

- а) нехтування у розрахункових залежностях для критичної швидкості стійкого руху причепа поперечно-кутовими коливань призводить до завищеної її величини;
- б) критичне значення швидкості стійкого руху вздовж криволінійної ділянки шляху є меншим для більших значень амплітуд поперечно-кутових коливань: зростання амплітуди коливань від 0,3 рад. до 0,4 рад. за вказаних вище геометричних та силових параметрів півпричепа призводить до зменшення критичної швидкості руху від 10 до 20 %;
- г) встановлення на тягачі додаткового пристрою, який протидіє перекидуванню причепа, призводить до зростання величини критичної швидкості стійкого руху, до того ж, для більш жорстких силових його характеристик критична швидкість стійкого руху є більшою.

Отримані у роботі розрахункові залежності можуть бути одночасно базою для проектно-конструкторських робіт, які стосуються модернізації системи зчеплення тягача та причепа спеціального призначення з метою підвищення його стійких характеристик.

Література

1. Душенко В.В. Проблемы выбора параметров систем поддресоривания транспортных средств и пути их решения / В.В. Душенко, С.М. Воронцов // Системотехника на автомобильном транспорте : матер. Республ. науч.-практ. конф. – Харьков : Изд-во ХАДУ, 1998. – С. 56-60.
2. Хачатуров А.А. Динамика системы "дорога – шина – автомобиль – водитель" / А.А. Хачатуров. – М. : Изд-во "Машиностроение", 1976. – 535 с.
3. Соколовский С.А. Эффективность использования механической системы с прощелкиванием для защиты от вибраций при эксплуатации транспортных средств / С.А. Соколовский, Э.Н. Гринченко, А.Я. Калиновский, М.Ю. Яковлев // Механіка, машинознавство та електропостачання : зб. наук. праць. – 2011. – С. 185-187.
4. Ольшанский В.П. Линеаризация в системах с квазилинейной жесткостью / В.П. Ольшанский, Е.Н. Гринченко // Динамика и прочность машин. – Харків : Вид-во ХГПУ. – 1998. – Вип. 56. – С. 111-117.
5. Поляков А.П. Математична модель поперечно-кутових коливань напівпричепа сидельного автопоїзда / А.П. Поляков, М.С. Гречанюк // Вісник СХУ ім. Володимира Даля : зб. наук. праць. – Луганськ. – 2012. – № 9 (180). – С. 39-44.
6. Поляков А.П. Диференціальні рівняння поперечно-кутових коливань напівпричепа вантажного автомобіля / А.П. Поляков, М.С. Гречанюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту : наук. журнал. – Вінниця : Вид-во ВНТУ. – 2011. – Вип. 4. – С. 160-163.
7. Айзерман М.А. Классическая механика / М.А. Айзерман. – М. : Изд-во "Наука", 1980. – 367 с.

Надійшла до редакції 28.09.2016 р.

Сокіл Б.І., Звонко А.А., Нанівський Р.А., Дзюба А.А. Поперечно-угловые колебания одноосного прицепа с дополнительным стабилизирующим упругим элементом

Для одноосного прицепа рассмотрена задача о влиянии геометрических размеров, силовых характеристик системы поддресоривания и модернизированного упругого соединения тягача и прицепа на поперечно-угловые колебания и устойчивость движения прицепа вдоль горизонтального криволинейного участка пути. Принято, что прицеп движется вдоль криволинейного участка пути с постоянной по величине скоростью; восстановительная сила упругих амортизаторов и упругого соединения тягача и прицепа описываются линейными зависимостями деформаций соответствующих упругих элементов. На базе полученного закона поперечно-угловых колебаний поддресоренной части прицепа и уравнений кинестатики механической системы поддресоренная-неподдресоренная часть прицепа получено критическое значение скорости устойчивого движения как функцию геометрических, кинематических и силовых параметров иссле-

дуемой системы. Показано, что использование модернизированного упругого соединения прицепа и тягача в значительной степени повышает устойчивость на опрокидывание прицепа.

Ключевые слова: устойчивость движения, колебания поддресоренной части, амплитуда, частота колебаний, критическая скорость движения.

