



П. Н. ГАЩУК

ОПТИМИЗАЦИЯ
ТОПЛИВНО-
СКОРОСТНЫХ
СВОЙСТВ
АВТОМОБИЛЯ

П. Н. ГАЩУК

ОПТИМИЗАЦИЯ
ТОПЛИВНО-
СКОРОСТНЫХ
СВОЙСТВ
АВТОМОБИЛЯ

Л Ь В О В

ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ЛЬВОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»

1987

Оптимизация топливно-скоростных свойств автомобиля / Гащук П. Н. — Львов: Вища шк. Изд-во при Львов. ун-те, 1987. — 168 с.

В монографии рассматриваются вопросы улучшения топливно-скоростных свойств автомобилей, автобусов и автопогрузчиков за счет оптимального использования возможных режимов работы двигателя внутреннего сгорания и трансмиссии. Излагаются общие оптимизационные принципы и алгоритмы поиска оптимальных решений, анализируются различные подходы к приоритетному упорядочению режимов двигателя по степени целесообразности их использования. Определяются оптимальные законы нагружения двигателя трансмиссиями различного типа, описывается методика синтеза оптимальных нагрузочных характеристик гидротрансформаторов. Освещаются вопросы формирования оптимальных транспортных циклов и исследования эффективности импульсных режимов движения колесных машин с двигателями внутреннего сгорания.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1987 г.

Для научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами проектирования, изготовления и эксплуатации автомобильной техники. Может быть полезна аспирантам и студентам старших курсов высших технических учебных заведений автомобильного профиля.

Табл. 2. Ил. 69. Библиогр.: 80 назв.

Рецензент канд. техн. наук И. В. Смирнов

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией М. П. Парцей

Г 3603010000-082
М225(04)-87 286-87

© Издательское объединение
«Вища школа», 1987

ПРЕДИСЛОВИЕ

Для уменьшения воздействия машины на окружающую среду необходимо предельно повысить использование эксергии (потенциальной работоспособности) вводимого в двигатель внутреннего сгорания топлива. Интенсификация использования эксергии топлива решает проблему сохранения окружающей среды в двух аспектах одновременно — благоприятствует повышению топливной экономичности автомобильных средств и способствует уменьшению объема токсичных выхлопов двигателя. Вместе с тем интенсификация использования топлива — это при прочих равных условиях одно из наиболее рациональных направлений повышения производительности автомобилей, автопогрузчиков, автобусов.

Очевидно, что повышение эксергетической эффективности любой машины непосредственно связано с повышением к. п. д. ее систем, агрегатов и узлов. Причем большего эффекта, естественно, следует ожидать от повышения к. п. д. тех систем, в которых наибольшие потери эксергии. Таковой в мобильных транспортных машинах является, например, система «двигатель внутреннего сгорания—трансформатор крутящего момента».

Поэтому часто проблема повышения эксергетической эффективности системы «двигатель—трансмиссия» воспринимается буквально как необходимость повышения к. п. д. двигателя и трансмиссии на всех или отдельных режимах их работы. Однако постепенность в совершенствовании как двигателя, так и трансмиссии во многом практически исчерпана, и дальнейшее их значительное совершенствование возможно на основе только качественно новых идей.

Между тем существенные резервы повышения эффективности системы содержатся в приоритетном упорядочении режимов совместной работы двигателя, трансмиссии и автомобиля в целом путем оптимального подбора их параметров и характеристик, а также за счет оптимального управления автомобилем и его системами.

Под приоритетным упорядочением режимов понимается установление меры целесообразности реализации того или иного режима работы двигателя, трансмиссии и машины, а также поиск технических средств, позволяющих более «ценные» режимы реализовать чаще и дольше. За счет приоритетного упорядочения режимов количество диссипируемой в окружающее пространство эксергии может быть существенно уменьшено, что вне системы «двигатель—трансмиссия—автомобиль» воспринимается так же, как и эффект от прямого повышения к. п. д. отдельных элементов системы.

Оптимизация эффективности системы «двигатель—трансмиссия—автомобиль», основанная на приоритетном упорядочении режимов работы двигателя, трансмиссии и автомобиля, является предметом излагаемых в книге исследований. Предполагается, что в результате такой оптимизации можно изыскать возможности улучшения топливно-скоростных свойств автомобиля даже тогда, когда резервы повышения эффективности рабочих процессов в двигателе, трансмиссии и всех других элементов автомобиля исчерпаны. Высказанное предположение основано на следующем принципе: совершенство системы не определяется однозначно совершенством ее элементов (система совершенных элементов не обязательно совершенна).

ГЛАВА 1

ОБЩИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ И АЛГОРИТМЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ АВТОМОБИЛЯ

1.1. Восприятие оптимальных решений

Любое мероприятие, направленное на улучшение свойств автомобиля, следует рассматривать в комплексе такого же рода мероприятий.

