, називається *гравітаційною масою* тіла.

Сучасна експериментальна фізика з високою точністю доводить еквівалентність цих характеристик, що дозволяє говорити про єдину масу тіла за умови, що швидкість матеріальної точки є суттєво меншою за швидкість світла у вакуумі.

Маса матеріальної точки є додатною скалярною величиною. Як показує експериментальний досвід, маса має властивість *адитивності*, відповідно до якої загальна маса тіла дорівнює сумі мас усіх його частинок. Аналогічно маса будь-якої механічної системи дорівнює сумі мас усіх матеріальних точок, на які цю систему можна уявно розділити.

Для вимірювання маси матеріального об'єкта необхідно порівняти її з еталоном, який прийнятий за одиницю цієї величини в СІ. У повсякденній

інженерній та лабораторній практиці порівняння мас різних тіл здійснюють за допомогою важільних терезів.

Одиницею вимірювання маси в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм: $[m] = \text{кг}$.

Густиною тіла називається відношення його маси до об'єму, який це тіло займає.

У загальному випадку в різних точках об'єму тіла ***густина*** *є функцією координат точки*:

$$\rho(x, y, z) = \frac{dm}{dV},$$

де dm – елементарна маса, якою називають масу в нескінченно малому об'ємі $dV = dxdydz$ в околі даної точки.

Знаючи густину тіла в кожній його точці, повну масу можна знайти за допомогою об'ємного інтегрування.

Масу тіла визначають за формулою:

$$m = \oint\limits_V \rho dV = \oint \rho(x, y, z) dxdydz,$$

де інтегрування виконують за всім об'ємом тіла.

Середньою густиною тіла *називається відношення маси тіла до всього займаного ним об'єму:*

$$< \rho >= \frac{1}{V} \oint\limits_V \rho dV = \frac{m}{V}.$$

Одиницею вимірювання густини в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм на кубічний метр: $[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Найважливішою характеристикою взаємодій між матеріальними об'єктами є *сила*.

Силою *називається міра механічної дії на матеріальну точку з боку інших тіл, внаслідок якої вона набуває прискорення або змінює власну форму і розміри*.

Одиницею вимірювання сили в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон, який дорівнює кілограму-метру на секунду в квадраті: $[F] = \text{Н} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

У кожен фіксований момент часу сила повністю характеризується своїм числовим значенням модуля, напрямком у просторі та конкретною точкою прикладання.

Точку прикладання сили можна вільно переносити вздовж лінії її дії без зміни загального кінематичного результату для тіла. Проте таке перенесення обов'язково змінює просторовий розподіл внутрішніх деформацій і сил пружності в реальному фізичному об'єкті.

За характером взаємодії в класичній механіці розрізняють сили пружності, тертя та тяжіння.

Перші два типи сил виникають безпосередньо під час механічного дотику поверхонь, тоді як сили тяжіння проявляються в результаті взаємодії будь-яких об'єктів на відстані завдяки наявності навколо кожного з них особливого гравітаційного поля.

Якщо на матеріальну точку одночасно діють кілька зовнішніх сил, то їхню спільну дію можна

замінити дією однієї *рівнодійної сили*, яка викликає аналогічний динамічний результат.

Рівнодійна сил визначається як векторна сума всіх прикладених до тіла сил і одночасно представляє собою *головний вектор зовнішніх сил*.

***Рівнодійна сила**, яка діє на матеріальну точку, дорівнює векторній сумі всіх сил, що діють на цю точку одночасно*:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N \ .$$

Другий закон Ньютона встановлює фундаментальний зв'язок між взаємодією тіл і зміною їхнього поступального руху, тому він є *основним законом динаміки поступального руху*.

Експериментально доведено, що під час дії різних сил на одне й те саме тіло набуте ним *прискорення завжди є прямо пропорційним модулю прикладеної сили за умови сталості маси об'єкта*:

$$\vec{a} \sim \vec{F} \ \ (m = \text{const}).$$

Натомість у випадку дії однієї й тієї самої сили на тіла з різними масами набуті ними модулі прискорення будуть обернено пропорційними до мас цих тіл:

$$a \sim \frac{1}{m} \quad (F = \text{const}).$$

Використовуючи ці вирази і враховуючи векторний характер сили та прискорення, отримаємо загальну залежність:

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m},$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який залежить від вибору одиниць вимірювання.

Отриманий вираз відображає фундаментальний зміст другого закону Ньютона.

Другий закон Ньютона *стверджує, що набуте матеріальною точкою прискорення є прямо пропорційним до прикладеної сили та обернено пропорційним до її маси, причому за напрямком вектор прискорення завжди збігається з вектором сили.*

У СІ $k=1$, що дозволяє записати остаточну формулу для цього випадку.

Другий закон Ньютона *(**закон динаміки поступального руху**)*:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m} \text{ або } \vec{F}=m\vec{a}.$$

Якщо маса матеріальної точки є сталою величиною, то закон набуває диференціальної форми.

Диференціальна форма другого закону Ньютона за сталої маси:

$$\vec{F}=m\vec{a}=m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(m\vec{\upsilon}\right).$$

Імпульс тіла (або кількість руху) *є векторною фізичною величиною, яка дорівнює добутку маси матеріальної точки на вектор її швидкості:*

$$\vec{p}=m\vec{\upsilon}\,.$$

Одиницею вимірювання імпульсу в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм-метр на секунду: $[p]=\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

Введення імпульсу дозволяє отримати остаточне узагальнене формулювання для цього закону.

Другий закон Ньютона в імпульсній формі:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Згідно з цим виразом *швидкість зміни імпульсу матеріальної точки дорівнює прикладеній до неї рівнодійній силі.*

Другий закон Ньютона в імпульсній формі є найбільш загальним формулюванням цього закону, оскільки він залишається справедливим навіть для тіл зі змінною масою.

Слід підкреслити, що другий закон Ньютона є справедливим виключно в інерціальних системах відліку. Під час одночасної дії на матеріальну точку кількох зовнішніх сил обов'язково виконується принцип незалежності їхньої дії.

Принцип незалежності стверджує, що кожна з прикладених сил надає матеріальній точці окреме прискорення відповідно до другого закону Ньютона абсолютно так, ніби інших сил у системі не існує.

Взаємодія між матеріальними точками підпорядковується третьому закону Ньютона.

Третій закон Ньютона *стверджує, що сили взаємодії двох матеріальних точок в інерціальній системі відліку є однаковими за модулем, напрямленими у протилежні сторони і діють строго вздовж прямої лінії, що безпосередньо з'єднує ці точки:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

де $\vec{F}_{12}$ – сила, з якою друга точка діє на першу;

$\vec{F}_{21}$ – сила, з якою перша точка діє на другу.

Слід обов'язково враховувати, що ці дві сили $\vec{F}_{12}$ *і* $\vec{F}_{21}$ *завжди прикладені до різних точок, тому вони ніколи не можуть зрівноважувати одна одну.*

Таким чином, три закони Ньютона становлять цілісну та фундаментальну основу класичної динаміки матеріальної точки. Вони дозволяють не лише встановити критерії існування інерціальних систем відліку, а й дають чіткий аналітичний інструмент для знаходження прискорення через відомі сили та масу, а також обґрунтовують взаємний і симетричний характер будь-якої механічної взаємодії у природі.

Ісаак Ньютон *(1643–1727) – англійський фізик, математик та астроном. У 1687 році у своїй праці «Математичні начала натуральної філософії» він сформулював три фундаментальні закони руху та закон всесвітнього тяжіння. Учений першим увів у фізику поняття маси як міри інертності тіла, математично обґрунтував рух планет і розробив диференціальне числення для розрахунку миттєвої швидкості та прискорення.*

Фундаментальну основу цих механічних відкриттів учений заклав у віці двадцяти трьох років.

Проте розглянуті закони описують рух лише поодиноких ідеалізованих об'єктів без урахування їхніх внутрішніх деформацій та взаємного переміщення окремих складових. Тому подальший

розвиток теорії потребує переходу від дослідження окремої матеріальної точки до вивчення складніших фізичних абстракцій – системи матеріальних точок та абсолютно твердого тіла.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки знання законів Ньютона має важливе прикладне значення для комплексного аналізу динаміки розвитку пожеж, моделювання наслідків вибухів та розрахунку параметрів евакуації людей.

1. *Застосування першого закону Ньютона (закону інерції).*

- *Динаміка евакуації людей*. У стані спокою натовп або окрема людина починає спрямований рух лише під дією зовнішньої сили. Під час виникнення паніки чи тисняви в проходах поштовхи створюють значні некомпенсовані сили. Вони порушують рівновагу людей, призводять до падінь та травмувань за інерцією, що необхідно враховувати під час проєктування евакуаційних шляхів.

- *Поведінка небезпечних об'єктів під час вибуху.* Технологічне обладнання (балони зі стисненим газом або промислові посудини під тиском) може зрушитися з місця під дією сили ударної хвилі вибуху чи механічного удару. За інерцією ці об'єкти здатні розлітатися, перетворюючись на небезпечні уламки, що спричиняє додаткові руйнування сусідніх конструкцій.

- *Рух вогнегасного заряду в автомобілі.* Під час маневрування пожежного автомобіля велика маса

води в цистерні за інерцією прагне зберегти свій попередній стан руху. Це призводить до її зміщення та небезпечного перерозподілу сил на колісні осі вантажівки.

2. *Застосування другого закону Ньютона (основного закону динаміки).*

- *Розрахунок вибухових навантажень*. Використовується при обчисленні сили вибухової хвилі, що діє на несучі будівельні конструкції, промислові споруди чи пожежну техніку.

- *Динаміка руху пожежного транспорту та людей.* Визначає зв'язок між силою тяги двигуна та прискоренням пожежного автомобіля з урахуванням сумарної маси шасі та запасу вогнегасного заряду. Також застосовується для розрахунку швидкості та прискорення руху людей під час евакуації.

- *Підбір матеріалів і кріплень*. Служить основою для інженерних розрахунків міцності конструкцій під час пожежі або вибуху. Дозволяє визначити граничну зовнішню силу, яку здатне витримати кріплення чи елемент перекриття, що втрачає свої властивості під дією високих температур.

3. *Застосування третього закону Ньютона (закону дії та протидії).*

- *Реактивна сила пожежного струменя*. Під час викиду води під тиском із пожежного ствола виникає потужна сила протидії. Ця реактивна сила спрямована проти руху струменя і штовхає пожежний рукав та рятувальника назад.

- *Гідроудари у водопровідних мережах.* Під час різкого перекриття запірної арматури рухомий стовп води миттєво зупиняється. Внаслідок швидкої втрати швидкості виникає хвиля надто високого тиску. Відповідно до третього закону Ньютона, ця хвиля діє із величезною зворотною силою на стінки труб та пожежні рукави, що може призвести до їхнього розриву та аварійного пошкодження насоса.

§3. Закон збереження імпульсу механічної системи

Дослідження складних механічних процесів потребує переходу від аналізу окремих матеріальних точок до вивчення їхніх взаємозалежних груп.

Механічною системою називається сукупність матеріальних точок, які розглядаються під час моделювання як єдине ціле.

На кожну окрему точку, що входить до складу системи, можуть одночасно діяти як сили з боку інших матеріальних точок цієї ж системи, так і сили, зумовлені впливом тіл ззовні.

Зовнішніми силами називаються сили, з якими на матеріальні точки системи діють будь-які зовнішні тіла.

Внутрішніми силами називаються усі сили взаємодії, що виникають безпосередньо між матеріальними точками всередині механічної системи.

Важливим ідеалізованим випадком у фізиці є ситуація, коли зовнішні впливи на систему повністю відсутні або компенсують один одного.

Замкненою системою називається механічна система, на яку не діють зовнішні сили, а всі тіла всередині неї взаємодіють виключно між собою.

Проте в реальних умовах повністю уникнути зовнішніх дій неможливо, тому вимогу замкненості поширюють на системи зі зрівноваженими силами.

Механічна система вважається замкненою, якщо головний вектор усіх зовнішніх сил дорівнює нулю.

Розглянемо механічну систему, яка складається з довільної кількості N матеріальних точок, маси і швидкості яких дорівнюють, відповідно, m_1, m_2, ..., m_N і $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$, ..., $\vec{\upsilon}_N$.

На кожну матеріальну точку діють як зовнішні сили, так і внутрішні сили:

$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_N$ – результуючі вектори зовнішніх сил, що діють на кожне з цих тіл;

$\vec{F}_{iк}$ – внутрішня сила, яка діє на *i*-е тіло з боку *к*-го.

Для наочності на рис. 5 схематично показано випадок взаємодії трьох матеріальних точок системи.

Запишемо другий закон Ньютона для кожного з N матеріальних точок механічної системи:

$$\frac{d}{dt}\left(m_1\vec{\upsilon}_1\right) = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + ... + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d}{dt}\left(m_2\vec{\upsilon}_2\right) = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + ... + \vec{F}_{2N} + \vec{F}_2,$$

……

$$\frac{d}{dt}\left(m_N\vec{\upsilon}_N\right) = \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + ... + \vec{F}_{N(N-1)} + \vec{F}_N.$$

Додаючи почленно ці рівняння, знаходимо:

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{d}{dt}\left(m_i\vec{\upsilon}_i\right)=\left(\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21}\right)+\left(\vec{F}_{13}+\vec{F}_{31}\right)+\ldots$$

$$+\left(\vec{F}_{(N-1)N}+\vec{F}_{N(N-1)}\right)+\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i.$$

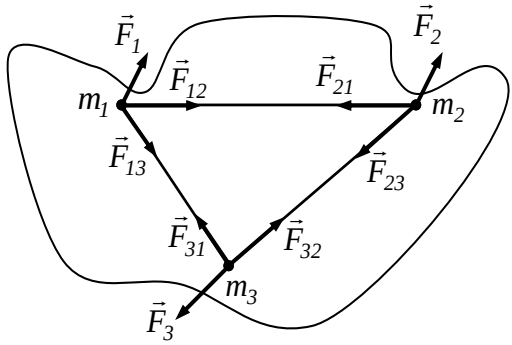


Рис. 5

Відповідно до третього закону Ньютона сили взаємодії між будь-якими двома матеріальними точками механічної системи є однаковими за модулем і протилежними за напрямком.

Тому похідна за часом від повного імпульсу системи дорівнює головному вектору зовнішніх сил:

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N}\left(m_i\vec{\upsilon}_i\right)=\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i$$

або

$$\frac{d\vec{p}}{dt}=\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i=\vec{F},$$

де $\vec{p}$ – повний імпульс механічної системи;

$\vec{F}$ – головний вектор усіх зовнішніх сил.

Лише у випадку *замкненої системи головний вектор зовнішніх сил дорівнює нулю, внаслідок чого похідна за часом від її повного імпульсу також стає рівною нулю:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0,$$

звідси

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{\upsilon}_i = \text{const}.$$

Цей вираз є законом збереження імпульсу.

Закон збереження імпульсу *стверджує, що повний імпульс замкненої механічної системи залишається сталою векторною величиною за будь-яких внутрішніх взаємодій між її матеріальними точками.*

Закон збереження імпульсу є фундаментальним наслідком однорідності простору, яка полягає в тому, що фізичні властивості і закони руху замкненої системи не залежать від вибору положення початку координат інерціальної системи відліку. Це означає, що паралельне перенесення всієї механічної системи як єдиного цілого в будь-яку іншу точку Всесвіту жодним чином не змінить характер протікання внутрішніх процесів у ній.

Найяскравішим і практично найважливішим прикладом прояву цього закону в техніці є реактивний рух, на принципах якого базується вся сучасна космонавтика. Під час роботи ракетного двигуна швидке викидання маси розпечених газів в один бік неминуче змушує саму космічну ракету

рухатися у протилежному напрямку з абсолютно однаковою за модулем кількістю руху.

Схожий ефект віддачі спостерігається і під час пострілу з вогнепальної зброї, коли виліт кулі вперед призводить до руху затвора чи ствола назад.

Аналогічні явища спостерігаються під час пружних зіткнень більярдних куль, взаємодії мікрочастинок у прискорювачах тощо.

Таким чином, розгляд закону збереження імпульсу завершує вивчення базових динамічних характеристик поступального руху матеріальних точок. Оскільки цей закон є абсолютним і виконується навіть у квантовій та релятивістській фізиці, де класичні рівняння Ньютона втрачають свою силу, він слугує надійним аналітичним фундаментом для подальшого інженерного аналізу складніших форм руху матерії.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закон збереження імпульсу є основою для аналізу сил протидії під час гасіння та розробки імпульсного вогнегасного обладнання. Розрахунок передачі імпульсу частинок дозволяє пожежним інженерам проєктувати сучасні засоби ліквідації аварій, точно оцінювати ризики гідравлічних ударів і забезпечувати безпеку рятувальників при роботі з потужними водяними стволами.

1. *Сили реактивної віддачі пожежних стволів.*

- *Фізичний механізм.* До початку подачі вогнегасної речовини система (пожежний ствол та вода всередині нього) перебуває у стані спокою. Під час пуску насоса маса води з високою швидкістю викидається в осередок горіння, набуваючи потужного спрямованого імпульсу. Відповідно до закону збереження імпульсу, ствол із рукавом отримує рівний за величиною, але протилежний за напрямком імпульс віддачі.

- *Практичні наслідки.* Реактивна сила, що виникає, штовхає рятувальника назад. Її величина прямо пропорційна швидкості витікання води та її витраті за одну секунду. Це вимагає від особового складу значних фізичних зусиль для утримання ствола і жорстко обмежує максимальний тиск у ручних лініях з міркувань безпеки.

2. *Принцип дії імпульсних вогнегасних установок*.

- *Механізм гасіння*. Закон лежить в основі роботи автоматичних систем пожежогасіння, зокрема порошкових модулів залпового типу. Корпуси цих пристроїв заповнені вогнегасною речовиною під тиском. При активації маса порошку за частки секунди набуває високої швидкості у напрямку вогню. Спрямований швидкісний потік не

просто покриває поверхню, а механічно «збиває» полум'я, швидко пригнічуючи горіння.

- *Вимоги до проєктування*. Під час пострілу корпус модуля відчуває аналогічну силу віддачі у протилежний бік. Це вимагає від інженерів точного розрахунку міцності будівельних кріплень та несучих будівельних конструкцій, на яких монтується обладнання.

§ 4. Сили тертя

Сили тертя визначаються як сили, які діють на будь-яке рухоме тіло з боку навколишнього середовища та інших тіл, з якими воно стикається під час руху. Природа сил тертя може бути різною, але внаслідок їхньої дії завжди відбувається перетворення механічної енергії у внутрішню енергію тертьових систем, тобто в енергію теплового руху їхніх частинок.

Внутрішнім тертям або *в'язкістю* називається явище виникнення дотичних сил, що протидіють переміщенню частинок того самого тіла одна відносно одної, прикладом якого є процеси в рідинах і газах. При цьому механічна енергія перетворюється у внутрішню у всіх точках об’єму середовища.

Зовнішнім тертям називається явище виникнення в місці контакту двох тіл, що

стикаються, дотичних сил, які перешкоджають відносному переміщенню цих тіл.

Суто зовнішнє тертя відбувається лише за відсутності мастила, що визначає сухе тертя, або коли мастило складається з двох шарів товщиною в одну молекулу кожний, які прилипли до поверхонь матеріальних об'єктів.

Якщо товщина прошарку мастила є меншою за одну десяту мікрометра, тертя називається *межовим*, тоді як *гідродинамічним* називається *тертя*, що відбувається у досить товстому шарі мастила.

Розрізняють *тертя спокою* між взаємно нерухомими тілами та *кінетичне тертя*, що відбувається між рухомими тілами, яке залежно від характеру відносного руху поділяють на *тертя ковзання*, *кочення* і *крутіння*.

Якщо до тіла, яке лежить на площині (рис. 6), прикласти малу силу $\vec{F}$, напрямлену по дотичній до площини, то воно залишатиметься нерухомим відносно цієї площини. Мінімальна дотична сила $\vec{F}$, необхідна для того, щоб зрушити тіло з місця з дуже малою швидкістю, очевидно, чисельно дорівнює і протилежна за напрямом силі тертя спокою $\vec{F}_{\text{тс}}$.

Амонтон, а пізніше *Кулон* дослідним шляхом установили, що *числове значення сили тертя спокою пропорційне силі нормального тиску тіла на опорну поверхню*:

$$F_{тс} = \mu_0 N,$$

де N – сила нормального тиску;

μ_0 – *коефіцієнт тертя спокою.*

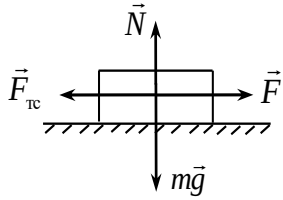


Рис. 6

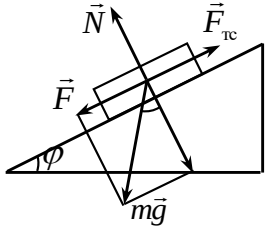


Рис. 7

Якщо тіло перебуває на похилій площині (рис. 7), то сила нормальної реакції опори дорівнює:

$$N = mg\cos\varphi,$$

а скочувальна складова сили тяжіння становить:

$$F = mg\sin\varphi.$$

Зі зростанням кута нахилу похилої площини до критичного значення φ_0 скочувальна складова сили тяжіння досягає величини максимальної сили тертя спокою.

Оскільки у момент початку ковзання виконується умова $F = F_{тс}$, а сама максимальна сила тертя спокою визначається як $F_{тс} = \mu_0 N$, отримаємо рівність:

$$m\,g\sin\varphi_0 = \mu_0 m\,g\cos\varphi_0.$$

Коефіцієнт тертя спокою після математичних перетворень визначається через тангенс кута нахилу площини:

$$\mu_0 = \mathrm{tg}\,\varphi_0,$$

де φ_0 – кут тертя (кут спокою).

Відсутність взаємного переміщення двох тіл під дією дотичних зовнішніх сил, які є меншими за максимальну силу тертя спокою, визначає *явище зчеплення*. Під час відносного руху одного тіла по поверхні іншого виступи мікронерівностей на дотичних поверхнях зачіпляються один за одного та руйнуються. Поки прикладена зовнішня сила є незначною, спостерігається лише невелика пружна деформація цих мікроскопічних виступів і відбувається дуже мале початкове зміщення поверхонь. Подальше збільшення зовнішньої сили спричиняє масове зрізання та руйнування контактних зон, і при досягненні силою порогового значення сили тертя спокою починається безпосереднє ковзання.

Закон Амонтона-Кулона *для сухого тертя ковзання стверджує, що сила тертя є прямо пропорційною силі нормального тиску*:

$$F_{\text{тк}} = \mu N,$$

де μ *– коефіцієнт тертя ковзання*;

N – сила нормального тиску.

Гійом Амонтон *(1663–1705) – французький фізик та механік, який у 1699 році експериментально перевідкрив фундаментальні закони сухого тертя, вперше сформульовані Леонардо да Вінчі.*

Шарль Огюстен Кулон *(1736–1806) – французький фізик та військовий інженер. У 1781 році на основі власних комплексних досліджень він*

узагальнив фундаментальний для механіки закон сухого тертя, відомий сьогодні як закон Амонтона-Кулона.

Коефіцієнт тертя ковзання є безрозмірною скалярною величиною, значення якої визначається матеріалом дотичних тіл та фізичним станом їхніх дотичних поверхонь, зокрема якістю механічної обробки або наявністю мастильних матеріалів.

Коефіцієнт тертя ковзання також незначною мірою залежить від швидкості відносного руху, причому для малих швидкостей його значення вважають практично сталим.

Для зменшення тертя доцільно робити дотичні поверхні тіл якомога гладкішими, проте експериментальні дослідження показують, що знижувати мікронерівності поверхонь варто лише до певної межі. Подальше полірування призводить не до зменшення, а до різкого збільшення сил тертя через виникнення значних сил міжмолекулярного притягання між частинками поверхонь, які щільно прилягають одна до одної. У такому випадку ефективне нормальне навантаження стає суттєво більшим за силу нормального тиску, зумовлену лише зовнішніми чинниками.

Закон тертя Дерягіна *(молекулярно-механічний двочленний закон) враховує як механічне зчеплення нерівностей, так і молекулярне притягання між контактуючими тілами:*

$$F_{\text{т к}} = \mu_{\text{іст}}(N + N_0) = \mu_{\text{іст}}(N + p_0 S_0),$$

де $\mu_{\text{іст}}$ – істинний коефіцієнт тертя ковзання;

N – сила нормального тиску;

N_0 – додаткова сила притискання молекулярного походження;

p_0 – тиск, зумовлений силами міжмолекулярного притягання;

S_0 – площа справжнього контакту.

Борис Володимирович Дерягін *(1902–1994) – фізик і хімік, член-кореспондент Академії наук. У 1934 році на основі досліджень поверхневих сил він запропонував двочленний закон тертя ковзання, який враховує як механічне зчеплення мікронерівностей, так і молекулярне притягання між контактуючими тілами.*

Класичні коефіцієнти тертя спокою та ковзання, а також істинний коефіцієнт тертя ковзання є безрозмірними скалярними величинами.

Під час кочення матеріальних об'єктів, прикладом якого є рух циліндра по площині, точки дотику стикаються лише на мить, а саме рухоме тіло обертається навколо миттєвої осі, яка проходить через точку їхнього безпосереднього контакту.

Натомість у випадку крутіння, зокрема під час руху осі дзиґи на опорі, точки контакту взаємодіють протягом тривалого часу, причому вісь обертання одного тіла відносно іншого є строго перпендикулярною до площини їхнього контакту.

Закон Кулона для тертя кочення є емпіричним співвідношенням, яке у першому наближенні має вигляд:

$$F_{\text{т коч}} = \mu_{\text{к}} \frac{N}{r},$$

де r – радіус поверхні тіла, що котиться (циліндра, кулі);

$\mu_к$ – *коефіцієнт тертя кочення*, що має розмірність довжини.

Сила тертя кочення є суттєво меншою за силу тертя ковзання за аналогічних умов навантаження. Під час кочення значно менше зношуються контактні поверхні взаємодіючих тіл, а також спостерігається набагато менша дисипація механічної енергії, ніж під час процесів ковзання.

Таким чином, розгляд сил сухого тертя та кочення дозволяє повністю описувати реальні процеси взаємодії між рухомими контактними поверхнями, а наступним кроком є вивчення сил, які виникають під час деформації самих тіл.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки сили тертя розглядаються як небезпечний фізичний процес трансформації механічної енергії руху в теплову. Дисипація енергії при фрикційній взаємодії викликає критичне локальне нагрівання матеріалів та фрикційне іскріння. Це створює постійні джерела запалювання у промисловому обладнанні та транспортних засобах. Розрахунок параметрів тертя є основою для розробки методів пожежної профілактики та захисту виробничого устаткування.

1. *Механізм тертя як джерела запалювання*.

Робота сил тертя викликає інтенсивне тепловиділення у зоні контакту рухомих деталей.

Якщо швидкість теплогенерації перевищує швидкість тепловіддачі у навколишнє середовище, температура поверхні досягає критичних значень, здатних ініціювати займання горючих речовин, газів або парів.

До утворення джерел запалювання призводять такі три основні небезпечні процеси.

- *Сухе тертя деталей*. Контакт між валами та підшипниками за відсутності мастила викликає швидке нагрівання металу до температури розжарення.

- *Фрикційне іскріння*. Механічна взаємодія сталевого шанцевого інструменту (лопат, ломів) з твердими поверхнями супроводжується зрізанням і самозайманням на повітрі дрібних металевих частинок.

- *Проковзування пасових передач*. Тертя між приводними ременями та шківами під час їхнього буксування призводить до термічного розкладу матеріалу ременя з виділенням горючих газів.

2. *Типові причини виникнення пожеж унаслідок сил тертя.*

У пожежно-профілактичній практиці виділяють кілька класичних виробничих та транспортних ситуацій фрикційного запалювання.

- *Нестача мастильних матеріалів*. Дефіцит мастила у рухомих вузлах призводить до заклинювання підшипників, їхнього руйнування та наступного займання мастильних речовин або суміжних горючих конструкцій.

- *Потрапляння сторонніх тіл в обертові вузли*. Заклинювання твердих предметів між елементами технологічного обладнання різко збільшує силу тертя, викликаючи миттєвий перегрів.

- *Термічне навантаження гальмівних систем*. Екстрене або тривале гальмування важкої техніки викликає розжарення колодок і дисків (барабанів), що призводить до займання гідравлічної рідини чи гумових шин.

- *Експлуатація спецтехніки у пожежо-небезпечних середовищах*. Потрапляння каміння або сухих рослинних залишків в обертові вузли комбайнів викликає іскріння, що є поширеною причиною пожеж на хлібних масивах і лісосіках.

3. *Інженерно-профілактичні заходи*.

Для запобігання перетворенню сил тертя на джерело запалювання впроваджують комплекс технічних та організаційних заходів.

- *Регулярне технічне обслуговування*. Проведення планово-попереджувальних ремонтів, контроль геометрії валів, шківів та натягу приводних ременів для запобігання їхньому буксуванню.

- *Гідродинамічне змащування*. Безперервна подача якісних мастильних матеріалів, що замінюють небезпечне сухе тертя металу на значно менше за величиною рідке тертя.

- *Технічна діагностика*. Постійний контроль зазорів та ступеня зносу підшипникових вузлів, які є зонами підвищеного термічного ризику.

- *Автоматизація контролю*. Встановлення точкових температурних датчиків у зонах тертя, інтегрованих із системами автоматичного аварійного відключення електроживлення обладнання.

- *Конструкційний захист*. Унеможливлення безпосереднього контакту горючих матеріалів та пилових відкладень із зонами можливого тепловиділення.

Правильне проєктування, суворе дотримання правил експлуатації та постійний моніторинг теплового стану обладнання дозволяють мінімізувати ризик виникнення небезпечних температур або фрикційних іскор, гарантуючи пожежну безпеку технологічних процесів.

§ 5. Сили пружності

Будь-яке тверде тіло під дією зовнішньої сили зазнає певної деформації, що визначає зміну його розмірів або форми. Різновиди цих деформацій повністю залежать від характеру зовнішньої дії.

Пружною деформацією називається деформація, за якої після завершення дії зовнішніх сил повністю відновлюються попередні форма та розміри тіла.

У деформованому тілі виникають сили пружності, які врівноважують зовнішні сили, що викликають цю деформацію.

Під дією зовнішньої сили $F_{\text{зовн}}$ пружина отримує видовження, у результаті чого виникає сила

пружності $F_{\text{пр}}$, яка врівноважує прикладену зовнішню силу (рис. 8).

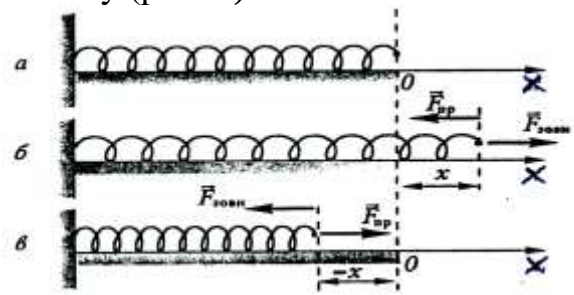


Рис. 8

Сили пружності виникають в усій деформованій пружині.

Будь-яка частина пружини діє на іншу її частину з аналогічною за модулем силою пружності.

Закон Гука*, установлений експериментально, показує, що під час пружної деформації видовження пружини прямо пропорційне прикладеній зовнішній силі:*

$$x = \frac{1}{k} F_{\text{зовн}},$$

де k – *коефіцієнт жорсткість* пружини.

Аналітично цю закономірність записують через проєкцію зовнішньої сили, оскільки її знак збігається зі знаком видовження пружини (рис. 8)

$$x = \frac{1}{k} F_{\text{зовн}_x}.$$

За сталої зовнішньої сили збільшення жорсткості призводить до зменшення видовження пружини.

Проєкція сили пружності дорівнює за модулем і протилежна за напрямком проєкції зовнішньої сили:

$$F_{\text{пр}_x} = -F_{\text{зовн}_x}.$$

З урахуванням цього зв'язку, *закон Гука для сили пружності* набуває вигляду:

$$F_{\text{пр}_x} = -kx.$$

Одиницею вимірювання коефіцієнта жорсткості в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон на метр: $[k] = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Коефіцієнт жорсткості пружини залежить від матеріалу речовини, геометрії розмірів витка та початкової довжини самої пружини.

Якщо розділити пружину на дві рівні частини, то внаслідок дворазового зменшення кількості витків видовження кожної окремої частини під дією тієї самої сили буде вдвічі меншим, ніж у початковому стані. Звідси випливає висновок, що жорсткість кожної з отриманих половин є в два рази більшою порівняно з цілою пружиною.

При *послідовному з'єднанні* двох пружин (рис. 9) із різними коефіцієнтами жорсткості загальна жорсткість утвореної системи визначається виразом у вигляді відношення добутку коефіцієнтів жорсткості до їхньої суми:

$$k_{\text{пос}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

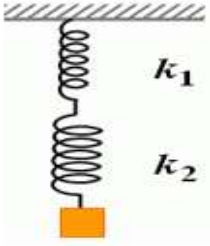


Рис. 9

При *паралельному з'єднанні* двох пружин (рис. 10) із різними коефіцієнтами жорсткості загальна жорсткість утвореної системи визначається виразом у вигляді суми коефіцієнтів жорсткості її окремих складових:

$$k_{\text{пар}} = k_1 + k_2 .$$

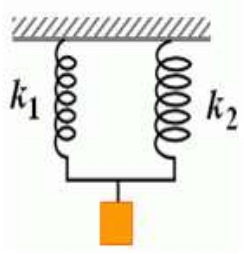


Рис. 10

Роберт Гук *(1635–1703) – англійський фізик, архітектор та винахідник. Він відкрив закон лінійної залежності між деформацією та силою пружності у 1660 році, але задля захисту авторського права оприлюднив його лише у 1676 році у вигляді латинської анаграми. Повну розгадку цього шифру вчений надрукував через два роки, у 1678 році, у трактаті «Про пружини».*

Таким чином, усебічний аналіз сил пружності та закономірностей закону Гука дозволяє точно розраховувати пружні властивості тіл і прогнозувати їхню поведінку під час різних механічних навантажень.

Оскільки пружна деформація супроводжується накопиченням внутрішніх сил у структурі тіла, глибоке розуміння цих процесів стає фундаментальною основою для подальшого вивчення потенціальної енергії та загальних законів збереження енергії в класичній механіці.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки сили пружності є основою для роботи виконавчих механізмів систем протипожежного захисту, а втрата пружних властивостей матеріалів під дією високих температур – критичним фактором руйнування будівельних конструкцій. Розрахунок параметрів деформації дозволяє гарантувати надійність елементів автоматики та прогнозувати вогнестійкість будівель під час пожежі.

1. *Роль пружних елементів у пристроях пожежогасіння*.

У системах протипожежного захисту потенціальна енергія пружно деформованих тіл використовується для миттєвої активації пристроїв та перекриття потоків вогнегасних речовин.

Цей фізичний принцип реалізовано у конструкціях ключових вузлів автоматики.

- *Пружні фіксатори спринклерних зрошувачів*. Усередині розпилювачів пружні затискачі або тарілчасті пружини утримують клапан у закритому стані. При руйнуванні теплового замка сила пружності миттєво виштовхує клапан, відкриваючи шлях вогнегасній речовині.

- *Пружинні запірні клапани*. У вузлах керування дренчерних систем та пожежних гідрантів пружини перебувають у стиснутому (зарядному) стані. Після звільнення фіксатора за рахунок накопиченої сили пружності відбувається миттєве спрацьовування та відкриття чи перекриття магістрального трубопроводу.

- *Еластичні мембрани*. Використовуються у сигналізаторах тиску та гідравлічних редукторах. Під дією робочого середовища мембрани зазнають пружної деформації, а виникаюча сила протидії забезпечує точне регулювання параметрів та замикання електричних контактів для формування сигналу «Пожежа».

2. *Термічний вплив пожежі на пружні властивості матеріалів*.

Високотемпературне поле в зоні горіння призводить до деструкції внутрішньої структури металів, полімерів та залізобетону, змінюючи їхні механічні характеристики.

- *Зниження модуля Юнга (модуля пружності*). Нагрівання матеріалів понад критичну межу послаблює міжатомні зв'язки кристалічної ґратки. У будівельній сталі це викликає стрімке зменшення

внутрішніх сил пружності, внаслідок чого метал втрачає здатність чинити опір зовнішнім навантаженням.

- *Розвиток незворотних пластичних деформацій*. Конструктивні елементи, які за нормальних умов зазнають лише пружного прогину під вагою перекриттів, під дією вогню переходять у стадію текучості. Пружна деформація заміщується руйнівною пластичною деформацією, що не зникає після зняття навантаження.

- *Втрата тримальної здатності каркаса*. Сталеві ферми, колони та балки внаслідок термічного пластичного розм'якшення інтенсивно прогинаються. Це спричиняє критичний перерозподіл механічних напружень у будівельному каркасі та призводить до раптового обвалення споруд, що створює смертельну небезпеку для рятувальників.

§6. Робота сили та її вираз через криволінійний інтеграл

Кількісною мірою руху в явищах перетворення однієї його форми в іншу є енергія. Відповідно до різних форм руху матерії умовно розрізняють механічну, внутрішню, електромагнітну, ядерну та інші форми енергії. Причиною зміни стану механічного руху та відповідної зміни його енергії завжди є взаємодія розглядуваного тіла з іншими матеріальними об'єктів. Оскільки для кількісної характеристики такого впливу в механіці вводиться

вектор сили, будь-яка зміна руху та енергії тіла спричиняється виключно дією сил.

Для кількісного опису цих процесів взаємодії матеріальних об'єктів під час їхнього переміщення в механіці вводиться поняття *роботи сили*. На відміну від статичної дії сили, яка лише утримує тіло в стані спокою чи деформації, виконання механічної роботи обов'язково пов'язане із просторовим зміщенням точки прикладання цієї сили під впливом зовнішньої сили.

Процес зміни енергії тіла під дією прикладеної сили називається процесом виконання роботи, а приріст цієї енергії визначає роботу, виконану силою.

Нехай матеріальна точка рухається прямолінійно, і на всьому шляху її переміщення діє стала за модулем і напрямком зовнішня сила, яка утворює певний сталий кут із напрямком цього переміщення.

Дію сили на вказаному переміщенні характеризують скалярною фізичною величиною, яка називається механічною роботою.

Механічною роботою сталої сили *називається величина, що визначається як скалярний добуток вектора сили на вектор переміщення тіла:*

$$A = \left(\vec{F}, \Delta \vec{r}\right).$$

Під час розкриття цього скалярного добутку для випадку прямолінійного руху в одному напрямку модуль вектора переміщення дорівнює пройденому шляху.

За такої умови ***механічна робота*** *визначається як добуток модулів сили та пройденого шляху на косинус кута між вектором сили і напрямом руху*:

$$A = F\,S\cos\alpha,$$

де S – шлях, пройдений тілом за час дії сили.

Одиницею вимірювання роботи в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль, який дорівнює ньютон-метру: $[A]$=Дж = Н · м.

У загальному випадку прикладена зовнішня сила може неперервно змінюватися як за своїм модулем, так і за напрямком у просторі. При цьому сила може залежати як від просторових координат точки її прикладання, так і від миттєвої швидкості руху цієї точки.

Якщо розглянути нескінченно мале елементарне переміщення матеріальної точки, то на цьому мікроскопічному відрізку силу можна вважати практично сталою, а сам рух точки її прикладання є прямолінійним.

Елементарною роботою сили *називається скалярна величина, що дорівнює скалярному добутку вектора сили на вектор елементарного переміщення*:

$$dA = \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = \left(\vec{F}, \vec{\upsilon}dt\right) = F\cos\alpha\; dS = F_S\, dS,$$

де $dS = \left|d\vec{r}\right|$ – модуль вектора елементарного переміщення, який визначає елементарний шлях матеріальної точки;

α – кут між векторами сили $\vec{F}$ і вектором елементарного переміщення $d\vec{r}$;

F_S – проєкція вектора сили $\vec{F}$ на напрямок вектора елементарного переміщення $d\vec{r}$ (рис. 11).

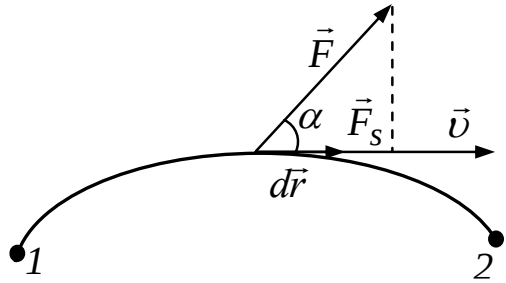


Рис. 11

Якщо вектори сили та елементарного переміщення задані своїми декартовими координатами, їх розкладають у просторі за одиничними ортами трьох координатних осей:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k},$$

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}.$$

У такому випадку їхній скалярний добуток значно спрощується, і *остаточний вираз для елементарної роботи* записується у вигляді суми добутків координатних проєкцій сили на відповідні прирости координат:

$$dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz,$$

де F_x, F_y, F_z – відповідні проєкції вектора сили на осі декартової системи координат;

$dx, dy\, dz$ – диференціали, які відображають елементарні зміни просторових координат кінця радіус-вектора під час його мікроскопічного переміщення у просторі.

Повна робота сили *на ділянці траєкторії від початкової (1) до кінцевої (2) точки дорівнює криволінійному інтегралу від елементарної роботи вздовж цієї ділянки*:

$$A = \int_1^2 F \cos\alpha dS = \int_1^2 F_S dS .$$

де F_S – проєкція сили $\vec{F}$ на напрямок дотичної до траєкторії.

Цей вираз є криволінійним інтегралом, оскільки інтегрування виконується вздовж просторової кривої, що є траєкторією руху матеріальної точки.

Часто просторову траєкторію руху позначають літерою L, це дозволяє записати інтеграл у загальному вигляді:

$$A = \int_L F_s dS.$$

Робота сили вздовж просторової кривої *дорівнює криволінійному інтегралу від добутку проєкції сили на диференціал шляху вздовж усієї траєкторії.*

Нехай залежність проєкції сили від пройденого шляху зображена графічно (рис. 12).

Повна механічна робота сили *на пройденому шляху від початкової до кінцевої точки чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції, яка обмежена графіком залежності проєкції сили від шляху, ординатами початкового і кінцевого положень та віссю пройденого шляху.*

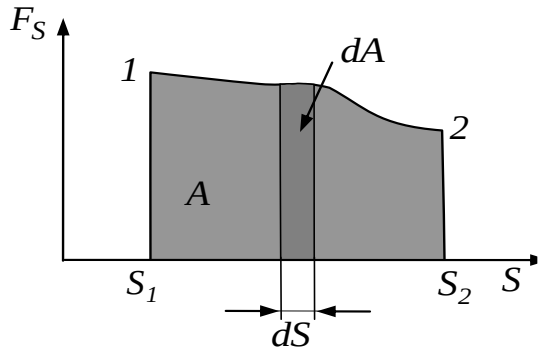


Рис. 12

Якщо *тіло перебуває у стані спокою* і його пройдений шлях дорівнює нулю, то прикладена зовнішня *сила не виконує механічної роботи*.

Якщо *вектор сили є строго перпендикулярним до напрямку руху тіла*, тобто коли кут між ними становить дев'яносто градусів, то прикладена зовнішня *сила не виконує механічної роботи*.

Якщо *кут* між вектором сили та напрямком руху є *гострим*, то *робота такої сили є додатною*, а саму силу називають *рушійною силою*.

Якщо *кут* між вектором сили та напрямком руху є *тупим*, то *робота такої сили є від'ємною*, а саму силу називають *силою тертя* або *силою опору*.

У випадку, коли на тіло під час поступального руху одночасно діють кілька зовнішніх сил, *повна робота їхньої результуючої сили на елементарному шляху дорівнює алгебраїчній сумі робіт кожної з цих сил окремо:*

$$dA = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...\vec{F}_N\right)d\vec{r} = dA_1 + dA_2 + ... + dA_N.$$

Прикладена до матеріальної точки сила називається ***консервативною*** *або* ***потенціальною****, якщо механічна робота цієї сили під час її руху з одного довільного положення в інше повністю не залежить від форми просторової траєкторії пройденого шляху, а визначається виключно початковим і кінцевим положеннями матеріальної точки.*

Математично цей принцип ілюструється рівністю робіт уздовж різних траєкторій, що з'єднують ті самі початкову та кінцеву точки (рис. 13):

$$A_{1-a-2} = A_{1-b-2} = A_{1-2}.$$

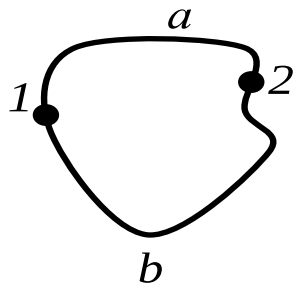


Рис. 13.

Зміна напрямку руху вздовж траєкторії на протилежний завжди спричинює зміну математичного знаку роботи.

Механічна робота консервативної сили під час руху матеріальної точки вздовж будь-якої замкненої траєкторії тотожно дорівнює нулю:

$$\oint_L F_s dS = A_{1-a-2} + A_{2-b-1} = 0.$$

Прикладами консервативних сил у класичній механіці є сили всесвітнього тяжіння, гравітаційні сили, сили пружності.

Усі консервативні сили мають фундаментальну спільну ознаку, згідно з якою робота таких сил повністю визначається виключно зміною взаємного розташування взаємодіючих тіл у просторі.

Обчислена за допомогою криволінійного інтеграла повна робота є мірою зміни механічної енергії тіла або системи за весь час її руху.

Проте для повного інженерного аналізу та проектування реальних технічних систем недостатньо знати лише сумарну величину виконаної роботи – критично важливо оцінити швидкість її виконання в часі, що зумовлює необхідність введення нового поняття – потужності.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки поняття роботи сили описує процеси енергетичних витрат на переміщення матеріальних об'єктів, функціонування рятувального обладнання, транспортування вогнегасних речовин та пересування людей під час евакуації. Розрахунок інтегральних характеристик сили дозволяє оптимізувати параметри спецтехніки та оцінити енергетичні витрати особового складу під час ліквідації надзвичайних ситуацій.

1. *Механічна робота під час дій пожежно-рятувальних підрозділів*. Виконання оперативно-тактичних завдань особовим складом пов'язане з

подоланням сил протидії на складних, просторово-неоднорідних траєкторіях руху.

- *Транспортування пожежно-технічного озброєння.* Рятувальники виконують значну механічну роботу, переміщуючи напірні рукави, гідравлічні інструменти або евакуюючи потерпілих. Оскільки траєкторія руху в задимлених приміщеннях чи на сходових маршах є криволінійною, а прикладена сила постійно змінює свій напрямок і модуль, сумарна виконана робота математично описується криволінійним інтегралом за координатами вздовж траєкторії.

- *Проведення аварійно-рятувальних робіт*. Підйом елементів зруйнованих будівельних конструкцій, деблокування затиснутих предметів та розкриття заклинених дверей є класичними прикладами виконання роботи проти змінних сил тертя, пружності або тяжіння.

2. *Функціонування технічних систем протипожежного захисту*.

Робота сил у технічних пристроях визначає ефективність перетворення енергії для локалізації небезпечних факторів пожежі та створення безпечного середовища.

- *Системи протидимної вентиляції*. Під час активації аварійних систем витяжні вентилятори виконують механічну роботу з переміщення газоповітряних сумішей. Енергія двигунів витрачається на подолання сил аеродинамічного опору вентиляційних каналів (шахт), що забезпечує

стабільне видалення токсичних продуктів горіння з евакуаційних шляхів.

- *Установки автоматичного пожежогасіння*. Подача вогнегасної речовини до джерела термічного ураження вимагає виконання роботи силами гідростатичного та гідродинамічного тиску. У спринклерних, дренчерних або газових системах енергія насосних агрегатів чи стиснених газів витрачається на подолання сил гідравлічного опору трубопроводів та диспергування речовини через зрошувачі.

3. *Фізичний розрахунок роботи під час проєктування евакуації*.

Безпека людей під час надзвичайної ситуації безпосередньо залежить від обсягу механічної роботи, яку їм необхідно виконати для виходу з небезпечної зони.

- *Ергономіка евакуаційних шляхів*. Під час проєктування будівель інженери розраховують інтегральні зусилля, які людина прикладає для подолання горизонтальних ділянок, вертикальних сходових маршів та відкривання запірних механізмів на шляхах евакуації.

- *Нормування критичних зусиль*. Якщо для подолання перешкод або відкривання дверей потрібна надмірна механічна робота, це створює загрозу затримки людського потоку та утворення тисняви. Нормативні вимоги обмежують максимальне зусилля на пристроях екстреного відкривання дверей (наприклад, системах

«антипаніка»), щоб мінімізувати енергетичні витрати людей у стані стресу.

§7. Потужність

Під час аналізу роботи різних механізмів та двигунів важливе інженерне значення має не лише загальна величина виконаної роботи, а й швидкість її виконання. Для кількісної оцінки швидкості виконання роботи в механіці вводиться поняття потужності.

Потужність *чисельно дорівнює роботі, яка виконується за одиницю часу*.

Одиницею вимірювання потужності в Міжнародній системі одиниць СІ є ват, який дорівнює джоулю на секунд: $[N] = \text{Вт} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$.

$1\,\text{Вт}$ – *потужність, за якої за час* $1\,\text{с}$ *виконується робота* $1\,\text{Дж}$.

За умови нерівномірного виконання роботи за певний інтервал часу вводиться характеристика процесу в цілому.

Середньою потужністю *називається скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню виконаної механічної роботи до тривалості проміжку часу, за який вона була здійснена:*

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Миттєвою потужністю називається границя, до якої прямує середня потужність за умови, що проміжок часу прямує до нуля.

Миттєвою потужністю *у фіксований момент часу називається перша похідна від роботи за часом:*

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}.$$

Для вимірювання потужності тіл і пояснення їхньої роботи за різних навантажень використовують також вираз *потужності через діючу силу і швидкість руху*:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{(\vec{F} d\vec{r})}{dt} = (\vec{F}\vec{\upsilon}) = F\upsilon \cos\alpha,$$

де α – кут між вектором діючої зовнішньої сили та вектором миттєвої швидкості руху тіла.

З отриманого співвідношення випливає, що за умови фіксованої потужності двигуна транспортний засіб може розвивати значно більшу силу тяги, коли швидкість його руху є меншою, і навпаки. Саме з цієї фізичної причини на крутих підйомах водії транспортних засобів завжди перемикають коробку передач на нижчі ступені. Це дозволяє суттєво збільшити тягове зусилля завдяки пропорційного зменшення швидкості.

Таким чином, потужність характеризує швидкість виконання роботи в часі. Оскільки результатом виконання цієї роботи є зміна швидкості матеріальної точки, у наступному

параграфі ми перейдемо до розгляду енергії самого руху – кінетичної енергії.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки поняття потужності є ключовим критерієм для оцінки ефективності та швидкодії технічних систем протипожежного захисту. Правильний розрахунок цього параметра дозволяє інженерам гарантувати надійну подачу вогнегасних речовин, швидке очищення приміщень від токсичних продуктів горіння та безпечну евакуацію людей під час надзвичайних ситуацій.

1. *Потужність насосного обладнання та систем пожежогасіння.*

У системах водяного та пінного пожежогасіння швидкість пригнічення полум'я безпосередньо залежить від енергетичних характеристик подачі вогнегасної речовини.

- *Параметри пожежних насосів*. Механічна потужність насосних агрегатів визначає їхню здатність створювати необхідний гідродинамічний тиск для підйому води на верхні поверхи висотних будівель або її транспортування магістральними лініями на великі відстані.

- *Автоматичні установки пожежогасіння*. Потужність насосів у спринклерних та дренчерних системах має гарантувати нормативну витрату води або рідкого піноутворювача через дистальні зрошувачі, щоб миттєво локалізувати горіння на початковій стадії.

2. *Забезпечення протидимного захисту будівель.*

Безпека евакуаційних шляхів у разі виникнення пожежі значною мірою залежить від динаміки очищення повітряного середовища.

- *Ефективність димовидалення*. Швидкість очищення задимлених приміщень і локалізації токсичних газів безпосередньо зумовлюється механічною потужністю вентиляторів витяжних систем.

- *Подолання аеродинамічного опору*. Потужні електродвигуни аварійної вентиляції дозволяють швидко видаляти великі об'єми продуктів горіння та нагнітати чисте повітря у тамбур-шлюзи та сходові клітки, створюючи надлишковий тиск для захисту людей від задимлення.

3. *Евакуаційні та рятувальні пристрої.*

Під час проведення оперативно-тактичних дій на великих або висотних об'єктах критично важливою є швидкість переміщення особового складу та евакуйованого населення.

- *Спеціальні ліфти для пожежників*. Вертикальні підйомні механізми оснащуються двигунами з чітко визначеною механічною потужністю, яка розраховується з урахуванням максимальної ваги рятувальників у повному бойовому спорядженні та нормативної швидкості їхнього підйому.

- *Комплексне інженерне проєктування*. При розробці проєктної документації обов'язково

враховується енергетичний потенціал та потужність усього протипожежного обладнання, що дозволяє гарантувати технічну стійкість об'єкта та захист людських життів.

§8. Кінетична енергія механічної системи

Енергія представляє собою універсальну скалярну характеристику різних форм руху та взаємодії матеріальних об'єктів, яка безпосередньо визначає здатність системи виконувати механічну роботу.

Кінетичною енергією *механічної системи називається енергія її механічного руху*. Вона є тією складовою повної енергії, яка зумовлена виключно рухом усіх елементів розглядуваної системи.

Сила, яка діє на тіло і викликає його рух, виконує механічну роботу, а кінетична енергія рухомого тіла зростає на величину цієї виконаної роботи:

$$dA = dW_{\text{к}}.$$

Використовуючи скалярний запис другого закону Ньютона ($F = m\frac{d\upsilon}{dt}$) і помноживши обидві частини отриманого співвідношення на елементарний шлях dS, отримаємо нову математичну рівність:

$$FdS = m\frac{d\upsilon}{dt}dS.$$

Оскільки миттєва швидкість руху визначається як перша похідна від пройденого шляху за часом ($\upsilon = \frac{dS}{dt}$), виконаємо відповідні алгебраїчні зміни:

$$FdS = m\upsilon d\upsilon.$$

Рівність між елементарною роботою та приростом кінетичної енергії дозволяє пов'язати диференціал енергії з механічними параметрами руху матеріальної точки:

$$dW_к = m\upsilon d\upsilon .$$

Оскільки маса тіла є сталою величиною, її можна винести за знак інтеграла. Табличне інтегрування функції швидкості дає остаточний аналітичний вираз для шуканої величини.

Кінетична енергія поступального руху тіла *визначається за формулою:*

$$W_к = \int_0^{\upsilon} m\upsilon \, d\upsilon = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Кінетична енергія тіла, що рухається поступально, дорівнює половині добутку маси цього тіла на квадрат його швидкості.

Одиницею вимірювання кінетичної енергії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль: $[W_к] = \text{Дж}.$

Для знаходження повної роботи виконаємо інтегрування диференціального співвідношення вздовж просторової траєкторії від початкової точки 1 до кінцевої точки 2, де швидкість тіла набуває значень υ_1 та υ_2 відповідно:

$$\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} m\upsilon\, d\upsilon = \int_1^2 dA.$$

Інтегрування цього виразу та підстановка меж визначеного інтеграла дозволяють встановити *зв'язок між зміною кінетичної енергії матеріальної точки та виконаною роботою*:

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2} = A.$$

Теорема про кінетичну енергію механічної системи стверджує, що повна робота всіх внутрішніх і зовнішніх сил, які діють на систему, дорівнює приросту її загальної кінетичної енергії:

$$A = \Delta W_к.$$

Кінетичну енергію поступального руху часто доцільно виражати через імпульс тіла $(p = m\upsilon)$:

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{(m\upsilon)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}.$$

Кінетична енергія матеріальної точки дорівнює квадрату її імпульсу, поділеному на подвоєну масу.

Кінетична енергія матеріальної точки завжди є невід'ємною величиною $(W_к \geq 0)$: вона набуває лише додатних значень або дорівнює нулю в стані спокою.

Розглянемо тепер систему, яка складається з багатьох матеріальних точок.

Повна кінетична енергія такої механічної системи дорівнює алгебраїчній сумі кінетичних енергій усіх матеріальних точок, які входять до її складу:

$$W_{\text{к}} = \sum_{i=1}^{N} W_{\text{к}_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \upsilon_i^2}{2}.$$

Кінетична енергія системи визначається виключно масами та швидкостями руху її елементів у поточний момент часу, причому спосіб набуття цих швидкостей є абсолютно неістотним.

Кінетична енергія механічної системи є однозначною функцією стану її руху.

Швидкості руху частинок механічної системи є відносними величинами, їхні значення будуть неоднаковими у різних інерціальних системах відліку, що рухаються одна відносно одної.

Саме тому *кінетична енергія механічної системи* залежить від вибору системи відліку, тобто *є величиною відносною*.

Таким чином, кінетична енергія є універсальною характеристикою поточного динамічного стану руху механічної системи, яка здатна неперервно змінюватися внаслідок виконання роботи зовнішніми чи внутрішніми силами.

Оскільки цей вид енергії описує лише рух самих матеріальних точок, повний аналіз механічних процесів потребує обов'язкового врахування внутрішніх взаємодій між ними, що слугує природним переходом до вивчення потенціальної енергії системи.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз кінетичної енергії складних механічних систем є

базовим для розрахунку параметрів евакуації людей як єдиного потоку, моделювання динаміки розлітання уламків під час вибухів, а також для оцінки поведінки вогнегасної речовини.

1. *Газодинамічні та молекулярні системи при поширенні горіння*.

На мікроскопічному рівні газове середовище або зона хімічної реакції при пожежі є термодинамічною системою, що складається із великої кількості рухомих частинок.

-*Термічна активація системи частинок*. Під час розвитку пожежі та термічної деструкції матеріалів молекули речовини починають рухатися інтенсивніше. Сумарна кінетична енергія цієї мікроскопічної системи стрімко зростає, що згідно з молекулярно-кінетичною теорією призводить до підвищення термодинамічної температури і зумовлює інтенсивний теплообмін із сусідніми ділянками.

- *Енергія газового потоку в полум'ї*. Поширення фронту полум'я в замкнених просторах супроводжується різким збільшенням кінетичної енергії газоповітряної системи частинок, унаслідок чого виникають потужні конвекційні потоки та термогравітаційні сили, які суттєво прискорюють розповсюдження вогню.

2. *Системи уламків та хвиль при вибухових процесах*.

При детонації або дефлаграції на промислових об'єктах технологічне обладнання та навколишнє середовище миттєво перетворюються на

багатовпливову динамічну систему з багатьма елементами.

- *Перерозподіл вибухової енергії*. Накопичена хімічна енергія паливно-повітряної суміші в момент вибуху миттєво трансформується у сумарну кінетичну енергію механічної системи, яку утворюють продукти згоряння, ударні хвилі та рухомі фрагменти конструкцій.

- *Динаміка руйнування та утворення фрагментів споруд.* Вибухова енергія нерівномірно розподіляється у вигляді кінетичної енергії між сотнями окремих елементів і частин будівельних конструкцій, що руйнуються. Моделювання параметрів розлітання та уражальної дії цих уламків як єдиної системи дозволяє інженерам точно оцінювати загальний масштаб потенційних руйнувань промислового майданчика та проєктувати надійні захисні екрани і вибухозахисні перешкоди.

3. *Потік людей як складна механічна система під час евакуації.*

Під час евакуації з будівель велика група людей утворює специфічну біомеханічну систему, рух якої підпорядковується спільним кінетичним законам.

- *Кінетичний потенціал людського потоку*. Сумарна кінетична енергія натовпу, що рухається евакуаційними шляхами, залежить від загальної маси людей та швидкості їхнього пересування коридорами і сходами.

- *Небезпека кінетичного тиску при паніці*. Якщо на шляху руху виникає звуження або зачинені

двері, швидкість потоку різко падає. У стані стресу кінетична енергія руху системи трансформується у небезпечну механічну силу здавлювання (тисняву), що створює загрозу травмування. Тому при проєктуванні будівель інженери розраховують параметри руху людей саме як складної механічної системи для мінімізації критичних навантажень.

§9. Потенціальна енергія механічної системи

Кінетична енергія характеризує систему лише за швидкістю руху її частинок. Водночас іншою фундаментальною характеристикою її енергетичного стану є потенціальна енергія.

Потенціальною енергією *механічної системи називається складова повної енергії, яка залежить від конфігурації системи, тобто від просторового розподілу всіх її матеріальних точок і характеру консервативних сил, які діють між ними.*

Механічна робота, що виконується консервативними силами під час зміни просторової конфігурації системи, повністю не залежить від способу здійснення процесу переходу, а визначається виключно її початковим і кінцевим станами.

Робота консервативних сил при переході системи з початкового стану в кінцевий дорівнює зменшенню її потенціальної енергії, що математично виражається у вигляді різниці між

початковим і кінцевим значеннями цієї функції конфігурації системи $W_{\text{р}}(x, y, z)$*:*

$$A_{12} = W_{\text{р}_1} - W_{\text{р}_2} = -\left(W_{\text{р}_2} - W_{\text{р}_1}\right).$$

Робота консервативних сил при переході системи з початкового стану в кінцевий завжди дорівнює зменшенню її потенціальної енергії.

Елементарна механічна робота консервативних сил за нескінченно малої зміни просторової конфігурації системи дорівнює диференціалу потенціальної енергії, взятому з протилежним знаком:

$$dA = -dW_{\text{р}} \text{ або } \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = -dW_{\text{р}}.$$

Потенціальна енергія взаємодії *визначається загальним аналітичним виразом, який отримують інтегруванням згаданого вище диференціального співвідношення:*

$$W_{\text{р}} = -\int \vec{F} d\vec{r} + C,$$

де C – стала інтегрування, наявність якої свідчить про визначення потенціальної енергії з точністю до додавання деякого постійного значення.

Така математична неоднозначність жодним чином не впливає на практичне застосування фізичних законів. У кожній конкретній задачі для отримання однозначної залежності потенціальної енергії системи від її конфігурації вибирають певну нульову конфігурацію, в якій значення потенціальної енергії системи вважають таким, що дорівнює нулю.

Одиницею вимірювання потенціальної енергії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль: $[W_{\text{р}}] = \text{Дж}$.

Якщо відомий математичний вираз функції потенціальної енергії від трьох просторових координат, то можна знайти консервативну силу, що діє на матеріальну точку.

Розглянемо рух точки паралельно осі абсцис на нескінченно малу відстань.

Такий рух супроводжується виконанням над точкою механічної роботи:

$$dA = F_x dx .$$

Та сама механічна робота дорівнює зменшенню потенціальної енергії системи:

$$dA = -dW_{\text{р}} .$$

Прирівнявши обидва вирази для елементарної роботи, дістанемо нову математичну рівність:

$$F_x dx = -dW_{\text{р}} .$$

Звідси отримуємо математичний вираз для розрахунку *координатної проєкції консервативної сили*:

$$F_x = -\frac{\partial W_{\text{р}}}{\partial x} .$$

У формулі враховано, що *похідна за координатою абсцис обчислюється за умови незмінності двох інших просторових координат*.

Аналогічні математичні міркування можна провести також для руху матеріальної точки вздовж інших координатних осей простору:

$$F_y = -\frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial y} \text{ і } F_z = -\frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial z}.$$

Об'єднаємо знайдені координатні проєкції через одиничні орти декартової системи координат.

Вектор консервативної сили у результаті матиме такий вигляд:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial z}\vec{k}\right).$$

Градієнтом скалярної функції називається вектор

$$\frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial z}\vec{k},$$

який побудований за допомогою скалярної функції та визначається сумою її просторових частинних похідних, називається градієнтом цієї функції.

Напрямок вектора градієнта повністю збігається з напрямком тієї просторової осі, уздовж якої значення потенціальної енергії системи зростає з найбільшою швидкістю.

Консервативна сила, що діє на матеріальну точку в потенціальному полі*, дорівнює градієнту потенціальної енергії цієї точки, взятому з протилежним знаком:*

$$\vec{F} = -grad\, W_{\text{п}}.$$

Конкретний математичний вигляд функції потенціальної енергії повністю визначається фізичною природою та характером самого силового поля консервативних сил.

Потенціальна енергія тіла, яке підняте на певну висоту над поверхнею Землі в її однорідному гравітаційному полі, дорівнює:

$$W_{\text{п}} = mgh,$$

де m – маса тіла;

h – висота підйому тіла над поверхнею Землі;

g – прискорення вільного падіння.

Прискоренням вільного падіння g *називається прискорення, якого набуває кожне тіло під час падіння на Землю внаслідок її гравітаційного притягання, за умови відсутності опору повітря.*

Числове значення цієї величини не залежить від маси самого тіла, а повністю визначається масою Землі, відстанню від центра планети до точки спостереження та географічною широтою місцевості.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла дорівнює:

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2},$$

де k – коефіцієнт жорсткості тіла;

x – модуль лінійної деформації тіла.

Усі ці конкретні види потенціальної енергії, попри різну фізичну природу взаємодій, підпорядковуються єдиному математичному опису та відображають здатність системи виконувати роботу за рахунок своєї конфігурації.

Таким чином, повний опис динамічного стану механічної системи потребує одночасного врахування як кінетичної енергії її частинок, так і

потенціальної енергії їхньої просторової консервативної взаємодії.

Оскільки в реальних процесах ці дві форми механічної енергії здатні безперервно перетворюватися одна в одну, глибоке розуміння взаємозв'язку між роботою та зміною конфігурації тіл стає фундаментальною основою для вивчення загального закону збереження повної механічної енергії.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз потенціальної енергії є фундаментальним для прогнозування наслідків руйнування будівельних елементів, оцінки ризиків у разі пошкодження обладнання під тиском, а також для проєктування гравітаційних систем протипожежного захисту.

1. *Гравітаційна небезпека обвалення будівельних конструкцій*.

Під час розвитку пожежі та тривалого термічного впливу несучі елементи споруд втрачають тримальну здатність та суттєво ослаблюються.

- *Трансформація енергії при падінні*. Усі конструктивні елементи та важкі предмети, розташовані на висоті, мають значний запас потенціальної енергії в полі тяжіння Землі. У момент руйнування кріплень або вузлів обпирання ця енергія стрімко перетворюється на кінетичну.

- *Руйнівні наслідки обвалення*. Гравітаційне падіння масивних елементів призводить до пробиття міжповерхових перекриттів, створення додаткових

динамічних навантажень та раптового пошкодження суміжних інженерних мереж.

- *Термічні та механічні загрози*. Обвалення висотних елементів створює смертельну небезпеку для людей та оперативних розрахунків пожежної охорони. Окрім механічного удару, падіння предметів спричиняє інтенсивне фрикційне іскріння, руйнування газових комунікацій та викид розжарених фрагментів, що стимулює поширення нових осередків вогню.

2. *Небезпека накопиченої енергії технологічного обладнання*.

Розміщення балонів зі стисненими газами або важкого промислового устаткування на верхніх ярусах технологічних естакад під час пожежі створює критичні ризики.

- *Перехід у кінетичну форму*. Під впливом високих температур опори обладнання деформуються, що викликає падіння важких резервуарів. Накопичена потенціальна енергія піднятого тіла трансформується у кінетичну енергію механічного удару.

- *Ініціювання вторинних надзвичайних ситуацій.* Сильний удар корпусу заповненого балона об тверду поверхню здатний викликати його миттєву розгерметизацію або фізичний вибух. Такий динамічний вплив призводить до пошкодження стаціонарних систем пожежогасіння та руйнування засобів інженерного захисту об'єкта.

3. *Використання потенціальної енергії у протипожежних системах*.

Принципи накопичення та використання потенціальної енергії лежать в основі проєктування високонадійних автономних систем гасіння.

- *Гравітаційні системи подачі речовин*. У багатьох схемах протипожежного водопостачання використовуються водонапірні башти або резервуари, розміщені на верхніх технічних поверхах чи природних підвищеннях рельєфу. Потенціальна енергія піднятого стовпа рідини забезпечує створення стабільного гідростатичного тиску у трубопроводах без залучення електричних насосів.

- *Енергонезалежність та надійність*. У разі повного знеструмлення об'єкта під час пожежі автоматичні спринклерні установки, підключені до таких резервуарів, продовжують ефективно працювати. Сила тяжіння гарантує безперебійну подачу вогнегасної речовини до осередку горіння за рахунок природного запасу потенціальної енергії.

- *Комплексний інженерний аналіз*. Аналіз джерел виникнення потенціальної енергії дозволяє інженерам глибше розуміти фізичні процеси, пов'язані з виникненням механічних небезпек під час пожежі, та точно оцінювати загальні ризики стійкості будівель і споруд.

§10. Закон збереження механічної енергії. Закон збереження і перетворення енергії

Для вивчення умов збереження енергетичних характеристик під час механічного руху необхідно розглянути систему взаємодіючих матеріальних точок. Повний аналіз такої механічної системи потребує суворого математичного врахування абсолютно всіх сил, які діють на кожну її складову частинку як з боку внутрішніх, так і з боку зовнішніх матеріальних точок.

Розглянемо механічну систему, що складається з довільної кількості N матеріальних точок із певними масами, які в поточний момент часу рухаються із заданими миттєвими швидкостями.

Нехай на кожну з цих точок одночасно діють *результуючі внутрішні консервативні сили*: $F_1', F_2', ..., F_N'$.

Також на систему діють *результуючі зовнішні сили*, які на цьому етапі аналізу ми вважаємо виключно *консервативними*: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_N$.

Водночас будемо вважати, що на вказані матеріальні точки додатково діють ще і зовнішні *неконсервативні сили*: $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \ldots \vec{f}_N$.

Повна кінетична енергія всієї механічної системи визначається як сума кінетичних енергій усіх її окремих матеріальних точок:

$$W_к = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \upsilon_i^2}{2}.$$

При нескінченно малому переміщенні точок системи зміна її кінетичної енергії дорівнює сумі елементарних робіт, виконаних усіма діючими силами:

$$dW_{\text{к}} = \sum_{i=1}^{N} dA_i^{F'} + \sum_{i=1}^{N} dA_i^{F} + \sum_{i=1}^{N} dA_i^{f} = d\left(A^{F'} + A^{F}\right) + dA^{f},$$

де $d\left(A^{F'} + A^{F}\right)$ – *сума елементарних робіт*, виконаних над матеріальними точками системи всіма *внутрішніми та зовнішніми консервативними силами*;

dA^{f} – *сума елементарних робіт*, виконаних над матеріальними точками системи всіма *зовнішніми неконсервативними силами*.

Енергетичний стан системи матеріальних точок залежить також від їхньої просторової конфігурації. Водночас зміна потенціальної енергії системи дорівнює роботі консервативних сил, взятій із протилежним знаком.

За умови нескінченно малої зміни просторової конфігурації системи цей зв'язок записується у диференціальній формі:

$$-dW_{\text{р}} = d\left(A^{F'} + A^{F}\right).$$

Із раніше отриманих виразів для приросту кінетичної та потенціальної енергій маємо нове співвідношення:

$$dW_{\text{к}} = -dW_{\text{р}} + dA^{f}.$$

Після перенесення диференціала потенціальної енергії в ліву частину рівняння та групування доданків отримаємо:

$$d\left(W_{\text{к}} + W_{\text{р}}\right) = dA^{f}.$$

Вираз під знаком диференціала є сумою двох базових видів механічної енергії всієї системи матеріальних точок.

Повною механічною енергією системи *називається сума кінетичної і потенціальної енергій системи:*

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{р}}.$$

У разі переходу системи з початкового стану в будь-який інший кінцевий стан повна робота неконсервативних сил дорівнює інтегралу від цього співвідношення:

$$\int_1^2 dW = \int_1^2 d(W_{\text{к}} + W_{\text{р}}) = A_{12}^f.$$

Ці визначені інтеграли беруться вздовж траєкторії руху системи між двома фіксованими станами, а символ у правій частині означає сумарну роботу всіх неконсервативних сил.

Зміна повної механічної енергії системи при її переході з одного стану в інший дорівнює роботі, яка виконана при цьому всіма діючими зовнішніми неконсервативними силами.

Якщо неконсервативні сили в системі не виконують роботи, то приріст її повної механічної енергії дорівнює нулю:

$$d\left(W_{\text{к}} + W_{\text{р}}\right) = 0.$$

Це означає, що *енергія системи залишається сталою протягом усього часу руху*:

$$W_{\text{к}} + W_{\text{р}} = W = \text{const}.$$

Закон збереження механічної енергії*: у системі матеріальних точок, де діють лише консервативні сили, її повна механічна енергія залишається сталою.*

Закон збереження механічної енергії фундаментально пов'язаний з *однорідністю часу*. Ця властивість виявляється в тому, що закони руху замкненої системи матеріальних точок абсолютно не залежать від вибору початкового моменту відліку часу.

Залежно від характеру діючих сил механічні системи поділяють на два основні види:

- ***консервативні системи*** – це системи, на матеріальні точки яких діють виключно консервативні сили;

- ***дисипативні системи*** – це системи, в яких крім консервативних сил діють також неконсервативні.

Внаслідок дії неконсервативних сил повна механічна енергія системи поступово зменшується, переходячи в інші, немеханічні форми.

Дисипацією енергії *називається процес перетворення частини впорядкованої механічної енергії системи (кінетичної та потенціальної) в інші, невпорядковані види енергії – насамперед у внутрішню (теплову) енергію тіл та навколишнього середовища.*

Усі реальні процеси в природі є дисипативними, оскільки під час руху матеріальних точок завжди діють неконсервативні сили тертя та опору середовища.

У разі зменшення механічної енергії в дисипативних системах завжди виникає еквівалентна кількість енергії інших видів. Перетворення та перерозподіл енергії під час дисипації відбуваються строго відповідно до *загального фундаментального закону збереження та перетворення енергії*.

***Енергія ніколи не виникає з нічого і не зникає безслідно**, а лише передається від однієї матеріальної точки до іншої або перетворюється з одного виду в інший в строго еквівалентних кількостях.*

Саме в такому безперервному кругообігу та кількісній незмінності полягає фундаментальна *фізична суть закону збереження і перетворення енергії*.

Філософські передумови для відкриття закону збереження і перетворення енергії були закладені ще античними мислителями. Подальший розвиток природознавства дозволив сформулювати цей закон для різних видів енергії завдяки фундаментальним працям багатьох видатних учених світу.

Перші математичні та теоретичні кроки у цьому напрямку здійснив *Рене Декарт* у середині сімнадцятого століття.

Згодом *Готфрід Лейбніц* обґрунтував закон збереження кінетичної енергії, яку в ті часи називали «живими силами», та вперше висловив геніальну ідею про можливість перетворення одних видів енергії в інші.

У вісімнадцятому столітті вагомий внесок у розвиток загальних уявлень про незмінність матерії та руху зробив *Михайло Ломоносов*.

Фізичне обґрунтування закону для теплових і внутрішніх процесів відбулося у дев'ятнадцятому столітті завдяки незалежним дослідженням *Саді Карно*, *Джеймса Джоуля* та *Роберта Майєра*, а *Герман Гельмгольц* остаточно пов'язав ці процеси з дією потенціальних сил і зміною потенціальної енергії.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки розуміння законів збереження та дисипації енергії дозволяє математично моделювати наслідки обвалень, проєктувати автономні рятувальні системи, оцінювати зони руйнування від вибухів та підвищувати загальну стійкість споруд. В реальних умовах пожежі завжди наявні сили тертя та опору середовища, під дією яких частина механічної енергії безповоротно перетворюється на внутрішню енергію системи.

1. *Моделювання руху тіл під час евакуації та обвалень*.

Динаміка механічних процесів під час руйнування елементів споруд повністю підпорядковується законам енергетичних перетворень.

- *Енергетичний перехід при гравітаційному падінні*. Під час обвалення елементів конструкцій

накопичена потенціальна енергія піднятого тіла стрімко трансформується у кінетичну енергію руху.

- *Розрахунок параметрів удару*. Знання закону збереження енергії дозволяє теоретично обчислити швидкість тіла у момент зіткнення з перекриттям, силу механічного удару та ступінь небезпеки для людей, які перебувають у зоні завалу.

2. *Проєктування та розрахунок протипожежних систем.*

Параметри функціонування мобільних та стаціонарних засобів пожежогасіння розраховуються з урахуванням втрат енергії на розсіювання.

- *Процес розгортання рукавних ліній*. При моделюванні вертикального спуску пожежного рукава з висоти верхніх поверхів або руху інших технічних засобів по схилу чи шляхом кочення важливо враховувати загальний енергетичний баланс системи.

- *Врахування фактору дисипації*. Робота сил тертя та опору повітря призводить до дисипації частини механічної енергії, що дещо знижує кінцеву швидкість руху елементів рятувальних пристроїв, і це обов'язково враховується для створення безпечних і контрольованих умов роботи техніки.

3. *Моделювання вибухових процесів на об'єктах.*

Вибухи супроводжуються миттєвим вивільненням внутрішньої енергії речовини та її трансформацією у механічну роботу руйнування.

- *Енергетика вибухової хвилі*. Під час детонації або дефлаграції хімічна енергія речовини миттєво переходить у кінетичну енергію розширення газів та енергію ударної хвилі. Цей потужний динамічний вплив розкидає фрагменти обладнання, руйнує двері та вибиває віконні шибки.

- *Оцінка зони безпеки*. Використання фізичних законів механіки дає фахівцям можливість точно оцінити радіус зони потенційного ураження людей та розробити ефективні заходи противибухового захисту промислових споруд.

4. *Безпечне проєктування та підвищення стійкості будівель*.

Створення надійного будівельного каркаса базується на здатності матеріалів поглинати та розсіювати зовнішню енергію.

- *Протидія динамічним навантаженням*. При розробці архітектурних проєктів інженери заздалегідь прораховують потенційні динамічні навантаження від можливого падіння елементів конструкцій з верхніх ярусів. При цьому обов'язково аналізують такі фактори, як маса падаючих блоків, висота їхнього розташування, геометрична траєкторія та сила можливого механічного удару.

- *Забезпечення надійності каркаса*. Врахування цих факторів дозволяє значно підвищити стійкість будівлі за умов виникнення надзвичайних ситуацій, запобігаючи лавиноподібному обваленню всієї споруди.

- *Приклад практичного застосування*. Розглянемо рух рятувальника, який під час виконання завдання змушений спускатися по похилій площині евакуаційного трапа чи похилій покрівлі споруди. На початку руху на висоті людина має певний запас потенціальної енергії, яка в міру руху вниз трансформується у кінетичну енергію. Якщо розрахувати цей процес з урахуванням сили тертя (дисипації енергії), можна математично визначити оптимальний кут нахилу поверхні, швидкість спуску та безпечну траєкторію руху рятувальника, повністю виключаючи ризик травмування або падіння.

- *Значення енергетичного аналізу*. Закон збереження механічної енергії разом із урахуванням процесів її дисипації активно використовується у пожежній безпеці для інженерних розрахунків при моделюванні надзвичайних ситуацій, забезпечення безпеки людей на шляхах руху, а також для всебічного аналізу фізичних процесів під час евакуації, обвалів та вибухів.

§11. Кінематика обертального руху

Для теоретичного опису складних просторових процесів механіки обертального руху використовується фундаментальна фізична модель абсолютно твердого тіла.

Абсолютно твердим тілом *називається матеріальний об'єкт, відстань між будь-якими двома точками якого завжди залишається*

незмінною за будь-яких умов та незалежно від величини прикладених до нього зовнішніх сил.

У межах такої моделі будь-яке макроскопічне тверде тіло розглядають як систему великої кількості відокремлених у просторі матеріальних точок.

Обертальним рухом абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі *називається такий рух, під час якого всі його точки рухаються в площинах, перпендикулярних до цієї осі, та описують кола з центрами на цій осі.*

Такий рух навколо осі OO_1 *можна практично здійснити шляхом нерухомого закріплення двох його точок* O і O_1 (рис. 14).

Вектор елементарного кутового переміщення $\Delta\vec{\varphi}$ *є мірою механічного руху всього абсолютно твердого тіла за нескінченно малий проміжок часу.*

Модуль вектора елементарного кутового переміщення *дорівнює куту повороту абсолютно твердого тіла за цей нескінченно малий проміжок часу:*

$$\left|\Delta\vec{\varphi}\right| = \Delta\varphi\,.$$

Одиницею вимірювання кута повороту в Міжнародній системі одиниць СІ є радіан: $[\Delta\varphi] = \text{рад}.$

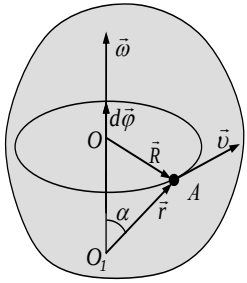


Рис. 14

Вектор елементарного кутового переміщення *завжди* ***напрямлений*** *вздовж нерухомої осі обертання так, що з його кінця обертальний рух абсолютно твердого тіла видно строго проти ходу годинникової стрілки.*

У разі нерівномірного обертання навколо нерухомої осі зміну кутового положення абсолютно твердого тіла за певний скінченний інтервал часу характеризують за допомогою середніх величин.

Вектором середньої кутової швидкості *за проміжок часу* Δt *називається відношення вектора кутового переміщення абсолютно твердого тіла до цього проміжку часу:*

$$\langle\vec{\omega}\rangle = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}.$$

Вектором миттєвої кутової швидкості називається границя, до якої прямує середня кутова швидкість за умови, що проміжок часу прямує до нуля.

Вектор миттєвої кутової швидкості *дорівнює першій похідній від кута повороту абсолютно твердого тіла за часом:*

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор кутової швидкості завжди напрямлений вздовж нерухомої осі обертання так, що з його кінця обертальний рух абсолютно твердого тіла видно строго проти ходу годинникової стрілки.

Одиницею вимірювання кутової швидкості в Міжнародній системі одиниць СІ є радіан на секунду: $[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Нехай точка *A* абсолютно твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, рухається по колу певного радіуса із заданою *лінійною швидкістю* $\vec{\upsilon}$ (рис. 14).

Під час дослідження обертального руху механічну швидкість точки прийнято називати *лінійною швидкістю*, що дозволяє чітко розмежовувати її з іншою важливою кутовою характеристикою процесу.

За нескінченно малий проміжок часу точка проходить уздовж дуги кола елементарний шлях:

$$dS = \upsilon dt.$$

При цьому радіус-вектор точки повернеться на елементарний кут. Оскільки диференціал шляху через геометрію кола пов'язаний із кутовим переміщенням, виконаємо математичну підстановку:

$$\upsilon dt = Rd\varphi.$$

Поділивши обидві частини отриманого співвідношення на диференціал часу, знайдемо

вираз для *модуля лінійної швидкості точки абсолютно твердого тіла*:

$$\upsilon = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega,$$

де υ – модуль лінійної швидкості точки;

R – радіус кола її обертання;

ω – модуль миттєвої кутової швидкості абсолютно твердого тіла.

Для повного опису кінематики процесу необхідно перейти від скалярного співвідношення швидкостей до загального векторного запису за допомогою операції векторного добутку.

Під час такого переходу важливо чітко розрізняти геометричний зміст радіусів. На відміну від скалярного радіуса кола обертання R матеріальної точки, радіус-вектор $\vec{r}$ представляє собою векторну величину, яка проводиться до цієї точки з будь-якого фіксованого нерухомого центра O_1 на осі обертання, тоді як вектор радіуса кола $\vec{R}$ проводиться строго перпендикулярно до цієї осі з її центра O.

Зв'язок між скалярним радіусом кола обертання R та модулем радіус-вектора $\vec{r}$ визначається через кут α між віссю обертання та радіус-вектором точки:

$$R = r\sin\alpha.$$

Урахування розглянутого геометричного зв'язку та взаємної орієнтації кінематичних величин дає змогу записати остаточний вираз для вектора лінійної швидкості:

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Якщо за початок координат обрати центр кола обертання точки, то її радіус-вектор $\vec{r}$ переходить у вектор $\vec{R}$, перпендикулярний до осі обертання.

У цьому разі вираз для лінійної швидкості спрощується:

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{R}],$$

де $\vec{\omega}$ – вектор кутової швидкості абсолютно твердого тіла;

$\vec{R}$ – радіус-вектор матеріальної точки, проведений із центра кола її обертання до цієї точки (модуль якого дорівнює геометричному радіусу кола R).

Вектор середнього кутового прискорення *за проміжок часу* Δt *називається відношення зміни кутової швидкості абсолютно твердого тіла до цього проміжку часу:*

$$\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}.$$

Вектор миттєвого кутового прискорення називається границя, до якої прямує середнє кутове прискорення за умови, що проміжок часу прямує до нуля.

Вектор миттєвого кутового прискорення *дорівнює першій похідній від кутової швидкості абсолютно твердого тіла за часом*:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta \to t} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Просторова орієнтація цього вектора визначається зміною кутової швидкості тіла з часом.

Під час прискореного обертального руху вектори кутового прискорення та кутової швидкості є співнапрямленими, тоді як *під час сповільненого обертання абсолютно твердого тіла вони є протилежно напрямленими* (рис. 15).

Одиницею вимірювання кутового прискорення в Міжнародній системі одиниць СІ є радіан на секунду в квадраті: $[\varepsilon]=\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$.

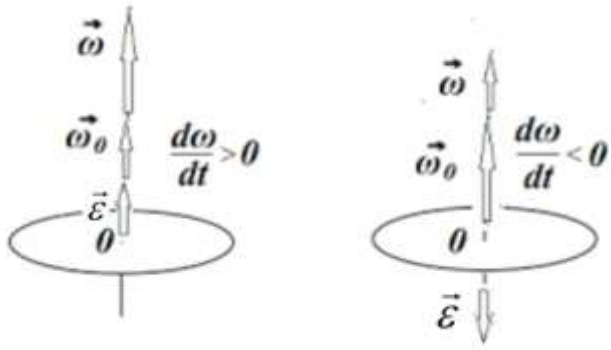


Рис. 15

Усі розглянуті кутові кінематичні характеристики обертального руху абсолютно твердого тіла за своєю природою належать до особливого класу векторних величин.

Вектори елементарного кутового переміщення, кутової швидкості та кутового прискорення є *псевдовекторами* (*аксіальними* або *осьовими векторами*). Напрямок таких величин однозначно визначається напрямком обертального руху тіла.

На відміну від звичайних полярних векторів, аксіальні вектори змінюють свій знак при

дзеркальному відображенні системи координат. У кінематиці обертання ці вектори є вільними і традиційно відкладаються від будь-якої точки нерухомої осі обертання, яку часто обирають за початок координат.

У разі обертання абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі векторні характеристики процесу змінюються тільки за своїми модулями.

Модуль кутової швидкості визначається через похідну від кута повороту за часом:

$$\omega = |\vec{\omega}| = \left|\frac{d\varphi}{dt}\right| = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Інтегруванням цього виразу визначають *кут повороту тіла за інтервал часу від* t_1 до t_2:

$$\varphi = \int_{t_1}^{t_2} \omega dt.$$

Модуль кутового прискорення визначається через похідну від кутової швидкості за часом:

$$\varepsilon = |\vec{\varepsilon}| = \left|\frac{d\omega}{dt}\right| = \frac{d\omega}{dt}.$$

Інтегруванням цього виразу визначають *кутову швидкості тіла за інтервал часу від* t_1 до t_2:

$$\omega = \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon dt.$$

Повне лінійне прискорення довільної матеріальної точки абсолютно твердого тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, знаходиться шляхом диференціювання вектора її лінійної швидкості за часом:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\vec{\omega}, \vec{r}\right] = [\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{r}] + [\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}}{dt}] = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}] + [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}].$$

У випадку, коли вісь обертання є нерухомою, вектор кутового прискорення колінеарний вектору кутової швидкості і напрямлений вздовж цієї осі.

Внаслідок такої просторової орієнтації перший векторний добуток у виразі завжди спрямований уздовж вектора лінійної швидкості, тобто по дотичній до колової траєкторії руху точки у будь-якій її конфігурації.

Ця складова визначає *вектор тангенціального прискорення*:

$$\vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}, \vec{r}\right].$$

Модуль тангенціального прискорення *точки абсолютно твердого тіла, що обертається, визначається як перша похідна від її лінійної швидкості за часом*:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = \varepsilon R.$$

Другий векторний добуток у виразі для повного лінійного прискорення напрямлений уздовж просторового радіус-вектора до осі обертання і визначає *вектор нормального прискорення:*

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}] = [\vec{\omega}, [\vec{\omega}, \vec{r}]].$$

Модуль нормального прискорення *точки абсолютно твердого тіла, що обертається, визначається квадратом її лінійної швидкості, поділеним на радіус кола обертання, або добутком квадрата кутової швидкості на цей радіус:*

$$a_{\text{n}} = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Оскільки *вектори тангенціального та нормального прискорення взаємно перпендикулярні,* ***модуль повного прискорення довільної точки*** *абсолютно твердого тіла обчислюється за теоремою Піфагора*:

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_{\text{n}}^2} = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Для опису тривалості обертального руху абсолютно твердого тіла використовують поняття часового інтервалу одного повного оберту.

Періодом обертання *називається скалярна фізична величина, яка дорівнює проміжку часу, протягом якого абсолютно тверде тіло здійснює один повний оберт навколо нерухомої осі:*

$$T = \frac{\Delta t}{N},$$

де Δt – час обертання;

N – кількість повних обертів, здійснених за цей час.

Одиницею вимірювання періоду в Міжнародній системі одиниць СІ є секунда: $[T] = \text{с}$.

Для опису кількості обертів за одиницю часу використовують фізичну величину, яка є математично оберненою до періоду.

Частотою обертання *називається скалярна фізична величина, яка дорівнює кількості повних обертів, що здійснює абсолютно тверде тіло навколо нерухомої осі за одиничний проміжок часу*:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t} = \frac{1}{T}.$$

Одиницею вимірювання частоти обертання в Міжнародній системі одиниць СІ є секунда в мінус першому степені: $[\nu] = \text{с}^{-1}$.

Використовуючи зв'язок періоду та частоти обертання з кутовою швидкістю, отримаємо такі розрахункові формули:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ та } \omega = 2\pi\nu.$$

Таким чином, розглянутий повний набір кутових характеристик дає змогу описати будь-який обертальний процес із суто геометричного погляду – без урахування маси об'єктів та сил, що діють.

Оскільки в реальних фізичних процесах зміна швидкості та напрямку обертання завжди зумовлена зовнішніми силовими чинниками, глибоке розуміння кутової кінематики стає фундаментальною основою для переходу до вивчення причин виникнення цього руху в межах динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки кутова швидкість і кутове прискорення мають вирішальне значення для безпечної експлуатації висотної рятувальної техніки та забезпечення максимальної ефективності систем протидимного захисту. Розрахунок цих параметрів дозволяє проєктувати надійні елементи механізмів та повністю запобігти їхньому руйнуванню під час рятувальних робіт.

1. *Кінематика обертання та висування пожежних автодрабин*.

Робота сучасних висотних пожежних автомобілів пов'язана зі складними обертальними та поворотними маневрами в просторі.

- *Контроль швидкості підйому*. Під час розгортання пожежної автодрабини або колінчастого підйомника важливо суворо контролювати кутову швидкість їхнього обертання навколо осі основи. Надмірне кутове переміщення довгої стріли створює значні сили інерції.

- *Небезпека різкої зміни руху*. Змінний характер обертання викликає появу великого кутового прискорення. Якщо оператор автодрабини різко повертає або зупиняє стрілу, виникають критичні динамічні перевантаження металевого каркаса. Це може призвести до деформації конструкції і перекидання спецтехніки. Плавне виконання поворотних маневрів дозволяє мінімізувати кутове прискорення, що гарантує безпеку рятувальників та людей на висоті.

2. *Динаміка функціонування вентиляційних систем.*

Очищення будівель від небезпечних факторів пожежі базується на інтенсивному механічному обертанні робочих органів вентиляторів.

- *Ефективність протидимного захисту*. Особливості обертання крильчатки у вентиляційних системах димовидалення та створення надлишкового тиску повітря описуються саме за допомогою кутової

швидкості. Від величини цього параметра безпосередньо залежить об'ємна витрата газу та загальна здатність системи швидко очищувати евакуаційні шляхи від токсичних продуктів горіння.

- *Вихід обладнання на робочий режим.* При аварійному запуску вентилятора його лопаті мають за лічені секунди розігнатися від стану спокою до максимальних обертів. Важливо прорахувати кутове прискорення, щоб лопаті та вали двигуна не зруйнувалися від інерційних навантажень під час різкого старту.

§12. Основні величини та характеристики обертального руху

Будь-яке абсолютно тверде тіло доцільно умовно поділити на таку велику кількість дрібних частин, щоб їхні геометричні розміри були нескінченно малими порівняно з розмірами самого тіла.

Отже, таку систему завжди можна розглядати як сукупність матеріальних точок, причому загальна маса m всього абсолютно твердого тіла дорівнює сумі мас m_i усіх його складових частин:

$$m = \sum_{i=1}^{N} m_i \ .$$

Розглянемо закономірності руху абсолютно твердого тіла, закріпленого в одній нерухомій точці,

навколо якої воно може вільно обертатися. Ця точка називається *центром обертання тіла*.

Сумістимо з цим центром початок нерухомої декартової системи координат. Тоді положення кожної окремої матеріальної точки абсолютно твердого тіла повністю визначається за допомогою радіус-вектора $\vec{r}_i$, проведеного з нерухомого центра обертання в цю точку.

Виділимо в абсолютно твердому тілі довільну матеріальну точку масою m_i, на яку діє рівнодійна всіх сил $\vec{F}_i$ (рис. 16).

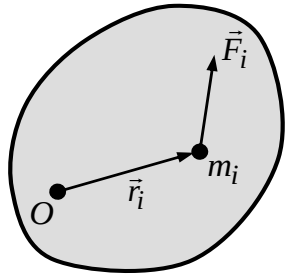


Рис. 16

Для характеристики зовнішньої механічної дії на абсолютно тверде тіло, яка призводить до зміни стану його обертального руху, застосовують поняття моменту сили та моменту імпульсу.

Моментом рівнодійної сили $\vec{F}_i$ ***відносно нерухомого центра обертання*** *називається векторна фізична величина* $\vec{M}_i$, яка дорівнює векторному добутку радіуса-вектора $\vec{r}_i$, проведеного

з цього центра до точки прикладання сили, на вектор цієї сили:

$$\vec{M}_i = \left[\vec{r}_i, \vec{F}_i\right].$$

Вектор моменту сили завжди напрямлений перпендикулярно до площини, в якій лежать радіус-вектор та рівнодійна сила (рис. 17).