Sokil B.I., Zvonko A.A., Naniivskiy R.A., Dzyuba A.A. Transverse Angular Vibrations of Uniaxial Trailer with Additional Stabilizing Elastic Element

For uniaxial trailer we reviewed the task of the influence of geometric dimensions, power characteristics of sprung system and modernized elastic connection of towing vehicle and trailer on the transverse angular vibrations and motion stability of the trailer along the horizontal curved stretch of a track. While reviewing this task it is assumed that the trailer moves along a curved stretch of the track with constant speed; the renewable force of elastic shock absorbers and elastic connection of towing vehicle and trailer is described by linear dependencies of deformation of the respective elastic elements. Based on the obtained law of transverse angular vibrations of the sprung part of trailer and the equations of kinestatics mechanical system of sprung-not sprung part of the trailer received the critical speed of stable motion as a function of geometric, kinematic and force parameters of the system. It is shown that the use of modernized elastic connection of trailer and towing vehicle significantly increases the resistance to trailer tipover.

Keywords: motion stability, sprung part vibrations, amplitude, vibration frequency, critical speed.

УДК 517.4:534.12:621

ОЦІНЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТЯГОВОГО КАНАТУ НА ПІДСТАВІ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ МОДЕЛІ

Л.Ф. Дзюба¹, О.І. Хитряк², Х.І. Ліщинська³, В.В. Бариліяк⁴

Досліджено коливання тягового канату мобільної підвісної лісотransпортної установки. У диференціальному рівнянні поперечних коливань поздовжньо-рухомого канату враховано нелінійність його механічних властивостей. Цю нелінійність описано в'язкопружною моделлю Кельвіна-Фойгта. Розв'язок слабо нелінійного диференціального рівняння в часткових похідних побудовано з використанням методу Крилова-Боголюбова-Митропольського і подано у вигляді асимптотичного ряду. Отримані на підставі побудованого розв'язку диференціальні залежності для амплітуди та фази поперечних коливань дають змогу дослідити вплив довжини ділянки канату, швидкості його поздовжнього руху та динамічної в'язкості на амплітуду і частоту коливань.

Ключові слова: тяговий канат, поздовжньо-рухомі гнучкі тіла, коливання, амплітуда, частота, хвильова теорія руху, в'язкопружна модель Кельвіна-Фойгта, методи збурень.

Актуальність завдання та огляд основних результатів. Сучасні тенденції розвитку лісової промисловості свідчать про безумовну перспективність застосування підвісних канатних лісотransпортних установок як ефективних та екологічно ощадних засобів первинного транспортування деревини у гірській місцевості [1-3]. У мобільних підвісних канатних лісотransпортних установках тяговий канат працює на довжинах до 400 м, що відповідає довжині прольоту

¹ доц. Л.Ф. Дзюба, канд. техн. наук – Львівський ДУ безпеки життєдіяльності;

² доц. О.І. Хитряк, канд. техн. наук – Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного;

³ ст. викл. Х.І. Ліщинська, канд. техн. наук – Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного;

⁴ ст. викл. В.В. Бариліяк, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

мобільної установки [1]. Динамічні процеси у приводі установки спричиняють поперечні коливання тягового канату [4]. На параметри коливного процесу впливають фізико-механічні характеристики канату, що є гнучкою тяговою ланкою установки. Як відомо [5], у гнучких тягових ланках, зокрема і канатах, між напруженнями і деформаціями існує нелінійний зв'язок. Тому метою роботи є дослідження динамічних властивостей рухомого тягового канату з урахуванням нелінійності його фізико-механічних характеристик.

Формування задачі та методика її розв'язування. Схему мобільної підвісної канатної лісотранспортної установки з однобарабним приводом показано на рис. 1, де l – довжина прольоту канатної установки.

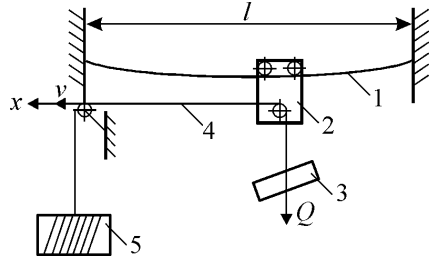


Рис. 1. Схema мобільної підвісної канатної лісотранспортної установки з однобарабним приводом: 1) несний канат; 2) вантажна каретка; 3) вантаж вагою Q ; 4) тягово-вантажопідіймальний канат; 5) приводний барабан

Дослідження динамічних властивостей тягово-вантажопідіймального канату (див. рис. 1) виконаємо на підставі розв'язку диференціального рівняння поперечних коливань в'язкопружного поздовжньо-рухомого одновимірного гнучкого тіла у змінних Ейлера [6]

$$\rho \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = \left(\frac{T}{A} + \sigma \right) u_{xx} + u_x \sigma_x, \quad (1)$$

де: $u(x, t)$ – поперечні переміщення перерізу рухомого гнучкого тіла координатою x у довільний момент часу t ; A – площа поперечного перерізу гнучкого тіла; σ – нормальні напруження у його поперечних перерізах; ρ – маса одиниці об'єму; T – сила початкового натягу.