Пусть оптимизация свойств автомобиля осуществляется двумя коллективами $K1$ и $K2$, первый из которых оперирует свойствами некоторой системы $C1$, а второй — свойствами системы $C2$. Свойства систем $C1$, $C2$ условно обозначаются точками коорди-

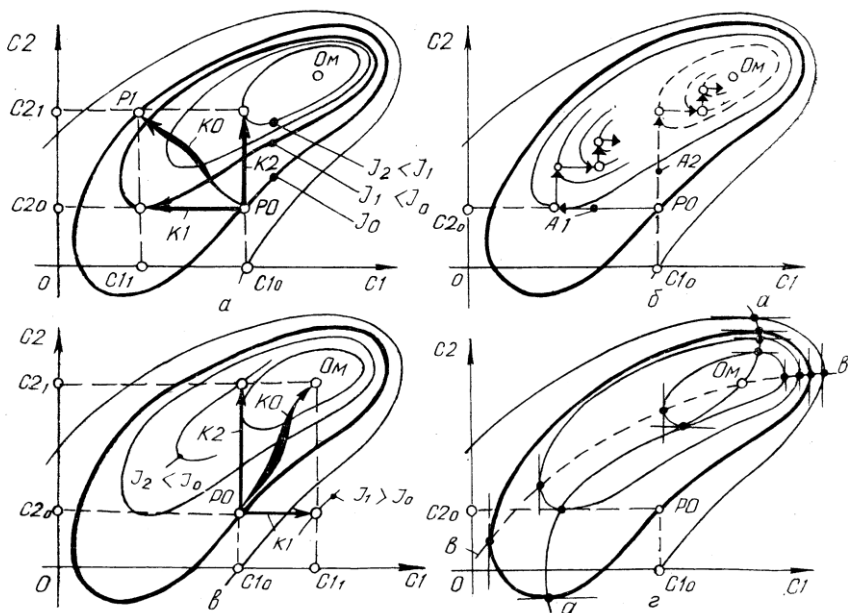


Рис. 1.1. Графическое отображение ситуаций, возникающих в процессе принятия решений (J_0, J_1, J_2 — обозначения кривых $J=J_0=\text{const}$, $J=J_1=\text{const}$, $J=J_2=\text{const}$)

натных осей $OC1$, $OC2$, а свойства автомобиля — точкой $(C1, C2)$ на плоскости (рис. 1.1). Степень совершенства автомобиля определяет некоторый подлежащий минимизации критерий J (на

рисунках, где нет специальных указаний, для определенности каждой кривой $J = \text{const}$, расположенной внутри такого же типа кривой, приписываем меньшее значение величины J).

Свойства реальных систем $C1$, $C2$ и автомобиля до оптимизации соответствуют точкам $C1_0$, $C2_0$ и $PO = (C1_0, C2_0)$. Используя один и тот же критерий оптимальности J , в результате оптимизации систем $C1$, $C2$ коллективы $K1$, $K2$ предложат коллективу KO , уполномоченному принимать решения о внедрении, рекомендации $C1_1$, $C2_1$ (рис. 1.1, а).

Эти рекомендации (каждая в отдельности) действительно способствуют уменьшению критерия J . Однако может случиться, что внедрять коллективу KO обе рекомендации нет смысла, поскольку свойства машины не улучшаются (точка $PI = (C1_1, C2_1)$). Чтобы предугадать такую ситуацию, коллектив KO должен обладать не самими рекомендациями, а алгоритмами их получения. Наиболее целесообразным в данном случае является такое постоянное сотрудничество коллективов KO , $K1$, $K2$, в результате которого оптимизация свойств машины не является одноразовым актом, а осуществляется (рис. 1.1, б) ступенчато (траектории $A1$ или $A2$ приближают свойства к оптимальным (точка O_m) дискретно во времени, с многократным чередованием одних и тех же оптимизационных алгоритмов).

Совсем по-иному выглядит ситуация, если известны алгоритмы оптимизации систем $C1$, $C2$, предугадывающие оптимальность машины в целом. В этом случае коллективы $K1$, $K2$ предлагают рекомендации $C1_1$, $C2_1$ (рис. 1.1, в). Они, возможно, худшие, чем в случае, отображенном на рис. 1.1, в, но их одновременное внедрение приводит к предельному улучшению свойств машины (точка O_m , рис. 1.1, в).

Рекомендации коллектива $K1$ в ситуациях, показанных на рис. 1.1, а, в, явно отрицают друг друга. Причем предложение коллектива $K1$ в ситуации, представленной на рис. 1.1, в, коллектив KO может воспринять как неприемлемое, ошибочное, вследствие чего полезный труд незаслуженно получает отрицательную оценку. Следовательно, существует проблема воспринимаемости решений: истинно оптимальное решение не всегда воспринимается как таковое.

Во всех рассмотренных ранее ситуациях коллектив $K1$, оптимизируя свойства системы $C1$, исходит из конкретных свойств реальной системы $C2$. Если же в процессе оптимизации свойств системы $C1$ считать свойства системы $C2$ произвольными, предельно обобщая формулировку оптимизационной задачи, то коллектив $K1$ сможет предложить коллективу KO обратить внимание на целое множество решений (кривая $a-a$, рис. 1.1, г). В аналогичных условиях коллектив $K2$ предложит множество решений, соответствующее кривой $b-b$. Совмещая довольно неконкретные рекомендации коллективов $K1$, $K2$, коллектив KO получит вполне конкретное предельно оптимальное решение, соответствующее точке O_m на рис. 1.1, г.