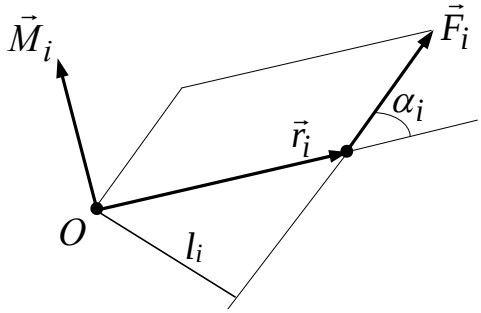


Рис. 17

Просторова орієнтація вектора моменту сили визначається геометрією ***векторного добутку.***

За законом векторного добутку вектор моменту сили $\vec{M}_i$ *напрямлений перпендикулярно до площини, в якій лежать вектори* $\vec{r}_i$ *та* $\vec{F}_i$*, причому так, щоб із його кінця поворот від першого вектора до другого найкоротшим шляхом було видно проти ходу годинникової стрілки.*

Модуль векторного добутку визначає величину моменту сили:

$$M_i = F_i r_i \sin\alpha_i = F_i l_i,$$

де α_i – кут між радіусом-вектором i-ї матеріальної точки та силою;

l_i – плече цієї сили.

Плечем сили *називається найкоротша відстань від нерухомого центра обертання до лінії дії цієї сили.*

Плече сили *обчислюється за співвідношенням:*

$$l_i = r_i \sin \alpha_i .$$

Одиницею вимірювання моменту сили в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон-метр: $[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$.

Головним моментом сил відносно нерухомого центра обертання *називається векторна сума моментів усіх сил, що діють на матеріальні точки абсолютно твердого тіла.*

Оскільки сума моментів усіх внутрішніх сил дорівнює нулю, ***головний момент визначається лише моментами зовнішніх сил:***

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i = \sum_{i=1}^{N} \left[\vec{r}_i, \vec{F}_i \right].$$

Моментом сили $\vec{F}_i$ ***відносно нерухомої осі*** OZ *називається скалярна величина* M_{iz}, *що дорівнює проєкції на цю вісь вектора моменту сили* $\vec{M}_i$, *визначеного відносно будь-якої точки* O *цієї осі* (рис. 18).

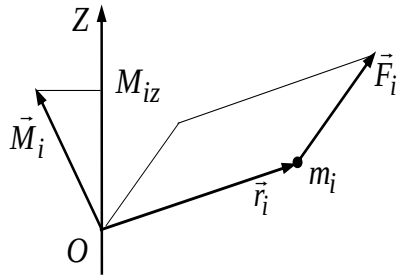


Рис. 18

Головним моментом сил відносно нерухомої осі *OZ називається алгебраїчна сума моментів усіх сил відносно цієї осі:*

$$M_z = \sum_{i=1}^{N} M_{iz} .$$

Моментом імпульсу $\vec{L}_i$ ***матеріальної точки відносно нерухомого центра обертання*** *називається векторний добуток її радіус-вектора, проведеного із цього центра, на її імпульс:*

$$\vec{L}_i = \left[\vec{r}_i, m_i\vec{\upsilon}_i\right].$$

Вектор моменту імпульсу завжди напрямлений перпендикулярно до площини, у якій лежать радіус-вектор та імпульс матеріальної точки (рис. 19).

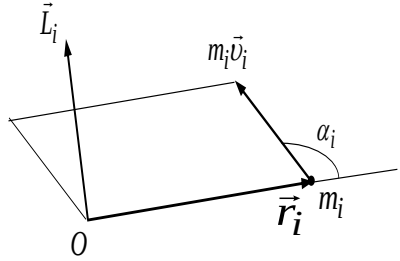


Рис. 19

Просторова орієнтація вектора моменту імпульсу визначається геометрією *векторного добутку.*

Для визначення його напрямку в просторі можна користуватися раніше розглянутим правилом векторного добутку, замінивши в ньому вектор сили на вектор імпульсу матеріальної точки.

Модуль векторного добутку *визначає величину моменту імпульсу:*

$$L_i = r_i m_i \upsilon_i \sin\alpha_i .$$

Одиницею вимірювання моменту імпульсу в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм-квадратний метр на секунду: $[L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$.

Головним моментом імпульсу тіла відносно нерухомого центра обертання *називається векторна сума моментів імпульсу всіх окремих матеріальних точок абсолютно твердого тіла:*

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{N} [\, \vec{r}_i, m_i \vec{\upsilon}_i \,].$$

Під час обертання абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі OZ кожна його окрема матеріальна точка масою m_i описує коло радіуса R_i у площині, перпендикулярній до цієї осі. Лінійна швидкість точки $\vec{\upsilon}_i$ спрямована по дотичній до кола обертання, тому її вектор перпендикулярний до радіуса R_i.

У цьому разі проєкція моменту імпульсу окремої матеріальної точки на вісь OZ визначається як добуток модуля її імпульсу на радіус кола:

$$L_{iz} = m_i \upsilon_i R_i .$$

Ураховуючи зв'язок між лінійною та кутовою швидкістю точки ($\upsilon_i = \omega R_i$), після підстановки отримаємо:

$$L_{iz} = m_i \omega R_i^2 .$$

Знайдемо аналітичний вираз для розрахунку моменту імпульсу абсолютно твердого тіла відносно нерухомої осі обертання.

Головним моментом імпульсу абсолютно твердого тіла відносно нерухомої осі *OZ називається алгебраїчна сума проєкцій моментів імпульсу всіх його окремих матеріальних точок відносно цієї осі:*

$$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{i_z} = \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 \omega.$$

Оскільки для абсолютно твердого тіла кутова швидкість ω усіх його точок є однаковою, винесемо її за знак суми:

$$L_z = \left(\sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 \right) \omega = I_z \cdot \omega.$$

Значення моменту імпульсу абсолютно твердого тіла відносно осі обертання не залежить від конкретного вибору положення нерухомої точки на цій осі.

Вираз у дужках отриманого рівняння повністю визначається розподілом речовини в об'ємі тіла.

Моментом інерції абсолютно твердого тіла відносно нерухомої осі обертання *називається скалярна фізична величина, яка дорівнює сумі добутків мас усіх окремих матеріальних точок цього тіла на квадрати їхніх відстаней до зазначеної осі*:

$$I_z = \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 .$$

Одиницею вимірювання моменту інерції в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм-квадратний метр: $[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Урахування розглянутої характеристики розподілу мас дає змогу записати остаточний зв'язок параметрів обертання у максимально лаконічній формі:

$$L_z = I_z \omega_z ,$$

де L_z – головний момент імпульсу абсолютно твердого тіла відносно осі OZ;

I_z – момент інерції тіла відносно цієї осі;

ω_z – проєкція кутової швидкості тіла на ту саму вісь.

Момент імпульсу абсолютно твердого тіла відносно осі обертання *дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно тієї самої осі на проєкцію кутової швидкості на цю саму вісь обертання.*

Поняття моменту інерції вперше виникає під час розгляду обертального руху. Однак момент інерції існує безвідносно до самого процесу обертання. Будь-яке абсолютно тверде тіло, незалежно від того, рухається воно чи перебуває у стані спокою, завжди має певний момент інерції відносно довільної нерухомої осі обертання.

Щоб обчислити момент інерції абсолютно твердого тіла, його уявно поділяють на нескінченно малі елементи з відповідними елементарними масами. У цьому разі дискретну суму у виразі для всього абсолютно твердого тіла замінюють інтегралом.

Момент інерції абсолютно твердого тіла відносно осі обертання:

$$I_Z = \int R^2 dm,$$

де R – найкоротша відстань від елемента маси dm до осі обертання.

Величина моменту інерції абсолютно твердого тіла не є абстрактною константою, а визначається його формою та просторовою конфігурацією. Насамперед вона фундаментально *залежить від форми, лінійних розмірів та загальної маси тіла, яка відповідно зумовлена густиною та фізичними властивостями матеріалу.*

Проте найважливішим чинником є не просто кількість маси, а *характер її просторового розподілу навколо нерухомої осі обертання*. Оскільки відстань кожної елементарної маси до осі входить у розрахунковий інтеграл у квадраті, навіть незначне зміщення речовини від центра до периферії призводить до суттєвого зростання обертальної інертності тіла.

Саме тому моменти інерції одного й того самого абсолютно твердого тіла суттєво відрізняються залежно від положення та орієнтації осі обертання всередині його об'єму.

Моменти інерції деяких однорідних абсолютно твердих тіл різної форми відносно осі обертання наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Абсолютно тверде тіло	**Вісь обертання**	**Момент інерції**
Тонкий стрижень довжини l	Перпендикулярна до стрижня	$\frac{1}{12}ml^2$
Суцільний циліндр радіуса R	Співпадає з віссю циліндра	$\frac{1}{2}mR^2$
Суцільна куля радіуса R	Проходить через центр кулі	$\frac{2}{5}mR^2$
Суцільний однорідний конус із радіусом основи R	Співпадає з віссю конуса	$\frac{3}{10}mR^2$

Момент інерції абсолютно твердого тіла відносно довільної осі можна обчислити, використавши фундаментальну *теорему Гюйгенса – Штейнера (теорему про паралельні осі)*.

Момент інерції абсолютно твердого тіла відносно довільної нерухомої осі обертання дорівнює сумі моменту інерції цього тіла відносно осі, що є паралельною до шуканої і проходить через його центр мас, та добутку його маси на квадрат відстані між осями (рис. 20):

$$I_a = I_c + md^2,$$

де I_a – момент інерції абсолютно твердого тіла відносно довільної осі обертання;

I_c – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр мас;

m – маса абсолютно твердого тіла;

d – найкоротша відстань між двома паралельними осями обертання.

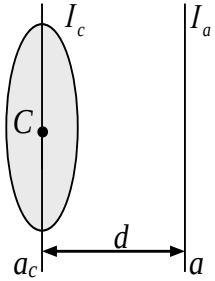


Рис. 20

Крістіан Гюйгенс *(1629–1695) – нідерландський фізик і механік. У 1673 році під час створення надточних маятникових годинників він першим експериментально виявив залежність моменту інерції тіла від відстані між віссю обертання та центром мас.*

Якоб Штейнер *(1796-1863) – швейцарський математик і геометр. У 1840 році він суто математично довів фундаментальну теорему про перенесення осі моменту інерції твердого тіла, яка в сучасній фізиці названа на честь обох учених.*

Момент інерції є мірою інертності абсолютно твердого тіла під час обертального руху.

Визначення цієї величини дає змогу перейти до виведення основного рівняння динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла

відносно нерухомої осі та розрахунку кінетичної енергії тіла, що обертається.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки момент сили, момент імпульсу та момент інерції мають вирішальне значення для розрахунку стійкості конструкцій споруд, проєктування висотної техніки та аналізу складної гідродинаміки вогнегасних струменів.

1. *Момент сили та стійкість будівельних елементів і обладнання*.

Дія моментів сил є основним фактором, що визначає статичну рівновагу або механічне руйнування об'єктів під час надзвичайних ситуацій.

- *Механізм перекидання конструкцій при пожежі.* Під впливом високих температур матеріали втрачають свої характеристики міцності, що призводить до деформації балок та колон. Через термічний вигин елементів ексцентриситет прикладання навантаження створює перекидальний момент сили відносно геометричної осі опори. Розрахунок цього параметра дозволяє спрогнозувати точний час і характер обвалення тримального каркаса споруди.

- *Забезпечення стійкості важкого обладнання*. При встановленні стаціонарних пожежних роботів або експлуатації мобільних насосно-рукавних комплексів необхідно враховувати розташування їхнього центра ваги. Розрахунок моментів сил відносно граничних ліній перекидання дозволяє

сконструювати техніку так, щоб повністю виключити ризик її статичної чи динамічної нестабільності під час роботи.

- *Рівновага рятувальників на висоті*. Пожежники під час виконання завдань на автодрабинах або підйомних платформах створюють додаткові механічні навантаження. Зміна положення тіла людини на значному плечі сили відносно осі кріплення платформи породжує додатковий момент сили, що обов'язково враховується автоматичними системами стабілізації для утримання безпечної рівноваги.

2. *Момент імпульсу та момент інерції у механізмах пожежної техніки*.

Експлуатація рухомих і поворотних вузлів висотної техніки вимагає точного врахування динамічних параметрів обертального руху.

- *Динаміка розгортання автодрабин*. Пожежна автодрабина або колінчастий підйомник з висунутою стрілою є складною механічною системою із значним моментом інерції. Оскільки маса стріли розподілена на значну відстань від осі обертання, система має високу інертність, що ускладнює її розгін та гальмування.

- *Стабілізація поворотних систем*. Під час обертання платформи виникає значний момент імпульсу системи. Якщо оператор різко зупинить поворотний механізм, закон збереження моменту імпульсу викликає потужний динамічний удар, здатний деформувати металевий каркас машини.

Тому інженери проєктують гідравлічні приводи так, щоб кутова швидкість змінювалася плавно, компенсуючи момент інерції довгої стріли та мінімізуючи виникаючі динамічні моменти.

§13. Основні рівняння динаміки та енергетичні характеристики обертального руху

Перехід від геометричного опису обертання до дослідження його причин потребує встановлення фундаментального закону, що пов'язує прикладені моменти сил із кінематичними характеристиками абсолютно твердого тіла.

Розглянемо обертання абсолютно твердого тіла, яке закріплене в одній нерухомій точці, обраній за початок координат обраної системи відліку.

Щоб отримати динамічне співвідношення між основним силовим та кінетичним параметрами руху, продиференціюємо за часом ліву та праву частини виразу для головного моменту імпульсу абсолютно твердого тіла:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \left[\vec{r}_i, m_i \vec{\upsilon}_i \right].$$

У результаті взяття першої похідної за часом від векторного добутку за правилом Лейбніца отримаємо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{d\vec{r}_i}{dt}, m_i \vec{\upsilon}_i \right] + \sum_{i=1}^{N} \left[\vec{r}_i, m_i \frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt} \right],$$

де вираз у лівій частині відображає швидкість зміни головного моменту імпульсу системи з часом, а

права частина представляє собою суму двох диференціальних складників.

Оскільки похідна радіус-вектора за часом дорівнює вектору лінійної швидкості матеріальної точки, перший доданок тотожно дорівнює нулю, бо векторний добуток колінеарних векторів є нульовим:

$$\left[\frac{d\vec{r}_i}{dt}, m_i\vec{\upsilon}_i\right] = \left[\vec{\upsilon}_i, m_i\vec{\upsilon}_i\right] = 0.$$

Для перетворення другого доданка застосуємо другий закон Ньютона в диференціальній формі. Тоді сума зводиться до головного моменту сил відносно нерухомого центра обертання:

$$\sum_{i=1}^{N}\left[\vec{r}_i, m_i\frac{d\vec{\upsilon}_i}{dt}\right] = \sum_{i=1}^{N}\left[\vec{r}_i, F_i\right] = \vec{M}.$$

Динамічне рівняння, що визначає закон зміни моменту імпульсу абсолютно твердого тіла, після виконання наведених математичних перетворень набуває вигляду:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M},$$

де $\vec{L}$ – головний момент імпульсу тіла відносно нерухомого центра обертання;

$\vec{M}$ – головний момент зовнішніх сил відносно нерухомого центра обертання.

Отриманий вираз є основним рівнянням динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла відносно нерухомого цента обертання.

Швидкість зміни головного моменту імпульсу абсолютно твердого тіла з часом дорівнює

головному моменту зовнішніх сил відносно нерухомого центра обертання.

Спроектуємо вектори отриманого рівняння на нерухову вісь обертання OZ, що проходить безпосередньо через нерухомий центр обертання:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z,$$

де L_z – головний момент імпульсу абсолютно твердого тіла відносно нерухомої осі OZ;

M_z – головний момент сил відносно нерухомої осі OZ.

Отриманий вираз є основним рівнянням динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла відносно нерухомої осі OZ.

Швидкість зміни моменту імпульсу абсолютно твердого тіла відносно нерухомої осі обертання дорівнює головному моменту сил відносно цієї самої осі обертання.

Врахувавши, що $L_z = I_z\omega_z$, отримаємо таке диференціальне співвідношення:

$$\frac{d(I_z\omega_z)}{dt} = M_z.$$

У твердому тілі розподіл маси не змінюється, тому момент інерції є сталою величиною і його можна винести за знак похідної:

$$I_z\frac{d\omega_z}{dt} = M_z.$$

Оскільки похідна швидкості за часом – це кутове прискорення, отримуємо ***основне рівняння***

динаміки обертального руху відносно осі обертання:

$$I_z \varepsilon_z = M_z,$$

де I_z – момент інерції абсолютно твердого тіла відносно осі обертання;

ε_z – проєкція вектора кутового прискорення на цю саму вісь обертання.

З основного рівняння динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла визначається *проєкція його кутового прискорення*:

$$\varepsilon_z = \frac{M_z}{I_z}.$$

Проєкція кутового прискорення абсолютно твердого тіла, яке обертається навколо нерухомої осі, є прямо пропорційною до проєкції головного моменту сил відносно цієї осі та обернено пропорційною до моменту інерції абсолютно твердого тіла відносно тієї самої осі обертання.

Порівняльний аналіз отриманої залежності з другим законом Ньютона для поступального руху матеріальної точки дає змогу зробити фундаментальний фізичний висновок: *момент інерції є скалярною мірою інертності абсолютно твердого тіла під час обертального руху навколо нерухомої осі.*

Якщо головний момент зовнішніх сил відносно осі обертання дорівнює нулю, проєкція кутового прискорення також тотожно стає рівною нулю:

$$M_Z = 0, \text{ тоді } \varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt} = 0.$$

У цьому разі проєкція кутової швидкості абсолютно твердого тіла залишається сталою величиною:

$$\omega_z = \text{const}.$$

Отже, за *відсутності моменту зовнішніх сил відносно осі OZ проєкція кутової швидкості на цю вісь залишається сталою, а обертання тіла навколо неї є рівномірним*.

Кінетична енергія абсолютно твердого тіла, яке рухається довільно, дорівнює математичній сумі кінетичних енергій усіх його окремих матеріальних точок:

$$W_{\text{к}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \upsilon_i^{\,2}}{2}.$$

У випадку, коли абсолютно тверде тіло обертається навколо нерухомої осі із заданою кутовою швидкістю, лінійна швидкість кожної окремої матеріальної точки повністю визначається її відстанню до осі обертання.

Виконавши відповідну кінематичну підстановку та винісши спільний для всіх точок множник за знак суми, отримаємо остаточний вираз для обертального руху:

$$W_{\text{к}}^{\text{об}} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}.$$

Якщо абсолютно тверде тіло рухається поступально з певною лінійною швидкістю і одночасно обертається з відповідною кутовою швидкістю навколо нерухомої осі, що проходить безпосередньо через його центр мас, то повна

кінетична енергія такого складного руху дорівнює сумі енергій поступального та обертального руху (за теоремою Кеніга):

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

де I – момент інерції абсолютно твердого тіла відносно осі, що проходить через його центр мас;

υ – модуль лінійної швидкості його центра мас;

m – маса абсолютно твердого тіла;

ω – модуль кутової швидкості обертання.

Йоганн Самуель Кеніг *(1712–1757) – німецький математик і механік. У 1751 році він першим математично обґрунтував закон розділення повної кінетичної енергії складного руху на поступальну та обертальну складові. Це фундаментальне відкриття увійшло в історію науки як теорема Кеніга і викликало одну з найгучніших наукових суперечок XVIII століття щодо авторства цієї ідеї.*

Знайдемо роботу, яку виконує зовнішня сила під час обертання абсолютно твердого тіла.

За малий проміжок часу матеріальна точка здійснює елементарне переміщення:

$$d\vec{r}_i = \vec{\upsilon}_i dt = \left[\vec{\omega}, \vec{R}_i\right] dt = \left[d\vec{\varphi}, \vec{R}_i\right],$$

де $d\vec{\varphi}$ – вектор елементарного повороту абсолютно твердого тіла.

При цьому зовнішня сила, яка прикладена до цієї матеріальної точки абсолютно твердого тіла, виконує елементарну роботу:

$$dA_i = \left(\vec{F}_i, d\vec{r}_i\right) = F_{i\tau}\left|d\vec{r}_i\right|,$$

де $F_{i\tau}$ – проєкція вектора прикладеної сили на напрямок елементарного переміщення.

Оскільки вектор елементарного повороту перпендикулярний до радіуса кола обертання матеріальної точки, модуль її елементарного переміщення дорівнює:

$$\left|d\vec{r}_i\right| = R_i\, d\varphi\,,$$

де $\left|d\vec{r}_i\right|$ – модуль переміщення матеріальної точки;

R_i – радіус кола її обертання;

$d\varphi$ – модуль вектора елементарного повороту.

Підставивши це співвідношення у вираз для диференціала роботи, отримаємо:

$$dA_i = F_{i\tau} R_i d\varphi = M_{i\tau z}\, d\varphi = \left(\vec{M}_i, d\vec{\varphi}\right).$$

Елементарна робота *всіх сил, що діють на абсолютно тверде тіло під час його обертання, дорівнює сумі елементарних робіт цих сил над усіма матеріальними точками тіла:*

$$dA = \sum_{i=1}^{N} dA_i = M_z\, d\varphi\,.$$

Для характеристики швидкості виконання роботи в кожний момент часу розраховують ***миттєву потужність сил***, яка дорівнює добутку проєкції головного моменту зовнішніх сил на вісь обертання та проєкції кутової швидкості тіла на цю саму вісь:

$$P = \frac{dA}{dt} = M_z \frac{d\varphi}{dt} = M_z \omega_z.$$

Якщо проєкція головного моменту зовнішніх сил відносно осі обертання M_z та проєкція кутової швидкості на цю саму вісь обертання ω_z мають однакові знаки, то *потужність є додатною* ($P > 0$).

Додатна потужність свідчить про те, що зовнішні сили виконують *додатну роботу*, передаючи енергію тілу, що призводить до збільшення його кінетичної енергії. Як наслідок, *тіло здійснює прискорений обертальний рух*.

Якщо проєкція головного моменту зовнішніх сил відносно осі обертання M_z та проєкція кутової швидкості на цю саму вісь обертання ω_z мають різні знаки, то *потужність є від'ємною* ($P < 0$).

Від'ємна потужність свідчить про те, що зовнішні сили виконують *від'ємну роботу*, забираючи енергію у тіла, що призводить до зменшення його кінетичної енергії. Як наслідок, *тіло здійснює сповільнений обертальний рух*.

Таким чином, розраховані значення елементарної роботи та потужності відображають кількісну міру енергетичних змін, що відбуваються в системі внаслідок дії прикладених зовнішніх сил.

Оскільки зміна енергетичного стану та швидкості обертання твердого тіла обумовлена виключно дією моментів зовнішніх сил, аналіз замкнених систем за відсутності зовнішнього втручання дозволяє перейти до вивчення фундаментального закону збереження моменту імпульсу.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закони обертального руху описують як параметри надійного запуску протипожежного обладнання, так і небезпечні процеси трансформації обертальної енергії в джерело теплового запалювання у разі аварійних режимів роботи техніки. Розрахунок параметрів обертального руху дозволяє інженерам забезпечити швидку ліквідацію аварій та підвищити безпеку виробництва.

1. *Динаміка пуску та стабілізації протипожежного обладнання*.

Ефективне розгортання та безвідмовна робота технічних засобів пожежогасіння підпорядковуються основному рівнянню динаміки обертального руху.

- *Параметри запуску систем димовидалення*. Процес активації вентиляторів екстреного очищення повітря вимагає точного аналізу моменту сил. Електродвигун має розвинути достатній обертальний момент, щоб подолати значний момент інерції масивної крильчатки та за лічені секунди вивести її на номінальну кутову швидкість.

- *Функціонування привода пожежних насосів*. Для надійної подачі вогнегасної речовини під високим тиском необхідний попередній розрахунок обертального моменту. Це дозволяє забезпечити стабільне обертання робочого колеса відцентрового насоса без ризику заклинювання вала при різких змінах гідравлічного навантаження.

- *Режими роботи турбін та генераторів*. Експлуатація автономних систем аварійного енергопостачання під час пожежі потребує урахування динамічних навантажень. Різка зміна кутової швидкості під час екстреного запуску або зупинки генераторних установок створює значні кутові прискорення та внутрішні механічні напруження, які можуть деформувати елементи кріплення валів.

2. *Трансформація обертальної енергії у джерело запалювання.*

Аварійні режими роботи промислового та вентиляційного устаткування часто стають першопричиною виникнення пожеж унаслідок дисипації кінетичної енергії обертання та її перетворення на тепло.

- *Механізм теплового перетворення при аваріях*. Будь-яке обладнання з обертовими частинами (насоси, вентилятори, електродвигуни) акумулює значний запас кінетичної енергії обертання. У разі виникнення механічних дефектів або заклинювання ця енергія дисипує, трансформуючись у високу термічну енергію контактуючих поверхонь або інтенсивне фрикційне іскріння.

- *Небезпека екстреного гальмування механізмів*. Швидке гальмування обертових деталей без належного відведення тепла викликає критичний перегрів контактних поверхонь. За відсутності ефективного охолодження розжарені деталі

перетворюються на потенційне джерело запалювання для навколишнього середовища.

- *Термічні ризики при дефіциті обслуговування*. Відсутність планового технічного обслуговування механізмів із великим моментом інерції є поширеною причиною аварій. Знос підшипників або дисбаланс роторів призводить до стрімкого зростання сил тертя в обертових елементах, утворення іскор та займання горючого пилу, залишків мастила або парогазоповітряних сумішей.

- *Приклад практичного аналізу аварійної ситуації.* Розглянемо роботу промислової вентиляційної установки, двигун якої обертає масивну крильчатку. У разі потрапляння стороннього предмета ротор вентилятора раптово заклинює і зупиняється. Оскільки живлення обмоток двигуна продовжується, а накопичена кінетична енергія обертання не трансформується в механічну роботу, вона миттєво перетворюється на тепло. Стрімке нагрівання корпусу установки призводить до термічного розкладу й займання мастильних матеріалів або горючого пилу на стінках повітроводів, що ініціює пожежу.

§14. Закон збереження моменту імпульсу

Закон збереження моменту імпульсу безпосередньо випливає із закону зміни моменту імпульсу абсолютно твердого тіла, закріпленого в одній нерухомій точці.

Якщо головний момент зовнішніх сил відносно нерухомого центру обертання, прикладених до абсолютно твердого тіла, тотожно дорівнює нулю, то момент імпульсу цього тіла відносно тієї самої точки з плином часу не змінюється:

$$\vec{M} = 0 \text{ то } \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \text{ тобто } \vec{L} = \text{const}.$$

Цей закон справедливий і для системи тіл. На замкнену систему тіл зовнішні сили взагалі не діють, тому результуючий момент цих сил відносно будь-якої нерухомої точки тотожно дорівнює нулю.

Момент імпульсу замкненої системи тіл відносно будь-якої нерухомої точки сталий у часі.

Із рівняння динаміки тіла, що обертається навколо нерухомої осі, випливає закон збереження моменту імпульсу тіла відносно цієї осі.

Якщо головний момент зовнішніх сил відносно нерухомої осі OZ обертання тіла тотожно дорівнює нулю, то момент імпульсу тіла відносно цієї осі з плином часу не змінюється:

$$M_z = 0 \text{ то } \frac{dL_z}{dt} = 0 \text{ тоді } L_z = I_z\omega_z = \text{const},$$

де ω_z – проєкція кутової швидкості тіла на вісь OZ;

I_z – момент інерції тіла відносно цієї осі.

Важливі висновки із закону збереження моменту імпульсу.

- У замкненій системі можна змінювати кутову швидкість обертання тіла, змінюючи його момент інерції.

- Закон справджується і в незамкненій системі, коли проєкція моменту сили на деякий напрямок дорівнює нулю.

- Момент сили, яка діє вздовж прямої, що сполучає тіло з центром її дії, дорівнює нулю, тобто момент центральної сили дорівнює нулю.

Прикладом такого руху є обертання супутника вздовж еліптичної орбіти. Земля не створює моменту сили притягання на супутник, тому момент імпульсу супутника під час руху залишається сталим. На ділянках, де радіус орбіти більший, кутова швидкість супутника менша, і навпаки: *планети поблизу Сонця обертаються швидше, ніж ті, що розташовані далі від нього*.

На практиці закон збереження моменту імпульсу є основою функціонування гіроскопів у навігаційних пристроях кораблів, літаків і ракет, зокрема таких як гірокомпас та гірогоризонт.

Цей закон наочно ілюструє ковзаняр, який обертається навколо вертикальної осі. Якщо знехтувати тертям, момент зовнішніх сил дорівнює нулю. За таких умов момент імпульсу системи зберігається, тому, притискаючи руки до тіла, ковзаняр зменшує свій момент інерції, що призводить до зростання кутової швидкості обертання.

Такий самий принцип використовує гімнаст, який виконує сальто. Під час польоту він групується, притискаючи коліна до грудей, що зменшує його момент інерції. Внаслідок цього кутова швидкість обертання збільшується.

Завдяки цьому ж закону людині вдається самостійно керувати швидкістю обертання лави Жуковського, яка є круглою горизонтальною платформою, що обертається практично без тертя навколо вертикальної осі (рис. 21).

Перебуваючи на платформі в сидячому або стоячому положенні та тримаючи в руках пару гантелей (для збільшення маси системи), людина змінює просторове розташування мас, що призводить до зміни швидкості обертального руху всієї системи, яку попередньо привели в рух.

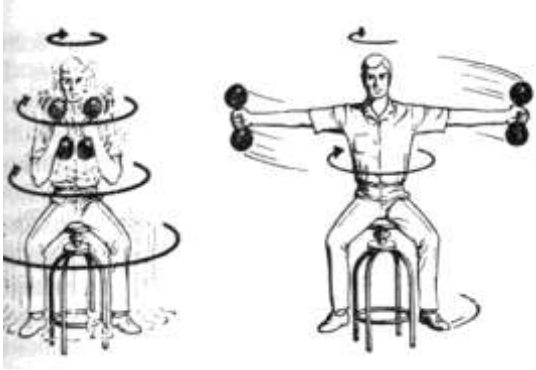


Рис. 21

Закон збереження моменту імпульсу є фундаментальним законом природи.

Класична механіка описує рух в евклідовому просторі та рівномірному плині часу, ключовими властивостями яких є однорідність та ізотропність.

З однорідністю простору пов’язаний *закон збереження імпульсу*. Він відображає еквівалентність усіх точок простору. Це означає, що під час паралельного перенесення замкненої системи

на довільний просторовий вектор її повна механічна енергія залишається незмінною.

З ізотропністю простору пов'язаний *закон збереження моменту імпульсу*. Він відображає еквівалентність усіх просторових напрямків. Це означає, що під час повороту замкненої системи на довільний кут навколо будь-якої осі її повна механічна енергія залишається незмінною.

З однорідністю часу пов'язаний *закон збереження енергії.* Він відображає рівнозначність усіх моментів часу. Це означає, що за умови незмінності координат і швидкостей усіх тіл замкненої системи під час будь-якого часового зсуву її повна механічна енергія залишається незмінною.

Закони збереження виконуються у замкненій системі, що є прямим наслідком принципу відносності. Своїм походженням фундаментальні закони збереження зумовлені властивостями симетрії природи.

Фізичні закони залишаються інваріантними відносно таких перетворень симетрії, як зсув початку координат через еквівалентність усіх точок фізичного простору, зсув початку відліку часу завдяки його однорідності, а також поворот координатних осей через ізотропність простору.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закон збереження моменту імпульсу дозволяє моделювати поведінку великих вихрових потоків газу та забезпечувати стабільність висотної рятувальної

техніки у разі зміни її геометричних розмірів. Розрахунок параметрів обертального руху дозволяє спрогнозувати динаміку складних газових завихрень при масштабних аваріях та гарантувати безпеку рятувальників на висоті.

1. *Фізика виникнення та розвитку вогняних смерчів.*

Найбільш небезпечним та масштабним проявом закону збереження моменту імпульсу в пожежній практиці є формування макроскопічних конвективних вихорів, відомих як вогняні смерчі.

- *Механізм закручування повітряних мас*. Під час пожеж на складах лісоматеріалів, нафтобазах або при суцільних загораннях у житлових кварталах виникають високоінтенсивні вертикальні потоки гарячого повітря. Навіть слабкий бічний вітер або нерівномірний приплив кисню з різних боків змушує цю великомасштабну газову систему повільно обертатися навколо своєї осі.

- *Стрімке зростання кутової швидкості.* Гарячі продукти згоряння піднімаються вгору, а на їхнє місце з периферії до центра пожежі стрімко спрямовується холодне повітря. При цьому маса всієї повітряної системи наближається до осі обертання, що призводить до різкого зменшення її моменту інерції.

- *Ефект «фігуриста» у полум'ї*. Відповідно до закону збереження моменту імпульсу, зменшення моменту інерції системи викликає екстремальне зростання кутової швидкості її обертання. В результаті звичайна пожежа трансформується у

вогняний смерч, де швидкість обертання полум'я та вітру досягає ураганних значень. Таке явище має величезну руйнівну силу, всмоктує у вихор сусідні предмети та робить гасіння класичними методами майже неможливим.

2. *Динаміка та стабілізація висотної пожежної техніки.*

У пожежному машинобудуванні закон збереження моменту імпульсу визначає граничні режими маневрування висотної рятувальної техніки під час зміни її лінійних параметрів.

- *Перерозподіл мас рухомої системи*. Пожежна автодрабина або колінчастий підйомник з особовим складом на робочій платформі, що здійснює поворот навколо своєї осі, є динамічною системою, яка обертається. Якщо під час цього маневру оператор починає висувати або швидко телескопувати (втягувати) стрілу, відбувається перерозподіл мас конструкції відносно осі обертання.

- *Вплив на безпеку рятувальників*. При швидкому складанні стріли маса робочої платформи та секцій наближається до вертикальної осі системи, внаслідок чого її момент інерції стрімко зменшується. Згідно із законом збереження моменту імпульсу, це викликає миттєве зростання кутової швидкості всієї конструкції. Виникаючі при цьому екстремальні відцентрові сили створюють ризик зриву людей з висоти та виникнення критичних згинальних напружень у металоконструкціях. Тому сучасні автоматичні системи безпеки жорстко

синхронізують швидкість повороту та інтенсивність телескопічного висування стріли.

§ 15. Статична рівновага

Статикою *називається розділ механіки, в якому вивчаються закони додавання сил і умови рівноваги абсолютно твердих тіл (надалі – тіл), що перебувають під дією цих сил*.

Вивчення умов, за яких механічна система під впливом зовнішніх сил залишається у стані спокою, є *головним завданням* цього *розділу*.

Стан статичної рівноваги характеризується повною нерухомістю всіх точок тіла у просторі з плином часу відносно обраної системи відліку.

Залежно від обраного математичного апарату статика поділяється на геометричну (векторну) та аналітичну.

В аналітичній статиці умови рівноваги механічних систем розглядають на основі принципу можливих переміщень. Цей науковий підхід базується на розрахунку уявних нескінченно малих переміщень елементів системи під дією прикладених зовнішніх і внутрішніх сил.

Механічна система за відсутності сил тертя та опору перебуває у стані рівноваги, якщо сумарна робота всіх прикладених до неї сил за довільного можливого переміщення дорівнює нулю:

$$F_1 dr_1 \cos\alpha_1 + F_2 dr_2 \cos\alpha_2 + ... = \sum_{i=1}^{N} F_i dr_i \cos\alpha_i = 0,$$

де F_i – модуль прикладеної відповідної сили;

dr_i – модуль можливого переміщення точки прикладання цієї сили;

α_i – кут між векторами цієї сили та переміщення.

Якщо в положенні рівноваги *робота на можливих нескінченно малих переміщеннях дорівнює нулю*, то це свідчить про те, що за таких переміщень *перший диференціал потенціальної енергії також дорівнює нулю*:

$$dW_{\text{p}} = 0.$$

Ця умова виконується у трьох випадках, коли потенціальна енергія має мінімальне, максимальне або стале значення. Мінімальне значення потенціальної енергії відповідає стійкій рівновазі, максимальне значення свідчить про нестійку рівновагу, а стале значення визначає байдужу рівновагу.

Умови стійкої рівноваги визначають математичні співвідношення першої та другої похідних потенціальної енергії за координатою:

$$\frac{dW_{\text{p}}}{dx} = 0, \qquad \frac{d^2W_{\text{p}}}{dx^2} > 0,$$

де W_{p} – потенціальна енергія системи;

x – просторова координата системи.

Умови нестійкої рівноваги визначають математичні співвідношення першої та другої похідних потенціальної енергії за координатою:

$$\frac{dW_{\text{p}}}{dx} = 0, \qquad \frac{d^2W_{\text{p}}}{dx^2} < 0.$$

Описаний енергетичний підхід повністю вичерпує аналітичні методи визначення рівноваги механічних систем.

Подальший виклад матеріалу присвячено *геометричній статиці*, яка вивчає умови рівноваги тіла під дією прикладених сил. Головними поняттями цього розділу є вивчені раніше характеристики сили, а також моменту сили відносно центра та відносно фіксованої осі.

Геометрична статика повністю базується на *системі фундаментальних аксіом*, які є безпосередніми наслідками базових законів механіки. Вони є універсальними, оскільки визначають умови взаємодії та додавання сил як для окремої матеріальної точки, так і для всього тіла.

Система аксіом геометричної статики охоплює такі основні положення.

- *Аксіома рівноваги двох сил*. Дві сили, прикладені до тіла, взаємно зрівноважуються тоді й лише тоді, коли вони рівні за модулем і спрямовані вздовж однієї прямої у протилежні сторони.

- *Аксіома додавання сил (правило паралелограма)*. Дві сили, прикладені до однієї точки, мають рівнодійну, яка прикладена до цієї ж точки і визначається як діагональ паралелограма, побудованого на цих силах як на сторонах.

Частковим випадком цього закону є дія сил уздовж однієї прямої. Якщо прикладені сили спрямовані в один бік, модуль їхньої рівнодійної дорівнює сумі модулів цих сил, а її напрямок

збігається з ними. Якщо сили спрямовані у протилежні боки, модуль рівнодійної дорівнює різниці їхніх модулів, а її напрямок збігається з напрямком більшої сили.

- *Аксіома еквівалентності систем сил*. Дія системи сил на тіло не зміниться, якщо до неї додати або вилучити з неї дві взаємно зрівноважені сили.

- *Аксіома дії та протидії*. При будь-якій взаємодії сил, з якими два тіла діють одне на одне, ці сили завжди рівні за модулем, направлені вздовж однієї прямої у протилежні сторони та прикладені до різних тіл чи точок.

Геометрична статика розв'язує інженерні задачі таких двох основних типів.

1. *Задачі на спрощення систем сил*. Цей тип передбачає заміну складної системи сил, що діють на тіло, простішим набором сил. Під час такого спрощення зазвичай розраховують *головний вектор системи сил*, який допомагає значно полегшити подальші обчислення без зміни механічного стану тіла.

Головним вектором системи сил *називається векторна величина, яка дорівнює геометричній сумі всіх сил, що входять до цієї системи:*

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i .$$

Головний вектор є вільним вектором: він характеризує сумарну дію всіх сил, але не має конкретної точки прикладання в просторі й у загальному випадку не є рівнодійною силою.

*Згідно з другим законом Ньютона, прискорення центра мас тіла дорівнює нулю і вектор його поступальної швидкості залишається сталим, якщо головний вектор сил дорівнює нул*ю:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0.$$

Першою головною умовою статичної рівноваги тіла є рівність нулю головного вектора сил:

$$\vec{F} = 0.$$

У тривимірному просторі це рівносильно таким скалярним рівнянням:

$$\sum_{i=1}^{N} F_{x_i} = 0, \ \sum_{i=1}^{N} F_{y_i} = 0, \ \sum_{i=1}^{N} F_{z_i} = 0.$$

Перша головна умова рівноваги гарантує відсутність поступального прискорення тіла, що забезпечує його стан спокою або прямолінійний рівномірний рух. Проте вона не виключає можливості тіла обертатися відносно нерухомого центра чи нерухомої осі обертання.

2. *Задачі на визначення умов рівноваги*. Цей тип полягає у встановленні математичних умов, за яких тіло під дією прикладених сил залишається у стані спокою.

Для отримання умови рівноваги тіла, яке може обертатися під дією довільної кількості моментів сил, введемо спочатку поняття головного моменту системи сил.

Головним моментом системи сил відносно нерухомого центра обертання називається векторна

величина, яка дорівнює геометричній сумі моментів усіх сил цієї системи відносно вказаного центра:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i.$$

Тіло, що має нерухомий центр обертання, перебуває в стані рівноваги, якщо геометрична сума всіх моментів сил відносно цього центра дорівнює нулю.

Другою головною умовою статичної рівноваги тіла є рівність нулю головного моменту системи сил відносно нерухомого центра обертання:

$$\vec{M} = 0.$$

У тривимірному просторі це рівносильно таким скалярним рівнянням:

$$\sum_{i=1}^{N} M_{i_x} = 0, \ \sum_{i=1}^{N} M_{i_y} = 0, \ \sum_{i=1}^{N} M_{i_z} = 0.$$

Для рівноваги будь-якої системи сил, що діють на тіло, необхідно і достатньо виконання цих двох умов статичної рівноваги.

При цьому тіло перебуватиме у спокої відносно системи відліку, якщо швидкості всіх його точок у цій системі в момент початку дії сил дорівнювали нулю.

У протилежному випадку тіло рухатиметься за інерцією поступально, рівномірно і прямолінійно, або рівномірно обертатиметься навколо центра мас чи однієї з його головних осей інерції.

Для визначення умови, за якою обертальний рух також є неможливим, розглянемо конкретну

задачу про обертальну дію моментів сил на тіло, яке може обертатися відносно нерухомого центра.

Щоб тіло залишалося в рівновазі у разі його уявного нескінченно малого повороту на кут $\Delta\varphi$, перший диференціал потенціальної енергії повинен дорівнювати нулю. Відповідно, елементарна робота, яка пов'язана зі зміною потенціальної енергії, також повинна дорівнювати нулю.

Для подальших розрахунків використаємо *класичні правила знаків моментів сил*.

За класичним правилом знаків, *момент сили вважається додатним тоді, коли прикладена сила прагне обертати тіло навколо центра або осі проти годинникової стрілки*.

Відповідно, *момент сили вважається від'ємним тоді, коли прикладена сила прагне обертати тіло навколо центра або осі за годинниковою стрілкою*.

Таке визначення знаків для центра та осі є еквівалентним, якщо дивитися на площину обертання з додатного напрямку осі, яка проходить через цей центр перпендикулярно до рисунка. У цьому випадку напрямок обертання тіла навколо центра на площині збігається з напрямком його обертання навколо просторової осі.

Для практичної демонстрації цього правила розглянемо розподіл знаків моментів на конкретному прикладі.

На рис. 22 кожна з трьох прикладених до тіла сил характеризується своїм радіус-вектором ($\vec{r}_i$),

який проведено з нерухомого центра у точку прикладання відповідної сили. Модулі цих векторів та кути їхнього нахилу до ліній дії сил визначають плечі сил, а отже і величини їхніх моментів.

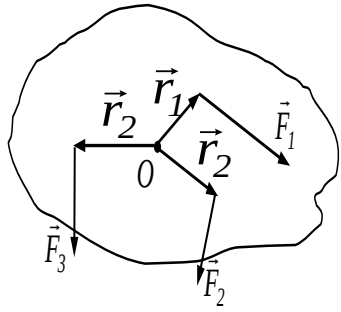


Рис. 22

Аналіз наведеного рисунка показує, що перша та друга сили прагнуть обертати тіло за годинниковою стрілкою, тому їхні моменти будуть від'ємними. Третя сила прагне обертати тіло проти годинникової стрілки, внаслідок чого її момент буде додатним.

З урахуванням визначених знаків для кожного моменту сили, вираз для сумарної елементарної роботи набуває такого вигляду:

$$dA = -M_1\Delta\varphi - M_2\Delta\varphi + M_3\Delta\varphi = (-M_1 - M_2 + M_3)\Delta\varphi = 0.$$

Оскільки кут нескінченно малого повороту не дорівнює нулю ($\Delta\varphi \neq 0$), *то алгебраїчна сума моментів сил перетворюється на нуль*:

$$\sum_{i=1}^{3} M_i = 0 \Rightarrow -M_1 - M_2 + M_3 = 0.$$

Таким чином, отримане рівняння для трьох сил повністю підтверджує загальну теоретичну умову рівноваги моментів сил.

Для визначення умов рівноваги елементів механічної системи часто є раціональним використання *графічних методів побудови векторних многокутників сил.*

На рис. 23 а та рис. 23 б зображено тіла і сили, що діють на них. Необхідно графічно знайти геометричну суму сил, які діють на ці тіла.

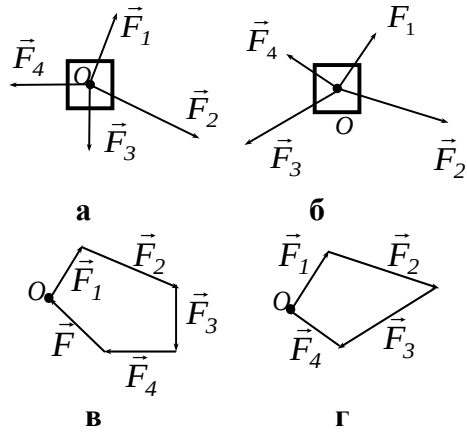


Рис. 23

Для розв'язання цієї задачі використовують метод послідовного додавання векторів, який полягає у побудові силового многокутника. З довільної точки простору, яку позначено як центр O, послідовно відкладають вектори всіх діючих сил у масштабі так, щоб початок кожного наступного вектора збігався з кінцем попереднього. Порядок

додавання сил може бути довільним, оскільки результат векторної суми від цього не змінюється.

За такої умови система сил із рисунка 23 а переходить у силовий многокутник на рисунку 23 в, а система сил із рисунка 23 б переходить у силовий многокутник на рисунку 23 г.

У першому випадку на рис. 23 в початкові сили утворюють незамкнену геометричну фігуру. Вектор результату $\vec{F}$, який проведено з початкової точки O у кінцеву точку останнього вектора $\vec{F}_4$, є головним вектором цієї системи сил і визначає їхню геометричну суму. Цей результат означає, що на тіло діє незрівноважена система сил, під впливом якої воно обов'язково отримає прискорення і почне рухатися поступально.

У другому випадку на рис. 23 г кінець останнього вектора $\vec{F}_4$ точно збігається з початковою точкою O. У результаті цього утворюється замкнений силовий многокутник, що свідчить про рівність нулю головного вектора системи сил. Цей результат означає, що перша головна умова рівноваги повністю виконується, тому тіло перебуває у стані поступального спокою або здійснює рівномірний прямолінійний рух.

На практиці умови стійкої рівноваги тіла, яке має фіксовану вісь обертання, визначаються такими положеннями:

- центр тяжіння тіла перебуває нижче осі обертання;

- у разі малого відхилення тіла від положення рівноваги рівнодійна прикладених сил повертає його в початковий стан.

На практиці умови стійкої рівноваги тіла, яке розташоване на гладкій поверхні, визначаються такими положеннями:

- центр тяжіння тіла перебуває на мінімальній висоті, що забезпечує мінімальне значення його потенціальної енергії;

- у разі малого відхилення тіла від положення рівноваги рівнодійна прикладених сил повертає його в початковий стан.

На практиці умови стійкої рівноваги нахиленого тіла на горизонтальній опорі визначаються такими положеннями:

- вертикальна лінія, проведена через центр тяжіння тіла, обов'язково перетинає площу його опори;

- момент сили, що відхиляє тіло від положення рівноваги, є меншим за момент сили тяжіння, який протидіє цьому відхиленню.

Як приклад розглянемо рис. 24, де граничний стан стійкості тіла на широкій горизонтальній опорі описує рівняння:

$$mgl = Fh,$$

де F – модуль сили, яка відхиляє тіло від положення рівноваги;

l – плече сили тяжіння відносно ребра опори;

h – плече сили, яка відхиляє тіло;

g – модуль прискорення вільного падіння;

m – маса тіла.

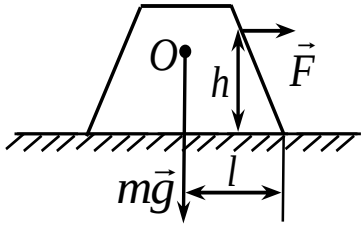


Рис. 24

Стійкість тіла визначається його власними геометричними та фізичними властивостями, а також характеристиками опори, на якій воно розміщене:

- збільшення загальної маси тіла підвищує його інертність і здатність зберігати статичний стан;

- розширення геометричних меж площі опори суттєво мінімізує ризики перекидання тіла;

- зменшення висоти точки прикладання зовнішньої сили зменшує перекидальний момент і підвищує стійкість рівноваги.

Комплексний аналіз розглянутих аналітичних та геометричних методів визначає фундаментальні закони статичної рівноваги. Поєднання енергетичних критеріїв потенціальної енергії з векторними рівняннями сил та моментів забезпечує надійний математичний апарат для розрахунку механічних систем будь-якої складності. Розуміння цих принципів дозволяє точно прогнозувати поведінку

тіл у стані спокою та успішно розв'язувати прикладні інженерні задачі сучасної техніки.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закони статичної рівноваги є теоретичним фундаментом для розрахунку вогнестійкості будівель, оцінки ризиків раптового руйнування споруд та забезпечення безпеки людей і пожежних підрозділів. Розрахунок параметрів рівноваги дозволяє інженерам спроєктувати надійні опорні вузли та вчасно виявити загрозу втрати стабільності конструкцій будівлі під впливом високих температур.

1. *Стійкість конструкцій при термічному впливі пожежі.*

Під час розвитку пожежі в приміщенні температура середовища стрімко зростає, що безпосередньо впливає на стійкість тримального каркаса будівлі.

- *Механізм порушення балансу сил*. Сильне нагрівання викликає значні термічні деформації балок, колон та перекриттів, а також призводить до появи нерівномірних температурних напружень у матеріалах. Унаслідок цього порушуються умови статичної рівноваги, оскільки сума всіх прикладених зовнішніх сил і моментів відносно осей опор перестає дорівнювати нулю.

- *Наслідки руйнування елементів*. Якщо через деформацію геометрична структура системи порушується, вона безповоротно втрачає статичну рівновагу. Це призводить до раптового обвалення

великих елементів споруди, що створює смертельну загрозу для людей у будівлі та значно ускладнює проведення тактичних дій з ліквідації горіння.

2. *Інженерний розрахунок протипожежних навантажень*.

При проєктуванні цивільних та промислових об'єктів інженери заздалегідь закладають у розрахунки стійкості потенційні температурні впливи.

- *Утримання рівноваги у часі*. Необхідно, щоб конструкція будівлі гарантовано зберігала статичну рівновагу протягом чітко визначеного часу, який офіційно називається межею вогнестійкості.

- *Забезпечення умов для порятунку*. Утримання балансу сил та моментів протягом цього критичного інтервалу часу дозволяє організувати безпечну евакуацію людей, роботу автоматичних систем захисту та безперешкодне розгортання сил і засобів оперативних розрахунків пожежної охорони.

3. *Оперативна оцінка конструктивних ризиків*.

Керівник гасіння пожежі на основі законів статики має постійно прогнозувати поведінку елементів будівлі безпосередньо під час ліквідації надзвичайної ситуації.

- *Прогнозування зон обвалення*. Важливо за непрямими ознаками (тріщинами, прогинами, зміною кольору металу) вчасно передбачити, які саме конструктивні елементи можуть найближчим часом втратити рівновагу.

- *Захист особового складу*. Своєчасний розрахунок потенційних зон руйнування дозволяє

оперативно вивести людей із небезпечних секторів та не піддавати рятувальників ризику потрапляння під завали.

- *Приклад практичного аналізу аварійної ситуації.* Під час пожежі в складському приміщенні температура досягла значення $700^{\circ}C$. Металева балка, що підтримувала міжповерхове перекриття, почала інтенсивно деформуватися через критичну втрату міцності сталі під дією високої температури. Внаслідок значного термічного вигину змістилися точки прикладання реакцій опор – сумарний момент зовнішніх сил і навантажень перестав дорівнювати нулю. Як наслідок, конструкція повністю втратила статичну рівновагу, що призвело до миттєвого обвалення частини бетонного перекриття.

§16. Гармонічні коливання. Диференціальне рівняння гармонічних коливань

Коливанням називається всякий рух або зміна стану тіла, що характеризується тим чи іншим ступенем повторюваності в часі значень фізичних величин, які визначають цей рух або стан тіла.

Коливання називаються періодичними, якщо значення фізичних величин, які змінюються в процесі коливань, повторюються через однакові проміжки часу T:

$$x(t) = x(t+T),$$

де T – стала величина, яку називають *періодом коливань*.

Коливання називаються *вільними* або *власними*, якщо вони здійснюються за рахунок енергії, яка була надана системі, за відсутності в подальшому зовнішніх періодичних впливів на коливну систему.

Найпростішим типом періодичних коливань є так звані гармонічні коливання.

Гармонічними коливаннями *називаються коливання, під час яких значення фізичної величини змінюється з часом за законом косинуса (синуса).*

Нехай матеріальна точка здійснює вільні гармонічні коливання вздовж осі координат *OX* біля положення рівноваги, яке прийняте за початок координат.

Тоді залежність координати x від часу t задається рівнянням:

$$x = x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де x – зміщення коливної точки;

A – амплітуда коливання $(A = x_{\max})$;

ω_0 – власна циклічна частота;

$\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза коливань в момент часу t;

φ_0 – початкова фаза коливань.

Одиницею вимірювання зміщення та амплітуди в Міжнародній системі одиниць СІ є метр: $[x] = \text{м},\ [A] = \text{м}.$

Характерною ознакою гармонічного коливання є те, що величини A, ω_0, φ_0 не змінюються в процесі коливань.

Частотою коливань *називається кількість повних коливань, що здійснюються за одиницю часу*:

$$\nu = \frac{N}{t},$$

де N – кількість коливань, виконаних за час t.

Одиницею вимірювання частоти коливання в Міжнародній системі одиниць СІ є секунда в мінус першому степені: $[\nu] = \text{с}^{-1}$.

Частота коливань – величина, яка обернена до періоду коливань:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Періодом коливань *називається проміжок часу, за який здійснюється одне повне коливання*:

$$T = \frac{t}{N}.$$

Одиницею вимірювання періоду в Міжнародній системі одиниць СІ є секунда: $[T] = \text{с}$.

Оскільки за час T здійснюється одне повне коливання, фаза коливань отримує приріст 2π, тобто:

$$\omega_0(t+T) + \varphi_0 = (\omega_0 t + \varphi_0) + 2\pi,$$

звідки безпосередньо випливає формула для визначення періоду коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

З урахуванням цього зв'язку, *власну циклічну частоту* системи можна виразити через проміжок часу та кількість коливань таким чином:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\frac{N}{t}.$$

Власна циклічна частота *дорівнює кількості повних коливань, що здійснюється за* 2π с.

Одиницею вимірювання власної циклічної частоти в Міжнародній системі одиниць СІ є радіан на секунду: $[\omega_0] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Фаза коливань *– величина, яка стоїть під знаком косинуса або синуса.*

За заданої амплітуди фаза визначає стан коливальної системи у будь-який момент часу:

$$\varphi = \omega_0 t = 2\pi \frac{t}{T},$$

де $\frac{t}{T}$ – частина періоду, яка минула від початку коливань.

Будь-якому значенню часу, вираженому в частинах періоду, відповідає значення фази, виражене в радіанах: $t = \frac{T}{4}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ тощо.

Одиницею вимірювання фази в Міжнародній системі одиниць СІ є радіан: $[\varphi] = \text{рад}$.

Коливальний процес характеризується ***швидкістю*** *і* ***прискоренням*** *коливної точки*:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \upsilon_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$a_x = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = a_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi),$$

де υ_x – проєкція швидкості коливної точки на вісь OX;

$\upsilon_0 = A\omega_0$ – амплітуда швидкості;

a_x – проєкція прискорення коливної точки на вісь OX;

$a_0 = A\omega_0^2$ – амплітуда прискорення.

Одиницею вимірювання швидкості в Міжнародній системі одиниць СІ є метр на секунду: $[\upsilon] = \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Одиницею вимірювання прискорення в Міжнародній системі одиниць СІ є метр на секунду в квадраті: $[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Зміщення, швидкість і прискорення точки, що гармонічно коливається, є періодичними функціями часу з однаковими циклічною частотою ω_0 і періодом T.

Фаза швидкості відрізняється від фази зміщення на $\frac{\pi}{2}$, *а фаза прискорення відрізняється від фази зміщення на* π (рис 25).

У моменти часу, коли $x = 0$, швидкість υ набуває найбільшого значення, коли ж x досягає максимального від'ємного значення, то прискорення a набуває найбільшого додатного значення.

Прискорення завжди напрямлене до положення рівноваги: віддаляючись від положення рівноваги, коливна точка рухається сповільнено, наближаючись до нього – прискорено.

Прискорення прямо пропорційне до зміщення, а його напрямок протилежний до напрямку зміщення.

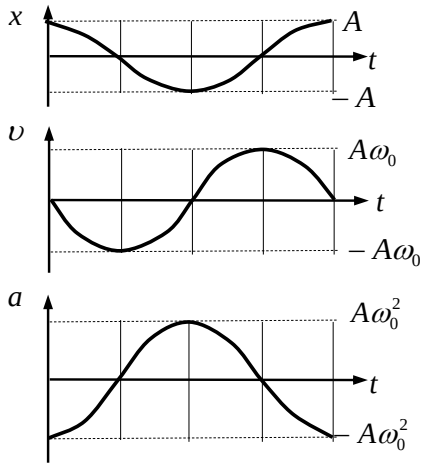


Рис. 25

Другий закон Ньютона дає змогу в загальному вигляді записати *зв'язок між силою і прискоренням для вільних гармонічних коливань матеріальної точки з масою* m:

$$F_x = m\,a_x = -m\,A\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \; = -m\,\omega_0^2\,x = -k\,x\,,$$

де F_x – проєкція сили на вісь OX.

Сила, що діє на матеріальну точку, яка коливається, прямо пропорційна модулю її зміщення і завжди напрямлена до положення рівноваги. Тому її називають *повертальною силою*.

Фаза сили збігається з фазою прискорення.

Прикладом сил, що задовольняють співвідношення $F_x = -k\,x$, є пружні сили.

Сили, що мають іншу природу, ніж пружні сили, але також задовольняють умову $F_x = -k\,x$,

називаються *квазіпружними*, а величина $k = m\omega_0^2$ – називається *коефіцієнтом квазіпружної сили*.

Для математичного опису вільних гармонічних коливань розглянемо рух матеріальної точки вздовж осі координат OX, на яку діє квазіпружна сила:

$$F = -k\,x\,.$$

Згідно з другим законом Ньютона, динамічне рівняння руху цієї матеріальної точки запишеться у вигляді:

$$-k\,x = ma_x.$$

У фізиці для позначення диференціювання за часом часто використовують компактну *нотацію Ньютона*, де дві крапки над символом координати ($\ddot{x}$) означають другу похідну:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{d\,t^2} = \ddot{x}\,.$$

Використовуючи нотацію Ньютона для похідних за часом, перепишемо отриману рівність руху таким чином:

$$-k\,x = m\ddot{x}.$$

Перенісши всі доданки в ліву частину, запишемо диференціальне рівняння руху матеріальної точки у загальному вигляді:

$$m\ddot{x} + k\,x = 0.$$

Розділивши ліву і праву частини отриманого виразу на масу матеріальної точки, приведемо його до такого вигляду:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0.$$

Для переходу до рівняння коливального процесу приймемо, що:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2.$$

У результаті такої заміни отримаємо ***диференціальне рівняння вільних гармонічних коливань*:**

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Загальними розв'язками цього диференціального рівняння є функції:

$$x_1 = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ або } x_2 = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0').$$

Кінетична енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання, дорівнює:

$$W_к = \frac{1}{2} m \upsilon^2 = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенціальна енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання під дією квазіпружної сили, дорівнює:

$$W_р = -\int_0^x F_x dx = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2 = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Кінетична і потенціальна енергії здійснюють гармонічні коливання з циклічною частотою $2\omega_0$ і амплітудою $\frac{1}{4} m A^2 \omega_0^2$.

Повна механічна енергія коливної точки:

$$W = W_к + W_р = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 = \frac{m \upsilon_{\max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}.$$

Одиницею вимірювання енергії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль: $[W] = \text{Дж}$.

Графіки залежностей $W_к$, $W_р$ і W від часу t для випадку $\varphi_0 = 0$ наведено на рис. 26.

Квазіпружна сила є консервативною. Тому повна енергія гармонічного коливання залишається сталою. У процесі коливання відбувається перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки.

У момент найбільшого відхилення точки від положення рівноваги повна енергія складається лише з потенціальної енергії. Під час проходження точки через положення рівноваги повна енергія складається лише з кінетичної енергії, яка в цей момент є максимальною.

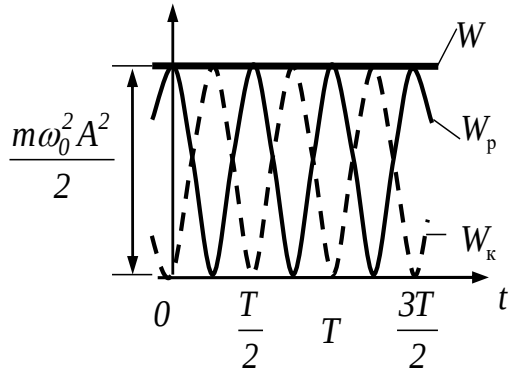


Рис. 26

Повна інваріантність механічної енергії та строга періодичність коливного процесу свідчать про енергетичну замкненість розглянутої ідеалізованої системи. Проте в реальних фізичних

умовах і технічних пристроях на тіло часто діє одночасно кілька незалежних повертальних сил різної природи, що викликає необхідність детального вивчення результуючого руху шляхом геометричного додавання окремих гармонічних коливань однакового напрямку.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки теорія механічних гармонічних коливань є математичним інструментом для моделювання динамічної поведінки будівельних елементів під час термічного навантаження та розрахунку елементів механічної автоматики. Аналіз диференціального рівняння коливань дозволяє оцінити зміну фізичних властивостей матеріалів під дією вогню та спрогнозувати стійкість технічних систем.

1. *Термічна трансформація параметрів коливальних систем*.

Будь-який будівельний елемент (балка, колона, міжповерхове перекриття) можна розглядати як коливальну систему, характеристики якої жорстко залежать від пружних властивостей матеріалу.

- *Зміна коефіцієнта жорсткості*. У диференціальному рівнянні вільних гармонічних коливань $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ циклічна частота визначається як $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, де k – коефіцієнт жорсткості. Під час пожежі екстремальне нагрівання сталі чи залізобетону послаблює молекулярні зв'язки, що

призводить до стрімкого падіння коефіцієнта жорсткості конструкції.

- *Зниження власної частоти вібрацій*. Оскільки жорсткість k зменшується, власна частота коливань ω_0 тримального елемента також зменшується. В інженерній практиці цей фізичний ефект використовують для безконтактного моніторингу вогнестійкості: фіксація падіння частоти природних мікровібрацій будівлі є прямим сигналом про критичну втрату матеріалом тримальної здатності та загрозу раптового обвалення каркаса.

2. *Функціонування коливальних вузлів протипожежної автоматики та спецтехніки*.

Закони механічних гармонічних коливань лежать в основі роботи пристроїв, що забезпечують безпеку рятувальників та стабільність технічних засобів.

- *Пружинні запірні вузли.* У механічних демпферах, редукторах тиску та зворотних клапанах дренчерних систем рух рухомого затвора під дією пружини описується законами коливань лінійного гармонічного осцилятора. Розрахунок періоду та амплітуди цих коливань необхідний для запобігання автоколиванням клапана – явища, що викликає небезпечні гідравлічні пульсації в системі.

- *Інерційні датчики спецтехніки*. На висотних пожежних автодрабинах встановлюються механічні та п'єзорезонансні акселерометри (крутильні та пружинні маятники). При виникненні небезпечних нахилів або різких коливань стріли ці датчики змінюють параметри свого гармонічного руху.

Диференціальні рівняння описують їхню поведінку під дією сил інерції, що дозволяє автоматиці спецтехніки миттєво заблокувати небезпечний маневр та захистити людей на робочій платформі.

- *Значення коливального аналізу*. Розрахунок параметрів механічних гармонічних коливань дає можливість інженерам аналізувати термічну деструкцію споруд за зміною їхнього частотного спектра та проєктувати надійні механічні вузли протипожежного обладнання.

§17. Додавання гармонічних коливань однакового напрямку і однакової частоти. Биття

Нехай матеріальна точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакової частоти, які напрямлені вздовж однієї прямої OX:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}).$$

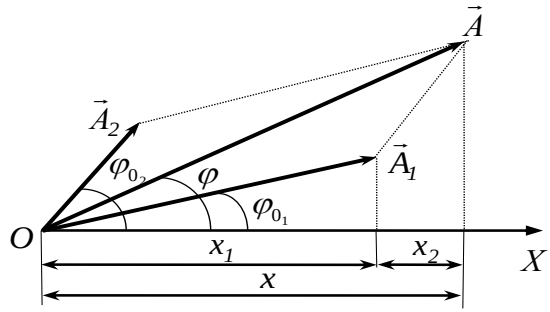


Рис. 27

Відкладемо з точки O під кутом φ_{0_1} вектор амплітуди $\vec{A}_1$, а під кутом φ_{0_2} – вектор амплітуди $\vec{A}_2$ (рис. 27).

Оскільки вектори $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$ обертаються з однаковою кутовою швидкістю, то різниця фаз $\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}$ між ними є сталою.

Результуюче коливання можна подати вектором амплітуди $\vec{A}$, що дорівнює сумі векторів $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$: $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ і який обертається навколо точки O з тією самою кутовою швидкістю ω_0, що й вектори $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$.

Результуюче коливання описуються рівнянням:

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega_0 t + \varphi),$$

де x – сумарне зміщення матеріальної точки;

A – амплітуда результуючого коливання;

φ – початкова фаза.

Застосовуючи теорему косинусів до одного з трикутників, на які паралелограм розбивається діагоналлю, із рис. 27 видно, що:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}),$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_{0_1} + A_2\sin\varphi_{0_2}}{A_1\cos\varphi_{0_1} + A_2\cos\varphi_{0_2}}.$$

Амплітуда A результуючого коливання залежить від різниці початкових фаз $\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}$ коливань, що додаються.

Можливі значення A лежать в межах:

$$|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2,$$

де вираз у лівій частині відображає модуль різниці амплітуд коливань.

Під час додавання коливань, для яких різниця фаз становить:

$$\Delta\varphi = \pm 2m\pi \ \ (m = 0,1,2,...),$$

амплітуда результуючого коливання дорівнює сумі їхніх амплітуд:

$$A = A_1 + A_2.$$

Під час додавання коливань, для яких різниця фаз становить:

$$\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi \ \ (m = 0,1,2,...),$$

амплітуда результуючого коливання дорівнює модулю різниці їхніх амплітуд:

$$A = |A_2 - A_1| = |A_1 - A_2|.$$

Розглянемо аналітичний метод знаходження результуючого коливання у деяких простих випадках.

- *Частоти і фази коливань однакові, амплітуди різні*:

$$x = x_1 + x_2 = A_1\cos(\omega_0 t + \varphi_0) +$$
$$+ A_2\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = (A_1 + A_2)\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Амплітуда результуючого коливання дорівнює сумі їхніх амплітуд: $A_р = A_1 + A_2$.

- *Частоти і амплітуди коливань однакові, фази відрізняються на* φ *:*

$$x = x_1 + x_2 = A\cos\omega_0 t + A\cos(\omega_0 t + \varphi) = 2A\cos\frac{\varphi}{2}\cos\left(\omega_0 t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Амплітуда результуючого коливання $A_р = 2A\cos\frac{\varphi}{2}$ менша суми їхніх амплітуд.

Зокрема, якщо $\varphi = \pi$, то $A_р = 0$.

- *Частоти і амплітуди коливань різні: у загальному випадку внаслідок додавання односпрямованих коливань із різними частотами та амплітудами результуючий процес не є гармонічним.*

Згідно з методом векторних діаграм, сумарний вектор амплітуди пульсує за модулем і обертається зі змінною кутовою швидкістю, оскільки складові вектори мають різні швидкості обертання. Унаслідок цього сумарним рухом буде складний ангармонічний коливальний процес, який можна подати як суперпозицію окремих гармонічних складових.

Особливий інтерес становить випадок, коли два однонаправлені коливання мало відрізняються за частотою.

Періодичні зміни амплітуди, що виникають унаслідок такої суперпозиції, називаються *биттям.*

Нехай *амплітуди та початкові фази коливань*:

$$A_1 = A_2 = A,\ \varphi_{0_1} = \varphi_{0_2} = 0,$$

а їхні *частоти* дорівнюють:

ω_0 та $\omega_0 + \Delta\omega$, причому $\Delta\omega << \omega_0$.

Тоді рівняння коливань матимуть вигляд:

$$x_1 = A\cos\omega_0 t,\ x_2 = A\cos(\omega_0 t + \Delta\omega t).$$

Застосувавши тригонометричну формулу суми косинусів, для *результуючого зміщення* отримаємо:

$$x = x_1 + x_2 = \left(2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \right)\cos\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega_0}{2} \right)t.$$

Зважаючи на умову $\Delta\omega << \omega_0$, доданком у другому множнику $\frac{\Delta\omega}{2}$ можна знехтувати, що дає наближений вираз для биття:

$$x \approx \left(2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \right)\cos\omega_0 t\,.$$

Оскільки $\Delta\omega << \omega_0$, то множник $2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t$ змінюється набагато повільніше, ніж множник $\cos\omega_0 t$. Тому *результуюче коливання x можна розглядати як гармонічне з частотою* ω_0 *й амплітудою:*

$$A_\delta = \left| 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \right|,$$

де A_δ – амплітуда биття;

$\Delta\omega$ – різниця частот коливань, що додаються.

Графічно та фізично амплітуда є строго додатною величиною, тому математично вона визначається за модулем. Оскільки операція модуля дзеркально відображає всі від'ємні півхвилі косинуса у додатну зону, кожен колишній мінімум перетворюється на новий максимум.

Внаслідок цього амплітуда результуючого коливання встигає досягти максимального значення двічі за один повний період зміни самого косинуса.

Отже, частота зміни амплітуди биття є вдвічі більшою за частоту зміни цього гармонічного множника.

Частота биття дорівнює різниці частот складових коливань:

$$\omega_{\delta} = \Delta\omega .$$

Період биття визначається співвідношенням:

$$T_{\delta} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

Суцільні лінії на рис. 28 відображають графік результуючого коливання у разі $\frac{\omega}{\Delta\omega} = 10$, а штрихова лінія – огинаючу графіку амплітуди A_{δ}.

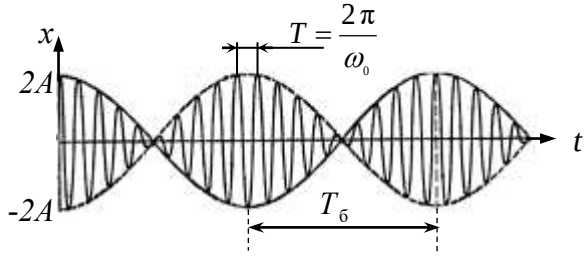


Рис 28

Аналіз розглянутих процесів свідчить про те, що додавання коливань однакового напрямку дозволяє ефективно керувати амплітудними характеристиками результуючого руху, що широко використовується в акустиці, радіотехніці та системах зв'язку.

Проте у реальних механічних та електронних пристроях тіло або матеріальна точка часто здійснює

коливальні рухи у різних просторових вимірах одночасно, що викликає необхідність детального вивчення складніших траєкторій, які виникають під час додавання взаємно перпендикулярних коливань.

В контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закони додавання гармонічних коливань описують специфічні вібраційні процеси в технічному обладнанні та протипожежних гідравлічних мережах. Розрахунок коливальних параметрів дозволяє інженерам вчасно виявляти приховані дефекти в техніці, оптимізувати режими сумісної роботи агрегатів та запобігати руйнуванню конструкцій від накопиченої втоми матеріалів.

1. *Ефект биття в насосних агрегатах пожежних автомобілів*.

Прикладом накладання коливальних процесів у лінійних системах із близькими частотами є виникнення явища биття під час транспортування вогнегасних речовин.

- *Накладання коливань від кількох джерел*. Під час паралельної роботи кількох відцентрових пожежних насосів або при одночасному підключенні двох спецавтомобілів до однієї водопровідної мережі виникають періодичні пульсації тиску води. Оскільки двигуни машин працюють на близьких, але не повністю ідентичних частотах ($\omega_1 \approx \omega_2$), ці механічні коливання стовпа рідини накладаються в одному напрямку.

- *Наслідки періодичного зростання амплітуди*. Виникнення биття призводить до того, що результуюча амплітуда тиску в пожежних рукавах починає циклічно пульсувати від мінімального значення до критично високого із частотою биття $\omega_\delta = |\omega_1 - \omega_2|$. Такі періодичні гідравлічні перевантаження створюють небезпеку розриву рукавних ліній, порушують стабільність подачі вогнегасної речовини та ускладнюють утримання пожежного ствола рятувальником. Синхронізація обертів двигунів та впровадження демпферів дозволяють усунути ці низькочастотні коливання.

2. *Вібраційний моніторинг промислових вентиляторів.*

Закони суперпозиції коливань однакової частоти та напрямку застосовуються для аналізу надійності потужних систем протидимного захисту, де динамічні коливання від обертання ротора та коливання опорної платформи можуть збігатися.

- *Синхронні коливання елементів*. Якщо ці процеси відбуваються в одній фазі ($\Delta\varphi = 0$), виникає явище максимального підсилення, за якого результуюча амплітуда вібрації вентиляційного агрегату подвоюється.

- *Профілактика аварійного іскріння*. Постійний контроль зсуву фаз і амплітудно-частотних характеристик дозволяє інженерам уникнути критичного ексцентричного зміщення деталей. Запобігання максимальному амплітудному підсиленню усуває ризик заклинювання крильчатки,

локального перегріву підшипникових вузлів та появи фрикційних іскор, що є критично важливим для забезпечення вибухобезпеки у пожежонебезпечних та легкозаймистих середовищах.

§18. Додавання взаємно перпендикулярних коливань

Нехай матеріальна точка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях з однаковою частотою у двох взаємно перпендикулярних напрямках – вздовж осі OX та вздовж осі OY (рис. 29).

Якщо збудити обидва коливання, матеріальна точка рухатиметься по деякій криволінійній траєкторії, форма якої залежить від їхньої різниці фаз.

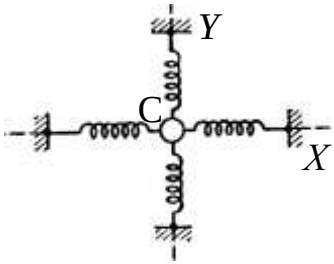


Рис. 29

Виберемо початок відліку часу так, щоб початкова фаза першого коливання дорівнювала нулю. Тоді рівняння коливань матимуть такий вигляд:

$$x = A\cos\omega_0 t,\ y = B\cos(\omega_0 t + \varphi),$$

де φ – різниця фаз складових коливань.

Ці вирази є параметричною формою рівняння траєкторії, по якій рухається точка, що бере участь в обох коливаннях.

Щоб знайти рівняння траєкторії в аналітичному вигляді, необхідно вилучити з цих рівнянь параметр t. У результаті матимемо:

$$\frac{x^2}{A^2} - 2\frac{x}{A}\frac{y}{B}\cos\varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\varphi,$$

де x та y – поточні координати матеріальної точки;

A та B – амплітуди коливань вздовж осей OX та OY відповідно;

φ – різниця фаз складових коливань.

Це рівняння еліпса, осі якого повернуті відносно осей OX і OY. Орієнтація еліпса та величини його півосей залежать від амплітуд A і B та різниці фаз φ.

Розглянемо частинні випадки.

1. $\varphi = \pm 2m\pi \quad (m = 0,\ 1,\ 2,...)$.

Тоді: $\left(\frac{x}{A} - \frac{y}{B}\right)^2 = 0$ звідси $y = \frac{B}{A}x$.

Результуюче коливання є гармонічним вздовж прямої $y = \frac{B}{A}x$ із частотою ω_0 та амплітудою $\sqrt{A^2 + B^2}$ (рис. 30). Пряма утворює з віссю OX кут $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{B}{A}$.

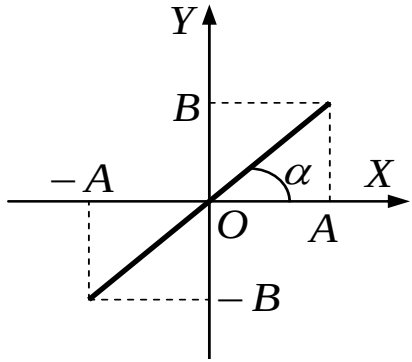


Рис. 30

2. $\varphi = \pm(2m+1)\pi \ \ (m = 0,\ 1,\ 2,...)$.

Тоді: $\left(\frac{x}{A} + \frac{y}{B}\right)^2 = 0$ звідси $y = -\frac{B}{A}x$.

Результуюче коливання є гармонічним вздовж прямої $y = -\frac{B}{A}x$ (рис. 31).

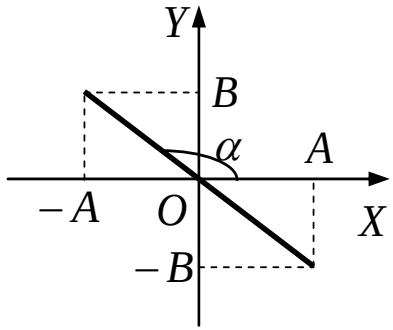


Рис. 31

3. $\varphi = \pm(2m+1)\frac{\pi}{2} \ \ (m = 0,\ 1,\ 2,...)$.

Тоді: $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$.

Це рівняння еліпса, осі якого збігаються з осями координат, а його півосі дорівнюють амплітудам A *та* B *відповідно* (рис. 32).

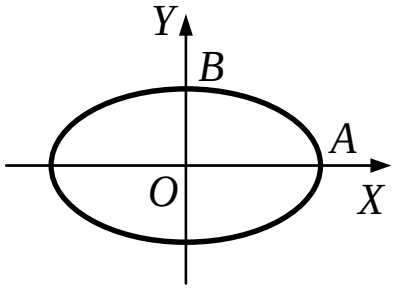


Рис. 32

Якщо $A = B,$ то *еліпс переходить у коло*.

Із загального рівняння траєкторії для цього випадку випливають два значення різниці фаз:

$$\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2} \text{ та } \varphi = -(2m+1)\frac{\pi}{2}.$$

Вони відрізняються лише напрямком руху точки по колу (за годинниковою стрілкою чи проти неї).

- За додатної різниці фаз коливання вздовж вертикальної осі випереджають коливання вздовж горизонтальної осі, тому матеріальна точка рухається по колу проти ходу годинникової стрілки.

- За від'ємної різниці фаз коливання вздовж вертикальної осі відстають за фазою, тому рух матеріальної точки по колу відбувається за ходом годинникової стрілки.

Якщо частоти взаємно перпендикулярних коливань різні, то траєкторія результувального руху стає досить складною.

Точка, яка одночасно бере участь у двох таких коливаннях, описує замкнені криві, що називаються ***фігурами Ліссажу***.

Форма цих кривих залежить від співвідношення амплітуд, частот та різниці фаз складових коливань (рис. 33).

Жуль Антуан Ліссажу *(1822–1880) – французький фізик і математик. У 1855 році він розробив оптичний метод дослідження взаємно перпендикулярних коливань за допомогою дзеркал та камертонів, завдяки якому вперше візуалізував їхні замкнені траєкторії – відомі сьогодні фігури Ліссажу, що згодом стали основою для вимірювання частот і фаз сигналів у сучасній осцилографії.*

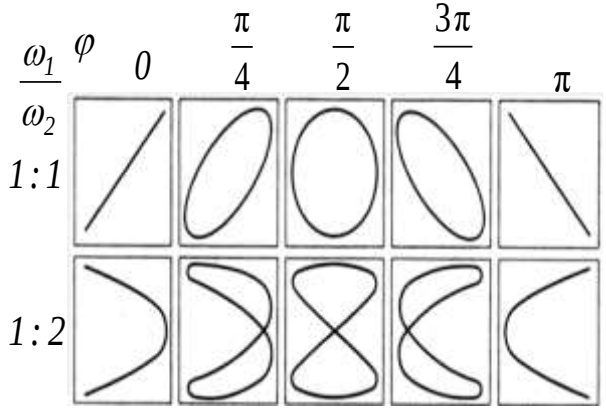


Рис. 33

Відношення кількості точок дотикання фігур Ліссажу до відповідних сторін прямокутника збігається з відношенням частот складових коливань:

$$\frac{N_x}{N_y} = \frac{\nu_y}{\nu_x} = \frac{\omega_y}{\omega_x},$$

де N_x та N_y – кількості точок дотикання кривої до вертикальної та горизонтальної сторін уявного прямокутника, що обмежує фігуру;

ν_x, ν_y та ω_x, ω_y – частоти й власні циклічні частоти коливань уздовж відповідних координатних осей.

Геометричний зміст цього правила полягає у зворотній пропорційності між кількістю перетинів та швидкістю руху точки вздовж осей. Оскільки вертикальні сторони обмежувального прямокутника фіксують крайні зміщення матеріальної точки по горизонталі, то кількість точок дотикання до цих сторін є прямо пропорційною частоті коливань саме вздовж горизонтальної осі.

Відповідно, кількість дотиків до горизонтальних меж визначається частотою вертикального руху. Тому, підрахувавши просту кількість піків кривої на екрані осцилографа, можна миттєво визначити точне математичне співвідношення частот двох невідомих коливань.

Дослідження геометричної структури фігур Ліссажу та аналітичних закономірностей плоского руху повністю завершує вивчення класичних моделей додавання ідеальних гармонічних коливань.

Проте всі розглянуті досі коливальні процеси відбувалися у абстрактних умовах без урахування

опору середовища, що дозволяло їхній повній механічній енергії залишатися незмінною.

Оскільки будь-які реальні технічні та природні системи неминуче втрачають енергію на подолання сил тертя, виникає потреба перейти до аналізу принципово нового класу коливань – згасаючих коливань.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз процесів додавання взаємно перпендикулярних коливань є важливим для діагностики складних деформацій висотної техніки та роторного обладнання. Розрахунок геометричних траєкторій результуючого коливання дає змогу точно оцінювати втому матеріалів, надійно захищати елементи механізмів від передчасного руйнування та гарантувати стійкість споруд під дією просторових динамічних навантажень.

1. *Двовимірні коливання висотних пожежних автодрабин*.

Конструкції висотної рятувальної техніки під час експлуатації зазнають складних просторових коливань, які моделюються як додавання ортогональних коливальних процесів.

- *Складна траєкторія зміщення стріли*. Під час проведення рятувальних робіт на великій висоті довга висунута стріла пожежної автодрабини зазнає одночасного впливу кількох сил. На неї діють вертикальні коливання від переміщення людей і

роботи гідравліки, а також горизонтальні коливання від поривів бічного вітру.

- *Аналіз міцності через фігури Ліссажу*. Ці взаємно перпендикулярні коливання змушують вершину драбини описувати в просторі складні еліптичні або петлеподібні траєкторії. Розрахунок цих просторових фігур дозволяє встановити межі допустимих деформаційних амплітуд, щоб повністю виключити ризик руйнування металевого каркаса та падіння людей з висоти.

2. *Просторова діагностика обертових валів пожежних насосів*.

Суперпозиція взаємно перпендикулярних коливань є базовим інструментом для вібродіагностики стаціонарних пожежних насосів великої потужності.

- *Виявлення прихованих дефектів*. Через нерівномірний знос підшипникових вузлів або нецентрованість ротора виникають поперечні вібрації вала у двох взаємно перпендикулярних напрямках.

- *Запобігання термічному перегріву*. Поєднання цих коливань створює складний просторовий рух осі вала. Моніторинг цієї траєкторії за допомогою лазерних датчиків дозволяє вчасно виявити перекіс ротора на початковій стадії. Це допомагає запобігти сильному фрикційному нагріванню контактних поверхонь, що мінімізує ризик виникнення потенційного джерела запалювання в насосному відділенні.

§19. Диференціальне рівняння згасаючих коливань і його розв'язок

Усі реальні коливальні системи є дисипативними. Енергія механічних коливань таких систем поступово витрачається на роботу проти сил опору, тому *вільні коливання завжди є згасаючими*.

Для математичного опису цього процесу розглянемо рух матеріальної точки вздовж осі координат OX, на яку одночасно діють такі сили:

- *квазіпружна сила*:

$$F = -k\,x;$$

- *сила опору середовища*:

$$F_{\text{оп}} = -r\upsilon,$$

де r – коефіцієнт опору.

Будь-яку силу, що протидіє коливальному руху та викликає зменшення енергії системи, у фізиці називають *силою опору*. Вона може виникати як унаслідок звичайного тертя між поверхнями, так і через опір навколишнього повітря чи рідини.

Згідно з другим законом Ньютона, динамічне рівняння руху цієї матеріальної точки запишеться у вигляді:

$$-k\,x - r\,\upsilon = ma_x.$$

Використовуючи нотацію Ньютона для похідних за часом, перепишемо отриману рівність руху таким чином:

$$-k\,x - r\,\dot{x} = m\,\ddot{x}.$$

Перенісши всі доданки в ліву частину, запишемо диференціальне рівняння руху матеріальної точки у загальному вигляді:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0.$$

Розділивши ліву і праву частини отриманого виразу на масу матеріальної точки, приведемо його до такого вигляду:

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Для переходу до рівняння коливального процесу приймемо, що:

$$\frac{r}{m} = 2\beta\ ,\ \frac{k}{m} = \omega_0^2\ .$$

У результаті такої заміни отримаємо ***диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань*:**

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0\ ,$$

де β – коефіцієнт згасання;

ω_0 – власна частота з якою здійснювались би вільні коливання за відсутності опору середовища.

Коефіцієнт згасання визначається параметрами самої системи і середовища та обчислюється за формулою:

$$\beta = \frac{r}{2m}.$$

Фізичний зміст коефіцієнта згасання *полягає в тому, що він визначає швидкість зменшення амплітуди коливань із часом унаслідок дисипації енергії.*

Одиницею вимірювання коефіцієнта згасання в Міжнародній системі одиниць СІ є секунда в мінус першому степені: $[\beta] = \text{с}^{-1}$.

Коефіцієнт опору також визначається параметрами самої системи і середовища та обчислюється за формулою:

$$r = \frac{F_{\text{оп}}}{\upsilon}.$$

Фізичний зміст коефіцієнта опору *полягає в тому, що він чисельно дорівнює силі опору, яка діє на тіло під час його руху в цьому середовищі з одиничною швидкістю*.

Одиницею вимірювання коефіцієнта опору в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм на секунду: $[r] = \frac{\text{кг}}{\text{с}}$.

Загальний розв'язок диференціального рівняння вільних згасаючих гармонічних коливань за умови $\omega_0 > \beta$ ***:***

$$x = A_0 \exp(-\beta t)\cos(\omega t + \varphi),$$

де $A_0 \exp(-\beta t)$ – *амплітуда згасаючих коливань*,

A_0 – початкова амплітуда;

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – *циклічна частота вільних згасаючих коливань дисипативної системи*.

Амплітуда згасаючих коливань зменшується з плином часу, і то швидше, чим більший коефіцієнт опору і чим менша маса коливного тіла.

Згасаючі коливання – неперіодичні коливання, бо в них ніколи не повторюються, наприклад,

максимальні значення зміщення, швидкості і прискорення.

Однак під час згасаючих коливань величина x перетворюється в нуль, змінюючись в один і той самий бік, а також досягає максимальних і мінімальних значень через однакові проміжки часу:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}}.$$

Величину T тому називають *умовним періодом згасаючих коливань.*

Графік залежності x від часу наведений на рис. 34.

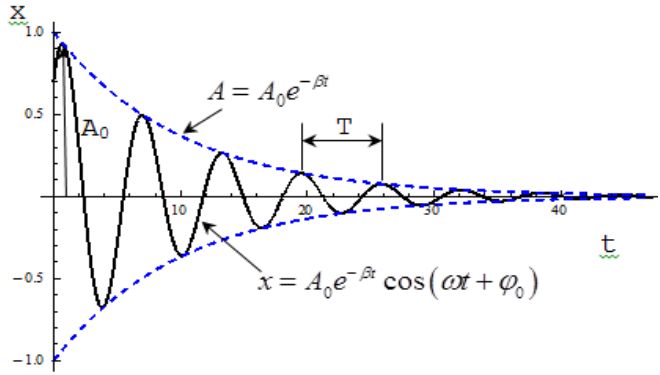


Рис. 34

У випадку, коли сили опору середовища є занадто великими і коефіцієнт згасання перевищує або дорівнює власній циклічній частоті ($\beta \geq \omega_0$) коливальний процес повністю зникає. За таких умов виведена раніше тригонометрична функція втрачає свій фізичний зміст, а матеріальна точка після

початкового відхилення просто аперіодично повертається до положення рівноваги без здійснення жодного повного коливання.

Для детального кількісного аналізу процесу введемо *основні характеристики згасаючих коливань*.

Швидкість зменшення амплітуди визначають через декремент згасання.

Декрементом згасання D *називається фізична величина, що є відношенням амплітуд двох послідовних коливань, які відбуваються через проміжок часу, що дорівнює періоду коливань* T *:*

$$D = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{\exp(-\beta t)}{\exp(-\beta(t+T))} = \exp(\beta T).$$

Логарифмічний декремент згасання *дорівнює натуральному логарифму декремента згасання*:

$$\lambda = \ln D = \beta T .$$

Декремент згасання та логарифмічний декремент згасання є безрозмірними величинами.

Іншою фундаментальною характеристикою згасаючих коливань є час релаксації.

Часом релаксації τ *називається фізична величина, що є проміжком часу, протягом якого амплітуда згасаючих коливань зменшується в* e *разів* (число $\mathrm{e} \approx 2{,}72$).

За цим означенням математичне співвідношення амплітуд за час τ запишеться у вигляді:

$$\frac{A(t)}{A(t+\tau)} = \mathrm{e} .$$

З іншого боку, підставивши значення часу релаксації в узагальнене рівняння згасання амплітуди, маємо:

$$\frac{A(t)}{A(t+\tau)} = \frac{\exp(-\beta t)}{\exp(-\beta(t+\tau))} = \exp(\beta\tau).$$

Зіставлення лівих і правих частин обох знайдених виразів дає такий математичний ланцюжок:

$$\exp(\beta\tau) = \exp(1) \Rightarrow \beta\tau = 1 \Rightarrow \beta = \frac{1}{\tau}.$$

З отриманої формули безпосередньо випливає, що *коефіцієнт згасання β є фізичною величиною, оберненою до часу релаксації*.

Фізичний зміст логарифмічного декремента згасання можна наочно розкрити через кількість коливань системи.

Для цього введемо величину N_e – кількість коливань, після яких амплітуда коливань зменшується в e разів. Оскільки повний час такого згасання дорівнює часу релаксації, то:

$$\tau = N_e T.$$

З урахуванням цього зв'язку ланцюжок перетворень набуває вигляду:

$$\lambda = \beta T = \frac{1}{\tau} T = \frac{1}{N_e T} T = \frac{1}{N_e}.$$

Логарифмічним декрементом згасання λ *називається фізична величина, обернена до кількості коливань* N_e*, за час здійснення яких амплітуда коливального процесу зменшується в* e *разів.*

Для енергетичної характеристики дисипативних властивостей системи використовують поняття добротності.

Добротністю коливальної системи Q *називають фізичну величину, яка дорівнює добутку* 2π *на відношення енергії коливальної системи в довільний момент часу* t *до зменшення цієї енергії (втраченої енергії) за проміжок часу від* t *до* $t+T$ *:*

$$Q = 2\pi \frac{W}{|\Delta W|},$$

де W – повна енергія коливальної системи;

$|\Delta W|$ – модуль її втрати за один умовний період.

Добротність коливальної системи є мірою відносної дисипації енергії. Добротність системи є тим більшою, чим меншими є втрати енергії системи.

Добротність є безрозмірною величиною. Можна показати, що розглянутий зв'язок між характеристиками згасання можна записати у вигляді розширеного математичного ланцюжка:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \pi N_e.$$

Крім енергетичного підходу, існує також силове визначення цієї характеристики коливань.

Добротністю коливальної системи Q *(у силовому контексті) називають фізичну величину, яка показує, в скільки разів квазіпружна сила (або сила пружності) більша за силу опору середовища:*

$$Q = \frac{F_{\text{квaз}}}{F_{\text{оп}}} = \frac{kx_{\max}}{r\upsilon_{\max}} = \frac{m\omega_0^2 A}{r\omega_0 A} = \frac{m\omega_0}{r} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Таким чином, чим більшою є добротність системи, тим меншим є її коефіцієнт згасання, тим повільніше зменшується амплітуда і тим більше згасаючі коливання наближаються до вільних гармонічних коливань.

Оскільки через опір середовища вільні коливання завжди згасають, для їх підтримки необхідно постійно поповнювати енергію системи ззовні, що й відбувається під час вимушених коливань.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закони згасаючих коливань визначають стабілізацію зворотних клапанів та поршневих систем після технологічних навантажень. Розрахунок параметрів згасання дозволяє інженерам забезпечити плавну роботу механізмів та суттєво знизити ризик пошкодження автоматики під час аварії.

1. *Загасання коливань в автоматичних клапанах протипожежних систем*.

Динаміка запірно-регулюючої арматури після гідравлічних збурень повністю описується диференціальним рівнянням вільних згасаючих коливань за наявності сил опору.

- *Рух елементів автоматики*. У системи автоматичного водяного пожежогасіння після різкого пуску центральних насосів або аварійного спрацьовування дренчерних вузлів керування

виникають коливання тиску рідини. Спеціальні внутрішні пружинні поршні та зворотні клапани здійснюють зворотно-поступальні рухи, які є класичним прикладом згасаючих коливань під дією сил опору середовища.