Зважаючи на безвідривне дотикання канату до напрямних блоків, до диференціального рівняння (1) долучимо такі граничні умови:

$$u(x, t)|_{x=0} = u(x, t)|_{x=l} = 0. \quad (2)$$

Фізико-механічні властивості канату опишемо в'язкопружною моделлю Кельвіна-Фойгта. Відповідно до цієї моделі [6], еквівалентний модуль пружності першого роду E^* є деяким диференціальним оператором відносно часу та враховує миттєву пружність, пружну післядію та в'язкість матеріалу. У багатьох випадках достатньо подати в'язкопружну поведінку матеріалу в обмеженому часовому проміжку, розглядаючи тільки один або два доданки оператора

$E^* = E_0 \left(1 + \frac{\eta}{E_0} \frac{\partial}{\partial t} \right)$. Ураховуючи це, запишемо вираз для нормального напруження у вигляді

$$\sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + \eta (\varepsilon(t))'_t, \quad (3)$$

де: E_0 – модуль пружності першого роду, η – коефіцієнт динамічної в'язкості матеріалу. Модуль пружності першого роду E_0 для канату типу ЛК-Р конструкції 6×19 (ГОСТ 2688-80) визначаємо за формулою [1]

$$E_0 = \left(1,63 + \frac{0,48}{n} \right) \cdot \frac{q'}{A} \cdot 10^6 \text{ (МПа)}, \quad (4)$$

де: $n=3,0 \dots 3,5$ рекомендований коефіцієнт запасу міцності для тягових канатів, що відповідають вказаному стандарту [1]; q' – погонна вага канату.

З урахуванням (3) рівняння (1) набуває вигляду

$$u_{tt} + 2vu_{xt} - (\alpha^2 - v^2)u_{xx} = \lambda \left(\tilde{E}u_{xx}^2 + 2\tilde{\eta}u_{xx}u_x + \tilde{\eta}u_{xx}u_x^2 \right), \quad (5)$$

де: λ – малий параметр, який у правій частині рівняння означає малу величину нелінійної сили порівняно з відновлювальною; $\tilde{E} = 3E_0(2\rho\lambda)^{-1}$; $\tilde{\eta} = \eta(\rho\lambda)^{-1}$; $\alpha^2 = T(A\rho)^{-1}$.

Отже, задача полягає у знаходженні розв'язку рівняння (5) за крайових умов (2). Вказана задача належить до класу слабо нелінійних, що дає змогу для побудови її розв'язку застосувати загальні ідеї методів збурень [7]. Скористаємось основною ідеєю методу Крилова-Боголюбова-Митропольського [8] та результатами досліджень лінійних моделей поздовжньо-рухомих гнучких елементів [9]. Як показано у [9], одночастотний розв'язок незбуреного рівняння ($\lambda = 0$), яке відповідає (5), можна інтерпретувати як накладання відбитої та прямої хвилі із хвильовими числами k та χ відповідно

$$u_0(t, x, y) = a \left(\cos(kx + \omega t + \phi) - \cos(\chi x - \omega t - \phi) \right), \quad (6)$$

де $\kappa = \frac{k\pi}{\alpha l}(\alpha + v)$, $\chi = \frac{k\pi}{\alpha l}(\alpha - v)$, $\omega = \frac{k\pi}{\alpha l}(\alpha^2 - v^2)$, $k = 1, 2, \dots$. Ці хвилі мають різні довжини, однакові початкові фази (ϕ), амплітуди (a) та частоти (ω).

Нелінійна крайова задача (5), (2) описує динамічну поведінку системи з обмеженими розмірами. Тягові канати у зв'язку із скінченною довжиною можна віднести до таких систем. Уважається, що у таких системах нелінійні сили впливають тільки на закони зміни в часі амплітуди і частоти динамічного процесу [7-9]. Ці закони у першому наближенні будемо задавати за допомогою звичайних диференціальних рівнянь такого вигляду [8]:

$$\frac{da}{dt} = \lambda \Lambda(a), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega + \lambda \Xi(a), \quad (7)$$

де праві частини, тобто функції $\Lambda(a), \Xi(a)$, знаходять так, щоб співвідношення (6) задовольняло з необхідним ступенем точності вихідне рівняння (5).