Таким образом, конечным результатом оптимизационных процессов должны быть не сами решения а эффективные алгоритмы их поиска (несколько конкретных рекомендаций, каждая из которых сама по себе способствует улучшению свойств автомобиля, не всегда совместимы при их одновременном внедрении); наибольшую ценность представляет предельно общее алгоритмическое решение, определяющее оптимальную взаимосвязь между отдельными свойствами автомобиля и его систем; обобщенные алгоритмы (рис. 1.1, *з*) всегда эффективнее цепочки частных алгоритмов (рис. 1.1, *б*).

1.2. Улучшение свойств систем при нескольких критериях оптимальности

При выборе концепции оптимальности* явно или неявно сталкиваются два взаимоотрицающих мнения: смысл первого заключается в том, что каждый исследователь вправе выработать собственную концепцию оптимальности, а смысл второго — концепция оптимальности есть отражение вполне объективных общественно осознанных потребностей. Поэтому свобода в трактовании совершенства автомобиля недопустима. Чтобы убедиться в том, что приверженцев первого мнения значительно больше, чем приверженцев второго, не обязательно искать тех, кто эти мнения высказывает; достаточно узнать, как велико число измерителей эффективности автомобиля и его систем, а также число критериев оптимальности, количественно отражающих существенные различия в концепциях.

Рассмотрим взаимоотношения между коллективом *К0* (который правомочен принимать решения к внедрению, но сам не разрабатывает оптимизационные алгоритмы), коллективом *К1* (на которого возложены обязанности наметить пути улучшения свойств системы *C1*) и коллективом *К2* (который занимается усовершенствованием системы *C2*). Пусть каждый из этих коллективов оценивает оптимальность решений с помощью своего

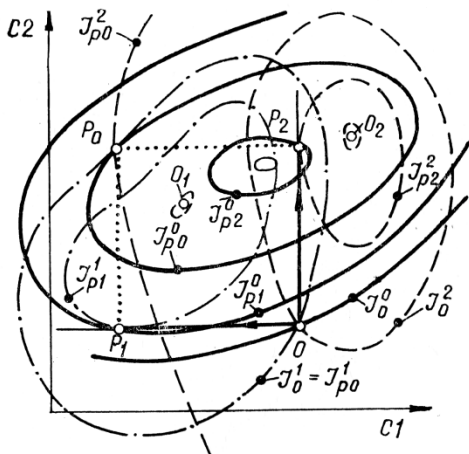


Рис. 1.2. Схема принятия решений при отсутствии единого взгляда на совершенство систем.

* Концепция оптимальности — это система взглядов на оптимальность, способ понимания совершенства.

критерия: коллектив $K1$ отдает предпочтение критерию J^1 , и в его понимании абсолютное совершенство автомобиля соответствует точке O_1 (рис. 1.2); коллектив $K2$ оперирует критерием J^2 , так что в его понимании абсолютное совершенство отражает точка O_2 ; коллектив KO , не имея представления о наилучшем решении, оценивает любое предлагаемое ему коллективами $K1$ и $K2$ решение посредством некоторого критерия J^0 . Реальным исходным свойствам систем (точка O) соответствуют следующие значения критериев: $J^0 = J^0_0$, $J^1 = J^1_0$, $J^2 = J^2_0$. В процессе оптимизации свойств системы $C1$ коллектив $K1$ приходит к решению P_1 , которому соответствует при заданных свойствах системы $C2$ наименьшее значение критерия J^1 : $J^1 = J^1_{P_1}$. Коллектив KO дает положительную оценку этому решению ($J^0_{P_1} > J^0_0$). С точки же зрения коллектива $K2$ данное решение не улучшает свойства систем, а, наоборот, ухудшает; поэтому он предлагает решение P_2 ($\min J^2 = J^2_{P_2}$), полностью игнорируя P_1 . Коллектив KO воспринимает решение P_2 как более эффективное по сравнению с решением $P1$ ($J^0_{P_2} < J^0_{P_1} < J^0_0$), но, надеясь, что совместное внедрение предложений P_1 и P_2 принесет больший эффект, он должен принять решение P_0 . Оценивая решение P_0 , коллективы $K1$ и $K2$ вынуждены констатировать, что их труд полностью перечеркнут: $J^1_{P_0} = J^1_{P_1} > J^1_0$; $J^2_{P_0} > J^2_0 > J^2_{P_2}$. Да и сам коллектив KO , заметив, что $J^0_{P_0} > J^0_{P_1} > J^0_{P_2}$, вернется, пожалуй, к решению P_2 ($J^0_{P_2} < J^0_{P_1} < J^0_0$), отказавшись от услуг коллектива $K1$.