- *Стабілізація тиску рідини*. Завдяки силам внутрішнього тертя у воді та опору середовища амплітуда коливань тиску експоненціально зменшується з часом. Диференціальне рівняння дає змогу інженерам розрахувати оптимальні параметри цього загасання. Це забезпечує плавну стабілізацію руху води у трубопроводі без викривлення небезпечних гідродинамічних стрибків тиску, які могли б розірвати пожежні рукави чи пошкодити елементи мережі.

2. *Загасання коливань поршневих пневматичних приводів.*

Диференціальні рівняння згасаючих коливань є базою для розрахунку параметрів демпфування та безпечного функціонування виконавчих органів автоматики промислових об'єктів.

- *Робота аварійної автоматики*. У пневматичних системах керування пожежними засувками великих резервуарів з нафтопродуктами використовуються поршневі механізми. Під час екстреного закриття засувки поршень здійснює швидкі зворотно-поступальні рухи, які під дією сил тертя та опору повітря згасають у просторі та часі.

- *Запобігання механічним іскрам*. Ці коливання мають бути строго згасаючими, щоб система

миттєво стабілізувалася в закритому стані із заданим коефіцієнтом загасання. Якщо процес згасання буде недостатнім, тривалий коливальний рух металевого поршня викликає критичне термічне навантаження на стінки циліндра та інтенсивне фрикційне іскріння, що є неприпустимим у вибухонебезпечному парогазовому середовищі нафтобаз.

§20. Диференціальне рівняння вимушених коливань і його розв'язок. Резонанс

Вимушені коливання *– коливання, які здійснюються під дією зовнішньої періодичної сили.*

Робота цієї сили над системою забезпечує постійне надходження енергії до системи ззовні, що не дає коливанням згасати, незважаючи на дію сили опору.

Для математичного опису цього процесу розглянемо рух матеріальної точки вздовж осі координат OX, на яку одночасно діють такі сили:

- *квазіпружна сила*:

$$F = -k\,x;$$

- *сила опору середовища*:

$$F_{\text{оп}} = -r\upsilon,$$

де r – коефіцієнт опору;

- *зовнішня періодична сила*:

$$F = F_0 \cos \Omega t\,,$$

де Ω – циклічна частота зовнішньої періодичної сили.

Згідно з другим законом Ньютона, динамічне рівняння руху цієї матеріальної точки запишеться у вигляді:

$$-k\,x - r\,\upsilon + F_0 \cos\Omega\, t = m a_x.$$

Підставивши у це рівняння вирази для швидкості та прискорення через першу й другу похідні від координати за часом, отримаємо:

$$-k\,x - r\,\frac{dx}{d\,t} + F_0 \cos\Omega\, t = m\,\frac{d^2 x}{d\,t^2}.$$

Використовуючи нотацію Ньютона для похідних за часом, перепишемо отриману рівність руху таким чином:

$$-k\,x - r\,\dot{x} + F_0 \cos\Omega\, t = m\,\ddot{x}.$$

Розділивши ліву і праву частини отриманого виразу на масу матеріальної точки, приведемо його до такого вигляду:

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\,\dot{x} + \frac{k}{m}\,x = \frac{F_0}{m}\cos\Omega\, t.$$

Для переходу до рівняння коливального процесу приймемо, що:

$$\frac{r}{m} = 2\beta\ ,\ \frac{k}{m} = \omega_0^2\ ,\ \frac{F_0}{m} = f_0\,.$$

У результаті такої заміни отримаємо ***диференціальне рівняння вимушених коливань*** *(лінійне неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку)*:

$$\ddot{x} + 2\beta\,\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\Omega\, t.$$

Частинний (усталений) розв'язок цього диференціального рівняння шукають у вигляді гармонічної функції:

$$x = A\cos(\Omega t - \varphi),$$

де Ω – циклічна частота вимушених коливань, яка дорівнює циклічній частоті зовнішньої вимушуючої сили;

A – амплітуда коливань;

φ – різниця фаз вимушених коливань відносно вимушуючої сили.

Параметри усталеного вимушеного руху матеріальної точки визначають за відповідними аналітичними виразами.

Амплітуду вимушених коливань визначають за формулою:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} = \frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}},$$

де F_0 – амплітуда вимушуючої сили;

f_0 – приведена амплітуда сили;

ω_0 – власна циклічна частота системи;

Ω – циклічна частота зовнішньої сили;

β – коефіцієнт згасання.

Зсув фаз вимушених коливань відносно вимушуючої сили визначають через тангенс кута:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Процес збудження вимушених коливань у дисипативній системі супроводжується поступовим наростанням амплітуди зміщення матеріальної точки із часом (рис. 35). Після завершення перехідного режиму, коли енергетичні втрати на тертя починають повністю компенсуватися роботою

зовнішньої періодичної сили, коливання набувають стаціонарного характеру.

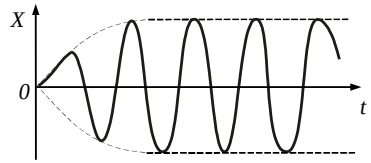


Рис. 35

Усталені вимушені коливання системи, які виникають під дією гармонічної сили, також є гармонічними.

Графічне дослідження залежності амплітуди вимушених коливань від циклічної частоти зовнішньої періодичної сили для різних значень коефіцієнта згасання наочно ілюструє сімейство кривих (рис. 36).

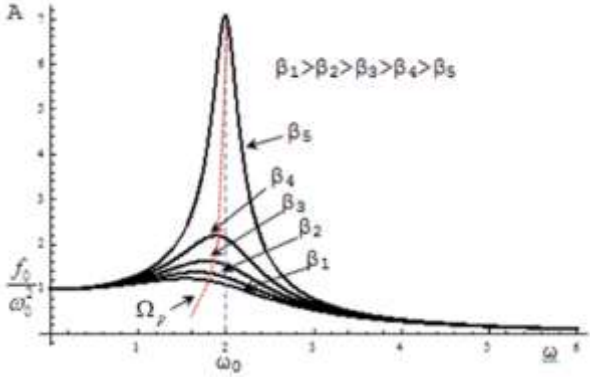


Рис. 36

З аналізу графіків чітко видно, що за нульової частоти всі криві виходять з однієї точки на осі амплітуд, яка відповідає статичній амплітуді A_0.

Чим меншим є тертя, тим вищим стає пік відповідної кривої, причому зі збільшенням згасання максимуми графіків зміщуються вліво, у бік менших частот відносно значення власної частоти ω_0.

За повної відсутності сил опору середовища $(\beta_1 = 0)$ амплітуда на цій частоті теоретично зростає до нескінченності.

Аналіз граничних випадків дає змогу виділити такі важливі фізичні режими.

1. *У статичному режимі*, коли частота зовнішньої вимущуючої сили дорівнює нулю $(\Omega = 0)$, сила стає постійною і не змінюється із часом. Під її дією матеріальна точка просто зміщується на фіксовану відстань від положення рівноваги і зупиняється. Відповідне зміщення називається *статичною амплітудою* і визначається за формулою:

$$A = A_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{f_0}{\omega_0^2}.$$

2. *У високочастотному режимі*, коли частота зовнішньої вимушуючої сили прямує до нескінченності $(\Omega \to \infty)$, інерційність матеріальної точки перешкоджає її реагуванню на швидкі зміни зовнішнього впливу. Внаслідок цього амплітуди всіх резонансних кривих асимптотично прямують до нуля.

3. У випадку, коли циклічна частота зовнішньої вимушуючої сили збігається з власною циклічною частотою системи $\Omega = \omega_0$, амплітуда вимушених коливань A теоретично стає нескінченно великою,

але за умови, що в системі повністю відсутній опір середовища $(\beta = 0)$.

Резонансною частотою $\Omega_р$ *називається частота, за якої амплітуда вимушених коливань досягає свого максимального значення*:

$$\Omega_р = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}\ .$$

Явищем резонансу *називається явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань у разі наближення частоти зовнішньої періодичної сили до значення резонансної частоти*.

Аналіз отриманого виразу для $\Omega_р$ *дозволяє порівняти поведінку різних типів систем*:

- для *консервативної системи*, у якій повністю відсутні сили опору середовища $(\beta = 0)$, резонансна частота строго збігається з власною циклічною частотою коливань системи:

$$\Omega_р = \omega_0.$$

- для *дисипативної системи*, у якій присутні сили опору середовища $(\beta > 0)$, резонансна частота завжди є меншою за власну циклічну частоту:

$$\Omega_р < \omega_0\ .$$

Підставивши значення $\Omega_р$ у загальний вираз для амплітуди A, отримаємо *максимальну амплітуду під час резонансу*:

$$A_р = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}.$$

У випадку малого згасання, коли квадрат коефіцієнта згасання значно менший за квадрат власної циклічної частоти $(\beta^2 << \omega_0^2)$, вираз для резонансної амплітуди суттєво спрощується і набуває вигляду:

$$A_p = \frac{F_0}{2\beta\, m\omega_0} = \frac{\omega_0}{2\beta}\frac{F_0}{m\omega_0^2} = Q\frac{F_0}{m\omega_0^2} = Q\,A_0,$$

де $Q = \dfrac{\omega_0}{2\beta}$ – добротність коливної системи;

A_0 – статична амплітуда коливної системи.

Добротність характеризує резонансні властивості коливальної системи. З отриманого виразу безпосередньо випливає *фізичний зміст цієї характеристики: чим більшим є значення добротності, тим більшим є значення резонансної амплітуди.*

Аналіз виразу для тангенса кута зсуву фаз $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{2\delta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$, показує, що за умови повної відсутності сил опору середовища зміщення системи та вимушуюча сила мають однакові фази.

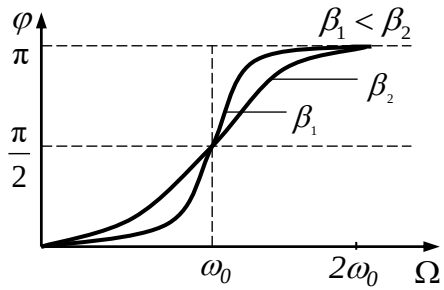


Рис. 37

В усіх інших реальних випадках між ними виникає різниця фаз, а залежність кута φ від частоти зовнішньої сили за різних значень коефіцієнта згасання наведена на рис. 37.

У випадку, коли частота зовнішньої сили дорівнює нулю, зсув фаз також дорівнює нулю.

Якщо ж частота зовнішньої сили точно збігається з власною частотою системи, то незалежно від сили опору середовища $\varphi = \frac{\pi}{2}$, тобто вимушуюча сила випереджає за фазою зміщення тіла на чверть періоду.

У разі подальшого збільшення частоти зовнішньої сили зсув фаз продовжує зростати. Коли частота вимушуючої сили стає набагато більшою за власну частоту системи, різниця фаз практично досягає свого граничного значення. Це означає, що фаза зміщень коливальної системи стає повністю протилежною до фази зовнішньої вимушуючої сили.

Вивчення вимушених коливань та резонансу повністю завершує розгляд рухів однієї ізольованої матеріальної точки. Проте в природі та техніці коливання від однієї матеріальної точки неминуче передаються через навколишнє середовище іншим сусіднім частинкам, що й призводить до утворення хвиль.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз вимушених коливань та резонансних режимів дозволяє проєктувати надійні вентиляційні системи, розраховувати стійкість обладнання до зовнішніх впливів та забезпечувати швидкодію засобів автоматичного виявлення вогню. Розрахунок резонансних та коливальних параметрів дозволяє

інженерам суттєво знизити ризик пошкодження техніки та зберегти цілісність споруд.

1. *Моделювання динаміки аварійних вентиляційних систем*.

Робота систем протидимного захисту під час пожежі супроводжується значними аеродинамічними та термічними навантаженнями.

- *Реакція на нерівномірні термічні імпульси*. Вентиляційна установка в будівлі під час надзвичайної ситуації піддається складним зовнішнім впливам. Швидка зміна тиску газів у повітроводах та циклічні теплові імпульси від осередку горіння викликають вимушені коливання крильчатки та корпусу вентилятора під дією зовнішньої періодичної сили.

- *Розрахунок режимів із загасанням*. Математичний розв'язок диференціального рівняння дозволяє інженерам описати амплітуду та фазу вимушених коливань з урахуванням сил опору середовища. Це дозволяє проєктувати надійні вентиляційні системи, стійкі до пульсацій гарячих газів. У результаті мінімізується амплітуда вимушених вібрацій на частотах, близьких до власних частот агрегату, що запобігає механічному руйнуванню витяжних систем на стадії розвиненої пожежі.

2. *Забезпечення стійкості протипожежного обладнання до зовнішніх впливів*.

Автоматичні технічні засоби безпеки мають безвідмовно функціонувати в умовах інтенсивних зовнішніх коливальних дій.

- *Захист пожежних сповіщувачів від завад.* Рівняння вимушених коливань допомагає інженерам моделювати поведінку чутливих елементів автоматичних пожежних сповіщувачів інерційного та мембранного типів. Пристрої мають чітко розрізняти небезпечні фактори пожежі (наприклад, механічні пульсації тиску газу в конвекційній колонці полум'я) від побутових коливань – виробничих шумів, будівельних вібрацій або випадкових звукових завад, що мінімізує ризик формування хибних сигналів тривоги.

- *Стабільність автоматичних установок пожежогасіння*. При аварійних ситуаціях на промислових об'єктах вибухові хвилі або обвалення конструкцій створюють потужні коливальні імпульси. Застосування законів вимушених коливань дозволяє розрахувати міцність елементів кріплення та з'єднувальних деталей автоматичних установок пожежогасіння, щоб уникнути небезпечного резонансного розхитування та руйнування трубопровідних мереж у разі збігу частоти зовнішнього впливу з власною частотою системи.

§21. Утворення та поширення хвиль у пружному середовищі

Хвиля *– процес поширення коливань у будь-якому фізичному середовищі (речовині, вакуумі).*

За фізичною природою розрізняють електромагнітні (радіохвилі, світло, рентгенівські промені тощо), пружні або механічні (звук, сейсмічні

хвилі тощо), а також хвилі в плазмі та гравітаційні хвилі, які являють собою пульсації кривизни простору, що поширюються зі швидкістю світла.

За просторовою ознакою виділяють об'ємні хвилі, що поширюються в товщі середовища, та хвилі на поверхні рідини.

Залежно від наявності матеріального середовища хвилі поділяються на дві великі групи*:*

- *пружні хвилі,* які є збуреннями матеріального середовища і поза ним існувати не можуть*;*

- *електромагнітні та гравітаційні хвилі,* що є збуреннями відповідних фундаментальних фізичних полів і здатні поширюватися у вакуумі.

За характером поширення розрізняють стоячі (нерухомі) та біжучі хвилі.

Розглянемо пружне середовище, між частинками якого існують сили взаємодії, що перешкоджають будь-якому виду його деформації. Матеріальна точка, яка коливається в пружному середовищі, періодично діє на прилеглі до неї частинки середовища, виводячи їх із положення рівноваги і змушуючи здійснювати вимушені коливання.

При цьому середовище поблизу цієї матеріальної точки деформується і в ньому виникають пружні сили. Ці сили діють і на прилеглі частинки, намагаючись повернути їх у положення рівноваги, і на віддаленіші частинки, виводячи їх із положення рівноваги. Унаслідок цього віддаленіші області середовища поступово втягуються в коливальний рух.

Пружною або механічною хвилею (механічним хвильовим процесом) *називається поширення коливань у суцільному середовищі, яке неперервно розподілене в просторі і має пружні властивості.*

Під час поширення хвилі частинки середовища не рухаються разом із нею, а коливаються біля своїх положень рівноваги.

Основною властивістю всіх хвиль є перенесення енергії без перенесення речовини.

За напрямком коливань частинок відносно руху самої хвилі пружні хвилі поділяються на поперечні, поздовжні, хвилі змішаного типу.

У поперечних хвилях частинки середовища коливаються у площинах, перпендикулярних до напрямку поширення хвилі (рис. 38).

Поперечні хвилі можуть поширюватися в середовищі, в якому виникають *пружні сили під час деформації зсуву, тобто лише у твердих тілах*.

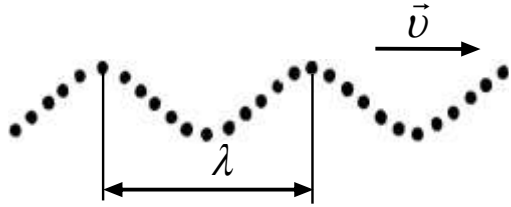


Рис. 38

У поздовжніх хвилях частинки середовища коливаються в напрямку поширення хвилі (рис. 39).

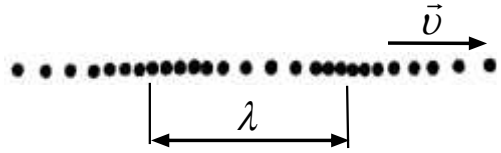


Рис. 39

Поздовжні хвилі можуть поширюватися в середовищах, у яких виникають *пружні сили під час деформації стиснення та розтягу, тобто у твердих тілах, рідинах і газах.*

У *хвилях змішаного типу* (хвилях на поверхні води, хвилях на поверхні пружного тіла) рух частинок середовища відбувається за більш складними траєкторіям.

Гармонічною пружною хвилею *називається хвиля, в якій коливання частинок середовища є гармонічними*.

Такі хвилі поширюються в речовинах, де під час деформацій стиску та розтягу виникають пружні сили, тобто у твердих тілах, рідинах і газах.

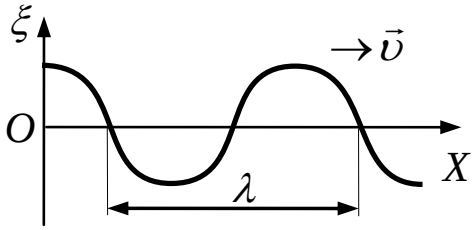


Рис. 40

На рис. 40 наведено гармонічну хвилю (поперечну або поздовжню), яка поширюється вздовж осі OX зі швидкістю υ, тобто наведена

залежність *зміщень ξ всіх частинок середовища*, що беруть участь у хвильовому процесі, від відстані x цих частинок від джерела коливань O у певний фіксований момент часу.

Довжиною хвилі *λ називається відстань між найближчими частинками середовища, що коливаються в однакових фазах.*

З іншого боку, цей просторовий параметр можна визначити через часові характеристики хвильового процесу.

Довжина хвилі *λ дорівнює відстані, на яку поширюється певна фаза коливань за один період T:*

$$\lambda = \upsilon \cdot T = \frac{\upsilon}{\nu},$$

де υ – фазова швидкість;

ν – частота коливань.

Одиницею вимірювання довжини хвилі в Міжнародній системі одиниць СІ є метр: $[\lambda] = \text{м}$.

Швидкість поширення хвилі *– це швидкість поширення сталої фази (фазова швидкість*).

Фізично обґрунтоване вживання терміну «швидкість хвилі» можливе лише щодо хвиль, які під час поширення не змінюють форму.

Швидкість поширення хвилі (фазова швидкість) визначається за формулою:

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu = \lambda\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\omega}{k},$$

де $k = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi}{T\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda}$ *– хвильове число.*

Одиницею вимірювання хвильового числа в Міжнародній системі одиниць СІ є метр у мінус першому степені: $[k] = \text{м}^{-1}$.

Швидкість хвилі залежить від сили взаємодії між частинками середовища: чим більша сила взаємодії, тим більша швидкість хвилі. Це пояснюється тим, що швидкість поширення будь-якої хвилі залежить від пружності та густини середовища. Чим сильніше частинки середовища зв'язані між собою пружними силами, тим швидше вони передають коливання сусіднім частинкам.

Навпаки, велика густина середовища діє як гальмо, оскільки важчі частинки важче розкачати. Тому у формулах швидкості різних хвиль міра пружності завжди стоїть у чисельнику під коренем, а густина середовища – у знаменнику.

Швидкість поширення поперечної хвилі визначається за формулою:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

де G – модуль зсуву;

ρ – густина середовища.

Модуль зсуву характеризує пружні властивості ізотропних твердих тіл в умовах деформації зсуву.

Швидкість поширення поздовжньої хвилі визначається за формулою:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль Юнга;

ρ – густина середовища.

Модуль Юнга характеризує пружні властивості ізотропних твердих тіл в умовах деформації стиску (розтягу).

Томас Юнг *(1773–1829) – англійський фізик, лікар і астроном, який у 1807 році увів характеристику пружних властивостей матеріалів – модуль Юнга (модуль поздовжньої пружності*).

Нехай точка, від якої йдуть коливання, коливається в суцільному середовищі. Коливання поширюються від центра у всі боки.

Фронтом хвилі *називається поверхня, до якої доходять коливання в деякий момент часу*.

Фронт хвилі – це поверхня, яка відокремлює частину простору, уже залучену у хвильовий процес, від області, в якій коливання ще не виникли.

Хвильовою поверхнею *називається поверхня, в якій усі частинки коливаються з однаковими фазами.*

Хвильову поверхню можна провести через довільну точку простору, який охоплений хвильовим процесом.

Отже, хвильових поверхонь існує нескінченна множина, а хвильовий фронт у кожен момент часу лише один. Хвильові поверхні залишаються нерухомими, а хвильовий фронт увесь час переміщується.

Хвильові поверхні можуть бути різної форми.

Плоскою називається *хвиля*, хвильові поверхні якої мають вигляд площин, паралельних до площини, що проходить через джерело.

Сферичною називається *хвиля*, хвильові поверхні якої мають вигляд концентричних сфер. Центром цих сфер є центр хвилі.

Циліндричною називається *хвиля*, хвильові поверхні якої мають вигляд коаксіальних циліндрів, вісь яких збігається з лінійним джерелом.

Променями називаються напрямки, в яких поширюються коливання. В ізотропному середовищі промені перпендикулярні до фронту хвилі.

Ізотропним середовищем називається середовище, що має однакові властивості у всіх напрямках.

Поширення в пружному середовищі механічних збурень, збуджених джерелом хвиль, пов'язане з перенесенням хвилями енергії. Тому такі хвилі називаються *біжучими хвилями*.

Рівнянням хвилі називається вираз, який описує зміщення коливної частинки як функцію її рівноважних координат x, y, z *і часу* t.

Розгляньмо плоску хвилю, яка поширюється вздовж осі *OX* і збуджується в площині $x = 0$ (рис. 41).

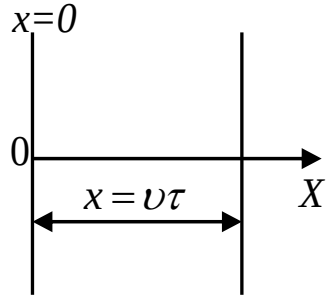


Рис. 41

Нехай коливання в цій площині мають вигляд:

$$\xi(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

У довільну площину, що лежить на відстані x від джерела, хвильове збурення поширюється із запізненням на час $\tau = \frac{x}{\upsilon}$. Тому коливання частинок середовища в цій області відбуваються з аналогічним зсувом у часі:

$$\xi(x,t) = A\cos[\omega(t-\tau) + \varphi_0].$$

Підстановка виразу для часу запізнення з урахуванням хвильового числа ($k = \frac{\omega}{\upsilon}$), дає ***рівняння плоскої біжучої хвилі, яка поширюється вздовж осі OX***:

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

де $\xi(x,t)$ – зміщення частинок середовища в точці з координатою x у момент часу t;

A – амплітуда хвилі;

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ – циклічна частота;

k – хвильове число;

$\omega t - kx + \varphi_0$ – фаза плоскої хвилі;

φ_0 – початкова фаза коливань в площині $x = 0$.

Якщо *плоска хвиля поширюється в довільному напрямку, то рівняння хвилі*:

$$\xi(\vec{r},t) = A\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0),$$

де $\vec{k} = \kappa\vec{n}$ – хвильовий вектор, який за модулем дорівнює хвильовому числу і має напрямок нормалі до хвильової поверхні.

Для *сферичної хвилі рівняння хвилі*:

$$\xi(r,t)=\frac{A}{r}\cos\left(\omega t-k\,r+\varphi_0\right),$$

де r – відстань від центра хвилі до точки середовища, яка розглядається.

У випадку сферичної хвилі навіть у середовищі, яке не поглинає енергію, амплітуда коливань не залишається постійною, а зменшується з відстанню за законом $\frac{A}{r}$ і це співвідношення справедливе лише для r, що є значно більшими за розміри джерела.

Для циліндричної хвилі амплітуда коливань зменшується з відстанню ще повільніше – обернено пропорційно до квадратного кореня з відстані від лінійного джерела. Її наближене рівняння на великих відстанях записується через аналогічну гармонічну функцію, але з амплітудним множником виду $\frac{A}{\sqrt{r}}$.

Поширення хвиль в однорідному ізотропному середовищі описується хвильовим рівнянням – диференціальним рівнянням у частинних похідних:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$$

або

$$\Delta\xi=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2},$$

де υ – фазова швидкість;

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

П'єр-Симон Лаплас *(1749–1827) – французький математик, фізик та астроном. У 1782 році під час дослідження гравітаційного притягання тіл він увів універсальний диференціальний оператор, відомий сьогодні як лапласіан. Цей математичний інструмент згодом став фундаментальною основою для моделювання поширення пружних хвиль, теплопровідності та електромагнітних явищ.*

Безпосередня математична перевірка показує, що розв'язками цього фундаментального хвильового рівняння є наведені раніше функції для плоскої та сферичної біжучих хвиль. Це свідчить про те, що будь-який реальний механічний хвильовий процес у пружному ізотропному середовищі розвивається в просторі та часі строго відповідно до законів диференціальної динаміки суцільних систем.

Цей висновок повністю завершує математичний опис кінематики біжучих хвиль і дозволяє перейти до дослідження енергетичних характеристик хвильового процесу.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки розуміння механізмів хвильового руху є базовим для прогнозування наслідків аварійних вибухів, розрахунку динамічних навантажень на елементи споруд та проєктування систем раннього виявлення загрози. Розрахунок хвильових параметрів дає змогу

суттєво знизити ризик руйнування конструкцій під час техногенних катастроф.

1. *Фізика утворення та поширення хвиль при аварійних вибухах*.

Розвиток надзвичайних ситуацій, пов'язаних із вибухами газових або пароповітряних сумішей, завжди супроводжується виникненням потужних хвильових процесів.

- *Генерація хвиль у повітряному просторі*. У момент детонації або дефлаграції палива відбувається миттєво локальне розширення газів. Це створює сильне стиснення навколишнього повітря, що призводить до утворення поздовжніх хвиль, які швидко поширюються в атмосфері у вигляді ударних імпульсів і хвиль розрідження (зон зниженого тиску).

- *Трансформація та поширення коливань через елементи споруд*. Повітряна ударна хвиля, зіткнувшись із перешкодою, передає свій імпульс матеріалам будівлі. Усередині стін, балок та перекриттів через механічний удар утворюються як поздовжні, так і поперечні пружні хвилі. Швидке поширення цих коливань через будівельні матеріали викликає динамічні напрямлені деформації, призводить до механічного руйнування кріплень та становить безпосередню небезпеку для людей.

2. *Інженерно-профілактичне значення хвильової теорії*.

Розуміння механізму поширення біжучих хвиль має практичне застосування при розробці комплексних систем захисту промислових об'єктів.

- *Виявлення потенційних загроз*. Моделювання траєкторії, довжини та фазової швидкості біжучої пружної хвилі в твердих тілах дозволяє фахівцям заздалегідь визначити найбільш вразливі зони в архітектурному каркасі будівлі та посилити їх для захисту від можливих обвалень або вибухових навантажень.

- *Розвиток систем автоматичного моніторингу*. На основі законів поширення пружних хвиль інженери створюють високоефективні прилади раннього реагування на руйнування будівельних конструкцій. Сучасні датчики (зокрема, механічні тензометричні сенсори деформацій та вібродатчики) здатні фіксувати специфічні біжучі хвилі механічних напружень, які виникають у металі чи бетоні при початковому розтріскуванні матеріалів від термічного навантаження, що дозволяє автоматиці вчасно зафіксувати загрозу та подати сигнал тривоги.

§22. Енергія пружної хвилі

Процес поширення коливань у пружному середовищі нерозривно пов'язаний із перенесенням енергії від джерела збурення до віддалених точок.

Розглянемо виділений елементарний об'єм dV середовища, який залучається до хвильового процесу плоскою гармонічною хвилею, що поширюється у додатному напрямку координатної осі.

Кінетичною енергією *об'єму dV середовища називається енергія руху коливних частинок, яка*

зумовлена їхньою миттєвою швидкістю коливального руху під час хвильового процесу:

$$dW_{\text{к}} = \frac{\upsilon^2 dm}{2} = \frac{\rho \upsilon^2 dV}{2} = \frac{\rho}{2}\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 dV = \frac{\rho A^2 \omega^2 dV \sin^2\left(\omega t - k x + \varphi_0\right)}{2},$$

де $\upsilon = \dfrac{d\xi}{dt}$ – миттєва швидкість коливального руху частинок;

dm – маса елементарного об'єму середовища,

ρ – густина пружного середовища.

Потенціальною енергією *об'єму* dV *середовища називається енергія, яка зумовлена його деформацією під час хвильового руху*.

Визначаючи роботу деформації об'єму dV середовища під час хвильового руху, встановлено, що потенціальна енергія $dW_{\text{р}}$ об'єму dV середовища дорівнює його кінетичній енергії $dW_{\text{к}}$.

Повна механічна енергія коливального руху пружного середовища густиною ρ, об'ємом dV визначається за формулою:

$$dW = dW_{\text{к}} + dW_{\text{р}} = \rho A^2 \omega^2 dV \sin^2\left(\omega t - k x + \varphi_0\right).$$

Об'ємною густиною енергії хвилі *називається скалярна фізична величина, що визначається відношенням енергії хвилі, перенесеної через елементарний об'єм середовища, до величини цього об'єму.*

Об'ємна густина енергії хвилі у пружному середовищі визначається за формулою:

$$w = \frac{dW}{dV} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2\left(\omega t - k x + \varphi_0\right).$$

Одиницею вимірювання об'ємної густини енергії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на кубічний метр: $[w]=\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$.

Густина енергії в кожний момент часу в різних точках простору є різною. У кожній конкретній точці густина енергії змінюється з часом пропорційно квадрату синуса. Середнє значення квадрата синуса становить $\frac{1}{2}$.

Відповідно, *середнє за часом значення об'ємної густини енергії у будь-якій точці середовища дорівнює:*

$$<w>=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2.$$

Хвильовий процес супроводжується постійним перерозподілом та перенесенням енергії в середовищі, внаслідок чого об'ємна густина енергії у кожній точці змінюється з часом.

Оскільки швидкість поширення енергії збігається з фазовою швидкістю хвилі, для характеристики цього процесу введемо поняття потоку енергії.

Потоком енергії хвилі *крізь задану поверхню називається скалярна фізична величина, що визначається швидкістю перенесення енергії хвилею через цю поверхню:*

$$\Phi=\frac{dW}{dt},$$

де dW – кількість енергії, яка переноситься хвилею через поверхню за елементарний проміжок часу dt.

Одиницею вимірювання потоку енергії в Міжнародній системі одиниць СІ є ват, який дорівнює джоулю на секунду: $[\Phi] = \text{Вт} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$.

Знайдемо потік енергії плоскої косинусоїдальної хвилі крізь плоску поверхню $S_{\text{п}}$, перпендикулярну до напрямку поширення хвилі.

За час dt через цю поверхню буде перенесено енергію dW, яка міститься в шарі середовища, що прилягає до неї, товщиною $\upsilon\, dt$:

$$dW = wdV = wS_{\text{п}}\upsilon\, dt.$$

Тоді *сумарний потік енергії плоскої косинусоїдальної хвилі* визначається співвідношенням:

$$\Phi = w\, S_{\text{п}}\upsilon.$$

Для характеристики потоку енергії в різних точках простору вводиться густина потоку енергії $\vec{j}$.

Густиною потоку енергії *називається векторна фізична величина, що визначається відношенням потоку енергії хвилі крізь елементарну поверхню до площі цієї поверхні, яка розташована перпендикулярно до напрямку поширення хвилі.*

Цей вектор спрямований у напрямку поширення хвилі.

Математичний вираз для *модуля* цієї величини записують так:

$$j = \frac{d\Phi}{dS_{\text{n}}} = \frac{dW}{dt\, dS_{\text{n}}} = w\upsilon,$$

де w – об'ємна густина енергії пружної хвилі;

υ – фазова швидкість хвилі.

Одиницею вимірювання густини потоку енергії в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на квадратний метр: $[j] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Оскільки швидкість $\vec{\upsilon}$ – це вектор, модуль якого дорівнює фазовій швидкості хвилі, а напрямок збігається з вектором поширення хвилі та перенесення енергії, то *формулу вектора густини потоку енергії* записують так:

$$\vec{j} = w\vec{\upsilon}.$$

Вектором Умова *називається вектор густини потоку енергії хвилі, що визначається добутком вектора фазової швидкості поширення хвилі на об'ємну густину її енергії.*

Микола Олексійович Умов *(1846–1915) – фізик-теоретик, філософ та математик. У 1874 році він першим запровадив фундаментальні поняття про швидкість і напрямок руху енергії у просторі та сформулював концепцію вектора густини її потоку, відомого сьогодні як вектор Умова. Цей підхід дозволив математично описати передачу енергії в суцільних середовищах, що стало основою для розрахунку поширення пружних, ударних і звукових хвиль.*

Вектор $\vec{j}$ в різних точках простору має неоднакові значення, тоді як у кожній конкретній

точці простору змінюється з часом за законом квадрата синуса.

Середнє значення вектора Умова визначається за формулою:

$$< \vec{j} > = < w > \vec{\upsilon} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \vec{\upsilon} .$$

Знання вектора $\vec{j}$ у всіх точках довільної поверхні S дозволяє визначити *потік енергії через цю поверхню*:

$$\Phi_E = \int_S \vec{j} \, d\vec{S} .$$

Зважаючи на швидку періодичну зміну характеристик хвильового процесу, під час експериментальних досліджень вимірюють саме усереднені значення перенесення енергії.

Інтенсивністю хвилі *називається скалярна фізична величина, що визначається модулем середнього за часом значення вектора Умова*:

$$I = \left| < \vec{j} > \right| .$$

Фізичний зміст інтенсивності хвилі *полягає в тому, що вона визначається середньою енергією, яка переноситься за елементарний проміжок часу через елементарну площу, розташовану перпендикулярно до напрямку поширення хвилі*.

Поєднавши це диференціальне визначення з параметрами середовища, отримаємо вираз:

$$I = \frac{dW}{dt dS_{\text{n}}} = < w > \upsilon = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \upsilon .$$

Інтенсивність синусоїдальної хвилі пропорційна квадрату її амплітуди.

Одиницею вимірювання інтенсивності в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на квадратний метр: $[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Розглянуті енергетичні закономірності поширення хвиль є базою для дослідження складніших процесів, які виникають під час їхнього одночасного накладання у просторі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки енергетичні характеристики пружних хвиль розглядаються як серйозний фактор ризику, здатний ініціювати нові осередки горіння, руйнувати захисні комунікації та ускладнювати гасіння пожеж. Розрахунок параметрів переносу енергії дозволяє проєктувати надійні захисні екрани та зводити до мінімуму наслідки аварійних вибухів.

1. *Руйнівний та термічний вплив вибухових хвиль.*

Значний потік енергії, яку переносить пружна хвиля від вибухів газу, пари або горючого пилу, чинить комплексний деструктивний вплив на промислове середовище.

- *Механічні пошкодження конструкцій*. Поглинання великої кількості хвильової енергії матеріалами призводить до миттєвого перевищення межі їхньої міцності, що викликає руйнування елементів будівлі та лавиноподібні обвалення.

- *Ініціювання нових осередків горіння*. Механічні коливання високої інтенсивності викликають різке

зміщення металевих деталей обладнання. Це породжує сильне фрикційне тертя, перегрів контактних поверхонь та інтенсивне іскріння, що призводить до займання горючих речовин навколо.

- *Розвиток ланцюгової реакції*. Енергія хвилі руйнує суміжне технологічне обладнання, викликаючи розгерметизацію газових балонів або паливних резервуарів. Викид нових порцій пального у зону вогню запускає масштабну ланцюгову реакцію поширення пожежі на сусідні будівлі.

2. *Вплив зовнішніх коливань та захист систем безпеки.*

Енергетичні хвильові імпульси різного походження можуть діяти як провокуючий або ускладнюючий фактор під час надзвичайних ситуацій.

- *Наслідки сейсмічних явищ*. Сейсмічні хвилі природного чи техногенного походження переносять енергію через ґрунт і здатні повністю порушити цілісність інженерних мереж. Пошкодження ліній електропередач та розрив магістральних газопроводів викликають витоки небезпечних речовин і миттєві спалахи парогазових сумішей.

- *Пошкодження протипожежного обладнання*. Ударні та пружні хвилі від первинного вибуху часто знищують елементи автоматичних систем захисту. Руйнування трубопроводів автоматичних установок пожежогасіння, пошкодження зрошувачів (спринклерів чи дренчерів) або обрив кабельних ліній пожежної сигналізації позбавляють об'єкт

засобів самозахисту, значно ускладнюючи подальшу роботу рятувальників.

- *Значення енергетичного моделювання*. Врахування енергетичного потенціалу пружних хвиль при розробці систем безпеки є важливою складовою комплексної пожежної безпеки, особливо при проєктуванні складів вибухонебезпечних речовин, об'єктів нафтогазової промисловості та споруд у сейсмонебезпечних регіонах.

§23. Інтерференція пружних хвиль

У місцях зустрічі хвиль коливання середовища, спричинені кожною з них, додаються. Параметри сумарної хвилі залежать від співвідношення фаз, періодів та амплітуд хвиль, що накладаються.

Узгоджене проходження в часі та просторі декількох коливань або хвильових процесів пов’язують із поняттям когерентності.

Когерентними хвилями *називаються дві або кілька хвиль, які мають однакову частоту і різниця фаз яких залишається сталою в часі.*

Інтерференцією хвиль *називається явище взаємного підсилення в одних точках простору і ослаблення в інших, що виникає під час накладання двох або кількох когерентних хвиль залежно від співвідношення між їхніми фазами.*

Розглянемо накладання двох когерентних косинусоїдальних сферичних хвиль, які збуджуються точковими джерелами S_1 і S_2 (рис. 42).

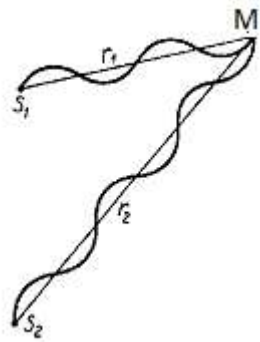


Рис. 42

Тоді спричинені ними коливання в довільній точці M задовольнятимуть рівняння:

$$\xi_1 = \frac{A_1}{r_1}\cos\left(\omega t - \kappa r_1 + \varphi_{0_1}\right) = \frac{A_1}{r_1}\cos\varphi_1,$$

$$\xi_2 = \frac{A_2}{r_2}\cos\left(\omega t - \kappa r_2 + \varphi_{0_2}\right) = \frac{A_2}{r_2}\cos\varphi_2.$$

Амплітуда A сумарної хвилі в точці M дорівнює:

$$A^2 = \left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 + 2\frac{A_1}{r_1}\frac{A_2}{r_2}\cos\left[\kappa(r_2 - r_1) - (\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1})\right].$$

Оскільки для когерентних джерел різниця початкових фаз $(\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}) = \text{const}$, то результат інтерференції двох хвиль у різних точках залежить від величини $\Delta_г = r_2 - r_1$, яка називається *геометричною різницею ходу* хвиль.

***Геометричною різницею ходу хвиль** називається різниця відстаней від джерел хвиль до точки їхнього накладання.*

У точках, де виконується умова:

$$\kappa(r_2 - r_1) - (\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}) = \pm 2\pi m \ \ (m = 0, 1, 2, ...),$$

спостерігається ***інтерференційний максимум***.

m – порядок інтерференційного максимуму.

Амплітуда сумарного коливання у цих точках дорівнює:

$$A = \frac{A_1}{r_1} + \frac{A_2}{r_2}.$$

У точках, де виконується умова:

$$\kappa(r_2 - r_1) - (\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}) = \pm(2m+1)\pi \ \ (m = 0, 1, 2, ...),$$

спостерігається ***інтерференційний мінімум***.

m – порядок інтерференційного мінімуму.

Амплітуда сумарного коливання у цих точках дорівнює:

$$A = \left| \frac{A_1}{r_1} - \frac{A_2}{r_2} \right|.$$

Геометричне місце точок, у яких коливання взаємно підсилюються або послаблюються, становить сукупність гіпербол (рис. 43).

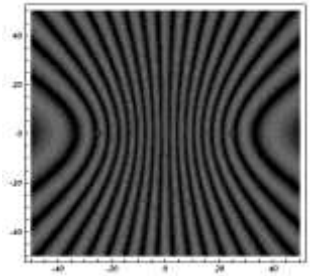


Рис. 43

Зафіксована раніше залежність дозволяє визначити геометричну різницю ходу хвиль через їхню довжину в цьому середовищі.

Амплітуда сумарного коливання є максимальною, якщо геометрична різниця ходу хвиль задовольняє співвідношення:

$$\Delta_г = \pm 2m\frac{\lambda}{2} + \frac{\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}}{2\pi}\lambda .$$

У *частковому випадку*, коли *різниця початкових фаз дорівнює нулю* $(\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1} = 0)$, отриманий вираз набуває класичного вигляду:

$$\Delta_г = \pm 2m\frac{\lambda}{2} .$$

Амплітуда сумарного коливання є мінімальною, якщо геометрична різниця ходу хвиль задовольняє співвідношення:

$$\Delta_г = \pm (2m+1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1}}{2\pi}\lambda .$$

У *частковому випадку*, коли *різниця початкових фаз дорівнює нулю* $(\varphi_{0_2} - \varphi_{0_1} = 0)$, отриманий вираз набуває класичного вигляду:

$$\Delta_г = \pm (2m+1)\frac{\lambda}{2} .$$

Під час інтерференції хвиль їхня енергія механічно не додається. Інтерференція хвиль призводить до перерозподілу енергії коливань між сусідніми областями середовища. Цей процес не порушує фундаментальний закон збереження енергії, оскільки зменшення інтенсивності хвильового поля в областях мінімумів точно компенсується її концентрацією та відповідним зростанням у зонах інтерференційних максимумів.

Яскравим прикладом такого перерозподілу є накладання двох зустрічних хвиль однакової амплітуди, яке призводить до формування особливої стаціонарної коливальної структури у вигляді стоячої хвилі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закони інтерференції пружних хвиль мають вирішальне значення для аналізу руйнівної сили аварійних вибухів у замкнених просторах, визначення зон критичних навантажень на конструкції та проєктування захисних споруд.

Розрахунок довжини хвилі та координат максимумів інтерференції дозволяє спрогнозувати місця найбільш небезпечних руйнувань та створити надійні системи захисту.

1. *Механізм інтерференційного підсилення хвиль у приміщеннях*.

Розвиток надзвичайних ситуацій, що супроводжуються детонацією або дефлаграцією паливно-повітряних сумішей усередині будівель, призводить до складних хвильових процесів.

- *Відбиття та накладання хвиль*. При аварійному вибуху під час пожежі в замкненому просторі утворюються потужні ударні та пружні хвилі. Ці хвилі починають багаторазово відбиватися від стін, підлоги та стелі кімнати, формуючи зустрічні хвильові потоки.

- *Утворення зон екстремального тиску*. Коли пряма вибухова хвиля та відбита від стіни хвиля

зустрічаються в одній фазі (різниця ходу дорівнює цілому числу хвиль $\Delta = m\lambda$), вони додаються одна до одної. Внаслідок такої інтерференції виникає інтерференційний максимум із різким збільшенням результуючої амплітуди тиску, що призводить до локальної концентрації руйнівного енергетичного навантаження у певних ділянках приміщення.

2. *Наслідки хвильової інтерференції для стійкості споруд*.

Локальне посилення енергії хвиль через їхнє накладання становить найбільшу загрозу для цілісності всього тримального каркаса споруди.

- *Критичні руйнування елементів будівлі*. Інтерференційне додавання хвиль викликає екстремальні механічні напруження всередині матеріалів. Навіть якщо первинна вибухова хвиля не мала достатньої сили для руйнування, її накладання з відбитою хвилею у кутах або вузьких проходах (зонах геометричного кумулятивного посилення) призводить до миттєвого перевищення межі міцності бетону чи цегляної кладки та руйнівного обвалення міжповерхових перекриттів.

- *Розрахунок противибухового захисту*. Знання законів інтерференції пружних хвиль дозволяє інженерам під час проєктування промислових об'єктів заздалегідь розрахувати раціональну геометричну форму приміщень. Правильне планування простору допомагає уникнути небезпечного фокусування та накладання хвиль, що мінімізує ризики руйнування трубопроводів

автоматичних установок пожежогасіння, кабельних ліній та засобів зв'язку під час аварії.

§24. Стоячі хвилі

Особливим випадком інтерференції є стоячі хвилі.

Стоячими хвилями *називаються хвилі, які утворюються під час накладання двох біжучих хвиль, що поширюються назустріч одна одній з однаковими частотами і амплітудами*.

Нехай дві плоскі хвилі поширюються назустріч одна одній уздовж осі OX в середовищі без загасання.

Рівняння цих хвиль:

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - \kappa x),$$

$$\xi_2 = A\cos(\omega t + \kappa x + \varphi),$$

де φ – різниця фаз хвиль у точці $x = 0$.

Додавши ці рівняння і враховуючи, що $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$, отримаємо *рівняння стоячої хвилі:*

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\cos\left(\kappa x + \frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) =$$

$$= 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Множник $\cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$ показує, що в точках середовища виникають коливання з тією самою ж частотою ω, що і коливання зустрічних хвиль.

Множник $2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}\right)$, який не залежить від часу, виражає амплітуду $A_{\text{ст}}$ стоячої хвилі.

Оскільки *амплітуда* є строго додатною величиною, вона *дорівнює модулю цього множника*:

$$A_{\text{ст}}=\left|2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}\right)\right|.$$

Амплітуда сумарного коливання залежить від координати *x*, що визначає положення точок середовища.

У точках середовища, де:

$$\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}=\pm m\pi,\ \ (m=0,1,2,...),$$

амплітуда досягає максимального значення $(A_{\text{ст}}=2A)$.

Пучностями стоячої хвилі *називаються точки середовища, у яких амплітуда коливань є максимальною.*

У точках середовища, де:

$$\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\varphi}{2}=\pm(2m+1)\frac{\pi}{2},\ \ (m=0,1,2,...),$$

амплітуда досягає мінімального значення $(A_{\text{ст}}=0)$.

Вузлами *стоячої хвилі називаються точки середовища, у яких амплітуда коливань є мінімальною*.

Точки середовища, що перебувають у вузлах, не коливаються.

Виберемо початок відліку x так, щоб φ дорівнювало нулю.

Тоді ***координати пучностей*** визначаються за формулою:

$$x_{\text{п}} = \pm 2m\frac{\lambda}{4} = \pm m\frac{\lambda}{2}.$$

а ***координати вузлів*** визначаються за формулою:

$$x_{\text{в}} = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{4}.$$

Довжиною стоячої хвилі *називається відстань між двома сусідніми вузлами або сусідніми пучностями цієї хвилі.*

Довжину стоячої хвилі *також можна визначити через довжину біжучої хвилі:*

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{\lambda}{2}.$$

Відстань від вузла до найближчої пучності дорівнює:

$$x_{\text{в}} - x_{\text{п}} = (2m+1)\frac{\lambda}{4} - m\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4}.$$

На рис. 44 показано миттєвий розподіл частинок середовища для пеперечної стоячої хвилі у моменти часу через четверть періоду.

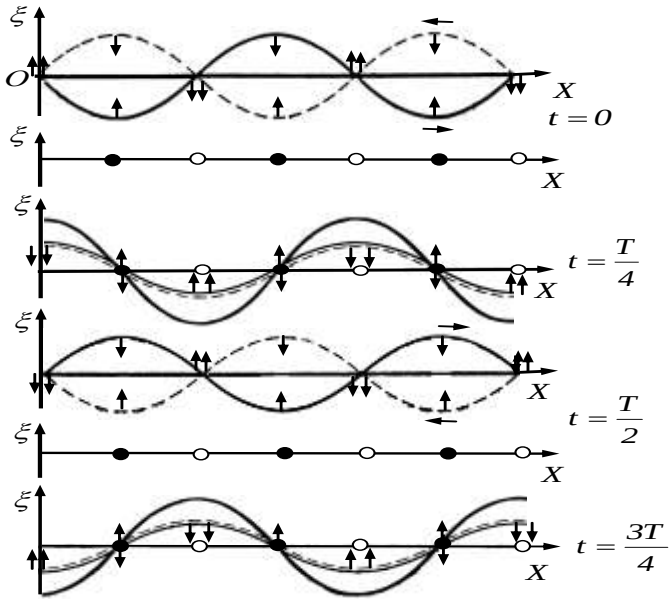


Рис. 44

У стоячій хвилі є сукупність нерухомих вузлових точок, які розміщені на відстані півхвилі одна від одної. Частинки між вузлами коливаються з різними амплітудами, від нуля у вузлі до подвійної амплітуди в пучності. Усі частинки одночасно проходять через положення рівноваги і одночасно досягають максимальних відхилень, тому вони коливаються в однакових фазах. У суміжному інтервалі між вузлами характер коливань такий самий, але фаза протилежна.

Стояча хвиля не переносить енергію у просторі. Повна енергія коливань кожного елемента об'єму середовища, обмеженого сусідніми вузлом і пучністю, залишається сталою і не залежить від часу.

Процес обмежується лише циклічним переходом кінетичної енергії в потенціальну енергію пружно деформованого середовища і навпаки. Така локалізація є результатом того, що біжуча і відбита хвилі, які утворюють стоячу, переносять однакову кількість енергії у протилежних напрямках.

Кут зсуву фаз φ під час відбивання поздовжньої хвилі від межі поділу двох середовищ визначається відношенням їхніх хвильових опорів.

Хвильовим опором середовища називають добуток його густини ρ на фазову швидкість υ поширення в ньому пружної хвилі. Якщо поздовжня плоска хвиля, яка поширюється в пружному середовищі, відбивається від межі поділу цього середовища з яким-небудь іншим середовищем, то за кута падіння $\alpha = 0$:

$$\varphi = 0, \text{ якщо } \frac{\rho_2 \upsilon_2}{\rho_1 \upsilon_1} < 1;$$

$$\varphi = \pi, \text{ якщо } \frac{\rho_2 \upsilon_2}{\rho_1 \upsilon_1} > 1.$$

У першому випадку хвиля відбивається від «менш густого» середовища, а в другому – від «більш густого» середовища. Під час відбивання хвилі від межі з «більш густим» середовищем відбувається «втрата півхвилі».

Фізично це означає, що зміна фази на протилежну призводить до утворення вузла зміщень на межі з середовищем, яке має більший хвильовий опір, тоді як під час відбивання від менш густого

середовища фаза хвилі не змінюється, що забезпечує формування пучності у цій граничній точці.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз стоячої хвилі є важливим для оцінки ризиків руйнування та стійкості будівельних конструкцій при динамічних ударних навантаженнях. Розрахунок координат вузлів та пучностей дозволяє інженерам точно визначити місця найвищих внутрішніх напружень у матеріалах споруд.

1. *Механічні руйнування довгих будівельних елементів*.

Під час аварійних вибухів або обвалень на початковій стадії пожежі в металевих та залізобетонних елементах споруд виникають потужні механічні хвилі.

- Локалізація руйнівного навантаження. У довгих балках, колонах або плитах перекриття через відбиття хвиль від закріплених кінців (опор) утворюються стійкі стоячі механічні хвилі. У пучностях цих хвиль амплітуда коливань матеріалу є максимальною.

- Раптове обвалення конструкцій. Локалізація великої кількості механічної енергії у пучностях стоячої хвилі викликає критичні внутрішні напруження. Це призводить до швидкого перевищення межі міцності матеріалу саме в цих точках, викликаючи раптовий злам балок, руйнування опор та обвалення перекриття, що створює смертельну небезпеку для людей.

2. *Забезпечення стійкості конструкцій при проектуванні*.

Розрахунок параметрів стоячих хвиль є важливим етапом інженерного захисту будівель від руйнівних динамічних впливів.

- Аналіз вразливих ділянок каркаса. Моделювання зон виникнення пучностей стоячих механічних хвиль дозволяє фахівцям заздалегідь визначити місця найбільших майбутніх деформацій та критичних механічних напружень у матеріалі.

- Посилення надійності споруд. Врахування геометрії стоячих хвиль допомагає інженерам правильно розрахувати довжину прогонів та місця розташування опорних елементів. Це дозволяє уникнути небезпечної концентрації внутрішніх сил під час вибухових навантажень, забезпечуючи стійкість конструкцій будівлі протягом часу, необхідного для безпечної евакуації людей.

§25. Основні характеристики звуку

Звуковими явищами *називаються процеси поширення механічних коливань у пружному середовищі, які здатне сприймати людське вухо*.

Звуком *називається хвилеподібне поширення коливань частинок пружного середовища, яким може бути тверде тіло, рідина або газ.*

Необхідність подвійного розгляду цього явища зумовлена тим, що воно одночасно поєднує в собі об'єктивний фізичний процес поширення хвиль та

суб'єктивне фізіологічне сприйняття цих коливань органами слуху.

Розрізняють біологічне та фізичне поняття звуку.

До *біологічного поняття звуку* належать коливання і хвилі, які сприймаються людським органом слуху. Відчуття звуку виникає тоді, коли частота коливань і їх інтенсивність лежать у певному частотному діапазоні.

Чутним звуком *називаються звукові хвилі, частота яких лежить у межах сприйняття людського вуха* (від $16\,\text{Гц}$ до $2\cdot10^4\,\text{Гц}$).

Фізичне поняття звуку об'єднує як ті коливання, що сприймаються вухом, так і ті коливання, які не сприймаються вухом.

Залежно від частоти ці *нечутні для людини механічні хвилі поділяють на інфразвукові, ультразвукові та гіперзвукові коливання*.

Акустичними хвилями *називаються пружні механічні хвилі, які охоплюють інфразвуковий, чутний звуковий, ультразвуковий та гіперзвуковий частотні діапазони*.

Інфразвуком *називаються звукові хвилі з частотою нижче за межу сприйняття людського вуха* (менше ніж $16\,\text{Гц}$). Нижня межа інфразвуку не обмежена. Через велику довжину хвилі такі акустичні коливання слабко поглинаються середовищем і здатні поширюватися на значні відстані.

До інфразвукових коливань належать сейсмічні хвилі в земній корі, характер поширення яких дає змогу вивчати її будову й шукати корисні

копалини; акустичні хвилі від вулканічної активності та потужних вибухів, що використовуються для глобального моніторингу; низькочастотні коливання атмосфери, які слугують сигналом наближення штормів чи цунамі.

Ультразвуком *називаються звукові хвилі з частотою вище за поріг сприйняття людського вуха* (від $20 \cdot 10^3$ Гц до $1 \cdot 10^9$ Гц). Завдяки малій довжині хвилі вони мають чітку спрямованість поширення та активно застосовуються у діагностиці та дефектоскопії тощо.

Гіперзвуковими хвилями *називаються звукові хвилі з надвисокими частотами* (від $1 \cdot 10^9$ Гц до межі існування пружних коливань).

На відміну від нижчих діапазонів, поширення таких хвиль описується через динаміку кристалічної ґратки та взаємодію квазічастинок – фононів.

У сучасній науці та високих технологіях ці надвисокочастотні коливання застосовують в акустоелектроніці для створення мікропроцесорних фільтрів радіосигналів; у матеріалознавстві для неруйнівного дослідження внутрішньої структури кристалів тощо.

Поширення звукових хвиль пов'язане з коливальним рухом частинок середовища, під час якого напрямок поширення звуку та напрямок руху частинок середовища можуть не збігатися. Залежно від геометричного характеру цих взаємних рухів звукові хвилі поділяють на два основні типи.

Поздовжніми звуковими хвилями *називаються хвилі, у яких частинки середовища коливаються вздовж напрямку поширення самої хвилі.* Саме такими хвилями є звук *у газах і рідинах*, оскільки в цих середовищах виникають *сили пружності під час деформації об'ємного стиснення та розрідження*, які зумовлені періодичною зміною локального тиску.

Поперечними звуковими хвилями *називаються хвилі, у яких частинки середовища коливаються у напрямку, перпендикулярному до напрямку поширення хвилі.* У вигляді таких хвиль звук може поширюватися лише в твердих тілах, де виникає *пружна деформація зсуву*, тоді як рідини та гази не мають пружності форми і не здатні протидіяти зсувним зусиллям.

Джерелом звуку *називається тіло, яке своїми механічними коливаннями створює звукові хвилі в навколишньому просторі.* Від такого джерела в однорідному середовищі звук поширюється рівномірно в усі боки.

Під час зустрічі звукової хвилі з межею поділу різних середовищ або просторовими перешкодами виникає комплекс акустичних явищ.

Відбиванням звуку *називається явище повернення звукової хвилі у перше середовище після падіння на межу поділу з другим середовищем.* Наслідком цього процесу є формування луни та реверберації.

Луною *називається сприйняття звукової хвилі, відбитої від перешкоди, окремо від звукової хвилі безпосередньо від джерела звуку*. У відкритому степу луна не виникає, тоді як у горах її поява є можливою через наявність великих вертикальних відбивних поверхонь.

Якщо перешкода, яка відбиває звук, розташована ближче ніж на 17 метрів, то відбита хвиля повертається надто швидко, внаслідок чого відбувається накладання сигналів. У закритих просторах цей процес набуває масштабного характеру за рахунок багаторазових відбивань хвиль від його внутрішніх поверхонь.

Реверберацією звуку *називається процес поступового загасання звукових коливань у закритих приміщеннях після припинення роботи його джерела.*

Якщо приміщення є пустим, то загасання відбувається повільно.

Часом реверберації *називається інтервал часу, протягом якого інтенсивність звуку в приміщенні послаблюється в мільйон разів*.

Цей параметр залежить від об’єму приміщення, його форми та властивостей об'єктів, які в ньому розташовані. Приміщення має добру акустику, якщо час реверберації становить $0{,}5 - 1{,}5$ с.

Коли звукова хвиля не відбивається від межі поділу, а проходить крізь неї всередину другої речовини, спостерігається зміна геометрії її ходу.

Заломленням звуку *називається явище зміни напрямку поширення звукової хвилі під час її переходу з одного середовища в інше, що зумовлене різницею швидкостей звуку в цих середовищах.*

Геометрична форма відбивальної поверхні може спотворювати звукове поле, послаблюючи чи підсилюючи його в окремих точках. Наприклад, під час падіння хвилі на поверхню у вигляді увігнутої півсфери відбувається просторова концентрація енергії коливань.

Підсилення звуку в геометричному центрі такої напівсферичної поверхні називається ***інтерференцією відбитих звукових хвиль***, яка виникає внаслідок просторового накладання та синфазного додавання їхніх амплітуд.

Звукові хвилі також здатні *огинати невеликі перешкоди, розміри яких є сумірними з довжиною хвилі.* ***Дифракцією звуку*** *називається явище відхилення звукових хвиль від прямолінійного напрямку поширення під час проходження повз краї перешкод або крізь отвори.* Саме внаслідок цього ефекту можна чітко чути звук сирени автомобіля, що стоїть за рогом будинку і перебуває поза межами нашої прямої видимості.

Швидкість поширення звуку υ *у пружному середовищі пов'язана з довжиною хвилі* λ*, періодом* T *і частотою* ν *співвідношеннями*:

$$\lambda = \upsilon T\,,\ \lambda = \frac{\upsilon}{\nu}\,.$$

Швидкістю звуку *називається швидкість поширення звукових хвильових процесів у середовищі*.

Швидкість звуку залежить від фізичних властивостей середовища, у якому поширюється звукова хвиля (модуля Юнга, модуля зсуву, густини середовища). *Чим пружніше середовище, тим більша в ньому швидкість звуку*.

Крім того, *швидкість звуку залежить від температури середовища*.

Швидкість поширення звукової хвилі в газах прямо пропорційна квадратному кореню від абсолютної температури середовища:

$$\upsilon \sim \sqrt{T}.$$

Для практичних розрахунків *у повітрі за невеликих коливань температури* відносно нуля градусів Цельсія використовують спрощене лінійне співвідношення:

$$\upsilon \approx 331 + 0{,}6\,t,$$

де t – температура середовища в градусах Цельсія.

Оскільки атмосферне повітря за нормальних умов можна розглядати як ідеальний газ, за незмінної температури швидкість звуку в ньому не залежить від тиску. Це пояснюється тим, що підвищення тиску компенсується пропорційним зростанням густини повітря, через що швидкість поширення хвиль залишається сталою. Тож саме температурний чинник є визначальним для зміни швидкості звуку в атмосфері.

У рідинах і твердих тілах характер зміни швидкості звуку під час нагрівання суттєво відрізняється від газоподібного середовища. Оскільки ці середовища є малостисливими, визначальну роль у теплових процесах відіграє зміна параметрів їхньої внутрішньої молекулярної структури.

У *більшості рідин із підвищенням температури швидкість поширення звукових хвиль зменшується*. Це зумовлено швидким спаданням модуля об'ємної пружності речовини, яке випереджає зміну її густини.

Аномальним винятком у рідинах є *вода*, у якій швидкість звуку зростає під час нагрівання до 74° C, а за подальшого підвищення температури починає зменшуватися.

У *твердих тілах із підвищенням температури швидкість звуку також зменшується*. Нагрівання матеріалу спричиняє послаблення міжатомних зв'язків у кристалічній ґратці, внаслідок чого зменшуються модулі пружності (модуль Юнга та модуль зсуву).

Традиційно у класичній фізиці вважається, що в безповітряному просторі (вакуумі, космосі) звукові хвилі поширюватися не можуть через повну відсутність матеріальних частинок, здатних передавати механічні коливання. Проте за результатами сучасних досліджень у галузі наноакустики було доведено, що *звук здатний долати ультратонкі вакуумні прошарки завтовшки менше одного мікрона за наявності між об'єктами сильного електричного поля.*

Для звукових хвиль малої амплітуди *швидкість звуку зазвичай не залежить від частоти та амплітуди хвилі.*

*Зокрема, відсутність залежності швидкості поширення від частоти (**дисперсії звуку**)* є фундаментальною властивістю лінійної акустики. Це забезпечує одночасне досягнення слухача всіма частотними компонентами складного звукового сигналу без спотворення його часової структури.

Об'єктивні (фізичні) параметри звукових хвиль, які реєструються вимірювальними приладами, безпосередньо пов'язані з відповідними *суб'єктивними (фізіологічними) ознаками нашого слухового сприйняття*.

- *Першою парою характеристик* є ***частота коливань та висота тону*.**

Об'єктивною фізичною характеристикою першої пари є ***частота коливань джерела звуку***.

Одиницею вимірювання частоти звуку в Міжнародній системі одиниць СІ є герц: $[\nu] = \text{Гц}$.

Відповідною *суб'єктивною фізіологічною ознакою нашого слуху є висота тону.*

Висотою тону *називається якість звуку, що визначається частотою коливань його джерела: чим більша частота коливань, тим вищим є сприйманий тон.*

Для кількісного оцінювання суб'єктивного сприйняття висоти тону в акустиці використовують позасистемну одиницю – мел: $[H] = \text{мел}$.

Ця шкала побудована на основі статистичного усереднення слухових відчуттів людини, оскільки наше вухо оцінює зміну висоти тону нелінійно щодо зміни частоти коливань у герцах. Звукові хвилі однієї частоти називаються чистими тонами, проте реальні джерела зазвичай створюють складні звуки, що складаються з набору різних частот.

- *Другою парою характеристик є* ***амплітуда (або інтенсивність) хвилі та гучність.***

Об'єктивною фізичною характеристикою другої пари є інтенсивність звукової хвилі, яка визначається амплітудою коливань частинок середовища.

Інтенсивністю звуку *називається середня енергія, що переноситься хвилею за одиницю часу через одиничну площу поверхні, розташовану перпендикулярно до напрямку поширення хвилі:*

$$I = \frac{W}{S_{\text{п}} \cdot t}.$$

Одиницею вимірювання інтенсивності звуку в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на квадратний метр: $[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Для плоскої синусоїдальної хвилі малої амплітуди інтенсивність звуку пов’язана з максимальними амплітудами звукового тиску p і коливальної швидкості υ співвідношенням:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{\rho \upsilon},$$

де ρ – густина середовища.

Звуковим тиском *називається змінний тиск у середовищі, зумовлений поширенням у ньому звукових хвиль.*

Звуковий тиск розрізняють у трьох значеннях: миттєвий, амплітудний та діючий звуковий тиск.

Миттєвим звуковим тиском p *називається додатковий локальний тиск, який визначається силою дії звукової хвилі на одиницю площі поверхні в певний момент часу.*

Амплітудним звуковим тиском $p_{\text{а}}$ *називається максимальне значення миттєвого звукового тиску, яке досягається в момент найбільшого стиснення середовища під час поширення хвилі.*

Діючим (або ефективним) звуковим тиском $p_{\text{д}}$ *називається середньоквадратичне значення миттєвого звукового тиску за період коливань.*

Для синусоїдальної звукової хвилі діючий тиск пов'язаний з амплітудним значенням тиску співвідношенням:

$$p_{\text{д}} = \frac{p_{\text{а}}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707\ p_{\text{а}}.$$

Оскільки більшість акустичних вимірювальних приладів (мікрофонів, шумомірів) реєструє саме діюче значення тиску, у практичних розрахунках ***інтенсивність звуку*** виражають через:

$$I = \frac{p_{\text{д}}^2}{\rho \upsilon}.$$

Відповідною *суб'єктивною фізіологічною ознакою нашого слуху є гучність звуку*.

Гучністю звуку *називається суб'єктивне фізіологічне відчуття, що визначається потужністю впливу звукової хвилі на орган слуху людини та залежить від її інтенсивності*.

Одиницею вимірювання рівня гучності звуку є децибел: $[L] = \text{dB}$.

В інженерній практиці для позначення децибел використовують як національне кириличне скорочення (дБ), так і міжнародний латинський варіант (dB), який є більш прийнятим у сучасній науковій літературі.

Децибел є позасистемною одиницею вимірювання, яку за рішенням Генеральної конференції з мір і ваг допускається застосовувати спільно з Міжнародною системою СІ без обмежень.

Децибелом називається позасистемна логарифмічна одиниця вимірювання рівня гучності звуку й підсилення потужності сигналу, значення якої дорівнює одній десятій бела.

За різниці рівнів у $1\,\text{dB}$ відношення інтенсивностей становить:

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{0,1} = 1,26.$$

Зважаючи на те, що інтенсивність звуку пропорційна квадрату звукового тиску $I \sim p^2$, під час вимірювання рівнів саме звукового тиску в децибелах N_p математичний вираз набуває вигляду:

$$N_P = 20 \lg \frac{p_2}{p_1}.$$

За точку відліку цієї шкали приймається *найтихіший звук, який може сприйняти вухо людини при частоті* $1\,\text{кГц}$. Цей *поріг чутності для звукового тиску становить*:

$$p_1 = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Інтенсивністю звуку, за якої виникає у вусі людини відчуття болю, називається *порогом больового відчуття*. На згаданій еталонній частоті цей поріг відповідає інтенсивності звуку: $I = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ та звуковому тиску: $p = 63\,\text{Па}$.

Шкала рівнів гучності містить стільки ж децибел, скільки їх міститься у шкалі рівнів інтенсивності.

Фонами називаються децибели шкали рівнів гучності на частоті $\nu = 1\,\text{кГц}$. Вимірювання рівня гучності звуку полягає у порівнянні його з цим еталоном. *Ізофонами* (або кривими однакової гучності) називаються лінії залежності рівнів інтенсивності від частоти звуків, які сприймаються вухом людини як рівнозвучні з еталонним сигналом. (рис. 45).

Зв'язок між інтенсивністю звуку та суб'єктивною гучністю є складним і нелінійним, оскільки чутливість нашого вуха до звуків однакової інтенсивності на різних частотах є неоднаковою.

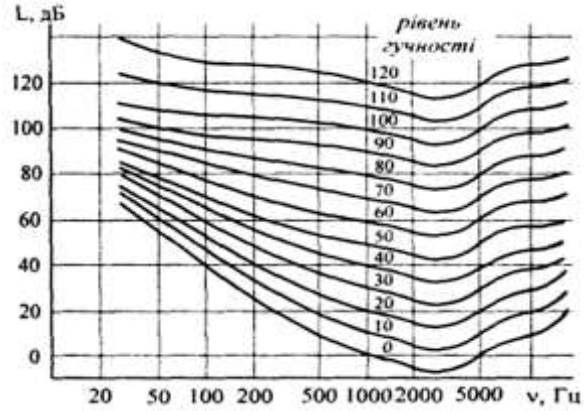


Рис. 45

- Третьою парою характеристик є ***спектральний склад хвилі*** *та* ***тембр.***

Об'єктивною фізичною характеристикою третьої пари є спектральний склад звукової хвилі.

Спектром звуку *називається сукупність усіх частот коливань та відповідних їм амплітуд, що утворюють складний звуковий сигнал*.

Математично цей склад відображає набір простих гармонічних коливань.

Відповідною суб'єктивною фізіологічною ознакою нашого слуху є ***тембр звуку***.

Тембром *називається якість слухового сприйняття, яка дозволяє розрізняти звуки однаковою частоти і гучності, що створюються різними джерелами* (наприклад, різними музичними інструментами чи голосами людей*).*

Фізичною основою тембру є наявність додаткових коливань – обертонів (або гармонік), які

накладаються на основну частоту звуку та формують його унікальний акустичний образ.

Ця пара характеристик не має окремих іменних одиниць вимірювання, оскільки відображає складну просторово-часову структуру хвилі.

Розгляд усіх зазначених фізичних та фізіологічних характеристик базується на фундаментальній умові лінійності хвильових процесів.

Коли звукова хвиля має малу амплітуду (як більшість звичайних звуків, людська мова чи музика), фізичні властивості середовища не встигають змінюватися під її дією. У цьому випадку хвилі додаються просто і незалежно, а їхня швидкість поширення не залежить від того, наскільки гучним або високим є звук.

Якщо ж амплітуда коливань стає надзвичайно великою (наприклад, під час потужного вибуху, пострілу чи проходження ударної хвилі від надзвукового літака), лінійне наближення перестає працювати. Це вже сфера нелінійної акустики, де швидкість звуку починає безпосередньо залежати від його амплітуди та форми, а саме пружне середовище зазнає сильних локальних деформацій.

Енергія звукової хвилі під час її поширення у середовищі зменшується з відстанню внаслідок явища загасання.

Якщо *загасання зумовлене розсіянням і поглинанням звуку, то інтенсивність його зменшується за експоненціальним законом*:

$$I = I_0 \exp(-\beta x),$$

де I – інтенсивність звуку на відстані x від джерела;

I_0 – початкова інтенсивність звуку;

β – коефіцієнт згасання.

У фізиці доведено, що коефіцієнт згасання звукової хвилі безпосередньо залежить від внутрішніх властивостей середовища (його густини та внутрішнього тертя між частинками).

Коефіцієнт згасання залежить від частоти хвилі, а отже, і від її довжини. Оскільки ця величина прямо пропорційна квадрату частоти коливань, її залежність від довжини хвилі є обернено квадратичною. *Через це зі збільшенням довжини хвилі коефіцієнт згасання стрімко зменшується.*

Саме тому для поширення звуку на великі відстані в природі та техніці використовують низькочастотні джерела, оскільки довгі хвилі зазнають значно менших втрат енергії.

Окрім втрат усередині самої речовини, інтенсивність звуку змінюється на межі поділу різних середовищ внаслідок ефекту відбивання хвилі.

Коефіцієнтом відбивання R *називається безрозмірна величина, що визначається відношенням інтенсивності відбитої хвилі* I_1 *до інтенсивності падаючої хвилі* I_2.

За *нормального падіння звукової хвилі на плоску межу поділу двох середовищ* ***коефіцієнт відбивання*** *обчислюється* за ***формулою Релея***:

$$R = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\left(\rho_2 \upsilon_2 - \rho_1 \upsilon_1\right)^2}{\left(\rho_2 \upsilon_2 + \rho_1 \upsilon_1\right)^2}.$$

Із формули Релея видно: *чим більше різняться між собою хвильові опори першого і другого середовищ ($\rho_1\upsilon_1$ та $\rho_2\upsilon_2$), тим менша частка енергії звукової хвилі проникає крізь межу поділу*.

Якщо хвильові опори двох середовищ однакові, то звукова хвиля взагалі не відбивається і повністю переходить у друге середовище.

Джон Вільям Релей *(1842–1919) – англійський фізик, який досліджував акустику пружних середовищ. У 1885 році він відкрив поверхневі акустичні хвилі, відомі сьогодні як хвилі Релея, а також вивів фундаментальну формулу для коефіцієнта відбивання на межі поділу середовищ. Головні результати його досліджень увійшли до класичного трактату «Теорія звуку».*

Аналіз закономірностей відбивання та поширення хвиль на межі поділу середовищ є фізичною основою для практичного використання високочастотних пружних коливань, детальний розгляд яких та їхнє застосування в сучасній інженерії та медицині наведено в наступному параграфі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз акустичних характеристик середовища є базовим для проєктування систем гучномовного оповіщення, розробки звукових методів моніторингу будівельних конструкцій, а також для своєчасного виявлення

небезпечних факторів аварійних процесів у виробничих приміщеннях. Розрахунок величин звукових коливань дозволяє розробити надійні захисні комплекси для порятунку людей на об'єктах різного призначення.

1. *Акустичні впливи на виробниче середовище*.

У великих за об'ємом приміщеннях, таких як глядацькі зали театрів, криті спортивні комплекси або промислові цехи, звукові хвилі великої інтенсивності можуть викликати додаткові ризики.

- *Накладання хвиль та вібрація елементів*. Тривалий вплив потужного звуку або виникнення стійких акустичних стоячих хвиль здатні викликати інтенсивне підсилення вібрацій елементів будівлі, що у поодиноких випадках може сприяти локальній деформації кріплень.

- *Небезпека у вибухонебезпечному середовищі*. Механічні вібрації від інтенсивного звуку можуть призвести до взаємного зміщення металевих деталей та виникнення фрикційного іскріння. Такий фактор є критично небезпечним у високочутливих умовах виробництва, наприклад, за наявності в повітрі вибухонебезпечного горючого пилу, де навіть дрібна механічна іскра здатна спровокувати миттєвий спалах.

2. *Звукові методи моніторингу та раннього реагування.*

Сучасні системи протипожежного захисту та безпеки об'єктів активно використовують аналіз звукового поля для реєстрації аварійних подій.

- *Акустична діагностика руйнувань*. Автоматизовані комплекси пожежного моніторингу використовують звукові хвилі для безперервного контролю цілісності споруд. Завдяки методу реєстрації хвиль акустичної емісії системи дозволяють на початковій стадії зафіксувати специфічні високочастотні звуки виникнення мікротріщин або прихованих деформацій у кристалічній ґратці матеріалів, викликаних термічним навантаженням вогню.

- *Реєстрація динамічних факторів надзвичайної ситуації.* Спеціалізовані акустичні датчики налаштовані на миттєве реагування на характерні звукові хвилі від вибуху газу чи раптового обвалу елементів споруди. Крім того, такі системи здатні реєструвати низькочастотні звуки, які виникають через інтенсивний рух гарячих потоків повітря безпосередньо над вогнем і сприймаються як характерний гул пожежі. Фіксація цих звукових хвиль свідчить про швидкий розвиток надзвичайної ситуації, що дозволяє автоматиці миттєво передати сигнал тривоги на пульт пожежної охорони.

§26. Ультразвук і його застосування

Ультразвуком *називаються звукові хвилі з частотою вище за поріг сприйняття людського вуха* (від $20 \cdot 10^3$ Гц до $1 \cdot 10^9$ Гц).

Водночас у кристалах верхня межа частот таких хвиль є значно вищою і становить порядку

$10^{12} - 10^{13}$ Гц, що фактично відповідає фізичній межі існування гіперзвукових коливань.

Цей частотний поріг зумовлений тим, що за таких умов довжина акустичної хвилі стає сумірною з міжмолекулярними (міжатомними) відстанями в речовині, через що середовище втрачає свою однорідність і поширення пружних коливань вищої частоти стає фізично неможливим.

Ультразвукові хвилі мають низку специфічних властивостей.

Найважливіша їхня властивість полягає в тому, що вони можуть випромінюватись у вигляді вузьких спрямованих пучків, які називають ультразвуковими променями.

Через малу довжину хвиль геометричний характер поширення та взаємодії ультразвуку з макроскопічними об'єктами повністю описується законами променевої акустики, які є аналогічними до законів геометричної оптики.

Зокрема, *ультразвукові промені на межі поділу двох середовищ відбиваються і заломлюються*.

Унаслідок цього початкова *енергія біжучої хвилі розподіляється*: *частина її повертається в перше середовище разом із відбитим променем, а решта енергії переходить крізь межу поділу разом із заломленим променем*.

Кількісною мірою цього енергетичного розподілу, крім відомого *коефіцієнта відбивання* R, є *коефіцієнт пропускання* D.

Коефіцієнтом пропускання *називається безрозмірна величина, що визначається відношенням двох інтенсивностей:*

$$D = \frac{I_{\text{d}}}{I_0},$$

де I_0 – інтенсивність звукової хвилі, що падає на межу поділу двох середовищ;

I_{d} – інтенсивність звукової хвилі, яка пройшла крізь межу поділу в друге середовище.

Згідно із законом збереження енергії, сума інтенсивностей відбитої хвилі та хвилі, що пройшла крізь межу поділу, дорівнює інтенсивності початкової звукової хвилі в першому середовищі:

$$I_0 = I_{\text{R}} + I_{\text{d}},$$

де I_{R} – інтенсивність відбитої хвилі.

Поділивши ліву і праву частини рівняння на I_0, то одержимо *фундаментальне співвідношення*:

$$R + D = 1.$$

Якщо підставити у це співвідношення відому формулу Релея для коефіцієнта відбивання через хвильові опори середовищ, то одержимо кінцеву розрахункову формулу для *коефіцієнта пропускання:*

$$D = 1 - R = 1 - \frac{(\rho_2 \upsilon_2 - \rho_1 \upsilon_1)^2}{(\rho_2 \upsilon_2 + \rho_1 \upsilon_1)^2}.$$

Із метою практичної ілюстрації отриманих теоретичних закономірностей обчислимо коефіцієнт відбивання на межі поділу «вода-повітря».

Вода і повітря – це середовища, хвильові опори яких суттєво різняться.

Хвильовий опір повітря становить: $\rho_1 \upsilon_1 = 430 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2/\text{с}}$, а води – $\rho_2 \upsilon_2 = 1{,}49 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2/\text{с}}$.

Після підставляння цих значень у формулу Релея для коефіцієнта відбивання одержимо:

$$R = \frac{(\rho_2 \upsilon_2 - \rho_1 \upsilon_1)^2}{(\rho_2 \upsilon_2 + \rho_1 \upsilon_1)^2} = \frac{(1{,}49 \cdot 10^6 - 430)^2}{(1{,}49 \cdot 10^6 + 430)^2} \approx 1 \text{ або } R = 100\ \%.$$

Тоді відповідно до закону збереження енергії коефіцієнт пропускання дорівнює:

$$D = 1 - R = 0.$$

Отже, *ультразвукова хвиля, поширюючись у воді, практично повністю відбивається* від повітряних порожнин, оскільки повітряне середовище виконує роль екрана для хвилі.

Зменшення інтенсивності ультразвуку в однорідному середовищі відбувається за законом загасання:

$$I = I_0 \exp(-\beta x),$$

де I – інтенсивність ультразвуку на відстані x від джерела;

I_0 – початкова інтенсивність ультразвуку;

β – коефіцієнт згасання.

Для практичного оцінювання ступеня загасання хвиль певної частоти вводять поняття напівпоглинаючого шару.

Напівпоглинаючим шаром *називається товщина середовища, під час проходження якої інтенсивність ультразвукової хвилі зменшується удвічі*.

Ультразвукові коливання мають широку сферу практичного застосування в науці, техніці та медицині завдяки унікальним властивостям.

У наукових дослідженнях ультразвукові методи поширені в ехолокації для вимірювання глибин водойм і виявлення підводних об'єктів тощо.

У промисловості та інженерії ультразвук є основою сучасних методів неруйнівного контролю, де за характером відбивання та проходження хвиль виявляють приховані внутрішні дефекти, тріщини або порожнини в металевих конструкціях літаків, мостів та елементів трубопроводів.

Іншим важливим промисловим застосуванням є *ультразвукове очищення поверхонь складних деталей*. Цей процес базується на явищі акустичної кавітації у рідинах, коли під дією хвиль утворюються і різко колапсують мікроскопічні бульбашки, кінетична енергія яких ефективно видаляє забруднення з поверхонь.

Крім того, енергію ультразвуку використовують для *зварювання полімерних матеріалів і пластмас,* а також для *високоточного механічного різання надтвердих або крихких речовин*.

У медичній практиці виділяють три основні напрями застосування: діагностичний, терапевтичний та хірургічний.

До діагностики належить ультразвукове дослідження (УЗД) для безпечної візуалізації внутрішніх органів без пошкодження шкірних покривів.

У терапії ультразвук використовують для стимуляції регенерації пошкоджених тканин та безконтактного руйнування конкрементів методом літотрипсії.

У хірургічній практиці фокусований ультразвук високої інтенсивності дозволяє здійснювати точкове знищення патологічних утворень без пошкодження навколишніх здорових тканин.

Також ультразвукові методи поширені у ветеринарній медицині та сучасній косметології тощо.

Оскільки більшість практичних технологій використання ультразвуку реалізується у рідких і газоподібних середовищах, для точного розрахунку акустичних полів та динаміки взаємодії хвиль із потоками речовини необхідно детально вивчити фундаментальні закони гідродинаміки ідеальної рідини, розгляд яких розпочинається в наступному параграфі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки використання ультразвукових технологій є важливим напрямком для розробки високоефективних систем раннього виявлення осередків горіння, безперервного моніторингу витоків вибухонебезпечних речовин та проведення

неруйнівного профілактичного контролю промислового обладнання.

1. *Ультразвукові сповіщувачі для реєстрації небезпечних факторів пожежі*.

Інтеграція високочастотних пружних коливань у системи пожежної сигналізації дозволяє суттєво підвищити швидкість реагування на загоряння.

- *Аналіз параметрів повітряного середовища*. Ультразвукові сповіщувачі функціонують на основі безперервного сканування простору. Автоматика аналізує зміну таких фізичних характеристик повітря, як густина, температура та швидкість висхідних гарячих потоків, які безпосередньо свідчать про появу полум'я. Коли властивості середовища змінюються через нагрівання, це миттєво впливає на час проходження ультразвукового сигналу між випромінювачем і приймачем датчика.

- *Реєстрація аерозольних продуктів згоряння*. Ультразвукові хвилі миттєво реагують на появу дрібнодисперсних частинок диму в об'ємі приміщення. Зіткнення хвилі з димовою завісою змінює її амплітуду, швидкість поширення та викликає розсіювання енергії, що дозволяє зафіксувати пожежу набагато раніше, ніж це здатні зробити традиційні оптичні або теплові детектори.

2. *Хвильовий моніторинг витоків горючих газів*.

Своєчасна індикація розгерметизації технологічних систем під тиском є основою запобігання аварійним вибухам на виробництві.

- *Фіксація високочастотних коливань*. Ультразвукові газові сповіщувачі налаштовані на реєстрацію специфічного хвильового шуму високої частоти, який виникає при виході газу крізь мікротріщини.

- *Запобігання вибухонебезпечним концентраціям.* Оскільки витік палива з резервуара під тиском завжди супроводжується генерацією пружних хвиль в ультразвуковому діапазоні, прилади виявляють небезпеку миттєво. Це дозволяє заблокувати магістраль до моменту утворення вибухонебезпечної газоповітряної суміші та повністю нівелювати ризик наступного займання.

3. *Технічна діагностика та контроль стану промислового електрообладнання*.

Профілактичне обслуговування силових мереж за допомогою ультразвукових методів дозволяє ліквідувати джерела запалювання на стадії їхнього зародження.

- *Виявлення прихованих дефектів*. За допомогою портативних ультразвукових приладів дефектоскопії фахівці виявляють термічний перегрів, механічний знос підшипників валів або електричне іскріння всередині закритих розподільчих щитів.

- *Зниження пожежних ризиків*. Постійний ультразвуковий контроль працюючого устаткування допомагає вчасно виявити мікроруйнування ізоляції та запобігти виникненню коротких

замикань, які є однією з найпоширеніших причин техногенних пожеж.

4. *Техніко-економічні переваги ультразвукових методів профілактики*.

Впровадження ультразвуку в комплексні системи протипожежного захисту забезпечує високу надійність контролю об'єктів.

- *Рання діагностика надзвичайних ситуацій*. Ультразвукові системи фіксують непрямі ознаки аварії ще до появи відкритого полум'я чи густого диму.

- *Висока чутливість до динамічних змін*. Датчики миттєво реагують на найменші коливання параметрів газового середовища в зоні контролю.

- *Моніторинг важкодоступних просторів*. Фізичні властивості ультразвукових хвиль дозволяють успішно проводити сканування у закритих вентиляційних шахтах, технологічних нішах та кабельних каналах.

- *Безконтактний характер вимірювань*. Проведення дистанційного моніторингу не потребує зупинки виробничого процесу або втручання в конструкцію працюючого устаткування.

- *Комплексний підхід до автоматизації*. Ультразвукові технології є ефективним доповненням до класичних засобів протипожежної автоматики. Вони забезпечують надійне виявлення загроз на початкових стадіях та дозволяють проводити глибоку діагностику технічного стану об'єктів, суттєво підвищуючи загальний рівень

безпеки. Для досягнення максимального ефекту захисту їхнє застосування в пожежній профілактиці поєднується зі стаціонарними системами газового аналізу та оптичного спостереження.

§27. Рівняння нерозривності струмини

Гідродинамікою *називається розділ механіки суцільних середовищ, у якому вивчають рух нестисливої рідини та її взаємодію з твердими тілами.*

Головними властивостями рідини є її текучість, в'язкість та нестисливість.

Під текучістю розуміють здатність рідини легко змінювати свою форму під дією зовнішніх сил.

В'язкість проявляється як внутрішнє тертя, що чинить опір зсуву шарів рідини під час її руху.

Нестисливість означає здатність рідини зберігати свій об'єм незмінним навіть у разі суттєвого підвищення тиску.

Течією називається рух рідин, а *потоком* – сукупність частинок такої текучої рідини.

Для опису руху рідини у фізиці та інженерії можливе застосування двох фундаментальних методів.

Перший метод, який історично розроблявся *Лагранжем*, *полягає в тому, що в аналітичному вигляді вказується просторове положення і швидкість кожної окремої частинки рідини для кожного фіксованого моменту часу.*

Жозеф-Луї Лагранж *(1736–1813) – французький математик, астроном і фізик італійського походження. У 1781 році він розробив гідродинамічний метод опису руху рідин та газів, відомий як метод Лагранжа. Сьогодні цей підхід є базою для комп'ютерного моделювання складних траєкторій індивідуальних частинок у потоках суцільних середовищ.*

Ефективнішим для інженерних розрахунків є *метод Ейлера*.

Методом Ейлера називається спосіб опису руху рідини, що полягає у визначенні просторово-часової залежності вектора швидкості течії від просторових координат цих точок (x,y,z) *та від часу* t:

$$\vec{\upsilon} = f(\vec{r},t) \text{ або}$$

$$\upsilon_x = f_1(x,y,z,t),\ \upsilon_y = f_2(x,y,z,t),\ \upsilon_z = f_3(x,y,z,t),$$

де $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ – радіус-вектор, проведений від початку координат в задану точку;

υ_x, υ_y, υ_z – проєкції вектора $\vec{\upsilon}$ на осі координат.

Леонард Ейлер *(1707–1783) – швейцарський математик, фізик та механік. У 1757 році він розробив гідродинамічний метод опису руху рідин та газів, відомий як метод Ейлера. Сьогодні цей підхід, заснований на фіксації параметрів потоку в нерухомих точках простору, є фундаментом для чисельного моделювання в авіабудуванні, прогнозування погоди та розрахунку гідротехнічних споруд.*

Реальні потоки рідини демонструють складну структуру, яку прийнято розділяти на кілька базових типів залежно від умов руху.

Усталеною (стаціонарною) течією *називається такий рух рідини, за якого її швидкість у кожній точці займаного простору не змінюється з часом, тобто вектор швидкості не залежить від часу t, а є функцією лише просторових координат:*

$$\vec{\upsilon} = f(\vec{r}),$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, який визначає положення конкретної точки у просторі.

Ламінарною (шаруватою) течією *називається такий рух рідини, за якого її потік є сукупністю окремих шарів, що переміщуються один відносно одного без перемішування частинок речовини.*

Турбулентною течією *називається такий рух рідини, що супроводжується інтенсивним перемішуванням її шарів унаслідок виникнення динамічних вихрових рухів.*

Для наочного опису та графічного зображення руху рідини в просторі використовують кілька базових фізичних понять.

Лініями течії *називаються геометричні лінії, які проводять у просторі потоку так, що дотичні до них у будь-якій точці збігаються за напрямком з векторами швидкостей частинок рідини у відповідний момент часу.*

Ці лінії відображають просторову структуру руху: вони вказують не лише напрямок швидкостей,

а й дозволяють оцінити модуль швидкості частинок у цьому місці (рис. 46).

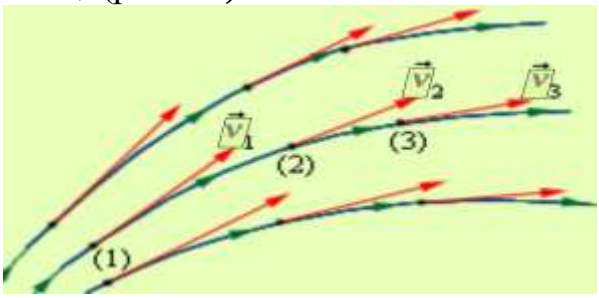


Рис. 46

Густину ліній течії *(їхню кількість на одиницю перпендикулярної площі) обирають так, щоб вона чисельно дорівнювала модулю швидкості рідини у цьому перерізі*.

У загальному випадку лінії течії не збігаються з траєкторіями частинок, оскільки *траєкторія відображає шлях однієї частинки за весь час*, а *лінія течії – миттєвий напрямок руху багатьох частинок у цей момент часу*. Вони повністю збігаються лише *за умови стаціонарного потоку речовини*.

Трубкою течії *називається замкнена поверхня, утворена лініями течії, що проведені через усі точки малого замкненого контуру.*

Струминою *називається частина рідини або газу, яка обмежена цією трубкою течії.*

За стаціонарної течії кожна частинка рідини весь час рухається у межах певної струмини.

Ідеальною рідиною *називається теоретична модель рідини, у якій повністю відсутнє внутрішнє тертя.*

У деяких випадках цим тертям реальної рідини можна знехтувати, оскільки при її протіканні в коротких і широких каналах або трубах ефекти внутрішнього тертя виявляються лише в тонкому пристінковому шарі, який безпосередньо прилягає до твердої поверхні.

Для розрахунку потоку ідеальної рідини розглянемо трубку течії, що є настільки тонкою, що в кожному її поперечному перерізі швидкість рідини можна вважати сталою (рис. 47).

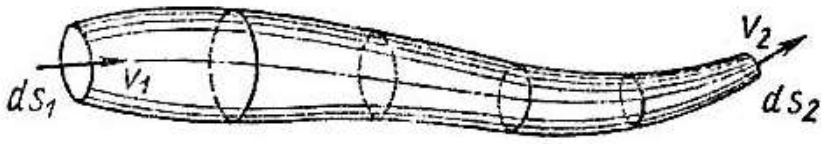


Рис. 47

Виберемо довільно два перерізи, площі яких дорівнюють dS_1 і dS_2 та є перпендикулярними до напрямку вектора швидкості, відповідно, $\vec{\upsilon}_1$ і $\vec{\upsilon}_2$. За інтервал час Δt через переріз dS_1 переміститься об'єм рідини, який становить $\upsilon_1 \Delta t dS_1$, а через переріз dS_2 – $\upsilon_2 \Delta t\, dS_2$.

Якщо рідина є нестисливою, тобто її густина є сталою величиною ($\rho - \text{const}$), то за час Δt через перерізи dS_1 і dS_2 перемістяться однакові об'єми рідини:

$$\upsilon_1 dS_1 = \upsilon_2 dS_2 .$$

Рівнянням нерозривності (неперервності) струмини:

$$\upsilon dS = \text{const}.$$

Для стаціонарного потоку нестисливої рідини добуток швидкості руху рідини на площу поперечного перерізу струмини є величиною сталою для будь-якого її перерізу.

Рівняння нерозривності (неперервності) струмини є наслідком закону збереження маси.

Сукупність таких елементарних струминок утворює реальний потік рідини, обмежений твердими стінками труби або каналу. Оскільки лінії течії не перетинають стінки і не виходять за межі потоку, для всього поперечного перерізу труби діють ті самі закони збереження маси, що й для окремої тонкої струминки.

Для двох довільних макроскопічних перерізів S_1 *та* S_2 *реальної труби скінченних розмірів рівняння нерозривності (неперервності) набуває кінцевого вигляду*:

$$S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2$$

Закон нерозривності (неперервності) для потоку нестисливої рідини.

Для стаціонарного потоку нестисливої рідини добуток швидкості руху рідини на площу поперечного перерізу труби скінченних розмірів є величиною сталою для будь-якого перерізу потоку.

Із цього рівняння випливає, що *швидкості руху рідини через два довільних перерізи труби є обернено пропорційними до площ цих перерізів*: *у*

найвужчих місцях труби швидкість рідини завжди є найбільшою, а в найширших – найменшою.

Зміна швидкості течії під час проходження рідини крізь перерізи різної площі неминуче призводить до перерозподілу сил тиску в потоці, детальний аналіз якого на основі закону збереження енергії становить суть рівняння Бернуллі та розглядається в наступному параграфі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки рівняння нерозривності струмини є одним із фундаментальних законів гідродинаміки, який використовується для гідравлічних розрахунків у системах протипожежного водопостачання, автоматичного пожежогасіння, а також при моделюванні руху та траєкторії вогнегасних струменів.

1. *Практичне застосування закону в пожежній тактиці та автоматиці.*

Гідродинамічний закон збереження маси, виражений через сталість об'ємної витрати нестисливої рідини ($S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2$), визначає параметри руху вогнегасних речовин у всіх елементах пожежно-технічного озброєння.