Вказане буде виконуватись, якщо одночастотне наближення розв'язку крайової задачі (5), (2) у першому наближенні подати у вигляді

$$u(x, t) = a \left(\cos(kx + \psi) - \cos(\chi x - \psi) \right) + \varepsilon U_1(a, x, \psi), \quad (8)$$

де $\psi = \omega t + \phi$, $U_1(a, x, \psi)$ – невідомі 2π -періодичні по ψ функції, які задовольняють відповідно до (2) крайовим умовам:

$$U_1(a, x, \psi)|_{x=0} = 0, U_1(a, x, \psi)|_{x=l} = 0. \quad (9)$$

На функції $U_1(a, x, \psi)$ накладають ще додаткові умови: ці функції не повинні містити у розкладах доданків, пропорційних до головних гармонік часової змінної у поданні (8), тобто

$$\int_0^{2\pi} U_1(a, x, \psi) \begin{Bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{Bmatrix} d\psi = 0. \quad (10)$$

Підставляючи (8) у рівняння (5), після прирівнювання коефіцієнтів за однакових степенів λ , отримуємо диференціальне рівняння першого наближення, яке зв'язує невідомі функції $U_1(a, x, \psi)$, $\Lambda(a)$, $\Xi(a)$ з відомими величинами:

$$L(U_1) = \omega^2 \frac{\partial^2 U_1(a, x, \psi)}{\partial \psi^2} + 2v\omega \frac{\partial^2 U_1(a, x, \psi)}{\partial x \partial \psi} - (\alpha^2 - v^2) \frac{\partial^2 U_1(a, x, \psi)}{\partial x^2} = \quad (11)$$

$$= f_1(a, x, \psi) + 2\Psi(x)\Lambda(a) + 2a\Theta(x)\Xi(a),$$

де

$$\Psi(x) = [(\omega + \kappa v) \sin(\kappa x + \phi) + (\omega - \chi v) \sin(\chi x - \phi)],$$

$$\Theta(x) = [(\omega + \kappa v) \cos(\kappa x + \phi) - (\omega - \chi v) \cos(\chi x - \phi)], f_1(a, x, \psi) =$$

$$= \tilde{E}a^3 [\kappa \sin(\kappa x + \psi) - \chi \sin(\chi x - \psi)]^2 \cdot [-\kappa^2 \cos(\kappa x + \psi) + \chi^2 \cos(\chi x - \psi)] +$$

$$+ 2\tilde{\eta}\omega a^3 [-\kappa^2 \cos(\kappa x + \psi) + \chi^2 \cos(\chi x - \psi)] \cdot [-\kappa \cos(\kappa x + \psi) - \chi \cos(\chi x - \psi)] \times$$

$$\times [-\kappa \sin(\kappa x + \psi) + \chi \sin(\chi x - \psi)] + \tilde{\eta}\omega a^3 [\kappa^2 \sin(\kappa x + \psi) + \chi^2 \sin(\chi x - \psi)] \times$$

$$\times [\kappa \sin(\kappa x + \psi) - \chi \sin(\chi x - \psi)]^2.$$

Властивість (10) дає змогу отримати з диференціального рівняння (11) систему алгебраїчних рівнянь, яка зв'язує шукані функції

$$\Psi(x)\Lambda(a) + \Theta(x)\Xi(a) = \frac{-1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_1(a, x, \psi) \cos \psi d\psi, \quad (12)$$

$$\Theta(x)\Lambda(a) - a\Psi(x)\Xi(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_1(a, x, \psi) \sin \psi d\psi.$$

Зі системи рівнянь (12) після усереднення по лінійній змінній, отримуємо

$$\Lambda(a) = \frac{-l}{4k^2\pi^3(v^2 - \alpha^2)} \int_0^l \int_0^{2\pi} f_1(a, x, \psi) \{ \Psi(x) \cos \psi + \Theta(x) \sin \psi \} d\psi dx,$$

$$\Xi(a) = \frac{l}{4k^2\pi^3a(v^2 - \alpha^2)} \int_0^l \int_0^{2\pi} f_1(a, x, \psi) \{ \Psi(x) \sin \psi - \Theta(x) \cos \psi \} d\psi dx.$$

Отже, у першому наближенні динамічний процес у тяговому канаті за крайових умов (2) описується залежністю (8), в якій амплітуда a та фаза ψ коливань визначаються звичайними диференціальними рівняннями:

$$\frac{da}{dt} = \frac{-\tilde{\eta}k^4\pi^4(7v^4 + 6v^2\alpha^2 + 3\alpha^4)}{8l^4\alpha^4(\alpha^4 - v^4)} a^3, \quad (13)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega + \frac{\tilde{E}k^3\pi^3(7v^4 + 6v^2\alpha^2 + 3\alpha^4)}{8l^3\alpha^3(\alpha^4 + v^4)} a^2. \quad (14)$$

Як видно із виразу (14), у першому наближенні в'язкопружність канату не впливає на частоту коливань і залежність (14) збігається з випадком, коли враховують тільки пружні характеристики матеріалу у вигляді нелінійного технічного закону [10].