Свободу в выборе концепции оптимальности и, следовательно, в выборе критерия оптимальности полностью устранить невозможно. Тем не менее нельзя и постулировать ее как нечто само собой разумеющееся. Скорее наоборот — многоликая и практически неустранимая субъективность в выборе концепции должна быть существенно ограничена хотя бы потому, что, во-первых, полезность того или иного мероприятия по большей части объективна, а субъективность имеет место только потому, что полезность как объект познания диалектически до конца непознаваема; во-вторых, неодинаковая трактовка лучшего-худшего разобщает оптимизационные усилия и может даже привести к взаимотриггированию отдельных оптимальных решений, тогда приходится констатировать бесполезность поисков решений.

Таким образом, концепция оптимальности не может находиться всецело в компетенции тех, кто осуществляет поиск и принимает решения. Более того, изучение потребностей предшествует изучению возможностей их удовлетворения, и в случае, когда имеется неопределенность в оценке полезности тех или иных решений, постановку оптимизационной задачи следует считать предпочтительной и направить усилия на исследование потребностей.

Если бы коллективы $K1$ и $K2$ в процессе оптимизации свойств систем $C1$ и $C2$ обменивались информацией, организовывая согласованный поиск оптимального решения (рис. 1.1, б), то в этом

случае их совместное предложение почти наверняка оказалось бы ошибочным. Для иллюстрации этого утверждения рассмотрим рис. 1.3.

Любым свойствам системы $C2$ можно противопоставить свойства системы $C1$, для которых величина J^1 минимальна (линия $m-m$, рис. 1.3, a); аналогично множеству возможных свойств системы $C1$ можно противопоставить множество оптимальных

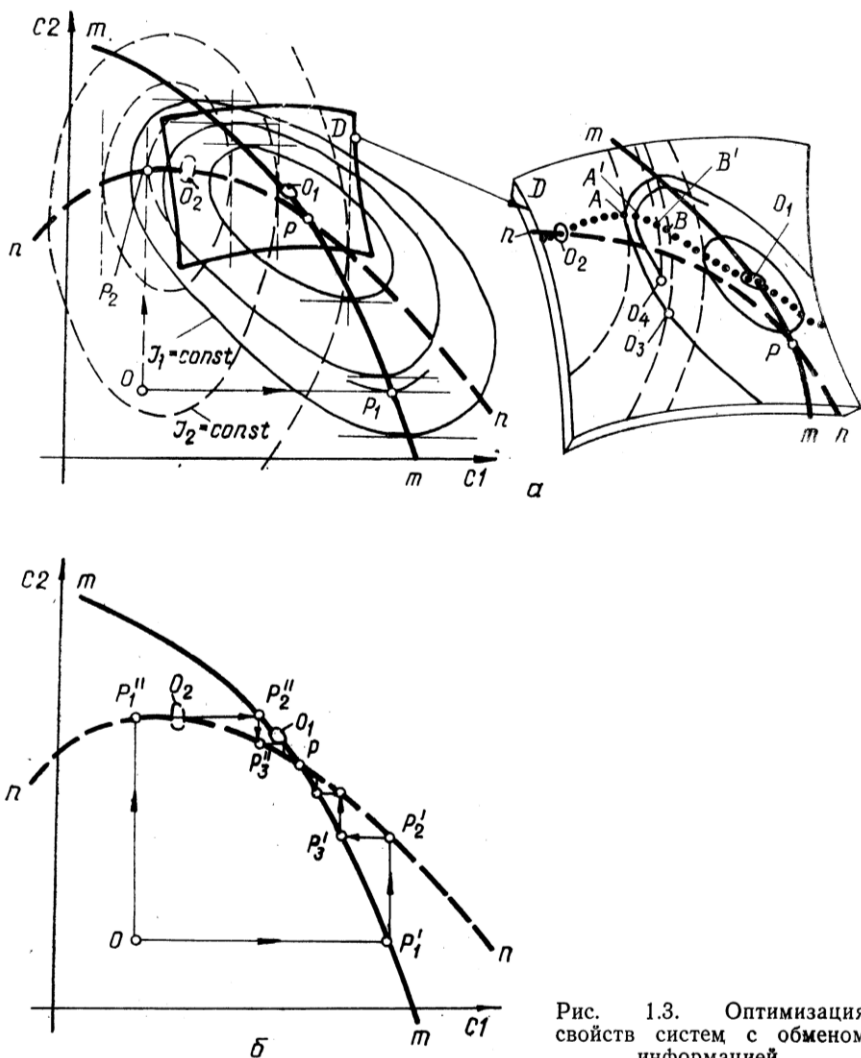


Рис. 1.3. Оптимизация свойств систем с обменом информацией.

свойств системы $C2$ (линия $n-n$), на котором минимальна величина J^2 . Коллектив $K1$ произвольным свойствам систем, которым соответствует, например, точка O , всегда противопоставит опти-

мальные, которым соответствует точка P_1 линии $m-m$; альтернативой же коллектива K_2 являются свойства систем, которым соответствует точка P_2 линии $n-n$.