- *Розрахунок швидкості на виході зі ствола.* Рівняння нерозривності дозволяє інженерам точно визначити швидкість витікання води або піноутворювача при роботі пожежного ствола. Звуження вихідного отвору насадка забезпечує значне прискорення потоку рідини, що необхідно для

формування потужного компактного струменя, здатного досягти осередку вогню на великій відстані чи висоті.

- *Оптимізація діаметра рукавних ліній та насадків*. На основі рівняння нерозривності здійснюється обґрунтований підбір діаметра пожежних рукавів та змінних насадків пожежних стволів. Це дозволяє досягти заданої тактико-технічної норми витрати води для конкретного класу об'єкта.

- *Оцінка зміни швидкостей при розгалуженнях*. Закон застосовується для розрахунку параметрів руху рідини у місцях зміни діаметра магістральних трубопроводів або при використанні пожежних рукавних розгалужень. Розрахунок швидкостей у кожному відгалуженні дозволяє точно спрогнозувати втрати напору, забезпечуючи стабільну і безперебійну роботу всіх підключених ручних стволів.

§28. Рівняння Бернуллі

Важливим етапом у дослідженні руху рідин є вивчення рівняння Бернуллі, яке встановлює математичну залежність між тиском, швидкістю течії та висотою розташування перерізу струмини.

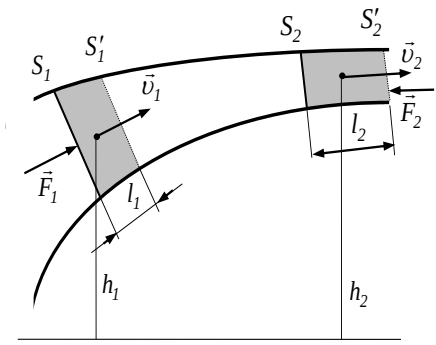


Рис. 48

Нехай по нахиленій трубці течії змінного перерізу рухається ідеальна рідина у напрямку зліва направо (рис. 48).

Умовно виділимо область трубки, обмежену перерізами S_1 і S_2. Нехай у перерізі S_1 швидкість рідини $\vec{\upsilon}_1$, тиск p_1 і висота, на якій розташовано цей переріз, h_1.

Аналогічно у перерізі S_2 швидкість рідини $\vec{\upsilon}_2$, тиск p_2 і висота цього перерізу h_2. За малий проміжок часу Δt рідина переміщається від перерізів площею S_1 і S_2 до $-S_1'$ і $S_{2.}'$.

Визначимо зміну повної енергії, яка відбувається в цій області між перерізами S_1 і S_2 за час Δt.

За цей час маса рідини між перерізами S_1 і S_1' входить у область, а маса яка розташована між S_2 і S_2', виходить з неї.

Зміна повної енергії (суми кінетичної та потенціальної) для маси рідини Δm визначається як різниця між повною енергією маси, що виходить із струмини, та тієї, що входить у неї $(\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m)$:

$$\Delta W = \left(W_{к_2} + W_{р_2}\right) - \left(W_{к_1} + W_{р_1}\right) =$$

$$= \left(\frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2\right) - \left(\frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} + \Delta m g h_1\right).$$

За законом збереження енергії зміна енергії ΔW дорівнює роботі зовнішніх сил, що переміщують масу Δm рідини від перерізу S_1 до перерізу S_2:

$$\Delta W = A.$$

Розрахуємо цю роботу під час переміщення ділянки рідини, обмеженої перерізами S_1 і S_2.

За інтервал часу Δt через ці перерізи переноситься маса рідини Δm.

Робота зовнішніх сил на цій ділянці переміщення дорівнює:

$$A = F_1 l_1 - F_2 l_2 = p_1 S_1 \upsilon_1 \Delta t - p_2 S_2 \upsilon_2 \Delta t \ .$$

За законом нерозривності струмини:

$$S_1 \upsilon_1 \Delta t = S_2 \upsilon_2 \Delta t = \Delta V \ .$$

У результаті:

$$A = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V \ .$$

Враховуючи, що $\Delta W = A$, одержимо:

$$p_1 \Delta V - p_2 \Delta V = \frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} - \Delta m g h_1 .$$

Оскільки густина рідини $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$, рівняння набуде вигляду:

$$\frac{\rho \upsilon_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 = \frac{\rho \upsilon_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 \ .$$

Враховуючи, що перерізи струмини вибрані абсолютно довільно, *повний тиск у потоці зберігає постійне значення:*

$$\frac{\rho \upsilon^2}{2} + \rho g h + p = \text{const},$$

де p – статичний тиск;

$\frac{\rho \upsilon^2}{2}$ – динамічний тиск;

$\rho g h$ – гідростатичний тиск.

Це співвідношення називається ***рівнянням Бернуллі****.*

У стаціонарному потоці ідеальної нестисливої рідини сума статичного, динамічного і гідростатичного тисків є сталою величиною у довільному поперечному перерізі потоку.

Рівняння Бернуллі для горизонтально розташованої трубки течії $(h_1 = h_2)$ *набуває вигляду:*

$$\frac{\rho \upsilon^2}{2} + p = \text{const}.$$

Даніель Бернуллі *(1700–1782) – швейцарський фізик і математик. У 1738 році у своїй класичній праці «Гідродинаміка» він вивів фундаментальний закон збереження енергії для рухомого потоку, відомий як рівняння Бернуллі. Сьогодні цей закон, що пов'язує швидкість течії з її тиском, слугує основою для розрахунку трубопровідних систем, насосного обладнання та вимірювальних приладів аеродинаміки.*

Із рівняння Бернуллі для горизонтальної трубки течії зі змінним перерізом та рівняння нерозривності струмини випливає такий важливий гідродинамічний наслідок.

Під час течії рідини у горизонтальній трубці швидкість потоку є більшою у тих перерізах, де площа трубки є меншою, а статичний тиск є більшим у тих перерізах, де площа трубки є більшою (рис. 49).

Це твердження називається ***законом Бернуллі.***

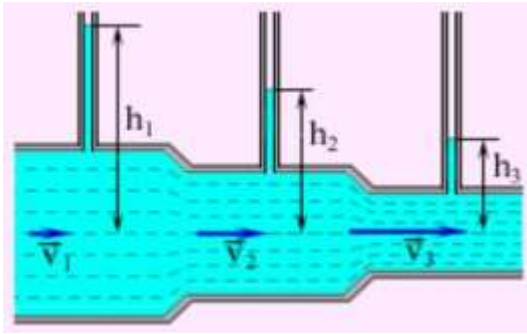


Рис. 49

За законом Бернуллі визначимо швидкість витікання рідини з невеликого отвору в широкій відкритій посудині. Для цього розглянемо два перерізи потоку рідини – перший на вільній поверхні рідини у посудині, а другий на виході з отвору (рис. 50).

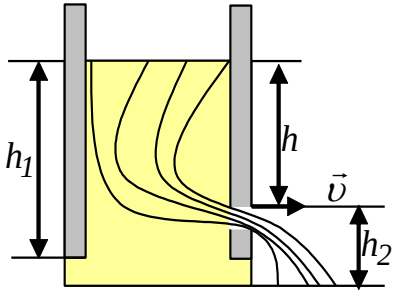


Рис. 50

Якщо вважати, що тиски в обох перерізах однакові і дорівнюють атмосферному, а швидкість у перерізі на поверхні рідини в посудині вважати рівною нулю, то дістанемо:

$$\rho g h_1 = \frac{\rho \upsilon^2}{2} + \rho g h_2 .$$

Звідси швидкість витікання рідини з отвору:

$$\upsilon = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}\,.$$

Оскільки $h_1 - h_2 = h$ – висота рівня рідини в посудині над отвором витікання, то остаточно:

$$\upsilon = \sqrt{2gh}\,.$$

Цю формулу вперше встановив Торрічеллі.

Для реальних середовищ швидкість витікання завжди є дещо меншою від значення, що обчислене за теоретичною формулою Торрічеллі.

Еванджеліста Торрічеллі *(1608–1647) – італійський фізик та математик, учень Галілео Галілея. У 1644 році він вивів фундаментальну формулу для визначення швидкості витікання ідеальної рідини з отвору під дією сили тяжіння, відому як формула Торрічеллі. Сьогодні цей закон, що є класичним наслідком рівняння Бернуллі, слугує основою для розрахунку гідравлічних систем, зливних пристроїв, резервуарів та оцінки витоків у промислових трубопроводах.*

Закон Бернуллі відкриває широкі можливості для дослідження руху рідин, проте для його практичного використання необхідно вміти кількісно оцінювати параметри потоку.

Саме тому наступним кроком є вивчення методів та приладів, які дозволяють здійснювати точне вимірювання тисків рідин.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки рівняння Бернуллі є основним законом

гідродинаміки, який відображає закон збереження енергії для рухомої рідини чи газу. Застосування цього закону дозволяє розраховувати параметри роботи внутрішніх і зовнішніх протипожежних водопроводів, визначати необхідний тиск у стаціонарних системах пожежогасіння та моделювати процеси газообміну під час розвитку пожежі в будівлях.

1. Практичні аспекти застосування закону в протипожежному захисті.

Гідродинамічний закон $\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}$ є розрахунковим фундаментом для моделювання та експлуатації технічних систем.

- *Параметри подачі води пожежними рукавами*. Рівняння Бернуллі допомагає точно обчислити, які саме параметри тиску та швидкості необхідно створити на виході з пожежного насоса для транспортування рідини на велику відстань. Наприклад, при ліквідації горіння у багатоповерховій будівлі закон дозволяє визначити залишковий вільний напір вогнегасної речовини на виході з пожежного ствола на найвищому робочому поверсі.

- *Функціонування систем протидимного захисту*. Закон застосовується для моделювання руху повітряних мас та продуктів згоряння в інженерних комунікаціях. Розрахунок розподілу тиску в шахтах та вертикальних каналах є обов'язковим для проєктування ефективної витяжної

вентиляції, яка забезпечує швидке видалення диму з евакуаційних шляхів.

- *Визначення робочих параметрів пожежних насосів.* На основі цього рівняння здійснюється розрахунок характеристик насосних агрегатів протипожежного водопостачання та спецавтомобілів. Це дозволяє чітко встановити величину тиску, яку повинен створювати насос для підйому вогнегасного заряду на задану висоту із збереженням необхідного напору для ефективного гасіння вогню.

2. *Приклад практичного аналізу гідравлічної системи.*

Розглянемо роботу протипожежної установки, де вода забирається з підземного пожежного резервуара і подається на верхні технічні яруси споруди. При такому переміщенні рідини відбувається зміна гідростатичного тиску з висотою та виникають втрати енергії потоку через внутрішнє тертя у воді та її взаємодію зі стінками трубопроводу. Використовуючи рівняння Бернуллі з урахуванням цих втрат, інженери точно визначають величину вихідного тиску, яку повинен забезпечити відцентровий насос, щоб гарантувати безперебійну та безпечну роботу автоматичних розпилювачів на найвіддаленіших ділянках об'єкта.

§29. Вимірювання тисків рідини

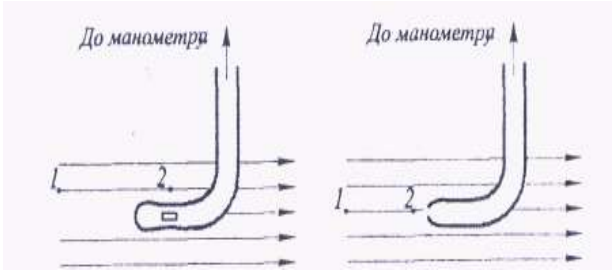
Вимірювання тиску в рухомому потоці рідини є основою для визначення його швидкості та

правильного розрахунку параметрів роботи будь-якої гідравлічної системи.

Статичний тиск $p_{ст}$ *являє собою потенціальну енергію одиниці об'єму рідини у розглянутій точці потоку. Це внутрішній тиск стиснення рухомої рідини, який діє однаково в усіх напрямках і є перпендикулярним до напрямку руху потоку* (зокрема, до стінок трубопроводу чи твердих поверхонь занурених у нього приладів).

Статичний тиск *вимірюється за допомогою статичного зонда, підключеного до манометра, або фіксується манометром безпосередньо через спеціальні отвори у стінці трубопроводу, виконані перпендикулярно до напрямку руху рідини.*

Статичний зонд застосовують для визначення тиску всередині рухомого потоку без порушення його структури (рис. 51 а).



а **Рис. 51** **б**

Прилад виконаний у вигляді вигнутої *Г*-подібної трубки із закритим, плавно заокругленим (обтічним) торцем та тонкими отворами на бічній поверхні.

Статичний зонд опускають у потік так, щоб його горизонтальна частина була спрямована назустріч течії. Оскільки отвори розташовані виключно на бічній поверхні паралельно лініям течії, рідина обтікає їх без прямого удару. Швидкість рідини поблизу бічних отворів, а отже, і тиск, практично не відрізняються від тиску у незбуреному потоці.

Манометр, підключений до такого зонда, фіксує виключно статичний тиск.

Для визначення швидкості руху рідини та її кінетичної енергії застосовують пристрій, названий на честь його винахідника ***трубкою Піто****.*

У базовому варіанті це проста *Г*-подібна трубка, але, на відміну від зонда, її торцевий кінець є відкритим і спрямованим назустріч потоку (рис. 51 б).

Частинки рідини, що рухаються назустріч відкритому торцю трубки, повністю зупиняються (швидкість у цій точці падає до нуля). Уся кінетична енергія струменя переходить у потенціальну.

Манометр, підключений до трубки Піто, фіксує повний тиск $p_{\text{пов}}$*, який є сумою статичного та динамічного тисків.*

Анрі Піто *(1695–1771) – французький інженер-гідротехнік та фізик. У 1732 році він винайшов пристрій для вимірювання швидкості потоку рідини, відомий як трубка Піто. Сьогодні цей винахід, що працює на основі вимірювання динамічного тиску рухомого середовища, слугує*

базовим елементом для розрахунку швидкості літальних апаратів в авіації, витрати рідин у промислових трубопроводах та швидкості димових газів у вентиляційних системах.

Динамічний тиск $p_{дин}$ *являє собою кінетичну енергію одиниці об'єму рідини і характеризує динамічний напір, створюваний рухом потоку*.

Оскільки вимірювати тиски двома окремими приладами незручно, в практичній гідравліці використовують комбінований пристрій – *трубку Піто-Прандтля* (або *трубку Прандтля*) (рис. 52).

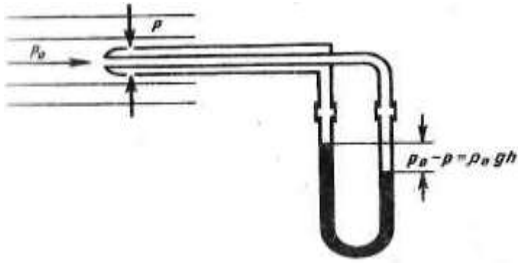


Рис. 52

Трубка Піто-Прандтля складається з двох трубок, вставлених одна в одну (співвісно). Внутрішня трубка відкрита з торця, а зовнішня – має отвори на бічній поверхні. Через внутрішню трубку на манометр передається повний тиск, а через отвори у стінці зовнішньої трубки – статичний тиск.

Через канали приладу повний і статичний тиски передаються на диференціальний манометр (дифманометр). Цей пристрій автоматично вимірює різницю між ними, що дозволяє миттєво зафіксувати динамічний тиск:

$$p_{\text{дин}} = p_{\text{пов}} - p_{\text{ст}}.$$

Людвіг Прандтль *(1875–1953) – німецький фізик і механік, один із засновників експериментальної аеродинаміки. У 1896 році він удосконалив гідрометричний прилад Піто та розробив комбіновану трубку для одночасного вимірювання повного і статичного тиску, відому як трубка Прандтля. Сьогодні цей комбінований приймач повітряного тиску є невід'ємним елементом бортових систем літаків і вертолітів для визначення швидкості польоту, а також застосовується у промислових системах вентиляції та димовидалення.*

На основі рівняння Бернуллі, різниця між повним і статичним тисками дорівнює динамічному тиску рухомого потоку:

$$p_{\text{дин}} = p_{\text{пов}} - p = \frac{\rho \upsilon^2}{2},$$

де ρ – густина досліджуваної рідини, яка тече в напірному руслі;

υ – швидкість потоку в даній точці.

Маючи дані з диференціального манометра про величину динамічного тиску, *локальну швидкість руху рідини* розраховують за робочою формулою:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2p_{\text{дин}}}{\rho}}.$$

У реальних умовах для врахування незначного спотворення потоку самим приладом у формулу

вносять *тарувальний коефіцієнт трубки* (μ), який зазвичай *близький до одиниці* (від 0,98 до 1,00):

$$\upsilon = \mu \cdot \sqrt{\frac{2p_{\text{дин}}}{\rho}}.$$

У випадках, коли для вимірювань використовують *рідинні прилади*, величину тиску зручно виражати безпосередньо через *висоту стовпа робочої висоти приладу*.

За такої умови *динамічний тиск* розписують через густину манометричної рідини за формулою:

$$p_{\text{дин}} = \rho_{\text{м}} gh,$$

де $\rho_{\text{м}}$ – густина манометричної рідини (робочого середовища приладу);

g – прискорення вільного падіння;

h – висота стовпа рідини (різниця рівнів у манометрі).

Після підстановки цього виразу в основну формулу швидкості отримують рівняння:

$$\upsilon = \mu \sqrt{2gh\frac{\rho_{\text{м}}}{\rho}}.$$

За знайденим значенням швидкості течії визначають головний практичний параметр будь-якої гідравлічної системи – *об'ємну витрату рідини* Q, яку транспортують для гасіння пожеж або перекачують магістральними мережами.

Об'ємна витрата рідини *– це об'єм рідини* V, *що проходить через переріз русла за одиницю часу* t:

$$Q = \frac{V}{t}.$$

За час t потік із середньою швидкістю υ просувається на відстань:

$$l = \upsilon \cdot t.$$

Об'єм стовпа рідини, який при цьому проходить через поперечний переріз площею S, дорівнює:

$$V = S \cdot l = S \cdot \upsilon \cdot t.$$

Підставивши цей вираз у вихідну формулу об'ємної витрати рідини, отримують:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{S \cdot \upsilon \cdot t}{t} = S \cdot \upsilon.$$

Якщо напірне русло має круглий переріз діаметром d, формула набуває кінцевого вигляду:

$$Q = \upsilon \cdot \frac{\pi d^2}{4}.$$

У практиці забезпечення пожежної безпеки розрахунок об'ємної витрати за цією методикою є основним у таких напрямках: перевірка водовіддачі пожежних гідрантів, аудит систем автоматичного пожежогасіння.

Таким чином, розглянуті прилади дозволяють точно вимірювати тиск у потоках, які в теоретичних розрахунках вважають ідеальними. Проте рух реальної рідини в обмеженому просторі має свої особливості, пов'язані з наявністю гідравлічного опору та в'язкості.

Тому наступним кроком є дослідження того, як саме відбувається течія реальних рідин у трубопроводах.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки вимірювання тисків рідини є базовим інструментом для моніторингу стану водопровідних мереж та забезпечення безвідмовної роботи засобів автоматичного гасіння. Постійний контроль відповідних параметрів за допомогою технічних приладів дозволяє фахівцям вчасно виявити аварійні режими роботи обладнання, що гарантує надійний захист людей у будівлях і спорудах різного призначення.

1. *Практичні аспекти застосування вимірювальних приладів*.

Оцінка гідродинамічних та гідростатичних параметрів за допомогою манометрів і сигналізаторів тиску є обов'язковою умовою для підтримання працездатності протипожежних систем.

- *Контроль параметрів пожежно-рятувальної техніки.* На приладових панелях пожежних автомобілів завжди встановлюють манометри, які дозволяють водію стежити за тиском вогнегасної речовини на виході з насоса. Точні показання приладів необхідні для підтримання заданого режиму роботи, щоб забезпечити стабільний напір у рукавних лініях та уникнути їхнього випадкового розриву від надмірного навантаження.

- *Моніторинг стаціонарних мереж водопостачання*. Вимірювальні прилади є обов'язковим елементом пожежних гідрантів, внутрішніх протипожежних водопроводів та вузлів

керування автоматичних спринклерних установок. Регулярна перевірка напору та тиску в цих мережах дозволяє інженерам вчасно виявити приховані витоки, засмічення або несправності запірної арматури, гарантуючи постійну готовність системи до екстреного запуску.

- *Функціонування засобів автоматизації та сигналізації*. Сучасні системи протипожежного захисту використовують цифрові датчики тиску рідини. У разі виникнення пожежі та руйнування теплового замку автоматичного розпилювача тиск у трубопроводі миттєво падає. Датчик фіксує цю зміну і автоматично передає сигнал тривоги на пульт охорони, одночасно запускаючи резервні пожежні насоси для безперебійної подачі води в осередок горіння.

2. *Методи інспекційного гідравлічного контролю.*

Для перевірки відповідності водогінних мереж вимогам нормативних документів використовують спеціалізовані ручні прилади.

- *Ручні прилади пожежного інспектора (пітометри*). Сучасні пожежні інспектори використовують модифікований винахід Анрі Піто як головний інструмент для швидкого контролю тиску та розрахунку витрати води під час обов'язкових гідравлічних випробувань пожежних гідрантів і внутрішніх водогонів об'єктів.

- *Гідравлічні випробування зовнішніх мереж*. Під час обов'язкових гідравлічних випробувань зовнішніх водопровідних мереж за допомогою

комбінованих приладів вимірюють динамічний напір струменя безпосередньо на виході. За наведеними формулами розраховують фактичну витрату води, зазвичай переводячи її у літри за секунду ($\frac{л}{с}$) або кубічні метри за годину ($\frac{м^3}{год}$), щоб перевірити її відповідність вимогам нормативних документів.

§30. Течія в'язких рідин у трубах

Під час вимірювання тиску та дослідження руху рідин ми вважали їх ідеальними, тобто такими, що течуть без жодного опору. Проте рух реальної рідини в обмеженому просторі має свої особливості, пов'язані з наявністю гідравлічного опору та в'язкості. Під час течії рідини в коротких і досить широких трубах вплив внутрішнього тертя проявляється в суміжному шарі рідини, який безпосередньо прилягає до поверхні труб.

Силами внутрішнього тертя *називають сили, які виникають під час відносного руху дотичних шарів реальної рідини і спрямовані проти напрямку цього руху.*

Поза суміжним шаром рух реальної рідини не відрізняється від течії ідеальної рідини. Товщина суміжного шару тим більша, чим більша в'язкість рідини, і зростає з віддаленням від входу в трубу.

В'язкістю *називають властивість реальних рідин чинити опір переміщенню одного шару відносно іншого*.

У межах суміжного шару швидкість рідини зростає від нульового значення на стінці труби до максимального значення на зовнішній межі суміжного шару. Отже, вплив в'язкості призводить до того, що швидкості неоднакові у різних точках того ж самого поперечного перерізу труби.

Розподіл швидкості рідини в різних перерізах круглої циліндричної труби можна обчислити за формулою:

$$\upsilon(r)=\upsilon(0)\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right),$$

де $\upsilon(r)$ – швидкість рідини на відстані r від осі труби;

$\upsilon(0)$ – швидкість рідини на осі труби;

r – відстань від осі труби;

R – радіус труби.

З одержаного виразу випливає, що *під час ламінарної течії швидкість змінюється з відстанню від осі труби за параболічним законом*.

Усі частинки рідини рухаються за такої течії паралельними траєкторіями.

Ламінарну течію можна спостерігати в горизонтальній прозорій трубі, в якій з невеликою швидкістю рухається вода, а на вісь труби через тонку трубочку вводиться струмина забарвленої рідини. Ця струмина матиме вигляд прямої лінії вздовж осі труби (рис. 53).



Рис. 53

У разі збільшення швидкості або поперечних розмірів потоку характер течії змінюється і виникає *турбулентна течія*, яка супроводжується енергійним перемішуванням рідини (рис. 54).



Рис. 54

У турбулентному потоці відбуваються пульсації швидкості, під дією яких частинки рідини, що рухаються в осьовому напрямку, виконують також поперечні переміщення.

Під час турбулентної течії швидкість у кожній точці змінюється невпорядковано. Але за незмінних зовнішніх умов сталою виявляється середня швидкість у кожній точці перерізу труби. Поблизу стінок труби швидкість змінюється значно сильніше, ніж під час ламінарної течії, в основній же частині швидкість змінюється менше.

Рейнольдс встановив, що характер течії залежить від значення безрозмірної величини:

$$R_{\text{е}} = \frac{\rho < \upsilon > l}{\eta},$$

де $R_{\text{е}}$ – *число Рейнольдса*;

ρ – густина рідини;

$< \upsilon >$ – середня за перерізом труби швидкість рідини;

η – коефіцієнт в'язкості рідини;

l – характерний для поперечного перерізу розмір (наприклад, сторона квадрата, радіус або діаметр у разі круглого перерізу).

Перехід від ламінарної течії до турбулентної характеризується критичним значенням $R_{\text{е кр}}$.

Так, під час руху рідин *прямими гладкими трубами* $R_{\text{е кр}} \approx 2300$.

У разі $R_{\text{е кр}} \le 2300$ *течія є ламінарною* і цю область труби називають областю стійкого ламінарного режиму течії.

У разі $R_{\text{е кр}} > 2300$ *частіше спостерігається турбулентний режим руху*.

У разі $2300 < R_{\text{е кр}} < 10000$ *режим течії є нестійким турбулентним або перехідний*.

Лише за $R_{\text{е кр}} \le 10000$ *турбулентна течія стає стійкою.*

Осборн Рейнольдс *(1842–1912) – англійський фізик та інженер. У 1883 році він детально дослідив умови переходу ламінарного режиму течії рідини в турбулентний і ввів універсальний безрозмірний критерій, відомий як число Рейнольдса. Сьогодні цей критерій подібності є базою для визначення*

гідравлічного опору трубопроводів, розрахунку систем протипожежного водопостачання та моделювання процесів інтенсивного перемішування вогнегасних речовин у потоках.

Вивчення законів гідродинаміки та критеріїв стійкості потоків завершує розгляд макроскопічного руху речовини.

На основі законів динаміки та законів збереження повністю проаналізовано механічні явища як для окремих тіл, так і для суцільних середовищ. Проте для повного розуміння внутрішньої природи виявлених сил, зокрема сили внутрішнього тертя, суто механічного підходу вже недостатньо. Подальший аналіз потребує врахування мікроскопічної будови речовини та теплового руху її частинок, що становить предмет дослідження наступного розділу.

В контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз течії в'язких рідин у трубах є критично важливим для правильного розрахунку гідравлічних втрат напору та проєктування систем подачі вогнегасних сумішей. Розрахунок відповідних гідродинамічних параметрів дозволяє точно визначити падіння тиску по довжині водопроводу, що гарантує стабільне функціонування технічних засобів пожежогасіння.

1. *Практичні аспекти розрахунку гідродинамічних втрат*.

Рух реальної рідини у трубопроводах та гнучких рукавах супроводжується внутрішнім

тертям (в'язкістю), що безпосередньо впливає на кінцеві параметри вогнегасного струменя.

- *Розрахунок втрат напору в рукавних лініях*. Під час транспортування води пожежними рукавами в'язке тертя рідини об внутрішні стінки та між її власними шарами викликає постійне зниження тиску. Чим довшою є лінія і чим більшою є в'язкість речовини (наприклад, при використанні концентрованих піноутворювачів), тим сильніше падає напір. Розрахунок цих втрат дозволяє визначити максимальну довжину рукавної лінії, за якої вода ще зможе вийти з пожежного ствола під необхідним для гасіння тиском.

- *Проєктування систем автоматичного пінного гасіння*. Спеціальні вогнегасні піноутворювачі мають значно вищу в'язкість, ніж звичайна вода. При проєктуванні стаціонарних трубопроводів для захисту нафтобаз або складів хімічних речовин використовують закони течії в'язких рідин, щоб правильно підібрати потужність насосних станцій, здатних проштовхнути густий розчин по трубах до розпилювачів.

- *Гідравлічна оптимізація внутрішнього протипожежного водопроводу*. Рух рідини в металевих трубах залежить від шорсткості їхніх внутрішніх поверхонь, яка з роками експлуатації збільшується через корозію та відкладення. Це різко підвищує сили в'язкого тертя та знижує пропускну здатність системи. Постійний гідродинамічний аналіз дозволяє розрахувати реальний стан мереж і гарантувати, що в разі пожежі система забезпечить нормативну витрату води для ліквідації горіння.

ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ І ТЕРМОДИНАМІКИ

§31. Методи дослідження макроскопічних систем. Ізопроцеси та рівняння стану ідеального газу

Молекулярна фізика і термодинаміка вивчають макроскопічні процеси в речовині, зумовлені великою кількістю атомів і молекул. Для дослідження цих процесів використовують два методи: статистичний (молекулярно-кінетичний) і термодинамічний.

Молекулярна фізика вивчає будову та властивості речовини на основі її молекулярної структури. Головним інструментом для цього є молекулярно-кінетична теорія, яка пояснює теплові явища рухом та взаємодією мікрочастинок.

В основі молекулярно-кінетичної теорії лежать три положення: всі тіла складаються з атомів і молекул, які перебувають у неперервному хаотичному русі та взаємодіють між собою. Дослідними підтвердженнями теорії є дифузія та броунівський рух.

Між молекулами речовини одночасно діють сили притягання та відштовхування. Ці сили виявляються лише на дуже малих відстанях, причому зі збільшенням відстані сили відштовхування зменшуються швидше, ніж сили притягання.

Введення середніх значень величин у молекулярній фізиці зумовлене тим, що сукупність величезної кількості молекул має нові властивості, яких немає в кожної молекули окремо. Наприклад,

температура газу пов’язана із середнім значенням кінетичної енергії його молекул.

Статистичний (молекулярно-кінетичний) метод у молекулярній фізиці встановлює зв'язок між характеристиками окремих частинок (мікропараметрами) та властивостями всього тіла (макропараметрами) за допомогою ймовірних значень і використовується у формі класичної та квантової статистики.

Термодинаміка вивчає загальні властивості макроскопічних систем та закономірності перетворення енергії, розглядаючи досліджувану систему як єдине ціле, без урахування її внутрішньої молекулярної будови.

Термодинамічний метод у фізиці ґрунтується на аналізі макроскопічних параметрів – таких як тиск, температура та об'єм, що дозволяє описувати стан системи в цілому, без урахування її молекулярної структури.

В основу термодинаміки покладено три експериментально встановлені закони, які називають законами термодинаміки.

Першим законом термодинаміки називають закон збереження та перетворення енергії макроскопічних систем у процесах, у яких бере участь теплота.

Другим законом термодинаміки називають закон, який визначає напрямок перебігу термодинамічних процесів.

Третім законом термодинаміки називають закон, який обмежує процеси, реалізація яких дала б змогу досягнути абсолютного нуля температури.

Ці закони виконуються незалежно від природи тіл, що формують систему.

Статистичний і термодинамічний методи доповнюють один одного, оскільки перший розкриває мікроскопічну природу явищ через рух частинок, а другий дозволяє описувати стан системи в цілому та встановлювати фундаментальні закони перетворення енергії.

Термодинамічною системою називають сукупність великої кількості частинок (атомів, молекул), які здійснюють хаотичний тепловий рух, взаємодіють між собою та обмінюються енергією.

Стан системи задається термодинамічними параметрами – сукупністю фізичних величин, що характеризують її властивості.

Найважливішими параметрами стану хімічно однорідної *системи* є об'єм V, тиск p і температура T. Між цими параметрами існує зв'язок, що називається *рівнянням стану*: $f(V,p,T)=0$.

Стан системи називають *стаціонарним*, якщо значення всіх її параметрів не змінюються з часом. Стаціонарний стан називають *рівноважним*, якщо його незмінність у часі не зумовлена перебігом якихось зовнішніх процесів.

Будь-яка зміна стану системи називається термодинамічним *процесом*.

Рівноважними називають такі *процеси*, під час яких зміна стану тіла відбувається нескінченно повільно, а система проходить через неперервний ряд рівноважних станів.

Усі реальні процеси відбуваються із скінченною швидкістю, тому вони є *нерівноважними* та *необоротними*.

Оборотним термодинамічним процесом називають таку зміну стану системи, яка, будучи проведена у зворотному напрямку, повертає її в початковий стан через ті самі проміжні стани у зворотній послідовності без змін у навколишньому середовищі.

Для спрощення опису процесів у молекулярно-кінетичній теорії використовують *модель ідеального газу.*

Ідеальним газом називають теоретичну модель газу, яка задовольняє такі умови:

- власний об’єм молекул нехтовно малий порівняно з об’ємом посудини;
- між молекулами відсутні сили взаємодії на відстані;
- зіткнення молекул між собою і зі стінками посудини є абсолютно пружними.

Реальні гази за умов, близьких до нормальних, а також за низьких тисків і високих температур, за своїми властивостями близькі до ідеального газу.

Застосування моделі ідеального газу дозволило *експериментально та теоретично* встановити

фундаментальні газові закони, які описують процеси, що відбуваються в термодинамічних системах.

Закон Бойля-Маріотта.

Для певної маси газу за сталої температури добуток тиску газу на його об'єм є величиною сталою:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \text{ або } pV = \text{const}.$$

Процес, що відбувається *за сталої температури*, називається *ізотермічним.*

***Роберт Бойль** (1627–1691) – англійський фізик, хімік і богослов. У 1662 році він експериментально встановив закон зміни об'єму газу залежно від тиску за сталої температури, відомий сьогодні як закон Бойля-Маріотта. Цей фундаментальний висновок став першим відкритим газовим законом у термодинаміці та заклав основу для розвитку молекулярно-кінетичної теорії.*

***Едм Маріотт** (1620–1684) – французький фізик і священник, один із засновників Паризької академії наук. У 1676 році він незалежно від Роберта Бойля експериментально підтвердив закон зміни об'єму газу залежно від тиску за сталої температури та першим описав його практичне застосування для розрахунку висоти місцевості за барометром.*

Закон Гей-Люсаака.

Об'єм певної маси газу за сталого тиску змінюється лінійно з температурою:

$$V = V_0\left(1 + \alpha t^0\right),$$

де V_0 – об'єм при 0°C;

t^0 – температура за шкалою Цельсія;

$\alpha = \frac{1}{273{,}15}\text{K}^{-1}$ – термічний коефіцієнт об'ємного розширення газу.

Процес, що відбувається *за сталого тиску*, називається *ізобарним*.

Жозеф Луї Гей-Люссак *(1778–1850) – французький фізик і хімік. У 1802 році він експериментально встановив закон зміни об'єму газу залежно від температури за сталого тиску, відомий сьогодні як закон Гей-Люссака. Для перевірки цього закону та вимірювання параметрів атмосфери вчений у 1804 році здійснив рекордний підйом на повітряній кулі на висоту понад 7000 метрів.*

Закон Шарля.

Тиск певної маси газу за сталого об'єму змінюється лінійно з температурою:

$$p = p_0\left(1+\alpha t^0\right),$$

де p_0 – тиск газу за 0°C.

Процес, що відбувається *за сталого об'єму*, називається *ізохорним*.

Жак Александр Сезар Шарль *(1746–1823) – французький фізик і винахідник. У 1787 році він встановив закон зміни об'єму газу залежно від температури за сталого тиску. Учений не опублікував свої результати самостійно, тому в 1802 році їх вперше оприлюднив Жозеф Луї Гей-Люссак, назвавши виявлену ізобарну закономірність*

законом Шарля. Дослідник є творцем першої повітряної кулі, наповненої воднем, яку на честь автора назвали шарльєром.

Маси атомів і молекул дуже малі, тому в молекулярній фізиці користуються *відносною атомною* A_r і *відносною молекулярною* M_r *масами*.

Для їх визначення використовують *атомну одиницю маси (а.о.м.)* m_u, *яка дорівнює* $\frac{1}{12}$ *маси атома ізотопу вуглецю* ^{12}C:

$$m_u = \frac{m_{ат}(^{12}C)}{12} = 1{,}66 \cdot 10^{-21} \text{ кг},$$

а самі *відносні маси* обчислюють за формулами:

$$A_r = \frac{m_{ат}}{m_u}, \qquad M_r = \frac{m_{мол}}{m_u}.$$

Значення A_r подані в періодичній системі елементів Менделєєва, а відносну молекулярну масу M_r визначають як суму відносних атомних мас атомів, які входять до складу молекули.

Молем *називають одиницю кількості речовини, яка містить* $6{,}022 \cdot 10^{23}$ *структурних елементів (атомів, молекул, іонів тощо).*

Кількість структурних елементів в одному молі будь-якої речовини є однаковою.

Цю величину називають ***сталою Авогадро***:

$$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Молярною масою *називають масу речовини, взятої в кількості одного моля*:

$$\mu = m_{\text{мол}} N_{\text{А}} = M_{\text{г}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Кількість речовини *визначають за її масою або за кількістю молекул*:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_{\text{А}}},$$

де m – маса речовини;

N – кількість молекул у речовині.

Закон Авогадро.

Молі різних газів за однакових температури і тиску займають однакові об'єми.

За *нормальних умов* ($T_0 = 273{,}15$ К, $p = 1{,}0132 \cdot 10^5$ Па) один моль будь-якого газу займає об'єм $V_0 = 22{,}415 \cdot 10^{-3}$ м^3.

Лоренцо Романо Амедео Карло Авогадро *(1776–1856) – італійський фізик і хімік, який першим чітко розділив поняття «атом» і «молекула». У 1811 році він сформулював закон (закон Авогадро).*

Знамениту константу (число Авогадро) сам вчений ніколи не обчислював – її першу оцінку в 1865 році дав австрійський фізик Йоганн Йозеф Лошмідт, а точне числове значення у 1909 році експериментально знайшов французький фізик Жан Батист Перрен, який і запропонував назвати константу на честь Авогадро. Загальне визнання праць італійського вченого прийшло лише після його смерті.

Залежність між трьома макроскопічними параметрами незмінної маси ідеального газу описує ***рівняння Клапейрона:***

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}=\frac{pV}{T}=\text{const}.$$

Бенуа Поль Еміль Клапейрон *(1799–1864) – французький фізик та інженер. У 1834 році він вивів перше рівняння стану ідеального газу, відоме як рівняння Клапейрона, математично об'єднавши закони Бойля-Маріотта та Гей-Люссака. Сьогодні це термодинамічне співвідношення слугує базою для розрахунку параметрів газообміну та тиску в закритих технічних системах.*

Рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$\frac{pV_\mu}{T}=R,$$

де V_μ – молярний об'єм газу;

$R=8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ – універсальна газова стала.

Для довільної маси газу m ***рівняння Менделєєва-Клапейрона*** *має такий вигляд*:

$$pV=\frac{m}{\mu}RT=\nu RT,$$

де ν – число молів газу.

Дмитро Іванович Менделєєв *(1834–1907) – учений-енциклопедист, фізик і хімік. У 1874 році він узагальнив рівняння Клапейрона для довільної маси газу, надавши йому сучасного вигляду за допомогою закону Авогадро. Вчений першим об'єднав індивідуальні газові сталі в одну універсальну величину* R *та сформулював загальний закон стану ідеального газу*.

Одержане рівняння стану дозволяє повністю описати поведінку однорідного ідеального газу за будь-яких змін параметрів системи.

Проте на практиці більшість реальних процесів відбувається з неоднорідними середовищами, тому наступним кроком є вивчення законів, яким підпорядковуються газові суміші.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки одночасне використання статистичного та термодинамічного методів дослідження є обов'язковою умовою для глибокого аналізу поведінки речовин в умовах пожежі, прогнозування динаміки задимлення та розробки систем протипожежного захисту.

Закони і рівняння ідеальних газів мають фундаментальне значення при вивченні двигунів внутрішнього згоряння пожежних автомобілів, мотопомп та компресорних установок, де в процесі роботи одночасно змінюються тиск, температура і об'єм.

- *Термодинамічне моделювання розвитку пожежі в замкненому просторі*. Використовуючи рівняння Менделєєва - Клапейрона, інженери розраховують динаміку стрімкої зміни тиску і температури в об'ємі приміщення під час горіння. Це дозволяє обчислити величину небезпечного надлишкового тиску при спалаху або вибуху газу в замкненому просторі, що необхідно для

проєктування легкоскидних конструкцій та запобіжних пристроїв противибухового захисту.

- *Розрахунок необхідних об'ємів повітря для горіння.* На основі законів ідеального газу виконується математичне визначення об'єму повітря, який необхідний для повного спалювання горючої речовини при будь-якій температурі пожежі. Розрахунок базується на мінімальному об'ємі кисню, заздалегідь визначеному з урахуванням хімічної реакції горіння за різних температурних умов.

- *Статистичний аналіз поширення диму та вентиляції.* Застосування молекулярно-кінетичної теорії (статистичного методу) дозволяє моделювати теплові потоки та траєкторію розповсюдження чадного газу. Ці дані використовуються для розрахунку концентрації токсичних продуктів згоряння у вентиляційних системах, проєктування протидимного захисту та визначення безпечного часу для евакуації людей.

- *Оцінка вибуховості газових і пароповітряних сумішей.* Спільне використання макроскопічних параметрів дозволяє прогнозувати межі вибуховості парів горючих речовин у промислових приміщеннях. Такий аналіз допомагає правильно розрахувати критичні параметри середовища для надійної та безпечної роботи пожежно-рятувального обладнання в зоні ліквідації надзвичайної ситуації.

§32. Газові суміші

Робочим тілом у термодинаміці часто є суміші хімічно незв'язаних між собою газів. До них належать атмосферне повітря (суміш азоту N_2, кисню O_2 та інших газів), продукти згоряння палива, а також природний газ (суміш метану CH_4, етану C_2H_6 тощо.

Кожен газ у суміші поширюється на весь її об'єм і поводиться незалежно від інших газів.

Закон Дальтона.

Тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків її компонент:

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_N,$$

де $p_1, p_2, \cdots, p_N$ – парціальні тиски компонент газу (тиск кожної компоненти газу, якби вона сама займала весь об'єм, який займає суміш).

Джон Дальтон *(1766–1844) – англійський фізик і хімік. У 1801 році він експериментально встановив закон парціальних тисків газів (закон Дальтона). Вчений з дитинства мав дефект зору, який сам уперше дослідив та описав у 1794 році, через що цю особливість сприйняття кольорів назвали на його честь – дальтонізмом.*

Склад суміші задають масовими, об'ємними або мольними частками її компонент.

Масовою часткою w_i ***компоненти газової суміші*** *називають відношення маси* m_i *цієї компоненти до загальної маси* m *газової суміші*:

$$w_i = \frac{m_i}{m},$$

причому сума масових часток усіх компонент дорівнює одиниці:

$$w_1 + w_2 + \cdots + w_N = \sum_{i=1}^{N} w_i = 1.$$

Об'ємною густиною φ_i *називається відношення об'єму* V_i *компоненти до об'єму* V *газової суміші:*

$$\varphi_i = \frac{V_i}{V}.$$

Парціальним об'ємом компоненти суміші газів *називають об'єм, який займала б ця компонента за тиску й температури суміші.*

За законом ***Амага*** *сума парціальних об'ємів усіх компонент дорівнює загальному об'єму суміші ідеальних газів.*

Еміль Ілер Амага *(1841–1915) – французький фізик і хімік. У 1880 році він експериментально встановив закон парціальних об'ємів газів (закон Амага). На відміну від закону Дальтона, закон Амага є набагато точнішим для реальних газів під високим тиском, оскільки частково враховує взаємодію між молекулами. На честь ученого також названо позасистемну одиницю концентрації частинок – амага.*

Мольною часткою x_i ***компоненти газової суміші*** *називають відношення кількості речовини* ν_i *цієї компоненти до загальної кількості речовини* ν *:*

$$x_i = \frac{\nu_i}{\nu},$$

причому для ідеальних газів *мольні частки чисельно дорівнюють об'ємним часткам*:

$$x_i = \frac{\nu_i}{\nu} = \frac{V_i}{V} = \varphi_i \ .$$

Молярна маса суміші газів:

$$\mu = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{\mu_i}} = \sum_{i=1}^{N} \mu_i x_i = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \varphi_i \ .$$

Співвідношення між масовими й об'ємними частками компонент газової суміші:

$$w_i = \frac{\mu_i \varphi_i}{\sum_{i=1}^{N} \mu_i \varphi_i}, \quad \varphi_i = \frac{\frac{w_i}{\mu_i}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{\mu_i}}.$$

Густина ρ газової суміші:

$$\rho = \frac{m}{V} = \sum_{i=1}^{N} \rho_i \varphi_i = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{\rho_i}} \ .$$

Таким чином, отримані співвідношення та усереднені параметри дозволяють застосовувати закони термодинаміки до реальних робочих тіл, що складаються з багатьох газів.

Проте для повного розуміння природи тиску будь-якої системи необхідно перейти від макроскопічного опису до аналізу механізму

зіткнень окремих частинок, що є предметом дослідження наступного параграфа.

В контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз властивостей газових сумішей є критично важливим для прогнозування поведінки горючих середовищ, розрахунку динаміки розвитку вибухів, оцінки токсичності продуктів згоряння та проєктування систем газового пожежогасіння.

Оскільки реальне повітряне середовище під час надзвичайних ситуацій завжди є складною сумішшю багатьох компонентів, розрахунок загальної густини та об'єму системи є обов'язковим для точного визначення стану газового середовища у приміщеннях різного призначення.

- *Класифікація газових систем за рівнем небезпеки.* Залежно від хімічної природи компонентів, газові суміші поділяють на пожежонебезпечні, які здатні горіти за наявності джерела запалювання, та вибухонебезпечні, схильні до миттєвого теплового розширення і руйнування будівельних конструкцій. Особливу увагу інженери приділяють токсичним сумішам, що містять чадний газ, а також інертним середовищам на основі азоту чи аргону, які штучно застосовуються для витіснення кисню з метою повного пригнічення процесу горіння.

- *Розрахунок парціальних параметрів у системах об'ємного газового гасіння*. Ефективність установок газового пожежогасіння повністю

базується на законах дифузії та змішування газів. Під час випуску вогнегасної речовини (наприклад, суміші «Інерген» або діоксиду вуглецю) в аварійному приміщенні штучно утворюється нова газова суміш. Розрахунок парціального тиску і молярної частки кожного компонента дозволяє інженерам точно обчислити, наскільки знизиться парціальний тиск і концентрація кисню. Якщо внаслідок змішування об'ємна частка кисню падає нижче критичних $12-14\%$, реакція горіння фізично припиняється через нестачу окиснювача.

- *Визначення середньої молярної маси продуктів згоряння.* Летючі продукти пожежі завжди є багатокомпонентною сумішшю чадного газу, вуглекислого газу, водяної пари, азоту та недогорілих часток палива. Оскільки кожен із цих газів має власну молекулярну масу, інженери використовують закон Амага для розрахунку середньої молярної маси та густини всієї суміші диму. Ці дані є базовими для інженерних розрахунків протидимового захисту: вони дозволяють визначити швидкість підняття конвективного стовпа диму під стелю та правильно підібрати потужність вентиляторів для виведення токсичної суміші з евакуаційних шляхів.

- *Розрахунок меж вибуховості горючих газів у повітрі.* Безпека технологіческих процесів визначається концентраційними межами поширення полум'я. Нижня межа вибуховості означає мінімальний вміст газу в суміші, за якого можливий

вибух, а верхня межа визначає його максимальну концентрацію. Наприклад, для метану нижня межа становить приблизно 5%, а верхня – 15%, тоді як для водню ці параметри розширюються від 4% до 75%, що свідчить про його екстремальну вибухонебезпечність.

- *Інженерно-профілактичні заходи захисту*. Для запобігання утворенню небезпечних концентрацій горючих сумішей на виробництві впроваджується безперервна вентиляція приміщень, забезпечується жорсткий контроль герметичності обладнання, встановлюються автоматичні газоаналізатори та використовується виключно вибухозахищене електрообладнання.

- *Стехіометричний аналіз компонентного складу повітря*. При написанні рівнянь реакцій горіння враховують точний макроскопічний склад атмосферного повітря як суміші газів. Масова частка кисню в ньому становить 23%, а азоту – 77%. Проте в інженерних розрахунках частіше застосовують об'ємні (молярні) частки, які складають відповідно 21% та 79%. Згідно із законом Авогадро, однакова кількість молекул будь-якого газу за однакових умов займає однаковий об'єм, тому в суміші повітря на $21\,м^3$ кисню завжди припадає $79\,м^3$ азоту, що еквівалентно співвідношенню, коли на $1\,м^3$ кисню припадає $3{,}76\,м^3$ азоту.

§33. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу для тиску

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії встановлює залежність між макроскопічними параметрами стану газу (тиском і об'ємом) та мікроскопічними характеристиками руху його частинок.

Тиск газу в посудині є результатом зіткнень молекул із її стінками і є макроскопічним проявом хаотичного теплового руху частинок.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) ідеального газу для тиску має такий вигляд:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n < \upsilon_{\text{кв}} >^2,$$

де m_0 – маса молекули газу;

$n = \frac{N}{V}$ – концентрація молекул;

$< \upsilon_{\text{кв}} >$ – середня квадратична швидкість (усереднене значення, яке набули б усі молекули газу за умови однакової кінетичної енергії).

Отриману формулу перепишемо у вигляді:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 < \upsilon_{\text{кв}} >^2}{2} = \frac{2}{3} n < \varepsilon_{\text{к}} >,$$

де $< \varepsilon_{\text{к}} > = \frac{m_0 < \upsilon_{\text{кв}} >^2}{2}$ – *середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули газу*.

Варто зауважити, що на відміну від механіки, де для кінетичної енергії тіла використовують традиційну латинську літеру W, *у молекулярній*

фізиці енергію однієї мікрочастинки прийнято позначати грецькою літерою ε.

З одержаного кінцевого рівняння випливає *фізичний зміст основного рівняння МКТ*: оскільки добуток концентрації молекул на середню кінетичну енергію однієї частинки є об'ємною густиною кінетичної енергії (загальною енергією всіх молекул в одиниці об'єму газу), *тиск ідеального газу дорівнює двом третинам середньої кінетичної енергії поступального руху молекул, що містяться в одиниці об'єму газу*.

Ураховуючи, що *густина газу*:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Nm_0}{V} = nm_0,$$

то *тиск ідеального газу*:

$$p = \frac{1}{3}\rho < \upsilon_{\text{кв}} >^2.$$

Звідси:

$$< \upsilon_{\text{кв}} > = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}.$$

Ця формула показує, що *середню квадратичну швидкість* можна обчислити за допомогою вимірювань суто макроскопічних величин – тиску і густини газу.

Підставивши значення концентрації у вираз для тиску ідеального газу, отримуємо:

$$p = \frac{2}{3}n < \varepsilon_{\text{к}} > = \frac{2}{3}\frac{N}{V} < \varepsilon_{\text{к}} >,$$

звідси:

$$pV = \frac{2}{3} N < \varepsilon_к > .$$

Оскільки повна кінетична енергія поступального руху молекул газу $W_к = N < \varepsilon_к >$, а середня кінетична енергія однієї молекули $< \varepsilon_к > = \frac{m_0 < \upsilon_{кв} >^2}{2}$, цей вираз набуває вигляду:

$$pV = \frac{2}{3} W_к = \frac{2}{3} N \frac{m_0 < \upsilon_{кв} >^2}{2} = \frac{1}{3} m < \upsilon_{кв} >^2,$$

де $Nm_0 = m$ – маса газу.

Використовуючи значення добутку pV із рівняння Менделєєва-Клапейрона ($pV = \frac{m}{\mu} RT$), отримуємо:

$$< \upsilon_{кв} > = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} ,$$

де $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$ – *стала Больцмана*.

Під час виведення формули враховано зв'язок між мікро- та макропараметрами газу:

$$\mu = m_0 N_A , \; R = k N_A .$$

Використовуючи рівняння Менделєєва-Клапейрона, основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів можна також подати ще в одному з його виглядів:

$$p = \frac{mRT}{\mu V} = \frac{m_0 NRT}{m_0 N_A V} = \frac{N}{V} \frac{R}{N_A} T = nkT.$$

Знайдемо зв'язок між середньою кінетичною енергією поступального руху молекули ідеального газу $<\varepsilon_к>$ та його абсолютною температурою T.

Ураховуючи, що $<\varepsilon_к>=\frac{m_0}{2}<\upsilon_{кв}>^2$, $\langle\upsilon_{кв}\rangle=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$,

отримаємо:

$$<\varepsilon_к>=\frac{m_0}{2}\frac{3kT}{m_0}=\frac{3}{2}kT.$$

Середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу прямо пропорційна його абсолютній температурі й залежить тільки від неї.

На рис. 55 зображено залежність $<\varepsilon_к>$ від T.

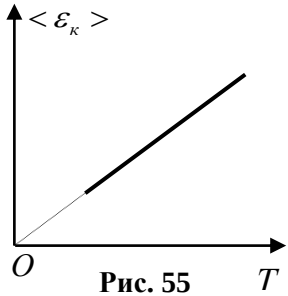


Рис. 55

Якщо $T=0\,K$, *то* $<\varepsilon_к>=0$, *тобто припиняється поступальний рух молекул газу, а отже, дорівнює нулю і його тиск.*

Абсолютна температура є міра середньої кінетичної енергії поступального руху молекул.

За однакової температури молекули різних газів мають однакову середню енергію поступального руху.

Статистичне поняття температури має сенс лише для великої сукупності частинок. Не можна говорити про температуру однієї або кількох молекул.

В області температур, близьких до абсолютного нуля, поведінка молекул описується законами квантової механіки, а не класичної фізики.

Таким чином, розгляд основного рівняння МКТ дозволив пов'язати тиск і температуру системи з усередненими характеристиками руху її частинок.

Проте середня квадратична швидкість описує стан системи лише загалом, тоді як окремі молекули внаслідок безперервної взаємодії мають різні швидкості, закон розподілу яких ми дослідимо в наступному параграфі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу для тиску є фундаментальним для розкриття внутрішніх фізичних механізмів, які відбуваються під час горіння, деструктивних вибухових явищ та розширення продуктів згоряння.

Цей закон дозволяє пов'язати макроскопічний параметр тиску в системі з мікроскопічними характеристиками руху частинок, пояснюючи природу силового впливу газу на конструкції будівель та стінки обладнання.

- *Молекулярний механізм зростання тиску при вибухах*. Рівняння наочно пояснює, що тиск газу є результатом мільярдів хаотичних ударів молекул об

стінки посудини. Під час горіння в замкненому просторі хімічна реакція викликає стрімке підвищення температури, через що середня кінетична енергія руху молекул різко зростає. Частинки починають рухатися набагато швидше і здійснюють удари об стінки з величезною сумарною силою, що призводить до лавиноподібного стрибка тиску, руйнування резервуарів та потужних вибухів.

- *Молекулярно-кінетичний аналіз поведінки газів при нагріванні*. Положення теорії є базовими для прогнозування поведінки закритих балонів зі стисненими газами або посудин під тиском у зоні термічного впливу вогню. Згідно з основним рівнянням *МКТ*, підсумковий тиск залежить від двох чинників: концентрації частинок та їхньої енергії. Зростання концентрації частинок газу за рахунок термічного розкладу речовин у поєднанні з ростом їхньої швидкості суттєво збільшує частоту ударів молекул, що дозволяє розраховувати час безпечного охолодження резервуарів до моменту їхнього розриву.

- *Газодинаміка та розширення димових потоків.* Молекулярно-кінетичний підхід дозволяє детально описати процеси, що відбуваються у вентиляційних системах під час пожежі. Розрахунок швидкості та інтенсивності теплового розширення нагрітого чадного газу і диму необхідний для проєктування ефективних каналів протидимного захисту, здатних витримувати високий газодинамічний тиск від гарячого рухомого потоку.

§34. Розподіл Максвелла молекул ідеального газу за швидкостями теплового руху

Внаслідок безперервного хаотичного руху та взаємодії частинок кожна молекула постійно змінює свою швидкість за модулем і напрямком. Проте макроскопічні властивості й параметри газу у стані термодинамічної рівноваги залишаються незмінними.

Незважаючи на повну хаотичність теплового руху, розподіл молекул за швидкостями є цілком визначеним, однозначним і підлягає певному статистичному закону.

Для опису такого розподілу мають виконуватися такі умови:

- газ складається з великої кількості N однакових молекул;
- температура в усіх частинах посудини є однаковою;
- відсутні зовнішні впливи на газ.

Якщо розбити діапазон швидкостей молекул на малі інтервали $d\upsilon$, то на кожен інтервал припадатиме певна кількість молекул $dN(\upsilon)$.

Функцією розподілу молекул за швидкостями теплового руху $f(\upsilon)$ *називають величину, що визначає густину ймовірності того, що швидкість молекули лежить в інтервалі від* υ *до* $\upsilon + d\upsilon$:

$$f(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon},$$

де $dN(\upsilon)$ – кількість молекул, швидкості яких лежать в інтервалі $d\upsilon$;

N – загальна кількість молекул.

Ймовірність того, що швидкість окремої молекули лежить в інтервалі від υ *до* $\upsilon + d\upsilon$, *визначає добуток* $f(\upsilon)d\upsilon$ *:*

$$f(\upsilon)d\upsilon = \frac{dN(\upsilon)}{N}.$$

Як конкретний приклад розглянемо газ, що містить $N = 10^6$ молекул, із яких $dN = 10^2$ молекул мають швидкості від $\upsilon = 100\frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $\upsilon + d\upsilon = 102\frac{\text{м}}{\text{с}}$ (тобто інтервал швидкостей становить $d\upsilon = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$).

Тоді густина ймовірності (функція розподілу) дорівнює:

$$f(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon} = \frac{10^2}{10^6 \cdot 2} = 0,5 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{с}}{\text{м}}.$$

Ймовірність того, що швидкість окремої молекули лежить у цьому інтервалі:

$$f(\upsilon)d\upsilon = \frac{dN(\upsilon)}{N} = \frac{10^2}{10^6} = 10^{-4}.$$

Застосовуючи методи теорії ймовірностей, Максвелл знайшов аналітичний вираз для функції розподілу $f(\upsilon)$, *який дістав назву* ***закону Максвелла****:*

$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_o}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\upsilon^2 e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}}.$$

Конкретний вигляд функції розподілу залежить від таких чинників:

- маси однієї молекули m_o (роду газу);

- абсолютної температури T (параметра стану системи).

Графік функції $f(\upsilon)$ наведений на рис. 56.

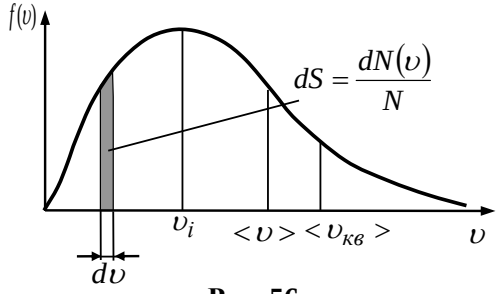


Рис. 56

Графік функції $f(\upsilon)$ починається від нуля, досягає максимуму, а потім асимптотично прямує до нуля. Крива є несиметричною відносно свого максимального значення.

Відносна кількість молекул $\frac{dN(\upsilon)}{N}$, швидкості яких лежать в інтервалі від υ до $\upsilon + d\upsilon$, чисельно дорівнює площі заштрихованої ділянки на рис. 56.

Вся площа, обмежена кривою розподілу і віссю абсцис, чисельно дорівнює відносній кількості всіх молекул системи, швидкості яких набувають будь-яких значень від 0 до ∞. Оскільки цю умову задовольняють усі N молекул, то площа під всією кривою дорівнює одиниці.

Ця властивість відображає *умову нормування функції розподілу Максвелла:*

$$\int_0^\infty f(\upsilon)d\upsilon = 1.$$

Джеймс Клерк Максвелл *(1831–1879) – англійський (шотландський) фізик і математик. У 1859 році він теоретично вивів перший статистичний закон молекулярної фізики – закон розподілу молекул ідеального газу за швидкостями (розподіл Максвелла). Вчений став основоположником статистичних методів у фізиці, показавши, що хаотичний рух окремих молекул підпорядковується чітким математичним закономірностям й визначає макроскопічні параметри системи.*

Окрім науки, вчений захоплювався поезією та у 1861 році створив першу в світі кольорову фотографію.

Найімовірнішою швидкістю молекул υ_i *називають швидкість, за якої функція розподілу* $f(\upsilon)$ *набуває максимального значення:*

$$\upsilon_{\text{i}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}.$$

Для знаходження υ_{i} використовують умову максимуму функції $f(\upsilon)$ $\left(\frac{df}{d\upsilon} = 0\right)$.

У статистичній фізиці середнє значення будь-якої величини визначається як інтеграл від нуля до нескінченності добутку цієї величини на густину її ймовірності.

Середньою арифметичною швидкістю молекул $<\upsilon>$ називають величину, що визначається за формулою:

$$<\upsilon> = \int_{o}^{\infty} \upsilon\, f(\upsilon) d\upsilon.$$

Підставляючи у формулу вираз $f(\upsilon)$ й інтегруючи, отримують:

$$<\upsilon> = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\,.$$

Середньою квадратичною швидкістю молекул $<\upsilon_{кв}>$ визначається за формулою:

$$<\upsilon_{кв}> = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Ці співвідношення випливають безпосередньо з виведення основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії.

Усі три характерні швидкості молекул мають спільну фізичну природу і визначаються виключно температурою та молярною масою газу, проте відрізняються числовими коефіцієнтами і пов'язані між собою таким співвідношенням:

- найімовірніша:

$$\upsilon_{i} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}};$$

- середня арифметична:

$$<\upsilon> = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = 1{,}13\ \upsilon_{i};$$

- середня квадратична:

$$<\upsilon_{\text{кв}}>=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}=1{,}22\ \upsilon_{\text{і}}.$$

За збільшення температури (або зменшення маси молекул) максимум кривої $f(\upsilon)$ зміщується у бік більших швидкостей, а його абсолютна величина зменшується, причому умова нормування функції розподілу залишається незмінною (рис. 57).

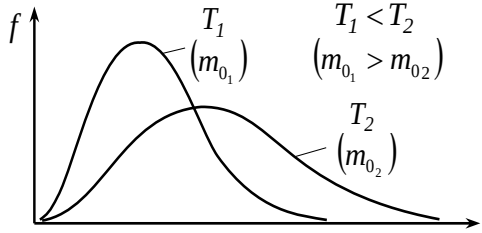


Рис. 57

На цьому рисунку наочно показано цю зміну форми кривої для станів системи з параметрами $T_1 < T_2$ (або для різних газів за умови $m_{0_1} > m_{0_2}$).

Експериментальне підтвердження закону розподілу Максвелла за швидкостями здійснив *Штерн*.

Отто Штерн *(1888–1956) – німецький фізик і фізико-хімік. У 1920 році вперше експериментально виміряв швидкості теплового руху молекул газів (дослід Штерна) та повністю підтвердив теоретичний закон розподілу молекул за швидкостями Максвелла.*

Динамічний опис поведінки макроскопічної системи через координати та імпульси кожної окремої частинки є математично неможливим і фізично недоцільним.

Коли система складається з великої кількості молекул, у ній перестають діяти класичні причинно-наслідкові закони Ньютона. Натомість рух такої системи підпорядковується статистичним законам, які мають виключно ймовірнісний характер і визначають лише середні характеристики системи.

Описаний підхід є універсальним для молекулярної фізики, що наочно продемонструє аналіз просторового розподілу газу в наступному параграфі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закон розподілу Максвелла є теоретичним підґрунтям для оцінки можливості займання та вибухів газових сумішей, оскільки він дозволяє математично прогнозувати поведінку молекул при екстремальному нагріванні.

- *Оцінка умов подолання енергії активації реакції.* При підвищенні температури середовища під дією вогню загальний графік розподілу швидкостей молекул зміщується в бік більших значень, а його максимум знижується і розширюється. Це призводить до стрімкого збільшення частки «швидких» частинок. Як наслідок, різко зростає кількість молекул, чия кінетична енергія теплового руху є достатньою для подолання енергії активації хімічної реакції горіння, що викликає самозаймання або спалах суміші.

- *Прогнозування процесів самозаймання у замкненому просторі*. У герметично закритих

технологічних об'єктів скупчення горючих газів або пароповітряних сумішей із високою концентрацією та температурою супроводжується інтенсивними молекулярними зіткненнями. Знання закону розподілу швидкостей дозволяє точно оцінити, яка саме частина молекул має достатню теплову швидкість, щоб вступати в хімічну реакцію окиснення з киснем, що необхідно для попередження процесів теплового та хімічного самозаймання речовин.

- *Проєктування систем охолодження та вентиляції.* Розрахунок теплових параметрів середовища є базовим для створення надійних систем пожежної безпеки в умовах високих температур, зокрема в лабораторіях, на хімічних підприємствах та під час транспортування зріджених газів. Робота аварійної вентиляції або систем водяного зрошування спрямована на зниження загальної температури газу, що безпосередньо зменшує найімовірнішу та середню кінетичну швидкість молекул, переводить систему в безпечну зону розподілу Максвелла та запобігає виникненню умов для розвитку самозаймання.

§35. Барометрична формула. Розподіл Больцмана частинок у зовнішньому потенціальному полі

Якщо на молекули не діють зовнішні сили, то вони рівномірно розподіляються по об’єму посудини. Однак молекули будь-якого газу завжди перебувають у полі сил тяжіння Землі. Якби не було тяжіння, то

атмосферне повітря розсіялося б по всьому Всесвіту. Якби не було теплового руху молекул атмосферного повітря, то всі вони впали б на Землю.

Тяжіння й тепловий рух приводять до стаціонарного стану газу, за якого його тиск й концентрація зменшується з висотою.

Для встановлення кількісних залежностей цього стану визначимо граничні умови системи.

Розглянемо ідеальний газ із однаковою масою всіх молекул, який перебуває в однорідному полі тяжіння за постійної температури.

Якщо тиск газу на висоті h дорівнює p (рис. 58), то на висоті $h+dh$ він дорівнює $p+dp$, причому при $dh>0$, $dp<0$, оскільки тиск з висотою зменшується.

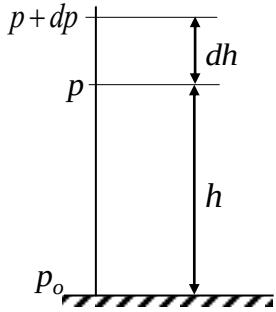


Рис. 58

Різниця тиску p і $p+dp$ чисельно дорівнює вазі газу, що перебуває в об'ємі циліндра заввишки dh, одиничної площі:

$$p-(p+dp)=\rho g dh,$$

де ρ – густина газу на висоті h.

Виразивши густину ідеального газу з рівняння Менделєєва - Клапейрона:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$$

та підставивши цей вираз у вихідне диференціальне рівняння, отримуємо:

$$-dp = \rho g dh = \frac{p\mu g}{RT} dh .$$

Для знаходження функціональної залежності тиску від висоти проведемо розділення змінних в отриманому диференціальному рівнянні, перенісши тиск p у ліву частину:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh .$$

Враховуючи, що *температура газу є сталою* ($T = \text{const}$), проінтегруємо ліву частину рівняння в межах від початкового тиску p_0 на нульовому рівні ($h_0 = 0$) до тиску p на висоті h:

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} \int_0^h dh$$

Взявши інтеграли, отримуємо вираз через натуральний логарифм:

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g}{RT} h .$$

Потенціювавши цей вираз, приходимо до кінцевої формули, яка визначає закон зменшення тиску газу з висотою:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right).$$

Ця формула називаються ***барометричною формулою.***

Із виведеної формули можна зробити висновок, що тиск газу зменшується з висотою експоненціально, причому тим швидше, чим важчим є газ (чим більша його молярна маса) та чим нижча температура (рис. 59).

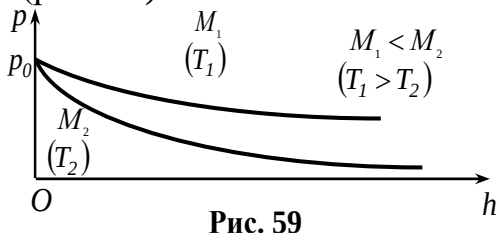


Рис. 59

Для визначення висоти h, на якій газ має певний тиск p, необхідно виконати зворотний перехід та прологарифмувати вихідний вираз.

Барометрична формула після застосування властивостей логарифма та усунення знака «мінус» набуває вигляду:

$$h = \frac{RT}{\mu g} \ln \frac{p_0}{p}.$$

Залежність висоти від атмосферного тиску покладена в основу роботи авіаційних та альпіністських приладів для вимірювання висоти – *альтиметрів* (*барометричних висотомірів*).

Такий пристрій фіксує поточний тиск навколишнього повітря, а його шкала або цифровий

індикатор градуюється безпосередньо відповідно до барометричної формули.

Використання альтиметрів в авіації дозволяє пілотам безперервно й автономно визначати висоту польоту літального апарата над рівнем моря за будь-яких метеорологічних умов, що є критично важливим для забезпечення безпеки навігації та проєктування систем автоматичного керування польотом.

Для переходу до просторового розподілу самих молекул використаємо *рівняння стану ідеального газу через концентрацію молекул* n:

$$p = nkT .$$

За умов сталої температури $(T = \text{const})$ отримуємо таке співвідношення:

$$nkT = n_0 kT \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right),$$

або після скорочення на kT:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right),$$

де n – концентрація молекул на висоті h;

n_0 – концентрація молекул на нульовому рівні $(h_0 = 0)$.

Оскільки $\mu = m_0 N_A$, а $R = kN_A$, то отримаємо кінцеву залежність:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_p}{kT}\right),$$

де $\varepsilon_{\text{р}} = m_0 gh$ – *потенціальна енергія молекули в полі тяжіння*;

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – *стала Больцмана*.

Отримане *співвідношення є* ***законом розподілу молекул у полі тяжіння****, який описує зміну концентрації частинок залежно від їхньої потенціальної енергії*.

Із збільшенням висоти концентрація молекул газу зменшується за експоненціальним законом (рис. 60).

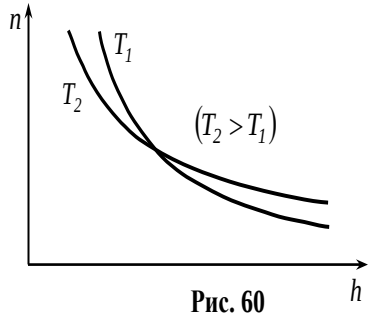


Рис. 60

За високих температур концентрація частинок зменшується із висотою вкрай повільно, а за умови прямування температури до нескінченності ($T \to \infty$) концентрація наближається до свого початкового значення ($n \to n_0$). Отже, підвищення температури призводить до рівномірного розподілу газу в полі тяжіння та вирівнювання його концентрації за висотою.

Навпаки, у разі наближення температури до абсолютного нуля ($T \to 0K$) концентрація частинок на будь-якій висоті ($h > 0$) прямує до нуля ($n \to 0$).

Це означає, що за відсутності теплового руху всі молекули під дією сили тяжіння опускаються на дно посудини, утворюючи там щільний шар.

Больцман теоретично довів, що *закон розподілу молекул у полі тяжіння* є ***загальним законом***, справедливим не лише для молекул газу в полі тяжіння, а й для будь-яких типів мікрочастинок, що перебувають у стані теплової рівноваги у довільних потенціальних полях.

Завдяки цьому фундаментальному узагальненню, яке пов'язало просторовий розподіл частинок із їхньою потенціальною енергією, *закон отримав у фізиці назву* ***розподілу Больцмана***.

Людвіг Едуард Больцман *(1844–1906) – австрійський фізик-теоретик. У 1868 році він математично обґрунтував універсальний закон розподілу мікрочастинок у довільних силових полях, відомий сьогодні як розподіл Больцмана. Також учений теоретично довів, що абсолютна температура газу є прямою мірою середньої кінетичної енергії теплового руху його молекул*

Константу k *Больцман у формули не вводив і її числового значення не рахував. Вчений користувався лише відношенням універсальної газової сталої до числа Авогадро* $\left(\frac{R}{N_A}\right)$. *Окрему фундаментальну константу – сталу Больцмана (*$k = \frac{R}{N_A} \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$*) – як самостійне число та літерне позначення у 1900 році офіційно ввів німецький фізик Планк, який*

обчислив її значення на основі теоретичних висновків Больцмана і назвав на його честь.

Розподіл Больцмана у зовнішньому потенціальному полі (узагальнений закон розподілу частинок за енергіями) *визначає просторову концентрацію частинок і має вигляд:*

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\text{p}}}{kT}\right).$$

Таким чином, якщо розподіл Максвелла визначає статистичний розподіл молекул газу за їхньою кінетичною енергією теплового руху, то розподіл Больцмана описує поведінку мікрочастинок у зовнішніх потенціальних полях залежно від їхньої потенціальної енергії.

Оскільки розглянуті статистичні закони базувалися на спрощеній моделі мікрочастинок як матеріальних точок, для подальшого аналізу багатоатомних молекул необхідно врахувати характер їхнього руху в просторі, на чому й базується закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності, який ми розглянемо в наступному параграфі.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки використання барометричної формули та закону розподілу Больцмана є необхідним для прогнозування поведінки горючих і токсичних газів на різних висотах, оцінки параметрів горіння в умовах

зміненого атмосферного тиску, а також для розрахунку протидимного захисту висотних будівель.

- *Оцінка впливу атмосферного тиску на процеси горіння.* Барометрична формула дозволяє розрахувати густину та тиск повітряного середовища на великих висотах, в умовах гірської місцевості або під час експлуатації авіаційної техніки. Оскільки зі збільшенням висоти атмосферний тиск і густина кисню закономірно падають, це суттєво змінює швидкість хімічної реакції горіння, збільшує час тління матеріалів та вимагає особливого налаштування систем автоматичного газового пожежогасіння.

- *Молекулярно-кінетичний аналіз концентрації газів за Больцманом*. Згідно із законом розподілу Больцмана, концентрація молекул у тепловому рівноважному стані зменшується експоненціально з ростом їхньої потенціальної енергії в полі тяжіння. В умовах пожежі у висотних будівлях цей розподіл визначає початковий профіль густини повітря по висоті споруди до моменту загоряння. Розрахунок потенціальної енергії молекул різних газів дозволяє інженерам моделювати природне розшарування компонентів повітря та прогнозувати, як зміна висоти поверху впливає на умови надходження атмосферного кисню в осередок горіння.

- *Моделювання розподілу токсичних продуктів згоряння*. Закон Больцмана описує концентрацію частинок у зовнішньому потенціальному полі залежно від їхньої маси. При пожежах це дозволяє

фахівцям прогнозувати, як саме розподілятимуться різні гази по висоті приміщення в міру їхнього охолодження. Важкі токсичні компоненти та пари горючих рідин, які мають велику молекулярну масу, під дією сили тяжіння прагнуть накопичуватися у нижніх точках споруд, підвалах та кабельних тунелях. Натомість легший за повітря чадний газ інтенсивно концентрується у верхній зоні, що суворо враховується при розробці систем аварійної вентиляції.

- *Розрахунок газодинаміки висотних будівель*. При проєктуванні протипожежного захисту хмарочосів та багатоповерхових комплексів барометричні зміни тиску викликають так званий ефект димаря (природну теплову тягу). Природна різниця тисків на рівні першого та останнього поверхів змушує гарячі продукти згоряння під час пожежі стрімко поширюватися вгору через ліфтові шахти та сходові клітки, що вимагає від фахівців створення потужних вентиляційних систем для нагнітання зовнішнього повітря та створення протидимового надлишкового тиску.

§36. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул

Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності є фундаментальним законом молекулярної фізики, який пояснює, як енергія теплового руху розподіляється між різними видами руху молекул у стані рівноваги.

Для застосування цього закону на практиці необхідно насамперед ввести поняття про число ступенів вільності молекули.

Число ступенів вільності – це кількість незалежних змінних, які однозначно описують стан фізичної системи.

У механіці та молекулярній фізиці ці абстрактні змінні набувають чіткого просторового змісту.

Числом ступенів вільності молекули *називається мінімальна кількість незалежних координат, які необхідно задати для повного визначення положення молекули в просторі, або кількість її можливих незалежних рухів.*

Перш ніж переходити до молекулярних систем, розглянемо фізичний зміст цього поняття на прикладі класичних моделей механіки: матеріальної точки та абсолютно твердого тіла.

Найпростішим об'єктом у механіці є матеріальна точка – тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Кількість координат. Щоб повністю визначити положення матеріальної точки у тривимірному просторі, необхідно задати три незалежні координати (наприклад, декартові координати x, y, z).

Кількість ступенів вільності. Оскільки матеріальна точка може вільно переміщатися вздовж кожної з трьох взаємно перпендикулярних осей, вона має *три ступені вільності* ($i = 3$).

Характер руху. Усі ці три ступені вільності є *поступальними*, оскільки зміна будь-якої з

координат відповідає саме поступальному переміщенню матеріальної точки в просторі.

Обертальний рух. Поняття обертання навколо власної осі для матеріальної точки не має фізичного змісту, оскільки вона не має геометричних розмірів, а її момент інерції дорівнює нулю.

Більш складною моделлю є *абсолютно тверде тіло – система матеріальних точок, відстані між якими залишаються незмінними за будь-яких умов.*

Кількість координат. Щоб повністю визначити положення абсолютно твердого тіла у просторі, необхідно задати шість незалежних координат. Наприклад, три декартові координати (x, y, z) для фіксації положення однієї з його точок (найчастіше центра мас) та три кути (θ, φ, ψ), які визначають орієнтацію тіла в просторі відносно осей системи координат, проведених через цей центр мас.

Кількість ступенів вільності. Оскільки зміна кожної з цих координат описує незалежний напрямок руху, абсолютно тверде тіло має *шість ступенів вільності* $(i = 6)$.

Характер руху. Ці шість ступенів вільності діляться порівну між різними типами руху: тіло має *три поступальні ступені вільності* (рух вздовж осей) та *три обертальні ступені вільності* (обертання навколо трьох осей).

Коливальний рух. Оскільки модель передбачає абсолютну жорсткість тіла, будь-які внутрішні зміщення частинок або коливання атомів один відносно одного є неможливими, тому коливальні

ступені вільності для абсолютно твердого тіла дорівнюють нулю.

На відміну від абстрактної моделі абсолютно твердого тіла, *реальні тіла здатні деформуватися, оскільки зв'язки між їхніми частинками не є абсолютно жорсткими.*

Кількість ступенів вільності. Окрім *шести базових ступенів вільності (поступальних та обертальних)*, реальне тіло має додаткові *коливальні ступені вільності*, зумовлені зміщенням частинок одна відносно одної. *Загальна кількість ступенів вільності такого тіла визначається числом атомів у його складі та характером зв'язків між ними*.

Спираючись на розглянуті механічні моделі, проаналізуємо число та характер ступенів вільності для реальних молекул ідеального газу залежно від кількості атомів у їхньому складі.

1. ***Одноатомні молекули***. До цієї групи належать гази, молекули яких складаються з одного атома (наприклад, інертні гази – гелій He, неон Ne, аргон Ar).

Фізична модель. Оскільки розміри окремого атома є мізерно малими, у кінетичній теорії газів одноатомну молекулу моделюють як матеріальну точку.

Кількість координат. Для повного визначення положення такої молекули у просторі достатньо задати три декартові координати (x, y, z) її центра мас.

Кількість ступенів вільності. Оскільки молекула може незалежно переміщатися у трьох просторових вимірах, вона має три ступені вільності $(i = 3)$.

Характер руху. Усі три ступені вільності є поступальними. Енергія обертання атома навколо власної осі не враховується, оскільки його момент інерції практично дорівнює нулю.

2. ***Двоатомні молекули***. Цю групу складають молекули, що містять два атоми (наприклад, водень H_2, кисень O_2, азот N_2).

Фізична модель. За помірних (кімнатних) температур молекулу двоатомного газу в першому наближенні моделюють як систему з двох жорстко зв'язаних матеріальних точок, розташованих на фіксованій відстані одна від одної (модель «гантелі»).

Кількість координат. Для повного визначення положення такої молекули у просторі достатньо задати п'ять незалежних координат: три координати центра мас молекули та два кути, які визначають орієнтацію осі молекули в просторі.

Кількість ступенів вільності. За помірних (кімнатних) температур двоатомна молекула має *п'ять ступенів вільності* ($i = 5$).

Характер руху. Ці п'ять ступенів вільності розподіляються як *три поступальні ступені вільності* (рух центра мас) та *два обертальні ступені вільності* (обертання навколо двох взаємно перпендикулярних осей, що проходять через центр мас перпендикулярно до лінії зв'язку). Обертання навколо третьої осі, яка збігається з віссю самої молекули, не враховується через нехтовно малий момент інерції атомів відносно цієї осі.

3. ***Багатоатомні молекули***. До цієї категорії належать молекули з трьох і більше атомів (наприклад, водяна пара H_2O, метан CH_4, вуглекислий газ CO_2).

Фізична модель. За помірних (кімнатних) температур характер моделювання залежить від геометрії молекули. Якщо атоми утворюють просторову (нелінійну) конфігурацію (як у H_2O), її моделюють як тривимірне абсолютно тверде тіло.

Кількість координат. Для фіксації положення просторової молекули необхідно задати шість незалежних координат: три декартові координати її центра мас та три кути, що визначають орієнтацію молекули в просторі відносно осей системи координат, проведених через цей центр мас.

Кількість ступенів вільності. Просторова багатоатомна молекула має *шість ступенів вільності* ($i = 6$), які розподіляються як *три поступальні* та *три обертальні*.

Особливість лінійних молекул. Якщо всі атоми багатоатомної молекули розташовані на одній прямій (наприклад, вуглекислий газ CO_2), то з погляду механіки вона поводиться як двоатомна молекула («гантель»). Обертання навколо її поздовжньої осі не враховується через нехтовно малий момент інерції атомів. Тому *лінійні багатоатомні молекули мають лише п'ять ступенів вільності* ($i = 5$): *три поступальні* та *два обертальні*.

4. ***Реальні молекули***. У реальних умовах зв'язки між атомами в молекулах не є абсолютно жорсткими.

Фізична модель. За високих температур міжатомні зв'язки виявляють пружні властивості, тому молекулу вже не можна вважати абсолютно жорсткою системою.

Характер руху. Зі зростанням температури атоми отримують можливість здійснювати періодичні коливання один відносно одного вздовж ліній хімічних зв'язків.

Кількість ступенів вільності. Внаслідок виникнення коливного руху до базових *поступальних та обертальних ступенів вільності* додаються нові – *коливальні ступені вільності*. *Їхнє число залежить від кількості атомів у молекулі та геометрії її зв'язків*. Нелінійна молекула, що складається з N атомів, які зв'язані між собою нежорстко, має загалом $3N$ ступенів вільності. Із цього числа три ступені вільності припадають на поступальний рух молекули, три – на її обертальний рух, а решта $(3N-6)$ – на коливальний рух.

Наприклад, у найпростішій двоатомній молекулі виникає один додатковий коливальний ступінь вільності.

Після визначення кількості та характеру можливих рухів молекул виникає задача розрахунку їхньої енергії. У молекулярно-кінетичній теорії тепловий стан макросистеми безпосередньо

пов'язують із динамічними характеристиками її окремих частинок.

Для хаотичного теплового руху молекул у стані рівноваги діє фундаментальний принцип статистичної фізики, який отримав назву ***закону Больцмана***.

Закон рівномірного розподілу енергії стверджує, що в стані термодинамічної рівноваги системи на кожен ступінь вільності її молекул припадає в середньому однакова кінетична енергія теплового руху.

Математичні наслідки закону Больцмана.

Кожен вид руху молекули вносить свій вклад у її загальну енергію.

Поступальний та обертальний рухи визначаються лише швидкостями (лінійною та кутовою) та масою (або моментом інерції) молекул. Енергія цих рухів є виключно кінетичною.

Внаслідок хаотичності теплового руху молекул напрямки їхнього переміщення вздовж усіх трьох координатних осей є рівноймовірними, тому середня кінетична енергія руху молекул вздовж цих осей є однаковою.

Відповідно, середня кінетична енергія, що припадає *на один поступальний ступінь вільності*, визначається як третина від повної кінетичної енергії поступального руху молекули:

$$< \varepsilon_{0_{\text{пос}}} > = \frac{1}{3} < \varepsilon_{\text{пос}} > = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} kT.$$

Згідно із законом Больцмана, у стані термодинамічної рівноваги енергія розподіляється порівну між усіма ступенями вільності молекули.

Відповідно, на *один обертальний ступінь вільності* припадає таке ж значення середньої енергії:

$$< \varepsilon_{0_{\text{обер}}} > = < \varepsilon_{0_{\text{пос}}} > = \frac{1}{2} kT.$$

Коливальний рух всередині молекули має складнішу природу. Оскільки атоми коливаються під дією пружних сил міжатомного зв'язку, вони одночасно мають як кінетичну енергію (завдяки швидкості руху самих атомів), так і потенціальну енергію (завдяки зміні відстані між ними відносно положення рівноваги).

Оскільки в класичній фізиці середня кінетична енергія пружних коливань дорівнює їхній середній потенціальній енергії, *на один коливальний ступінь вільності припадає* дві «половинки» енергії:

$$< \varepsilon_{\text{кол}} > = \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = kT.$$

Середня сумарна енергія теплового руху молекули розраховується через підсумовування внесків усіх її рухів:

$$< \varepsilon > = \frac{i_{\text{пос}} + i_{\text{об}} + 2i_{\text{кол}}}{2} kT = \frac{i}{2} kT,$$

де i – число ступенів вільності молекул.

Ця формула визначає повну середню енергію молекули на основі закону Больцмана про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності.

Отримана середня енергія однієї молекули дозволяє перейти від мікроскопічних характеристик окремої молекули до теплових параметрів усієї макросистеми.

Оскільки сума кінетичних енергій хаотичного руху молекул (включаючи рух атомів усередині них) та потенціальних енергій міжатомної взаємодії в коливальних процесах становить повну термодинамічну енергію системи, у наступному параграфі буде детально розрахована внутрішня енергія ідеального газу.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки закон розподілу енергії за ступенями вільності молекул застосовується для математичного моделювання теплопередачі при горінні, розрахунку динаміки розширення нагрітих газів у каналах димовидалення, а також для оцінки вибухонебезпечності парів складних органічних сполук.

- *Аналіз інтенсивності теплових процесів у зоні горіння*. Знання про характер розподілу енергії дозволяє інженерам детально описати механізм передачі тепла між молекулами різних газів під час пожежі. Враховуючи природу ступенів вільності частинок, складні багатоатомні молекули продуктів згоряння здатні накопичувати та переносити більше внутрішньої теплоти. Швидкість такого міжмолекулярного енергообміну безпосередньо

впливає на кінетику хімічних реакцій та швидкість поширення фронту полум'я в горючому середовищі.

- *Визначення фізичної природи температури займання*. При сильному термічному впливі вогню середня енергія теплового руху молекул паливної суміші стрімко зростає. Коли величина цієї енергії, що припадає на кожну ступінь вільності, досягає певної критичної межі, молекули легко долають енергію активації, запускаючи незворотні хімічні реакції горіння, що враховується при аналізі умов виникнення пожежі.

- *Газодинамічний розрахунок систем протидимного захисту.* При моделюванні руху гарячих продуктів згоряння у вентиляційних шахтах та на шляхах евакуації людей фахівці враховують, як саме загальна енергія розподілена між поступальними, обертальними й коливальними ступенями вільності частинок газу. Це необхідно для точного прогнозування об'ємного розширення димових потоків та проєктування каналів нагнітання зовнішнього повітря для створення протидимового надлишкового тиску.

- *Оцінка небезпеки вибухів складних хімічних сполук.* Багатоатомні гази з великою кількістю ступенів вільності, наприклад, пари горючих органічних розчинників або нафтопродуктів, мають здатність акумулювати в собі велику кількість внутрішньої енергії. Врахування цієї особливості молекул є обов'язковим в інженерних розрахунках безпеки. Наприклад, під час надзвичайних ситуацій

сила вибуху газу в будівлі безпосередньо залежить від будови його молекул. Знання кількості їхніх ступенів вільності дозволяє точно спрогнозувати тиск під час вибухового горіння та правильно розрахувати параметри легкоскидних конструкцій та запобіжних пристроїв противибухового захисту, які руйнуються в першу чергу, запобігаючи повному знищенню будівлі.

§37. Внутрішня енергія ідеального газу

Перехід від мікроскопічних характеристик окремої молекули до макроскопічних параметрів усієї термодинамічної системи здійснюється через поняття внутрішньої енергії.

Внутрішньою енергією системи U називається сукупність усіх видів енергії хаотичного теплового руху та взаємодії частинок, що входять до складу цієї системи.

Слід підкреслити, що до внутрішньої енергії не належать кінетична енергія руху системи як єдиного цілого, а також її потенціальна енергія у зовнішніх силових полях (наприклад, у полі тяжіння Землі).

Важливою термодинамічною властивістю внутрішньої енергії є її *адитивність*: внутрішня енергія складної системи дорівнює сумі внутрішніх енергій усіх її окремих підсистем чи частин:

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_N = \sum_{i=1}^{N} U_i.$$

Для термодинамічної моделі ідеального газу діють два важливі спрощення.

- Потенціальна енергія взаємодії між окремими молекулами дорівнює нулю, оскільки сили міжмолекулярного притягання та відштовхування на відстані не враховуються.

- Потенціальна енергія міжатомної взаємодії всередині самих молекул виникає лише за високих температур, коли активуються внутрішні коливання.

Таким чином, у межах класичної термодинаміки *внутрішня енергія ідеального газу є сумою середніх енергій теплового руху всіх його молекул.*

Якщо система містить N молекул, а середня повна енергія однієї молекули на основі закону Больцмана дорівнює $<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT$, то загальна внутрішня енергія газу становить:

$$U = N\frac{i}{2}kT .$$

Оскільки загальну кількість молекул у речовині масою m можна виразити через сталу Авогадро N_A та молярну масу μ як $N=\frac{m}{\mu}N_{\text{A}}$, підставимо це значення у рівняння:

$$U=\frac{m}{\mu}N_{\text{A}}\frac{i}{2}kT=\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}N_{\text{A}}kT .$$

Враховуючи, що добуток сталої Авогадро на сталу Больцмана дорівнює універсальній газовій сталій ($N_{\text{A}}k=R$), отримуємо *фінальну розрахункову формулу для внутрішньої енергії довільної маси ідеального газу:*

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R\,T = \frac{i}{2} \nu\, R\,T,$$

де ν – кількість речовини;

T – абсолютна температура.

Одиницею вимірювання внутрішньої енергії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль: $[U] =$ Дж.

З отриманого співвідношення випливають *фундаментальні висновки класичної термодинаміки*.

1. *Вплив структури молекул.* Величина внутрішньої енергії за однакової температури повністю визначається будовою газу через число ступенів вільності i:

- *одноатомний газ* $(i = 3)$: $U = \frac{3}{2} \nu\, R\,T$;

- *двоатомний газ* (за помірних температур, $i = 5$): $U = \frac{5}{2} \nu\, R\,T$;

- *багатоатомний нелінійний газ* (за помірних температур, $i = 6$): $U = 3\nu\, R\,T$.

2. *Залежність від стану газу*.

Із погляду загальної термодинаміки, внутрішню енергію системи можна подати як функцію довільних двох параметрів стану:

$$U = f(T,V),\ U = \varphi(T, p),\ U = \psi(p,V),$$

або через повні диференціали через відповідні частинні похідні:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV,$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T dp,$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_V dp + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_p dV.$$

Проте для ідеального газу характер цієї математичної залежності суттєво спрощується. Оскільки в межах вказаної моделі сили взаємодії між молекулами на відстані відсутні, зміна об'єму чи тиску газу без зміни температури не впливає на його внутрішній стан.

Цей фундаментальний факт був експериментально доведений Джоулем і у фізиці має назву закону Джоуля.

Закон Джоуля *стверджує, що внутрішня енергія ідеального газу сталої маси є однозначною функцією лише одного параметра – абсолютної температури (T), і взагалі не залежить від його об'єму (V) чи тиску (p) газу*.

Практичним наслідком цього закону є те, що під час будь-якого ізотермічного процесу (коли $T = \text{const}$) внутрішня енергія ідеального газу залишається абсолютно сталою, незалежно від того, наскільки сильно газ стискають чи розширюють.

Звідси випливає фундаментальна властивість внутрішньої енергії як функції стану: *зміна внутрішньої енергії системи (ΔU) не залежить від шляху переходу (способу зміни стану) і повністю визначається її початковим і кінцевим термодинамічними станами:*

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \nu R(T_2 - T_1).$$

Нехай термодинамічна система бере участь у *коловому процесі* (*циклі*), тобто виходить з певного стану, зазнає кількох змін та знову повертається до початкового стану. Оскільки параметри кінцевого і початкового станів збігаються ($T_1 = T_2$), то повна зміна внутрішньої енергії системи у такому коловому процесі дорівнюватиме нулеві:

$$\Delta U_{\text{циклу}} = 0 \text{ або } \oint dU = 0.$$

Криволінійний інтеграл за замкненим контуром дорівнюватиме нулеві лише тоді, коли підінтегральний вираз є повним диференціалом деякої функції. Цей математичний результат строго підтверджує встановлений раніше фізичний зміст даної величини: ***нескінченно мала зміна внутрішньої енергії*** dU ***є повним диференціалом***, а сама ***внутрішня енергія*** U ***– функцією стану системи.***

Встановлена властивість внутрішньої енергії як функції стану дозволяє чітко визначати її зміну, проте для повного опису процесів у газах необхідно з'ясувати, у яких саме формах може відбуватися енергообмін між системою та навколишнім середовищем.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз зміни внутрішньої енергії ідеального газу є базовим інструментом для прогнозування поведінки закритих газових систем при нагріванні, точної

оцінки умов виникнення аварійних вибухів, а також для розробки ефективних заходів захисту життя людей та збереження матеріальних цінностей.

- *Термодинамічний механізм руйнування обладнання під тиском*. Під час розвитку пожежі температура навколишнього середовища в приміщенні стрімко зростає. Якщо поблизу осередку горіння розташований технологічний резервуар або балон із газом, що має обмежений сталий об'єм, тепловий потік від полум'я інтенсивно передається всередину резервуару. Згідно із законами термодинаміки, підвищення температури газу викликає прямо пропорційну зміну його внутрішньої енергії, що на макрорівні супроводжується лінійним зростанням внутрішнього тиску. Коли цей тиск перевищує межу міцності стінок балона, відбувається раптовий фізичний вибух із руйнуванням обладнання та утворенням потужних ударних хвиль.