Отримані аналітичні залежності дають змогу оцінити вплив швидкості руху, довжини, сили натягу, модуля пружності та коефіцієнта динамічної в'язкості на частоту коливань рухомого тягового канату. Дослідження виконане для сталевих канатів подвійного звивання з лінійним дотиканням дротинок та з органічним осердям типу ЛК-Р конструкції 6×19(1+6+6/6)+ю.с. (ГОСТ 2688-80) з параметрами, зазначеними у табл. Модуль пружності першого роду визначено за формулою (4) при $n = 3$.

Табл. Параметри сталевих канатів за ГОСТ 2688-80

Позначення канату	Діаметр d , м	Маса погонного метра q , кг/м	Площа поперечного перерізу A , м ²	Густина $\rho = \frac{q}{A}$, кг/м ³	Модуль пружності E_0 , Па
1	9,6·10 ⁻³	0,359	36,66·10 ⁻⁶	9793	1,7196·10 ¹¹
2	15·10 ⁻³	0,844	86,28·10 ⁻⁶	9782	1,7177·10 ¹¹

Відповідно до залежностей [1], сила натягу канату з урахуванням кута підйому каретки та при відношенні стрілки провисання до довжини прольоту канатної установки 0,04 при куті нахилу хорди прольоту несного канату 30° орієнтовно становить: $T = (0,8...0,9)Q$. Під час досліджень прийнято $T = 0,85Q$, межі зміни ваги вантажу – $Q = 1...16$ кН.

Тяговий канат лісотранспортних установок може рухатись зі швидкостями $v = 1,6...3,5$ м/с. Відомо [9], що частота коливань істотно залежить від швидкості поздовжнього руху таких гнучких елементів як привідні паси, стрічкові пилики, стрічки конвеєрних ліній, динаміка яких описується схожою математичною моделлю (1), (2) із мішаною похідною по просторовій та часовій координаті у диференціальному рівнянні. Однак швидкості руху таких гнучких елементів на порядок більші від швидкості руху канату, а довжини – на порядок меншими. Як показали дослідження, за вказаних швидкостей поздовжнього руху та довжин ділянок від 50 до 400 м, вплив швидкості на частоту згинальних коливань рухомого тягового канату практично не відчутний (рис. 2). Довжини ділянок канатів: меншого діаметра (див. графік 1, рис. 2) – $l = 200$ м, більшого діаметра (див. графік 2, рис. 2) – $l = 400$ м. Коливання канатів розглянуто за сили натягу $T = 13\ 600$ Н, що відповідає максимальній вазі вантажу $Q = 16$ кН. Розрахунки показали, що частота коливань канату 1 (див. табл.) за збільшення швидкості від 0 до 4 м/с зросла на 0,042 %, канату 2 – на 0,099 %. Отже, швидкість руху канату практично не впливає на динамічний процес.

Графіки зміни частоти поперечних коливань рухомих тягових канатів залежно від довжини ділянки та від сили натягу показано на рис. 3 та 4 відповідно.

но. Частоти коливань канатів за сили натягу $T = 3000$ Н зі збільшенням довжини від 10 до 400 м зменшуються від 6 до 0,6 рад/с (див. рис. 3). Зміна частоти для канату меншого діаметра (див. графік 1, рис. 3) відбувається повільніше, порівняно зі зміною частоти канату з більшим діаметром (див. графік 2, рис. 3). Однак діапазон частот коливань обох канатів доволі низький.

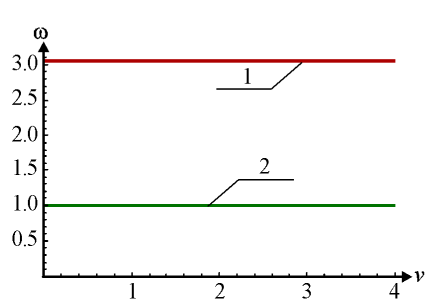


Рис. 2. Залежність частоти власних коливань тягового канату від швидкості позовжнього руху:
1 – $d = 9,6 \cdot 10^{-3}$ м, 2 – $d = 15 \cdot 10^{-3}$ м