Оптимизационные процессы с обменом информацией представлены на рис. 1.3, б. Как процесс $OP_1'P_2'P_3' \dots$, так и процесс $OP_1''P_2''P_3'' \dots$ дискретно во времени ведут к одному и тому же решению P , которое отображается точкой пересечения линий $m-m$ и $n-n$. Чтобы дать объективную оценку этому решению, рассмотрим более подробно область D возможных свойств систем $C1$ и $C2$ (рис. 1.3, а), куда входят и точки O_1, O_2 , отражающие наилучшие свойства систем в понимании коллективов $K1, K2$. В данной области для любого постоянного значения величины J^1 можно найти соответствующее минимальное J^2 и построить точечную линию, проходящую через точки O_1, O_2 . Оказывается, что любому решению, расположенному вне этой линии, можно противопоставить такое решение, которому соответствует точка линии O_2ABO_1 и которое одновременно оба коллектива $K1$ и $K2$ классифицируют как лучшее.

Рассмотрим, например, точку O_3 . Проходящие через нее линии $J^1 = \text{const}$ и $J^2 = \text{const}$, а также линия O_2ABO_1 образуют криволинейный треугольник O_3AB . Внутри треугольника O_3AB находятся точки (например, O_4), через которые проходят линии $J^1 = \text{const}$ и $J^2 = \text{const}$ с меньшими значениями величин J^1 и J^2 , образующие совместно с линией O_2ABO_1 новый криволинейный треугольник (например, $O_4A'B'$). Внутри этого нового треугольника также расположены точки, через которые проходят линии $J^1 = \text{const}$ и $J^2 = \text{const}$ с еще меньшими значениями величин J^1 и J^2 . Аналогичные рассуждения можно продолжать до тех пор, пока криволинейный треугольник не выродится в точку линии O_2ABO_1 .

Следовательно, поскольку точка P (рис. 1.3 а, б) не принадлежит линии O_2ABO_1 , то решение, полученное совместными усилиями коллективов $K1$ и $K2$, является, без сомнения, ошибочным.

Таким образом, оптимизация свойств автомобиля коллективами, руководствующимися различными концепциями оптимальности, может оказаться неэффективным мероприятием.

Совсем по-иному выглядит ситуация, когда несколько критериев выражают одну и ту же концепцию оптимальности и находятся в полном распоряжении одного коллектива или исследователя.

Допустим, свойства $C1$ некоторой системы оцениваются с помощью критериев J^1 и J^2 (рис. 1.4, а), причем лучшим свойствам $C1$ соответствуют меньшие значения величин J^1, J^2 . При каждом значении J^2 выделяются только те свойства системы, которым соответствуют наименьшие значения J^1 . В итоге выделяется некоторое множество Δ_1 свойств системы. Потом, наоборот, при каждом значении J^1 выделяются те свойства, которым соответствуют наименьшие значения J^2 , и образуется новое множество Δ_2 . И наконец, выделяя свойства системы, которые принадлежат

одновременно и множеству Δ_1 , и множеству Δ_2 , получаем множество $\Delta_0 = \Delta_1 \cap \Delta_2$ (на рис. 1.4 крестиками отмечены неоптимальные свойства CI , непосредственно примыкающие к суженным множествам). В результате этих операций большая часть возможных свойств системы причислена к неоптимальным. И все же неопределенность в выборе наилучших свойств сохранилась, так как отдать предпочтение каким-либо свойствам из множества Δ_0 пока не представляется возможным.

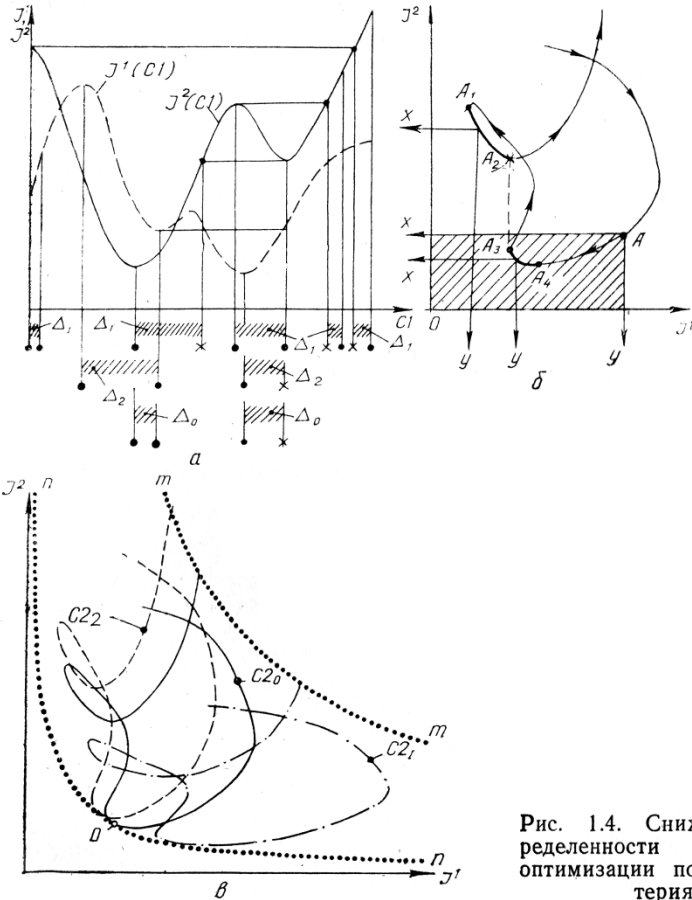


Рис. 1.4. Снижение неопределенности в процессе оптимизации по двум критериям.