- *Прогнозування та запобігання надзвичайним ситуаціям.* Розрахунок швидкості накопичення внутрішньої енергії газом у закритих системах дозволяє пожежним інженерам заздалегідь визначити критичний час, протягом якого резервуар здатний витримувати вплив високих температур без руйнування. Ці дані є ключовими для планування тактичних дій оперативних підрозділів, зокрема для обґрунтування необхідності безперервного водяного охолодження балонів у зоні вогню з метою зниження температури та внутрішньої енергії газу для запобігання катастрофічному вибуху.

§ 38. Форми енергообміну термодинамічної системи. Робота і теплота

Розглянемо термодинамічну систему, механічна енергія якої залишається сталою. У цьому разі будь-який енергообмін із навколишнім середовищем призводить виключно до зміни її внутрішньої енергії, що може здійснюватися у двох принципово різних формах.

Перша форма передачі енергії полягає у виконанні роботи. Цей процес зводиться до того, що енергія впорядкованого руху одного тіла (або його частин) переходить в енергію впорядкованого чи хаотичного руху іншого тіла. Такий перерозподіл відбувається під час взаємодії макроскопічних тіл, розміри яких у багато разів більші за розміри окремих атомів чи молекул.

Наприклад, газ, що розширюється в циліндрі двигуна внутрішнього згоряння, переміщує поршень і водночас передає йому енергію у формі роботи.

Нехай газ перебуває в циліндричній посудині з поршнем (рис. 61).

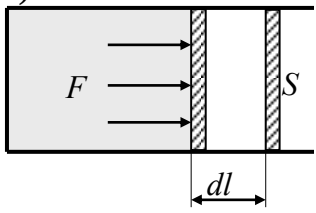


Рис. 61

Якщо газ, розширюючись, переміщує поршень на нескінченно малу відстань dl, то він виконує елементарну роботу:

$$dA = Fdl = pSdl = pdV,$$

де S – площа поршня;

$Sdl = dV$ – зміна об'єму газу;

p – тиск газу.

Повна робота A, яку виконує газ під час зміни об'єму від V_1 до V_2 визначається за формулою:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

Для обчислення цього інтеграла необхідно знати залежність тиску від об'єму $p = f(V)$, яка визначається конкретним типом термодинамічного процесу.

Одиницею вимірювання роботи в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль: $[A] =$ Дж.

Графік залежності тиску газу від його об'єму зображений на рис. 62.

Під час збільшення об'єму на dV виконана газом елементарна робота дорівнює pdV, тобто вона чисельно дорівнює площі заштрихованої смужки.

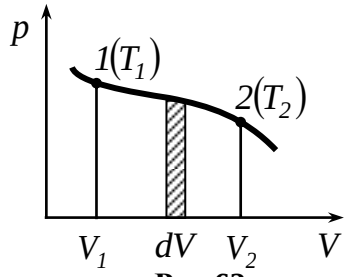


Рис.62

Повна робота, що виконується газом під час розширення від об'єму V_1 до V_2, визначається

площею, яка обмежена віссю абсцис, кривою $p = f(V)$ та вертикальними прямими $V = V_1$ та $V = V_2$.

У термодинаміці важливо враховувати знак виконаної роботи:

- якщо *газ розширюється* ($dV > 0$), він виконує додатну роботу ($A > 0$) проти зовнішніх сил;

- якщо *газ стискається* ($dV < 0$), *робота самого газу є від'ємною* ($A < 0$), а *додатну роботу виконують зовнішні сили* над газом ($A_{зов} = -A$);

- якщо *об'єм газу не змінюється* ($dV = 0$, ізохорний процес), *робота дорівнює нулеві* ($A = 0$).

На відміну від внутрішньої енергії, робота не характеризує саму систему в якомусь конкретному стані, а виникає виключно в процесі її зміни.

Величина виконаної роботи A безпосередньо залежить від:

- початкового і кінцевого станів системи;

- типу термодинамічного процесу (тобто від шляху переходу або виду кривої, якою здійснюється зміна стану на термодинамічній діаграмі).

Оскільки *робота залежить від шляху процесу*, вона *не є функцією стану системи*. Зважаючи на це, елементарна (нескінченно мала) робота δA *не є повним диференціалом* (саме тому для її позначення використовують символ δ, а не латинську літеру d).

Елементарна робота δA, яку виконує газ під час розширення, дорівнює добутку поточного тиску газу p на елементарну зміну його об'єму dV:

$$\delta A = pdV.$$

На відміну від функцій стану, криволінійний інтеграл цієї величини за замкненим контуром має відмінне від нуля значення.

Це означає, що для *будь-якого колового процесу (циклу) повна робота, виконана газом, не дорівнює нулю*:

$$\oint dA = A_{\text{циклу}} \neq 0.$$

Друга форма енергообміну полягає у передачі енергії *у формі теплоти (теплообміну).* Завдяки такій формі взаємодії збільшується енергія хаотичного теплового руху молекул, тобто зростає внутрішня енергія системи.

Так, наприклад, під час дотику холодного та гарячого тіл молекули другого тіла, які рухаються швидше, стикаються з молекулами першого тіла, що рухаються повільніше, і передають їм частину своєї кінетичної енергії. Внаслідок цього внутрішня енергія першого тіла збільшується, другого – зменшується, а їхні температури вирівнюються.

Кількість теплоти*, передану системі в процесі теплообміну, можна виразити через питому теплоємність речовини*:

$$Q = mc(T_2 - T_1),$$

де m – маса речовини;

c – питома теплоємність речовини (її значення суттєво залежить від виду термодинамічного процесу, в якому відбувається передача теплоти);

T_1, T_2 – початкова та кінцева абсолютні температури речовини.

Одиницею вимірювання кількості теплоти в СІ є джоуль: $[Q] = \text{Дж}$.

Оскільки *теплота не є функцією стану системи, її елементарна (нескінченно мала) кількість не є повним диференціалом* ($\delta Q \neq dQ$, де символ δ вказує на функцію процесу):

$$\delta Q = mcdT.$$

Питомою теплоємністю речовини *с називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати одиниці маси цієї речовини, щоб змінити її температуру на один кельвін (або один градус Цельсія):*

$$c = \frac{\delta Q}{mdT}.$$

Одиницею вимірювання питомої теплоємності в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на кілограм-кельвін: $[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Джозеф Блек *(1728–1799) – шотландський фізик і хімік. У 1760–1762 роках експериментально довів, що температура та кількість теплоти є принципово різними фізичними величинами. Вчений першим увів поняття питомої теплоємності, що заклало наукові основи калориметрії та дозволило здійснювати точні інженерні розрахунки теплових систем.*

Кількість теплоти*, передану системі в процесі теплообміну, можна виразити через молярну теплоємність речовини:*

$$Q = \nu C\left(T_2 - T_1\right),$$

де ν – кількість речовини (число молів);

C – молярна теплоємність речовини (її значення суттєво залежить від виду термодинамічного процесу, в якому відбувається передача теплоти);

T_1, T_2 – початкова та кінцева абсолютні температури речовини.

Оскільки *теплота не є функцією стану системи, її елементарна (нескінченно мала) кількість не є повним диференціалом* ($\delta Q \neq dQ$, де символ δ вказує на функцію процесу):

$$\delta Q = \nu C dT.$$

Молярною теплоємністю речовини *C називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати одному молю цієї речовини, щоб змінити її температуру на один кельвін (або один градус Цельсія):*

$$C = \frac{\delta Q}{\nu dT}.$$

Одиницею вимірювання молярної теплоємності в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на моль-кельвін: $[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Зв'язок між молярною та питомою теплоємностями речовини встановлюється через її молярну масу μ за допомогою таких співвідношень:

$$C = \mu \cdot c.$$

Між роботою і теплотою існує глибока якісна відмінність.

- Виконання роботи над системою може безпосередньо призвести до збільшення будь-якого виду її енергії (механічної – кінетичної чи потенціальної, а також внутрішньої).

- Передача системі теплоти безпосередньо призводить тільки до збільшення її внутрішньої енергії.

Водночас *робота і теплота мають спільні властивості.*

- Теплота і робота є формами передавання енергії, а не її видами. За реальних умов ці процеси супроводжують один одного, а їхні числові значення істотно залежать від виду термодинамічного процесу.

- Робота і теплота є скалярними алгебраїчними величинами, які можуть набувати як додатних, так і від'ємних значень. Кількість теплоти є додатною, коли вона передається системі, а робота – коли її виконує сама система проти зовнішніх сил. Алгебраїчний знак перед символом величини визначає саме напрямок енергообміну (всередину системи чи з неї назовні).

Встановлені властивості роботи та теплоти показують, що вони є двома взаємодоповнювальними макроскопічними механізмами зміни термодинамічного стану системи.

Згідно із загальним законом збереження енергії, у наступному параграфі ці форми її передавання будуть об'єднані з внутрішньою енергією у фундаментальне положення класичної фізики – перший закон термодинаміки.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз форм енергообміну – роботи як міри передачі енергії, що супроводжується переміщенням макроскопічних тіл, та теплоти як міри передачі енергії на мікрорівні через хаотичний рух частинок – є фундаментальним для розуміння принципів дії технічних засобів пожежогасіння, ефективного проєктування систем безпеки, а також для врахування фізичних процесів під час евакуації людей і ліквідації пожеж.

- *Механічна робота розширення газів при пожежі.* Термічний розклад матеріалів та стрімке підвищення температури в замкненому просторі викликають інтенсивне розширення газоподібних продуктів горіння. Гази, що розширюються, виконують значну механічну роботу, яка виявляється у формуванні надлишкового тиску, деформації елементів споруд та руйнуванні огороджувальних конструкцій будівлі, що необхідно враховувати при розрахунку вибухозахисту.

- *Роль теплоти та механізмів теплопередачі в розвитку пожежі*. Кількість теплоти є основним термодинамічним чинником, який визначає динаміку термічного розкладу речовин та швидкість поширення полум'я.

- *Термічне нагрівання матеріалів*. Безперервний приплив теплоти до навколишніх горючих матеріалів викликає стрімке підвищення їхньої температури. Коли температура досягає критичних значень спалаху

або займання, речовини переходять у стан інтенсивного горіння, що прискорює розвиток пожежі.

- *Способи поширення теплової енергії*. Передача енергії у просторі від осередку пожежі до сусідніх будівельних елементів і обладнання здійснюється за рахунок трьох класичних механізмів – теплопровідності через тверді тіла, конвекції рухомих потоків гарячого газу та теплового випромінювання полум'я, що є головною причиною утворення нових осередків горіння.

- *Ініціювання аварійних процесів в обладнанні*. Тривалий тепловий вплив на технологічні резервуари, балони чи трубопроводи, всередині яких зберігаються рідини або стиснені гази під тиском, викликає інтенсивний теплообмін. Це призводить до бурхливого закипання рідин, різкого зростання тиску насиченої пари та термічного розм'якшення металу, що зумовлює деструктивне руйнування оболонки апаратів.

- *Інженерно-профілактичні заходи регулювання енергообміну*. Управління процесами передачі роботи та теплоти є основою для проєктування надійного протипожежного захисту промислових та цивільних об'єктів.

- *Застосування термоізоляції*. Тепловий захист технологічного обладнання, печей та високотемпературних магістралей запобігає нагріванню навколишніх горючих матеріалів.

- *Впровадження автоматичного контролю*. Для попередження аварійного перегріву інженери

проєктують системи безперервного моніторингу з цифровими тепловими сповіщувачів, які автоматично відключають нагрівальні пристрої.

- *Розрахунок теплових навантажень*. На стадії проєктування споруд здійснюється обґрунтування теплового балансу приміщень, що дозволяє підібрати вогнестійкі матеріали та забезпечити стабільність каркаса будівлі в умовах можливої пожежі.

§39. Перший закон термодинаміки

Енергообмін між тілами здійснюється у двох формах – у вигляді роботи та теплоти, причому енергія механічного руху може перетворюватися на енергію теплового руху і навпаки. Застосування загального закону збереження та перетворення енергії до таких термодинамічних процесів становить суть першого закону термодинаміки.

Цей фундаментальний закон є результатом узагальнення багатовікових експериментальних і дослідних даних.

Нехай деяка система (газ, що міститься в циліндрі під поршнем), маючи початкову внутрішню енергію U_1, отримала певну кількість теплоти Q. Перейшовши в новий стан, який характеризується внутрішньою енергією U_2, газ виконав роботу A проти зовнішніх сил.

Експериментальні дані свідчать, що відповідно до закону збереження енергії при довільному способі переходу системи з першого стану у другий зміна її

внутрішньої енергії ΔU дорівнює різниці між кількістю теплоти Q, отриманою системою, і роботою A, яку виконала система проти зовнішніх сил:

$$\Delta U = Q - A.$$

Найчастіше це фундаментальне співвідношення, що виражає ***перший закон термодинаміки***, записують відносно кількості теплоти.

Кількість теплоти, передана системі, витрачається на збільшення її внутрішньої енергії та на виконання системою роботи проти зовнішніх сил:

$$Q = \Delta U + A.$$

Така математична форма є більш наочною для фізичного аналізу термодинамічних процесів.

Перший закон термодинаміки для нескінченно малого процесу в диференціальній формі має вигляд:

$$\delta Q = dU + \delta A \text{ або } \delta Q = dU + pdV.$$

У цьому диференціальному рівнянні символ d позначає оператор повного диференціала функції стану (внутрішньої енергії), тоді як символ δ вказує на те, що елементарні кількості теплоти та роботи є функціями процесу і залежать від шляху переходу системи.

Окремим і надзвичайно важливим є випадок, коли система – це *періодично діюча машина, в якій газ, пара або інше робоче тіло внаслідок колового процесу (циклу) повертається до початкового стану.*

Оскільки внутрішня енергія є функцією стану, її повна зміна за цикл дорівнює нулеві ($\Delta U = 0$), тому *для колового процесу перший закон термодинаміки зводиться до прямої рівності між кількістю теплоти та виконаною роботою*:

$$Q = A,$$

або в інтегральній формі по замкненому контуру циклу:

$$\oint \delta Q = \oint \delta A.$$

Рівняння першого закону термодинаміки для колового процесу ($Q = A$) дозволяє зробити фундаментальний висновок щодо принципу роботи будь-яких теплових машин і пристроїв.

Вічним двигуном першого роду називається гіпотетичний періодично діючий пристрій, який був би здатний виконувати корисну роботу у більшій кількості, ніж кількість енергії, яку він отримує ззовні, або виконувати роботу взагалі без споживання енергії.

Якщо припустити, що такий двигун працює без підведення теплоти від зовнішніх джерел, то кількість переданої йому енергії дорівнює нулеві ($Q = 0$). Тоді, згідно з виведеним рівнянням для колового процесу, виконана за цикл робота також неминуче перетворюється на нуль:

$$A = 0 \text{ або } \oint \delta A = 0.$$

Таким чином, перший закон термодинаміки встановлює загальний кількісний баланс між

енергетичними параметрами системи, проте для його практичного застосування до конкретних газових процесів необхідно дослідити, як саме умови нагрівання речовини визначають величину її молярної та питомої теплоємностей.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки перший закон термодинаміки, який є законом збереження та перетворення енергії для теплових систем, виступає теоретичною основою для розрахунку загального теплового балансу при пожежі, прогнозування швидкості нагрівання конструкцій та обґрунтування ефективності вогнегасних речовин. Розрахунок енергетичних перетворень дозволяє фахівцям точно описувати процеси поширення вогню та проєктувати системи протипожежного захисту будівель.

- *Енергетичний аналіз умов виникнення горіння*. Згідно із законами термодинаміки, для ініціювання та стабільного підтримання самочинного горіння необхідне одночасне поєднання трьох чинників: горючої речовини, окисника та джерела запалювання. Перший закон термодинаміки дозволяє кількісно розрахувати, яка саме кількість теплоти від первинного теплового імпульсу має передатися горючій суміші, щоб забезпечити зміну її внутрішньої енергії до рівня, достатнього для подолання енергії активації хімічної реакції окиснення.

- *Термодинамічне обґрунтування процесів вогнегасіння*. Принцип дії більшості вогнегасних речовин базується на примусовому відборі теплової енергії із зони горіння. Наприклад, при подачі води в осередок пожежі підведена кількість теплоти витрачається на її інтенсивне нагрівання та фазове перетворення на пару. Завдяки високій теплоємності та великій питомій теплоті пароутворення, вода поглинає значну кількість виділеної під час горіння теплоти. Це спричиняє стрімке зниження температури середовища нижче температури займання та призводить до повного припинення хімічної реакції.

- *Проєктування систем захисту від перегріву*. Розрахунок розподілу теплоти дозволяє фахівцям створювати надійну вентиляцію для ефективного відведення надлишкової термічної енергії з приміщень. На основі першого закону термодинаміки здійснюється обґрунтований підбір матеріалів із високою теплоємністю та проєктування теплоізоляційних покриттів, які захищають елементи споруд від критичного перегріву та дозволяють запобігати виникненню умов для самозаймання речовин.

§40. Теплоємність. Класична молекулярно-кінетична теорія теплоємностей ідеального газу та її обмеженість

Застосування першого закону термодинаміки до ідеальних газів показує, що кількість теплоти, необхідна для нагрівання речовини, залежить не

лише від зміни її температури, а й від умов, за яких здійснюється цей процес. Для кількісного опису цих закономірностей у молекулярно-кінетичній теорії використовують поняття *молярної теплоємності*.

Спираючись на перший закон термодинаміки в диференціальній формі ($\delta Q = dU + \delta A$) та вираз для елементарної роботи ($\delta A = pdV$), загальне рівняння для молярної теплоємності газу ($C = \frac{\delta Q}{\nu dT}$) набуде вигляду:

$$C = \frac{dU + pdV}{\nu dT}.$$

Аналіз цього виразу дозволяє розрахувати теоретичні значення теплоємностей для основних ізопроцесів ідеального газу.

Молярна теплоємність за сталого об'єму (ізохорний процес).

Розглянемо процес нагрівання газу, що протікає в герметичній посудині сталого об’єму ($V = \text{const}$).

Внесок роботи. Оскільки об'єм системи не змінюється, диференціал об'єму дорівнює нулеві ($dV = 0$). Зважаючи на це, елементарна робота газу проти зовнішніх сил не виконується ($\delta A = pdV = 0$).

Трансформація першого закону. Рівняння першого закону термодинаміки суттєво спрощується: вся передана газу елементарна теплота витрачається виключно на збільшення його внутрішньої енергії:

$$\delta Q_V = dU.$$

Теоретичне виведення. Підставимо у цей вираз значення повного диференціала внутрішньої енергії ідеального газу, яке ми отримали раніше завдяки закону Больцмана ($dU = \frac{i}{2}\nu RdT$):

$$dQ_V = \frac{i}{2}\nu RdT.$$

Формула ізохорної теплоємності. Розділивши отриману кількість теплоти на νdT, знаходимо остаточний вираз для молярної теплоємності ідеального газу за сталого об'єму (C_V):

$$C_V = \frac{i}{2}R.$$

Узагальнення класичної теорії. Таким чином, класична молекулярно-кінетична теорія стверджує, що молярна теплоємність газу за сталого об'єму є абсолютно сталою величиною, яка залежить виключно від структури його молекул (числа ступенів вільності) і не змінюється при коливаннях температури.

2. *Молярна теплоємність за сталого тиску (ізобарний процес).*

Розглянемо процес нагрівання газу, що протікає в циліндрі під рухомим поршнем, який може вільно переміщатися, забезпечуючи умову сталого тиску ($p = \text{const}$).

Внесок роботи. Оскільки під час нагрівання газ розширюється, газ обов'язково виконує елементарну роботу проти зовнішніх сил:

$$\delta A = pdV.$$

Трансформація першого закону. Рівняння першого закону термодинаміки залишається повним: передана газу елементарна теплота одночасно витрачається як на збільшення його внутрішньої енергії, так і на виконання механічної роботи:

$$\delta Q_p = dU + pdV.$$

Теоретичне виведення. Підставимо у цей вираз значення повного диференціала внутрішньої енергії ідеального газу ($dU = \frac{i}{2}\nu RdT$), а також виразимо доданок роботи через диференціал температури, використавши рівняння стану Менделєєва - Клапейрона для ізобарного процесу ($pdV = \nu RdT$):

$$dQ_p = \frac{i}{2}\nu RdT + \nu RdT = \left(\frac{i}{2} + 1\right)\nu RdT.$$

Формула ізобарної теплоємності. Розділивши отриману кількість теплоти на νdT, знаходимо остаточний вираз для молярної теплоємності ідеального газу за сталого тиску (C_p):

$$C_p = \frac{i+2}{2}R.$$

Узагальнення класичної теорії. Таким чином, класична молекулярно-кінетична теорія показує, що молярна теплоємність газу за сталого тиску також є сталою величиною, що визначається структурою молекул газу.

Порівняння отриманих формул для молярних теплоємностей C_p та C_V дозволяє встановити фундаментальний зв'язок між ними. Якщо відняти

від виразу для ізобарної теплоємності вираз для ізохорної теплоємності, отримаємо:

$$C_p - C_V = R\,.$$

Це співвідношення називається ***рівнянням Майєра.***

Рівняння вказує на те, що C_p завжди більше від C_V на величину універсальної газової сталої. Це зумовлено тим, що при сталому тиску підведена теплота додатково витрачається на розширення системи.

Якщо порівняти перший закон термодинаміки для обох процесів при $\nu = 1\,\text{моль}$, то з виразу $C_p dT = C_V dT + pdV$ після скорочення на dT та врахування, що $pdV = RdT$, стає очевидним фізичний зміст цього рівняння: *універсальна газова стала R чисельно дорівнює роботі, яку виконує один моль ідеального газу під час його ізобарного нагрівання на один кельвін.*

Юліус Роберт фон Майєр *(1814–1878) – німецький фізик і лікар. У 1842 році він розрахував співвідношення між ізобарною та ізохорною теплоємностями ідеального газу й теоретично обґрунтував загальний закон збереження та перетворення енергії.*

Використовуючи раніше встановлений зв'язок між молярними та питомими величинами ($c = \frac{C}{\mu}$), запишемо теоретичні формули для *питомих*

теплоємностей ідеального газу за сталого об'єму (c_V) *та сталого тиску* (c_p):

$$c_V = \frac{i}{2\mu} R,\ \ c_p = \frac{i+2}{2\mu} R.$$

Якщо розділити рівняння Майєра на молярну масу газу (μ), отримаємо співвідношення для питомих теплоємностей:

$$c_P = c_V + \frac{R}{\mu}.$$

Коефіцієнтом Пуассона γ *називається безрозмірна фізична величина, яка дорівнює відношенню ізобарної теплоємності газу до його ізохорної теплоємності*:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V}.$$

Згідно з положеннями класичної молекулярно-кінетичної теорії, молярні теплоємності дорівнюють:

$$C_V = \frac{i}{2} R,\ \ C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R\,.$$

Коефіцієнт Пуассона *після підстановки цих співвідношень виражається через число ступенів вільності молекули*:

$$\gamma = \frac{i+2}{i}.$$

Для газів за помірних температур величина γ *визначається виключно їхньою атомарністю*:

- одноатомний газ ($i = 3$): $\gamma \approx 1{,}67$;
- двоатомний газ ($i = 5$): $\gamma = 1{,}40$;
- багатоатомний газ ($i = 6$): $\gamma \approx 1{,}33$.

Сімеон Дені Пуассон *(1781–1840) – французький фізик, математик і механік. У 1823 році він обґрунтував фундаментальні закони термодинаміки газів та математично вивів коефіцієнт співвідношення їхніх теплоємностей. Сьогодні цей показник адіабати, відомий як коефіцієнт Пуассона, слугує основою для розрахунку адіабатних процесів, що відбуваються без теплообміну з навколишнім середовищем.*

Експерименти показали, що теплоємність ідеального газу суттєво залежить від температури, тоді як згідно з класичними формулами вона має залишатися сталою величиною.

Наочно цей температурний характер ілюструє графік залежності молярної теплоємності C_V водню від температури, наведений на рис. 63.

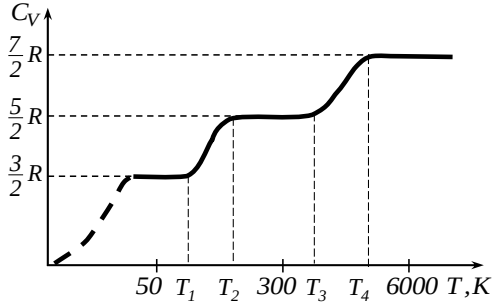


Рис. 63

Аналіз графіка залежності молярної теплоємності водню від температури дозволяє чітко виділити кілька характерних етапів.

За низьких температур (до значення T_1) молярна теплоємність водню становить $C_V = \frac{3}{2}R$. Це означає, що молекули газу беруть участь *лише в поступальному русі*, тобто *мають три поступальні ступені вільності.*

Із підвищенням температури в інтервалі від T_1 до T_2 поступово *активується обертальний рух молекул газу*, внаслідок чого середнє число ступенів вільності зростає, що призводить до збільшення теплоємності.

За температур від T_2 до T_3 *обертальний рух* здійснюють уже всі молекули, і теплоємність стабілізується на значенні $C_V = \frac{5}{2}R$.

З подальшим нагріванням в інтервалі від T_3 до T_4 до поступального та обертального рухів додаються внутрішньомолекулярні коливання атомів. Спочатку коливається лише невелика частина молекул, але з підвищенням температури їхня частка зростає.

Після досягнення температури T_4 *у коливальний рух залучаються абсолютно всі молекули*, тому теплоємність набуває значення $C_V = \frac{7}{2}R$.

Причина такої розбіжності класичної теорії з експериментом полягає в тому, що закон Больцмана про рівномірний розподіл енергії не є універсальним. Він є наближеним і працює лише

тоді, коли газ перебуває в межах звичайних кімнатних чи вищих температур.

Повністю пояснити реальну поведінку теплоємності дозволяє лише квантова механіка. Згідно з її законами, молекули не можуть починати обертатися чи коливатися плавно. Для того, щоб запустити ці рухи, газу потрібно передати одразу певну мінімальну порцію енергії (квант).

Якщо газ занадто холодний, енергії звичайних теплових зіткнень молекул просто не вистачає, щоб «увімкнути» їхнє обертання чи коливання. У фізиці цей ефект називають «заморожуванням» ступенів вільності. Саме тому з пониженням температури обертання та коливання молекул послідовно вимикаються, а теплоємність газу падає.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз теплоємності газів та повітряного середовища є критично важливим для точного прогнозування швидкості зростання температури в приміщеннях, моделювання руйнівної сили вибухових хвиль та розрахунку ефективності систем аварійного димовидалення.

- *Аналіз температурного режиму середовища під час пожежі*. Знання законів теплоємності дозволяє фахівцям теоретично визначити, як швидко нагріватиметься повітря чи інші гази в закритому об'ємі під дією теплового потоку від полум'я. Значення теплоємності газів є ключовими для

оцінки загального термічного навантаження на будівлю, а також для прогнозування часу настання небезпечних факторів пожежі. При цьому інженери враховують обмеженість класичної теорії: в умовах реальної пожежі при екстремальному нагріванні теплоємність багатоатомних газів не залишається стала, а суттєво зростає через активацію коливальних рухів у молекулах, що уповільнює чисту швидкість росту температури димових газів.

- *Моделювання динаміки вибухів газоповітряних сумішей.* Теплоємність газу безпосередньо впливає на температуру та надлишковий тиск, що виникають у фронті вибухової хвилі при вибуховому горінні сумішей. Урахування реальної теплоємності продуктів згоряння дозволяє математично оцінити тиск у замкненому просторі, визначити геометричні параметри зони руйнування та розробити надійні захисні споруди.

- *Оцінка ефективності та проєктування систем димовидалення*. При розробці аварійної вентиляції фахівці обов'язково враховують теплову інерцію газів, яка повністю визначається їхньою теплоємністю. Це необхідно для правильного підбору потужності витяжних систем, здатних безперервно видаляти великі маси розжареного чадного газу для запобігання термічному пошкодженню самих повітроводів.

- *Розрахунок параметрів газового пожежогасіння.* При використанні автоматичних установок, що працюють на основі вуглекислого газу, азоту чи

інших інертних розріджувачів, враховується їхня власна теплоємність. Ефективність гасіння такими речовинами базується не лише на витісненні кисню, а й на інтенсивному охолодженні осередку пожежі за рахунок поглинання теплової енергії газом, що нагрівається.

- *Приклад практичного аналізу теплового навантаження*. Розглянемо приміщення, де внаслідок займання відбулася зміна температури повітряного середовища на $200^{\circ}\mathrm{K}$. Оскільки реальне повітря є сумішшю газів, що складаються переважно з двоатомних молекул азоту й кисню, закони молекулярно-кінетичної теорії дозволяють інженерам точно оцінити сумарну кількість теплоти, яка зумовила зміну термодинамічного стану середовища. Розрахунок цієї величини на основі значень молярної теплоємності за сталого об'єму дає можливість обчислити реальне термічне навантаження на конструкції будівлі та перевірити, чи витримає система вентиляції таку екстремальну зміну теплового балансу.

§41. Ентальпія

Під час дослідження термодинамічних процесів вибір незалежних параметрів стану визначається умовами, у яких перебуває система. Якщо для *ізохорних процесів* ($V = \mathrm{const}$) найзручнішою функцією стану є *внутрішня енергія* U, то для опису *ізобарних процесів* ($p = \mathrm{const}$), які найчастіше зустрічаються в

природі та техніці, виникає потреба у введенні нової фундаментальної функції стану – *ентальпії.*

Ентальпією *(або* ***теплофункцією)*** H *називається функція стану термодинамічної системи, яка дорівнює сумі внутрішньої енергії* U *та добутку тиску* p *на об'єм* V *:*

$$H = U + pV.$$

Оскільки внутрішня енергія, тиск і об'єм є однозначними функціями стану, їхня комбінація – *ентальпія* H – також є *однозначною функцією термодинамічного стану системи.*

Одиницею вимірювання ентальпії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль: $[H] = \text{Дж}.$

Як і внутрішня енергія, ентальпія є адитивною величиною: ентальпія складної системи дорівнює сумі ентальпій її окремих частин.

Знайдемо повний диференціал ентальпії, продиференціювавши базове рівняння:

$$dH = dU + d(pV) = dU + pdV + Vdp.$$

Для ідеального газу, зважаючи на формулу його внутрішньої енергії ($U = \frac{i}{2}\nu RT$) та рівняння стану Менделєєва-Клапейрона ($pV = \nu RT$), вираз для ентальпії набуває вигляду:

$$H = \frac{i}{2}\nu RT + \nu RT = \left(\frac{i}{2} + 1\right)\nu RT = \frac{i+2}{2}\nu RT.$$

Враховуючи, що за класичною теорією теплоємностей молярна теплоємність газу за сталого

тиску $C_p = \frac{i+2}{2}R$, *ентальпія ідеального газу визначається лише його абсолютною температурою* T:

$$H = \nu C_p T .$$

У практичних теплотехнічних та інженерних розрахунках часто використовують *питому ентальпію* h, *яка визначається як ентальпія одиниці маси речовини*:

$$h = \frac{H}{m} = u + p\upsilon ,$$

де $u = \frac{U}{m}$ – питома внутрішня енергія;

$\upsilon = \frac{V}{m}$ – питомий об'єм (величина, обернена до густини речовини).

Одиницею вимірювання питомої ентальпії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на кілограм: $[h] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

Поняття ентальпії у вигляді термодинамічної функції у 1870-х роках обґрунтував *Гіббс* (хоча сам термін «ентальпія» з грецької *enthalpo* – «внутрішнє тепло» – значно пізніше запропонував *Камерлінг-Оннес*).

Гіббс увів цю функцію для того, щоб спростити розрахунки відкритих систем та ізобарних процесів.

Джозая Віллард Гіббс *(1839–1903) – американський фізик-теоретик, математик і механік. У 1873 році він запропонував зручні*

графічні методи для вивчення термодинамічних систем, де детально описав властивості ентальпії як функції стану для процесів за сталого тиску.

Понад 30 років Гіббс викладав у Єльському університеті, причому перші дев'ять років професорства він працював абсолютно безкоштовно, оскільки університет не мав бюджету на теоретичну фізику, а сам учений мав невелику батьківську спадщину. Коли європейські науковці на чолі з Максвеллом почали масово цитувати його праці, керівництво університету було шоковане, дізнавшись, що поруч із ними без жодного фінансування працює фізик світового масштабу.

Головна особливість класичного виразу першого закону термодинаміки ($\delta Q = dU + \delta A$ або $\delta Q = dU + pdV$) полягає в тому, що підведена теплота витрачається одночасно і на зміну внутрішньої енергії газу (dU), і на зовнішню механічну роботу (pdV). Це вимагає складних додаткових обчислень механічної роботи, оскільки її інтеграл повністю визначається шляхом переходу системи на ($p-V$) діаграмі.

Гіббс об'єднав внутрішню енергію системи та енергію її взаємодії з навколишнім середовищем (добуток тиску на об’єм pV) в єдину комплексну функцію стану. Завдяки цьому відпала потреба окремо рахувати механічну роботу розширення газу: вона вже стала «вбудованою» всередину самої функції H.

Щоб наочно зрозуміти фізичний зміст ентальпії, підставимо у вираз її повного диференціала ($dH = dU + pdV + Vdp$) рівняння першого закону термодинаміки ($\delta Q = dU + pdV$):

$$dH = \delta Q + Vdp.$$

Розглянемо найважливіший випадок – *ізобарний процес* ($p = \text{const}$). Оскільки тиск системи не змінюється, елементарна зміна тиску дорівнює нулеві ($dp = 0$). Тоді рівняння набуває вигляду:

$$dH = \delta Q_p.$$

Інтегрування цього виразу для скінченної зміни стану системи дає результат:

$$\Delta H = Q_p.$$

Фізичний зміст ентальпії *полягає в тому, що її зміна (ΔH) в ізобарному процесі чисельно дорівнює кількості теплоти, яку система отримала або віддала навколишньому середовищем*.

Якщо процес протікає при сталому тиску:

- $\Delta H > 0$ – *система поглинає тепло ззовні (ендотермічний процес);*

- $\Delta H < 0$ – *система виділяє тепло назовні (екзотермічний процес).*

Тому в хімічній термодинаміці *зміну ентальпії називають тепловим ефектом реакції. Вона показує повний енергетичний запас системи, який можна вилучити у вигляді теплоти в ізобарному процесі*.

Ентальпія є основним розрахунковим параметром у сферах, де процеси відбуваються за сталого зовнішнього або робочого тиску.

- *Хімічна термодинаміка та енергетика*. Через різницю ентальпій початкових речовин і продуктів реакції розраховують точну кількість тепла, яка виділиться під час згоряння палива чи хімічного синтезу.

- *Теплотехніка та проєктування турбін*. У теплових двигунах скрізь використовується робоче тіло, що рухається (пара або газ). Ентальпія описує повну енергію цього потоку. Корисна робота, яку виконує пара в турбіні, розраховується просто як різниця ентальпій на вході та виході з турбіни.

- *Прогнозування пожежної безпеки*. Ентальпія є базовим параметром для оцінки питомого тепловиділення під час горіння складних матеріалів. Вона дозволяє розрахувати термічне навантаження на тримальні будівельні конструкції та спрогнозувати час їхнього руйнування під дією екстремальних температур.

Оскільки ентальпія є функцією стану системи, її зміна (ΔH) не залежить від шляху переходу (числа проміжних хімічних чи фізичних стадій) і повністю визначається лише початковим і кінцевим термодинамічними станами системи:

$$\Delta H = H_2 - H_1.$$

Для будь-якого колового процесу (закритих термодинамічних циклів) повна зміна ентальпії дорівнює нулеві.

Криволінійний інтеграл за замкненим контуром строго підтверджує цей фізичний зміст:

$$\oint dH = 0.$$

Цей математичний результат доводить, що підінтегральний вираз є повним диференціалом, а сама ентальпія – функцією стану системи.

Таким чином, ентальпія є незамінним інструментом для розрахунку теплових ефектів в ізобарних процесах, проте для повного термодинамічного опису систем та визначення напрямку протікання цих процесів необхідно ввести ще одну фундаментальну функцію стану – ентропію.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз зміни ентальпії є головним чинником для розрахунку теплових ефектів реакцій горіння, обчислення кількості виділеного тепла та оцінки вибухонебезпечності технологічних резервуарів при термічному навантаженні. Термодинамічна стійкість будівельних матеріалів та динаміка розвитку пожежі в приміщеннях розраховуються на основі характеру зміни цього параметра під час нагрівання речовин. Ці дані дозволяють обґрунтувати необхідну потужність систем димовидалення та проєктувати ефективні вогнезахисні покриття.

Тепловий ефект реакції горіння (кількість виділеної енергії) чисельно дорівнює зміні ентальпії системи, оскільки більшість процесів розвитку та ліквідації пожеж відбуваються при сталому атмосферному тиску.

- *Фізичний зміст знаків енергообміну при пожежі*. Кількість теплоти показує, скільки саме енергії було

віддано системі або отримано від неї зовнішнім середовищем, тоді як зміна ентальпії характеризує поглинання або виділення тепла самою системою.

Для ендотермічних реакцій, які відбуваються із поглинанням тепла з навколишнього середовища, кількість теплоти має від'ємне значення, а зміна ентальпії – додатне.

Навпаки, для екзотермічних процесів, що супроводжуються інтенсивним виділенням тепла, кількість теплоти є додатною, а зміна ентальпії – від'ємною.

- *Аналіз реакцій горіння як екзотермічних процесів.* Усі без винятку реакції горіння та дефлаграції належать до класу екзотермічних реакцій. Це означає, що при пожежі хімічна взаємодія палива з окисником супроводжується стрімким падінням ентальпії самої реагуючої суміші та величезним виділенням теплоти в навколишнє середовище ($\Delta H < 0,\ Q > 0$). Розрахунок цих параметрів дозволяє інженерам точно визначити сумарне теплове навантаження на конструкції будівлі та зробити обґрунтовані висновки про загальний рівень пожежної безпеки об'єкта.

- *Моделювання причин руйнування балонів під тиском.* Математичний аналіз ентальпійних змін дозволяє прогнозувати стан речовин у балонах та інших закритих резервуарах, які інтенсивно нагріваються під дією вогню. Розрахунок теплоти, що передається газу чи рідині всередині посудини, дає фахівцям можливість встановити динаміку розвитку

фізичного вибуху обладнання через перегрів, оцінити швидкість наростання внутрішнього тиску та розробити ефективні системи аварійного охолодження та аварійного випускання газу.

- *Приклад практичного термодинамічного аналізу*. Розглянемо класичну реакцію горіння чистого вуглецю, який є основою більшості твердих будівельних матеріалів та деревини. При повному окисненні вуглецю киснем повітря відбувається хімічне утворення діоксиду вуглецю. Оскільки цей процес є суворо екзотермічним, зміна ентальпії системи під час реакції має від'ємне значення, що свідчить про зменшення внутрішньої енергії самих реагентів. Водночас кількість теплоти, яка виділяється у навколишнє середовище і безпосередньо формує небезпечний тепловий потік пожежі, є додатною і точно дорівнює за модулем зміні ентальпії. Це дозволяє інженерам розрахувати параметри прогрівання та вогнестійкості будівельних конструкцій, а також безпечні умови на евакуаційних шляхах.

§42. Ентропія

У термодинаміці всі фізичні величини поділяють на дві принципово різні категорії: функції процесу та функції стану.

Теплота та *робота є функціями процесу.* Вони характеризують сам шлях переходу системи й не можуть описувати її поточний стан. Натомість *тиск*,

об'єм, температура, ентальпія є функціями стану – їхня зміна визначається виключно початковим і кінцевим макростанами речовини.

Розвиток класичної термодинаміки виявив потребу в пошуку ще однієї функції стану, яка математично пов'язала б передану системі кількість теплоти з її термічними параметрами та дозволила б кількісно описувати процеси без прив'язки до їхнього конкретного шляху.

Таку функцію ввів *Клаузіус*, назвавши її *ентропією* (що в перекладі з грецької означає «перетворення»), підкресливши її фундаментальну роль у дослідженні процесів взаємної трансформації різних видів енергії.

Рудольф Юліус Емануель Клаузіус *(1822–1888) – німецький фізик і математик, один із засновників термодинаміки та молекулярно-кінетичної теорії. У 1865 році він довів існування нової функції стану системи, назвавши її ентропією, та розробив математичний метод для розрахунку її зміни в теплових процесах. Сьогодні ця фундаментальна величина є базою для аналізу необоротних втрат енергії та оцінки ККД теплових машин.*

Головна особливість класичного виразу першого закону термодинаміки ($\delta Q = dU + \delta A$ або $\delta Q = dU + pdV$) полягає в тому, що підведена теплота витрачається одночасно і на зміну внутрішньої енергії газу (dU), і на зовнішню механічну роботу (pdV). Це вимагає складних додаткових обчислень механічної роботи, оскільки її інтеграл повністю визначається шляхом

переходу системи на $(p-V)$ діаграмі. Наявність функції процесу (pdV) у правій частині цього рівняння унеможливлює його пряме інтегрування без знання конкретного виду теплового переходу.

Щоб обійти цю математичну перешкоду та розробити метод розрахунку нової функції стану, необхідно дослідити математичну структуру виразу для елементарної кількості теплоти.

Розглянемо термодинамічну систему, стан якої однозначно задається двома незалежними макроскопічними параметрами: абсолютною температурою T та об'ємом V. Для аналізу структури теплообміну скористаємося першим законом термодинаміки.

Враховуючи, що $dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$, а $p = \frac{m}{\mu}\frac{R}{V}T$, прийдемо до виразу:

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} C_V dT + \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V}.$$

Щоб перетворити диференціальну форму елементарної кількості теплоти на повний диференціал, у математиці використовують метод інтегрувального множника.

Клаузіус довів, що для оборотних процесів таким множником є обернена абсолютна температура $\left(\frac{1}{T}\right)$.

Поділивши обидві частини цього рівняння на T, отримуємо:

$$\frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} C_V \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu} R \frac{dV}{V}.$$

У результаті ділення права частина рівняння перетворилася на суму двох незалежних доданків: перший доданок тепер залежить виключно від зміни температури $\left(\frac{dT}{T}\right)$, а другий – виключно від зміни об'єму $\left(\frac{dV}{V}\right)$.

Величина δQ, яка сама по собі залежить від шляху процесу, після ділення на T повністю втрачає цю залежність. Формально математично температуру можна визначити як універсальний дільник, який перетворює елементарну кількість теплоти на строгу характеристику стану системи.

Оскільки цей новий вираз при оборотній зміні стану системи вже не залежить від траєкторії процесу, він є повним диференціалом нової функції змінних T і V.

Цю функцію назвали ***ентропією*** і позначили буквою S.

Диференціал ентропії для оборотної зміни стану визначається як:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Одиницею вимірювання ентропії в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на градус Кельвіна: $[S] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Ентропія є однозначною функцією стану системи, яка приймає для кожного стану цілком певне значення. Ентропія у довільному термодинамічному процесі повністю визначається початковим і кінцевим станом системи і не залежить від шляху процесу.

Згідно з визначенням *зміна ентропії при оборотному процесі* знаходиться *шляхом інтегрування її диференціала*:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Для *оборотного рівноважного кругового процесу (циклу) зміна ентропії дорівнює нулю, оскільки система повертається у початковий стан* ($S_2 = S_1$):

$$S_2 - S_1 = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Це є ще одним строгим математичним підтвердженням того, що *ентропія є функцією стану*, *адже її сумарна зміна за будь-який повний цикл завжди тотожно рівна нулю*. Із цієї рівності випливає, що *можна визначити не абсолютне значення ентропії, яка відповідає даному стану, а тільки її зміну при переході від одного стану до іншого.*

Ентропія відрізняється своєю абстрактністю: її фізичний зміст не випливає безпосередньо з математичного виразу і важко піддається інтуїтивному уявленню. Його можна з'ясувати лише під час аналізу різних необоротних процесів (тертя,

електронагрівання, нерівноважного теплообміну, дифузії та розсіяння енергії).

Щоб краще зрозуміти фізичний зміст та особливості ентропії, порівняємо її питоме значення s з уже добре відомою величиною – *питомою теплоємністю* c.

Питомою ентропією називається ентропія одиниці маси речовини.

Розрахункові математичні формули для цих величин є такими:

$$dS = \frac{\delta Q}{mT} \text{ та } c = \frac{\delta Q}{mdT}.$$

Спільні властивості питомої ентропії та питомої теплоємності.

- Обидві величини відображають кількість теплоти, віднесену до одиниці маси та одиниці температури.

- Обидві величини мають однакову одиницю вимірювання в Міжнародній системі одиниць системі СІ – $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Відмінності між питомою ентропією та питомою теплоємністю.

- У формулі теплоємності зміна температури входить у диференціальній формі (dT), тому її можна розраховувати в будь-якій температурній шкалі (Цельсія чи Кельвіна); у виразі для ентропії фігурує виключно абсолютна температура системи (T).

- Якщо теплоємність є мірою кількості теплоти, яку необхідно передати одиниці маси речовини для

зміни її температури на один градус, то ентропія визначає поточний тепловий стан речовини за конкретного значення температури.

Отже, *якщо теплоємність характеризує здатність речовини поглинати теплоту під час зміни температури (динаміку процесу), то ентропія є безпосереднім показником якості та стану теплової енергії в системі у кожний конкретний момент часу*.

Ентропія – адитивна (тобто екстенсивна) функція стану системи: ентропія системи дорівнює алгебраїчній сумі ентропій всіх тіл, що входять до складу системи.

Причому зміни ентропій окремих тіл, в залежності від процесу, можуть бути як додатними, так і від'ємними величинами.

Це означає, що коли одне тіло в системі *віддає елементарну кількість теплоти* ($\delta Q < 0$), його *ентропія зменшується* (*зміна від'ємна*). Натомість інше тіло, яке *отримує цю теплоту* ($\delta Q > 0$), збільшує свою ентропію (*зміна додатна*).

Загальна ж зміна ентропії всієї системи дорівнює сумі цих окремих змін. Якщо процес теплообміну є повністю оборотним і відбувається за однакової температури тіл, то зменшення ентропії одного тіла точно компенсується її збільшенням у іншого, і сумарна ентропія системи залишається незмінною.

Спираючись на виведене рівняння диференціала, можна легко отримати *математичні*

вирази для обчислення зміни ентропії (ΔS) в окремих ізопроцесах ідеального газу.

Ізохорний процес ($V = \text{const}$).

Оскільки об'єм газу не змінюється ($dV = 0$), другий доданок у рівнянні дорівнює нулю. Інтегрування температурного доданка дає:

$$\Delta S_V = \frac{m}{\mu} C_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Ізотермічний процес ($T = \text{const}$). Оскільки температура газу не змінюється ($dT = 0$), перший доданок у рівнянні дорівнює нулю. Інтегрування об'ємного доданка дає:

$$\Delta S_T = \frac{m}{\mu} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Ізобарний процес ($p = \text{const}$). Для розрахунку зміни ентропії за сталого тиску базове рівняння у змінних (T, V) є незручним, оскільки змінюються і температура, і об'єм газу. Проте, як було доведено у попередньому параграфі, під час ізобарного процесу елементарна кількість теплоти тотожно дорівнює приросту ентальпії системи ($dQ_p = dH$). Підставивши це співвідношення у визначення ентропії, отримуємо її прямий і глибокий зв'язок з ентальпією для процесів за сталого тиску:

$$dS = \frac{dH}{T} \quad \text{або} \quad dH = TdS \ \ (p = \text{const}).$$

Інтегрування цього виразу через теплоємність (C_p) дає фінальну формулу для ізобарного процесу:

$$\Delta S_p = \frac{m}{\mu} C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Таким чином, на даному етапі вивчення ентропія постає як строга макроскопічна функція стану. Її зміна повністю визначається лише початковими й кінцевими параметрами газу (температурою та об'ємом) і може бути точно розрахована для будь-якого оборотного процесу без аналізу внутрішньої молекулярної структури речовини.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки ентропія є фундаментальною термодинамічною функцією стану, яка використовується для точного кількісного аналізу теплообміну та оцінки ефективності засобів протипожежного захисту.

- *Термодинамічний аналіз теплового впливу на будівельні конструкції.* При розрахунку вогнестійкості будівельних елементів (наприклад, сталевих балок чи залізобетонних перекриттів) інженери оцінюють зміну їхніх термодинамічних параметрів під дією високих температур пожежі. Оскільки ентропія є однозначною функцією стану, її приріст у матеріалі конструкції під час пожежі залежить лише від початкової температури навколишнього середовища та кінцевої температури нагріву елемента. Розрахунок цієї зміни через інтегрування температурного доданка дозволяє точно визначити кількість теплоти, яку поглинає

конструкція, та математично спрогнозувати момент втрати її тримальної здатності.

- *Зміна ентропії при застосуванні вогнегасних речовин*. Процес гасіння пожежі водою або іншими рідкими сумішами базується на охолодженні зони горіння за рахунок фазового переходу першого роду – випаровування вогнегасної речовини. Під час потрапляння води у вогнище відбувається її перетворення на пару за сталої температури. Розрахунок зміни ентропії вогнегасної речовини у цьому процесі здійснюється через ентальпію пароутворення. Оскільки пара поглинає велику кількість теплоти, ентропія речовини стрімко збільшується. Цей розрахунок є базовим для визначення оптимальної витрати води та тиску у пожежних стволах, необхідних для повної компенсації теплового виділення.

- *Адитивність ентропії у розрахунках теплового балансу приміщень*. Під час аналізу розвитку пожежі в замкненому просторі інженери розглядають об'єкт як складну термодинамічну систему, що складається з багатьох тіл: газів, будівельних матеріалів та вогнегасних засобів. У таких розрахунках використовується властивість адитивності ентропії. Загальна ентропія приміщення дорівнює сумі ентропій усіх об'єктів усередині. Коли гарячі продукти згоряння віддають теплоту будівельним конструкціям або системам гасіння, ентропія самих газів зменшується (зміна від'ємна), а ентропія матеріалів стін та води –

збільшується (зміна додатна). Аналіз суми цих локальних змін дозволяє проєктувати надійні системи протидимової вентиляції.

Інформаційна ентропія в системах пожежної сигналізації. У сучасних автоматизованих комплексах протипожежного захисту математичний апарат інформаційної ентропії застосовується як аналітична функція стану інформаційного каналу для оцінки надійності сигналів від сповіщувачів. Інформаційна ентропія характеризує ступінь невизначеності сигналу датчика. У штатному режимі роботи будівлі сповіщувачі фіксують незначні фонові коливання, що відповідає низькому рівню хаотичності даних. Проте під час появи реальних ознак загоряння структура сигналу миттєво змінюється, викликаючи фіксовану зміну інформаційної ентропії. Сучасні пожежні панелі розраховують цей параметр, що дозволяє їм відокремлювати реальний тепловий процес від випадкових завад і повністю уникати формування сигналів помилкової тривоги.

§43. Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів

Ізопроцесами в газах *називаються процеси, при яких маса газу та один із основних параметрів стану* (V, p, T) *зберігається сталими*.

Розглянемо особливості застосування першого закону термодинаміки до термодинамічних процесів,

що протікають за сталого значення одного з основних параметрів стану газу при незмінній масі речовини.

Ізохорний процес ($V = \text{const},\ m = \text{const}$).

Діаграма цього процесу в координатах p,V зображується прямою, яка паралельна до осі ординат, де 1-2 – ізохорне нагрівання, 1-3 – ізохорне охолодження (рис. 64).

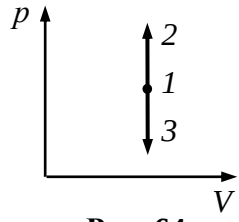


Рис. 64

- *Елементарна робота, виконана газом*:

$$\delta A = pdV = 0.$$

- *Робота, виконана газом:*

$$A = p\Delta V = 0.$$

- *Елементарна зміна внутрішньої енергії*:

$dU = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT = \frac{m}{M}C_V dT,$ оскільки $C_V = \frac{i}{2}R$;

$dU = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT = \frac{i}{2}Vdp,$ оскільки $\frac{m}{M}RdT = Vdp$.

- *Зміна внутрішньої енергії газу:*

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{m}{M}C_V\Delta T;$$

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{i}{2}V\Delta p.$$

- *Елементарна кількість теплоти, надана газу:*

$$\delta Q = dU = \frac{m}{M}C_V dT.$$

- Кількість теплоти, надана газу:

$$Q = U = \frac{m}{M} C_V \Delta T \, .$$

- Перший закон термодинаміки (у диференціальній формі):

$$\delta Q = dU = \frac{m}{M} C_V dT \, .$$

- Перший закон термодинаміки (в інтегральній формі):

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T \, .$$

Звідси випливає важливий фізичний висновок: ізохорний процес є термодинамічно ідеальним способом повного акумулювання підведеної теплоти у зміну внутрішньої енергії газу.

- Зміна ентропії газу в оборотному ізохорному процесі при сталій теплоємності:

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{p_2}{p_1} .$$

Ізотермічний процес $(T = \text{const}, \ m = \text{const})$.

Діаграма цього процесу в координатах p,V є гіперболою. 1-3 – ізотермічний стиск, 1-2 – ізотермічне розширення (рис. 65).

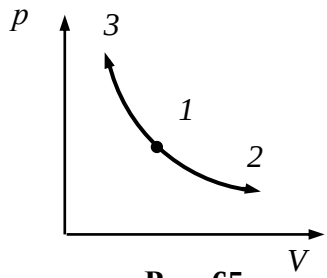


Рис. 65

- *Елементарна робота, виконана газом*.

Оскільки процес відбувається за сталої температури ($T = \text{const}$), елементарна механічна робота визначається через елементарну зміну об'єму газу:

$$\delta A = pdV.$$

- *Повна робота розширення знаходиться шляхом інтегрування* і логарифмічно залежить від відношення кінцевого та початкового об'ємів або початкового та кінцевого тисків системи:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M}\frac{RT}{V}dV = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{p_1}{p_2}.$$

- *Елементарна зміна внутрішньої енергії газу*:

$$dU = 0.$$

- *Зміна внутрішньої енергії газу*:

$$\Delta U = 0.$$

- *Перший закон термодинаміки (у диференціальній формі):*

$$\delta Q = \delta A = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{p_1}{p_2}.$$

- *Перший закон термодинаміки (в інтегральній формі):*

$$Q = A = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Звідси випливає важливий фізичний висновок: ізотермічний процес є термодинамічно ідеальним способом повної трансформації отриманої теплоти в механічну роботу газу.

- *Зміна ентропії газу для ізотермічного процесу:*

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_1}{V_2}.$$

- Графічне представлення процесу в ентропійних координатах.

Оскільки температура системи не змінюється, ізотерма в системі координат TS є горизонтальною лінією (рис. 66).

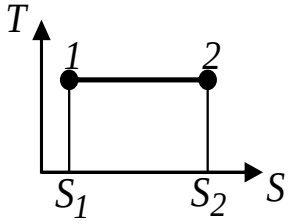


Рис. 66

Із даного геометричного представлення наочно випливає, що кількість теплоти, яка бере участь у термодинамічному процесі, чисельно дорівнює площі прямокутника під ізотермою.

Математично кількість теплоти визначається як добуток абсолютної температури T на зміну ентропії системи ΔS:

$$Q = T\Delta S = T(S_2 - S_1).$$

Ізобарний процес $(p = \text{const},\ m = \text{const})$.

Діаграма цього процесу в координатах p,V зображується прямою, яка паралельна до осі абсцис (рис. 67), де 1-2 – ізобарний процес розширення, 1-3 – ізобарний стиск.

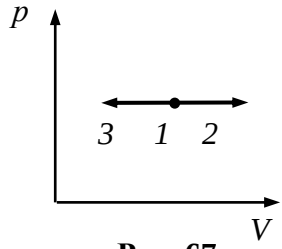


Рис. 67

- Елементарна робота, виконана газом:

$$\delta A = pdV = \frac{m}{M} RdT.$$

- Робота, виконана газом:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T.$$

- Елементарна зміна внутрішньої енергії:

$dU = \frac{i}{2}\frac{m}{M} RdT = \frac{m}{M} C_V dT$, оскільки $C_V = \frac{i}{2} R$;

$dU = \frac{i}{2}\frac{m}{M} RdT = \frac{i}{2} pdV$, оскільки $\frac{m}{M} RdT = pdV$.

- Зміна внутрішньої енергії газу:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R\,\Delta T = \frac{m}{M} C_V \Delta T;$$

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R\Delta T = \frac{i}{2} p\Delta V.$$

- Елементарна кількість теплоти, надана газу:

$$dQ = \nu C_p dT = \frac{m}{M} C_p dT.$$

- Кількість теплоти, надана газу:

$$Q = \nu C_p \Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T.$$

- *Перший закон термодинаміки (в диференціальній формі*):

$$\delta Q = dU + \delta A = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT + \frac{m}{M}RdT;$$

$$\delta Q = dU + \delta A = \frac{i}{2}pdV + pdV.$$

- *Перший закон термодинаміки (в інтегральній формі):*

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T + \frac{m}{M}R\,\Delta T;$$

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2}p\Delta V + p\Delta V.$$

Звідси випливає важливий фізичний висновок: на відміну від ізохорного акумулювання та ізотермічної трансформації, ізобарний процес є термодинамічним компромісом, оскільки отримана газом теплота одночасно розподіляється і на зміну внутрішньої енергії, і на виконання механічної роботи розширення.

Водночас цей процес є унікальним, оскільки за сталого тиску вся підведена теплота стає тотожною зміні ентальпії газу ($Q_p = \Delta H$), що дозволяє легко визначати теплові ефекти через цю функцію стану.

- *Зміна ентропії газу в оборотному ізобарному процесі при сталій теплоємності*:

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu}C_P \ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{\mu}C_P \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Розглянувши особливості енергетичного балансу при сталих значеннях об'єму, температури та тиску, ми можемо перейти до аналізу граничного

випадку – адіабатного процесу, який протікає в умовах повної теплової ізоляції системи від навколишнього середовища

В контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки перший закон термодинаміки застосовується для аналізу трьох основних ізопроцесів у газах. Дослідження цих режимів дозволяє розрахувати зміну тиску, температури та внутрішньої енергії середовища під час пожежі, а також контролювати безпечні параметри роботи і перевезення паливних матеріалів.

- *Ізохорний процес у закритих балонах*. Цей процес перебігає при сталому об'ємі. Під час пожежі закриті металеві балони з газами не можуть розширюватися. Уся підведена теплота від вогню йде виключно на зміну внутрішньої енергії газу. Через це температура та тиск всередині балона стрімко зростають, що призводить до руйнування обладнання.

- *Ізобарний процес у відкритих приміщеннях*. Цей процес відбувається при сталому тиску. Прикладом є пожежа у приміщенні з відкритими дверима чи вентиляцією. Гарячі гази вільно розширюються і виходять назовні. Підведена теплота витрачається і на нагрівання повітря, і на виконання механічної роботи з його витиснення. Тиск у приміщенні майже не змінюється, але утворюються потужні потоки гарячого диму.

- *Ізотермічний процес при фазових переходах.* Цей процес перебігає при сталій температурі. В інженерних розрахунках він описує дію водяних

завіс та спринклерних систем гасіння. Наприклад, коли вода потрапляє на розжарені вогнем поверхні, відбувається її кипіння та випаровування за сталої температури фазового переходу. Доки вся рідка фаза не перетвориться на пару, температура суміші не змінюється, але речовина активно акумулює велику кількість теплоти, ефективно охолоджуючи осередок пожежі.

§44. Адіабатний процес

У фізиці під ***адіабатним процесом*** *розуміють процес, який відбувається в термодинамічній системі без теплообміну з навколишнім середовищем*.

Оскільки в реальних умовах повністю уникнути теплообміну неможливо, *адіабатний процес* є *ідеалізованим процесом.* Проте реальний процес можна вважати адіабатним, якщо виконується одна з наступних умов.

Штучна теплоізоляція.

Систему поміщають у спеціальну оболонку з дуже низькою теплопровідністю (наприклад, калориметр або посудину Дьюара).

Висока швидкість протікання.

Процес зміни об'єму газу відбувається настільки швидко, що за цей час теплообмін між системою та довкіллям просто не встигає відбутися.

До таких процесів належать:

- робочі процеси в техніці, наприклад швидке стиснення паливної суміші в циліндрах двигунів внутрішнього згоряння;

- поширення звукових хвиль, під час якого в газі виникають швидкі ділянки стиснення та розрідження (через високу частоту звуку ці періоди тривають частки секунди, тому тепло не встигає перейти від нагрітих ділянок до охолоджених);

- миттєве розширення або розгерметизація, як-от різкий прокол велосипедної камери, відкриття пляшки з газованим напоєм чи вентиля балона зі стисненим газом, де газ розширюється миттєво й утворює легкий туман через різке зниження температури.

Великомасштабні газові системи.

Процеси відбуваються у величезних об'ємах газу (атмосфера планет, внутрішні шари зір, міжзоряні хмари). Оскільки гази мають низьку теплопровідність, а лінійні розміри системи гігантські, теплообмін між внутрішніми частинами газової маси та зовнішнім середовищем вимагає тривалого часу, тому зміни стану відбуваються адіабатно навіть за повільного руху газу.

Джеймс Дьюар *(1842–1923) – шотландський фізик і хімік. У 1892 році він винайшов посудину з подвійними стінками та вакуумом між ними для тривалого збереження скраплених газів, яка згодом отримала назву посудина Дьюара. Учений розробив ефективний метод термоізоляції речовин, але не запатентував свій пристрій, вважаючи його суто науковим інструментом. Коли сторонні виробники додали до конструкції захисний кожух, герметичну пробку та кришку-склянку, створивши побутовий термос, винахідник програв судовий процес за*

авторські права і не отримав прибутку від комерційного успіху своєї розробки.

Під час адіабатного процесу змінюються всі три параметри стану газу – тиск, об'єм і температура.

Щоб спростити графічне та математичне моделювання процесу, математично виключимо температуру з рівнянь стану та знайдемо безпосередній зв'язок між тиском газу та його об'ємом.

Виведемо *рівняння адіабати*.

Із рівнянь першого закону термодинаміки при $\delta Q = 0$ маємо:

$$\frac{m}{\mu} C_P dT - V dp = 0\,,\ \frac{m}{\mu} C_V dT + p dV = 0\,.$$

Поділивши перше рівняння на друге, отримаємо:

$$\frac{\frac{m}{\mu} C_P dT}{\frac{m}{\mu} C_V dT} = -\frac{V dp}{p dV},\ \gamma \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p},$$

де $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ – *показник адіабати, або коефіцієнт Пуассона.*

Проінтегруємо отриманий вираз:

$$\gamma \int \frac{dV}{V} + \int \frac{dp}{p} = 0\,,\ \ln V^{\gamma} + \ln p = \ln\ \text{const},$$

$$pV^{\gamma} = \text{const},\ \ p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}\,.$$

Цей вираз називається рівнянням Пуассона записаний у змінних p, V.

Рівняння Пуассона справедливе лише тоді, коли $\gamma = \text{const}$.

Для переходу до змінних T, V виразимо тиск p із рівняння Менделєєва - Клапейрона:

$$p = \frac{mRT}{\mu V}.$$

Підставимо цей вираз у рівняння $pV^{\gamma} = \text{const}$, отримаємо:

$$\frac{mRT}{\mu V} V^{\gamma} = \text{const}.$$

Оскільки маса газу m, його молярна маса μ та універсальна газова стала R є сталими величинами, перенесемо їх у праву частину рівняння. Очевидно, що результат будь-яких математичних операцій над сталими величинами також є сталою величиною. Тому, поділивши початкову константу на вираз $\frac{mR}{\mu}$, ми отримаємо нову сталу величину, яку знову позначимо як const.

Спростивши степінь об'єму $\left(\frac{V^{\gamma}}{V} = V^{\gamma-1}\right)$, запишемо рівняння адіабатного процесу у змінних T, V:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \; T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}.$$

Цей вираз називається рівнянням Пуассона записаний у змінних T, V.

Для переходу до змінних T, p виразимо об’єм V із рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$V = \frac{mRT}{\mu p}.$$

Підставимо цей вираз у рівняння $pV^{\gamma} = \text{const}$, отримаємо:

$$p\left(\frac{m}{M}\frac{RT}{p}\right)^{\gamma} = \text{const}.$$

Оскільки результат піднесення сталих величин m, μ, R до степеня та будь-яких математичних операцій над ними також є сталою величиною, винесемо їх у праву частину рівняння під нову константу.

Спростивши степінь тиску $\left(\frac{p}{p^{\gamma}} = p^{1-\gamma}\right)$, запишемо рівняння адіабатного процесу у змінних T, p:

$$T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const}, \; T_1^{\gamma} p_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma} p_2^{1-\gamma}.$$

Цей вираз називається рівнянням Пуассона записаний у змінних T, p.

На рис. 68 зображено графіки адіабатного (лінія $3-1-2$) та ізотермічного процесів на $p-V$ діаграмі.

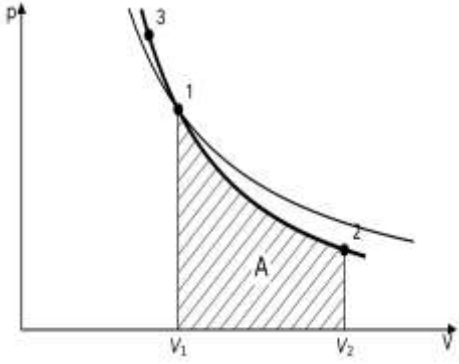


Рис. 68

Із графіка видно, що крива адіабатного процесу спадає та зростає стрімкіше, ніж крива ізотермічного. Оцінимо ступінь нахилу цих ліній математично, знайшовши кутові коефіцієнти дотичних до них в точці їхнього перетину.

Диференціюючи рівняння ізотерми $pV = \text{const}$, отримуємо:

$$pdV + Vdp = 0.$$

Звідси для ізотерми:

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V}.$$

Диференціюючи рівняння адіабати $pV^{\gamma} = \text{const}$, отримаємо:

$$p\gamma V^{\gamma-1}dV + V^{\gamma}dp = 0.$$

Звідси для адіабати:

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma\frac{p}{V}.$$

Отже, тангенс кута нахилу адіабати в γ разів більший, ніж ізотерми. Це зумовлено тим, що під час адіабатного стиснення (ділянка $1-3$) тиск газу збільшується не лише внаслідок зменшення його об'єму, як під час ізотермічного стиснення, а й через підвищення температури. Під час адіабатного розширення газу (ділянка $1-2$) його температура знижується, і тому тиск зменшується швидше, ніж під час ізотермічного розширення.

Робота, яку виконує газ при адіабатному процесі, чисельно визначається заштрихованою площею в інтервалі об'ємів від V_1 *до* V_2 (рис. 68).

Обчислити ***роботу*** *можна за формулою*:

$$A=\frac{1}{\gamma-1}\left(p_1V_1-p_2V_2\right)=\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Враховуючи, що для адіабатного процесу справедливі *співвідношення між термодинамічними параметрами газу*:

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

формулу роботи газу можна також записати через відношення початкового та кінцевого об'ємів або тисків:

$$A=\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],\ A=\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right].$$

Робота, яка виконується газом при адіабатному розширенні (ділянка $1-2$*), менша, ніж при ізотермічному розширенні до того самого кінцевого об'єму* V_2. Це зумовлено тим, що під час адіабатного розширення відбувається охолодження газу, тоді як при ізотермічному – температура підтримується сталою за рахунок підведення ззовні еквівалентної кількості теплоти.

Для оборотного адіабатного процесу $\delta Q=0$ і тому:

$$dS=\frac{\delta Q}{T}=0 \text{ отже, } S-\text{const.}$$

Оборотний адіабатний процес є ізоентропійним або *відбувається при сталій ентропії* і зображується на $T-S$ діаграмі вертикальною прямою, паралельною осі ординат (рис. 69), де $1-2$ – розширення газу, $1-3$ – стиснення газу.

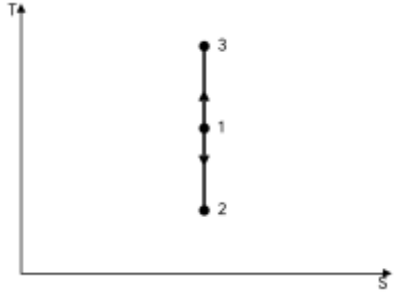


Рис. 69

Для опису реальних газодинамічних явищ із довільним ступенем теплообміну між системою та довкіллям використовують узагальнений термодинамічний процес, який називають політропним.

В контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки адіабатний процес застосовується для моделювання надзвичайно швидких газодинамічних явищ.

Оскільки під час пожеж та аварій деякі процеси протікають надзвичайно швидко, система просто не встигає віддати тепло в простір, що дозволяє інженерам використовувати закони адіабати для прогнозування наслідків катастрофічних руйнувань.

- *Оцінка наслідків вибухів газоповітряних сумішей*. Під час детонації або дефлаграції палива в закритих приміщеннях чи промислових резервуарах

температура і тиск зростають миттєво. Через велику швидкість хімічної реакції цей процес вважається адіабатним. Використання законів адіабати дозволяє пожежним інженерам точно розрахувати максимальний тиск вибуху. Ці дані необхідні для визначення межі міцності обладнання та проєктування безпечних будівельних конструкцій.

- *Аеродинамічний розрахунок вентиляційних систем.* При виникненні задимлення або пожежі автоматика здійснює екстрене закриття вогнезатримувальних клапанів і заслінок у вентиляції. Раптова зупинка потужних потоків повітря в закритому об'ємі викликає швидкі стрибки тиску та температури. Такий процес моделюється як адіабатний. Розрахунок цих параметрів допомагає інженерам запобігти руйнуванню каналів протидимного захисту.

§45. Політропний процес

Розглянуті ізотермічний та адіабатний процеси є граничними ідеалізованими моделями, які в реальних інженерних умовах неможливо реалізувати в чистому вигляді. Ізотермічний процес вимагає нескінченно малого темпу протікання для підтримки температурної рівноваги, тоді як адіабатний процес можливий або при дуже високій швидкості, або за наявності ідеальної теплоізоляції, яка зовсім не пропускає тепло.

У реальних природних і техногенних системах термодинамічні процеси є проміжними між адіабатними та ізотермічними, тобто супроводжуються

частковим (обмеженим) теплообміном із навколишнім середовищем.

Такий узагальнений клас процесів називають політропними.

Політропним *називається термодинамічний процес, під час якого теплоємність системи залишається сталою величиною:*

$$C_n = \text{const}.$$

Знайдемо рівняння політропи для ідеального газу.

Для цього запишемо рівняння першого закону термодинаміки у двох формах:

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} C_n dT = \frac{m}{\mu} C_V dT + pdV,$$

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} C_n dT = \frac{m}{\mu} C_p dT - Vdp.$$

Звідси отримуємо:

$$\frac{m}{\mu}(C_n - C_V)dT = pdV,$$

$$\frac{m}{\mu}(C_n - C_p)dT = -Vdp.$$

Поділимо перше рівняння на друге і введемо позначення:

$$\frac{C_n - C_p}{C_n - C_V} = n,$$

де n – *показник політропи*.

У результаті:

$$n\frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p}.$$

Проінтегрувавши отриманий вираз, отримаємо:

$$\ln V^n + \ln p = \ln \text{ const}, \quad pV^n = \text{const}.$$

Рівняння політропного процесу ідеального газу можна записати через різні пари основних термодинамічних параметрів стану:

- через тиск та об'єм: $pV^n = \text{const}$.
- через температуру та об'єм: $TV^{n-1} = \text{const}$.
- через температуру та тиск: $T^n p^{1-n} = \text{const}$.

Зіставляючи ці рівняння для двох довільних станів газу $(1$ та $2)$, отримуємо такі взаємозв'язки між його параметрами:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

Показник політроти n набуває для ізопроцесів певного числового значення:

- *ізохорний*: $n = \pm\infty$;
- *ізобарний*: $n = 0$;
- *ізотермічний*: $n = 1$;
- *адіабатний*: $n = \gamma$.

Усі ізопроцеси в газах є частинними випадками політропного процесу.

Із виразу для n знаходимо, що:

$$C_n = C_V \frac{n-\gamma}{n-1}.$$

Отримане рівняння дозволяє легко знайти теплоємність газу для будь-якого ізопроцесу:

- для ізохорного $C_n = C_V$;
- для ізобарного $C_n = C_p$;
- для ізотермічного $C_n = \pm\infty$;

- для адіабатного $C_n = 0$.

Графік залежності C_n від показника політропи n наведено на рис. 70.

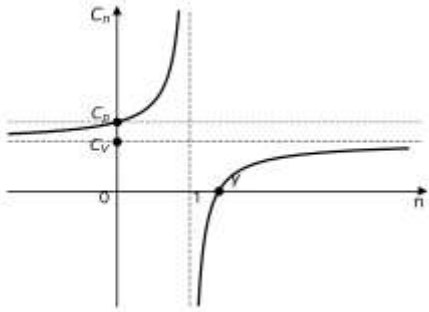


Рис. 70

Характерні точки та асимптоти на графіку мають чіткий фізичний зміст, що безпосередньо випливає з отриманого рівняння.

- *Точка перетину з віссю абсцис* ($C_n = 0$). Крива перетинає горизонтальну вісь у точці, де показник політропи дорівнює показнику адіабати ($n = \gamma$). Фізично це означає, що теплоємність газу зникає ($C_n = 0$), тобто процес стає адіабатним.

- *Точки перетину з віссю ординат* ($n = 0$). Коли показник політропи дорівнює нулю, процес стає ізобарним, а теплоємність газу дорівнює його ізобарній теплоємності ($C_n = C_p$).

- *Горизонтальна асимптота* ($n \to \pm\infty$). При нескінченно великих значеннях показника політропи процес наближається до ізохорного, а теплоємність прямує до ізохорної теплоємності ($C_n \to C_p$).

- *Вертикальна асимптота* ($n=1$). За цієї умови процес стає ізотермічним, а його теплоємність набуває нескінченного значення ($C_n \to \pm\infty$).

За умов $1<n<\gamma$ теплоємність газу є від'ємною $C_n<0$. Під час політропного розширення теплота підводиться, а температура знижується. Натомість при політропному стисненні (за від'ємної теплоємності) теплота відводиться, а температура збільшується.

Робота, яка виконується газом *при політропному процесі*:

$$A=\frac{1}{n-1}\left(p_1V_1-p_2V_2\right)=\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{n-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Зміна внутрішньої енергії *ідеального газу* залежить виключно від початкового та кінцевого значень його температури й обчислюється за формулою:

$$\Delta U=\frac{m}{\mu}C_V\left(T_2-T_1\right).$$

Кількість теплоти, яка передається системі або відводиться від неї під час політропного процесу, визначається через сталу політропну теплоємність:

$$Q=\frac{m}{\mu}C_n\left(T_2-T_1\right)=\frac{m}{\mu}C_V\frac{n-\gamma}{n-1}\left(T_2-T_1\right).$$

Зміна ентальпії при політропному процесі відображає загальну зміну енергетичного стану газу з урахуванням виконаної роботи проти зовнішнього тиску, а її значення визначається за формулою:

$$H_2 - H_1 = \frac{m}{\mu} C_V \frac{n-\gamma}{n-1}(T_2 - T_1) + \frac{n}{n-1}(p_1 V_1 - p_2 V_2).$$

Елементарна зміна ентропії *при політропному* процесі визначається виразом:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{C_n dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_V \frac{n-\gamma}{n-1} \frac{dT}{T}.$$

Зміна ентропії при політропному процесі визначається шляхом інтегрування цього рівняння від початкового до кінцевого стану газу:

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_V \frac{n-\gamma}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

У підсумку, вивчення політропного процесу дає практичний інструмент для аналізу реальних газодинамічних систем, де умови ідеальної ізоляції чи сталої температури є недосяжними.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки політропний процес є універсальною математичною моделлю для опису реального термодинамічного стану газів під час пожеж та аварій. Реальні процеси горіння, вибухів газів та термічного розширення ніколи не відбуваються в ідеально ізольованих умовах, тому політропне рівняння дозволяє точно розрахувати взаємозв'язок між тиском, температурою та об'ємом продуктів згоряння.

- *Оцінка вибухонебезпеки приміщень з урахуванням теплових втрат*. Газоповітряна суміш під час аварійного спалаху в замкненому просторі розширюється з високою швидкістю, через що

процес наближається до адіабатного. Проте внаслідок теплообміну з будівельними конструкціями (стінами, перекриттями, заскленням) частина енергії передається в довкілля. Показник політропи n у таких розрахунках коливається в межах від одиниці (ізотермічний процес) до показника адіабати γ, залежно від інтенсивності охолодження газів. На основі цього термодинамічного параметра визначається фактичний надлишковий тиск вибухової хвилі, що є критичним для проєктування легкоскидних конструкцій та протипожежних перешкод.

§46. Стисливість газу. Об'ємне розширення газу при сталому тиску

Здатність газу змінювати свій початковий об'єм під дією зовнішнього тиску називається ***стисливістю***. Ця властивість є однією з ключових характеристик газового середовища і суттєво відрізняє його від рідин та твердих тіл.

Стисливість газу характеризується ***коефіцієнтом стисливості****, який визначається відносною зміною об'єму при зміні тиску на одиницю*:

$$\chi = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right).$$

Одиницею вимірювання коефіцієнта стисливості в Міжнародній системі одиниць СІ є паскаль у мінус першому степені: $[\chi] = \text{Па}^{-1}$.

Залежно від умов протікання процесу деформація об'єму газу під дією тиску може відбуватися в ізотермічному режимі (за сталої температури) або в адіабатному (без теплообміну з навколишнім середовищем). Відповідно до цього розрізняють *ізотермічну та адіабатну стисливість газу*.

Для ідеального газу рівняння ізотерми має вигляд:

$$pV = \text{const}.$$

Диференціюючи цей вираз, отримуємо:

$$d(pV) = pdV + Vdp = 0, \text{ отже } \frac{dV}{dp} = -\frac{V}{p}.$$

Підставивши знайдене співвідношення у загальну формулу, визначимо *ізотермічний коефіцієнт стисливості*:

$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_T = \frac{1}{p}.$$

Отже, ***ізотермічний коефіцієнт стисливості*** *ідеального газу дорівнює величині, оберненій до його тиску.*

Під час адіабатної зміни тиску змінюється не лише об’єм, а й температура газу, яка безпосередньо впливає на його об'ємний стан. Наприклад, у процесі підвищення тиску (адіабатного стиснення) газ нагрівається. Термічне розширення газу при нагріванні частково протидіє його механічному стисненню, обмежуючи зменшення загального об'єму системи.

Для визначення адіабатної стисливості використаємо рівняння першого закону термодинаміки за умови $\delta Q = 0$:

$$\frac{m}{\mu}C_p dT - Vdp = 0\,,\ \frac{m}{\mu}C_V dT + pdV = 0\,.$$

Поділивши перше рівняння на друге, знаходимо:

$$\frac{dV}{dp} = -\frac{1}{\gamma}\frac{V}{p}.$$

Підставивши знайдене співвідношення у загальну формулу, визначимо *адіабатний коефіцієнт стисливості*:

$$\chi_{\text{а}} = -\frac{1}{\gamma}\frac{dV}{dp} = \frac{1}{\gamma}\frac{1}{p}.$$

Адіабатний коефіцієнт стисливості *ідеального газу дорівнює величині, оберненій до добутку його тиску та показника адіабати.*

Зв'язок між ізотермічним та адіабатним коефіцієнтами стисливості запишеться у вигляді:

$$\chi_{\text{Т}} = \gamma\chi_{\text{а}}.$$

Адіабатна стисливість газу менша від ізотермічної в γ разів. Це пов'язано з тим, що під час адіабатного стиснення газ додатково нагрівається, а його термічне розширення частково протидіє зовнішньому тиску, роблячи газ більш «жорстким» до стискання.

Розглянемо газ у циліндрі, закритому рухомим поршнем. Під час нагрівання об’єм газу збільшується, поршень піднімається, а тиск у системі залишається сталим.

Процес ізобарного збільшення об'єму речовини характеризується ***температурним коефіцієнтом об’ємного розширення,*** *який визначається*

відносною зміною об'єму при зміні температури на один градус:

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dT}\right)_p .$$

Одиницею вимірювання температурного коефіцієнта об'ємного розширення в СІ є температура в мінус першому степені: $[\beta] = \text{Па}^{-1}$.

Із рівняння Менделєєва - Клапейрона виразимо об'єм газу:

$$V = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{p}.$$

Диференціюючи цей вираз за сталого тиску, отримуємо:

$$\left(\frac{dV}{dT}\right)_p = \frac{m}{\mu}\frac{R}{p}.$$

Тоді, підставивши знайдену похідну та значення об'єму в загальну формулу температурного коефіцієнта об'ємного розширення, знаходимо:

$$\beta = \frac{p\mu}{mRT}\cdot\frac{m}{\mu}\frac{R}{p}, \text{ отже } \beta = \frac{1}{T}$$

Таким чином, ***коефіцієнт об'ємного розширення*** *ідеального газу дорівнює величині, оберненій до його абсолютної температури.*

Таким чином, коефіцієнти стисливості та об'ємного розширення повністю визначають реакцію газу на зміну зовнішніх умов. Знання цих характеристик має вирішальне значення для розрахунку параметрів систем, що працюють під високим тиском або зазнають значних температурних коливань.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки стисливість газу та його об'ємне розширення за сталого тиску є найважливішими властивостями середовища для розрахунку параметрів вибухозахисту, аналізу динаміки задимлення та проєктування протипожежної вентиляції.

Урахування цих фізичних характеристик дозволяє інженерам точно спрогнозувати поведінку нагрітих газових потоків у будівлях та спорудах при виникненні аварійних ситуацій.

- *Термодинаміка розширення газів при пожежі.* Під час горіння у приміщеннях повітря та продукти згоряння інтенсивно нагріваються від полум'я. За умов сталого атмосферного тиску газ починає стрімко розширюватися в об'ємі. Цей процес призводить до утворення потужних потоків гарячого диму, які швидко заповнюють евакуаційні шляхи та вимагають негайної активації систем протидимного захисту.

- *Аеродинамічний розрахунок вентиляції та димовидалення.* При проєктуванні витяжних каналів інженери обов'язково враховують коефіцієнт об'ємного розширення газів. Стрімке збільшення об'єму нагрітих димових газів вимагає правильного підбору поперечного перерізу повітроводів. Це гарантує, що вентиляційна система зможе безперешкодно пропустити крізь себе розширений газовий потік без виникнення надлишкового опору течії.

- *Оцінка стисливості в системах газового пожежогасіння*. Властивість стисливості газів є

основою для розрахунку параметрів зберігання вогнегасних речовин. Газові суміші для гасіння вогню закачуються в металеві балони під високим тиском у стисненому стані. Знання меж стисливості дозволяє інженерам безпечно проєктувати резервуари та розраховувати об'єм газу, який миттєво розшириться при випуску в осередок пожежі для пригнічення горіння.

§47. Молекулярні характеристики зіткнень і пробігу молекул

Молекули газу, перебуваючи в стані хаотичного теплового руху, безперервно стикаються одна з одною. Зіткненням молекул вважають їхню взаємодію, внаслідок якої змінюється напрямок руху.

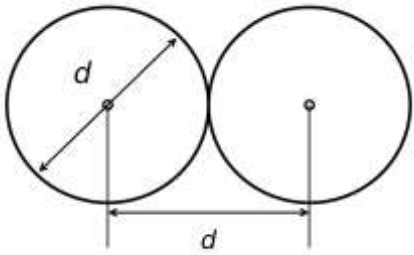


Рис. 71

Ефективним діаметром молекули *називається мінімальна відстань, на яку зближуються під час зіткнення центри двох молекул* (рис. 71).

Величина $\sigma = \pi d^2$ називається *ефективним перерізом зіткнення молекул*, які розглядаються як тверді кулі, тобто такі, що їхня потенціальна енергія має короткодіючий характер і швидко наближається до нуля зі збільшенням відстані між центрами куль.

Величина ефективного перерізу зіткнення молекул визначається хімічною природою газу, а також залежить від енергії молекул і, відповідно, від їхньої температури. З підвищенням температури ефективний діаметр молекул зменшується. Це зумовлено тим, що при вищих швидкостях молекули зближуються сильніше, долаючи сили взаємного відштовхування, перш ніж відбудеться зміна напрямку руху

Обчислимо *середню кількість зіткнень під час руху молекули в однорідному газі за одиницю часу.* Припустимо, що одна молекула рухається із середньою арифметичною швидкістю $<\upsilon>$, а всі інші молекули нерухомі (рис. 72).

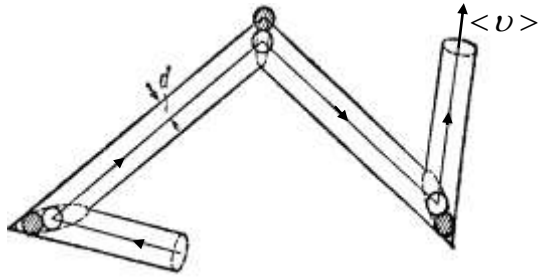


Рис. 72

Під час руху молекула стикатиметься з усіма молекулами газу, центри яких віддалені від траєкторії руху її центра на відстань, що менша або дорівнює d.

За одиницю часу молекула зіткнеться з усіма молекулами, центри яких лежать всередині циліндра завдовжки $<\upsilon>$ і радіусом основи d.

Середня кількість $<z>$ зіткнень молекули за одиницю часу дорівнюватиме:

$$< z >= \pi d^2 < \upsilon > n,$$

де n – концентрація молекул.

Якщо врахувати рух інших молекул, в цю формулу ввійде відносна швидкість молекул:

$$< \upsilon_в >= \sqrt{2} < \upsilon > .$$

Середня кількість зіткнень молекули за одиницю часу *з урахуванням їхнього взаємного руху визначається виразом*:

$$< z >= \sqrt{2}\pi d^2 n < \upsilon >= 16 r_0^2 n \sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}},$$

де r_0 – радіус молекули.

Кількість парних зіткнень усіх молекул в одиниці об'єму за одиницю часу:

$$z = \frac{1}{2} < z > n,$$

де множник $1/2$ враховує парність зіткнень.

Між двома послідовними зіткненнями молекули рухаються прямолінійно й рівномірно та проходять при цьому певні відстані l_i, які називаються *довжинами вільного пробігу*. Оскільки ці відстані для кожного пробігу є різними, розглядають середню довжину вільного пробігу $< \ell >$.

Середньою довжиною вільного пробігу $< \ell >$ *називається середня відстань, яку молекула проходить між двома послідовними зіткненнями*.

Середній шлях, який проходить молекула за одиницю часу, чисельно дорівнює її середній арифметичній швидкості $< \upsilon >$. Якщо за цей самий час молекула стикається з іншими молекулами $< z >$

разів, то *середня довжина вільного пробігу* визначається як:

$$< l >= \frac{< \upsilon >}{< z >}.$$

Підставивши значення середньої кількості зіткнень, отримаємо:

$$< l >= \frac{< \upsilon >}{< z >} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r_0^2 n}.$$

Оскільки $p = nkT$, звідки $n = \frac{p}{kT}$, то:

$$< l >= \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}.$$

За сталої температури середня довжина вільного пробігу є обернено пропорційною до тиску газу:

$$< \ell_1 > p_1 = < \ell_2 > p_2 = \cdots = < \ell_m > p_m = \text{const}.$$

Як практичний приклад оцінимо порядок цих величин для реальних газів. Для азоту за нормальних умов середня довжина вільного пробігу становить $< \ell > \approx 0{,}6 \cdot 10^{-7}$ м. Це приблизно у 1000 разів більше за лінійні розміри самих молекул. Тому зіткнення між частинками навіть за атмосферного тиску є відносно рідкісним явищем порівняно з часом їхнього вільного польоту.

Якщо ж суттєво зменшити тиск, довжина пробігу стрімко зростає. Отже, у посудині розмірами до 0,5 м за глибокого розрідження ($p = 10^{-4}$ мм.рт.ст.) середня довжина вільного пробігу молекул перевищить розміри самої посудини. За таких умов

молекули взаємодіятимуть лише зі стінками посудини, а зіткнення між молекулами повітря практично припиняться.

Довжина вільного пробігу є обернено пропорційною до розміру молекул. Проте ефективний діаметр молекули не є сталою величиною, оскільки він безпосередньо залежить від її кінетичної енергії, а отже, і від температури газу.

За Сазерлендом, температурна залежність ефективного діаметра молекул виражається формулою:

$$d = d_0\sqrt{1+\frac{C}{T}},$$

де C – стала Сазерленда, яка залежить від хімічної природи газу та характеризує сили взаємного притягання між його молекулами;

d_0 – ефективний діаметр молекули при нескінченно великій температурі (коли міжмолекулярним притяганням можна знехтувати);

T – абсолютна температура газу.

Аналіз формули Сазерленда дозволяє зробити такі висновки.

- *Вплив нагрівання*. Із підвищенням температури газу ($T \to \infty$) дріб $\frac{C}{T}$ прямує до нуля, а ефективний діаметр зменшується, наближаючись до свого мінімального значення d_0. Фізично це пояснюється тим, що швидкі молекули мають більшу кінетичну енергію і під час зіткнень зближуються сильніше, глибше долаючи сили взаємного відштовхування.

- *Вплив охолодження*. Зі зниженням температури ефективний діаметр зростає. За низьких швидкостей руху молекул сили міжмолекулярного притягання встигають сильніше викривити їхні траєкторії, що суттєво збільшує ймовірність (частоту) зіткнень частинок, які пролітають поруч.

- *Зв'язок із довжиною пробігу*. Оскільки середня довжина вільного пробігу обернено пропорційна до квадрата ефективного діаметра ($<\lambda>\sim\frac{1}{d^2}$), нагрівання газу призводить до зменшення частоти ударів та збільшення відстані між послідовними зіткненнями молекул.

Вільям Сазерленд *(1859–1911) – австралійський фізик-теоретик і хімік шотландського походження. У 1893 році він опублікував свою знамениту працю, у якій математично дослідив та описав залежність ефективного діаметра молекул і в'язкості газів від температури з урахуванням сил міжмолекулярного притягання.*

Сазерленд був унікальним «кабінетним» ученим-одинаком. Усі свої 78 видатних наукових праць, які здобули світове визнання, він написав удома, проводячи суто теоретичні розрахунки на основі чужих експериментальних даних, а на життя заробляв написанням невеликих статей для міської газети.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки середня довжина вільного пробігу та середня частота зіткнень молекул є базовими параметрами для розуміння мікроскопічної природи горіння та вибуху.

- *Розрахунок умов для спалаху та займання*. Щоб розпочалася реакція горіння, молекули горючого газу та кисню повинні зіткнутися з високою швидкістю та енергією. Частота молекулярних зіткнень безпосередньо визначає, за якої температури тепловий рух частинок стає настільки інтенсивним, що призводить до займання суміші від іскри або іншого джерела тепла.

- *Моделювання поведінки нагрітих газів у вогнищі пожежі*. Довжина вільного пробігу молекул визначає відстань, яку частинка долає між двома послідовними ударами. При підвищенні температури швидкість молекул зростає, що змінює характер їхніх зіткнень. Моделювання цих процесів допомагає прогнозувати, як поводитимуться розжарені гази у закритих об'ємах.

- *Принцип роботи напівпровідникових газосигналізаторів*. Багато сучасних датчиків виявлення витоку горючих газів (наприклад, метану чи пропану) працюють на основі контактів молекул газу з поверхнею сенсора. Швидкість спрацьовування таких приладів залежить від частоти зіткнень молекул газу з чутливим елементом датчика, що прямо пов'язано з їхньою середньою швидкістю та довжиною вільного пробігу.

§48. Явища перенесення в газах

Невпорядкованість теплового руху молекул газу та безперервні зіткнення між ними призводять до постійного перемішування частинок і зміни їхніх швидкостей та енергій.

Якщо в газі існує просторова неоднорідність густини, температури або швидкості впорядкованого переміщення окремих шарів, то тепловий рух молекул прагне вирівняти ці неоднорідності шляхом особливих процесів – ***явищ перенесення***, до яких належать дифузія, теплопровідність і внутрішнє тертя.

Дифузією *називається нерівноважний процес, зумовлений тепловим рухом молекул, який призводить до вирівнювання їхньої концентрації в об'ємі середовища.*

Приклади дифузії в різних агрегатних станах.

- *У твердих тілах*: взаємне проникнення атомів на межі щільно з'єднаних металів (процес дифузійного зварювання чи цементації сталі).

- *У рідинах*: вирівнювання концентрації солей у водних розчинах (електролітах) або змішування рідин різної густини.

- *У газах*: поширення парів летких сполук у навколишньому просторі або взаємне перемішування різних газів при їхньому безпосередньому контакті.

Надалі ми розглядатимемо особливості перебігу цього процесу виключно в газовому середовищі. *У газах дифузія полягає у вирівнюванні густини або*

хімічного складу в усьому об'ємі за рахунок високої рухливості молекул.

Якщо дифузія зводиться лише до *вирівнювання густини*, у ній беруть участь однорідні молекули (молекули одного сорту). У цьому разі *переноситься маса однієї речовини*, а таку дифузію називають *самодифузією*.

Якщо під час дифузії відбувається *вирівнювання складу газу в усьому об'ємі*, це явище називають *взаємною дифузією* (або просто *дифузією*).

Перемішування молекул внаслідок їхнього теплового руху призводить до природного вирівнювання густини газу. Для існування безперервного, незалежного від часу (стаціонарного) перенесення маси потрібна зовнішня дія. Вона має підтримувати незмінний розподіл густини за об'ємом газу та нейтралізувати її вирівнювання, спричинене дифузією.

Нехай напрямок дифузійного потоку збігається є віссю OX.

Маса газу M_t, *що переноситься завдяки дифузії через поверхню* S, *яка перпендикулярна до напрямку* OX *зменшення густини, пропорційна площі цієї поверхні, часу перенесення* t *та градієнту густини* $\frac{d\rho}{dx}$:

$$M_t = -D_c \frac{d\rho}{dx} St,$$

де D_c – *коефіцієнт самодифузії*.

Цей вираз називається ***рівнянням дифузії або законом Фіка.***

Знак «мінус» у рівнянні дифузії свідчить про те, що перенесення маси речовини відбувається в напрямку зменшення її густини.

Коефіцієнт самодифузії *чисельно дорівнює масі газу, що переноситься через поверхню* $S = 1\,\text{м}^2$ *за проміжок часу* $t = 1\text{с}$ *за умови, що градієнт густини* $\left|\frac{d\rho}{dx}\right| = 1\frac{\text{кг}}{\text{м}^4}$.