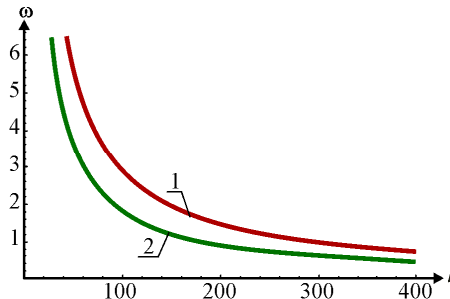


Рис. 3. Залежність частоти коливань тягового канату від довжини:
1 – $d = 9,6 \cdot 10^{-3}$ м; 2 – $d = 15 \cdot 10^{-3}$ м

Для ділянки канату завдовжки 100 м у разі збільшення сили натягу від 900 до 13600 Н частота коливань зростає приблизно у 6 разів (див. рис. 4). Значення частот не перевищують 6 рад/с для канату меншого діаметра (див. крива 1, рис. 4) та 4 рад/с для канату більшого діаметра (див. крива 2, рис. 4) за найбільшої сили натягу 13600 Н.

Для дослідження впливу в'язкопружних властивостей канату на амплітуду коливань за залежністю (13), використаємо зв'язок між коефіцієнтом динамічної в'язкості η та модулем пружності першого роду [11]: $\eta = \delta E_0$, де δ вибирають від 0,00001 до 0,01. На рис. 5 проілюстровано вплив параметра η на амплітуду коливань у часовому діапазоні від 0 до 114 с при $v = 3,5$ м/с та $E_0 = 1,7196 \cdot 10^{11}$ Па. Довжина ділянки канату – 400 м. За час, коли каретка з вантажем вагою $Q = 16000$ Н рухатиметься вздовж прольоту канатної установки, задана початкова амплітуда поперечних коливань $a_0 = 0,3$ м незначно згасає.

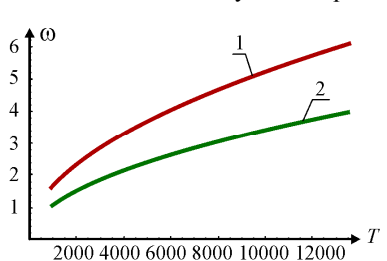


Рис. 4. Залежність частоти коливань канату від сили натягу:
1 – $d = 9,6 \cdot 10^{-3}$ м; 2 – $d = 15 \cdot 10^{-3}$ м

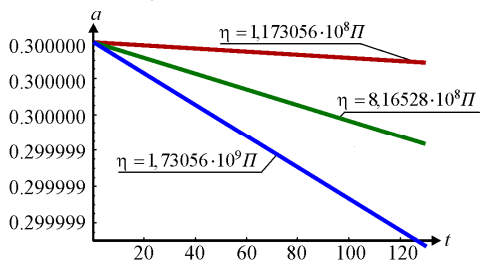


Рис. 5. Залежність амплітуди поперечних коливань ділянки канату від часу за різних значень коефіцієнта динамічної в'язкості η

Очевидним є те, що згасання амплітуди відбувається швидше за більшого значення коефіцієнта динамічної в'язкості $\eta = 1,73056 \cdot 10^9$ П. Однак величина зменшення амплітуди незначна і становить 0,0003 % від початкового значення за зміни коефіцієнта динамічної в'язкості на порядок.

Висновки. Результати дослідження динамічних властивостей тягового канату з використанням в'язкопружної моделі гнучкого рухомого одновимірного тіла дають підстави стверджувати, що швидкості руху тягового канату істотно не впливає на частоту його згинальних коливань.

Для ділянок канату різної довжини і різних діаметрів частоти коливань не перевищують значень 6-7 рад/с. Частота зростає зі збільшенням сили натягу, що відбувається при зростанні ваги транспортованого вантажу.

Згасання амплітуди поперечних коливань ділянки канату під впливом його в'язкопружних властивостей незначне. Зменшення амплітуди за час руху вантажної каретки вздовж прольоту установки завдовжки 400 м становить до 0,0003 % від початкового значення амплітуди.