Исключение неоптимальных свойств системы из множества возможных осуществляют и другим путем. Исключая из функций $J^1 = J^1(CI)$ и $J^2 = J^2(CI)$ переменную CI , получают функцию $F(J^1, J^2) = 0$, график которой представлен на рис. 1.4, б. Пусть произвольная точка A кривой $F(J^1, J^2) = 0$ — начало системы координат xAy , обратноориентированной по отношению к основной системе J^1OJ^2 . Если в прямоугольнике, сторонами которого являются отрезки осей Ax , OJ^1 , Ay , OJ^2 , найдется хотя бы

одна точка кривой $F(J^1, J^2) = 0$, то точка A явно не может соответствовать оптимальным свойствам рассматриваемой системы (в точке, расположенной внутри прямоугольника, одна из величин J^1, J^2 не больше, а другая обязательно меньше соответствующей величины в точке A). Сохраняя ориентировку осей системы координат xAy , но перемещая ее начало A вдоль кривой $F(J^1, J^2) = 0$, на основе аналогичного анализа приходим к выводу, что только точки криволинейных отрезков A_1A_2 (за исключением самой точки A_2) и A_3A_4 нельзя причислять к неоптимальным.

Степень сужения множества возможных свойств посредством алгоритма, использованного на рис. 1.4, б, всегда не ниже, чем с помощью алгоритма, использованного на рис. 1.4, а (в рассмотренном примере эти алгоритмы оказались равноценными).

Для устранения оставшейся неопределенности в выборе наилучших свойств системы можно прибегнуть к дополнительному критерию оптимальности. Однако это означало бы отказ от ранее принятой концепции оптимальности. Поэтому попытаемся устранить неопределенность, не прибегая к дополнительным критериям.

При анализе свойств $C1$ системы некоторые другие ее свойства $C2$ оставались постоянными ($C2 = C2_0$). При изменении этих свойств протекание зависимости $F(J^1, J^2) = 0$, естественно, тоже изменяется (например, при $C2 = C2_1$ или $C2 = C2_2$ зависимость $F(J^1, J^2) = 0$ может отражаться кривыми $C2_1$ или $C2_2$, рис. 1.4, в). К множеству рассматриваемых графиков функции $F(J^1, J^2) = 0$, построенных для различных свойств $C2$ системы, можно провести верхнюю ($m-m$) и нижнюю ($n-n$) огибающие. Огибающая $n-n$ определяет свойства $C1$ и $C2$, по сравнению с которыми любые другие являются худшими. Следовательно, общая точка O огибающей $n-n$ и кривой $F(J^1, J^2) = 0$ при $C2 = C2_0$ соответствует искомому оптимальному решению.

Как видим, неопределенность в выборе свойств $C1$ системы удалось устранить, привлекая к анализу еще и некоторые свойства $C2$ той же системы. Поэтому принцип, который положен в основу описанного подхода к устранению неопределенности, можно назвать принципом расширения.

Рассмотрим некоторое множество свойств $C1$ и $C2$ системы, эффективность которой оценивается критериями J^1 и J^2 (рис. 1.5). Таким же образом, как строилась кривая оптимальных решений в области D на рис. 1.3, а (кривая, проходящая через точки O_2, A, A', B', B, O_1), построим кривую e на рис. 1.5, а. Можно показать, что получаемые с помощью принципа расширения решения всегда соответствуют кривой e . Однако обратное утверждение, что все точки кривой e соответствуют оптимальным решениям на основе принципа расширения, в общем случае неверно.

Воспользовавшись проиллюстрированным на рис. 1.4, б алгоритмом, при каждом значении параметра $C2$ выделим те свойства $C1$ системы, которые явно не могут быть оптимальными. Точки, соответствующие выделенным свойствам, на рис. 1.5, а располо-

жены левее линии a и правее линии b , а на рис. 1.5, б они принадлежат горизонтально заштрихованным и заштрихованным в клеточку областям. Аналогично при каждом значении параметра $C1$ можно выделить свойства $C2$, явно не принадлежащие к оптимальным (точки, расположенные выше линии c и ниже линии d , рис. 1.5, а; они принадлежат вертикально заштрихованным и заштрихованным в клеточку областям, рис. 1.5, б). Точки дваж-

