УДК 514.18

ОРТОГОНАЛЬНІСТЬ ЛІНІЙНИХ ПІДПРОСТОРІВ

Пілініха О. В.

Мартин Є. В., Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,

професор, д.т.н., професор

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

При вивченні курсу інженерної та комп'ютерної графіки розв'язують, зокрема, позиційні та метричні задачі, використовуючи метод проекціювання геометричних об'єктів у площину[1]. Такі об'єкти як точки, відрізки прямих і кривих ліній, поверхні являють геометричні образи дво- і тривимірного простору. Їх використовують для формування поверхонь різних технічних об'єктів[2,3]. При зростанні вимірності простору одержуємо *n*-вимірний простір E^n, який містить як точки, так і похідні від них, тобто відрізки прямих і кривих ліній, поверхні, а також геометричні образи вищих вимірностей, тобто *k*- вимірні лінійні та нелінійні підпростори $(0 \le k \le n-1)$[4]. Лінійні підпростори використовують при створенні координатних систем і комплексних креслень або епюрів для розв'язування геометричних задач традиційними засобами і з використанням інформаційних графічних комп'ютерних технологій [5]. Процес проекціювання геометричних образів здійснюють, використовуючи ортогонально розташовані лінійні підпростори. Конструктивну основу таких підпросторів складають відрізки прямих ліній. Координатну систему двовимірного простору, тобто у площині, утворюють два розташованих ортогонально відрізки. Розглянемо умови їх ортогональності у площині з подальшим узагальненням на простори вищих вимірностей.

Використання загального рівняння другого степеня з двома змінними x і y [1]

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2D'x + 2E'y + F = 0 \qquad (1)$$

породжує двовимірні криві та прямі лінії, вигляд і положення у координатній системі *Oxy* яких визначається числовими значеннями коефіцієнтів A, B, C, D, E, F. Приймемо в (1) значення A=B= C=0 і 2D'=D, 2E'=E, одержуємо рівняння прямої:

$$Dx + Ey + F = 0. \qquad (2)$$

Рівняння другої прямої запишемо у вигляді:

$$dx + ey + f = 0 \qquad (3)$$

і подамо рівняння обох прямих у вигляді (при E≠0, e≠0)

$$y = -\frac{D}{E}x - \frac{F}{E} = K x - \frac{F}{E}; \qquad (4)$$

$$y = - -\frac{d}{e}x - \frac{f}{e} = k x - \frac{f}{e}.$$

Приймемо, що значення найменшого кута Θ повороту другої прямої, нахиленої до осі *Ox* на кут φ_2, відносно першої, нахиленої до осі *Ox* на кут φ_1,

$$\Theta = \varphi_2 - \varphi_1$$

складає

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{k-K}{1+k*K} \quad . \tag{5}$$

Для ортогонально розташованих осей *Ox* та *Oy* координатної системи у площині $\Theta = 90^0$, а

$$\operatorname{ctg}\Theta = \frac{1}{\operatorname{tg}\Theta} = \frac{1+k*K}{k-K} = 0, \tag{6}$$

тобто 1+k*K = 0, звідки $k = \frac{1}{K}$. Використовуючи вирази (1) і (2), маємо умову перпендикулярності двох прямих як осей *Ox* та *Oy* координатної системи у площині

$$Dd+Ee=0. \tag{7}$$

Припустимо, що кожна пряма проходить через початок координат. Візьмемо на одній прямій точку A_1 (x_1, y_1), а на другій прямій точку A_2 (x_2, y_2). Тоді умову перпендикулярності двох прямих запишемо у вигляді:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0. \tag{8}$$

Умови перпендикулярності для просторів, вимірності більше двох, мають подібний вигляд. Наприклад, для двох прямих тривимірного простору, яким належать точки відповідно A_1 (x_1, y_1, z_1) і A_2 (x_2, y_2, z_2) і спільна точка O як початок координат умова перпендикулярності:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0. \tag{9}$$

Якщо дві прямі знаходяться у чотиривимірному просторі *Ox y z t*, а координати належних їм точок складають відповідно A_1 (x_1, y_1, z_1, t_1) і A_2 (x_2, y_2, z_2, t_2), то умову перпендикулярності подає вираз:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 + t_1 t_2 = 0. \qquad (10)$$

Для *n*-вимірного евклідового простору E^n умова перпендикулярності прямих з точками $A_1 (x_1, y_1, z_1, t_1, \ldots, p_1)$ і $A_2 (x_2, y_2, z_2, t_2, \ldots, p_2)$:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 + t_1 t_2 + \ldots + p_1 p_2 = 0. \qquad (11)$$

Аналізуючи одержані вирази маємо, що у двовимірному просторі, площині, осі взаємно перпендикулярні, тобто маємо випадок перпендикулярності одновимірних підпросторів, а вже у тривимірному просторі *Oxyz* вісь *Oz* перпендикулярна одразу до двовимірного підпростору *Oxy*. У чотиривимірному просторі *Oxyzt* вісь, зокрема, *Ot* перпендикулярна до тривимірного підростору *Oxyz*, для якого справедливі попередні твердження.

ЛІТЕРАТУРА

1. Михайленко В.Є. Інженерна та комп’ютерна графіка / В.Є. Михайленко, В.М. Найдиш, А. М. Підкоритов, І.А. Скидан.- К.: Видавничий дім «Слово», 2011. - 352с.

2. Ванін В.В. Комп’ютерна інженерна графіка в середовищі AutoCAD / В.В.Ванін, В.В.Перевертун, Т.М.Надкернична – К.: Каравела, 2008. – 336 с.
3. Ванін В.В. Оформлення конструкторської документації / В. В. Ванін. А. В. Бліок, Г. О. Гнітецька. - К.:НМУ ВО, 2000.- С. 130-143.
4. Ковальов С.М. Прикладна геометрія та інженерна графіка / С. М. Ковальов, М. С. Гумен, С. І. Пустюльга, В. Є. Михайленко, І. Н. Бурчак – К. – Луцьк: ЛДТУ, 2006. – С. 177-205.
5. Мартин Є.В. Графічна складова підготовки фахівців з інформаційної безпеки // Є.В. Мартин, А.Г. Ренкас, В.В.Козуб // Прикладна геометрія та інженерна графіка.- К.КНУБА, 2010.- Вип.85. -С. 49-53.