Література

1. Адамовський М.Г. Підвісні канатні лісотранспортні системи / М.Г. Адамовський, М.П. Мартинців М.П., Й.С. Бадера. – К. : Вид-во ІЗМН, 1997. – 156 с.
2. Коржов В.Л. Конструктивно-технологічні особливості мобільних канатних лісотранспортних установок вмонтованого типу / В.Л. Коржов, В.С. Кудра // Промислова гідраліка і автоматика : зб. наук. праць. – 2010. – № 3 (29). – С. 18-20.
3. Занегин Л.А. Машины и механизмы для канатной трелёвки / Л.А. Занегин, И.В. Воскобойников, Н.С. Еремеев. – М. : Изд-во МГУЛ, 2004. – 446 с.
4. Барыляк В. В. Обрунговання параметрів приводів лісотранспортних канатних установок : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня. канд. техн. наук: спец. 05.05.04 – "Машины для земляних, дорожніх і лісотехнічних робіт" / В.В. Барыляк; НЛТУ України. – Львів, 2015. – 180 с. – укр.
5. Ліщинська Х. І. Вплив нелінійних пружних характеристик на динаміку рухомих гнучких елементів машин : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня. канд. техн. наук: спец. 05.02.09 – "Динаміка та міцність машин" / Х.І. Ліщинська; НУ "Львів. політехніка". – Львів, 2010. – 172 с. – укр.
6. Fung R.F. The Transient Amplitude of the Viscoelastic Traveling String: an Integral Constitutive Law / R.F. Fung, J.S. Huang, Y.C. Chen // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – Vol. 201 (2). – Pp. 153-167.
7. Найфе А.Х. Методы возмущений / А.Х. Найфе. – М. : Изд-во "Мир", 1976. – 456 с.
8. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М. : Изд-во "Наука", 1974. – 501 с.
9. Сокіл М.Б. Хвильова теорія руху в дослідженні коливань гнучких елементів приводу та транспортування з урахуванням їх позовжнього руху / М.Б. Сокіл, О.І. Хитряк // Військово-технічний зб. – Львів : Вид-во АСВ. – 2011. – Вип. 1. – С. 102-105.
10. Хитряк О.І. Узагальнення методу Ван – дер – Поля на крайові задачі для двовимірного рівняння типу Клейна – Гордона / О.І. Хитряк // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2011. – Вип. 21.4. – С. 358-362.
11. Kraver T.C., Fan G.W. and Shah J.J., (1996). Complex Modal Analysis of a Hat Belt Pulley System with Belt Damping and Coulomb-Damped Tensioner. *ASME, Journal of Mechanical Design*, issue 1 (18). – Pp. 306-311.

Надійшла до редакції 11.07.2016 р.

Дзюба Л.Ф., Хитряк О.И., Лищинская Х.И., Барыляк В.В. Оценка динамических свойств тягового каната на основании вязкоупругой модели

Исследованы колебания тягового каната мобильной подвесной лесотранспортной установки. В дифференциальном уравнении поперечных колебаний продольно-движущее-

гося каната учтена нелинейность его механических свойств. Эта нелинейность описана вязкоупругой моделью Кельвина-Фойгта. Решение слабо нелинейного дифференциального уравнения в частных производных построено с использованием метода Крылова-Боголюбова-Митропольского и представлено в виде асимптотического ряда. Полученные на основании построенного решения дифференциальные зависимости для амплитуды и фазы поперечных колебаний позволяют исследовать влияние длины участка каната, скорости его продольного движения и динамической вязкости на амплитуду и частоту колебаний.

Ключевые слова: тяговый канат, продольно-подвижные гибкие тела, колебания, амплитуда, частота, волновая теория движения, вязкоупругая модель Кельвина-Фойгта, методы возмущений.

Dzyuba L.F., Khytriak O.I., Lishchynska Kh.I., Baryliak V.V. Estimation of Dynamic Properties of the Haulage Ropes on the Basis of the Viscoelastic Model

Oscillations of a haulage rope of mobile pendant timber transport installation are explored. In the differential equation of transverse oscillations of a longitudinally moving rope nonlinearity of its mechanical properties is taken into account. This nonlinearity is described by Calvin-Voigt viscoelastic model. The solution of feebly nonlinear differential partial equation is constructed with use of a method of Krylov-Bogolyubov-Mytropolskiy method and sent as an asymptotical series. The differential associations obtained on the basis of the constructed solution for amplitude and phases of transverse oscillations allow to investigate agency of length of a section of a rope, a velocity of its longitudinal motion and a dynamic viscosity on amplitude and an oscillation frequency.

Keywords: a haulage rope, the longitudinal mobile flexible bodies, oscillations, amplitude, frequency, a wave theory of movement, the Calvin-Voigt viscoelastic model, perturbation methods.