Згідно з молекулярно-кінетичною теорією, коефіцієнт самодифузії $D_\text{с}$ прямо пропорційний середній арифметичній швидкості руху молекул $<\upsilon>$ та середній довжині їхнього вільного пробігу $<l>$:

$$D_\text{с} = \frac{1}{3} <\upsilon><l>.$$

Одиницею вимірювання коефіцієнта самодифузії в Міжнародній системі одиниць СІ є метр квадратний на секунду: $[D_c] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Оскільки $<\ell> \sim \frac{1}{p}$, $<\upsilon> \sim \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, тому *коефіцієнт самодифузії залежить* від сорту газу (його молярної маси μ) і його стану (параметрів тиску p та температури T) наступним чином:

$$D_\text{с} \sim \frac{1}{p}\sqrt{\frac{T}{\mu}}.$$

Адольф Ойґен Фік *(1829–1901) – німецький фізик, фізіолог та один із засновників біофізики. У 1855 році він на основі експериментальних досліджень він сформулював фундаментальні*

закони дифузії, які описують перенесення маси речовини в середовищі.

Дифузія характеризується густиною потоку маси або густиною потоку кількості молекул.

Густиною потоку маси *називають масу речовини, що проходить за одиницю часу через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку дифузії*:

$$J_{\text{m}} = -D_{\text{c}} \frac{d\rho}{dx}.$$

Одиницею вимірювання густини потоку маси в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм на метр квадратний-секунду: $\left[J_{\text{m}}\right] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$.

Густиною потоку кількості молекул *називають кількість частинок газу, які проходять за одиницю часу через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку руху молекул*:

$$J_N = -D_{\text{c}} \frac{dn}{dx},$$

де n – концентрація молекул газу.

Одиницею вимірювання густини потоку кількості молекул в Міжнародній системі одиниць СІ є одиниця на метр квадратний-секунду: $\left[J_N\right] = \frac{1}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$.

Незважаючи на велику швидкість теплового руху молекул, дифузія в газах відбувається повільно. Це пояснюється тим, що внаслідок численних зіткнень молекули рухаються ламаними

траєкторіями, тому реальний пройдений ними шлях є значно більшим, ніж відстань по прямій між двома точками в газі.

Проте з підвищенням температури газу швидкість дифузії суттєво зростає, оскільки молекули починають рухатися швидше, що значно прискорює процес взаємного проникнення речовин.

Описаний вище процес, за якого розподіл густини або концентрації газу в просторі залишається незмінним у часі, є *стаціонарною дифузією*.

У реальних умовах (наприклад, під час раптового витоку газу або поширення диму) концентрація речовини в просторі безперервно змінюється з часом – таку дифузію називають *нестаціонарною*.

Головна особливість параметрів нестаціонарної дифузії полягає в тому, що густина газу та його дифузійний потік у кожній точці простору безперервно змінюються з часом аж до повного перемішування речовин.

Теплопровідністю *називається процес перенесення кінетичної енергії теплового руху від більш нагрітих ділянок середовища до менш нагрітих, що призводить до вирівнювання температури*.

Приклади теплопровідності в різних агрегатних станах.

- *У твердих тілах*: швидке поширення теплової енергії в металах від місця нагрівання до більш холодних ділянок.

- *У рідинах*: повільне прогрівання глибоких шарів океану або води в резервуарі від сонячного проміння зверху вниз, коли конвекція неможлива через те, що теплі шари вже перебувають на поверхні.

- *У газах*: низька передача тепла крізь повітряний прошарок між шибками у подвійному вікні, де обмежений простір заважає руху потоків газу.

Залежно від агрегатного стану речовини, перенесення енергії здійснюється різними носіями.

- *У твердих діелектриках*: тепло передається за допомогою пружних хвиль (коливань частинок навколо їхніх постійних положень рівноваги).

- *У металах*: головними носіями тепла є вільні електрони, які переміщуються по всьому об'єму речовини і передають енергію значно швидше за коливання атомів.

- *У рідинах*: теплова енергія передається через безпосередні зіткнення та взаємодію молекул під час їхнього хаотичного зміщення.

- *У газах*: тепло переноситься молекулами (або окремими атомами в інертних газах), які вільно рухаються в просторі та зазнають постійних взаємних зіткнень.

Надалі ми аналізуватимемо закономірності теплопровідності саме в газовому середовищі.

У газах теплопровідністю називається процес перенесення кінетичної енергії теплового руху молекулами від більш нагрітих ділянок середовища до менш нагрітих, що призводить до вирівнювання температури.

Механізм цього явища полягає в наступному: за наявності різниці температур у просторі швидші молекули з гарячих зон переходять у холодніші й через зіткнення віддають надлишок своєї енергії сусіднім молекулам. Водночас повільні молекули, потрапляючи в тепліші зони, збільшують свою енергію внаслідок зіткнень із більш швидкими молекулами газу.

Нехай напрямок теплопровідного потоку збігається з віссю OX.

Кількість теплоти Q_t, *що переноситься завдяки теплопровідності через поверхню* S, *яка перпендикулярна до напрямку* OX *зменшення температури, пропорційна площі цієї поверхні, часу перенесення* t *та градієнту температури* $\frac{dT}{dx}$:

$$Q_t = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

де λ *– коефіцієнт теплопровідності*.

Цей вираз називається ***рівнянням теплопровідності або законом Фур'є.***

Знак «мінус» у рівнянні теплопровідності свідчить про те, що перенесення теплоти відбувається в напрямку зменшення температури.

Коефіцієнт теплопровідності *чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься через поверхню* $S = 1\,\text{м}^2$ *за проміжок часу* $t = 1\text{с}$ *за умови, що градієнт температури* $\left|\frac{dT}{dx}\right| = \frac{\text{К}}{\text{м}}$.

Згідно з молекулярно-кінетичною теорією, *коефіцієнт теплопровідності* λ прямо пропорційний середній арифметичній швидкості руху молекул $<\upsilon>$, середній довжині їхнього вільного пробігу $<l>$, густині газу ρ та питомій теплоємності газу за сталого об'єму c_V:

$$\lambda = \frac{1}{3} <\upsilon><\ell> \rho\, c_V .$$

Одиницею вимірювання коефіцієнта теплопровідності в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на метр-кельвін: $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Оскільки $<\ell> \sim \frac{1}{p}$, а $<\upsilon> \sim \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ та $\rho \sim p$, то *коефіцієнт теплопровідності* λ *залежить від* сорту газу (його молярної маси μ) і його стану (температури T) наступним чином:

$$\lambda \sim \sqrt{\frac{T}{\mu}} .$$

З отриманого виразу чітко видно, що коефіцієнт теплопровідності газу λ взагалі не залежить від його тиску p.

Жан Батист Жозеф Фур'є *(1768–1830) – французький математик і фізик, який заклав математичні основи теорії теплопровідності. У 1822 році у своїй фундаментальній праці «Аналітична теорія тепла» він сформулював закон, що описує перенесення теплової енергії в середовищі.*

Щоб розв'язати складні диференціальні рівняння поширення тепла, вчений розробив унікальний метод розкладання функцій у тригонометричні ряди, які сьогодні в усьому світі називають рядами Фур'є.

Саме Фур'є у 1824 році вперше в історії науки математично описав та обґрунтував явище, яке сьогодні відоме як парниковий ефект атмосфери.

Теплопровідність характеризується густиною теплового потоку.

Густиною теплового потоку *називають кількість теплоти, що проходить за одиницю часу через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення тепла*:

$$q = \frac{Q_t}{St} = -\lambda \frac{dT}{dx}.$$

Одиницею вимірювання густини теплового потоку в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на метр квадратний: $[q] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

У газах процес теплопровідності за звичайних умов відбувається дуже повільно. Це пов'язано з низькою густиною газового середовища: молекули розташовані на великих відстанях одна від одної, тому передача енергії під час їхніх зіткнень забирає багато часу.

Проте *з підвищенням температури газу його здатність проводити тепло суттєво зростає*, оскільки молекули починають рухатися швидше, а частота їхніх зіткнень різко збільшується.

Описаний вище процес, за якого розподіл температури у просторі залишається сталим, є *стаціонарною теплопровідністю*. У реальних умовах (наприклад, під час розвитку пожежі або прогріву будівельних конструкцій) температура в кожній точці об'єму безперервно зростає – таку *теплопровідність* називають *нестаціонарною*.

Головна особливість параметрів нестаціонарної теплопровідності полягає в тому, що температурні поля та густина теплового потоку є динамічними величинами, які безперервно змінюються щосекунди, аж доки система не досягне термодинамічної рівноваги.

Внутрішнім тертям *називається явище, пов'язане з виникненням сил тертя між шарами газу, що переміщуються паралельно один до одного з різними за величиною швидкостями*. З боку шару газу, який рухається швидше, на шар, що рухається повільніше, діє прискорювальна сила. Водночас шар газу, який рухається повільніше, гальмує сусідній шар, що рухається швидше. *Сили тертя, які при цьому виникають, напрямлені вздовж дотичної до поверхні зіткнення шарів.*

Із погляду кінетичної теорії газів причиною внутрішнього тертя є накладання впорядкованого руху шарів газу з різними швидкостями на хаотичний тепловий рух молекул. Завдяки тепловому руху молекули безперервно переходять із шару, що рухається з більшою впорядкованою швидкістю $\vec{u}_1$, у шар, який рухається з меншою

швидкістю $\vec{u}_2$, і навпаки. При цьому молекули переносять імпульс впорядкованого руху $m_0 u$ (m_0 – маса однієї молекули) з одного шару в інший, що й призводить до вирівнювання швидкостей.

Якщо різниця швидкостей руху різних шарів газу зовнішніми силами підтримується сталою, то і потік імпульсу від шару до шару буде сталим (стаціонарним), причому цей потік буде спрямований у напрямку зменшення швидкості.

Така ситуація спостерігається під час повільної течії газу (або рідини) в трубі під дією сталої зовнішньої різниці тисків, спрямованої вздовж руху.

Коли газ тече вздовж труби, швидкості різних шарів розподілені так, як показано на рис. 73.

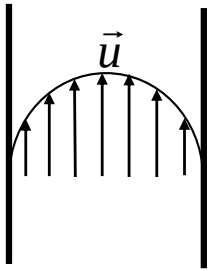


Рис. 73

Найбільша швидкість спостерігається в середній частині труби, що прилягає до її осі. В міру наближення до стінок швидкість зменшується, а шар, що безпосередньо прилягає до стінок труби, перебуває у спокої. За такої течії імпульс переноситься від центрального шару, де швидкість найбільша, до шарів, які рухаються з меншою швидкістю.

Нехай напрямок перенесення імпульсу збігається з віссю OX.

Зміна імпульсу газу:

$$\Delta p_t = -\frac{1}{3} < \upsilon > < \ell > \rho \frac{du}{dx} St.$$

Врахуємо, що $\Delta p_t = Ft$, де F – сила взаємодії між шарами газу, що діє вздовж поверхні їх дотику.

***Сила внутрішнього тертя**, що виникає у площині дотику двох шарів газу, які ковзають один відносно одного, пропорційна площі S цієї поверхні та градієнту швидкості $\frac{du}{dx}$:*

$$F = -\eta \frac{du}{dx} S,$$

де η *– коефіцієнт внутрішнього тертя або динамічна в'язкість.*

Цей вираз називається ***рівнянням внутрішнього тертя або законом Ньютона**.*

Знак «мінус» у рівнянні сили внутрішнього тертя свідчить про те, що перенесення імпульсу відбувається в напрямку зменшення швидкості.

***Коефіцієнт в'язкості** чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, що діє на одиницю площі поверхні дотику шарів $S = 1\,\text{м}^2$, які рухаються паралельно, за умови що градієнт швидкості $\left|\frac{du}{dx}\right| = 1\text{с}^{-1}$.*

Одиницею вимірювання коефіцієнта в'язкості в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм на метр-секунду або паскаль-секунда: $[\eta] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \text{Па} \cdot \text{с}.$

Згідно з молекулярно-кінетичною теорією, *коефіцієнт в'язкості* η прямо пропорційний середній довжині вільного пробігу молекул $<l>$,

середній арифметичній швидкості руху молекул $<\upsilon>$ та густині газу ρ:

$$\eta = \frac{1}{3} <\ell><\upsilon> \rho .$$

Оскільки $<\ell> \sim \frac{1}{p}$, а $<\upsilon> \sim \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ та $\rho \sim p$, то коефіцієнт динамічної в'язкості η *залежить від* сорту газу (його молярної маси μ) і його стану (температури T) наступним чином:

$$\eta \sim \sqrt{\frac{T}{\mu}} .$$

З отриманого виразу чітко видно, що коефіцієнт в'язкості газу η взагалі не залежить від його тиску p.

Ісаак Ньютон *(1642–1727) – англійський фізик, математик і астроном, один із засновників класичної фізики. У 1687 році у своїй фундаментальній праці «Математичні начала натуральної філософії» він не лише сформулював базові закони руху, а й першим математично описав опір рідин і газів під час течії, сформулювавши закон внутрішнього тертя.*

На честь ученого рідини та гази, які чітко підпорядковуються його закону в'язкості (як-от вода, повітря), називають *ньютонівськими*. Ті ж середовища, де в'язкість змінюється від тиску чи швидкості (наприклад, кров чи гарячі полімери), називають *неньютонівськими*.

Поряд із динамічною в'язкістю η у фізиці та техніці використовується *кінематична в'язкість* ν.

Цю величину ввели для зручності опису руху середовища під дією сили тяжіння, оскільки вона враховує інертні властивості речовини.

Кінематичною в'язкістю називається фізична величина, що визначається як відношення динамічної в'язкості речовини до її густини:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}.$$

Одиницею вимірювання коефіцієнта кінематичної в'язкості в Міжнародній системі одиниць СІ є метр квадратний на секунду: $[\nu] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Коефіцієнт кінематичної в'язкості ν *залежить як від температури, так і від тиску газу*:

$$\nu \sim \frac{1}{p}\sqrt{\frac{T}{\mu}}.$$

Між коефіцієнтами перенесення існують такі співвідношення:

$$\eta = \rho D_c, \;\; \lambda = c_V \eta, \;\; \lambda = D_c c_V \rho.$$

Цей зв'язок між коефіцієнтами зумовлений єдиною фізичною природою явищ перенесення та тим, що всі вони підпорядковуються аналогічним математичним рівнянням.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці явища перенесення в газах визначають ключові фізико-хімічні процеси поширення вогню, диму та тепла під час пожежі.

- *Дифузійні процеси та розвиток горіння*. На пожежі кисень миттєво витрачається в осередку горіння, через що його концентрація там падає до нуля. Внаслідок виникнення великого градієнта концентрації утворюється постійний дифузійний потік кисню з навколишнього повітря крізь шар диму прямо до палива. Швидкість цієї фізичної стадії дифузії повністю визначає загальну швидкість горіння. Аналогічно, ефективність систем газового пожежогасіння (на основі вуглекислого газу чи азоту) залежить від швидкості дифузійного перемішування газу з повітрям для зниження рівня кисню.

- *Нестаціонарна теплопровідність і прогрів конструкцій.* Теплопровідність газів визначає молекулярне перенесення енергії від розжарених продуктів згоряння до навколишнього середовища. Розрахунок рівнянь нестаціонарної теплопровідності дозволяє інженерам спрогнозувати швидкість прогріву стін, стелі та вентиляційних каналів, оцінити ймовірність їхнього займання, термічного пошкодження та час до руйнування будівельних конструкцій.

- *Внутрішнє тертя (в'язкість) та динаміка димовидалення.* Внутрішнє тертя газу чинить природний опір руху розжареного диму будівлею, уповільнюючи його потоки. Також в'язкість визначає момент переходу руху газів із ламінарного режиму в турбулентний. Турбулентність різко підвищує інтенсивність тепломасообміну в приміщенні, прискорюючи розвиток пожежі. Ці

фактори є критично важливими під час проєктування систем протидимного захисту та розрахунку часу евакуації людей.

- *Цифрове моделювання пожеж.* Закони дифузії, теплопровідності та внутрішнього тертя становлять математичну основу для сучасного комп'ютерного моделювання (наприклад, у програмі Fire Dynamics Simulator – FDS). Це дозволяє створювати точні тривимірні прогнози розвитку небезпечних чинників пожежі для оцінки пожежної безпеки споруд.

§ 49. Коловий процес. Теплові двигуни і холодильні машини

Коловим процесом (циклом) *називається термодинамічний процес, унаслідок якого термодинамічна система, пройшовши низку змін стану, повертається у свій початковий стан*.

Тіло, яке здійснює коловий процес і обмінюється енергією з іншими тілами, називається *робочим тілом*. Зазвичай таким тілом є *газ*.

Базові ознаки колового процесу.

- *Сталість внутрішньої енергії*. Оскільки початковий і кінцевий стани системи повністю збігаються, загальна зміна внутрішньої енергії за повний коловий процес дорівнює нулю: $\Delta U = 0$.

- *Графічне зображення*. На термодинамічних діаграмах (наприклад, у координатах $p-V$ коловий процес завжди зображується у вигляді замкненої кривої лінії.

За напрямком проходження термодинамічних станів колові процеси поділяються на прямі та зворотні.

- ***Прямий коловий процес*** *– процес, який на діаграмі* $p-V$ *спрямований за годинниковою стрілкою* (рис. 74).

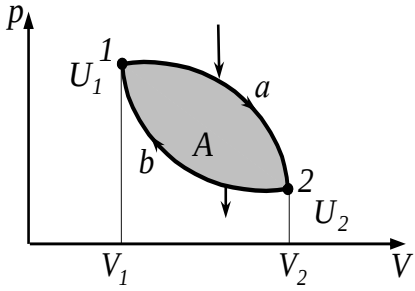


Рис. 74

Прямий коловий процес складається із двох послідовних стадій.

- *Розширення газу* (крива $1-a-2$) від об'єму V_1 до V_2. Під час цієї стадії внутрішня енергія газу змінюється від U_1 до U_2. Оскільки газ розширюється, він виконує додатну роботу ($A_{\text{розш}}>0$), яка чисельно дорівнює площі великої криволінійної трапеції під верхньою кривою $1-a-2$.

- *Стиснення газу* (крива $2-b-1$) від об'єму V_2 до V_1. Під час цієї стадії внутрішня енергія газу змінюється від U_2 до свого початкового значення U_1. Зважаючи на те, що над газом виконується робота зовнішніми силами, робота самого газу є від'ємною

($A_{\text{стис}} < 0$), і вона чисельно дорівнює площі під нижньою кривою $2-b-1$.

Оскільки розширення газу (ділянка $1-a-2$) відбувається за вищих тисків, ніж стискання (ділянка $2-b-1$), площа під верхньою кривою завжди більша за площу під нижньою. Тому *сумарна робота газу за повний прямий коловий процес є додатною ($A>0$) і чисельно дорівнює площі заштрихованої фігури, що обмежена замкненою кривою* на рис. 74. *За таким процесом працюють усі теплові двигуни.*

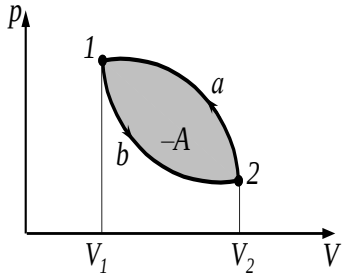


Рис. 75

Зворотний коловий процес *– процес, який на діаграмі $p-V$ спрямований проти годинникової стрілки* (рис. 75).

Зворотний коловий процес складається з двох послідовних стадій.

- *Розширення газу* (крива $1-b-2$) від об'єму V_1 до V_2. Під час цієї стадії внутрішня енергія газу змінюється від U_1 до U_2. Оскільки газ розширюється, він виконує додатну роботу ($A_{\text{розш}} > 0$), яка чисельно дорівнює площі під нижньою кривою $1-b-2$.

- *Стиснення газу* (крива $2-a-1$) від об'єму V_2 до V_1. Під час цієї стадії внутрішня енергія газу змінюється від U_2 до свого початкового значення U_1.

Зважаючи на те, що над газом виконується робота зовнішніми силами, робота самого газу є від'ємною ($A_{\text{стис}} < 0$), і вона чисельно дорівнює площі великої криволінійної трапеції під верхньою кривою $2-a-1$.

Оскільки розширення газу (ділянка $1-b-2$) відбувається за нижчих тисків, ніж стискання (ділянка $2-a-1$), площа під нижньою кривою завжди менша за площу під верхньою. Тому *сумарна робота газу за повний зворотний коловий процес є від'ємною ($A<0$) і чисельно дорівнює площі заштрихованої фігури, що обмежена замкненою кривою* на рис. 75. *За таким процесом працюють усі холодильні машини та теплові насоси.*

Тепловим двигуном *називається періодично діюча машина, у якій робоче тіло отримує енергію у формі теплоти від нагрівника і частину її перетворює на корисну роботу.*

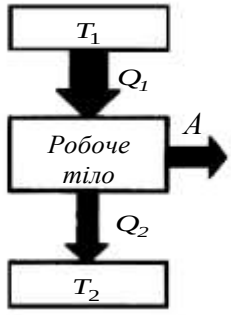


Рис. 76

Принцип дії будь-якого *теплового двигуна* передбачає безперервну взаємодію трьох його обов'язкових *компонентів* (рис. 76):

- *робочого тіла (газу)*;
- *нагрівника* (термостата з високою температурою T_1);
- *холодильника* (термостата з низькою температурою T_2).

За один повний коловий процес робоче тіло теплового двигуна отримує кількість теплоти Q_1 від

нагрівника з температурою T_1 і передає кількість теплоти Q_2 холодильнику з температурою T_2.

У результаті цього ***корисна робота***, *яку виконує тепловий двигун за коловий процес*, дорівнює:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Оскільки тепловий двигун має працювати безперервно, газ після розширення необхідно щоразу повертати в початковий стан, щоб знову повторити коловий процес. Для цього газ перед стадією стискання обов'язково потрібно охолодити, передавши частину теплоти Q_2 холодильнику, адже холодний газ чинить значно менший опір. Завдяки цьому робота, яку виконають зовнішні сили на стискання холодного газу, буде набагато меншою за роботу, яку виконав гарячий газ під час розширення, що й дозволяє отримати корисну роботу наприкінці всього процесу.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) теплового двигуна η дорівнює відношенню роботи A, яка виконана робочим тілом за коловий процес, до кількості теплоти Q_1, що отримало робоче тіло від нагрівника:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Цей коефіцієнт є безрозмірною величиною, яка виражається у частках одиниці або у відсотках.

Аналіз отриманого виразу показує, що *коефіцієнт корисної дії будь-якого теплового двигуна завжди менший за одиницю:* $\eta < 1$.

Прикладом *реальної теплової машини є автомобільний двигун внутрішнього згоряння* або *парова турбіна теплової електростанції*. Робочим тілом у них виступає газ.

Роль нагрівника і холодильника для цих пристроїв відрізняється.

- *В автомобільному двигуні внутрішнього згоряння*: роль нагрівника виконує камера згоряння палива, де робоче тіло отримує тепло, а холодильником є навколишнє середовище (атмосфера), куди передається тепло відпрацьованих газів.

- *У паровій турбіні теплової електростанції*: роль нагрівника виконує паровий котел, де робоче тіло отримує тепло, а холодильником є конденсатор, з якого залишкове тепло передається у довкілля (водойму або градирню).

У *реальних теплових машинах* значення коефіцієнта корисної дії стає *ще меншим*, оскільки будь-яка реальна теплова машина неминуче втрачає частину енергії на:

- теплообміном із навколишнім середовищем (Q_3);

- подолання сил тертя, які існують у будь-якій реальній машині ($A_{\text{тер}}$).

Враховуючи ці втрати, робота, яку виконує реальна теплова машина, визначається як:

$$A = Q_1 - Q_2 - Q_3 - A_{\text{тер}}.$$

Холодильною машиною *називається періодично діюча машина, у якій за рахунок виконання роботи зовнішніми силами енергія у*

формі теплоти передається від менш нагрітого тіла до більш нагрітого (рис. 77).

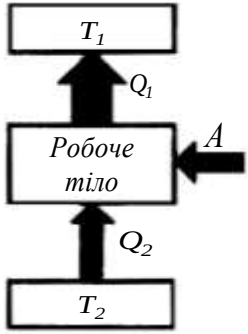


Рис. 77

За один повний коловий процес робоче тіло холодильної машини забирає кількість теплоти Q_2 *від холодильника з температурою* T_2 *і передає кількість теплоти* Q_1 *нагрівникові з температурою* T_1.

У результаті цього *робота, яку виконують зовнішні сили над робочим тілом за коловий процес*, дорівнює:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Прикладом *реальної холодильної машини* є *побутовий холодильник* або *кондиціонер*. Робочим тілом у них виступає спеціальна речовина, що легко кипить – холодоагент (наприклад, фреон).

Роль нагрівника і холодильника для цих пристроїв відрізняється.

- *У побутовому холодильнику*: роль холодильника виконує внутрішня камера, з якої

забирається тепло, а нагрівником є навколишнє середовище кімнати, куди це тепло передається.

- *У кондиціонері*: роль холодильника виконує простір кімнати, з якої забирається тепло для її охолодження, а нагрівником є зовнішнє середовище (вулиця), куди тепло передається.

Роботу над робочим тілом виконує компресор, який працює за рахунок електричної енергії.

Ефективність холодильної машини *характеризується її холодильним коефіцієнтом* ε, *який дорівнює відношенню кількості теплоти* Q_2, *забраної від холодильника, до роботи* A, *виконаної зовнішніми силами над робочим тілом за коловий процес*:

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}.$$

Цей коефіцієнт є безрозмірною величиною, яка виражається числовим значенням.

Аналіз отриманого виразу дозволяє зробити два важливі фізичні висновки.

- *Діапазон значень холодильного коефіцієнта* (ε). На відміну від ККД теплового двигуна η, який завжди менший за одиницю ($\eta < 1$), холодильний коефіцієнт може бути значно більшим за одиницю ($\varepsilon > 1$). Математично це видно з дробу $\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$: кількість теплоти Q_2, яку холодоагент забирає з охолоджуваної камери, зазвичай у кілька разів перевищує роботу A, яку витрачає компресор на її

перенесення. У сучасних холодильних установках значення ε зазвичай становить від 2 до 5.

- *Характер зв'язку з ККД* (η). Формула $\varepsilon = \frac{1}{\eta} - 1$ демонструє їх обернену залежність між собою. Що вищим є коефіцієнт корисної дії (η) колового процесу у прямому напрямку, то меншим буде холодильний коефіцієнт (ε) у зворотному напрямку.

Наприклад, якщо теоретичний ККД процесу становить $\eta = 0{,}25$, то холодильний коефіцієнт для цього ж колового процесу дорівнюватиме $\varepsilon = \frac{1}{0{,}25} - 1 = 3.$

Таким чином, термодинамічний аналіз прямого та зворотного колових процесів дозволяє не лише оцінити граничну ефективність теплових двигунів і холодильних установок, а й вибудувати надійний інженерний фундамент для проєктування та безпечної експлуатації сучасної енергетичної техніки.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки колові процеси, теплові двигуни і холодильні машини розглядаються виключно з позицій оцінки пожежних ризиків та розробки профілактичних заходів при їхній експлуатації.

- *Фактори пожежної небезпеки теплових двигунів*. Основними загрозами при роботі двигунів внутрішнього згоряння є екстремально високі температури корпусу та вихлопних систем. Постійна

присутність легкозаймистих рідин, таких як бензин, дизельне пальне та мастила, створює високе пожежне навантаження. Небезпеку становлять приховані витоки пального через тріщини в шлангах, недостатня вентиляція моторних відсіків, а також термічний перегрів елементів та випадкове електричне іскріння.

- *Заходи профілактики при використанні двигунів*. Для захисту приміщень із такими машинами застосовуються виключно вогнестійкі будівельні матеріали. Інженери проєктують надійну примусову вентиляцію моторних відсіків для видалення горючих парів. Обов'язковим є регулярний контроль герметичності паливної системи, сувора заборона куріння поблизу та постійна наявність первинних засобів пожежогасіння, зокрема справних вогнегасників та сухого піску.

- *Фактори пожежної небезпеки холодильних машин*. Головний ризик пов'язаний із використанням горючих або вибухонебезпечних холодоагентів (наприклад, фреону). Порушення герметичності трубопроводів призводить до миттєвого викиду цих речовин в об'єм приміщення. Крім того, компресори та електродвигуни є джерелами теплового перегріву, а коротке замикання або іскріння в електропроводці може спровокувати спалах газоповітряної суміші.

- *Протипожежний захист холодильного обладнання*. Безпека систем базується на використанні пожежобезпечних типів холодоагентів або обмеженні їхньої граничної концентрації.

Інженери обов'язково впроваджують автоматичну сигналізацію витоку газу та проєктують аварійну витяжну вентиляцію. Важливими заходами є чітке протипожежне зонування приміщень, використання вибухозахищеного електроустаткування та регулярний контроль герметичності системи.

§50. Цикл Карно. Необоротність процесів та закон зростання ентропії.

Розглянемо коловий процес, який забезпечує максимально ефективне перетворення теплоти, отриманої від зовнішнього джерела, у механічну роботу.

Для реалізації такого процесу *Карно* запропонував термодинамічний цикл, який виконується за допомогою ідеального газу.

Ніколя Леонар Саді Карно *(1796–1832) – французький фізик і військовий інженер. У 1824 році у своїй єдиній праці «Роздуми про рушійну силу вогню» описав ідеальний термодинамічний цикл, визначив максимально можливий ККД теплових машин і заклав основи сучасної термодинаміки.*

Ця книга стала його єдиною прижиттєвою публікацією. Учений прожив усього 36 років і помер від холери, а за тодішніми суворими медичними правилами всі його особисті речі та майже 100 наукових рукописів були повністю спалені для дезінфекції.

Цикл Карно складається з двох ізотерм і двох адіабат (рис. 78).

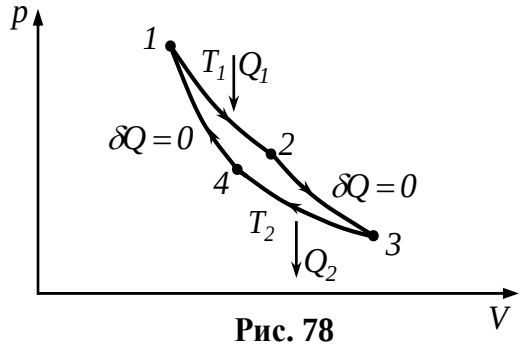


Рис. 78

Ізотермічне розширення та стискання задано, відповідно, ділянками $1-2$ та $3-4$, а адіабатне розширення та стискання – ділянками $2-3$ та $4-1$.

Для виконання циклу Карно необхідні термостат із температурою T_1 (нагрівник) та термостат із температурою T_2 (холодильника), причому $T_1 > T_2$. Під час проходження адіабатних ділянок циклу система повинна бути теплоізольованою від довкілля.

Обчислимо коефіцієнт корисної дії цього колового процесу.

Під час ізотермічного розширення газу (ділянка $1-2$) $\Delta U = 0$, тому кількість теплоти Q_1, яку отримав газ від нагрівника, дорівнює роботі розширення:

$$Q_1 = A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Під час ізотермічному стискання газу (ділянка $3-4$) $\Delta U = 0$, тому кількість теплоти Q_2, яку віддає

газ холодильнику, дорівнює виконаній над ним роботі зовнішніх сил A'_{34}, яка дорівнює роботі газу A_{34} з протилежним знаком:

$$Q_2 = -A_{34} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Запишемо рівняння адіабат для ділянок $2-3$ та $4-1$:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1},\ T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}.$$

Поділивши ці рівняння одне на одне, отримаємо:

$$\frac{T_1 V_2^{\gamma-1}}{T_1 V_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2 V_3^{\gamma-1}}{T_2 V_4^{\gamma-1}}.$$

Звідси:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Оскільки коефіцієнт корисної дії колового процесу $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$, тоді:

$$\eta = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}.$$

Після скорочення спільних множників у чисельнику та знаменнику отримаємо остаточний вираз.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) ідеального циклу Карно *η дорівнює відношенню різниці температур нагрівника T_1 і холодильника T_2 до абсолютної температури нагрівника:*

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Як безпосередньо видно з отриманої формули, *ККД циклу Карно визначається виключно температурами нагрівника та холодильника*.

Проілюструємо цю залежність на конкретному прикладі. Наприклад, якщо температура нагрівника становить $T_1 = 375\,\text{K}$, а холодильника – $T_2 = 300\,\text{K}$, то ККД дорівнюватиме $\eta = 0{,}2$ (або 20%).

Якщо ж підвищити температуру нагрівника до $T_1 = 600\,\text{K}$ за незмінної температурихолодильника, то ефективність циклу зросте до $\eta = 0{,}5$ (або 50%).

Як показує цей приклад, *для підвищення ККД циклу Карно необхідно збільшувати різницю температур нагрівника та холодильника*.

Зокрема, *цього можна досягти підвищенням температури нагрівника (як у наведеному прикладі) або, що є ще ефективнішим, зниженням температури холодильника*.

Для оборотної теплової машини, яка працює за циклом Карно:

$$\eta_{\text{об}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Для необоротної теплової машини, що працює за тих самих температур нагрівника та

холодильника, її ККД завжди менший за ККД оборотної машини:

$$\eta_{\text{необ}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1},\ \text{звідси}\ \frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2}.$$

Отримані результати дозволили сформулювати фундаментальний закон термодинаміки, відомий як *теорема Карно*.

З усіх циклічно діючих теплових машин, що працюють за однакових температур нагрівника та холодильника, найбільший коефіцієнт корисної дії мають оборотні машини. При цьому ККД усіх оборотних машин, які працюють за однакових температур нагрівника та холодильника, є рівними між собою і не залежать від природи робочого тіла.

***Для будь-якої теплової машини**, що працює за температур нагрівника T_1 та холодильника T_2, виконується співвідношення Карно*:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де *знак рівності стосується оборотних машин (цикл Карно), а знак менше – усіх необоротних процесів*.

Звідси випливає ***нерівність Карно**:*

$$\frac{Q_1}{T_1} \le \frac{Q_2}{T_2}.$$

Отримана нерівність Карно має вагоме практичне й теоретичне значення. Розглянемо детальніше основні напрямки її застосування.

- *Оцінки ефективності теплових двигунів*. Цей вираз задає абсолютну верхню межу (еталон) для ККД будь-яких реальних двигунів – автомобільних, авіаційних, а також турбін ТЕС та АЕС. Він показує інженерам теоретичний максимум, до якого можна наближати сучасні технології.

- *Проєктування кріогенних систем і рефрижераторів*. На основі зворотного циклу Карно розраховують ефективність холодильних установок, кліматичної техніки та промислового обладнання для зрідження газів.

Введемо поняття ***зведеної кількості теплоти***, *під якою розуміють відношення отриманої або відданої в процесі кількості теплоти до абсолютної температури, за якої відбувається цей теплообмін*:

$$\frac{Q}{T}.$$

Умовимося вважати *кількість теплоти, яку робоче тіло отримує від нагрівника, додатною* ($Q_1 > 0$), а *віддану холодильнику – від'ємною* ($Q_2 < 0$).

Тоді *для оборотного колового процесу Карно алгебраїчна сума зведених кількостей теплоти дорівнює нулю.*

Цей висновок справедливий і для довільного оборотного колового процесу:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Якщо коловий процес розбити на нескінченну послідовність елементарних ізотермічних та

адіабатних ділянок, то *сума зведених порцій теплоти замінюється інтегралом за замкненим контуром*.

Для будь-якого оборотного колового процесу виконується рівність Клаузіуса:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 .$$

Оскільки *ентропія* S *є функцією стану, цей інтеграл визначає її зміну для робочого тіла за повний цикл:* $\Delta S = 0$.

Якщо ж система здійснює *необоротний (реальний) коловий процес*, то внаслідок дисипації енергії інтеграл від зведеної кількості теплоти за замкненим контуром завжди менший за нуль:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0 .$$

Обидва результати для колових процесів об'єднує ***універсальна нерівність Клаузіуса***:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \le 0 ,$$

де знак рівності стосується оборотних, а знак «менше» – необоротних процесів.

Отримана універсальна нерівність дозволяє проаналізувати поведінку систем, які не обмінюються теплотою з навколишнім середовищем. Проте для подальших теоретичних висновків важливо чітко розмежувати типи термодинамічних систем.

У термодинаміці ***замкненою*** *називають* ***систему****, яка не обмінюється з довкіллям речовиною, але може обмінюватися енергією*

(наприклад, газ у герметичному циліндрі під рухомим поршнем). *Оскільки така система здатна віддавати тепло назовні, її ентропія в окремих процесах може зменшуватися*.

Натомість ***ізольованою (адіабатно ізольованою)*** *називають* ***систему****, яка повністю позбавлена теплообміну з навколишнім середовищем*. Оскільки для такої системи в будь-який момент часу елементарна теплота $\delta Q = 0$, вона не отримує і не віддає енергію у вигляді тепла. Якщо врахувати цю умову в універсальній нерівності Клаузіуса, то інтеграл перетвориться на нуль. Це означає, що зміна ентропії системи залежить виключно від характеру процесів усередині неї. Такі реальні явища, як внутрішнє тертя, дифузія, теплопровідність, вільне розширення газу в пустоту, фазові переходи (плавлення, випаровування) або згорання, що протікають у самій системі, роблять будь-який процес необоротним і завжди призводять до збільшення її ентропії.

Звідси випливає ***фундаментальний закон зростання ентропії:*** *за будь-яких процесів, що відбуваються в ізольованій системі, її ентропія не може зменшуватися.*

Математично цей закон записують так:

$$\Delta S \geq 0 .$$

Розглянемо два випадки, які звідси випливають:

- $\Delta S = 0$ – *для ідеальних, оборотних процесів*;
- $\Delta S > 0$ – *для реальних, необоротних процесів.*

Зокрема, в процесі теплообміну елементарна кількість теплоти δQ переходить від більш нагрітого тіла з температурою T_1 до менш нагрітого з температурою T_2.

Ентропія такої системи змінюється на величину:

$$dS = \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\delta Q = \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}\delta Q.$$

Оскільки $T_1 > T_2$, то ентропія при теплообміні завжди зростає ($dS > 0$).

Аналіз отриманого співвідношення для теплообміну дозволяє глибше зрозуміти, як саме температурний режим впливає на ККД теплових машин.

Для їхньої ефективної роботи ключове значення має термодинамічний стан, за якого здійснюється передача енергії. Коли кількість теплоти передається робочому тілу за високої температури нагрівника, ККД зростає, тобто більша частина отриманої енергії перетворюється на корисну роботу.

Зі свого боку, зміна ентропії також визначається цим параметром. За вищої температури джерела тепла її зростання буде меншим, ніж за нижчої, оскільки температура входить у знаменник виразу для диференціала ентропії ($dS = \frac{\delta Q}{T}$). Оскільки ентропія інтенсивніше зростає за низьких температур, зрозуміло, що великому зростанню цієї величини відповідає мала «цінність» теплоти,

отриманої від нагрівника. Таким чином, ***ентропію можна розглядати як міру знецінення енергії тіла.***

Із цієї причини *повну внутрішню енергію* системи (U) прийнято поділяти на дві складові: *вільну* та *зв'язану*.

Вільна енергія *– це та частина внутрішньої енергії, яку можна повністю перетворити на корисну роботу* (наприклад, змусити газ розширюватися і рухати поршень).

Натомість ***зв'язана енергія*** (TS) *визначається добутком абсолютної температури на ентропію і є тією частиною енергії, яка внаслідок хаотичного теплового руху молекул розсіюється і вже за жодних умов не може бути перетворена на корисну роботу.*

Отже, *чим вища ентропія системи, тим більша частина її внутрішньої енергії стає зв'язаною (знеціненою), і тим менше вільної енергії залишається для виконання корисної роботи*.

Виявлений таким чином зв'язок між температурним режимом, обмеженням ефективності колових процесів та неминучим зростанням ентропії переводить аналіз теплових машин на рівень загальних законів еволюції термодинамічних систем.

Властивість зростати притаманна ентропії так само, як енергії – властивість зберігатися. Термодинаміка вперше ввела у фізику поняття часу в досить своєрідній формі: зростання ентропії вказує на єдино можливий напрямок еволюції системи, визначаючи хід часу від минулого до майбутнього.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз оборотних і необоротних процесів є основою для оцінювання надійності промислового теплового устаткування. Будь-яка пожежа – це приклад абсолютно необоротного процесу. Проте технічне обладнання проєктується так, щоб його робочі цикли були максимально наближені до оборотних. Поява високої необоротності в двигунах, котлах чи турбінах через надмірне тертя або витікання теплоти різко підвищує ризик їхнього аварійного займання чи вибуху.

- *Аналіз екстремального теплового навантаження та параметрів горіння*. Модель циклу Карно допомагає зрозуміти загальні принципи інтенсивного теплообміну в замкнених просторах. Це необхідно для оцінювання термічного впливу вогню на будівельні конструкції, визначення поведінки матеріалів за тривалого нагрівання та розрахунку умов виникнення теплового вибуху. Також це дозволяє визначити теоретичну температуру й тиск згоряння речовин для прогнозування наслідків вибуху газоповітряних сумішей у будівлях.

- *Контроль ефективності промислового устаткування*. В інженерній практиці важливо знати граничні межі ефективності систем, що працюють із виділенням теплоти (автономних електрогенераторів, потужних компресорів, систем аварійної вентиляції). Аналіз їхнього теплового балансу дозволяє оцінити ймовірність критичного

перегріву елементів та запобігти займанню через аварійний режим роботи.

- *Інженерно-технічна профілактика та безпечна експлуатація*. Для захисту виробничих приміщень застосовують вогнестійкі будівельні матеріали та покриття, а також проєктують надійну вентиляцію для запобігання скупченню вибухонебезпечних парів, пожежну сигналізацію й автоматичні установки пожежогасіння. Основою превентивних заходів є систематичне технічне обслуговування обладнання для зменшення сил тертя й усунення необоротного розсіяння енергії, суворе дотримання інструкцій з експлуатації теплосилових машин і регулярне проведення інструктажів для персоналу.

У пожежній безпеці цикл Карно не застосовується безпосередньо для гасіння вогню. Він виступає еталонною моделлю, яка визначає теоретичну межу ефективності теплових систем та допомагає інженерам проєктувати безпечне промислове обладнання.

§51. Другий і третій закони термодинаміки

Перший закон термодинаміки, який установив кількісний зв’язок між теплотою, роботою і внутрішньою енергією, не дозволяє визначити напрямок перебігу процесів. Наприклад, під час гальмування автомобіля його кінетична енергія перетворюється на внутрішню енергію гальмівних пристроїв, а теплота, що виділяється при цьому,

розсіюється в довкіллі. Зворотний процес, за якого ця розсіяна теплота самочинно зібралася б і знову перетворилася на кінетичну енергію автомобіля, є неможливим. Таке явище не суперечило б першому закону термодинаміки, оскільки загальний баланс енергії зберігся б, проте воно повністю суперечить другому закону термодинаміки.

Другий закон термодинаміки якраз і вказує на єдино можливий напрямок теплових процесів у природі.

Клаузіус дав одне з перших його формулювань: *теплота не може самочинно (сама собою) переходити від менш нагрітих тіл до більш нагрітих*.

Це означає, що для перенесення тепла у зворотному напрямку обов'язково потрібне виконання роботи зовнішнього джерела, як це реалізовано в холодильних установках.

Рудольф Юліус Емануель Клаузіус *(1822–1888) – німецький фізик-теоретик. У 1850 році сформулював закон про неможливість самочинного переходу теплоти від холодних тіл до гарячих, а в 1865 році ввів поняття ентропії та висунув гіпотезу про «теплову смерть Всесвіту»*.

Фізичний зміст цього закону також детально розкривається у формулюванні *Планка*: *неможливо побудувати періодично діючу теплову машину, єдиним результатом роботи якої було б повне перетворення отриманої від джерела теплоти на механічну роботу*.

Макс Карл Ернст Людвіг Планк *(1858–1947) – німецький фізик-теоретик. У 1906 році надав ідеї*

Больцмана сучасного вигляду, вперше записавши формулу ентропії через логарифм ймовірності, а в 1911 році узагальнив третій закон термодинаміки.

Маючи абсолютний слух, у зрілому віці він влаштовував домашні музичні вечори, де віртуозно грав на піаніно разом із видатним фізиком Альбертом Ейнштейном.

Отже, в довільній тепловій машині перетворюється на роботу лише частина отриманої від нагрівника кількості теплоти, тобто $A = Q_1 - Q_2$. Теплота Q_2 обов'язково має бути передана холодильнику (яким зазвичай виступає навколишнє середовище) для повернення робочого тіла у вихідний стан.

З отриманого виразу для ККД циклу Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

випливає, що ця передана теплота Q_2 дорівнювала б нулю лише тоді, якби температура холодильника становила абсолютний нуль ($T_2 = 0$). Оскільки практично досягти такої температури неможливо, ККД реальних теплових машин завжди менший за одиницю і для більшості поширених двигунів не перевищує $0{,}4 - 0{,}5$ (або $40 - 50\%$).

Отриманий *вираз для ККД циклу Карно* також є одним із математичних формулювань другого закону термодинаміки: *коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини визначається виключно температурами нагрівника і холодильника та є*

абсолютною верхньою межею для будь-яких реальних теплових двигунів.

Томсон сформулював другий закон термодинаміки через обмеження на охолодження тіл: *неможливо побудувати періодично діючу теплову машину, яка виконувала б механічну роботу суто за рахунок охолодження найхолоднішого з тіл навколишньої системи*.

Вільям Томсон, лорд Кельвін *(1824–1907) – британський фізик і математик. У 1851 році він незалежно сформулював другий закон термодинаміки через неможливість виконання роботи суто за рахунок охолодження найхолоднішого з тіл системи.*

За інженерне лідерство у прокладанні першого телеграфного кабелю по дну Атлантичного океану вчений отримав від королеви Вікторії титул лицаря, а згодом – звання пера (лорда Кельвіна).

Прикладом такої гіпотетичної установки могла б стати машина, яка перетворювала б на роботу внутрішню енергію Світового океану. Якби завдяки відведенню теплоти та перетворенню її на роботу вдалося б знизити температуру всієї океанської води лише на 1К, виділеної енергії вистачило б для приведення в рух усіх виробництв і транспорту на Землі впродовж 1500 років. Така машина була б еквівалентна вічному двигуну, тому її називають вічним двигуном другого роду, на відміну від вічного двигуна першого роду, який мав би створювати роботу з нічого, без витрачання енергії.

Вічний двигун першого роду суперечить першому закону термодинаміки (закону збереження енергії). Натомість вічний двигун другого роду закону збереження енергії не суперечить, але він повністю суперечить другому закону термодинаміки, тому створення такої машини принципово неможливе.

Другий закон термодинаміки вказує на необоротність перетворення роботи (як форми передачі енергії) в іншу її форму – теплоту. Він стверджує, що процес переходу впорядкованого макроскопічного руху тіла в хаотичний рух його частинок є незворотним. Впорядкований рух легко переходить у тепловий без будь-яких додаткових умов. Натомість зворотне перетворення невпорядкованого руху молекул у спрямований рух тіла можливе лише за умови, що воно супроводжується якимось компенсувальним процесом (змінами в інших тілах системи).

Оскільки реальні природні процеси необоротні, то всі явища в ізольованій системі призводять до зростання її ентропії. Цей принцип покладено в основу термодинамічного формулювання другого закону: *в макроскопічній ізольованій системі можливі лише такі природні процеси, які призводять до збільшення її ентропії* ($\Delta S > 0$).

Усі розглянуті формулювання другого закону термодинаміки описують явища лише на макроскопічному рівні, не пояснюючи внутрішніх причин необоротності. Щоб розкрити глибоку

фізичну природу ентропії, необхідно вийти за межі класичної термодинаміки та проаналізувати стан системи з погляду статистичної фізики.

Стан системи можна описати за допомогою макроскопічних параметрів (внутрішньої енергії, об'єму, тиску). Ці величини характеризують систему в цілому і визначають її макростан.

З іншого боку, стан системи можна описати через параметри кожної окремої частинки (її положення у просторі, швидкість, енергію). Такий детальний опис визначає мікростан системи. При цьому одному й тому самому макростану може відповідати величезна безліч мікростанів.

Оскільки в необоротних процесах ентропія ізольованої системи зростає, відповідно збільшується і кількість мікростанів, які здатні реалізувати цей макростан (тобто зростає його термодинамічна ймовірність).

Термодинамічна ймовірність (P) *– це кількість способів (мікростанів), якими може бути реалізований конкретний макроскопічний стан систем*.

Розглянемо дві підсистеми однієї загальної системи, кожна з яких описується своєю термодинамічною ймовірністю – відповідно P_1 та P_2. Повна термодинамічна ймовірність усієї системи дорівнює добутку ймовірностей її частин:

$$P = P_1 \cdot P_2.$$

Натомість ентропія має властивість адитивності (екстенсивності), тому загальна ентропія дорівнює сумі ентропій цих підсистем:

$$S = S_1 + S_2.$$

Зауважимо, що логарифм добутку дорівнює сумі логарифмів:

$$\ln P = \ln (P_1 \cdot P_2) = \ln P_1 + \ln P_2.$$

Больцман першим виявив математичну відповідність між ентропією S та термодинамічною ймовірністю P, показавши, що ентропія пропорційна $\ln P$.

Згодом Планк запропонував конкретну формулу, яка математично виражає ідею Больцмана про статистичну інтерпретацію ентропії:

$$S = k \ln P + \text{const},$$

де k – стала Больцмана.

Значення постійної інтегрування (const), як було встановлено Планком, може бути прирівняне до нуля. Тоді формула набуває класичного вигляду, відомого як ***формула Больцмана***:

$$S = k \ln P.$$

Отже, *статистичний зміст ентропії полягає в тому, що вона пропорційна логарифму числа мікростанів, якими реалізується цей макростан системи.*

Графік логарифмічної залежності ентропії від термодинамічної ймовірності наочно демонструє характер цього зв'язку. Оскільки логарифм є монотонно зростаючою функцією, будь-яке збільшення кількості мікростанів (міри хаосу) супроводжується зростанням ентропії (рис. 80).

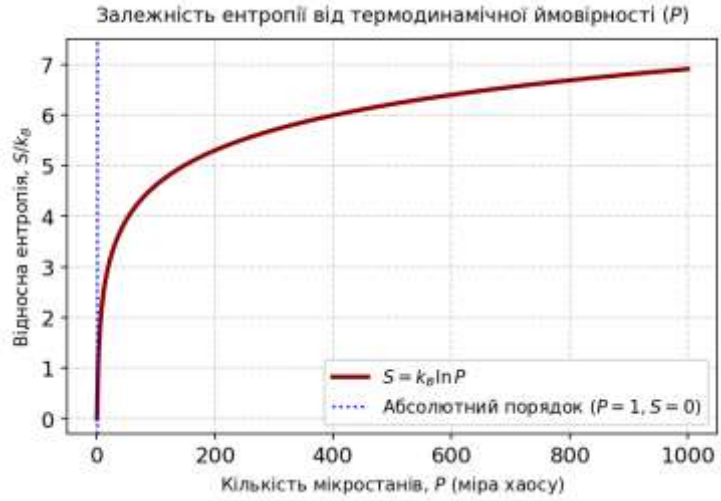


Рис. 80

Формула Больцмана дозволяє сформулювати статистичне тлумачення другого закону термодинаміки через параметри мікросвіту: *термодинамічна ймовірність стану ізольованої системи за будь-яких процесів, що в ній відбуваються, не може зменшуватися*.

Людвіг Едуард Больцман *(1844–1906) – австрійський фізик-теоретик. У 1872 році він вперше пов'язав термодинамічне поняття ентропії з молекулярним хаосом та математично обґрунтував статистичний характер другого закону термодинаміки.*

Отже, за *будь-якого процесу в ізольованій системі зміна термодинамічної ймовірності її стану є додатною або дорівнює нулю*:

$$\Delta P = P_2 - P_1 \geq 0.$$

У разі *оборотного процесу* ($\Delta P = 0$), тобто термодинамічна ймовірність (P) не змінюється, а в разі необоротного процесу ($\Delta P > 0$) і (P) зростає.

Виявлений Больцманом статистичний зв'язок між макро- та мікропараметрами дозволяє глибше розкрити фізичну суть еволюції систем та наочно пояснити закономірності термодинаміки через молекулярні поняття хаосу, порядку та ймовірності.

Повний порядок у системі спостерігається тоді, коли розташування кожної її мікрочастинки суворо визначене. У такому разі лише один мікростан відповідає макростану системи ($P = 1$), тому ентропія є мінімальною і дорівнює строго нулю ($S = 0$).

Найбільш імовірним станом системи є термодинамічна рівновага. У цьому стані кількість мікростанів, що його реалізують, досягає свого максимуму ($P = P_{\max}$), водночас максимального значення набуває й ентропія ($S = S_{\max}$).

Час релаксації *– це проміжок часу, упродовж якого система самочинно переходить у цей найбільш імовірний (рівноважний) стан.*

Поширення принципу зростання ентропії на безмежний Всесвіт (Томсон, Клаузіус) свого часу призвело до формування гіпотези про «теплову смерть Всесвіту». Згідно з цією теорією, повне вирівнювання температури у космосі мало б призвести до припинення будь-яких фізичних процесів унаслідок переходу Всесвіту в рівноважний стан із максимальною ентропією.

Згодом ця гіпотеза була повністю спростована наукою. Всесвіт не є звичайною лабораторною ізольованою системою. Він є нестаціонарним, постійно розширюється та перебуває в змінному гравітаційному полі, під дією якого природний розвиток космічних об'єктів призводить не до згладжування, а до появи нових температурних неоднорідностей та неоднорідностей густини (утворення зірок, галактик тощо).

Природа завжди прагне перейти від станів менш імовірних до більш імовірних. Наприклад, для газу найбільш імовірним станом є рівномірний розподіл молекул в усьому об'ємі посудини, а також максвеллівський розподіл молекул за швидкостями.

Найбільший безлад спостерігається у газоподібних речовинах, тому для них термодинамічна ймовірність та ентропія є найбільшими. Ступінь упорядкованості структури суттєво зростає під час переходу речовини до рідкого стану, і стає максимальною у твердому кристалічному стані. Відповідно, у цьому напрямку ентропія речовини помітно зменшується.

Наочним підтвердженням цього є *значення молярної ентропії* (тобто *ентропії одного моля речовини*) *для різних агрегатних станів води*:

- ентропія одного моля води у твердому стані (лід): $43{,}9\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$;

- ентропія одного моля води у рідкому стані: $66,9\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$;

- ентропія одного моля води в газоподібному стані (пара): $188,7\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$.

Таким чином, *формула Больцмана* ($S = k \ln P$) *розкриває глибоку внутрішню причину вже відомого нам закону зростання ентропії*.

Прагнення ізольованої системи до станів із більшою термодинамічною ймовірністю – це і є те саме молекулярне підґрунтя, яке на макроскопічному рівні проявляється як неминуче збільшення ентропії у будь-яких природних процесах і є ще одним (статистичним) трактуванням ***другого закону термодинаміки***.

Отже, другий закон термодинаміки є законом статистичним. Це означає, що в ізольованій системі теоретично можливі процеси, які призводять не до збільшення, а до зменшення ентропії. Такі відхилення (флуктуації) реальні не лише для явищ мікросвіту, а й для звичайних макроскопічних об'єктів, хоча ймовірність їхнього самочинного виникнення в нашому повсякденному досвіді є мізерно малою.

Експериментальні дослідження вчених з Австралійського національного університету (ANU, 2003 р.) призвели до підтвердження *флуктуаційної теореми*. Вона стверджує, що *упродовж певного проміжку часу ентропія в системі може самочинно зменшуватися*. Однак таке тимчасове зменшення

ентропії в наносистемах, що складаються лише з кількох молекул, не дозволяє побудувати вічний двигун, а лише розширює межі застосування другого закону термодинаміки для мікросистем.

Ідея Больцмана про імовірнісну поведінку окремих молекул продемонструвала новий підхід до опису систем із величезною кількістю частинок, засади якого свого часу заклав Максвелл. Із розвитком статистичної фізики на зміну класичним детермінованим (причинно-наслідковим) законам прийшли статистичні закономірності. Вони дозволяють передбачити еволюцію природи не з абсолютною достовірністю, а з певною часткою ймовірності.

На основі цього можна виділити *три головні аспекти другого закону термодинаміки*, які загалом є еквівалентними між собою:

- *ентропійний* – закон стверджує неминуче зростання (або незмінність) ентропії в макроскопічній ізольованій системі;

- *енергетичний* – закон накладає строге обмеження на кількість корисної роботи теплового двигуна, вказуючи на неможливість некомпенсованого перетворення теплоти в роботу;

- *еволюційний* – закон визначає єдино можливий напрямок природних процесів у фізичній системі – від порядку до безладу.

Другий закон термодинаміки має виключно статистичну основу. Поведінка великих сукупностей молекул підпорядковується закону великих чисел. Саме тому цей закон неможливо застосувати до

однієї чи кількох окремих молекул, оскільки поняття ентропії, хаосу та ймовірності для них втрачають свій фізичний зміст.

На основі численних експериментальних досліджень властивостей речовин за наднизьких температур *Нернст* сформулював важливу термодинамічну закономірність (***теорему Нернста***): *за абсолютного нуля температури будь-які рівноважні процеси переходу системи з одного стану в інший відбуваються без зміни ентропії*.

Математично цей закон записують через границю зміни ентропії системи:

$$\lim_{T\to 0}(S_2 - S_1) = \lim_{T\to 0}\Delta S = 0.$$

Первинне формулювання *Нернста* стосувалося не абсолютного значення ентропії, а лише її зміни (ΔS).

Вальтер Герман Нернст *(1864–1941) – німецький фізик і хімік. У 1906 році він на основі досліджень речовин за наднизьких температур сформулював теорему про незмінність ентропії, яка увійшла у науку як третій закон термодинаміки.*

Вчений володів надзвичайно гострим почуттям гумору і часто публічно жартував, що четвертого закону термодинаміки не існує, оскільки в нього просто немає співавторів.

Згодом *Планк* узагальнив цю теорему, показавши, що за абсолютного нуля індивідуальні термодинамічні властивості тіл зникають.

Сучасне формулювання *третього закону термодинаміки* (***теореми Нернста–Планка***) стверджує, що *за абсолютного нуля температури*

($T = 0$ К) ентропія будь-якої системи, що перебуває в стані термодинамічної рівноваги, дорівнює строго нулю ($S = 0$):

$$\lim_{T=0} S = 0.$$

Важливим наслідком третього закону термодинаміки є положення про ***неможливість досягнення абсолютного нуля температур у будь-якому скінченному процесі***.

Справді, усі реальні процеси охолодження, що відбуваються шляхом теплопередачі, супроводжуються зменшенням ентропії. Оскільки за умови ($T = 0$ К) зміна ентропії дорівнює нулю ($\Delta S = 0$), подальше відведення теплоти від системи стає математично й фізично неможливим. Отже, охолодити тіло до абсолютного нуля за скінченну кількість кроків принципово не можна.

Підсумовуючи, можна виділити фундаментальну роль кожного з трьох законів термодинаміки у визначенні властивостей систем та обмежень на створення гіпотетичних двигунів.

Перший закон термодинаміки вводить функцію стану системи – внутрішню енергію, яка залишається незмінною в ізольованій системі. Цей закон доводить неможливість побудови вічного двигуна першого роду.

Другий закон термодинаміки встановлює існування ентропії як функції стану термодинамічної системи та визначає єдино можливий напрямок

природних процесів. Він доводить неможливість створення вічного двигуна другого роду.

Третій закон термодинаміки стверджує, що температура абсолютного нуля є принципово недосяжною за будь-якої скінченної кількості послідовних процесів.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки другий і третій закони термодинаміки є теоретичною основою для прогнозування поширення вогню, вибору ефективних засобів гасіння та проєктування систем протипожежного захисту.

Практичне застосування цих законів реалізується за такими напрямками.

- *Аналіз теплопередачі та поширення пожежі*. Згідно з другим законом термодинаміки, теплова енергія від осередку загоряння самочинно передається навколишнім об'єктам. Цей процес неминуче підвищує їхню температуру, що внаслідок термічного впливу призводить до виникнення нових осередків горіння. Таке явище відображає тенденцію системи до збільшення загального хаосу та зростання ентропії в межах будівлі.

- *Термодинамічне обґрунтування методів гасіння.* Горіння є складним екзотермічним процесом, який супроводжується стрімким виділенням великої кількості теплоти. Розрахунок інтенсивності та напрямку теплопередачі є базою для правильного вибору тактики ліквідації вогню.

На основі законів термодинаміки інженери розраховують параметри примусового охолодження горючих матеріалів або швидкої ізоляції зони горіння від доступу кисню.

- *Проєктування систем протидимного захисту*. Гарячий дим та токсичні продукти згоряння мають низьку густину і за законами термодинаміки стрімко піднімаються вгору. Системи аварійної вентиляції проєктують так, щоб примусово контролювати або скеровувати цей природний рух газів. Правильний розрахунок витяжних каналів дозволяє запобігти задимленню суміжних приміщень і забезпечити безпеку на шляхах евакуації.

- *Аналіз процесів хімічного самозаймання*. Відповідно до третього закону термодинаміки всі будівельні матеріали та речовини завжди мають певну внутрішню енергію. За критичних умов (наприклад, за тривалого підігрівання чи теплоізоляції) внутрішня термодинамічна активність речовини стає фактором, що стимулює небезпечні процеси самонагрівання та самозаймання.

- *Пожежна безпека кріогенних складів та сховищ*. На промислових підприємствах використовують наднизькі температури для зберігання зріджених горючих газів (кисню, водню, метану). Знання обмежень третього закону допомагає інженерам розраховувати граничні можливості охолоджувальних установок для запобігання їхньому аварійному розгерметизуванню та вибуху. Також ці закони дозволяють передбачити зміну механічної

міцності конструкційних матеріалів під час ліквідації аварій у кріогенних зонах.

Суворе врахування вимог другого та третього законів термодинаміки є обов'язковим етапом під час розроблення державних норм і стандартів пожежної безпеки для сучасних індустріальних об'єктів.

§52. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса

Модель ідеального газу, яка використовується в молекулярно-кінетичній теорії, дозволяє із високою точністю *описувати поведінку розріджених газів за достатньо високих температур і низьких тисків*. В основі цієї моделі лежить припущення, що *власним об'ємом молекул та їхньою взаємодією між собою можна знехтувати.*

Опис властивостей *реальних газів* вимагає детального аналізу сил міжмолекулярної взаємодії. Ці *сили мають електромагнітну природу*, починають помітно проявлятися лише на дуже малих відстанях (близько 10^{-9} м) і швидко зменшуються в міру віддалення молекул одна від одної, тому їх і називають *короткодіючими*.

Між молекулами одночасно діють *сили притягання* та *відштовхування*.

На певній *рівноважній відстані* $r = r_0$ (яка становить близько 10^{-10} м і відповідає радіусу самої молекули) ці *сили повністю компенсують* одна одну, тому *результуюча сила взаємодії* дорівнює нулю.

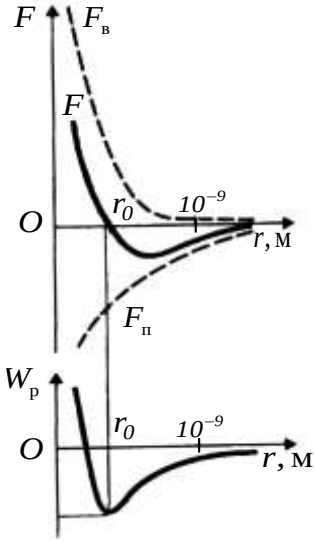


Рис. 81

Подальший характер зміни сил міжмолекулярної взаємодії та пов'язаної з ними потенціальної енергії залежить від відстані між молекулами (рис. 81).

- За умови $r < r_0$ сили відштовхування ($F_в$) переважають над силами притягання ($F_п$). Зі зменшенням відстані результуюча сила F стрімко зростає, перешкоджаючи подальшому зближенню молекул. Водночас потенціальна енергія взаємодії W_p при цьому різко йде вгору.

- За умови $r > r_0$ сили притягання ($F_п$) переважають над силами відштовхування ($F_в$). Зі збільшенням відстані результуюча сила F спочатку зростає за абсолютною величиною (модулем), досягає максимуму, а потім починає швидко зменшуватися. На відстанях понад 10^{-9} м взаємодія між частинками практично зникає. Водночас потенціальна енергія взаємодії $W_р$ при цьому поступово наближається до нуля.

- *Потенціальна яма*. Стан стійкої рівноваги ($r = r_0$) відповідає найнижчій точці на нижньому графіку – мінімуму потенціальної енергії взаємодії між молекулами. Цю область називають

потенціальною ямою, а будь-яке відхилення частинок із цього стану вимагає виконання роботи проти сил притягання чи відштовхування.

Урахування цих сил взаємодії дозволяє сформулювати спрощену теоретичну модель реального газу.

Модель реального газу задовольняє такі умови:

- молекули газу моделюються як абсолютно пружні кульки, які мають власний незмінний об'єм;
- між частинками газу одночасно діють короткодіючі сили міжмолекулярної взаємодії (притягання та відштовхування);
- під «зіткненням» молекул розуміють їхнє максимальне зближення, під час якого сили відштовхування різко зростають і пружно змінюють напрямок руху частин без їхнього безпосереднього фізичного контакту.

Значне підвищення тиску та зниження температури призводять до зростання концентрації молекул і зменшення відстані між ними, що різко посилює неідеальність газу та збільшує його відхилення від класичних газових законів.

Через це для точного опису таких станів стає принципово необхідним враховувати як реальні розміри частинок, так і сили взаємодії між ними.

Для опису стану реальних газів запропоновано низку математичних моделей. У цьому курсі ми обмежимося аналізом *рівняння Ван-дер-Ваальса*, оскільки воно є найбільш наочним і повною

мірою розкриває фізичну природу процесів у неідеальних системах.

Ян Дідерік Ван-дер-Ваальс *(1837–1923) – нідерландський фізик-теоретик, лауреат Нобелівської премії (1910 р.) за роботу над рівнянням стану газів і рідин. У 1873 році у своїй докторській дисертації «Про безперервність газоподібного та рідкого станів» він уперше сформулював універсальне рівняння стану реального газу, ввівши поправки на сили притягання й власний об'єм молекул.*

Розглянемо урахування сил внутрішнього притягання молекул реального газу.

Дія сил притягання між молекулами реального газу призводить до появи додаткового тиску, що називається внутрішнім (молекулярним) тиском p':

$$p' = \frac{a}{V_M^2},$$

де a – стала Ван-дер-Ваальса;

V_M – молярний об’єм газу.

Фізичний зміст сталої a полягає в тому, що вона характеризує інтенсивність сил міжмолекулярного притягання в конкретній речовині. Наприклад, для газів, які легко зріджуються (таких як аміак або вуглекислий газ), сили притягання є значними, тому їхня стала a є значно більшою, ніж для «стійких» газів – гелію чи водню.

Внутрішній тиск пропорційний квадрату густини газу. Він не реєструється манометром, проте його слід додавати до виміряного значення тиску

газу на стінки посудини. Це зумовлено тим, що сили притягання з боку внутрішніх шарів газу гальмують молекули, які підлітають до стінок, через що виміряний манометром тиск виявляється меншим за реальний тиск усередині системи.

Розглянемо урахування власного об'єму молекул.

Сили міжмолекулярного відштовхування перешкоджають проникненню частинок у простір, який уже зайнятий іншими молекулами. Через це вільний об'єм, у якому можуть хаотично рухатися молекули реального газу, є меншим за повний об'єм посудини V_μ і становить $V_\mu - b$.

Поправку b для одного моля газу визначають за формулою:

$$b = 8kN_A V_0,$$

де b – стала Ван-дер-Ваальса;

k – коефіцієнт, який враховує парний характер зіткнень частинок;

N_A – стала Авогадро;

V_0 – власний об'єм однієї молекули.

Ймовірність одночасного зіткнення трьох і більшої кількості молекул за звичайних густин газу є мізерно малою. Тому *можна обмежитися розглядом взаємодії лише двох частинок і прийняти, що коефіцієнт* $k = \frac{1}{2}$.

Теоретичні обчислення показують, що поправка b у 4 рази більша за сумарний власний об'єм усіх молекул, які містяться в одному молі газу:

$$b = 4N_A V_0.$$

Фізично це зумовлено тим, що навколо кожної молекули існує сфера відштовхування подвійного радіуса, у межі якої не може проникнути центр жодної іншої частинки. У результаті простір, недоступний для хаотичного теплового руху, виявляється у чотири рази більшим за реальний геометричний об'єм самих мікрочастинок.

Саме в цьому й полягає *фізичний зміст сталої* b: *вона визначає той ефективний об'єм газу, який є недоступним для переміщення інших частинок*.

Хоча у класичній моделі параметр b вважають сталою величиною, у реальних процесах ця поправка *дещо залежить від температури*. Це зумовлено тим, що зі зростанням температури збільшується швидкість частинок. Рухаючись із більшою швидкістю, молекули глибше проникають у сфери відштовхування одна одної під час ударів, через що їхній ефективний діаметр і недоступний об'єм дещо зменшуються.

Рівняння стану реального газу (рівняння Ван-дер-Ваальса) можна отримати, якщо до класичного рівняння Менделєєва – Клапейрона ввести розглянуті поправки на власний об'єм частинок та сили їхнього взаємного притягання.

Рівняння Ван-дер-Ваальса для одного моля реального газу має вигляд:

$$\left(p + p'\right)\left(V_\mu - b\right) = RT\ .$$

Підставивши сюди вираз для внутрішнього молекулярного тиску $\left(p' = \frac{a}{V_\mu^2} \right)$, отримаємо *розгорнуту формулу цього рівняння*:

$$\left(p + \frac{a}{V_\mu^2} \right)\left(V_\mu - b\right) = RT \, .$$

За умови, що реальний газ має довільну масу m, кількість речовини в посудині становить $\nu = \frac{m}{\mu}$ моль. У такому разі введені поправки перераховують на повний об'єм V.

Рівняння Ван-дер-Ваальса для довільної маси реального газу набуває вигляду:

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2} \right)\left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT \, .$$

Сталі Ван-дер-Ваальса a *і* b визначають експериментально: для цього записують рівняння стану для двох відомих із досліду станів газу та розв'язують отриману систему рівнянь відносно a і b.

Сталі a і b можна підібрати так, щоб за певної температури T теоретична та експериментальна ізотерми газу повністю збігалися. Проте в такому разі ізотерми, розраховані для інших температурних режимів, неминуче матимуть розбіжності з реальними дослідними даними.

Для дослідження поведінки реального газу розглянемо ізотерми Ван-дер-Ваальса для одного моля, що описуються рівнянням:

$$\left(p+\frac{a}{V_\mu^2}\right)\left(V_\mu-b\right)=RT\,.$$

Перетворимо цей вираз, розкривши дужки:

$$pV_\mu - pb + \frac{a}{V_\mu} - \frac{ab}{V_\mu^2} = RT\,.$$

Помноживши всі члени на V_μ^2 та згрупувавши їх за степенями молярного об'єму, для довільних температур T матимемо:

$$pV_\mu^3 - \left(RT + pb\right)V_\mu^2 + aV_\mu - ab = 0\,.$$

Отриманий вираз є кубічним рівнянням відносно молярного об'єму V_μ. З курсу алгебри відомо, що таке рівняння, залежно від значень коефіцієнтів (тиску та температури), може мати або три дійсні корені, або один дійсний і два уявні.

Геометрично це означає, що за різних температур форма кривих на діаграмі залежності тиску від об'єму буде суттєво відрізнятися.

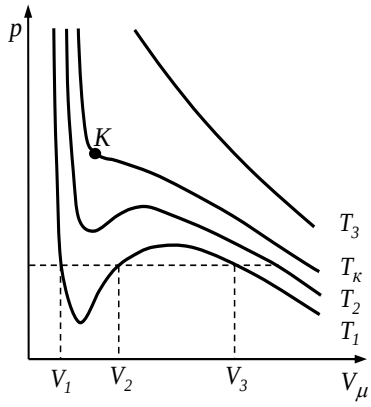


Рис. 82

Ізотерми газу, які описуються рівнянням Ван-дер-Ваальса, мають вигляд, наведений на рис. 82, де $T_1 < T_2 < T_k < T_3$.

На наведеній діаграмі залежності тиску від молярного об'єму чітко видно, як саме змінюється характер теоретичних ізотерм залежно від температури газу.

- *За низьких температур* (T_1 та T_2) кожна теоретична ізотерма має хвилеподібну форму з мінімумом і максимумом. Будь-яка ізобара (горизонтальна лінія тиску) перетинає таку криву строго у трьох точках. Це геометрично підтверджує, що за таких умов кубічне рівняння має *три дійсні корені* (V_1, V_2, V_3), які відповідають різним можливим об'ємам системи.

- *За високої температури* (T_3) ця хвилеподібна ділянка повністю зникає, а теоретична крива стає плавною і нагадує гіперболу ідеального газу. Горизонтальна лінія перетинає її лише один раз. Це свідчить про те, що рівняння має один дійсний корінь, а два інші є уявними.

- *Критичний стан* (T_k). За певної *граничної температури*, яку називають *критичною,* хвилеподібна ділянка згладжується і перетворюється на одну точку перегину – *критичну точку* K. У цій точці всі три дійсні корені кубічного рівняння повністю збігаються ($V_1 = V_2 = V_3 = V_к$).

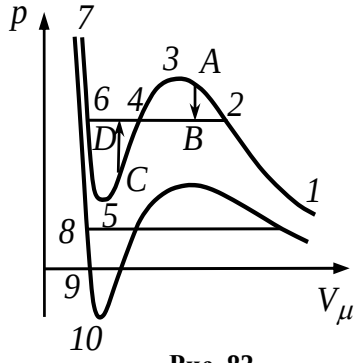


Рис. 83

Розглянемо ізотерми при $T < T_к$ (рис. 83).

Математичне рівняння Ван-дер-Ваальса дає безперервну хвилеподібну теоретичну криву (ділянка $1-2-3-4-5-6-7$). Проте *реальний фізичний експеримент* показує, що в

області двофазного стану (переходу газу в рідину) тиск залишається постійним, і *справжня ізотерма йде по горизонтальній прямій* $2-B-4$.

Розглянемо фізичний зміст кожної ділянки складної теоретичної кривої.

- *Ділянка* $1-2$. Описує звичайний газоподібний стан речовини (газ Ван-дер-Ваальса).

- *Ділянка* $7-6$. Описує речовину в чисто рідкому стані. Крива йде стрімко вгору, оскільки рідини є практично нестисливими.

- *Ділянка* $3-4-5$. Являє собою фізично неможливий стан. Тут зі збільшенням об'єму тиск газу чомусь зростає ($\Delta p>0$), що повністю суперечить законам природи. У реальних умовах цей вигин ніколи не реалізується.

- *Ділянки* $2-3$ та $5-6$ (*метастабільні стани*). Ці зони можна реалізувати в лабораторії за строго контрольованих умов. Ділянка $2-A-3$ описує пересичену (переохолоджену) пару, а ділянка $5-C-6$ описує перегріту рідину (або рідину під від'ємним тиском, як у точках $9-10$).

- *Область від'ємного тиску* (нижня крива з точками $8,9,10$ на ній). За ще нижчих температур теоретична крива Ван-дер-Ваальса опускається нижче осі об'ємів. Ця ділянка з найнижчою точкою 10 описує унікальний стан механічно розтягнутої рідини, яка перебуває під внутрішнім натягом (від'ємним тиском).

Геометричний зв'язок між теоретичними та експериментальними ізотермами наочно демонструє рис. 84.

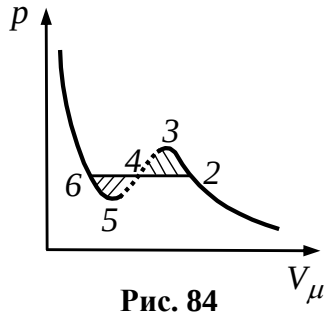


Рис. 84

Перехід реального газу в рідкий стан відбувається за постійного тиску насиченої пари уздовж горизонтальної прямої ділянки $6-4-2$.

Для правильного проведення цієї прямої використовують *правило Максвелла*: горизонтальну лінію проводять на такій висоті, щоб площі заштрихованих сегментів (одного – над прямою, іншого – під нею) були абсолютно рівними.

Важливою особливістю графіка є те, що *хвилеподібна ділянка* $3-4-5$ *зображена пунктиром*.

Це вказує на її суто теоретичний характер: у реальних умовах цей стан є абсолютно нестабільним і фізично нереалізованим, оскільки збільшення об'єму речовини тут супроводжується протиприродним зростанням тиску.

Висновки, отримані в результаті аналізу рівняння Ван-дер-Ваальса, були повністю підтверджені *фундаментальними експериментами Ендрюса*, який вивчав ізотермічне стискання

вуглекислого газу. *Головна відмінність між експериментальними ізотермами Ендрюса та теоретичними кривими Ван-дер-Ваальса полягає в тому, що реальному перетворенню газу на рідину відповідають горизонтальні ділянки, а теоретичним – хвилеподібні.*

***Томас Ендрюс** (1813–1885) – ірландський фізик і хімік. У 1869 році під час фундаментальних досліджень процесів зрідження газів уперше експериментально побудував реальні ізотерми для вуглекислого газу. Вчений експериментально довів існування критичної температури, вище якої газ неможливо перетворити на рідину під жодним тиском, чим повністю підтвердив теоретичні висновки рівняння Ван-дер-Ваальса.*

Наявність горизонтальних ділянок на практиці зумовлена тим, що під час зрідження газу в системі утворюється двофазний стан (суміш рідини та її насиченої пари). Оскільки тиск насиченої пари за сталої температури є незмінним і принципово не залежить від об'єму, графік реального процесу йде строго по прямій лінії.

З підвищенням температури хвилеподібна ділянка на теоретичних кривих поступово згладжується. Серед цієї сукупності ліній існує одна гранична крива, на якій хвиля повністю зникає, перетворюючись на єдину точку перегину K. Така ізотерма називається критичною, а відповідна їй температура $T_к$ *– критичною температурою*.

За цієї температури повністю зникає фізична різниця між газом і рідиною (густина та інші властивості обох станів речовини стають однаковими). Параметри, що відповідають цій особливій точці перегину, називаються *критичним об'ємом* $V_{\mu к}$ та *критичним тиском* $p_к$, а сам цей стан речовини – *критичним станом*.

Практичне значення критичної температури полягає в тому, що вона є абсолютною межею зрідження: *якщо температура газу є вищою за* $T_к$, *його принципово неможливо перетворити на рідину під жодним, навіть надвисоким тиском*.

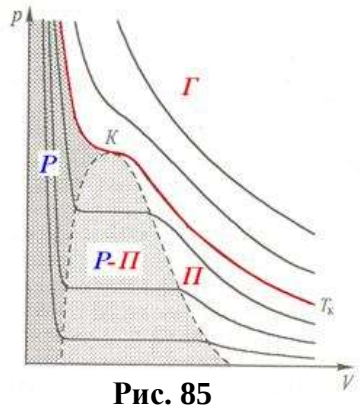


Рис. 85

Значення критичних параметрів стану речовини:

$$T_к = \frac{8a}{27Rb},\ V_{\mu к} = 3b,\ \ p_к = \frac{a}{27b^2}.$$

Цілісну картину різних станів речовини та її перетворення ілюструє сімейство реальних ізотерм, наведене на рис. 85.

Якщо через крайні точки горизонтальних ділянок (які відповідають моментам початку та завершення зрідження газу) провести лінію, ми отримаємо дзвоноподібну пограничну криву – бінодаль (зображена пунктиром). Вершиною цієї кривої є критична точка K.

Бінодаль та критична ізотерма $T_к$ *ділять діаграму на чотири чіткі області*.

Область на $p-V$ діаграмі, яка лежить *під бінодаллю (область $P+П$), відповідає двофазному стану речовини* – стабільній рівновазі киплячої рідини та її насиченої пари.

Решта зон на діаграмі описують однофазні стани речовини:

- *Зона ліворуч від бінодалі (заштрихована область P)*: відповідає чистому рідкому стану речовини.

- *Зона праворуч від бінодалі* (*область $П$*): відповідає стану перегрітої або ненасиченої пари.

- Зона вище критичної точки K (область $Г$): описує речовину в чисто газоподібному стані. За температур, вищих за критичну, поняття «пара» і «рідина» повністю втрачають свій фізичний зміст.

Попри певні відмінності між теоретичними та дослідними кривими, рівняння Ван-дер-Ваальса правильно відображає якісні властивості реальних газів у широкому діапазоні параметрів стану.

Проте значення констант a і b змінюються від речовини до речовини, а саме рівняння не зовсім точно описує поведінку газів великої густини, оскільки не враховує складні фізичні явища (наприклад, силову асоціацію чи дисоціацію молекул).

Крім того, константи a і b для конкретного газу мають тенденцію до зростання за високих тисків. Наприклад, для азоту за тиску близько $8\cdot10^6$ Па розрахунки, проведені за рівняннями ідеального та реального газів, різняться приблизно

на 5%, а за тиску порядку $40 \cdot 10^6$ Па ця різниця досягає вже 100%.

Через таку неідеальність у практичних інженерних розрахунках поряд із рівняннями стану широко використовують коефіцієнт стисливості z, який визначається як відношення: $z = \frac{pV}{RT}$.

Для ідеального газу цей коефіцієнт завжди дорівнює одиниці $(z = 1)$. Відтак, величина коефіцієнта стисливості наочно показує ступінь відхилення властивостей реального газу від моделі ідеального. Залежно від тиску та температури, параметр z для реальних газів може набувати значень як більших, так і менших за одиницю.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки рівняння Ван-дер-Ваальса та закони критичного стану речовини є основою для високоточних розрахунків і безпечного проєктування промислових систем захисту. Оскільки класичні закони ідеального газу в умовах пожежі дають критичні похибки, реальні моделі стану застосовують за такими основними прикладними напрямами.

- *Контроль безпеки під час зберігання та транспортування газів*. За високого тиску або низької температури горючі гази (пропан, бутан, метан) намагаються перевести у зріджений стан. Проте за температур, вищих за критичну, зрідження стає фізично неможливим – речовина залишається

газом навіть під надвисоким тиском. Наприклад, метан має критичну температуру $-82{,}6^{\circ}\mathrm{C}$, тому його можна зрідити лише у кріогенних умовах. За звичайних температур метан зберігають суто у стисненому стані в спеціальних товстостінних балонах, де рівняння забезпечує максимальну точність розрахунку змін тиску та об'єму для запобігання руйнуванню резервуарів під час аварійного нагрівання вогнем.

- *Зниження ризиків руйнівних фізичних вибухів та розрахунок міцності стінок*. Термічний вплив пожежі на замкнений технологічний апарат викликає стрімке зростання внутрішнього тиску речовини, через що газ може перейти у надкритичний стан. Цей перехід супроводжується лавиноподібним зростанням тиску, що призводить до миттєвого розрив обладнання, потужного фізичного вибуху та стрімкого поширення полум'я. Використання експериментальних ізотерм і реальних критичних параметрів дозволяє інженерам точно розрахувати міцність стінок обладнання на термічні навантаження та правильно спроєктувати запобіжні клапани.

- *Моделювання процесів поширення пожежі*. Під час горіння у приміщеннях утворюються великі об'єми розжарених продуктів згоряння, властивості яких постійно змінюються. Комп'ютерні пожежні моделі на основі законів реального газу є набагато точнішими за класичні. Вони дозволяють правильно

розрахувати траєкторію димових потоків і динаміку небезпечних чинників для безпечної евакуації людей.

- *Розрахунок параметрів систем газового пожежогасіння*. Під час випуску діоксиду вуглецю з балона вогнегасника або стаціонарної установки тиск і температура речовини падають миттєво. Знання реальної термодинамічної поведінки вуглекислого газу дозволяє точно обчислити його ефективний об'єм та швидкість розширення для надійного припинення горіння. У надкритичному стані гази також набувають аномально високої розчинності, що використовують для створення новітніх систем гасіння, проте в зоні аварії такі умови можуть ускладнити ліквідацію пожежі через підвищену хімічну активність середовища.

§53. Дроселювання газу. Ефект Джоуля-Томсона

Дроселюванням *називається необоротний процес, у якому тиск газу під час проходження крізь звужений переріз каналу зменшується без виконання зовнішньої роботи*.

Будь-який місцевий опір у трубопроводі (вентиль, засувка, шайба, кран, клапан чи пориста перегородка) викликає дроселювання газу, а отже, і зниження його тиску. Ступінь зменшення тиску залежить від природи робочого тіла, його початкового стану, величини звуження каналу та швидкості руху газу.

Нехай на ділянці трубопроводу є звужений отвір (рис. 86).

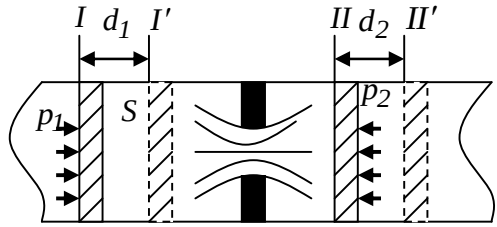


Рис. 86

Перерізи I і II у трубопроводі закриті невагомими поршнями з площею перерізу S, які можуть переміщатися без тертя. На перший поршень діє тиск p_1, а на другий поршень діє тиск p_2, причому $p_1 > p_2$. Припустимо, що трубопровід теплоізольований від навколишнього середовища, тому процес є адіабатним і $Q = 0$.

Під час переміщення одного моля газу крізь отвір перший поршень переміститься на відстань d_1 у положення I', а другий поршень переміститься на відстань d_2 у положення II'. Протискування газу крізь отвір потребує виконання роботи.

Ця робота дорівнює:

$$A_1 = -p_1 S d_1 = -p_1 V_{\mu 1}.$$

Знак мінус означає, що робота A_1 виконана над газом.

За отвором газ виконує роботу:

$$A_1 = p_2 S d_2 = p_2 V_{\mu 2}.$$

Повна робота, яку виконав газу:

$$A = -p_1 V_{\mu 1} + p_2 V_{\mu 2}.$$

Згідно з першим законом термодинаміки:

$$\left(U_{\mu 2} - U_{\mu 1}\right) + A = 0$$

тоді

$$U_{\mu 1} + p_1 V_{\mu 1} = U_{\mu 2} + p_2 V_{\mu 2}.$$

Оскільки сума внутрішньої енергії та добутку тиску на об'єм визначає ентальпію газу ($H = U + pV_{\mu}$), отримана рівність показує, що під час дроселювання ентальпія залишається сталою:

$$H_1 = H_2.$$

Проте слід зауважити, що безпосередньо в самих перерізах поблизу отвору процес є нерівноважним, тому там ентальпія не залишається сталою величиною.

Для ідеального газу як внутрішня енергія, так і добуток pV_{μ} залежать лише від температури, тому й ентальпія залежить лише від температури. Рівність ентальпій ідеального газу з обох боків перегородки одночасно означає і рівність температур.

Процес дроселювання *реального газу* супроводжується зміною температури газу, тому що внутрішня енергія і добуток pV_{μ} залежать не тільки від температури, а й від молярного об'єму, який займає газ.

Ефектом Джоуля-Томсона *називається явище зміни температури реального газу під час його адіабатного розширення шляхом дроселювання від одного сталого тиску до іншого*.

Залежно від початкового стану газу, його температура в цьому процесі може як знижуватися (позитивний ефект), так і підвищуватися (негативний ефект).

Зміна температури реального газу в процесі ефекту Джоуля-Томсона зумовлена тим, що під час розширення газу збільшується відстань між молекулами і, отже, виконується робота проти сил міжмолекулярного притягання. Оскільки процес адіабатний, ця робота виконується за рахунок внутрішньої енергії газу, внаслідок чого змінюється кінетична енергія теплового руху молекул, а отже, і температура газу.

Під час дроселювання помірно розріджених газів, стан яких описується рівнянням Ван-дер-Ваальса, справедливе таке співвідношення:

$$dT = \frac{1}{C_P}\left(\frac{2a}{RT} - b\right)dp\,.$$

Диференціальним ефектом Джоуля-Томсона α_H називають відношення диференціала температури до диференціала тиску під час дроселювання:

$$\alpha_H = \left(\frac{dT}{dp}\right)_H = \frac{1}{C_P}\left(\frac{2a}{RT} - b\right).$$

Інтегральним ефектом дроселювання називають сумарну зміну температури газу внаслідок його переходу від одного сталого тиску до іншого, що визначається шляхом інтегрування диференціального ефекту або описується як

відношення скінченної зміни температури до скінченної зміни тиску.

Із формули для α_H видно, що поки $\frac{2a}{RT} > b$ або $T < \frac{2a}{Rb}$, то $\alpha_H > 0$.

Оскільки під час дроселювання завжди $dp < 0$, а C_P завжди додатна, то $dT < 0$, тобто температура знижується.

При $T > \frac{2a}{bR}$ коефіцієнт $\alpha_H < 0$ і $dT > 0$.

Отже, для того самого газу в одній області температур коефіцієнт α_H може бути додатним, а в іншій – від'ємним.

Температурою інверсії $T_{\text{і}}$ називається характерна для кожного газу температура, за якої коефіцієнт α_H змінює свій знак. Вона визначається рівністю:

$$T_{\text{і}} = \frac{2a}{bR}.$$

Оскільки критична температура дорівнює $T_{\text{к}} = \frac{8a}{27bR}$, то можна знайти співвідношення між температурою інверсії і критичною температурою:

$$T_{\text{і}} = \frac{27}{4} T_{\text{к}} \approx 6{,}7\, T_{\text{к}}.$$

Більшість газів має досить високу температуру інверсії ($T_{\text{і}} = 873^{\circ}\text{К}$ і вище). У водню і гелію температура інверсії дорівнює відповідно $204{,}6^{\circ}\text{К}$ і 40°К.

У практиці дроселювання водяної пари ($T_{\text{і}} = 327{,}3^{\circ}\text{К}$) завжди відбувається за $T < T_{\text{і}}$, і температура водяної пари завжди знижується.

Джеймс Прескотт Джоуль *(1818–1889) – англійський фізик, який у 1852 році спільно з Вільямом Томсоном дослідив зміну температури реального газу під час його повільного протікання під тиском крізь пористу перегородку. Щоб проводити ці надточні вимірювання температури газу до і після перегородки, вченому довелося власноруч сконструювати термометри з унікальною на той час точністю до двох сотих градуса.*

Вільям Томсон (лорд Кельвін) *(1824–1907) – шотландський фізик, математик та інженер. У 1852 році він разом із Джеймсом Джоулем теоретично обґрунтував процес дроселювання, довівши сталість ентальпії системи у цьому незворотному процесі. Щоб кількісно описати температурні зміни газів, вчений вивів математичне співвідношення для диференціального ефекту, яке сьогодні визначає термодинамічний коефіцієнт Джоуля-Томсона.*

Томсон був вундеркіндом і офіційно став студентом університету Глазго у віці всього 10 років.

Ефект Джоуля-Томсона є основою сучасної криогенної техніки та промислового зрідження газів (*метод Лінде*). Оскільки під час дроселювання більшості газів за кімнатних температур їхня температура знижується ($\alpha_H > 0$), багаторазове повторення цього процесу у спеціальних

теплообмінниках дає змогу охолодити газ до температури його конденсації.

Карл фон Лінде *(1842–1934) – німецький інженер, професор та винахідник, який заклав науково-технічні основи кріогенної техніки. У 1895 році він створив першу промислову установку для безперервного отримання рідкого повітря на основі інтегрального ефекту Джоуля-Томсона*.

Особливу роль ефект відіграє у сучасній енергетиці та побуті.

- Зрідження природного газу: дроселювання використовують для транспортування метану у рідкому стані на спеціальних танкерах.

- Отримання рідкого кисню та азоту: зріджене за допомогою дроселя атмосферне повітря потім розділяють на чисті компоненти для медицини та металургії.

- Робота побутових холодильників і кондиціонерів: хоча в них відбувається не адіабатне розширення газу, а фазовий перехід (випаровування рідини), сам процес різкого падіння тиску на капілярній трубці або терморегулювальному вентилі є класичним прикладом технічного дроселювання.

Проте у нафтогазовій промисловості ефект Джоуля-Томсона може бути шкідливим. Під час видобутку газу з підземних свердловин високого тиску на гирлі арматури відбувається його різке розширення. Це спричиняє сильне охолодження газу, через що волога всередині нього замерзає, утворюючи газові гідрати (крижані корки), які

можуть повністю заблокувати трубопровід. Для запобігання цьому явищу газ перед дроселюванням штучно підігрівають або вводять у потік інгібітори гідратоутворення (наприклад, метанол).

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз процесів дроселювання газу та ефекту Джоуля-Томсона є критично важливим для забезпечення надійної роботи газорегуляторних пунктів, магістральних трубопроводів та побутових систем газопостачання. Оскільки більшість промислових та технічних газів є легкозаймистими, будь-які різкі зміни тиску супроводжуються серйозними техногенними ризиками та потребують впровадження комплексних заходів захисту. Розуміння ефекту Джоуля-Томсона дозволяє контролювати температурні зміни та ризики займання під час аварійного витоку газів через мікротріщини.

- *Фактори пожежної небезпеки за зниження тиску.* Основним ризиком під час дроселювання є виникнення аварійних витоків газу в місцях фланцевих з'єднань та клапанів. Стрімкий рух газового потоку крізь звуження може викликати накопичення небезпечних електростатичних зарядів та механічне іскріння. Крім того, за ефектом Джоуля-Томсона більшість газів під час розширення сильно охолоджуються. Це явище призводить до конденсації водяної пари та горючих домішок, а також утворення вибухонебезпечних сумішей, які за

умов недостатньої вентиляції швидко заповнюють об'єм приміщення.

- *Технічні засоби контролю та герметичності*. Для запобігання аваріям інженери проєктують системи безперервного моніторингу з установленням автоматичних сигналізаторів витоку газу. Проводиться регулярна технічна перевірка щільності клапанів. У разі виявлення найменшої розгерметизації або перевищення безпечних параметрів автоматика миттєво запускає клапани аварійного відключення подачі газу.