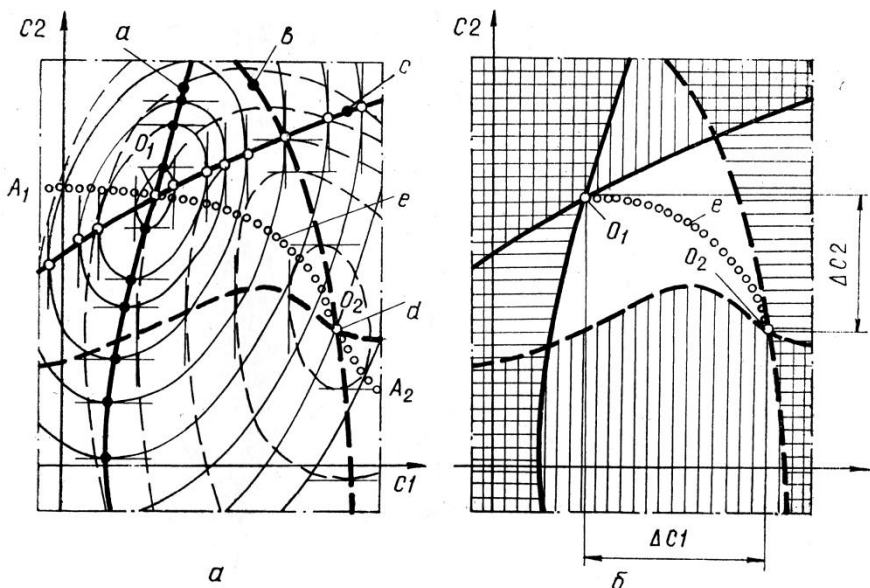


Рис. 1.5. Совместный анализ различных свойств системы:
 $J^1 = \text{const}$ — сплошные линии, $J^2 = \text{const}$ — пунктирные.

ды заштрихованных областей (рис. 1.5, б) соответствуют свойствам системы, получившим отрицательную оценку как в первом, так и во втором случаях. Интересным является то, что именно данным областям принадлежат точки отрезков A_1O_1 и O_2A_2 кривой e . Это означает, что только для свойств $C2$ из весьма узкого подмножества $\Delta C2$ можно однозначно определить оптимальные свойства $C1$ из подмножества $\Delta C1$, и наоборот, во всех остальных случаях конкретное решение получить невозможно.

Следовательно, оптимизируемая система предназначена для реализации свойств $C1$ только из подмножества $\Delta C1$ и свойств $C2$ только из подмножества $\Delta C2$. Как видим, с одной стороны, задача определения свойств $C1$, обеспечивающих наперед заданный уровень критерия J^2 и одновременно минимум критерия J_1 , воспринимается как вполне логичная и корректная (например, вполне естественным кажется требование обеспечить заданный уровень производительности автомобиля при как можно меньшем расходе топлива), но тогда к оптимальным следовало бы при-

числить и те решения, которым соответствуют точки отрезков O_1A_1 и O_2A_2 на рис. 1.5, *a* кривой линии *e*; а с другой — оптимальные решения определяются только точками отрезка O_1O_2 .

Если решения, полученные на основе принципа расширения, не обеспечивают заданный уровень какого-либо критерия оптимальности, то необходимо все-таки признать, что рассматриваемая система не предназначена для выполнения заданных функций.

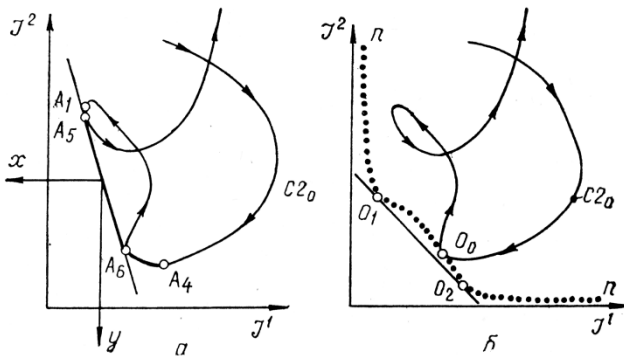


Рис. 1.6. Расширение множества оптимальных решений.

Вывод о том, что для выполнения заданных функций необходима специальная система, тоже очень полезен. Из него, в частности, следует, что некоторые свойства *C3* системы явно не соответствуют предъявляемым к системе требованиям, и таким образом, необходима более широкая постановка оптимизационной задачи, затрагивающая одновременно свойства *C1*, *C2* и *C3*. Когда свобода в изменении свойств системы ограничена возможностью варьирования только свойств *C1* и *C2*, отказ от изложенного принципа отбора оптимальных решений оправдан (в такой ситуации придется, например, абсолютно все точки линии *e* (рис. 1.5, *a*) считать точками, отражающими приемлемые оптимальные решения).

Возвращаясь к рис. 1.4, *б*, рассмотрим еще одну возможность существенного улучшения свойств систем. Проведем к графику зависимости $F(J^1, J^2) = 0$ касательную прямую (рис. 1.6, *a*), имеющую с графиком две общие точки A_5, A_6 . Оказывается, что любая точка отрезка A_5A_6 касательной прямой тоже может быть решением оптимизационной задачи.