УДК 621.317.73:612.014.422

УДОСКОНАЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ НА БАЗІ ОПЕРАЦІЙНИХ ПІДСИЛЮВАЧІВ

Р.М. Івах¹, Ю.В. Хома²

Встановлено, що основним джерелом похибок вимірювального перетворювача за методом автобалансування виступає операційний підсилювач, тому для підвищення точності засобів частотного аналізу імпедансу доцільно застосувати алгоритмічну корекцію. На основі малосигнальної моделі операційного підсилювача побудовано математичні моделі активних вимірювальних перетворювачів імпеданс-напряга та адмітанс-напряга. Отримані математичні вирази спрощено шляхом нехтування неістотних параметрів, та відповідним чином формалізовано. Такий підхід дає змогу встановити основні джерела динамічних похибок активних вимірювальних перетворювачів.

Ключові слова: імпеданс, вимірювання імпедансу, частотні аналізатори імпедансу, активні вимірювальні перетворювачі, альязінг, передавальна характеристика, похибки вимірювання імпедансу.

Аналіз стану тематики та постановка задачі. Вимірювання імпедансу є актуальною задачею для багатьох галузей наукової та практичної діяльності, наприклад для дослідження біологічних і фізико-хімічних об'єктів [1-3], для вивчення властивостей матеріалів [4, 5], зокрема на мікро- та нанорівні [6, 7], для корозійного моніторингу і діагностики [8, 9], для контролю параметрів батарей і

¹ доц. Р.М. Івах, канд. тех. наук – НУ "Львівська політехніка";
² асист. Ю.В. Хома, канд. тех. наук – НУ "Львівська політехніка"

паливних елементів електрохімічних джерел живлення [5, 10] тощо. Для реалізації цих завдань використовують частотні аналізатори імпедансу (ЧАІ), при побудові яких важливим є вибір вимірювального перетворювача, який забезпечував би високу чутливість, лінійність і стабільність функції перетворення.

В роботі [11] обґрунтовано переваги побудови вимірювального перетворювача за методом автобалансування (рис. 1)

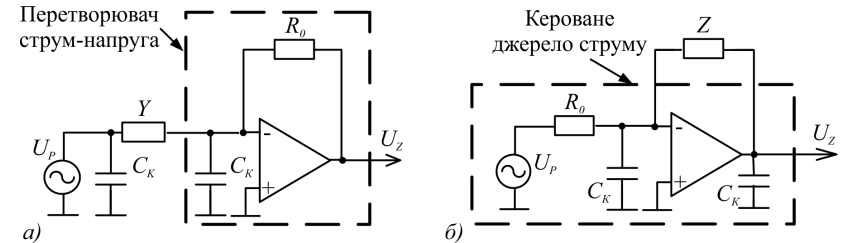


Рис. 1. Видяг ВП за методом автобалансування:

а) режим вимірювання адмітансу; б) режим вимірювання імпедансу

Основним джерелом похибок вимірювального перетворювача за методом автобалансування виступатиме операційний підсилювач, тому для підвищення точності засобів частотного аналізу імпедансу доцільно застосувати алгоритмічну корекцію. Для розроблення виразів алгоритмічної корекції варто передусім проаналізувати математичну модель перетворювача з урахуванням властивостей операційного підсилювача.

Метою роботи є удосконалення математичної моделі активних вимірювальних перетворювачів за методом автобалансування, шляхом спрощень (нехтування неістотними параметрами), та формалізації (введенням змінних, які б однозначно відображали вплив того чи іншого дестабілізаційного фактора), що спростить її застосування в інженерній практиці, зокрема під час розроблення виразів для алгоритмічної корекції.

Методика дослідження. Малосигнальна модель АВП. Математична модель будь-якої операційної схеми із одним ОП, яка цілком враховує її частотні властивості, може бути зведена до канонічного вигляду [12]

$$\dot{H} = \left(\dot{H}_\infty + \frac{\dot{H}_0}{A \cdot \beta} \right) \cdot \frac{1}{1 + 1/A \cdot \beta} = \left(\dot{H}_\infty + \frac{\dot{H}_0}{A \cdot \beta} \right) \cdot \frac{1}{1 + (A\beta)^{-1}}, \quad (1)$$

де: H_∞ – передатна характеристика АВП за безмежного значення коефіцієнта підсилення ОП; H_0 – передатна характеристика АВП за нульового коефіцієнта підсилення ОП; A – коефіцієнт підсилення ОП із розімкнутим зворотним зв'язком; β – коефіцієнт зворотного зв'язку ОС.

У випадку ОС, збудованої за методом автобалансування [12]

$$\dot{H}_\infty = -\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} \quad (2)$$

де: Z_1 – опір на вході ОС; Z_2 – опір у колі зворотного зв'язку ОС. Як видно із виразу, H_∞ повністю збігається із ідеальною функцією перетворення АВП. Це