- *Захист від джерел запалювання та вентиляція*. Усі металеві деталі та корпуси дросельних пристроїв підлягають обов'язковому заземленню для повного виключення електростатичних розрядів. У таких приміщеннях використовують лише спеціальні вибухозахищені електроприлади, які не можуть створити іскру. Для видалення можливих скупчень газу проєктується потужна примусова аварійна вентиляція.

- *Комплексні системи гасіння та організаційні заходи.* Приміщення газорегуляторних станцій в обов'язковому порядку захищаються автоматичними системами водяного (або газового) пожежогасіння. Експлуатація такого обладнання вимагає регулярного інструктажу та навчання обслуговуючого персоналу. Працівники повинні знати чіткі алгоритми дій у разі виникнення раптових техногенних аварій.

Правильна інженерна експлуатація дросельних пристроїв та суворе дотримання профілактичних

правил дозволяють повністю нейтралізувати ризик виникнення вибуху на виробництві.

§54. Загальна характеристика рідкого стану речовини

Рідина є дуже цікавим і найменш вивченим агрегатним станом речовини. Вона посідає середнє положення між газом, складові частини якого розміщені в об'ємі повністю невпорядковано і з дуже малими силами взаємодії, та твердим тілом, що характеризується певним порядком у розміщенні частинок і їхньою інтенсивною взаємодією. Рідинам притаманна велика невпорядкованість у просторовому розподілі частинок за умови їхньої значної взаємодії.

Наукові дослідження доводять, що за своєю структурою рідини значно ближчі до твердих тіл, ніж до газів, оскільки відстані між молекулами в них майже однакові.

За низьких температур рідина кристалізується, тобто переходить у твердий стан. Нижче від температури кристалізації рідина не може перебувати в рівновазі з твердою фазою.

За високих температур рідина обмежена її переходом у газоподібний стан. Для кожної речовини існує певна критична температура, вище якої вона не може перебувати в рівновазі зі своєю парою за жодного тиску.

Сучасна теорія розглядає рідину як систему, що складається з багатьох частинок, які взаємодіють

між собою. Основне завдання теорії полягає в тому, щоб вивести рівняння стану рідин і вивчити їхні властивості. Для цього треба знати структуру рідин і природу сил міжмолекулярної взаємодії у різних рідинах.

Структура і фізичні властивості рідини залежать від хімічної індивідуальності частинок, які її складають, а також від характеру сил міжмолекулярного зв'язку.

З огляду на ці фактори рідини поділяють на *прості* та *складні*.

До *простих рідин* належать зріднені інертні гази, розплавлені метали, а також деякі багатоатомні рідини, які складаються з неполярних молекул. *Прості рідини характеризуються ненапрямленим (металічним або ван-дер-ваальсівським) міжмолекулярним зв'язком*.

До *складних рідин* належать розплавлені багатокомпонентні напівпровідникові сполуки, які зберігають свої напівпровідникові властивості в рідкому стані, а також речовини з полярними молекулами. *Складні рідини характеризуються вираженим напрямленим (ковалентним або іонним) міжмолекулярним зв'язком*.

Типовою *складною рідиною* є вода, в якій міжмолекулярне притягання реалізується в основному через напрямлені міжмолекулярні сили, а саме завдяки водневим зв'язкам між молекулами.

Характер теплового руху молекул чи атомів рідини істотно відрізняється від руху частинок

твердого тіла чи газу. *Тепловий рух молекул рідини характеризується нерегулярними коливаннями біля положень рівноваги, які з часом змінюються*.

Глибоке фізичне обґрунтування цього процесу дає *кінетична теорія рідин Френкеля*, згідно з якою кожна молекула здійснює коливання навколо одного тимчасового центра рівноваги протягом певного періоду, який називають *часом «осілого життя»* $<\tau>$. Цей час є надзвичайно малим, після чого молекула стрибкоподібно змінює своє положення.

Яків Ілліч Френкель *(1894–1952) – фізик-теоретик, який створив сучасну молекулярно-кінетичну теорію рідкого стану речовини. У 1926 році вчений розробив унікальний активаційний метод перестрибування молекул, який сьогодні в усьому світі описують через концепцію часу осілого життя частинок. Також вчений вперше в історії науки обґрунтував, що для здійснення стрибка з одного положення рівноваги в інше кожна молекула повинна отримати додаткову енергію активації для розсування сусідніх частинок рідини.*

Експериментальні дані показують, що для води за кімнатної температури середній період самих коливань τ_0 молекули біля положення рівноваги становить $\approx 1{,}4 \cdot 10^{-12}$ с, тоді як час її «осілого життя» складає в середньому $<\tau> \approx 10^{-10}$ с. Порівняння цих числових значень показує, що перед своїм наступним стрибком на нове місце молекула води встигає здійснити близько сотні швидких коливань навколо поточного центра рівноваги.

Перестрибування молекул із одного положення рівноваги в інше відбувається однаково в усіх напрямках. Під дією довільної зовнішньої сили такі переміщення частинок відбуваються здебільшого в напрямку дії цієї сили, що й зумовлює плинність рідини. Завдяки таким тепловим стрибкам здійснюється поступальне дифузійне перенесення речовини в об'ємі рідини.

Положення рівноваги молекули змінюється стрибком на відстань, що дорівнює ***середній відстані*** $<\delta>$ ***між сусідніми молекулами***, яку можна розрахувати за формулою:

$$<\delta>=\sqrt[3]{\frac{1}{n}}=\sqrt[3]{\frac{\mu}{N_{\text{A}}\rho}},$$

де n – кількість молекул в одиниці об’єму;

ρ – густина рідини;

μ – молярна маса рідини.

Як приклад, для води середня відстань між молекулами становить $<\delta>\approx 3\cdot 10^{-10}$ м. Оскільки лінійний розмір самої молекули води дорівнює приблизно $2{,}8\cdot 10^{-10}$ м, цей розрахунок наочно доводить, що в рідинах частинки розташовані майже впритул одна до одної.

Середній час «осілого» життя молекул, який залежить від температури та природи рідини, також називають *часом релаксації*.

Здатність частинок рідини переміщатися в просторі шляхом таких стрибків визначає

їхню *рухливість, яка є обернено пропорційною до часу релаксації*.

Із зростанням температури час релаксації надзвичайно швидко зменшується, що зумовлює зростання рухливості молекул рідини та, як наслідок, зниження її в'язкості. Із зниженням температури час релаксації стрімко зростає, внаслідок чого рухливість молекул зменшується, а в'язкість рідини збільшується.

Для того щоб молекула рідини перестрибнула з одного тимчасового положення в інше, вона повинна порушити зв'язок із сусідніми молекулами. Таке перестрибування відбувається завдяки випадковому підвищенню енергії теплового руху окремих молекул внаслідок передачі їм цієї енергії іншими молекулами.

Енергією активації *називається мінімальна енергія* W*, яка потрібна для переміщення молекули в нове тимчасове положення рівноваги*.

Час релаксації визначається за такою формулою:

$$< \tau > = \tau_0 \exp\left(\frac{W}{kT}\right),$$

де τ_0 – середній період коливань молекули біля її положення рівноваги;

W – енергія активації молекули;

k – стала Больцмана;

T – абсолютна температура рідини.

Ця формула дає змогу пояснити двоїстий характер властивостей рідин щодо дії на них зовнішніх сил.

Якщо тривалість дії зовнішньої сили $t >> < \tau >$, то частинки рідини зміщуються переважно в напрямку цієї сили і рідина виявляє властивості текучості.

Якщо $t << < \tau >$, то за час дії сили частинки рідини не встигають змінити своє положення рівноваги і рідина поводить себе як пружне середовище, що чинить опір зміні не тільки його об'єму, а й форми.

За час $< \tau >$ молекула переміщується в середньому на відстань $< \delta >$. Тому ***середня швидкість переміщення молекул*** визначається за такою формулою:

$$< \upsilon > = \frac{< \delta >}{< \tau >} = \frac{< \delta >}{\tau_0} \exp\left(- \frac{W}{kT} \right).$$

Цікаво, що ця *середня швидкість характеризує саме швидкість поступального, дифузійного перенесення речовини, яка є відносно малою*. Водночас *миттєва швидкість теплового коливання* молекули біля її тимчасового положення рівноваги є величезною і за кімнатних температур досягає кількох сотень метрів за секунду, що за порядком величини є близьким до швидкості звуку в повітрі.

Для порівняння масштабів цієї малої швидкості поступального руху можна зауважити, що для води за кімнатної температури вона приблизно в 20 разів менша, ніж середня швидкість молекул водяної пари за тієї самої температури.

Внутрішню будову речовин у різних станах досліджують за допомогою дифракції рентгенівських променів. Наприклад, на рентгенограмі рідкого бензолу вчені виявили чіткі дифракційні максимуми. Вони виникають завдяки впорядкованому розташуванню молекул. Проте, на відміну від кристалів, які дають на знімках гострі крапки, рентгенограми рідин містять розмиті дифузні кільця, відомі як гало. Цей метод довів, що поблизу кожної молекули рідини існує певний порядок у розташуванні сусідніх частинок, який нагадує структуру твердого тіла. Така правильна структура зберігається лише на малих відстанях, що дорівнюють декільком діаметрам молекул.

У зв'язку з цим кажуть, що *в рідинах існує близький порядок*. Отже, *близький порядок являє собою своєрідну регулярність у відносному розміщенні молекул рідини або їхній взаємній орієнтації (якщо молекули складаються з кількох атомів), яка розмивається з віддаленням від розглядуваної («центральної») молекули.*

У кристалах порядок у розміщенні молекул називається *далеким*, тому що цей порядок зберігається по всьому об'єму кристала. Наявність далекого порядку забезпечує стабільність форми кристала, тоді як локальний характер близького порядку в рідинах дає їхнім частинкам свободу переміщення, що й зумовлює їхню макроскопічну плинність. Саме така щільна мікроструктура та особливості теплового руху молекул безпосередньо

визначають реакцію рідини на зміну зовнішнього тиску та температури.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки вивчення властивостей рідкого стану речовини є основою для класифікації паливних матеріалів, оцінки пожежних ризиків на виробництві та вибору ефективних засобів гасіння. Фізичні особливості рідин, такі як плинність, здатність до випаровування та утворення горючих парів, безпосередньо визначають динаміку розвитку надзвичайних ситуацій. Розуміння цих параметрів дозволяє інженерам розробляти надійні системи захисту промислових та цивільних об'єктів.

-*Розподіл рідин на класи за рівнем небезпеки*. З погляду пожежної безпеки всі рідини поділяють на горючі, які здатні інтенсивно горіти після займання від зовнішнього джерела, та негорючі. До горючих речовин належать автомобільні бензини, спирти та ацетон. До негорючих систем відносять воду. Окрему групу складають вибухонебезпечні рідини, пари яких здатні утворювати з повітрям вибухонебезпечні суміші.

- *Критичні показники пожежної небезпеки*. Основним інженерним параметром для рідин є температура спалаху. Вона визначає мінімальну температуру, за якої над поверхнею рідини формується хмара горючої пари, здатна спалахнути від джерела запалювання. Також розраховується температура самозаймання, коли речовина спалахує

без прямого джерела вогню. Для оцінки вибухонебезпечності фахівці обчислюють граничні концентрації парів у повітрі приміщення.

- *Класифікація за стандартами України*. На основі температури спалаху в закритому тиглі відповідно до вимог Правил пожежної безпеки в Україні всі горючі рідини чітко розділені на дві великі групи. До першої групи належать легкозаймисті рідини (ЛЗР), температура спалаху яких не перевищує $61^{\circ}C$, наприклад, ацетон, бензин чи дизельне пальне. Другу групу складають горючі рідини (ГР), які мають температуру спалаху вище $61^{\circ}C$, до яких відносять мазут та мастила. Ці параметри є визначальними під час визначення категорій приміщень і будівель за вибухопожежною та пожежною небезпекою згідно з ДСТУ В.1.1-36:2016.

- *Головні джерела та причини займання*. Найчастіше спалах парів відбувається через випадкове іскріння, відкрите полум'я або електричні розряди. Також небезпеку становить термічний перегрів поверхонь обладнання. Під час тривалого зберігання рідин у закритих резервуарах чи місткостях без штучної вентиляції може відбутися їхнє хімічне чи теплове самозаймання.

- *Комплекс інженерно-профілактичних заходів*. Усі горючі рідини дозволено зберігати лише у спеціально обладнаних місцях у герметичних резервуарах. Інженери обов'язково проєктують потужну вентиляцію для видалення шкідливих випарів. На об'єктах встановлюють автоматичні

датчики виявлення горючих газів та використовують виключно вибухозахищене електрообладнання.

- *Вибір ефективних засобів ліквідації вогню*. Найкращим засобом для гасіння горючих рідин вважається повітряно-механічна піна. Вона створює на поверхні міцний ізолювальний шар і перекриває доступ кисню. Для ліквідації невеликих осередків використовують вуглекислотні або порошкові вогнегасники. Звичайну воду для гасіння більшості горючих рідин використовувати суворо заборонено. Вода має більшу густину, тому вона опускається на дно, викликаючи небезпечне розбризкування та стрімке поширення палаючої рідини у просторі.

Правильна інженерна експлуатація дросельних пристроїв та суворе дотримання профілактичних правил дозволяють повністю нейтралізувати ризик виникнення вибуху на виробництві.

§55. Стисливість рідин. Теплове розширення рідин.

Стисливістю називається властивість рідини змінювати свій об'єм у разі зміни тиску.

Оскільки молекули в рідкому стані розташовані на відстанях, які є близькими до їхніх лінійних розмірів, стисливість рідин є надзвичайно малою.

Наприклад, у найглибшій точці планети, Маріанській западині, гідростатичний тиск на дні сягає близько 1100 атмосфер. Під дією такого високого тиску шар води заввишки 11 кілометрів стискається всього на $4-5\%$ від свого початкового об'єму.

Математично *стисливість визначається частинною похідною, яка характеризує швидкість зміни об'єму із збільшенням тиску за сталої температури.*

Ізотермічним коефіцієнтом стисливості *називається відношення* $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ *до об'єму* V *:*

$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T .$$

Одиницею вимірювання ізотермічного коефіцієнта стисливості в Міжнародній системі одиниць СІ є паскаль у мінус першому степені: $[\chi_T] = \text{Па}^{-1}$.

Знак мінус у цій формулі потрібен для того, щоб коефіцієнт χ_T був додатним, оскільки частинна похідна $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ завжди є від'ємною величиною.

Мала величина цієї похідної чітко відображається на теоретичній ізотермі Ван-дер-Ваальса, детальний аналіз якої було проведено у параграфі §52 (див. Рис. 83). Стрімка ліва гілка кривої на ділянці $5-6-7$, яка відповідає рідкому стану речовини, є дуже крутою. Такий профіль графіка свідчить про те, що для незначної зміни об'єму рідини потрібне дуже велике збільшення тиску.

Коефіцієнт стисливості для більшості рідин лежить у межах від $10^{-10}-10^{-9}\,\text{Па}^{-1}$, а для води за

кімнатної температури цей показник становить $\chi_{T_{\text{вод}}} = 4{,}53 \cdot 10^{-10}\,\text{Па}^{-1}$.

Ізотермічний коефіцієнт стисливості залежить від тиску, зменшуючись із зростанням останнього. Під час стискання рідини зменшується відстань між її частинками і збільшуються сили відштовхування між ними, що уповільнює дальше зближення частинок. Якщо за звичайних тисків стисливість різних рідин може дуже відрізнятися одна від одної, то *за умови дії дуже великих тисків цей показник для всіх рідин стає майже однаковим*.

Із зростанням температури коефіцієнт стисливості рідин збільшується. Внаслідок теплового розширення під час нагрівання об'єм рідини зростає, що призводить до збільшення відстані між молекулами, послаблення сил відштовхування та полегшення процесу стискання.

Із зниженням температури коефіцієнт стисливості зменшується, оскільки через теплове стискання відстані між молекулами скорочуються, сили відштовхування різко зростають і процес подальшого стискання речовини ускладнюється.

Сукупність дослідних даних дала можливість вивести таку емпіричну формулу для коефіцієнта стисливості рідини:

$$\chi = \frac{A}{V_\mu (p + p')},$$

де A – деяка функція, що зростає з температурою;

p – зовнішній тиск;

p' – внутрішній тиск, зумовлений силами міжмолекулярного притягання Ван-дер-Ваальса за температури T.

Ця формула показує, що коефіцієнт стисливості зростає з підвищенням температури і зменшується із збільшенням тиску, що повністю узгоджується з експериментальними даними та описаними вище закономірностями.

Тепловим розширенням *називається властивість рідини змінювати свій об'єм за зміни температури*.

Швидкість зміни об'єму під час нагрівання, якщо тиск залишається сталим, характеризується частинною похідною $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$.

Температурним коефіцієнтом об'ємного розширення *називається відношення* $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ *до об'єму* V:

$$\beta_p = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

Одиницею вимірювання температурного коефіцієнта об'ємного розширення в Міжнародній системі одиниць СІ є кельвін в мінус першому степені: $[\beta_p] = \text{К}^{-1}$.

Коефіцієнт β_p *зменшується із підвищенням тиску, а із зростанням температури цей показник*

збільшується. Із зниженням температури коефіцієнт об'ємного розширення рідин зменшується.

Як приклад, для води за температури $15^{\circ}\mathrm{C}$ він становить $\beta_p = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$, тоді як за $90^{\circ}\mathrm{C}$ дорівнює $\beta_p = 7 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$.

Проте *вода має унікальну теплофізичну аномалію*: у діапазоні від $0^{\circ}\mathrm{C}$ до $4^{\circ}\mathrm{C}$ її коефіцієнт розширення стає від'ємним. Це означає, що під час нагрівання в цих межах вода не розширюється, а стискається, досягаючи своєї найбільшої густини рівно за $4^{\circ}\mathrm{C}$.

Частинна похідна $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ *характеризує теплове напруження або інтенсивність зміни тиску при зміні температури.*

Термічним коефіцієнтом тиску *називається відношення* $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ *до тиску* p*:*

$$\gamma_V = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V .$$

Одиницею вимірювання термічного коефіцієнта тиску в Міжнародній системі одиниць СІ є кельвін в мінус першому степені: $[\gamma_V] = \mathrm{K}^{-1}$.

Зв'язок між коефіцієнтами ізотермічної стисливості, теплового об'ємного розширення і термічним коефіцієнтом тиску визначається за такою термодинамічною формулою:

$$\gamma_V = \frac{1}{p}\frac{\beta_p}{\chi_T},$$

де p – початковий тиск рідини.

Знання цих трьох взаємопов'язаних коефіцієнтів дає змогу повністю розрахувати термодинамічну поведінку рідини в будь-яких макроскопічних процесах, а також відкриває шлях до вивчення внутрішніх енергетичних перетворень та теплоємності рідких систем.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки врахування низької стисливості рідин та їхнього теплового розширення є критично важливим для безпечного проєктування складів нафтопродуктів і паливних систем автомобілів. Практичне використання законів стисливості та розширення рідин дозволяє розраховувати параметри безпечного заповнення цистерн та проєктувати компенсатори тиску.

- *Гідравлічний ризик руйнування та вибуху резервуарів*. Реальні рідини мають надзвичайно низьку стисливість, але при цьому характеризуються високим коефіцієнтом об'ємного термічного розширення. Під час аварійного нагрівання від полум'я пожежі рідина всередині закритої резервуару починає стрімко збільшуватися в об'ємі. Через неможливість стиснення вона чинить надлишковий механічний тиск на стінки. Це явище призводить до миттєвого руйнування стінок резервуара, масштабного витоку пального та потужного фізичного вибуху, який у пожежній

інженерії класифікують як вибух парів рідини, що закипає в разі розгерметизації.

- *Інтенсивне утворення горючих парів у разі нагрівання*. Підвищення температури рідкого палива завжди супроводжується прискоренням процесів його випаровування. Зростання концентрації горючих парів над поверхнею створює вибухонебезпечну газопароповітряну суміш. Така хмара здатна миттєво спалахнути від найменшої електричної або фрикційної іскри.

- *Інженерні вимоги до безпечного зберігання рідин.* Для нейтралізації загрози термічного розширення всі промислові резервуари проєктують із урахуванням захисних параметрів. Під час заповнення цистерн паливом інженери завжди залишають вільний технологічний простір (зазвичай близько $5-7\%$ від загального об'єму) для безпечного розширення рідини. Обладнання обов'язково оснащують дихальними клапанами, вентиляційними отворами та спеціальними компенсаторами внутрішнього тиску.

- *Суворий температурний контроль технологічних процесів*. Уникнення перегрівання рідин є базовим правилом безпеки на хімічних підприємствах. Особливу небезпеку становить підвищення температури у замкнених просторах та трубопроводах. Для запобігання аваріям системи автоматики комплектують датчиками безперервного моніторингу температури, які автоматично зупиняють роботу насосів у разі перевищення встановлених безпечних меж.

§56. Теплоємність рідин

Підведення теплоти до рідини зумовлює зміну енергії хаотичного руху та взаємодії її частинок, що безпосередньо впливає на стан молекулярної структури і призводить до відповідного підвищення температури речовини.

Кількісною мірою такої здатності рідини поглинати теплову енергію під час нагрівання є теплоємність, яку на практиці розраховують для одного кілограма або для одного моля речовини.

Питомою теплоємністю рідини *c називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати одиниці маси цієї рідини, щоб змінити її температуру на один кельвін:*

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Одиницею вимірювання питомої теплоємності в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на кілограм-кельвін: $[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Молярною теплоємністю рідини *C називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати одному молю цієї рідини, щоб змінити її температуру на один кельвін:*

$$C = \frac{\delta Q}{\nu dT}.$$

Одиницею вимірювання молярної теплоємності в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на моль- кельвін: $[C]=\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$.

Незважаючи на простоту практичних розрахунків, теоретичне обґрунтування теплових властивостей рідкого стану речовини є одним із найскладніших завдань сучасної молекулярної фізики.

На жаль, дотепер повна теорія теплоємності рідин ще не створена. Математичні та фізичні моделі, які успішно описують теплоємність газів чи твердих тіл, не можна застосувати до рідкого стану через його специфічну молекулярну будову.

Досліджувати теплоємність рідин потрібно на основі того, що їхня внутрішня енергія завжди складається із суми кінетичної енергії теплового руху та потенціальної енергії міжмолекулярної взаємодії, що також властиво реальним газам та твердим тілам. Проте, на відміну від розріджених газів, у рідинах потенціальна енергія притягання та відштовхування частинок грає визначальну роль через їхнє надзвичайно щільне розташування.

Оскільки потенціальна енергія взаємодії молекул безпосередньо залежить від відстаней між ними, зміна об'єму рідини під час нагрівання суттєво впливає на загальний тепловий баланс речовини.

За аналогією з газами, для рідин також необхідно розрізняти ізобарну C_p та ізохорну C_V теплоємності. Проте для рідкого стану різниця між

цими величинами не дорівнює універсальній газовій сталій R.

Як приклад, для води за температури близько $0^{\circ}\mathrm{C}$ ізобарна теплоємність дорівнює $C_p = 75{,}84\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$, а ізохорна дорівнює $C_V = 75{,}79\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$. Отже, їхня різниця складає всього $0{,}05\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$.

Таке мізерне розходження пояснюється тим, що під час нагрівання об'єм рідини змінюється вкрай мало, через що виконувана нею термодинамічна робота є практично непомітною.

Як і в газах, для рідкого стану ця різниця частково визначається роботою розширення одного моля речовини під час її нагрівання на один градус. Проте в рідинах необхідно додатково враховувати роботу проти внутрішніх сил міжмолекулярного притягання, що відображається через значення коефіцієнта об’ємного теплового розширення у такій формулі:

$$C_p - C_V = \frac{T\beta_p{}^2 V_\mu}{\chi_T},$$

де T – абсолютна температура рідини;

β_p – температурний коефіцієнт об’ємного розширення;

V_μ – молярний об’єм рідини;

χ_T – коефіцієнт ізотермічної стисливості.

Зазначене термодинамічне співвідношення описує загальні макроскопічні параметри рідкого стану речовини, проте для повного розуміння внутрішніх процесів необхідно враховувати конкретні особливості молекулярної будови кожної окремої речовини.

Теплоємність рідин залежить від кількості атомів, які входять до складу молекули. Із збільшенням кількості атомів теплоємність речовини закономірно зростає.

Згідно із законом Больцмана, підведене тепло рівномірно розподіляється між усіма можливими типами руху частинок. У складних багатоатомних молекулах енергія витрачається не лише на поступальний чи обертальний рух всієї молекули як єдиного цілого, а й на внутрішні коливання самих атомів один відносно одного, що потребує значно більшої кількості теплоти для підвищення температури речовини на один кельвін.

Окрім хімічного складу та кількості атомів у молекулі, на *величину теплоємності рідин суттєво впливає зміна температури речовини*.

Для *органічних рідин доведено, що ізобарна теплоємність* C_p *з підвищенням температури лінійно зростає*:

$$C_p = a + bt\,.$$

Водночас деякі вчені припускають, що *між теплоємністю та температурою існує не лінійна, а квадратична залежність*:

$$C_p = a + bt + dt^2 .$$

Досліди також доводять, що *теплоємність одноатомних рідин з підвищенням температури* не зростає, як це відбувається для органічних речовин, а з*меншується*.

Особливий характер температурної залежності притаманний воді. Із підвищенням температури її теплоємність спочатку зменшується, проходить через чіткий мінімум за температури близько 35°C, після чого починає закономірно зростати (рис. 87).

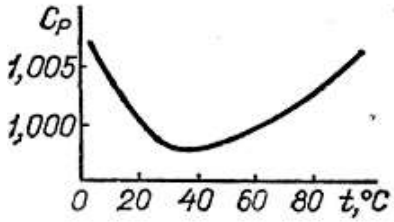


Рис. 87

Зменшення ізобарної теплоємності C_p води під час нагрівання до температури 35°C зумовлене поступовим розривом водневих зв'язків. Наступне збільшення C_p виникає через інтенсивний розпад великих молекулярних комплексів, які являють собою групи молекул, взаємопов'язаних силами притягання, на дрібніші структурні фрагменти.

Термодинамічні особливості рідкого стану речовини виявляються не лише під час температурних коливань усередині самого

середовища, а й під час порівняння властивостей різних фазових станів речовини.

Аналіз експериментальних результатів дозволяє зробити висновок про те, що *між теплоємністю рідини і її пари існує чітка математична залежність*:

$$C_p^{\text{рід}} = \frac{3}{2} C_p^{\text{пар}}.$$

Поряд із температурним чинником та агрегатним станом речовини, суттєвий вплив на характер теплового руху молекул чинить також механічне стискання системи.

Дослідження теплоємності залежно від зовнішнього тиску свідчать, що в разі збільшення тиску теплоємність рідин зменшується і в діапазоні від 2000 до 3000 атмосфер досягає свого мінімуму.

За подальшого підвищення тиску ця величина зростає, але навіть у разі стискання до 12000 атмосфер не досягає свого початкового значення.

У тих рідинах, у яких із підвищенням тиску зростає коефіцієнт об'ємного розширення, теплоємність також збільшується.

Відсутність завершеної теорії рідкого стану не заважає його вивченню, адже сучасна теплофізика успішно використовує надійні емпіричні закономірності. Експериментальні формули та графіки аномалій дозволяють з високою точністю описувати теплові властивості рідин у технологічних процесах. Парадокс рідкого стану, який дивовижним чином поєднує в собі риси

хаотичного руху газів та впорядкованої структури кристалів, залишається відкритим фундаментальним викликом для майбутніх поколінь дослідників.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки теплоємність рідин є однією з головних фізичних характеристик для оцінки їхньої термодинамічної поведінки під час нагрівання. Величина теплоємності безпосередньо визначає швидкість прогріву рідкого палива та впливає на рівень загальної пожежної небезпеки речовини. Знання цієї властивості дозволяє фахівцям точно спрогнозувати час, який залишається до моменту займання матеріалів, та вжити належних профілактичних заходів захисту під час проєктування об'єктів.

- *Аналіз швидкості термічного нагрівання палива.* Рідини з низькою питомою теплоємністю потребують значно меншої кількості теплоти, щоб підвищити власну температуру. Внаслідок впливу теплового потоку від полум'я вони нагріваються до критичної точки займання надзвичайно швидко. Це явище суттєво підвищує ризик виникнення масштабної пожежі на промислових підприємствах.

- *Взаємозв'язок теплоємності та температури спалаху*. Для оцінки загрози інженери розраховують температуру спалаху, яка визначає мінімальну температурну межу, коли рідина починає інтенсивно виділяти достатню кількість парів для утворення горючої суміші з повітрям. Поєднання низької

теплоємності та низької температури спалаху робить речовину максимально небезпечною, тому такі системи потребують суворого контролю умов зберігання.

- *Термодинамічне обґрунтування параметрів пожежогасіння*. Знання високої теплоємності рідин є основою для розрахунку ефективності засобів гасіння. Звичайна вода має найвищу серед усіх вогнегасних речовин питому теплоємність, тому її використовують як головну основу для створення вогнегасних пінних розчинів. Під час подачі піни на рідину, що горить, водна основа поглинає велику кількість теплової енергії. Це забезпечує інтенсивне охолодження зони горіння та допомагає швидко припинити хімічну реакцію.

§57. Дифузія в рідинах

У рідинах, як і в газах, у разі порушення просторової однорідності густини речовини виникає дифузія. У рідкому стані молекули коливаються навколо тимчасових положень рівноваги та здатні періодично змінювати ці положення, здійснюючи стрибки у сусідні вільні місця. Через високу густину речовини дифузія в рідинах відбувається значно повільніше, ніж у газах, проте набагато швидше, ніж у твердих тілах.

Для глибокого розуміння кінетичних явищ у рідкому середовищі необхідно розрізняти *класичну дифузію*, що відбувається між різними хімічними речовинами, та *самодифузію*.

Надалі ми зосередимо увагу саме на явищі самодифузії, яке відображає внутрішній тепловий рух у чистих рідинах.

Самодифузією *називається процес самовільного переміщення молекул рідини серед однорідних із ними молекул, який не призводить до зміни хімічного складу середовища*.

Під час самодифузійного процесу молекула, що переміщується, повинна мати надлишок енергії, достатній для подолання потенціального бар'єра та руйнування зв'язків із сусідніми молекулами. Таку мінімальну енергію у молекулярній фізиці називають енергією активації стрибка. Крім того, дифузійний процес у рідинах характеризується груповими переходами молекул з одних положень рівноваги в інші, коли ціла група сусідніх молекул одночасно зміщується, звільняючи простір для руху.

Коефіцієнт самодифузії у хімічно однорідній рідині визначається за такою термодинамічною формулою:

$$D_{\text{с}} = \frac{1}{6} < \upsilon >< l >,$$

де $< \delta >$ – середня відстань між сусідніми молекулами, на яку перестрибують молекули рідини в разі зміни свого оточення;

$< \upsilon >$ – середня швидкість переміщення молекул з одного положення в інше.

Протягом середнього часу осілого життя $< \tau >$ молекула переміщується в середньому на відстань $< \delta >$. З урахуванням цього середня швидкість

переміщення молекул визначається за такою експоненціальною формулою:

$$<\upsilon> = \frac{<\delta>}{<\tau>} = \frac{<\delta>}{\tau_0} \exp\left(-\frac{W}{kT}\right).$$

де τ_0 – середній період коливань молекули біля її положення рівноваги;

W – енергія активації молекули;

k – стала Больцмана;

T – абсолютна температура рідини.

Після підстановки виразу для середньої швидкості у загальне рівняння ***коефіцієнт самодифузії рідини*** набуває такого кінцевого вигляду:

$$D_{\text{с}} = D_0 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right),$$

де $D_0 = \frac{<\delta>^2}{6\,\tau_0}$ – передекспоненціальний множник, який визначає граничне значення коефіцієнта самодифузії.

Одиницею вимірювання коефіцієнта самодифузії (дифузії) в Міжнародній системі одиниць СІ є квадратний метр за секунду: $[D_{\text{с}}] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Як приклад, для води за кімнатної температури коефіцієнт самодифузії становить $D_{\text{с}} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-9}\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Коефіцієнт самодифузії швидко зростає в разі підвищення температури середовища, що викликається скороченням часу релаксації і

збільшенням середньої відстані між сусідніми частинками. З наближенням термічного стану рідини до критичної точки цей показник стає близьким до величини, характерної для газової фази речовини.

Сучасна молекулярна фізика інтенсивно розвиває уявлення про безактиваційну флуктуаційну природу дифузійних процесів. Суть цього підходу полягає в тому, що молекули в ході теплового зміщення здатні переміщатися на відстані, які можуть бути як меншими, так і значно більшими за середні міжатомні проміжки. Це означає, що за умови такого безперервного руху повністю зникає енергетична різниця між основним та активованим станами молекули.

Безактиваційна модель дифузії дає не експоненціальну залежність коефіцієнта самодифузії від температури, а описує її за допомогою степеневої функції такого вигляду:

$$D_{\text{c}} = bT^2.$$

Для багатьох речовин, особливо для рідких металів, ця квадратична залежність виконується досить добре.

Паралельно з мікроскопічними моделями, для опису кінетичних властивостей рідин активно застосовують макроскопічний підхід.

Експериментальні та теоретичні дослідження в межах цього напряму дозволяють зробити висновок про те, що *дифузія в рідинах* безпосередньо *зумовлена їхнім внутрішнім тертям*. На основі таких гідродинамічних уявлень було виведено

співвідношення Стокса - Айнштайна, яке пов'язує *самодифузію з динамічною в'язкістю середовища*:

$$D_c = \frac{kT}{6\pi\eta r},$$

де η – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини;

r – радіус молекули.

Для багатьох рідин це співвідношення дає значення, які задовільно збігаються з експериментальними даними.

Джордж Габрієль Стокс *(1819–1903) – британський математик і фізик, який заклав фундаментальні математичні основи сучасної гідродинаміки та теорії в'язкого тертя рідин. У 1851 році у своїх наукових працях він сформулював закон, що описує силу опору під час руху мікроскопічних сферичних тіл у в'язкому середовищі.*

Альберт Айнштайн *(1879–1955) – німецький фізик-теоретик, який заклав концептуальні основи статистичної термодинаміки та квантової теорії. У 1905 році у своїй фундаментальній праці з кінетичної теорії тепла він сформулював закон, що описує дифузійне перенесення частинок у рідкому середовищі під дією теплових флуктуацій.*

Окрім температурного чинника, на швидкість дифузійного перенесення суттєво впливає зміна зовнішнього тиску. *Із підвищенням тиску коефіцієнт дифузії в рідинах закономірно зменшується*. Така закономірність зумовлена стисканням вільного об'єму рідини, який являє собою сукупність мікроскопічних порожнеч між молекулами. Зменшення цих порожнеч

призводить до стрімкого зростання енергії активації. Внаслідок сильного механічного стискання молекулам стає значно важче подолати сили відштовхування сусідніх частинок для здійснення дифузійного стрибка.

Отримані залежності наочно демонструють, що дифузійне перенесення в рідинах є результатом складної термодинамічної протидії між тепловим рухом молекул та силами їхнього внутрішнього зчеплення. Хоча мікроскопічна картина цих стрибків залишається об'єктом наукових дискусій, виведені математичні закономірності дають змогу з високою точністю описувати кінетичні властивості рідких систем на практиці.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз процесів дифузії в рідинах та їхніх парах є необхідним для прогнозування швидкості поширення легкозаймистих речовин і розрахунку систем аварійної вентиляції. Розрахунок дифузійних потоків дозволяє інженерам заздалегідь оцінити параметри формування вибухонебезпечного середовища в будівлях та спорудах.

- *Вплив внутрішньорідинної дифузії на процеси горіння*. Дифузія всередині рідкої фази визначає швидкість змішування різних паливних компонентів або вогнегасних розчинів. Наприклад, в разі потрапляння спирту, що здатний горіти, у воду молекули речовин починають взаємно проникати

одна в одну. Цей процес поступово знижує концентрацію спирту і призводить до втрати його здатності до займання. Такі закономірності обов'язково враховують під час аналізу умов зберігання хімічних речовин.

- *Формування вибухонебезпечних пароповітряних сумішей*. Під час випадкового розливання легкозаймистих рідин починається їхнє інтенсивне випаровування. Горючі випари швидко дифундують у повітрі й поширюються об'ємом приміщення навіть за повної відсутності протягів чи явного руху повітряних мас. Якщо в зоні накопичення цієї газової суміші з'явиться будь-яке джерело запалювання, відбудеться миттєвий спалах або руйнівний вибух із утворенням вибухової хвилі.

- *Інженерно-технічні заходи протипожежного захисту*. Для повного припинення дифузії горючих парів у повітря робочої зони всі легкозаймисті рідини дозволено зберігати лише в герметичних балонах чи резервуарах. Фахівці обов'язково проєктують ефективну вентиляцію для постійного відведення небезпечних скупчень газу. Важливим заходом є безперервний контроль температурного режиму на складах, що дозволяє мінімізувати випаровування палива.

- *Контроль середовища та захист від джерел запалювання*. На об'єктах промисловості інженери монтують автоматичні газоаналізатори для раннього виявлення небезпечних концентрацій пари. Щоб уникнути термічного ініціювання середовища від

випадкової іскри, у зонах можливої дифузії використовують лише спеціальні захищені електроприлади, які не можуть створити джерело вогню. Персонал підприємств регулярно проходить детальні інструктажі для вивчення алгоритмів дій в разі виникнення аварій.

§58. Теплопровідність рідин

Теоретичний апарат і макроскопічні закономірності опису теплопровідності в рідинах базуються на загальних термодинамічних положеннях, які раніше були детально розглянуті для газів. Оскільки загальний макроскопічний механізм поширення енергії є універсальним для суцільних середовищ, базові рівняння та характеристики перенесення зберігають свій математичний вигляд і для рідин.

Теплопровідністю *називається процес перенесення кінетичної енергії теплового руху від більш нагрітих ділянок рідини до менш нагрітих, що в підсумку призводить до закономірного вирівнювання температури в усьому її об'ємі.*

Кількість теплоти Q_t, *що переноситься завдяки теплопровідності через поверхню* S, *яка перпендикулярна до напрямку* OX *зменшення температури, пропорційна площі цієї поверхні, часу перенесення* t *та градієнту температури* $\frac{dT}{dx}$ згідно з класичним ***законом Фур'є***:

$$Q_t = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

де λ – *коефіцієнт теплопровідності*.

Знак «мінус» у цьому рівнянні свідчить про те, що перенесення теплової енергії завжди відбувається в напрямку зменшення температури, тобто від більш нагрітих шарів рідини до холодніших.

Коефіцієнтом теплопровідності λ *називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься через одиницю площі поверхні за одиницю часу за умови, що градієнт температури дорівнює одиниці.*

Одиницею вимірювання коефіцієнта теплопровідності в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на метр-кельвін: $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Теплопровідність характеризується густиною теплового потоку.

Густиною теплового потоку *називають кількість теплоти, що проходить за одиницю часу через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення тепла*:

$$q = \frac{Q_t}{St} = -\lambda \frac{dT}{dx}.$$

Одиницею вимірювання густини теплового потоку в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на метр квадратний: $[q] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Під час аналізу теплопровідності рідин необхідно враховувати, що механізм передачі енергії в них

суттєво відрізняється від процесів у газах і за своєю фізичною природою є значно ближчим до механізму поширення тепла в твердих тілах. Особливості цього явища безпосередньо визначаються характером теплового руху молекул у рідинах.

Головні математичні співвідношення для опису цього процесу вчені виводять з огляду на те, що основним типом руху у рідині є коливання молекул навколо їхніх тимчасових положень рівноваги. Перенесення теплової енергії в рідинах відбувається внаслідок безпосереднього обміну кінетичною енергією під час зіткнень сусідніх молекул, які інтенсивно коливаються.

За умови такого теоретичного припущення вираз для коефіцієнта теплопровідності набуває наступного вигляду:

$$\lambda = \frac{2\nu c_V}{a},$$

де ν – частота коливання молекули навколо її тимчасового положення рівноваги;

c_V – питома теплоємність рідини за сталого об'єму;

a – середня відстань між сусідніми молекулами.

Експериментальні значення коефіцієнта теплопровідності далеко не завжди підпорядковуються цьому спрощеному співвідношенню. Насправді теплові коливання молекул рідини через безперервну інтенсивну взаємодію між ними поширюються об'ємом речовини у вигляді особливих пружних хвиль.

У сучасній квантовій фізиці з кожною такою хвилею вчені зіставляють особливу елементарну квазічастинку, яка називається *фононом*. Свою назву фонон отримав від грецького слова «фоне», що означає звук, оскільки ці теплові хвилі за своєю фізичною природою є ультразвуковими коливаннями високої частоти.

Таким чином, *процес теплопровідності в рідинах можна уявити як безперервний рух та зіткнення фононного газу, де кожна квазічастинка переносить свій мікроскопічний квант теплової енергії від гарячих ділянок до холодних.*

За умови, що теплота в рідинах переноситься фононами, квантова теорія дає для коефіцієнта теплопровідності такий математичний вираз:

$$\lambda = \frac{1}{3} u \rho < \ell > c_V ,$$

де u – швидкість звуку в рідині;

ρ – густина рідини;

$< \ell >$ – середня довжина вільного пробігу фононів;

c_V – питома теплоємність рідини за сталого об'єму.

Експериментальні дослідження показують, що для більшості рідин *із підвищенням температури коефіцієнт теплопровідності закономірно зменшується*, а єдиними винятками з цієї закономірності є вода і гліцерин.

Таке *аномальне підвищення теплопровідності під час нагрівання* зумовлене поступовим

руйнуванням водневих зв'язків між молекулами, що призводить до зростання густини рідини, значно полегшуючи поширення теплових хвиль.

Навпаки, *у разі підвищення зовнішнього тиску коефіцієнт теплопровідності рідин зростає*, оскільки відбувається збільшення їхньої густини та зближення молекул.

У зоні безперервного переходу від рідини до газу, якою є критична область, спостерігається монотонна зміна коефіцієнта теплопровідності від величин, властивих рідині, до значень, характерних для газу. Внаслідок такого процесу термодинамічні криві теплопровідності рідини та її насиченої пари в критичній точці плавно змикаються, утворюючи єдину суцільну залежність. Подібне злиття властивостей речовини можна наочно побачити на прикладі критичного стану на графіку ізотерм, де у критичній точці повністю зникає будь-яка межа між рідиною та парою (рис. 85 у §52).

Узагальнюючи фізичні закони теплопровідності, можна стверджувати, що швидкість поширення тепла в рідинах повністю визначається частотою коливань молекул та відстанню між ними. Хоча квантові уявлення про фононний газ є складними для математичного моделювання, отримані експериментальні криві дозволяють інженерам успішно розраховувати процеси теплообміну в найскладніших технічних системах.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз теплопровідності рідин є необхідним для розрахунку швидкості прогріву горючих речовин, проєктування безпечних систем теплообміну та вибору правильних методів гасіння.

- *Вплив високої теплопровідності на швидкість розігрівання*. Рідини з високою теплопровідністю здатні дуже швидко прогріватися по всьому об'єму, оскільки вони інтенсивно передають отриману енергію до сусідніх ділянок і конструкцій. Це явище може значно прискорити випаровування палива та сприяти швидкому поширенню вогню в разі аварії.

- *Небезпека утворення локальних гарячих точок.* Рідини з низькою теплопровідністю передають енергію повільно, тому внаслідок впливу вогню вони схильні тривалий час зберігати високу температуру в обмеженій зоні. Цей фактор призводить до утворення небезпечних гарячих точок займання на поверхні, які можуть спровокувати повторний спалах парів навіть після видимого придушення полум'я.

- *Заходи безпеки під час зберігання та транспортування*. Рідини з високими показниками теплопровідності є дуже чутливими до зовнішніх температурних коливань. Для захисту від сонячного випромінювання або випадкового теплового удару промислові резервуари та трубопроводи потребують створення додаткових шарів теплоізоляції, що

дозволяє надійно захистити горючі суміші від небезпечного перегріву.

- *Вибір засобів охолодження під час пожежі*. Швидкість передачі тепла рідиною безпосередньо впливає на тактику ліквідації аварії. З огляду на теплофізичні властивості палива фахівці використовують розпилену воду або пінні розчини для швидкого охолодження зони горіння.

§59. В'язкість рідин

В'язкістю рідин називається явище виникнення сили тертя між її шарами, які переміщуються паралельно один до одного з різними швидкостями. Це явище, як і внутрішнє тертя в газах, зумовлене безперервною взаємодією та обміном енергією між рухомими шарами рідини.

Проте мікроскопічний механізм в'язкості рідин є принципово відмінним від процесів перенесення у газах.

Зокрема, головна відмінність між газом і рідиною полягає у характері вільного переміщення частинок. У газах явище внутрішнього тертя повністю визначається довжиною вільного пробігу молекул. Навпаки, у рідинах цей показник взагалі не впливає на величину в'язкості. Певною мірою концепція вільного пробігу молекул втрачає фізичний зміст через те, що відстань між сусідніми частинками та лінійні розміри самих молекул у рідині є співмірними величинами.

Глибока різниця між газом і рідиною виявляється також у характері впливу температури на силу внутрішнього тертя. У разі підвищення температури в'язкість рідин стрімко зменшується (рис. 88), тоді як у газах вона зростає.

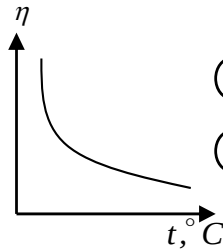


Рис. 88

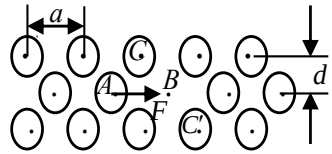


Рис. 89

Характерне зменшення коефіцієнта динамічної в'язкості рідини в разі підвищення температури повністю пояснюється особливостями її молекулярної будови. На відміну від газів, де внутрішнє тертя визначається хаотичним переміщенням частинок між шарами, у рідинах цей процес підпорядковується активаційному механізму. Швидкість перестрибування молекул з одного положення в інше тут безпосередньо залежить від величини енергії активації та дії зовнішньої сили.

На мікроскопічному рівні молекули розташовані щільно і коливаються навколо своїх тимчасових положень рівноваги на середній відстані a одна від одної (рис. 89). Для здійснення стрибка з початкового положення A у сусіднє вільне місце B молекула повинна розсунути сусідні частинки C та C', отримавши для цього згадану раніше енергію

активації. За відсутності зовнішнього впливу такі теплові стрибки відбуваються хаотично та з однаковою ймовірністю в усіх просторових напрямках.

Інтенсивність цього процесу можна описати за допомогою мікроскопічної характеристики, яка визначає здатність частинки пересуватися під дією теплового чи механічного впливу.

Рухливістю молекули рідини b *називається фізична величина, яка визначається відношенням швидкості руху молекули до сили, що викликає цей рух*:

$$b = \frac{\upsilon}{F},$$

де υ – швидкість зміщення молекули рідини;

F – зовнішня дотична сила, яка діє на молекулу рідини.

У разі переходу від мікроскопічного опису до макроскопічних процесів припустимо, що зовнішня дотична сила F діє не на одну молекулу, а на цілий шар рідини. Під впливом цього механічного зусилля шар починає рухатися, тоді як суміжні шари рідини чинять опір його переміщенню, що безпосередньо визначає *величину в'язкості рідини*.

Під час взаємного зсуву шарів рідини виникає *сила внутрішнього тертя*, яка *діє вздовж дотичної до поверхні їхнього зіткнення*.

Величина сили внутрішнього тертя прямо пропорційна площі площини S дотику поверхонь. Також вона безпосередньо залежить від швидкості зміни течії рідини в напрямку, перпендикулярному

до руху шарів, тобто від градієнта швидкості $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta x}$ (рис. 90).

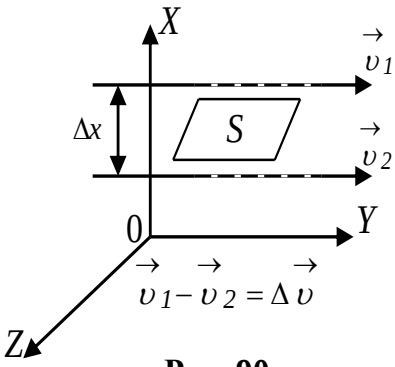


Рис. 90

На макроскопічному рівні сила внутрішнього тертя підпорядковується однаковим законам як у газах, так і в рідинах. Тому опис взаємодії рухомих шарів рідини здійснюють за допомогою ***універсального закону Ньютона***

Сила внутрішнього тертя*, що виникає у площині дотику двох шарів рідини, які ковзають один відносно одного, прямо пропорційна площі* S *цієї поверхні та градієнту швидкості* $\frac{d\upsilon}{dx}$:

$$F = -\eta \frac{d\upsilon}{dx} S,$$

де η *– коефіцієнт внутрішнього тертя або динамічна в'язкість рідини.*

Знак «мінус» у цьому рівнянні свідчить про те, що сила внутрішнього тертя завжди спрямована

проти напрямку швидкості руху шарів рідини і гальмує їхнє взаємне ковзання.

Коефіцієнтом в'язкості *називається фізична величина, яка чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, що діє на одиницю площі поверхні дотику шарів рідини, які рухаються паралельно, за умови, що градієнт швидкості дорівнює одиниці.*

Одиницею вимірювання коефіцієнта в'язкості в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм на метр-секунду або паскаль-секунда: $[\eta] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \text{Па} \cdot \text{с}.$

Зростання коефіцієнта в'язкості призводить до того, що рідина сильніше відрізняється від ідеальної, внаслідок чого в ній виникає більша сила внутрішнього тертя.

Величину, обернену до коефіцієнта в'язкості, називають *плинністю рідини*.

Плинність рідини є прямо пропорційною рухливості частинок, які її складають:

$$\frac{1}{\eta} = c_1 b,$$

де c_1 – коефіцієнт пропорційності.

З іншого боку, дифузія у рідині також безпосередньо залежить від рухливості частинок. Зростання рухливості молекул рідини призводить до прискорення процесу дифузії, що описується математичним виразом:

$$D = c_2 b,$$

де D – коефіцієнт дифузії;

c_2 – коефіцієнт пропорційності.

У результаті порівняння останніх рівностей отримуємо фундаментальне співвідношення:

$$\eta = \frac{c_2}{c_1}\frac{1}{D} = c\frac{1}{D}.$$

З отриманої формули випливає, що *в'язкість рідин є обернено пропорційною коефіцієнтові дифузії*. Цей термодинамічний зв'язок розкриває причину того, чому в разі підвищення температури в'язкість рідин стрімко зменшується, адже за таких умов теплова дифузія відбувається значно швидше.

Для порівняння, в газах характер температурної залежності є зворотним, оскільки під час нагрівання коефіцієнт в'язкості речовини зростає пропорційно до $\sqrt{T}$.

Температурна залежність коефіцієнта в'язкості рідин визначається ***формулою Френкеля***:

$$\eta = A\exp\left(-\frac{W}{kT}\right),$$

де W – енергія активації;

A – стала величина, що залежить від фізичних властивостей рідини.

Енергія активації зменшується в разі підвищення температури, а також *під час зниження зовнішнього тиску*. Така закономірність є основною причиною *стрімкого зменшення в'язкості рідини під час нагрівання та її суттєвого збільшення за умов високого тиску*.

Яків Ілліч Френкель *(1894–1952) – фізик-теоретик, який заклав молекулярно-кінетичні*

основи теорії в'язкості рідин. У 1926 році у своїй фундаментальній праці він сформулював закон, що описує експоненціальну залежність внутрішнього тертя від абсолютної температури.

Законом Бачинського *називається встановлена ним математична залежність, яка доводить безпосередній зв'язок між динамічною в'язкістю рідин та їхнім молярним об'ємом:*

$$\eta = \frac{C}{V_\mu - b},$$

де V_μ – об'єм моля рідини;

b – стала в рівнянні Ван-дер Ваальса;

C – стала величина;

$V_\mu - b$ – «вільний» об'єм рідини.

Олексій Йосипович Бачинський *(1877–1944) – фізик-теоретик, який заклав термодинамічні основи теорії в'язкості рідин. У 1912 році у своїй фундаментальній праці вчений сформулював закон, що описує залежність внутрішнього тертя від молярного об'єму речовини*.

В'язкість рідин за умов високого тиску суттєво залежить від його зміни, тоді як у разі дії низького тиску ця закономірність стає майже непомітною. Такий ефект зумовлений тим, що під значним зовнішнім тиском суттєво змінюється характер теплового руху молекул рідини, оскільки їм стає набагато важче змінювати свої тимчасові положення рівноваги. Сусідні частинки чинять значно більший опір кожній окремій молекулі під

час її переходу на нове місце, внаслідок чого загальна в'язкість рідини стрімко зростає.

Величина внутрішнього тертя також безпосередньо визначається хімічним складом речовини.

Експериментальні дослідження доводять, що в'язкість розчинів безпосередньо залежить від їхньої концентрації.

Формулою Арреніуса *називається математична залежність, яка наближено описує залежність в'язкості концентрованих розчинів від їхньої концентрації:*

$$\lg \eta = x \lg \eta_1 + (1 - x) \lg \eta_2,$$

де x – молярна концентрація однієї з компонент рідини;

η_1 і η_2 – динамічні в'язкості складових компонент суміші.

Михайло Петрович Авенаріус *(1835–1895) – український фізик-теоретик, який заклав термодинамічні основи теорії в'язкості розчинів. У 1880 році у своїй фундаментальній праці він сформулював закон, що описує залежність внутрішнього тертя суміші від концентрації складових частинок.*

Експериментальне значення коефіцієнта динамічної в'язкості для деяких поширених рідин за різних температур наведено в таблиці 2.

Таблиця 2

Речовина	η, Па·с
Ефір (20°С)	$0{,}234 \cdot 10^{-3}$
Бензин (20°С)	$0{,}648 \cdot 10^{-3}$
Вода (20°С)	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$
Спирт (20°С)	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$
Ртуть (0°С)	$1{,}69 \cdot 10^{-3}$
Ртуть (300°С)	$0{,}95 \cdot 10^{-3}$
Сірка (123°С)	$1{,}10 \cdot 10^{-3}$
Гліцерин (20°С)	1480

Аналіз експериментальних даних таблиці 2 дозволяє зробити кілька важливих висновків.

- *Температурна залежність в'язкості*. Дані для ртуті наочно підтверджують теорію Френкеля, оскільки під час її нагрівання від 0°С до 300°С внутрішнє тертя зменшується майже вдвічі через скорочення часу осілого життя молекул.

- *Внутрішнє тертя розплавів.* Розплавлена сірка біля своєї точки плавлення має дуже низький опір ковзанню шарів, який є співмірним із показниками води та спирту.

- *Вплив міжмолекулярних зв'язків*. Коефіцієнт в'язкості гліцерину перевищує показник води майже в тисячу п'ятсот разів, що зумовлено наявністю міцних водневих зв'язків між молекулами цієї рідини.

У лабораторній та інженерній практиці розроблено багато методів вимірювання в’язкості рідин.

Капілярний метод *вимірювання в'язкості спирається на класичний закон Пуазейля, який дозволяє розрахувати об'єм ламінарного потоку, що протікає через тонку трубку під дією відомої різниці тисків за певний інтервал часу:*

$$V = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{(p_1 - p_2)t}{l},$$

де V – об'єм рідини, яка протікає через капіляр;

r – радіус капіляра;

$p_1 - p_2$ – різниця тисків на кінцях капіляра;

ℓ – довжина капіляра;

t – час витікання рідини;

η – коефіцієнт в'язкості.

Жан Луї Марі Пуазейль *(1797–1869) – французький фізик і фізіолог, який заклав гідродинамічні основи теорії в'язкості рідин. У 1840 році у своїй фундаментальній праці вчений сформулював закон течії через тонкі капіляри під дією різниці тисків. На його честь названо міжнародну позасистемну одиницю в'язкості пуаз.*

Метод падаючої кульки *спирається на класичний закон Стокса, який дозволяє розрахувати коефіцієнт динамічної в'язкості рідини під час рівномірного руху цієї кульки в її необмеженому просторі:*

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_1 - \rho_2)g}{9\upsilon},$$

де r – радіус кульки;

υ – швидкість кульки;

ρ_1 і ρ_2 – відповідно густини кульки та рідини;

g – прискорення вільного тяжіння.

Джордж Габрієль Стокс *(1819–1903) – британський фізик-теоретик і математик ірландського походження, який заклав гідродинамічні основи теорії в'язкості рідин. У 1851 році у своїй фундаментальній праці вчений сформулював закон сили опору під час рівномірного руху кульки у в'язкому середовищі. На його честь названо міжнародну позасистемну одиницю кінематичної в'язкості стокс*.

Усі розглянуті закономірності та методи вимірювання динамічної в'язкості складають теоретичну основу гідродинаміки реальних рідин і дозволяють точно проєктувати режими їхнього транспортування.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз в'язкості рідин є необхідним для прогнозування швидкості розтікання палива, розрахунку параметрів його випаровування та правильного вибору систем пожежогасіння.

- *Оцінка швидкості розтікання та утворення парів.* Низьков'язкі рідини, такі як автомобільний бензин або етанол, здатні миттєво розтікатися на великі площі. Вони мають високу леткість і дуже швидко випаровуються. Така закономірність стрімко збільшує загальну пожежну небезпеку через утворення великих хмар горючих парів. Навпаки,

високов'язкі рідини випаровуються значно повільніше, тому за звичайних умов їх набагато важче запалити.

- *Особливості горіння та небезпека важких олив.* Високов'язкі технічні рідини, наприклад, моторні оливи або мазут, мають низьку здатність до займання від слабких джерел. Проте у разі загоряння вони виділяють величезну кількість тепла. Такі речовини здатні горіти дуже тривалий час із виділенням густого чорного диму. За таких умов висока в'язкість ускладнює перемішування шарів палива, що потребує особливих методів ліквідації вогню.

- *Вибір ефективних засобів та тактики гасіння.* Для ліквідації пожеж низьков'язких легкозаймистих рідин інженери проєктують установки піногасіння, а також використовують вуглекислотні або порошкові засоби. Для гасіння густих високов'язких речовин часто потрібне тривале охолодження стінок обладнання. За подібних обставин застосовують спеціальні вогнегасні сполуки, які здатні глибоко проникати в розігріту масу рідини.

§60. Поверхневий натяг

Особливі властивості межі розділу між рідкою та газоподібною фазами речовини відіграють ключову роль у розумінні молекулярних процесів.

Серед головних особливостей рідин є існування в них вільної поверхні та зумовленого нею поверхневого натягу.

Система, яка складається з рідини та її насиченої пари за сталої температури, перебуває в

стані динамічної термодинамічної рівноваги. Для такої замкнутої системи швидкість випаровування з одиниці поверхні рідини точно дорівнює швидкості конденсації молекул у зворотному напрямку.

Густина рідини значно більша від густини її насиченої пари, внаслідок чого сили міжмолекулярної взаємодії в об'ємі рідини є набагато більшими, ніж у газоподібній парі.

Для аналізу механізму виникнення поверхневих сил розглянемо поведінку окремих молекул, які перебувають у різних точках об'єму рідини (рис. 91).

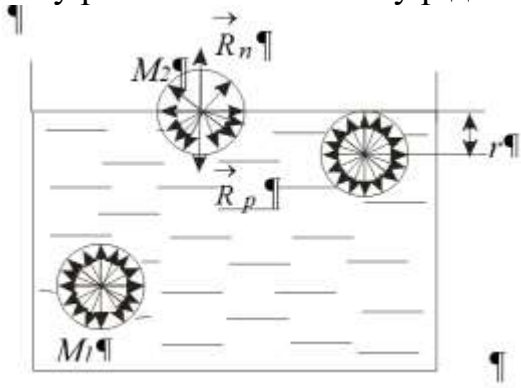


Рис. 91

Радіус r міжмолекулярної взаємодії є дуже малим ($r \approx 10^{-9}$ м) і визначає розміри сфери молекулярної дії, усередині якої діють сили притягання між молекулами. На молекулу M_1, яка міститься глибоко в об'ємі рідини, з усіх боків діють однакові сили притягання з боку сусідніх молекул. Оскільки молекули розподілені навколо неї в середньому рівномірно, то сферична симетрія

взаємодії призводить до повної компенсації цих сил. *Внаслідок цього рівнодійна сила* $\vec{R}_{\text{р}}$*, яка діє на будь-яку внутрішню молекулу з боку рідини, дорівнює нулю.*

Ситуація докорінно змінюється для молекули M_2, яка розташована у поверхневому шарі товщиною r. Оскільки верхня частина її сфери молекулярної дії виходить у газоподібну пару, на цю молекулу одночасно діють дві протилежно спрямовані рівнодійні сили.

Внутрішні шари рідини притягують її вниз із рівнодійною силою $\vec{R}_{\text{р}}$, а молекули пари тягнуть вгору із рівнодійною силою $\vec{R}_{\text{п}}$. Через те, що густина пари є нехтовно малою, модуль сили $\vec{R}_{\text{п}}$ виявляється набагато меншим за модуль сили $\vec{R}_{\text{р}}$.

Результатом геометричного додавання цих рівнодійних сил є *нескомпенсована сила притягання, яка дорівнює різниці їх модулів* $(R_{\text{р}} - R_{\text{п}})$ і *напрямлена перпендикулярно до вільної поверхні вглиб об'єму рідини.*

Саме тому для переміщення кожної молекули з глибини на вільну поверхню необхідно виконати роботу проти дії цієї нескомпенсованої сили притягання. Внаслідок виконання такої роботи молекули поверхневого шару набувають додаткової потенціальної енергії порівняно з молекулами в об’ємі рідини.

Молекули поверхневого шару рідини характеризуються надлишком потенціальної енергії порівняно з молекулами, які містяться в її об’ємі.

Цей надлишок енергії називається *поверхневою енергією* U_s. Наявність такої енергії пояснюється тим, що під час руху молекули з глибини до поверхні необхідно виконати роботу проти нескомпенсованої сили притягання, яка діє перпендикулярно до межі розділу. Навпаки, у разі переміщення молекули у внутрішніх шарах рідини робота не виконується, оскільки сили взаємодії з боку сусідніх молекул повністю зрівноважуються.

При переході молекул із об'єму рідини на її поверхню збільшується поверхня рідини і витрачується робота проти сил поверхневого шару.

Якщо площа поверхні рідини змінюється на нескінченно малу величину dS, то *виконана робота* δA *визначається виразом*:

$$\delta A = -\sigma dS,$$

де σ *– коефіцієнт поверхневого натягу рідини*.

Знак мінус показує, що збільшення площі вільної поверхні $(dS > 0)$ *супроводжується виконанням від'ємної роботи з боку сил притягання поверхневого шару рідини*.

Поверхнева енергія U_s безпосередньо обумовлена існуванням вільної поверхні рідини і дорівнює роботі, яку необхідно виконати для її формування:

$$dU_s = \delta A = -\sigma dS.$$

Щоб виконувалася умова $dU_s = -\delta A$, процес збільшення площі поверхні рідини повинен відбуватися за сталої температури, тобто *ізотермічно*.

За таких умов з наведеного співвідношення випливає строге математичне визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини.

Коефіцієнт поверхневого натягу *дорівнює роботі, яку виконують молекулярні сили під час зменшення площі вільної поверхні рідини на одиницю:*

$$\sigma = \frac{\delta A}{dS}.$$

З енергетичного погляду *коефіцієнт поверхневого натягу чисельно дорівнює величині вільної поверхневої енергії одиниці площі поверхні рідини.*

Одиницею вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон на метр: $[\sigma] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$

Наявність нескомпенсованих сил у поверхневому шарі створює постійний тиск на внутрішні шари рідини, який називається *внутрішнім молекулярним тиском*. Оскільки за визначенням тиск є скалярною величиною, що дорівнює відношенню модуля нормальної сили до площі поверхні, сумарний вектор притягання молекул створює постійне стискувальне зусилля, спрямоване всередину рідини. Внаслідок такої безперервної дії поверхневого шару рідина перебуває в стані всебічного стиснення.

Якщо в рідину занурити тверде тіло, то на межі розділу з ним також виникає поверхневий шар. Створений у цьому шарі молекулярний тиск

спрямований від тіла всередину рідини. Внутрішній тиск не чинить безпосереднього механічного впливу на тіла, які перебувають усередині рідини, оскільки сили тиску діють на кожний елемент поверхні зануреного тіла з усіх боків однаково і повністю врівноважують одна одну. *Через таку фізичну особливість безпосередньо виміряти величину внутрішнього тиску за допомогою приладів неможливо*.

Як відомо, молекули поверхневого шару рідини мають надлишкову потенціальну енергію. Оскільки будь-яка термодинамічна система в стані рівноваги прагне до мінімуму енергії, рідина мимовільно набуває такої форми, за якої площа її вільної поверхні є мінімально можливою.

Внутрішні сили, які забезпечують мінімізацію цієї площі та чинять опір її збільшенню, називаються ***силами поверхневого натягу***. *Напрямок дії зазначених сил завжди збігається з дотичною до вільної поверхні рідини*.

Наочно сили поверхневого натягу виявляються під час спроби розширити площу межі розділу уздовж певної лінії контуру. Для цього необхідно прикласти зовнішні зусилля, які спрямовані по дотичній до поверхні рідини та строго перпендикулярно до обраної лінії розмежування.

Цю закономірність найпростіше продемонструвати за допомогою експериментів із тонкими рідкими плівками. Для такого дослідження розглянемо вертикальну дротяну рамку з рухомою

перемичкою довжиною l, на якій міститься тонка плівка рідини (рис. 92). Під дією внутрішніх сил ця рідка плівка намагається скоротити свою площу і піднімає рухому перемичку масою m вгору. Для утримання системи в стані рівноваги до рухомої сторони рамки необхідно прикласти зовнішню силу, яка за модулем дорівнює силі тяжіння mg.

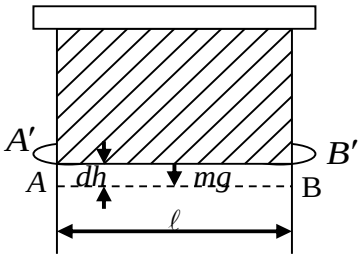


Рис. 92

Якщо під дією зовнішнього зусилля перемичка переміщується вниз на нескінченно малу відстань dh, то загальна площа вільної поверхні плівки збільшується. Оскільки рідка плівка має дві вільні поверхні, передня та задня сторони яких однаково межують із повітрям, сумарний приріст площі dS визначається виразом:

$$dS = 2ldh.$$

Під час переміщення перемички вниз на відстань dh зовнішня сила F виконує елементарну роботу:

$$\delta A = Fdh.$$

За умов ізотермічного процесу виконана робота повністю витрачається на збільшення вільної поверхні рідини і визначається базовим термодинамічним співвідношенням:

$$\delta A = \sigma dS .$$

Прирівнюючи ці два вирази для роботи, отримуємо нове співвідношення:

$$Fdh = \sigma dS .$$

Ураховуючи, що загальний приріст площі обох сторін рідкої плівки становить $dS = 2ldh,$ підставимо це значення у праву частину отриманого виразу:

$$Fdh = \sigma 2ldh.$$

Після скорочення обох частин математичного виразу на диференціал координати dh отримуємо остаточну формулу для сили поверхневого натягу, яка діє на перемичку з боку двосторонньої плівки рідини:

$$F = 2\sigma l,$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини;

l – довжина рухомої перемички рамки.

Отримане математичне співвідношення дозволяє проаналізувати поведінку рухомої перемички залежно від балансу прикладених сил. На основі цієї формули в досліджуваній системі виділяють три різні фізичні стани.

- *Стан стискання плівки*. Якщо прикладена зовнішня сила є меншою за внутрішню силу натягу рідкої плівки, система виходить із рівноваги. За таких умов сили поверхневого натягу переважають, унаслідок чого плівка рідини самостійно стискається і піднімає перемичку вгору, зменшуючи площу своєї вільної поверхні.

- *Стан розтягу плівки*. Якщо прикладена зовнішня сила перевищує внутрішню силу натягу,

перемичка рамки починає рухатися донизу. У процесі такого примусового переміщення виконується додатна робота проти внутрішніх молекулярних сил, що призводить до безперервного збільшення площі вільної поверхні рідини.

- *Стан рівноваги плівки*. Якщо прикладена зовнішня сила дорівнює внутрішній силі поверхневого натягу, перемичка рамки залишається в стані спокою. За подібних обставин площа плівки рідини не змінюється, а вся система перебуває в стійкій механічній рівновазі.

Крім раніше розглянутого енергетичного підходу, *коефіцієнт поверхневого натягу* можна визначити через силове співвідношення на основі узагальненої формули для однієї межі розділу:

$$\sigma = \frac{F_{\text{n}}}{l},$$

де F_{n} – сила поверхневого натягу, яка діє перпендикулярно до ділянки контуру вільної поверхні рідини;

l – довжина цього контуру.

Зі зростанням температури в порівняно невеликому інтервалі коефіцієнт поверхневого натягу зменшується за лінійним законом. Така закономірність зумовлена тим, що внаслідок нагрівання зменшується різниця між густиною рідини та її насиченої пари. За критичної температури, коли густина рідини та пари стає однаковою, поверхневий натяг дорівнює нулю.

Наприклад, на межі розділу води з повітрям за температури 20°C коефіцієнт поверхневого натягу становить $\sigma = 72{,}7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, а за температури 100°C він зменшується до значення $\sigma = 58{,}8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Коефіцієнт поверхневого натягу визначається молекулярною природою рідини, її температурою, а також властивостями речовини, з якою вона безпосередньо межує. Наявність розчинених домішок дозволяє активно керувати цими властивостями, оскільки додавання органічних сполук або мила зменшує поверхневий натяг, а додавання солей чи цукру збільшує його. Для точного кількісного аналізу коефіцієнт позначають двома індексами, де перший індекс вказує на досліджувану рідину, а другий позначає суміжну речовину.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз поверхневого натягу рідин є необхідним для прогнозування швидкості розтікання палива, оцінки ризиків спалаху аерозолів та правильного вибору вогнегасних засобів.

- *Особливості поведінки рідин із низьким натягом.* Горючі рідини з низьким поверхневим натягом, такі як автомобільний бензин або спирти, здатні миттєво розтікатися по будь-яких поверхнях, що різко збільшує площу випаровування палива та підвищує ризик масштабної пожежі. Крім того, такі

рідини легко розпадаються на дрібні краплі. Утворення горючих аерозолів у повітрі є вкрай небезпечним фактором, який призводить до раптового спалаху або вибуху паливно-повітряної суміші.

- *Зниження натягу води для підвищення ефективності гасіння*. Чиста вода має високий поверхневий натяг, тому погано змочує сухі пористі матеріали у вигляді деревини або текстилю, а її краплі просто скочуються з них. Для усунення цього недоліку інженери додають у воду спеціальні хімічні добавки, які знижують поверхневий натяг водяного розчину. Це дозволяє вогнегасній суміші глибоко проникати всередину палаючих матеріалів для надійної ліквідації осередку пожежі.

- *Використання явища під час створення вогнегасної піни*. Параметри поверхневого натягу є головним фактором під час розрахунку стійкості повітряно-механічної піни. Спеціальні піноутворювачі змінюють фізичні властивості водної основи, завдяки чому модифікований розчин надійно покриває зону горіння міцною плівкою, яка повністю перекриває доступ кисню до палива та зупиняє виділення парів.

§ 61. Змочування та надлишковий тиск під викривленою поверхнею рідини

При контактній взаємодії рідини з твердим тілом одним із найпростіших методів кількісної оцінки цієї взаємодії є вивчення *явища змочування*. Форма, якої може набути рідина, що перебуває на

поверхні твердого тіла, визначається співвідношенням сил взаємодії між молекулами рідини з одного боку і сил взаємодії молекул рідини та твердого тіла з іншого.

Вважатимемо, що крапля рідини 2 набуває форми під впливом взаємодії трьох речовин, а саме твердого тіла 1, рідини 2 та повітря 3 (рис. 93). Оскільки ця крапля є дрібною, дією сили тяжіння можна повністю знехтувати. Якщо краплю рідини помістити на поверхню твердого тіла, то можливими є два випадки.

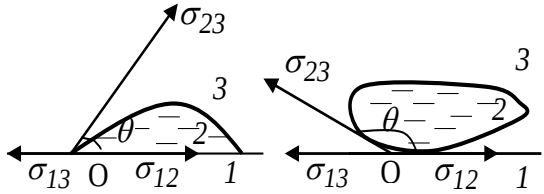


Рис. 93

До лінії дотику трьох середовищ прикладені три сили поверхневого натягу, які напрямлені по дотичній усередину відповідних поверхонь дотику середовищ. Ці сили, розраховані на одиницю довжини лінії дотику, чисельно дорівнюють відповідним коефіцієнтам поверхневого натягу σ_{12}, σ_{13} і σ_{23}. *Кут θ між дотичними до вільної поверхні рідини і поверхні твердого тіла називається крайовим кутом*. Для однозначності крайовий кут θ відраховують від дотичної до поверхні твердого тіла в бік усередину рідини.

Умовою термодинамічної рівноваги краплі є рівність нулю суми проєкцій усіх діючих сил на горизонтальну площину:

Умовою рівноваги краплі є рівність нулю суми проєкцій сил поверхневого натягу на напрямок дотичної до поверхні твердого тіла, що математично виражається співвідношенням:

$$\sigma_{12} + \sigma_{23}\cos\theta - \sigma_{13} = 0.$$

З отриманого виразу визначають значення косинуса крайового кута:

$$\cos\theta = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}}.$$

Крайовий кут θ може бути гострим або тупим залежно від значення σ_{13} і σ_{12}.

- Якщо $\sigma_{13} > \sigma_{12}$, то $\cos\theta > 0$ і *кут θ є гострим*, тобто *рідина змочує тверду поверхню*. За умови змочування тверду поверхню називають *гідрофільною*. *Гідрофільними речовинами* є кварц, кальцит, деякі оксиди металів.

- Якщо $\sigma_{13} < \sigma_{12}$, то $\cos\theta < 0$ і *кут θ є тупим*, тобто *рідина не змочує тверду поверхню*. За умови незмочування тверду поверхню називають *гідрофобною*. *Гідрофобними речовинами* є парафін, тефлон, бітум, різноманітні жири, воски та технічні оливи.

- *За умови* $\theta = 0$ рідина розтікається тонким шаром по поверхні твердого тіла, тобто відбувається *повне змочування*.

- *За умови* $\theta = \pi$ рідина стягується в кулясту краплю, яка має одну точку дотику з твердим тілом, тобто відбувається *повне незмочування*.

Найчастіше трапляються випадки *часткового змочування рідиною твердого тіла*, коли $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ або *часткового незмочування*, коли $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$.

Для характеристики сил зчеплення рідини з поверхнею твердого тіла вводиться величина *робота адгезії*, яка дорівнює роботі відриву рідини від твердої поверхні та визначається співвідношенням:

$$W_{\text{A}} = \sigma_{23} + \sigma_{13} - \sigma_{12},$$

або з врахуванням виразу $\cos\theta$ набуває вигляду:

$$W_{\text{A}} = \sigma_{23}(1 + \cos\theta).$$

Ці співвідношення підтверджують висновок, що взаємодія між рідиною і твердим тілом є сильною за умови $\theta < \frac{\pi}{2}$ *і слабкою за умови* $\theta > \frac{\pi}{2}$.

Отже, у разі сильної взаємодії рідина змочує тверде тіло, а у разі слабкої взаємодії не змочує.

Характер цієї взаємодії безпосередньо визначає геометричну форму вільної поверхні рідини на межі контакту з твердим тілом. Зокрема, у вузьких трубках або біля вертикальних стінок посудин у разі змочування краї рідини піднімаються вгору, утворюючи увігнуту поверхню, а в разі незмочування вони опускаються донизу, формуючи опуклу поверхню. Будь-яке подібне викривлення

межі розділу середовищ призводить до того, що сили поверхневого натягу перестають взаємно компенсуватися в площині поверхні і створюють нескомпенсовану результуючу силу. Внаслідок дії цієї сили, спрямованої по нормалі до контуру, під викривленою поверхнею рідини виникає *додатковий внутрішній тиск, величина якого повністю визначається ступенем її кривини*.

Розрахуємо цей додатковий внутрішній тиск.

Нехай крапля рідини має форму кулі з радіусом r. Під дією додаткового тиску p_r, зумовленого кривиною поверхні, об'єм кулі зменшується, внаслідок чого виконується елементарна робота:

$$\delta A = p_r dV .$$

Ураховуючи геометричну формулу об'єму кулі, цей вираз набуває вигляду:

$$\delta A = p_r d\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = p_r 4\pi r^2 dr .$$

Одночасно зі зменшенням об'єму змінюється і поверхнева енергія кулі:

$$dU_S = \sigma dS = \sigma d\left(4\pi r^2\right) = \sigma \cdot 8\pi r dr .$$

Зменшення поверхневої енергії за умов ізотермічного процесу дорівнює величині виконаної роботи сил поверхневого натягу:

$$p_r 4\pi r^2 dr = \sigma 8\pi r dr .$$

Після скорочення обох частин отриманої рівності на спільні множники знаходимо остаточний вираз для додаткового капілярного тиску – *закон Лапласа для сферичної поверхні*:

$$p_r = \frac{2\sigma}{r},$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини;

r – радіус кривини поверхні.

Додатковий тиск, зумовлений кривиною поверхні рідини, прямо пропорційний коефіцієнту поверхневого натягу і обернено пропорційний величині цієї кривини.

Для довільної поверхні рідини двоякої кривини:

$$p_r = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

де R_1 і R_2 – головні радіуси кривини вільної поверхні рідини в обраній точці (рис. 94).

Цей вираз називається формулою Лапласа.

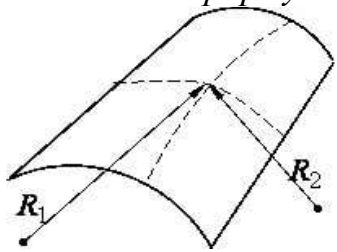


Рис. 94

П'єр-Симон Лаплас *(1749–1827) – французький математик, фізик і астроном, який заклав фундаментальні основи молекулярної фізики рідин. У 1806 році у своїй класичній праці «Теорія капілярного притягання» він математично обґрунтував виникнення додаткового внутрішнього тиску під викривленою поверхнею.*

Вільна поверхня тонкого шару рідини між двома паралельними пластинами набуває форми кругового циліндра. Для такої геометрії один із головних радіусів кривини стає нескінченно великим: $R_1 = r$, а $R_2 = \infty$.

Додатковий капілярний тиск у рідині для циліндричної поверхні визначається співвідношенням:

$$p_r = \sigma\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{\sigma}{r}.$$

Капілярний тиск під такою поверхнею є вдвічі меншим, ніж під сферичною поверхнею того самого радіуса.

Додатковий тиск, що визначається формулою Лапласа, завжди спрямований до центра кривини поверхні рідини. Якщо *поверхня є опуклою*, то центр кривини міститься всередині рідини, тому *додатковий тиск додається до зовнішнього тиску* над її плоскою поверхнею. Якщо *поверхня є увігнутою*, то центр кривини міститься поза рідиною, тому *додатковий тиск віднімається від зовнішнього тиску* над її плоскою поверхнею.

Така зміна знака зумовлена тим, що сили поверхневого натягу завжди прагнуть вирівняти межу розділу середовищ, внаслідок чого опукла поверхня додатково стискає рідину, а увігнута поверхня розтягує її в бік зовнішнього простору.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз процесів змочування, кривини поверхні та додаткового тиску є необхідним для підвищення проникаючої здатності вогнегасних засобів, правильного проєктування автоматичних систем водяного зрошення та розрахунку стійкості повітряно-механічної піни.

- *Проникна дія водяного розчину в пористих структурах*. Ліквідація горіння пресованого паперу, деревини або бавовни ускладнюється тим, що чиста вода повільно просочується крізь мікроскопічні пори, а її краплі просто стікають з поверхні твердого тіла. Спеціальні хімічні добавки знижують натяг і дозволяють рідині миттєво всмоктуватися вглиб матеріалу, забезпечуючи швидке об'ємне охолодження зони горіння.

- *Вплив капілярного тиску на стабільність вогнегасної піни*. Будь-яка пожежна піна складається з мільйонів бульбашок газу, оточених рідкими плівками, де викривлена поверхня кожної бульбашки створює всередині неї додатковий тиск Лапласа. Чим меншим є розмір мікробульбашки, тим вищий цей внутрішній тиск, урахування якого дозволяє інженерам створювати стійку високократну піну для перекриття доступу кисню до полум'я.

- *Стабілізація систем тонкорозпиленого гасіння та спреїв*. Під час роботи модулів водяного туману або розпилення горючих лаків і фарб з промислових балончиків утворюються надзвичайно

дрібні краплі рідини. Велика кривина їхньої поверхні створює колосальний внутрішній тиск Лапласа – це фізичне явище підвищує стабільність мікрокрапель, заважає їм зливатися під час польоту і безпосередньо впливає на швидкість їхнього випаровування у вогні.

§62. Капілярні явища

Сили взаємодії молекул рідини і твердого тіла помітно впливають на форму вільної поверхні біля стінок посудини, в якій вона міститься. Якщо рідина налита у вузьку посудину, то вплив стінок посудини поширюється на всю її поверхню. Внаслідок цього вільна поверхня стає викривленою і набуває *форми увігнутого або опуклого півсферичного шару, який називається меніском*. Така форма поверхні повністю визначається тим, змочує чи не змочує рідина стінки посудини.

Фізичні явища, які пов'язані зі змочуванням або незмочуванням поверхні вузьких трубок рідиною, називаються капілярними.

Для експериментального дослідження цих ефектів розглянемо дослід, у якому в широкі посудини з рідиною опущені тонкі трубочки з різних матеріалів малого діаметра – капіляри.

Оскільки лінійні розміри цих трубок є сумірними з радіусом дії молекулярних сил, поведінка стовпа рідини всередині них повністю визначається зміною внутрішнього тиску (рис. 95).

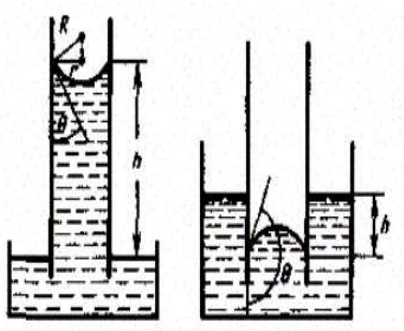


Рис. 95

Результати цього досліду свідчать про те, що залежно від природи рідини та матеріалу капіляра в одному випадку рідина піднімається вище від загального рівня в посудині, а в іншому – опускається нижче цього рівня.

У першому випадку поверхня рідини (меніск) у капілярі є увігнутою, а в другому – опуклою.

Крім того, у першому випадку крайовий кут $\theta < \frac{\pi}{2},$ а в другому – $\theta > \frac{\pi}{2},$ тобто у першому випадку рідина змочує матеріал капіляра, а в другому – не змочує.

Для з'ясування фізичної причини підняття або опускання рідини в капілярах виконаємо кількісний аналіз балансу між додатковим капілярним і гідростатичним тиском під викривленою поверхнею меніска (рис. 96).

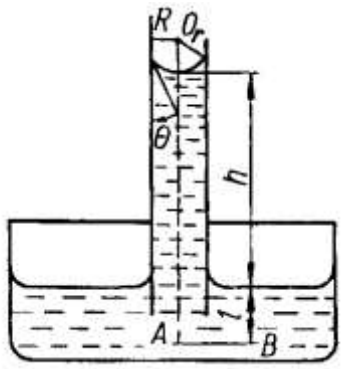


Рис. 96

Розглядаючи випадок, коли рідина повністю або частково змочує матеріал стінок, бачимо, що її вільна поверхня всередині капіляра утворює увігнутий меніск. Додатковий капілярний тиск, спричинений кривиною поверхні, спрямований вгору, і дорівнює $\frac{2\sigma}{r}$. Під впливом цього тиску рідина в капілярі піднімається до рівня h.

Під плоскою поверхнею рідини на глибині l загальний тиск становить:

$$p_{\text{В}} = p_{\text{а}} + \rho g l + p_{\text{м}},$$

де $p_{\text{а}}$ – атмосферний тиск;

$p_{\text{м}}$ – молекулярний тиск;

$\rho g l$ – гідростатичний тиск.

Під увігнутою поверхнею на тій самій глибині загальний тиск становить:

$$p_{\text{А}} = p_{\text{а}} + \rho g l + p_{\text{м}} - \frac{2\sigma}{R} + \rho g h.$$

За умови рівноваги $p_{\text{В}} = p_{\text{А}}$, тому виконується рівність:

$$p_{\text{а}} + \rho g l + p_{\text{м}} = p_{\text{а}} + \rho g l + p_{\text{м}} - \frac{2\sigma}{R} + \rho g h.$$

Рівність гідростатичного тиску стовпа рідини та капілярного тиску Лапласа після спрощення набуває вигляду:

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{r}.$$

Радіус меніска з геометричних міркувань виражається через радіус капіляра R та крайовий кут змочування θ (рис. 96):

$$r = \frac{R}{\cos\theta}.$$

Висота підняття стовпа рідини в капілярі після підстановки значення радіуса набуває вигляду:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}\cos\theta.$$

Це співвідношення називається законом ***Журена.***

Висота підняття рідини в капілярі прямо пропорційна коефіцієнту поверхневого натягу і обернено пропорційна густині рідини та радіусу капіляра.

Джеймс Журен *(1684–1750) – англійський фізик, математик і лікар, який заклав фундаментальні експериментальні основи молекулярної гідростатики та епідеміології. У 1718 році у своїх наукових працях вчений детально описав та обґрунтував закономірності капілярного підняття рідини.*

Крім дослідження капілярних явищ, Журен став одним із перших в історії науки, хто застосував методи математичної статистики для аналізу ефективності медичної вакцинації.

Якщо *рідина не змочує капіляр*, то її поверхня набуває форми опуклого меніска з центром кривини всередині рідини. Додатковий тиск Лапласа у цьому випадку спрямований донизу – рівень рідини у капілярі стає нижчим за рівень у посудині на висоту h.

Капілярне підняття рідини спостерігається також у вузькому зазорі між двома паралельними пластинами. При опусканні змочуваних пластин у рідину її меніск набуває циліндричної форми.

Висота капілярного підняття рідини між двома паралельними пластинами визначається формулою:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g d},$$

де d – відстань між пластинами.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз капілярних явищ застосовується для прогнозування швидкості поширення вогню у пористих структурах, оцінки надійності гідроізоляції будівельних конструкцій та розрахунку параметрів подачі вогнегасних розчинів.

- *Капілярне просочування горючих матеріалів*. Бавовняні тканини, папір, деревина та торф складаються з мільйонів мікроскопічних пор, які

здатні за законом Журена самостійно втягувати горючі рідини. Це явище створює серйозну загрозу під час аварійних розливів палива – нафтопродукти миттєво всмоктуються вглиб конструкцій та одягу, що різко підвищує площу контакту з киснем середовища, прискорює випаровування парів та призводить до надзвичайно швидкого поширення полум'я.

- *Гідродинаміка ліквідації підземних та затяжних пожеж*. Під час гасіння пожеж у пористих середовищах, наприклад, під час ліквідації затяжних підземних торф'яних пожеж, чиста вода є неефективною. Через високий поверхневий натяг вона за законом Журена створює надлишковий капілярний тиск, який заважає рідині глибоко проникати у вузькі пори палаючого торф'яного масиву. Краплі просто затримуються у верхніх шарах, тоді як у глибині процес горіння триває. Додавання спеціальних хімічних добавок знижує поверхневий натяг і дозволяє вогнегасному розчину миттєво всмоктуватися у мікрокапіляри для повної ліквідації внутрішніх осередків.

- *Вплив на пожежне обладнання та будівельні конструкції*. Капілярні ефекти безпосередньо впливають на експлуатацію технічних засобів пожежогасіння. Зокрема, волога здатна капілярним шляхом проникати між волокнами тканинної оболонки пожежних рукавів, що під час замерзання призводить до розриву ниток та руйнування обладнання. У будівельній справі капілярне підняття ґрунтових вод по мікропорах бетону та цегли

викликає постійне зволоження стін, що знижує вогнестійкість матеріалів і може призвести до передчасного обвалення конструкцій під дією високих температур під час пожежі.

§63. Випаровування і кипіння рідин

Пароутворенням *називається процес переходу рідини в газоподібний стан*. *Розрізняють два види пароутворення*: випаровування та кипіння.

Випаровуванням *називається процес пароутворення, який відбувається з вільної поверхні рідини за будь-якої температури*.

Унаслідок теплового руху поверхню рідини залишають молекули з найбільшою кінетичною енергією $\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{3}{2}kT$, які здатні подолати сили міжмолекулярного зчеплення та виконати роботу проти зовнішнього тиску пари. Оскільки рідину залишають найшвидші молекули, середня кінетична енергія тих, що залишилися, зменшується, тому випаровування завжди супроводжується охолодженням рідини (якщо немає припливу тепла ззовні). Ендотермічний (пов'язаний із поглинанням енергії) характер випаровування є основою терморегуляції живих організмів та формування мікроклімату планети через колообіг води.

Силу молекулярного притягання молекула долає не лише в межах поверхневого шару, а й на певній відстані поза ним, оскільки ці сили продовжують діяти на молекулу, що вилітає. Можна

вважати, що молекула повинна подолати поверхневий шар товщиною $2r$, який визначає потенціальний бар'єр для її переходу у вільний стан. Тому кінетична енергія такої молекули має бути більшою за $2rf$, де f – середня величина сили притягання, яка діє на молекулу, а добуток $2rf$ задає мінімальну роботу виходу молекули з рідини.

Щоб температура рідини під час випаровування залишалася сталою, до неї необхідно безперервно підводити теплоту із зовнішнього середовища.

Питомою теплотою випаровування *називається кількість теплоти, яку потрібно затратити для перетворення одиниці маси рідини в пару за незмінної температури* λ.

Цю величину історично називають «прихованою» теплотою, оскільки під час самого процесу пароутворення підведене тепло не викликає підвищення температури рідини.

Згідно з першим законом термодинаміки, питома теплота випаровування складається з двох частин: внутрішньої λ_p (індекс вказує на потенціальний характер взаємодії молекул), яка витрачається на подолання сил зчеплення між ними, і зовнішньої λ_φ (індекс традиційно позначає зовнішню роботу розширення), яка витрачається на виконання роботи проти зовнішнього тиску:

$$\lambda = \lambda_p + \lambda_\varphi .$$

Підставивши значення цих компонентів, отримаємо загальне рівняння:

$$\lambda = NW_{\text{вих}} + p\Delta V,$$

де N – кількість молекул в одиниці маси рідини;

$W_{\text{вих}}$ – робота виходу однієї молекули (мінімальна енергія, яку повинна мати молекула для подолання сил притягання та виходу з рідини назовні);

p – зовнішній тиск;

ΔV – зміна питомого об'єму речовини під час переходу з рідкого стану в газоподібний.

Величина питомої теплоти випаровування λ *залежить від роду речовини*, тому для різних рідин воно суттєво відрізняється.

Величина λ також *залежить від температури рідини*. Із підвищенням температури інтенсивність випаровування зростає, що призводить до збільшення густини пари над поверхнею рідини. Посилення взаємодії між молекулами пари та рідини послаблює сили зчеплення у поверхневому шарі, внаслідок чого питома теплота випаровування зменшується.

Одночасно з процесом випаровування відбувається *зворотний процес* – ***конденсація***, під час якого внаслідок хаотичного теплового руху молекули пари повертаються назад у рідину. Якщо рідина міститься в закритій посудині, то з часом встановлюється стан, за якого кількість молекул, що залишають рідину, дорівнює кількості молекул, які за той самий час переходять із пари в рідину. У цьому разі маси рідини та пари перестають змінюватися, оскільки між ними настає динамічна рівновага. Для кожної речовини така рівновага

можлива лише за певного значення густини пари для цієї температури.

Насиченою парою *називається пара, яка перебуває в стані динамічної рівноваги зі своєю рідиною*.

Тиск насиченої пари *(який також називають її пружністю) визначається рівноважною густиною і залежить лише від температури*. Із підвищенням температури цей тиск зростає, а за сталої температури залишається незмінним.

Температурою насичення *називається температура, за якої пара переходить у стан динамічної рівноваги зі своєю рідиною*.

Стан насиченої пари не описується законами ідеального газового стану, оскільки зміна її об'єму спричиняє зміну маси пари (через конденсацію або додаткове випаровування). Проте *для ненасиченої пари, яка є далекою від стану насичення, газові закони можна застосовувати з певним наближенням*.

Швидкістю випаровування *називається кількість молекул, які залишають одиницю площі вільної поверхні рідини за одиницю часу*.

Цей параметр залежить від температури і зростає з її підвищенням. Швидкість випаровування є суто мікроскопічною характеристикою і зазвичай не збігається з макроскопічною швидкістю переходу всієї речовини в пару (вони рівні лише за умови відсутності конденсації).

Формулою Герца-Кнудсена *називається математична залежність для обчислення кількості молекул, що щосекунди випаровуються з одиниці вільної поверхні рідини у вакуум*:

$$N = \alpha \frac{pN_A}{\sqrt{2\pi\mu RT}},$$

де N_A – стала Авогадро;

μ – молярна маса рідини;

p – тиск насиченої пари;

α – коефіцієнт аккомодації (стала, яка залежить від роду речовини та стану її поверхні).

Густав Людвіг Герц *(1887–1975) – німецький фізик-експериментатор. У 1882 році він заклав основи кінетичної теорії випаровування, уперше вивівши математичний вираз для розрахунку максимальної швидкості переходу рідини в пару у вакуумі. Попри світову славу в галузі фізики хвиль, учений професійно займався фотографією, затято вивчав ремесла та токарну справу.*

Мартін Ганс Крістіан Кнудсен *(1871–1949) – данський фізик і океанограф. У 1915 році він удосконалив рівняння випаровування рідин, увівши коефіцієнт акомодації для врахування реальних властивостей межі поділу середовищ. Свої теоретичні розрахунки з фізики розріджених газів і випаровування води дослідник проводив безпосередньо на наукових суднах під час гідрографічних експедицій у Середземному морі та Північній Атлантиці.*

Кипінням *називається процес пароутворення, який відбувається як з вільної поверхні рідини, так і всередині її об'єму в бульбашки пари, що при цьому утворюються.*

Процес розвивається поетапно (рис. 97).

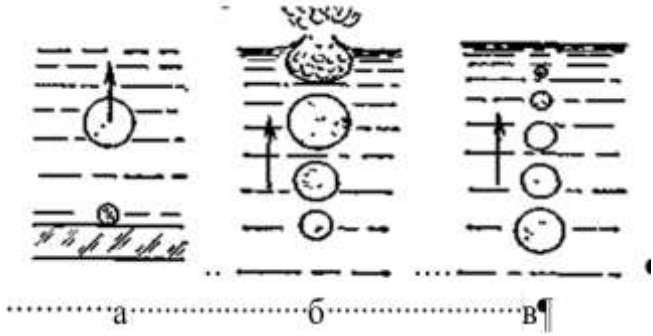


Рис. 97

- На початковій стадії мікроскопічні бульбашки газу на дні та стінках посудини слугують центрами пароутворення. Рідина випаровується всередину цих бульбашок, внаслідок чого вони роздуваються, відриваються від стінок і спливають (рис. 97, а).

- Після повного прогрівання всієї маси рідини бульбашки під час спливання стрімко збільшуються в об'ємі через постійний приплив пари всередину і руйнуються на вільній поверхні (рис. 97, б).

- Якщо ж верхні шари рідини ще не встигли прогрітися, пара в бульбашках, що піднімаються, швидко конденсується, і вони різко зменшуються в об'ємі аж до повного зникнення під тиском навколишньої рідини, що створює характерний шум перед кипінням (рис. 97, в).

Тиск усередині газової бульбашки в рідині дорівнює сумі тиску насиченої пари всередині бульбашки $p_{н} = f(T)$ та тиску повітря в ній $p_{п} = \frac{mRT}{\mu V}$.

Умовою рівноваги для бульбашки всередині рідини є рівність внутрішнього та зовнішнього тисків:

$$p_{Н} + p_{п} = p_{а} + p_{h} + p_{r}$$

де $p_{а}$ – атмосферний тиск;

p_{h} – гідростатичний тиск вищих шарів рідини;

p_{r} – лапласівський тиск, зумовлений кривиною поверхні бульбашки.

Ці тиски визначаються за формулами:

$$p_{h} = \rho g h, \quad p_{r} = \frac{2\sigma}{r},$$

де r – радіус бульбашки пари;

h – відстань від її центру до поверхні рідини;

ρ – густина рідини;

σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

Рух бульбашок пари (кипіння рідини) можливий лише за умови, що тиск p усередині бульбашки задовольняє нерівність:

$$p \geq p_{а} + \rho g h + \frac{2\sigma}{r}.$$

Якщо ця умова не виконується, відбувається конденсація пари всередині бульбашки та її швидке стискання аж до повного зникнення (рис. 97, в).

Якщо ця умова не виконана, то відбувається «закривання» бульбашки і конденсація пари в ній (рис. 97, в).

За малих розмірів r бульбашок пари лапласівський тиск $p_{\text{г}}$ є дуже великим. Тому для початку кипіння чистої рідини її потрібно нагріти до вищої температури. Проте кипіння виникає за значно нижчої температури, якщо в рідині є пилинки, бульбашки розчинених газів або мікроскопічні нерівності на стінках посудини. Бульбашки пари, які виникають на цих центрах пароутворення, від самого початку мають великий радіус кривини, за якого вплив лапласівського тиску є незначним. Унаслідок цього процес кипіння починається за менших значень температури.

Якщо висота стовпа рідини в посудині є невеликою, гідростатичним тиском можна знехтувати порівняно з атмосферним:

$$\rho g h << p_{\text{а}}.$$

Температурою кипіння $T_{\text{к}}$ *називається температура рідини, за якої тиск її насиченої пари дорівнює зовнішньому тиску*.

Врахування лапласівського тиску $p_{\text{г}}$ підвищує температуру кипіння рідини за атмосферного тиску на $0{,}4 - 0{,}8$ К.

Температура рідини залишається сталою впродовж усього процесу кипіння. Уся підведена теплота витрачається виключно на розрив міжмолекулярних зв'язків та перетворення рідини на пару.

Питомою теплотою пароутворення $\lambda_к$ *називається кількість теплоти, яка необхідна для перетворення одиниці маси рідини, нагрітої до температури кипіння, на пару*.

Величина $\lambda_к$ *зменшується з підвищенням температури кипіння і дорівнює нулю за критичної температури*.

Процес кипіння може відбуватися за будь-якого зовнішнього тиску, за якого речовина здатна існувати в рідкому стані.

Рівнянням Клапейрона-Клаузіуса *називається термодинамічне співвідношення, яке пов'язує зміну тиску та температури під час процесів пароутворення*:

$$dT = T\frac{\upsilon_п - \upsilon_р}{\lambda_к}dp,$$

де $\upsilon_п$ – питомий об'єм (об'єм одиниці маси) пари за температури T;

$\upsilon_р$ – питомий об'єм рідини ($\upsilon_п > \upsilon_р$).

Зростання температури кипіння рідини на dT із підвищенням зовнішнього тиску на dp повністю описується цим виразом.

За критичного тиску температура кипіння збігається з критичною температурою.

Критичною температурою *називається найвища температура, за якої речовина ще може перебувати в рідкому стані*.

Фізичний зміст критичного стану полягає в тому, що за критичної температури зникає

поверхневий натяг рідини, а густина рідини та її насиченої пари стають однаковими. Унаслідок цього зникає межа поділу між рідким і газоподібним станами, тому за температур, вищих за критичну, існування речовини в рідкому стані є неможливим за будь-якого тиску.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз процесів випаровування і кипіння рідин є базовим для оцінки швидкості утворення горючого пароповітряного середовища та розрахунку параметрів вибухозахисту приміщень.

- *Концентраційні межі поширення полум'я*. Швидкість випаровування легкозаймистих рідин у закритому об'ємі визначає час досягнення нижньої та верхньої меж вибуховості. Цей діапазон задає граничні концентрації горючої пари в повітрі, за яких можливе стрімке поширення полум'я. Якщо внаслідок випаровування концентрація пари потрапляє в ці межі, виникає ризик раптового вибуху всієї суміш від джерела запалювання.

- *Температура спалаху*. Цей параметр безпосередньо залежить від швидкості випаровування рідини та тиску її насиченої пари. Вона визначає мінімальну температуру, за якої над поверхнею рідини утворюється концентрація пари, здатна спалахнути від зовнішнього джерела запалювання.

- *Термодинамічні небезпеки кипіння*. Інтенсивне кипіння горючих рідин у закритих технологічних

об'ємах призводить до стрімкого зростання тиску насиченої пари відповідно до рівняння Клапейрона - Клаузіуса. Критичне перегрівання рідини вище температури її кипіння за нормальних умов створює загрозу аварійної розгерметизації та вибухового викиду великої маси пари в атмосферу з утворенням вибухонебезпечної хмари.

- *Інженерно-технічні засоби захисту*. Для запобігання утворенню вибухонебезпечного середовища горючі рідини з високим тиском насиченої пари зберігають у герметичних резервуарах під тиском або за знижених температур. У технологічних процесах впроваджують автоматичний контроль температури та тиску для виключення ризику перегрівання рідин вище температури їхнього кипіння, а також проєктують аварійні системи скидання тиску.

§64. Основні визначення та характеристики вологого повітря

Вологим повітрям називається механічна суміш сухого повітря з водяною парою.

Атмосферне повітря завжди містить певну кількість водяної пари. Воно з високою точністю підпорядковується усім закономірностям ідеальних газів, оскільки водяна пара перебуває переважно в перегрітому стані за незначного тиску.

Загальний тиск атмосферного повітря (барометричний тиск) згідно із законом Дальтона для газових сумішей дорівнює:

$$p = p_{\text{с.п.}} + p_{\text{в.п.}},$$

де p – барометричний тиск;

$p_{\text{с.п.}}$, $p_{\text{в.п.}}$ – парціальні тиски сухого повітря та водяної пари відповідно.

Максимальне значення парціального тиску водяної пари $p_{\text{в.п.}}$ *за певної температури* t *дорівнює тиску насиченої водяної пари* $p_{\text{н}}$.

Температурою точки роси $t_{\text{р}}$ *називається температура вологого повітря, за якої водяна пара в ньому переходить у насичений стан*.

Зниження температури повітря нижче точки роси спричиняє конденсацію водяної пари.

За відомою температурою точки роси $t_{\text{р}}$ *за таблицями термодинамічних властивостей водяної пари визначають парціальний тиск пари* $p_{\text{п}}$ *в повітрі як тиск насичення, що відповідає цій температурі*.

Точнішим методом є визначення парціального тиску водяної пари p_n *за допомогою психрометра та психрометричних таблиць*.

Основними характеристиками вологого повітря є його абсолютна і відносна вологість.

Абсолютною вологістю $\rho_{\text{а}}$ *називається густина водяної пари (маса пари в* 1м^3*) вологого повітря за її парціального тиску та температури повітря*.

Одиницею вимірювання абсолютної вологості в Міжнародній системі одиниць СІ є кілограм на кубічний метр: $[\rho_a] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Відносною вологістю φ *називається відношення абсолютної вологості повітря до його максимальної вологості (густини насиченої водяної пари* $\rho_{\text{н}}$*) за цієї самої температури.*

Розрахункова формула має вигляд:

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{а}}}{\rho_{\text{н}}}.$$

Відносна вологість є безрозмірною величиною. Однак, якщо отриманий за формулою результат помножити на $100\,\%$*, тоді її можна виразити у відсотках.*

Для насиченого вологого повітря $\varphi = 1$ *(або* $100\,\%$*), а для абсолютно сухого повітря* $\varphi = 0$ *(або* $0\,\%$*.)*

Згідно з рівнянням Менделєєва - Клапейрона, густину пари (абсолютну вологість) та густину насиченої пари визначають як:

$$\rho_{\text{а}} = \frac{p_{\text{в.п.}}\mu_{\text{в.п.}}}{RT},\ \rho_{\text{н}} = \frac{p_{\text{н}}\mu_{\text{в.п.}}}{RT}.$$

Підставивши ці вирази у формулу *відносної вологості*, отримаємо її вираження через парціальні тиски:

$$\varphi = \frac{p_{\text{в.п.}}}{p_{\text{н}}}.$$

Відносною вологістю повітря (якщо вважати водяну пару ідеальним газом) називається чисельне відношення парціального тиску водяної пари в ньому до тиску насиченої водяної пари за температури цієї суміші.

Людина сприймає не абсолютну масу води в повітрі, а саме відносну вологість φ, оскільки від неї залежить швидкість випаровування вологи з нашої шкіри. За низької відносної вологості повітря «жадібно» поглинає вологу, прискорюючи випаровування, що веде до швидкого охолодження тіла. Навпаки, за $\varphi \approx 100\,\%$ випаровування практично припиняється, тому навіть помірна спека стає задушливою і переносити її значно важче.

Усі розглянуті процеси пароутворення та конденсації відображають особливості теплового руху молекул у рідинах і газах, тоді як у твердих тілах частинки вже не можуть вільно переміщатися і лише коливаються навколо сталих положень рівноваги.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз характеристик вологого повітря є базовим для розрахунку швидкості поширення вогню та оцінки ризиків займання матеріалів, оскільки вологість середовища безпосередньо впливає на інтенсивність і швидкість процесу горіння.

- *Класифікація приміщень за вологістю*. Відносна вологість повітря визначає рівень вологості в будівлях, який за стандартами України

поділяють на чотири класи: сухий (менше 50%), нормальний (50%–60%), підвищений або вологий (61%–75%) та мокрий (понад 75%).

- *Пожежні ризики низької вологості*. Зниження відносної вологості повітря на відкритих просторах різко підвищує індекс пожежної небезпеки. Сухе повітря інтенсифікує випаровування вологи з лісових горючих матеріалів (деревини, хвої, трав) до досягнення ними критично сухого стану. Це призводить до зниження енергії запалювання матеріалів, що забезпечує їхнє миттєве займання та стрімке поширення вогню.

- *Вплив вологості на горючість матеріалів та статичну електрику*. Низька відносна вологість повітря всередині будівель спричиняє десорбцію (випаровування) внутрішньої вологи з паперу, тканин та деревини, суттєво знижуючи їхню термостійкість. Для деревини падіння власної вологості нижче 20% призводить до втрати стійкості до теплових імпульсів. Крім того, сухе повітря мінімізує поверхневу провідність діелектриків, що інтенсифікує накопичення статичної електрики. Підтримка вологості на рівні 40%–60% запобігає ризику виникнення іскрових розрядів.

- *Точка роси в протипожежній автоматиці*. Розрахунок температури точки роси є критичним під час проєктування вентиляції та систем димовидалення. Досягнення цієї температури на поверхнях металоконструкцій та кабельних трас викликає конденсацію водяної пари, що загрожує

корозією елементів кріплення або коротким замиканням у ланцюгах систем автоматичного протипожежного захисту.

- *Термодинамічна роль вологовмісту при задимленні*. Абсолютна вологість та вологовміст повітря враховуються під час моделювання динаміки небезпечних чинників пожежі. Оскільки водяна пара має високу питому теплоємність, її наявність у продуктах горіння суттєво впливає на теплообмін: пара поглинає частину теплової енергії полум'я, що змінює температурне поле пожежі та коригує параметри розрахунку систем димовидалення.

§65. Види деформації твердих тіл

За характером внутрішньої структури та розташування частинок усі тверді тіла поділяють на дві великі групи.

Кристалічними *називаються тверді тіла*, частинки яких розташовані у просторі строго впорядковано. *Кристалічною ґраткою* називається специфічний просторовий порядок розташування частинок (атомів, молекул, іонів) у кристалі, що періодично повторюється. Кристалічні тіла мають чітко визначену температуру плавлення та властивість анізотропії (залежність фізичних властивостей від напрямку дослідження).

Аморфними *називаються тверді тіла*, частинки яких не мають строгого просторового порядку в розташуванні, а їхня структура подібна до дуже в'язких рідин. Вони не мають чітко визначеної

температури плавлення (розм'якшуються в інтервалі температур) і є ізотропними (їхні властивості однакові в усіх напрямках).

Надалі ми будемо розглядати властивості та процеси лише для кристалічних твердих тіл (надалі – твердих тіл).

Механічними називаються властивості твердих тіл, що визначають їхню здатність змінювати свою форму (деформуватися) під дією зовнішніх сил і протидіяти руйнуванню.

Деформацією *називається зміна взаємного розташування частинок тіла та відстаней між ними під дією зовнішніх чинників (механічних сил або зміни температури).*

Залежно від величини прикладених сил деформація тіла може бути пружною або пластичною.

Пружною деформацією *називається оборотна деформація, за якої після припинення дії зовнішніх сил об'єм і форма тіла повністю відновлюються*.

Пластичною деформацією *називається необоротна деформація, за якої після припинення дії зовнішніх сил об'єм і форма тіла не повертаються до попередніх значень*.

Зміна відстаней між частинками тіла під час деформації спричинює появу внутрішніх сил пружності, які намагаються повернути його до початкового стану. За пружної деформації ці внутрішні сили повністю зрівноважують зовнішнє навантаження і відновлюють початкові розміри та форму тіла після припинення дії зовнішніх сил. За

пластичної деформації зовнішнє навантаження спричиняє незворотний зсув шарів атомів у нові положення рівноваги, тому після припинення його дії тіло зберігає змінену форму та розміри.

Будь-які деформації твердого тіла за характером прикладених сил зводяться до двох основних видів, оскільки діючу на поверхню силу завжди можна розкласти на дві складові: перпендикулярну (нормальну) та паралельну (тангенціальну) до цієї поверхні.

Деформацією розтягу або стиску *називається вид деформації, що спричиняється перпендикулярною до поверхні складовою сили та характеризується зміною об'єму тіла за збереження його форми.*

Деформацією зсуву *називається вид деформації, що спричиняється паралельною до поверхні складовою сили та характеризується зміною форми тіла за збереження його об'єму*.

Якщо паралельна складова сили дорівнює нулю, виникає *деформація чистого розтягу* або *стиску*. Якщо перпендикулярна складова сили дорівнює нулю, виникає *деформація чистого зсуву*.

Усі інші види деформацій є комбінаціями розтягу, стиску та зсуву. Наприклад, деформація згину є поєднанням розтягу та стиску різних шарів матеріалу, а деформація кручення є нерівномірним зсувом шарів тіла один відносно одного.

Результат деформації визначається не лише модулем прикладеної сили, а й площею її розподілу

по поверхні тіла, а також пружними властивостями самої речовини.

Механічною напругою σ *називається фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню зовнішньої сили до площі поперечного перерізу тіла, перпендикулярного до напрямку дії цієї сили*:

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Одиницею вимірювання механічної напруги в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон на метр квадратний або паскаль: $[\sigma] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$

Величина, яка характеризує деформацію, позначається літерою ε. Для різних видів деформацій це будуть різні величини.

Співвідношення між механічною напругою σ, *яка спричинила пружну деформацію, та величиною деформації* ε *визначається* ***законом Гука***:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \text{const}.$$

Згідно з цим законом, механічна напруга є прямо пропорційною величині деформації.

Нехай на металевий циліндричний стрижень початковою довжиною l_0 і площею поперечного перерізу S діє сила F, під дією якої він видовжується до довжини l (рис. 98).

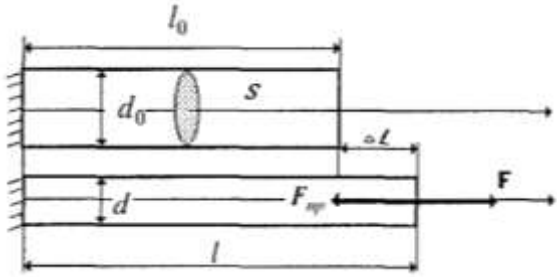


Рис. 98

Відносним видовженням *називається відношення зміни довжини стрижня до його початкової довжини, яке є величиною деформації* ε *за однобічного розтягу*:

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Позначивши сталу величину через E, ***закон Гука*** можна записати у вигляді:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\frac{\Delta l}{l_0}} = E.$$

Модулем Юнга (або модулем поздовжньої пружності) E *називається коефіцієнт пропорційності між механічною напругою та відносним видовженням, який є мірою пружних властивостей речовини.*

Одиницею вимірювання модуля Юнга в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон на метр квадратний або паскаль: $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$

Модуль Юнга *чисельно дорівнює механічній напрузі, яка виникає в речовині за умови її одиничного*

відносного видовження ($\varepsilon = 1$), тобто у разі умовного подвоєння початкової довжини стрижня.

***Томас Юнг** (1773–1829) – англійський фізик, лікар і поліглот. У 1807 році він увів модуль поздовжньої пружності як фундаментальну характеристику речовини. Окрім фізики, вчений володів понад десятьма мовами і зробив величезний внесок у розшифрування єгипетських ієрогліфів на Розетському камені*.

Виведемо співвідношення між коефіцієнтом жорсткості тіла та характеристиками його речовини.

З розділу механіки відомо *закон Гука*, за яким модуль сили пружності прямо пропорційний абсолютному видовженню:

$$F = k\Delta l,$$

де k – коефіцієнт жорсткості;

$x = \Delta l$ – абсолютне видовження.

Виразимо з цієї формули абсолютне видовження:

$$\Delta l = \frac{F}{k}.$$

Поділивши обидві частини виразу на початкову довжину l_0, виразимо його у вигляді:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{k \cdot l_0} = \frac{F}{S} \cdot \frac{S}{k \cdot l_0}.$$

Врахувавши, що $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ (відносне видовження), а $\frac{F}{S} = \sigma$ (механічна напруга), отримаємо:

$$\varepsilon = \sigma \frac{S}{k \cdot l_0}.$$

Оскільки з форми закону Гука через модуль Юнга випливає, що $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, то зіставлення цих двох виразів дає:

$$\frac{1}{E} = \frac{S}{k \cdot l_0}.$$

З отриманого співвідношення визначимо *коефіцієнт жорсткості*:

$$k = \frac{E \cdot S}{l_0}.$$

Цей вираз показує, *що коефіцієнт жорсткості* k *залежить від площі поперечного перерізу* S, *початкової довжини тіла* l_0 *та від роду речовини, з якої воно виготовлене.*

Вплив роду речовини на жорсткість тіла повністю визначається модулем Юнга E, *який за даної температури є сталою фізичною характеристикою для кожної конкретної речовини*.

Модуль Юнга визначається лише природою самої речовини. Ця природа залежить від типу хімічного зв'язку та сил електромагнітної взаємодії між частинками у кристалічній ґратці: чим міцніший цей внутрішній зв'язок, тим більшим є модуль Юнга.

Модуль сили, прикладеної до стрижня в кожен даний момент часу, визначається співвідношенням:

$$F = \sigma S = \frac{ES}{l_0}\Delta l,$$

тобто під час пружної деформації сила змінюється прямо пропорційно його абсолютному видовженню Δl.

Роботою змінної сили називається величина, що розраховується за формулою:

$$A = \frac{1}{2}F\Delta l = \frac{1}{2}\frac{ES}{l_0}\Delta l^2.$$

Ця робота повністю витрачається на створення *потенціальної енергії пружно деформованого стрижня*:

$$W_{\text{p}} = \frac{1}{2}\frac{ES}{l_0}\Delta l^2.$$

Отже, *потенціальна енергія пружно деформованого стрижня є пропорційною квадрату його абсолютного видовження*.

Отримані формули показують, що за однакової величини абсолютного видовження накопичена енергія є більшою у того стрижня, який має більший коефіцієнт жорсткості. Ця енергія повністю вивільняється у вигляді кінетичної енергії або роботи під час повернення стрижня до початкового стану.

Під час розтягу або стиску змінюється не лише довжина стрижня, а й його поперечні розміри (рис. 98).

Модулем поперечного стиску E' ***(розтягу) за поздовжнього розтягу (стиску)*** *називається коефіцієнт пропорційності між поздовжньою механічною напругою та відносною поперечною деформацією*.

Розрахункова формула має вигляд:

$$\sigma = E' \frac{\Delta r}{r_0} = \frac{\Delta d}{d_0},$$

де r_0, d_0 – початкові радіус та діаметр стрижня;

$\Delta r_0, \Delta d_0$ – абсолютні зміни початкових радіуса та діаметра стрижня.

Одиницею вимірювання модуля поперечного стиску в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон на метр квадратний або паскаль: $\left[E'\right] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$

Коефіцієнтом Пуассона μ *називається фізична величина, яка визначає зв'язок між відносною зміною поперечних розмірів та відносною зміною довжини тіла і чисельно дорівнює їхньому відношенню*:

$$\mu = \frac{\Delta r / r_0}{\Delta l / l_0} = \frac{\Delta d / d_0}{\Delta l / l_0}.$$

Для кожної речовини за даної температури коефіцієнт Пуассона є сталою величиною, яка залежить лише від її роду.

Коефіцієнт Пуассона є безрозмірною величиною.

Для більшості твердих тіл значення коефіцієнта Пуассона становить приблизно 0,3.

Значення $\mu \approx 0{,}3$ показує, що під час розтягування тіла його відносна поперечна деформація становить близько 30% від відносної поздовжньої деформації.

Сімеон-Дені Пуассон *(1781–1840) – французький математик і фізик, який у 1827 році*

теоретично вивів коефіцієнт співвідношення між поздовжньою та поперечною деформаціями.

Деформацією всебічного розтягу або стиску *називається вид деформації, що виникає у разі рівномірного розподілу діючої сили по всій поверхні тіла* (рис. 99).

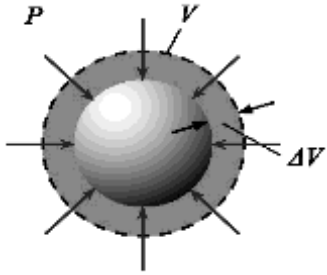


Рис. 99

Величиною деформації за всебічного розтягу або стиску є відносна зміна об'єму тіла $\frac{\Delta V}{V}$.

Згідно із законом Гука, відношення механічної напруги до величини деформації є сталою величиною:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\frac{\Delta V}{V}} = M .$$

Модулем всебічного стиску (або розтягу) *M називається коефіцієнт пропорційності, який чисельно дорівнює механічній напрузі, що умовно змінює об'єм тіла вдвічі.*

Всебічний стиск або розтяг тіла є еквівалентним стиску або розтягу вздовж трьох координатних осей. Отже, його можна розглядати як результат

додавання трьох малих деформацій однобічного стиску або розтягу.

Тому *модуль Юнга* E *та модуль всебічного стиску* M *пов'язані між собою*, а саме:

$$M = \frac{E}{3(1-2\mu)},$$

де μ – коефіцієнт Пуассона.

Деформацією зсуву *називається вид деформації, що виникає під дією сили, яка прикладена дотично до поверхні тіла*.

Мірою деформації зсуву є кут зсуву γ *– кут, на який відхиляються від свого початкового напрямку бічні грані тіла* (рис. 100).

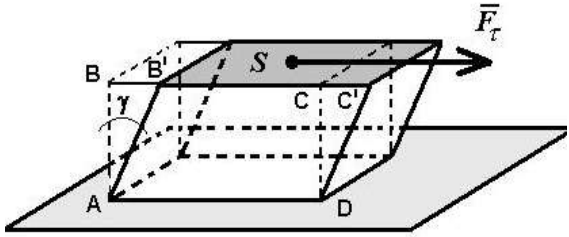


Рис. 100

Дотичною механічною напругою σ *називається відношення прикладеної сили* F_τ *до площі поверхні* S, *уздовж якої вона діє*.

Досліди показують, що *для деформації зсуву відношення дотичної механічної напруги до кута зсуву є сталою величиною для кожної речовини*:

$$\frac{\sigma}{\gamma} = G,$$

G *– модуль зсуву*.

Звідси *закон Гука для деформації зсуву* набуває вигляду:

$$\sigma = G\gamma .$$

Модуль зсуву G *чисельно дорівнює дотичній механічній напрузі, яка спричиняє кут зсуву в один радіан.*

Одиницею вимірювання модуля зсуву в Міжнародній системі одиниць СІ є ньютон на метр квадратний або паскаль: $\left[G\right] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$

Слід зазначити, що *деформація зсуву супроводжується зміною форми тіла, тоді як його об'єм залишається незмінним.*

Між модулем зсуву G, *модулем Юнга* E *і коефіцієнтом Пуассона* μ *існує математичний зв'язок:*

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

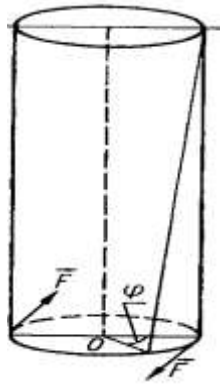


Рис. 101

Деформацією кручення *називається вид деформації, що виникає внаслідок неоднорідного зсуву шарів тіла під дією обертального моменту сил.*

Для її дослідження один кінець стрижня закріплюють нерухомо, а до іншого прикладають пару сил, яка створює крутильний момент відносно його поздовжньої осі (рис. 101).

Внаслідок прикладання крутильного моменту сил стрижень зазнає деформації кручення, а його вільний кінець повертається відносно нерухомого на кут φ.

Закон Гука для деформації кручення має вигляд:

$$M_{кр} = f\varphi,$$

де $M_{кр}$ – крутильний момент сил;

f – модуль кручення.

Слід зазначити, що всі розглянуті модулі пружності (модуль поперечного стиску E', модулі всебічного стиску M, зсуву G та кручення f, як і модуль Юнга E, не залежать від геометричних розмірів тіла, а визначаються виключно природою речовини та її температурою.

Деформація згину є складним видом деформації, який зводиться до одночасного поздовжнього розтягу і стиску (рис. 102).

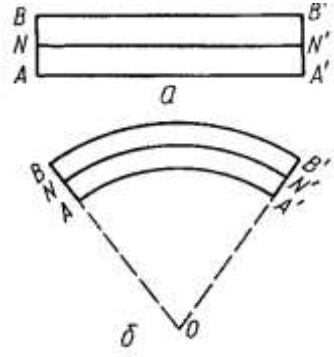


Рис. 102

Під час згину стрижня його опуклі шари (BB') зазнають розтягу, увігнуті шари (AA') – стиску, а нейтральний шар (NN') зберігає свої початкові розміри.

Для практичного оцінювання міцності твердого тіла недостатньо знати лише види деформацій, тому

поведінку речовин під навантаженням досліджують експериментально.

Діаграмою розтягу (рис. 103) називається графічна залежність між механічною напругою σ та відносною деформацією ε речовини за однобічного розтягу.

Для оцінювання вогнестійкості будівельних конструкцій на цій діаграмі враховують кілька основних характеристик.

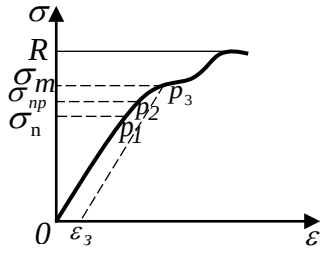


Рис. 103

- *Межею пропорційності* $\sigma_{\text{п}}$ називається максимальна механічна напруга, до якої виконується закон Гука (ділянка прямої лінії на графіку).

- *Межею пружності* $\sigma_{\text{пр}}$ називається максимальна напруга, за якої в речовині ще не виникає залишкових деформацій.

- *Межею текучості* σ_{m} називається механічна напруга, за якої деформація речовини продовжує зростати навіть без збільшення зовнішньої сили.

- *Межею міцності* R називається максимальна напруга, яку здатна витримати речовина перед початком її руйнування.

- *Залишковою деформацією* $\varepsilon_з$ називається незворотна деформація тіла, яка зберігається після повного зняття механічної напруги.

За характером діаграми розтягу та руйнування всі речовини поділяють на дві основні групи (рис. 104).

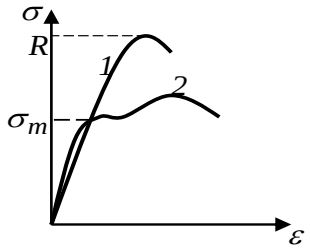


Рис. 104

Крихкими називаються *речовини*, які руйнуються за вкрай малих деформацій без помітного попереднього розтягування (крива 1 – чавун, бетон, скло, цегла).

Пластичними називаються *речовини*, які перед руйнуванням здатні зазнавати великих за величиною деформацій (крива 2 – конструкційні сталі, мідь, свинець, золото).

Для більшості речовин характер руйнування та числові значення меж міцності й пружності суттєво залежать від температури навколишнього середовища.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці аналіз видів деформації твердих тіл є головним фактором під час розрахунку стійкості споруд в аварійних ситуаціях. Критичний нагрів викликає в елементах будівель небезпечні механічні деформації розтягу, стиску, зсуву та

згину. Урахування цих параметрів дозволяє пожежним інженерам точно спрогнозувати час до повної втрати тримальної здатності та ймовірного обвалення каркаса споруди.

- *Термічне руйнування та деформація бетону*. Інтенсивне випаровування внутрішньої вологи починається за температури понад $300^{\circ}C$ і викликає появу глибоких тріщин у структурі речовини. Стрімке падіння тримальної здатності та механічної міцності залізобетону відбувається під час нагрівання понад $500-600^{\circ}C$, коли конструкція руйнується через втрату зчеплення між арматурою та цементним каменем.

- *Критична втрата жорсткості будівельної сталі*. Будівельний метал є вкрай чутливим до дії відкритого вогню і втрачає близько 50% своєї початкової міцності вже за температури від 550 до $600^{\circ}C$. При досягненні $1000^{\circ}C$ металевий каркас повністю втрачає міцність і деформується під власною вагою, а сильне температурне розширення призводить до викривлення балок та миттєвого руйнування всієї конструкції, що вимагає обов'язкового використання вогнезахисних фарб або штукатурки.

- *Поведінка деревини та небезпека обвуглювання*. Активне обвуглювання дерева починається за температури від 250 до $300^{\circ}C$, проте утворений твердий вугільний шар має низьку теплопровідність і частково захищає внутрішню частину елемента від швидкого прогріву під дією полум'я. Разом із тим дерево швидко горить і

втрачає свою механічну жорсткість, тому для зниження швидкості деформації дерев'яні крокви та перекриття підлягають обов'язковій глибокій обробці хімічними антипіренами.

- *Висока термічна стійкість цегли та кераміки*. Вироби з випаленої глини мають максимальну вогнестійкість серед поширених будівельних речовин. Цегляні стіни зазвичай витримують температуру до $1200^{\circ}\mathrm{C}$ без значних структурних змін і стабільно зберігають геометричну форму. Проте раптове охолодження розпиленою водою розігрітої конструкції викликає небезпечний термічний шок і різкі внутрішні напруги, що призводить до розтріскування та швидкого руйнування стін.

- *Критичні межі руйнування віконного скла*. Звичайне скління будівель зовсім не витримує різких перепадів температур і тріскається вже за умов нагрівання від 150 до $200^{\circ}\mathrm{C}$. Руйнування вікон забезпечує приплив кисню з вулиці, що різко прискорює пожежу. Для захисту шляхів евакуації інженери проєктують протипожежні перешкоди з використанням спеціального термостійкого скла, здатного витримувати нагрів до $600^{\circ}\mathrm{C}$ без втрати цілісності.

- *Зниження межі міцності та конструктивний вогнезахист*. Високе термічне навантаження зміщує діаграму розтягу речовин вниз, внаслідок чого критично падає межа міцності R, і коли вона стає меншою за діючу механічну напругу, конструкція

руйнується. Суворе врахування таких особливостей деформації твердих тіл за умов високих температур є основою для розробки сучасних будівельних норм.

§66. Теплоємність твердих тіл

Кількість теплоти *Q, яка необхідна для нагрівання тіла від початкової температури T_1 до кінцевої температури T_2, визначається за формулою*:

$$Q = cm(T_2 - T_1),$$

де m – маса тіла;

c – питома теплоємність матеріалу.

Питомою теплоємністю тіла *с називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, що необхідна для нагрівання одиниці маси тіла на один кельвін (або один градус Цельсія):*

$$c = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)}.$$

Одиницею вимірювання питомої теплоємності в Міжнародній системі одиниць СІ є джоуль на кілограм-кельвін: $[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Питома теплоємність для багатошарових конструкцій визначається за формулою:

$$c = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2 + \cdots + m_N c_N}{m_1 + m_2 + \cdots + m_N},$$

де $m_1, m_2, ..., m_N$ – маси окремих шарів;

$c_1, c_2, ..., c_N$ – питомі теплоємності цих шарів.

Ця формула показує, що загальна теплоємність конструкції складається з теплоємностей усіх її

окремих шарів. Розрахунок цієї величини є важливою для оцінювання вогнестійкості стін та перешкод, адже що більшою є сумарна теплоємність усіх шарів, то повільніше конструкція прогріватиметься під дією високих температур.

Питома теплоємність тіла залежить від його хімічного складу, внутрішньої будови, температури та вологості.

У класичній теорії теплоємності основним видом теплового руху атомів у кристалічній ґратці є їхні коливання навколо положень рівноваги. Через це тверде тіло розглядають як систему зв'язаних гармонічних осциляторів, середня енергія яких зростає з підвищенням температури.

Згідно із законом рівнорозподілу енергії, на кожен ступінь вільності коливального руху припадає середня теплова енергія, яка дорівнює:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{р}} = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT.$$

Наявність у кристалічній ґратці N_{A} вузлів зумовлює наявність $3N_{\text{A}}$ ступенів вільності коливального руху.

Повна внутрішня енергія одного моля кристала визначається за формулою:

$$U_{\mu} = 3N_{\text{A}}kT = 3RT\ ,$$

де N_{A} – стала Авогадро.

Молярною теплоємністю твердого тіла *за сталого об'єму* C_V *називається фізична величина,*

яка чисельно дорівнює похідній від внутрішньої енергії одного моля за температурою:

$$C_V = \left(\frac{dU_\mu}{dT} \right)_V = 3R \approx 25 \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} .$$

Із наведеного рівняння випливає, що молярна теплоємність твердих тіл не залежить від їхньої природи та температури, а для всіх речовин є однаковою величина.

Отриманий вираз для C_V *є кількісним записом* ***закону Дюлонга - Пті***.

П'єр Луї Дюлонг *(1785–1838) – французький фізик і хімік. У 1819 році він спільно з Алексісом Пті відкрив класичний закон теплоємності твердих тіл. Вчений розробив методику експериментального вимірювання кількості теплоти в нагрітих кристалах та обґрунтував температурні межі застосування цього правила.*

Алексіс Терез Пті *(1791–1820) – французький фізик і математик, який разом із П'єром Дюлонгом сформулював закон теплоємності твердих тіл. Вчений експериментально довів незалежність молярної теплоємності кристалів від їхньої хімічної природи за кімнатних температур та розрахував середнє значення цієї величини для чистих хімічних елементів. Пті був визнаним науковим вундеркіндом свого часу – він блискуче склав усі вступні іспити до престижної Політехнічної школи Парижа вже у віці 16 років, випередивши набагато старших вступників.*

Цей закон приблизно виконується для багатьох твердих тіл за кімнатних температур. Проте зі зниженням температури теплоємність суттєво зменшується (рис. 105) і прямує до нуля ($C_V \to 0$) за наближення температури до абсолютного нуля ($T \to 0$), як це передбачено теоремою Нернста.

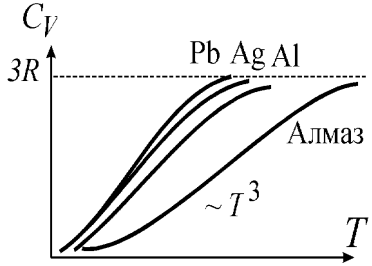


Рис. 105

Головним недоліком класичної теорії Дюлонга - Пті є її повна невідповідність експериментальним даним в області низьких температур, оскільки вона помилково передбачає абсолютну сталість теплоємності та не здатна пояснити її сильне падіння аж до нуля під час охолодження тіл.

Повністю усунути цей недолік і пояснити спостережувану на досліді залежність дозволив перехід до квантових моделей. У курсі загальної фізики розглядають дві основні квантові теорії теплоємності твердих тіл.

Першою квантовою моделлю є теорія Айнштайна, яка розглядає атоми як незалежні гармонічні осцилятори з однаковою частотою коливань. Головним недоліком теорії Айнштайна є спрощене припущення про ізольованість атомів та однакову частоту їхніх коливань,

через що отримані за цією моделлю результати в області дуже низьких температур математично розбігаються з експериментальними даними.

Повне усунення цих розбіжностей та точний опис температурної залежності теплоємності забезпечує квантова теорія Дебая, яка вводить поняття характеристичної температури Дебая θ_D.

Характеристичною температурою Дебая *називається температура, що визначається максимальною частотою коливань атомів у кристалічній ґратці та характеризує пружні властивості тіла.*

Співвідношення між поточною температурою тіла та його характеристичною температурою визначає характер температурної залежності теплоємності.

Якщо кімнатна температура є значно вищою за характеристичну ($T >> \theta_D$), як для свинцю, срібла чи алюмінію, то *закон Дюлонга - Пті виконується.*

Навпаки, *якщо кімнатна температура є значно нижчою за характеристичну* ($T << \theta_D$), як для алмазу, то *закон Дюлонга - Пті не виконується.* Через високу жорсткість міжатомних зв'язків у кристалічній ґратці надтвердих речовин (наприклад, алмазу) їхня молярна теплоємність за кімнатних умов є значно меншою за $3R$.

За низьких температур, коли температура тіла є набагато меншою за характеристичну ($T << \theta_D$), *теплоємність усіх твердих тіл зменшується пропорційно кубу термодинамічної температури.*

Закон кубів Дебая *для теплоємності твердих тіл в області низьких температур має вигляд:*

$$C_V = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3,$$

де T – термодинамічна температура;

θ_D – характеристична температура Дебая;

R – універсальна газова стала.

Петер Джозеф Вільям Дебай *(1884–1966) – нідерландсько-американський фізик і фізико-хімік. У 1912 році створив квантову теорію теплоємності твердих тіл, розробив закон кубів температури та ввів поняття характеристичної температури. Дебай був видатним науковим універсалом – будучи за мисленням чистим фізиком, він у 1936 році став лауреатом Нобелівської премії саме з хімії за свої дослідження дипольних моментів і структури молекул.*

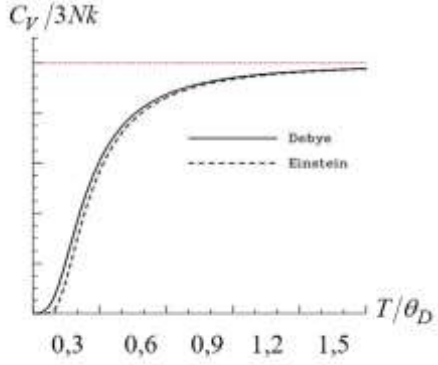


Рис. 106

Температурні залежності молярної теплоємності твердого тіла за сталого об'єму в теоріях Айнштайна та Дебая порівнюються на рис. 106.

З графіків видно, що в області високих температур криві обох квантових теорій повністю збігаються, наближаючись до класичної межі закону Дюлонга - Пті. Розбіжність між моделями

виявляється біля абсолютного нуля і полягає у характері наближення кривих до початку координат.

Пунктирна крива Айнштайна через припущення про однакову частоту коливань атомів притискається до горизонтальної осі занадто стрімко.

Суцільна крива Дебая підходить до нуля плавніше, що повністю відповідає реальним результатам експериментів.

Характеристична температура Дебая є межею, яка відокремлює високотемпературну область твердого тіла з класичним характером теплоємності від низькотемпературної області з переважанням квантових ефектів.

Обмеженість моделі Дебая полягає в тому, що вона враховує лише коливання атомів у вузлах кристалічної ґратки, тобто визначає виключно ґраткову теплоємність. Проте у реальних металах необхідно додатково враховувати наявність вільних електронів, які також роблять свій внесок у загальну теплоємність.

З урахуванням електронного фактора повна молярна теплоємність твердого тіла за сталого об'єму визначається за формулою:

$$C_V = aT + bT^3,$$

де aT – доданок, який відповідає за електронну складову теплоємності;

bT^3 – доданок, який відповідає за ґраткову складову теплоємності;

a та b – сталі коефіцієнти.

За кімнатних температур внесок електронів у загальну теплоємність металів є дуже малим

порівняно з ґратковою складовою, тому ним зазвичай нехтують.

Однак, як показують розрахунки, в області наднизьких температур (близько кількох кельвінів) ситуація кардинально змінюється. Оскільки кубічний доданок bT^3 за умов сильного охолодження прямує до нуля значно швидше за лінійний доданок aT, за температур біля абсолютного нуля саме електронна складова стає визначальною і повністю задає характер теплоємності металів.

Усі теоретичні розрахунки квантової теорії виконують для умов сталого об'єму, проте на практиці теплоємність твердих тіл завжди вимірюють за сталого тиску. У разі твердих тіл різниця між молярними теплоємностями за сталого тиску C_p та сталого об'єму C_V не дорівнює універсальній газовій сталій R, а є набагато меншою за цю величину і суттєво залежить від термодинамічної температури.

Причиною такої малої розбіжності є незначне теплове розширення твердих тіл порівняно з газами. Під час нагрівання кристала практично вся підведена кількість теплоти витрачається на збільшення енергії коливань атомів у вузлах ґратки, тоді як робота проти зовнішніх сил є дуже малою. З цієї причини для більшості інженерних розрахунків значення C_p та C_V твердих тіл вважають приблизно однаковими.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз теплоємності твердих тіл є фундаментальним інструментом для оцінки пожежної небезпеки речовин, вибору безпечних будівельних матеріалів та розробки ефективних заходів припинення горіння. Своєчасний розрахунок теплоємності дозволяє інженерам точно спрогнозувати швидкість прогріву будівельних конструкцій під час аварійної ситуації.

1. *Вогнестійкі властивості матеріалів із високою теплоємністю*.

- *Уповільнення прогріву*. Що вища питома теплоємність матеріалу, то більше тепла йому потрібно для нагрівання. Такі матеріали працюють як «теплова губка»: вони довго поглинають теплову енергію пожежі, але самі при цьому прогріваються дуже повільно. Це дає додатковий час для евакуації до того, як конструкція почне руйнуватися чи спалахне.

- *Тепловий бар'єр бетону*. Класичним прикладом є бетон, який завдяки своїм теплофізичним властивостям (високій теплоємності та низькій теплопровідності) ефективно використовується для надійної теплоізоляції. Він стримує поширення вогню та захищає арматуру від перегріву, збільшуючи час на евакуацію.

2. *Критичні ризики систем із низькою теплоємністю*.

Матеріали з низькою питомою теплоємністю потребують значно менше тепла для розігріву, що суттєво прискорює динаміку пожежі.

- *Стрімке займання*. Горючі пластики та полімери через низьку теплоємність майже миттєво досягають небезпечної температури самозаймання, що призводить до швидкого поширення пожежі.

- *Небезпека металоконструкцій*. Будівельний алюміній має порівняно невисоку питому теплоємність ($c \approx 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$) у поєднанні з високою теплопровідністю. Через низьку теплоємність алюмінієві деталі поглинають мало тепла і розжарюються за лічені хвилини. Метал стрімко розм'якшується, втрачає свою міцність і більше не може тримати вагу будівлі. Це створює смертельну небезпеку раптового обвалу конструкцій ще на початку пожежі.

- *Пожежне навантаження деревини*. Поєднання низької теплоємності та горючості призводить до швидкого розігріву поверхні деревини до температури термічного розкладу (виділення горючих газів) при $\approx 200 - 300^{\circ}\text{C}$ та інтенсивного горіння.

3. *Термодинамічне обґрунтування використання води для гасіння твердих тіл*.

На відміну від горючих рідин, для ліквідації загоряння твердих матеріалів (пожежі класу А) вода є головним і найефективнішим засобом саме завдяки своїм теплофізичним властивостям.

- *Максимальний ефект охолодження*. Аномально висока питома теплоємність води

($c \approx 4187 \frac{Дж}{кг \cdot К}$) є провідним фактором для охолодження зони горіння.

- *Припинення горіння*. Потрапляючи на гарячу поверхню бетону чи деревини, вода поглинає величезну кількість тепла. Це забезпечує швидке падіння температури нижче межі горіння та дозволяє у найкоротші терміни ліквідувати осередок пожежі.

§67. Дифузія у твердих тілах

Процес дифузії у твердих тілах перебігає повільніше, ніж у газах і рідинах. У випадку твердого тіла розрізняють дифузію і самодифузію.

Дифузією у твердих тілах *називається проникнення сторонніх атомів у кристалічну ґратку базового матеріалу*.

Самодифузією *називається переміщення власних атомів або іонів у межах кристалічної ґратки тієї самої речовини.*

Суть процесу дифузії у твердих тілах, на відміну від рідин і газів, полягає в тому, що структурна частинка (атом або іон), яка коливається навколо положення рівноваги, може вийти з цього положення. Вона відривається від свого вузла (фіксованого місця у кристалічній ґратці), рухається в міжвузловому просторі і з часом може зайняти вакантне (вільне) місце, залишене іншою частинкою. Для того щоб рухатися далі, їй необхідно подолати опір сусідніх частинок. Отже, вона має затратити

певну енергію (енергію активації), щоб подолати дію на неї інших частинок.

Швидкість дифузійного процесу залежить від температури. З підвищенням температури швидкість дифузії зростає.

Коефіцієнтом дифузії D *називається параметр, який визначає швидкість перенесення речовини* і математично виражається у вигляді:

$$D = A\exp\left(-\frac{W}{kT}\right),$$

де W – енергія активації;

T – абсолютна температура;

A – стала, яка не залежить від температури;

k – стала Больцмана.

Цей математичний вираз у фізиці та хімії називається ***рівнянням Арреніуса.***

Одиницею вимірювання коефіцієнта дифузії (самодифузії) в Міжнародній системі одиниць СІ є квадратний метр за секунду: $[D] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Зауважимо, що *енергія активації дифузії у металах прямо пропорційна до абсолютної температури плавлення*. Це означає, що під час дифузії одного металу в інший за однакової температури коефіцієнт дифузії буде нижчим у того металу, у якого вища температура плавлення. Метали з високою температурою плавлення мають міцніші зв'язки між частинками у вузлах, тому їхнім атомам важче відірватися від своїх місць у кристалічній ґратці.

На швидкість дифузії впливають ще й інші фактори. Наприклад, *механічна деформація приводить до зростання швидкості дифузії*.

На процес дифузії сильно впливають внутрішні дефекти (недосконалості) матеріалу: границі зерен у полікристалах та дислокації.

Будь-який метал або сплав під мікроскопом нагадує мозаїку із мільйонів мікроскопічних кристаликів – зерен. Межі, де ці кристалики стикаються між собою, називаються границями зерен.

Дислокаціями у монокристалах називаються порушення правильного порядку в розміщенні атомів уздовж деяких ліній. Простіше кажучи, це мікроскопічні «зсуви» або «шви» всередині кристала.

Як границі зерен, так і дислокації підвищують швидкість перебігу дифузійного процесу. У місцях таких дефектів кристалічна ґратка вже є деформованою, тому стороннім частинкам значно легше проникати вглиб матеріалу саме вздовж цих швів і стиків.

Прикладом практичного використання цього явища є дифузійне зварювання в машинобудуванні, коли деталі під тиском і за високої температури буквально зростаються на атомному рівні без плавлення. Також у металургії застосовують цементацію – насичення поверхні сталевих деталей атомами вуглецю шляхом дифузії. Це робить поверхневий шар деталей (наприклад, шестерень) надзвичайно твердим, залишаючи їх серцевину пластичною та міцною.

Щоб оцінити масштаб швидкості дифузії у різних агрегатних станах, порівняємо значення коефіцієнта дифузії за кімнатної температури:

- *у газах*: $D \approx 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ (процес триває лічені секунди чи хвилини);

- *у рідинах*: $D \approx 10^{-9} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ (процес триває години або дні);

- *у твердих тілах* (металах): $D \approx 10^{-20}...10^{-30} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Вказані значення коефіцієнтів за кімнатної температури для металів є справедливими як для дифузії, так і для самодифузії. Різниця полягає лише в суті процесу: при дифузії такі мізерні значення показують, як повільно в метал проникають сторонні атоми або іони, а при самодифузії – як мляво матеріал переміщує власні частинки всередині своєї кристалічної ґратки.

Для наочності: за звичайних умов, щоб атоми одного металу проникли в інший на глибину всього 1 міліметр, знадобиться кілька мільйонів років.

Однак під час пожежі, коли температура металоконструкцій піднімається до $500-1000^{\circ}\text{C}$, коефіцієнт дифузії різко зростає до $D \approx 10^{-12} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$. За таких умов дифузійні процеси прискорюються в мільярди разів і завершуються за години, що призводить до швидкої хімічної деградації та руйнування матеріалів.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз дифузії у твердих тілах застосовується для оцінки довговічності будівельних матеріалів та прогнозування втрати міцності конструкцій при тривалому термічному впливі. За звичайних умов цей перебіг надзвичайно повільний. Проте під час пожежі екстремально висока температура прискорює рух частинок у тисячі разів і викликає небезпечні структурні зміни матеріалів.

- *Втрата міцності та зневуглецювання будівельної сталі*. При сильному нагріванні всередині металевих балок активізується дифузія атомів вуглецю. Вони мимовільно переміщаються до поверхні металу і вигорають, що призводить до різкого розм'якшення сталі. Захисна арматура всередині залізобетонних плит стає крихкою, внаслідок чого конструкції втрачають тримальну здатність і деформуються під робочим навантаженням.

- *Хімічна руйнація бетону під впливом газів.* Високотемпературна дифузія визначає швидкість проникнення агресивних продуктів згоряння в пори бетону. Чадний газ та кислі димові випари дифундують углиб стін, вступають у реакцію з цементним каменем та руйнують його структуру. Ця прихована руйнація викликає розтріскування бетону, що суттєво знижує вогнестійкість опорних елементів будівлі.

- *Проникнення токсичних парів крізь захисні перешкоди*. Знання закономірностей дифузії необхідно

інженерам для проєктування газонепроникних стін та протипожежних дверей. При тривалій пожежі шкідливі леткі речовини та кіптява здатні дифундувати крізь тверді полімерні ущільнювачі та тонкі перегородки. Розрахунок швидкості цього перенесення дозволяє розробити надійні захисні екрани для безпечної евакуації людей.

§ 68. Теплопровідність твердих тіл

У природі розрізняють три принципово різні способи передавання теплоти від одних тіл до інших:

- теплопровідність,
- конвекція,
- теплове випромінювання або променевий теплообмін.

Якщо в твердому тілі є різниця температур між різними його частинами, то теплота переноситься від більш нагрітої частини до менш нагрітої, і в результаті температури вирівнюються.

Теплопровідністю *називається процес передачі теплоти в твердому тілі, який не супроводжується перенесенням маси (конвекцією*).

Кількість теплоти Q_t, *що переноситься завдяки теплопровідності через поверхню* S, *яка перпендикулярна до напрямку* OX *зменшення температури, пропорційна площі цієї поверхні, часу перенесення* t *та градієнту температури* $\frac{dT}{dx}$ згідно з класичним ***законом Фур'є***:

$$Q_t = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

де λ – *коефіцієнт теплопровідності*.

Знак «мінус» у цьому рівнянні свідчить про те, що перенесення теплової енергії завжди відбувається в напрямку зменшення температури, тобто від більш нагрітих ділянок твердого тіла до менш нагрітих.

Коефіцієнтом теплопровідності λ *називається фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості теплоти, що переноситься через одиницю площі поверхні за одиницю часу за умови, що градієнт температури дорівнює одиниці.*

Одиницею вимірювання коефіцієнта теплопровідності в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на метр-кельвін: $[\lambda] = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Теплопровідність характеризується густиною теплового потоку.

Густиною теплового потоку *називають кількість теплоти, що проходить за одиницю часу через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення тепла*:

$$q = \frac{Q_t}{St} = -\lambda \frac{dT}{dx}.$$

Одиницею вимірювання густини теплового потоку в Міжнародній системі одиниць СІ є ват на метр квадратний: $[q] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Механізм перенесення теплової енергії в твердому тілі випливає з характеру теплових рухів у ньому. Тверде тіло є сукупністю атомів, які здійснюють коливання. Але ці коливання не є незалежними одне від одного і можуть передаватися зі швидкістю звуку від одних атомів до інших. При цьому утворюється пружна хвиля, яка й переносить енергію коливань. За такого поширення коливань переноситься теплота. Частоти коливань атомів можуть мати лише дискретні значення, тому енергія хвиль теплових коливань також є дискретною.

Квантова теорія дає змогу зіставити коливання, які поширюються в твердому тілі зі швидкістю звуку, з деякими «квазічастинками», які отримали назву фононів.

Квазічастинками *фонони* називають через те, що вони не можуть існувати у вакуумі, а виникають і зникають лише всередині кристалів під час нагрівання та охолодження тіла.

Фонони взаємодіють між собою і вузлами ґратки, внаслідок чого розсіюються. Енергія фонона визначається частотою коливань кристалічної ґратки. Оскільки діапазон частот хвиль досить широкий, то фонони можуть мати різну енергію.

Спектр енергії фонона має вигляд:

$$W = (n + \frac{1}{2})h\nu,$$

де W – енергія фонона;

n – квантове число, яке набуває цілих значень $(n = 0, 1, 2, ...)$;

h – стала Планка, яка наближено дорівнює $6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с.

ν – частота теплових коливань кристалічної ґратки.

При абсолютному нулі фононів немає, а з підвищенням температури їх число зростає, але нелінійно.

Тверде тіло можна розглядати як посудину, що містить газ із фононів, який за не дуже високих температур можна вважати ідеальним. Аналогічно до звичайного газу, перенесення теплоти у фононному газі відбувається шляхом зіткнень фононів з атомами ґратки.

Коефіцієнт теплопровідності твердого тіла за таких умов математично виражається у вигляді формули:

$$\lambda_{\phi} = \frac{1}{3}\rho c_V \ell_{\phi} \upsilon ,$$

де ρ – густина тіла;

c_V – питома теплоємність за сталого об'єму;

υ – швидкість поширення фононів (швидкість звуку);

ℓ_{ϕ} – середня довжина вільного пробігу фононів.

Ця формула справедлива лише для тих речовин, у яких немає вільних носіїв заряду (діелектриків).

Для металів (речовин із наявністю вільних електронів) необхідно враховувати *електронну складову теплопровідності*:

$$\lambda_{ел} = \frac{1}{3} n\, c_{ел} \upsilon_{ел} \ell_{ел},$$

де n – концентрація вільних електронів;

$c_{ел}$ – внесок одного електрона в теплоємність електронного газу;

$\upsilon_{ел}$ – середня швидкість теплового руху електронів;

$\ell_{ел}$ – середня довжина вільного пробігу електронів.

Отже, у загальному випадку вираз для *коефіцієнта теплопровідності твердих тіл* можна записати у вигляді:

$$\lambda = \lambda_{ф} + \lambda_{ел}.$$

За високих температур питома теплоємність за сталого об'єму залишається сталою ($c_V = \text{const}$). Це твердження підпорядковується закону Дюлонга і Пті, згідно з яким молярна теплоємність усіх простих твердих тіл за високих температур є однаковою. Середня довжина вільного пробігу фононів при цьому є обернено пропорційною до абсолютної температури ($\ell_{ф} \sim \frac{1}{T}$).

Отже, *в області високих температур фононна теплопровідність* $\lambda_{ф}$ *з підвищенням температури зменшується*:

$$\lambda_{ф} \approx \frac{a}{T},$$

де a – коефіцієнт пропорційності (стала величина).

Для електронної складової теплопровідності металів за високих температур питома теплоємність електронного газу становить $c_{ел} = aT$, а середня довжина вільного пробігу електронів є обернено пропорційною до абсолютної температури ($\ell_{ел} = \frac{1}{T}$).

Тому *електронна складова коефіцієнта теплопровідності залишається сталою*:

$$\lambda_{ел} = \text{const}.$$

За високих температур електронна складова теплопровідності є набагато більшою за ґраткову.

Цим пояснюється висока теплопровідність металів порівняно з неметалами, у яких фонони є єдиними переносниками теплоти.

За середніх температур перенесення теплоти у твердих тілах здійснюється фононами, тобто *фононна складова теплопровідності домінує*.

За низьких температур (близьких до абсолютного нуля) *електронна складова теплопровідності в металах стає визначальною,* оскільки теплові коливання ґратки практично припиняються.

Теплопровідністю називається один із найважливіших показників, який характеризує теплозахисні властивості матеріалів і визначає їхню належність до групи теплоізоляційних або конструктивно-теплоізоляційних.

Зокрема, теплоізоляційні матеріали повинні мати коефіцієнт теплопровідності не більше

$0{,}175\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$, а їхня середня густина не повинна перевищувати $400\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Термічним опором *одношарової огороджувальної конструкції* R_δ *називається величина, яка характеризує здатність матеріалу чинити опір поширенню теплового потоку і є обернено пропорційною до коефіцієнта теплопровідності* λ:

$$R_\delta = \frac{\delta}{\lambda},$$

де δ – товщина матеріалу конструкції.

Одиницею вимірювання термічного опору в Міжнародній системі одиниць СІ є квадратний метр-кельвін на ват: $[R_\delta] = \frac{\text{м}^2\text{К}}{\text{Вт}}$.

Від показника термічного опору залежать товщина зовнішніх стін і витрата палива на опалення будівель.

Термічний опір багатошарової огороджувальної конструкції враховує коефіцієнти теплопровідності та товщину матеріалів усіх її шарів:

$$R_\delta = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + \frac{\delta_N}{\lambda_N} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\delta_i}{\lambda_i},$$

де $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_N$ – товщина окремих шарів конструкції;

$\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_N$ – коефіцієнти теплопровідності матеріалів цих шарів.

Для наочності порівняємо коефіцієнти теплопровідності та термічний опір різних матеріалів товщиною $\delta = 0{,}1\,\text{м}$ *за звичайних умов*.

- *Будівельна сталь (метал)*: має $\lambda \approx 50 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. Її термічний опір дорівнює $R_\delta = 0{,}002 \frac{\text{м}^2\text{К}}{\text{Вт}}$.

Через величезну електронну складову сталь практично не чинить опору теплу і розжарюється миттєво.

- *Будівельна цегла (діелектрик*): має $\lambda \approx 0{,}7 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. Її термічний опір дорівнює $R_\delta = 0{,}14 \frac{\text{м}^2\text{К}}{\text{Вт}}$.

Тепло в ній переноситься лише фононами, тому вона прогрівається в сотні разів повільніше за метал.

- *Мінеральна вогнетривка вата* (пористий теплоізолятор): має $\lambda \approx 0{,}04 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. Її термічний опір дорівнює $R_\delta = 2{,}5 \frac{\text{м}^2\text{К}}{\text{Вт}}$.

Повітря, затиснене в її порах, має найнижчу теплопровідність, що робить цей матеріал ідеальним захисним бар'єром від вогню.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз теплопровідності твердих тіл є головним чинником при оцінці вогнестійкості будівельних матеріалів та проєктуванні систем протипожежного захисту.

Показники теплопровідності конструкцій прямо визначають їхню поведінку під час пожежі та здатність стримувати поширення вогню між приміщеннями чи поверхами.

- *Переваги матеріалів із низькою теплопровідністю.* Тверді речовини з низькими показниками теплопровідності суттєво уповільнюють прогрів будівельних конструкцій. Це обмежує поширення теплового потоку по будівлі та забезпечує більше часу для безпечної евакуації людей. Такі матеріали застосовують для створення протипожежної ізоляції, захисних бар'єрів та вогнетривких оболонок магістральних трубопроводів.

- *Термодинамічні небезпеки високої теплопровідності сталі*. Будівельна сталь через високу теплопровідність здатна миттєво передавати теплову енергію у віддалені частини будівлі. Це часто викликає займання суміжних горючих матеріалів в обхід протипожежних стін. Крім того, стрімкий прогрів металевого каркаса призводить до втрати тримальної здатності, швидкої деформації та обвалення споруди.

- *Зміна теплофізичних властивостей деревини при горінні.* Прикладом динамічної зміни параметрів є термічний розклад дерева під дією вогню. У поперечному перерізі дерев'яного елемента утворюються зони деревного вугілля, піролізу та сухої деревини. При цьому коефіцієнт теплопровідності залежить від кількості внутрішніх пор та порожнин. Що більше пор містить структура вуглефікованого

шару, то гірше вона проводить тепло, захищаючи внутрішню частину конструкції від руйнування.

- *Параметри проєктування вогнестійких споруд*. При розробці проєктної документації інженери враховують клас вогнестійкості кожного матеріалу. Головним критерієм є межа вогнестійкості будівельної конструкції. Вона визначає час витримки елемента під дією полум'я без втрати тримальної здатності, теплоізоляційної здатності або цілісності. На основі цих розрахунків фахівці обґрунтовують товщину вогнезахисних шарів для створення протипожежних перешкод.

§69. Теплове розширення твердих тіл

Загальновідомо, що під час нагрівання тверді тіла розширюються. З'ясуємо причини зміни об'єму тіла під час нагрівання.

Коливання атомів у кристалі відбуваються поблизу положення рівноваги. За кімнатної температури амплітуда цих коливань становить близько $0{,}1$ міжатомних відстаней, тобто величину порядку $0{,}1-0{,}2$ ангстрема ($1\text{Å}=10^{-10}$ м). Амплітуди теплових коливань атомів не мають чітко постійної орієнтації – це складні коливання, що визначаються зв'язками з сусідніми атомами.

Внаслідок напрямленості цих зв'язків виникає анізотропія коефіцієнта лінійного розширення монокристалів, зумовлена тим, що самі коливання

атомів є анізотропними (неоднаковими у різних напрямках).

Із підвищенням температури зростає енергія теплового руху атомів, а, отже, збільшується й амплітуда коливань. Але саме по собі збільшення амплітуди не може призвести до теплового розширення.

Розширення викликане збільшенням енергії атома, який коливається.

Графік залежності потенціальної енергії взаємодії сусідніх атомів від відстані між їхніми центрами наведено на рис. 107, аналіз якого дозволяє збагнути мікроскопічний механізм теплового розширення.

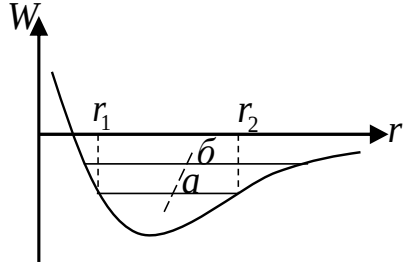


Рис. 107

- *Потенціальною ямою* називається характерна асиметрична крива залежності потенціальної енергії W від відстані r між центрами атомів.

- *Рівноважною відстанню* r_0 називається точка мінімуму потенціальної кривої, яка відповідає положенню повної рівноваги сил притягання та відштовхування за абсолютного нуля температур.

- *Енергетичними рівнями теплових коливань* на графіку є горизонтальні відрізки *а* і *б*. Нижнім межам цих відрізків відповідає мінімальна відстань

зближення атомів r_1, а правим межам – максимальна відстань їхнього розходження r_2.

- Ангармонічністю (асиметрією) кривої потенціальної енергії зумовлено те, що при зростанні температури (перехід від рівня *а* до рівня *б*) права гілка графіка піднімається значно пологіше, ніж ліва. Через це середня відстань між атомами, яка позначена пунктирною лінією, зміщується праворуч у бік більших значень r.

Отже, саме *асиметрія міжатомної взаємодії є фундаментальною фізичною причиною теплового розширення твердих тіл при нагріванні*. Через крутіший підйом лівої гілки потенціальної ями (рис. 107) сили відштовхування при зближенні атомів зростають значно швидше, ніж сили притягання при їхньому розходженні. Тому при збільшенні енергії коливань атомам набагато легше розходитися на більшу відстань, ніж зближуватися. Як наслідок, середня відстань між вузлами кристалічної ґратки неминуче збільшується, що й призводить до макроскопічного розширення всього тіла при нагріванні.

Температурними коефіцієнтами лінійного розширення α та об'ємного розширення β називаються параметри, якими кількісно характеризується теплове розширення твердих тіл:

$$\alpha = \frac{1}{l_0}\frac{\Delta l}{\Delta T} = \frac{1}{l_0}\frac{l - l_0}{T - T_0},$$

$$\beta = \frac{1}{V_0}\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{V_0}\frac{V - V_0}{T - T_0},$$

де l_0, l – початкова та кінцева довжина тіла;

V_0, V – початковий та кінцевий об'єм тіла;

T_0 і T – початкова та кінцева температура тіла; початкова і кінцева температури нагрівання.

α, β – температурні коефіцієнти лінійного та об'ємного розширення.

Коефіцієнт лінійного розширення α *чисельно дорівнює відносній зміні довжини тіла при зміні його температури на один Кельвін (або один градус Цельсія).*

Коефіцієнт об'ємного розширення β *чисельно дорівнює відносній зміні об'єму тіла при зміні його температури на один Кельвін (або один градус Цельсія).*

Кінцева довжина l та кінцевий об'єм V твердого тіла внаслідок теплового розширення розраховуються за формулами:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T),$$

$$V = V_0(1 + \beta\Delta T).$$

Одиницею вимірювання температурного коефіцієнта лінійного розширення α *та температурного коефіцієнта об'ємного розширення* β *в Міжнародній системі одиниць СІ є обернений Кельвін*: $[\alpha] = \mathrm{K}^{-1}$, $[\beta] = \mathrm{K}^{-1}$.

Термічний коефіцієнт лінійного розширення α внаслідок анізотропії кристалів може бути різним у

різних напрямках. При нагріванні куля, виточена з монокристала, перетворюється на тривісний еліпсоїд, осі якого пов'язані з його кристалографічними осями.

Головними коефіцієнтами розширення кристала називаються коефіцієнти теплового розширення по трьох осях цього еліпсоїда, через які загальний коефіцієнт об'ємного розширення β *виражається формулою* $\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$.

Для ізотропних тіл та кристалів із кубічною симетрією цей зв'язок спрощується до вигляду: $\beta = 3\alpha$.

Температурні коефіцієнти лінійного розширення та об'ємного розширення в інженерних розрахунках вважають характеристиками речовини і вважають незалежними від температури.

Насправді *коефіцієнти* α *та* β *змінюються залежно від температури*. Причому при низьких температурах зі зниженням температури вони зменшуються пропорційно до температури в третьому степені (кубічна залежність) і прямують до нуля при наближенні до абсолютного нуля температур.

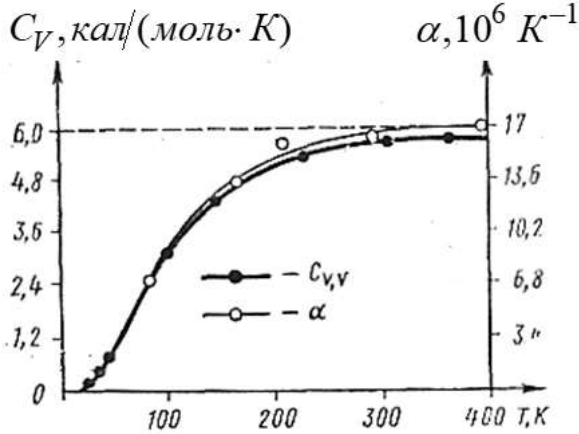
Отже, *температурні коефіцієнти розширення змінюються з температурою так само, як і питома теплоємність. Цей факт зумовлений тим, що теплоємність і теплове розширення твердих тіл визначаються винятково коливальним рухом атомів у кристалічній ґратці*.

На підставі цього *Грюнайзен* вивів важливий закон.

Відповідно до ***закону Грюнайзена****, відношення коефіцієнта об'ємного теплового розширення до молярної теплоємності речовини є величиною сталою і не залежить від температури*:

$$\frac{\beta}{C_V} = \frac{3\alpha}{C_V} = \text{const.}$$

Для більшості речовин цей закон виконується, що підтверджується характером кривих на рис. 108.



Едуард Грюнайзен *(1877–1949) – німецький фізик-експериментатор. У 1908 році він сформулював фундаментальний закон, який безпосередньо пов'язав теплове розширення та теплоємність твердих тіл.*

Вчений володів феноменальною точністю в експериментах: для перевірки свого закону він розробив надчутливі оптичні інтерферометри для вимірювання теплового розширення кристалів за дуже низьких температур. Сучасники жартували, що його прилади були настільки точними, що могли

«відчути» мізерну зміну відстані між атомами від найменшого «подиху» тепла.

Окрім теплоємності, *теплове розширення твердих тіл також тісно пов'язане з модулями пружної деформації*. Очевидність такої залежності випливає з того, що теплове розширення за своїм макроскопічним характером є зміною розмірів тіла, хоча його мікроскопічний механізм відмінний від механічної пружності.

Кількісне співвідношення між тепловим розширенням і пружною деформацією визначається методами термодинаміки і математично виражається у вигляді формули:

$$C_p - C_V = TE\beta^2 V_\mu .$$

Для *ізотропного тіла* це співвідношення набуває вигляду:

$$C_p - C_V = 9TE\alpha^2 V_\mu ,$$

де C_p, C_V – ізобарна та ізохорна молярні теплоємності речовини;

α і β – коефіцієнти лінійного та об’ємного розширення відповідно;

E – модуль Юнга;

V_μ – об’єм одного моля речовини;

T – абсолютна температура.

Вивченням мікроскопічної природи та макроскопічних параметрів кристалічних твердих тіл повністю завершено цілісний термодинамічний аналіз фізичних властивостей речовини в усіх її

основних агрегатних станах: газах, рідинах та кристалічних твердих тілах.

У контексті пожежної безпеки.

В інженерній практиці пожежної безпеки аналіз теплового розширення твердих тіл є головним чинником при розрахунку стійкості будівельних конструкцій та плануванні тактики рятувальних робіт. Термічне подовження елементів каркаса в умовах пожежі створює критичні внутрішні напруження, здатні повністю зруйнувати вузли кріплення та тримальні стіни споруди.

- *Руйнівне термічне розпирання жорстко закріплених елементів*. Будівельні сталеві балки, міжповерхові перекриття та ферми під дією високих температур значно збільшують свою довжину. Якщо конструкція затиснена між двома стінами або колонами і не має простору для вільного лінійного розширення, вона починає працювати як потужний горизонтальний домкрат. Це геометричне подовження створює колосальні сили розпирання, які миттєво руйнують цегляну кладку, деформують колони та призводять до втрати стійкості всієї будівлі.

- *Температурна деформація каркаса та блокування евакуаційних шляхів*. Довгі металеві елементи споруд (крокви, балки, напрямні) при лінійному подовженні, зустрічаючи опір сусідніх конструкцій, починають втрачати стійкість і сильно вигинатися (провисати). Цей термічний вигин балок неминуче призводить до перекосу дверних прорізів,

заклинювання протипожежних дверей та зміщення чи руйнування сходових маршів. Такі геометричні зміни унеможливлюють евакуацію людей і перешкоджають просуванню пожежних підрозділів.

- *Термічний зріз кріплень та розгерметизація комунікацій.* Теплове розширення металевих деталей створює великі внутрішні зусилля, спрямовані вздовж елементів. Ці сили працюють на зріз болтових і зварних з'єднань, через що вузли кріплення просто розриваються. Особливу небезпеку лінійне подовження становить для жорстко зафіксованих магістральних трубопроводів: за відсутності спеціальних температурних зазорів та компенсаторів, подовження металу призводить до розриву стиків труб, витоку горючих речовин і появи нових осередків пожежі.

Урахування коефіцієнтів лінійного та об'ємного розширення матеріалів є обов'язковим при розрахунку протипожежних температурних швів. Комплексний інженерний аналіз цих параметрів дозволяє заздалегідь закласти необхідні проміжки (зазори) у конструкціях, що гарантує стабільність споруд та безпеку людей під час пожежі.

§ 70. Внесок українських учених у розвиток і становлення фізики

Вагомий внесок у розвиток і становлення світової фізичної науки зробили вітчизняні науковці як в Україні, так і за її межами.

Українськими фізиками в контексті цього посібника називаються вчені, які народилися в Україні та працювали чи працюють в інститутах Національної академії наук або вищих навчальних закладах України. До цієї категорії належать також дослідники, які народилися на українських землях, але через різні історичні та життєві обставини здійснювали свою наукову діяльність в інших країнах Європи чи США. Крім того, окрему групу становлять вчені, які народилися за межами України, проте певний період свого життя викладали та проводили фундаментальні дослідження на кафедрах і в лабораторіях українських університетів та науково-дослідних інститутів. Важливо згадати їхні імена та той науковий доробок, який вони залишили в цей плідний період.

У галузях механіки, молекулярної фізики та термодинаміки працювали видатні українські вчені, чиї фундаментальні наукові здобутки наведено далі.

Феофан Прокопович (1677–1736) – видатний мислитель, письменник та вчений, ректор Києво-Могилянської академії. Рух він визначив як основну властивість фізичного тіла, якою можна обґрунтувати всі природні явища. Пов’язав рух із простором і часом, а також у своєму київському курсі натурфілософії 1708 року першим сформулював універсальний філософський принцип кількісного та якісного збереження матерії.

Михайло Васильович Остроградський (1801–1862) – видатний математик і механік, академік. Побудував першу теорію поширення тепла в рідинах

та повністю розв'язав задачу про поширення хвиль на поверхні води.

Михайло Петрович Авенаріус (1835–1895) – видатний фізик, засновник першої в Україні школи фізиків-експериментаторів у Київському університеті Святого Володимира. Здійснив найширші систематичні дослідження критичного стану речовини і довів, що за критичної температури питомий об'єм рідини не дорівнює питомому об'ємові пари. Він встановив математичну залежність між об'ємом рідини, її поточною та критичною температурами, відому як закон Авенаріуса, що дозволило точно розраховувати термічне розширення речовин на всьому інтервалі аж до критичної точки.

Федір Никифорович Шведов (1840–1905) – видатний фізик. Реологією (наукою про текучість і деформацію суцільних середовищ) називається заснований ним науковий напрям, у межах якого вчений у 1889 році вперше експериментально дослідив пружність форми й аномальну в'язкість колоїдних розчинів. Він першим описав процес релаксації напружень у дисперсних системах та вивів математичну залежність для в'язко-пластичної течії, відому як рівняння Шведова, яка завдяки введенню граничної напруги зсуву дозволила чітко відрізнити колоїдні системи від звичайних ньютонівських рідин.

Іван Павлович Пулюй (1845–1918) – видатний фізик та електротехнік. Він здійснив у 1874 році перше систематичне дослідження внутрішнього тертя газів, довівши закон зростання їхньої в'язкості при

нагріванні та обґрунтувавши розрахунок для газових сумішей. У 1875 році вчений сконструював апарат для надточного визначення механічного еквівалента теплоти. Згодом, у 1877 році, він виміряв коефіцієнти дифузії парів через пористі стінки, що дозволило обґрунтувати обернену пропорційність швидкості дифузії до квадратних коренів їхніх густин.

Микола Олексійович Умов (1846–1915) – видатний фізик-теоретик та експериментатор. Розкрив у докторській дисертації (1873 р.) фізичний зміст потенціальної енергії як кінетичної енергії прихованих мас, сформулював закон збереження енергії у середовищі, а також увів фундаментальні поняття про швидкість, напрямок і потік енергії (вектор Умова). Він дослідив дифузію у водяних розчинах і процес розчинення солей. Учений довів, що закон Фіка можна використовувати для розчинів солей і кислот лише за повної ізотермічності середовища і для низьких концентрацій. Для цих експериментів він розробив комплекс приладів: дифузіометр, дифузійний циліндр та дифузійний аерометр.

Микола Миколайович Шіллер (1848–1910) – видатний фізик-теоретик, експериментатор. Фундаментальний внесок у розвиток теоретичної механіки та термодинаміки вчений зробив завдяки розрізненню статичного і кінематичного тлумачення сили та маси, а також доведенню, що диференціальне рівняння другого начала термодинаміки має інтегрувальний множник. Він дослідив залежність

тиску насиченої пари від кривини поверхні рідини, відому як закон Томсона–Шіллера.

Петро Васильович Воронець (1871–1923) – пов'язав кінематику й динаміку обертального руху навколо нерухомої точки за допомогою геометричного методу. Розв'язав задачі про рух без ковзання твердого тіла по площині та сферичній поверхні, а виведені ним диференціальні рівняння руху (рівняння Воронця) знайшли застосування у небесній механіці.

Клим Глібовицький (1875–1907) – математик, фізик та член Наукового товариства імені Шевченка. Закони коливання матеріальної точки, підвішеної на нитці сталої довжини, вчений детально розглянув у своїй праці «Права руху маятника» (1895 р.). На основі математичного апарату він отримав точний вираз для періоду коливань та дослідив зміну координати точки з часом.

Степан Прокопович Тимошенко (1878–1972) – всесвітньо відомий учений-механік, академік, якого у світовій науці визнано «батьком теоретичної механіки». Теорія міцності матеріалів, теорія пружності та теорія коливань стали фундаментальними напрямами, основи яких він заклав своїми дослідженнями. У 1923 році він розробив оригінальну методику визначення модуля Юнга для гуми. Його фундаментальні монографії присвячені проблемам стійкості деформованих систем, розрахунку колінчастих валів, механіці та статиці споруд.

Іван Фещенко-Чопівський (1884–1949) – видатний учений-металознавець. Проблеми дифузії

різних хімічних елементів у залізі, нікелі, кобальті та міді були детально вивчені ним за допомогою розробленого методу поверхневого насичення (цементації) металів.

Петро Леонідович Капиця (1894–1984) – видатний фізик, лауреат Нобелівської премії, випускник та викладач українських навчальних закладів. Нові методи скраплення водню і гелію були розроблені ним завдяки конструюванню поршневих, детандерних та турбодетандерних установок, що працювали на принципі розширення і дроселювання газів. Надплинність рідкого гелію (ефект повного зникнення в'язкості при температурах нижче двох Кельвінів) була відкрита вченим у 1938 році. Він експериментально довів двокомпонентну структуру гелію, а також у 1941 році вперше зафіксував температурний стрибок Капиці на межі твердого тіла та надплинної рідини.

Іван Васильович Обреїмов (1894–1981) – видатний фізик, академік. Дослідив мікроскопічні механізми зміни форми кристалів під навантаженням. Він відкрив ефект теплового зміцнення матеріалу при нагріванні та детально вивчив особливу деформацію, відому як пружне двійникування, яка повністю зникає після зняття механічної сили.

Лев Васильович Шубников (1901–1937) – видатний фізик-експериментатор, засновник першої в Україні кріогенної лабораторії в Харкові. У 1932 році він першим виміряв в'язкість рідких азоту, кисню, аргону та інших зріджених газів, а також розробив

методи отримання надчистих водню та гелію. Під його керівництвом було створено високоефективні резервуари для тривалого зберігання надхолодних рідин, відомі як посудини Дьюара. Експериментальне виявлення ним рухомої пристінної плівки в рідкому гелії дозволило розробити новий метод отримання наднизьких температур.

Іван Трохимович Швець (1901–1983) – відомий учений у галузі теплоенергетики, академік. Розробив спеціальну інженерну методику дослідження нестаціонарної теплопровідності в роторах турбін, які функціонують в умовах вологої пари. Здійснив комплекс фундаментальних наукових досліджень контактного теплообміну та теплових потоків між деталями енергетичних установок.

Віталій Іванович Данилов (1902–1954) – видатний фізик, академік, засновник вітчизняної школи фізики рідкого стану. У 1932 році він першим розпочав дослідження молекулярної будови рідин за допомогою рентгенівських променів і довів, що рідина зберігає внутрішній порядок розташування частинок, подібний до структури твердого тіла. Він виявив ефект збереження квазікристалічної структури рідин, за якого при плавленні кристалічної ґратки атоми в невеликих областях матеріалу залишаються об'єднаними в енергетично вигідні групи. У 1939 році вчений також експериментально обґрунтував безпосередній вплив ультразвукових коливань на швидкість росту кристалів.

Всеволод Іванович Толубинський (1904–1988) – видатний учений тепло-фізик, академік. Дослідив мікроскопічний механізм процесу кипіння, зокрема швидкість росту парових бульбашок у різних рідинах, розчинах та бінарних сумішах під впливом тиску й недогріву. Він створив напівемпіричну теорію теплообміну при кипінні та запропонував універсальне критеріальне рівняння для його розрахунку.

Олександр Захарович Голик (1906–1978) – відомий фізик, засновник київської школи фізики рідкого стану. У 1850 році він вивчив зв'язок стисливості й в'язкості з будовою рідин та визначив умови збігу їхніх температурних кривих. На основі цих методів учений у 1961 році розробив термодинамічну теорію речовини поблизу критичного стану рідина–пара. Також він проаналізував поглинання ультразвукових хвиль молекулярними рідинами в широкому інтервалі температур і тисків.

Антоніна Федорівна Прихотько (1906–1995) – видатна вчена-фізик, академік, одна з найвідоміших дослідниць фізики твердого тіла в Україні. Вона відкрила закономірності поглинання світла та теплових коливань у молекулярних кристалах при екстремально низьких температурах, близьких до абсолютного нуля.

Адріан Анатолійович Смирнов (1908–1992) – видатний фізик-теоретик, академік. У межах фізики твердого тіла він розробив теорію дифузії атомів у впорядкованих кристалічних структурах та теорію

самодифузії на основі діркового механізму в бінарних і потрійних невпорядкованих сплавах.

Микола Миколайович Боголюбов (1909–1992) – всесвітньо відомий фізик-теоретик та математик, академік. У 1946 році він створив фундаментальну статистичну теорію рідин. Він розробив метод функцій розподілу, який дозволив описати ймовірності просторових конфігурацій молекул, обґрунтувати мікроскопічну структуру та обчислити більшість рівноважних властивостей простих рідин.

Георгій Степанович Писаренко (1910–2001) – видатний учений-механік, академік, засновник Інституту проблем міцності. Він дослідив вимушені коливання пружних систем з урахуванням внутрішнього розсіяння енергії в матеріалі конструкцій. Вчений розробив перші методи випробування міцності та термічної стійкості елементів споруд при екстремальних теплових навантаженнях.

Валер'ян Олександрович Федосєєв (1910–1980) – відомий фізик, професор. Він розробив методику дослідження процесу випаровування крапель рідини та заснував школу з фізики аерозолів. Його експерименти з випаровування та конденсації води в повітрі дозволили створити перші методи штучного регулювання опадів і розсіювання туманів.

Володимир Гнатович Хоткевич (1913–1982) – видатний фізик-експериментатор. У 1948-1951 роках він дослідив процеси зміни форми та руйнування металів в умовах глибокого холоду. Він першим виявив зміну структури та відновлення властивостей

кристалів при низьких температурах, що дозволило створити нові високоміцні матеріали.

Олександр Олександрович Галкін (1914–1982) – видатний фізик, академік, засновник Донецького фізико-технічного інституту. Ультразвукові методи дослідження внутрішньої будови та теплофізичних властивостей металів стали головним напрямом його експериментальних праць. Він детально вивчив, як швидкість поглинання звукових хвиль усередині матеріалу змінюється залежно від температури, частоти коливань та внутрішньої неоднорідності (анізотропії) кристалічної ґратки.

Ілля Михайлович Ліфшиць (1917–1982) – всесвітньо відомий фізик-теоретик, академік. Він вперше розробив математичну теорію зміни внутрішньої структури кристалів при навантаженні для опису процесів двійникування металів. Також учений обґрунтував закономірності дифузійної течії твердих тіл, що дозволило точно розраховувати деформацію конструктивних елементів від тривалого нагрівання.

Юрій Олексійович Митропольський (1917–2008) – видатний математик і механік, академік. Він дослідив нестаціонарні коливання у нелінійних системах з однією та багатьма ступенями вільності. Також учений виявив закономірності коливання маятника зі змінною довжиною та описав проходження через резонанс у нелінійному вібраторі.

Олег Олександрович Кремньов (1919–1987) – видатний фізик і теплотехнік, академік. Він дослідив мікроскопічні механізми перенесення тепла і рідин

усередині капілярно-пористих тіл, що дозволило розробити високоефективні методи теплового сушіння дисперсних матеріалів та оптимізувати тепломасообмін у виробництві волокон і будівельної кераміки.

Борис Ієремійович Вєркін (1919–1990) – видатний фізик, академік, засновник та перший директор Фізико-технічного інституту низьких температур у Харкові. У 1956 році він удосконалив методи дослідження дифузії в рідинах. Він всебічно вивчив фізику кипіння та особливості теплообміну кріогенних рідин за різних умов нагрівання й перевантажень, а також створив комплекс приладів для перевірки міцності металів у глибокому холоді та вакуумі. Крім того, вчений експериментально створив пористу структуру в замерзлому газі, що дозволило підвищити його теплопровідність у сотні разів і використовувати такі системи як високоефективні охолоджувачі.

Андрій Федорович Лубченко (1921–1977) – видатний фізик-теоретик. У межах фізики твердого тіла він розвинув теорію дифузії легких атомів у міжвузлях кристалічної ґратки. Також учений розробив оригінальний метод лазерного стимулювання дифузії частинок, який має принципове інженерне значення для селективного легування напівпровідників.

Ніна Олександрівна Борисевич (1921–2010) – відома вчена-фізик. Вона розробила методи молекулярної спектроскопії для аналізу внутрішньої будови складних речовин, що дозволило детально

вивчити процеси перенесення тепла та енергії в парах органічних сполук.

Петро Павлович Кузьменко (1923–1998) – відомий фізик-металознавець. Він відкрив електроконвективну дифузію – явище різкого прискорення руху атомів у рідких металах під дією електричного струму. Учений довів, що цей процес у розплавах відбувається неперервно, а його швидкість чітко залежить від типу кристалічної ґратки сплаву та властивостей елементів.

Ігор Рафаїлович Юхновський (1925–2024) – всесвітньо відомий фізик-теоретик, академік та засновник Інституту фізики конденсованих систем у Львові. Він заклав основи статистичної теорії речовини в околі критичної точки для математичного опису переходу «рідина-газ». Також учений першим визначив координати цієї точки та розробив модель для обчислення термодинамічних характеристик складних систем у двофазній області.

Олексій Полікарпович Королюк (1926–2022) – видатний фізик, член-кореспондент Академії наук України. За допомогою звукових хвиль він детально вивчив внутрішні властивості металів та першим зафіксував сильні коливання поглинання ультразвуку у вісмуті. Також учений відкрив ефект виникнення електричної сили в металах під дією звуку та магнітного поля, відомий як акустомагнетоелектричне явище.

Ярослав Степанович Підстригач (1928–1990) – видатний фізик, математик і механік, академік,

засновник Інституту прикладних проблем механіки і математики у Львові. У межах термомеханіки він першим розвинув теорію та методи розв'язання задач теплопровідності й термопружності з урахуванням реальної швидкості поширення тепла в матеріалах. Також учений вивів базові інженерні рівняння теплових процесів для складних комбінованих конструкцій і розробив загальний метод розрахунку міцності деталей із криволінійними й дископодібними тріщинами.

Юрій Іванович Шиманський (1928–1998) – відомий фізик, професор. Він відкрив явище зміни густини речовини поблизу критичної точки під дією сили тяжіння, відоме як гравітаційний ефект у рідинах. Також учений детально вивчив, як саме за різних тисків відбуваються процеси випаровування, конденсації та росту крапель.

Віктор Іванович Трефілов (1930–2001) – видатний фізик і матеріалознавець, академік. Він розробив теорію крихкого руйнування металів під навантаженням та умови втрати ними пластичності. Його праці заклали основи технологій виробництва й обробки тугоплавких металів, зокрема хрому та вольфраму. Завдяки розробленим під керівництвом ученого методам очищення матеріалів вдалося вперше отримати вироби з хрому, які зберігають гнучкість і міцність при екстремально низьких температурах до $-100^{\circ}C$.

Томила Микитівна Товстик (1934–2012) – видатна вчена у галузі фізики напівпровідників та

твердого тіла. Вона вивчила особливості коливань кристалічної ґратки під дією температурних навантажень та створила математичні моделі переносу зарядів і тепла в шаруватих структурах.

Володимир Юрійович Мінкович (нар. 1937) – відомий фізик та вчений у галузі теплофізики. Він дослідив закономірності перенесення тепла і речовини через поверхню різних тіл. У межах теорії нестаціонарної теплопровідності вчений розробив методи контролю температурного режиму в глибоких шахтах і рудниках та описав теплообмін у гірських породах.

Катерина Володимирівна Терлецька (нар. 1980) – відома сучасна вчена, доктор фізико-математичних наук. Вона математично дослідила внутрішні хвилі та гідродинамічні процеси в капілярних і глибоких водних середовищах, що дозволило точно розраховувати перенесення маси та енергії в неоднорідних рідинах.

Наведений перелік вітчизняних науковців далеко не вичерпний. Багато інших українських фізиків зробили вагомий внесок у розвиток фізики, працюючи як в Україні, так і за кордоном. Світова та українська наукова спадщина сьогодні повноцінно включає їхні фундаментальні інженерні й теоретичні здобутки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кармазін В. В., Семенець В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. Київ : Кондор, 2024. 760 с.

2. Фелінський Г. С. Загальна фізика : підручник. Київ : Каравела, 2023. 656 с.

3. Яворський Б. М., Детлаф А. А., Лебедєв А. К. Довідник з фізики для інженерів та студентів закладів вищої освіти. Тернопіль : Навчальна книга — Богдан, 2007. 1040 с.

4. Зачек І. Р., Лопатинський І. Є., Юр'єв С. О., Рибак О. В., Горіна О. М. Фізика і комп'ютерні технології : навч. посіб. Львів : Львівська політехніка, 2024. 360 с.

5. Міллер О. В. Практичний посібник з пожежної безпеки : довід. [для курсантів, студентів і слухачів закладів вищої освіти техногенного та пожежного профілю]. Львів : ЛДУБЖД, 2011. 61 с.

6. Дмитровський С. Ю., Лущ В. І., Семенюк П. В. Основи підготовки пожежника : навч. посіб. Львів : Львівська політехніка, 2011. 292 с.

7. Третьяков О. В., Доронін Є. В., Халмурадов Б. Д., Зозуля С. В. Основи пожежної безпеки : підручник. Київ : ЦУЛ, 2024. 356 с.

8. Пушкаренко А. С., Васильченко О. В., Квітковський Ю. В., Луценко Ю. В., Миргород О. В. Вогнезахисне обробляння будівельних матеріалів і конструкцій : навч. посіб. Харків : НУЦЗУ, 2011. 176 с.

9. Чуб І. А., Луценко Ю. В., Яровий Є. А., Уваров Ю. В. Пожежна профілактика в населених пунктах : навч. посіб. Харків : НУЦЗУ, 2017. 86 с.

10. Михайлюк О. П., Олійник В. В., Мозговий Г. О. Теоретичні основи пожежної профілактики технологічних процесів та апаратів : підручник. Харків : ХНАДУ, 2014. 380 с.

11. Михайлюк О. П., Олійник В. В., Кріса І. Я., Білим П. А., Тесленко О. О. Пожежна безпека об'єктів підвищеної небезпеки : навч. посіб. Харків : НУЦЗУ, 2010. 249 с.

12. Поклонський В. Г., Фесенко О. А., Тарасюк В. Г. та ін. Розрахунок залізобетонних конструкцій на вогнестійкість відповідно до Єврокоду 2 : prакт. посіб. Київ : Інтертехнологія, 2016. 83 с.

13. Мандрус В. І., Юзьків Т. Б., Назарчук С. П., Ковалишин В. В. Насоси, вентилятори, компресори в пожежній техніці : навч. посіб. Львів : СПОЛОМ, 2007. 346 с.

14. Павлюк Ю. Е., Ференц Н. О. Визначення категорій приміщень, будинків та зовнішніх установок за вибухопожежною та пожежною небезпекою : навч. посіб. Львів : ЛДУБЖД, 2008. 96 с.

15. Ковалишин В. В., Кріса І. Я., Васильєва О. Е., Кирилів Я. Б. Основи експлуатації вогнегасників : навч. посіб. Львів : СПОЛОМ, 2010. 304 с.

16. Ковалишин В. В., Васильєва О. Е., Козяр Н. М. Пінне гасіння : навч. посіб. Львів : СПОЛОМ, 2007. 168 с.

Навчальне видання

О. М. ГОРІНА, І. Р. ЗАЧЕК

ФІЗИКА
В
ПОЖЕЖНІЙ БЕЗПЕЦІ

Частина 1

МЕХАНІКА, ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ І ТЕРМОДИНАМІКИ

Навчальний посібник

Літературний редактор	Галина **ПАДИК**
Технічний редактор	Олена **ГОРІНА**
Комп’ютерна верстка	Маріанна **КЛИМУС**
Друк	Назарій **ПЕТРОЛЮК**

Підписано до друку 24.09.2026 р.
Формат 60×84/16. Гарнітура Times New Roman.
Друк цифровий. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 40,1

Друк ЛДУ БЖД
79007, Україна, м. Львів, вул. Клепарівська, 35
Тел. /факс: (032)233-24-79
E-mail: vnrd@ldubgd.edu.ua
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК №7249 від 09.02.2021 р.