Допустим, что часть систем обладает свойствами, отражаемыми точкой A_5 , а часть — свойствами, отражаемыми точкой A_6 . Вычислить значения величин J^1, J^2 для такого случая можно по формулам

$$J^1 = J_1^1 \varphi + J_2^1 (1 - \varphi), \quad J^2 = J_1^2 \varphi + J_2^2 (1 - \varphi), \quad (1.1)$$

где $J_1^1, J_2^1 (J_1^2, J_2^2)$ — значения величин J^1, J^2 в точке A_5 (точке A_6); φ — доля систем в общей их численности, свойства которых

отражаются точкой A_5 . Используя уравнения (1.1), соответствующим подбором значений параметра $0 \leq \varphi \leq 1$ можно определить любую точку отрезка A_5A_6 . В результате решениям на рис. 1.4, б (криволинейные отрезки A_1A_2 , A_3A_4) противопоставляются решения, соответствующие криволинейным отрезкам A_1A_5 , A_6A_4 и отрезку A_5A_6 прямой линии (рис. 1.6, а).

Интересны решения и в том случае, когда огибающая $n-n$, полученная на основе принципа расширения, обладает участком выпуклости вверх, где $d^2(J^2)/d(J^1)^2 \leq 0$ (рис. 1.6, б). Точка O_0 касания огибающей $n-n$ и кривой $F(J^1, J^2) = 0$ при $C2 = C2_0$ характеризует оптимальные свойства $C1$ системы при заданных ее свойствах $C2 = C2_0$. Однако этому решению оптимизационной задачи можно противопоставить еще лучшее решение, соответствующее отрезку O_1O_2 касательной прямой, проведенной к огибающей $n-n$. Это решение можно определить следующим образом.

Точкам O_1 и O_2 соответствуют определенные свойства $C2$ системы ($C2 = C2_1$ и $C2 = C2_2$ соответственно). Если φ — доля систем, обладающих свойством $C2_1$, то $(1-\varphi)$ — доля систем, обладающих свойством $C2_2$. Можно подобрать такое значение параметра φ , что функционирование систем со свойствами $C2_1$ и $C2_2$ воспринимается точно так же, как функционирование систем, проявляющих исключительно свойства $C2 = C2_0$. Но эффективность систем двух типов в целом выше, чем систем одного и того же типа (значение величин J^1 и J^2 в данном случае тоже определяется по формулам (1.1)).

1.3. Двухкритериальная оценка совершенства автомобиля

Практическая оценка степени совершенства автомобиля включает очень большое число аспектов его полезного функционирования. Совершенство автомобиля определяется скоростными свойствами, топливной экономичностью, производительностью, долговечностью, надежностью, комфортабельностью, безвредностью и т. д. Дифференцированное описание совершенства автомобиля, естественно, является очень громоздким и чаще всего не отличается однозначностью, что порождает труднопреодолимые препятствия при поиске направлений совершенствования конструкций автомобилей. Поэтому в оптимизационных задачах предпочтение всегда отдается целостному отражению уровня совершенства автомобиля.

Транспортный процесс является завершающим этапом любого производства. Поэтому его интенсивность предопределена интенсивностью производства и интенсивностью потребления (интенсивность производства и интенсивность потребления предопределяют количество функционирующих транспортных машин и их производительность). Следовательно, говорить о полезных свойствах и совершенстве автомобиля безотносительно к такому измерителю, как производительность, не приходится.

Производительность целостно отражает разнообразные конкретные свойства автомобиля, основными из которых являются тяговые и скоростные. Тяговые и скоростные свойства, в свою очередь, предопределены параметрами и характеристиками, отражающими проходимость автомобиля.

Допустим, что уровень производительности автомобиля задан. Попытаемся теперь оценить, в какой степени совершенство автомобиля проявляется через топливную экономичность.

Мысленно представив себе ситуацию, в которой эксергетический к. п. д. автомобиля равен единице (энергетический к. п. д. даже мысленно нельзя представить себе равным единице), остается признать использование эксергии топлива настолько целенаправленным, что имеет место абсолютная химическая полнота сгорания топлива, практически полностью исключая биологическую активность (токсичность) продуктов сгорания вне машины; отсутствуют акустические излучения, через подвеску колес от неровностей дороги кузову машины не передается энергия, вызывающая ощущения дискомфорта у водителя и пассажиров или способствующая порче перевозимого машиной груза; энергия не рассеивается через детали и узлы машины, вызывая их износ и накопление усталостных явлений и т. д. Воздействие машины на окружающую среду в этом случае сводится к минимальному тепловому загрязнению, количественному и химическому преобразованию состава среды. Всякая диссипация эксергии влечет износ и старение машины, снижая ее долговечность и надежность. Диссипация — это химическое загрязнение среды, токсичность. Дискомфорт, проявляющийся, например, в появлении шумов и снижении плавности хода машины, — это тоже результат непродуцируемого рассеивания энергии. Необходимость продуцирования тепловой энергии, являющейся первоисточником механической работы, требует расхода природных ресурсов, темпы восстановления которых уступают темпам расходования. Использование тепловой энергии, кроме того, порождает так называемое тепловое загрязнение среды — повышение содержания в атмосфере Земли двуокси углерода и связанные с этим последствия. Тепловое загрязнение среды, в свою очередь, сопровождается обесцениванием невовлеченных энергетических ресурсов, так как в загрязненной среде снижается эффективность термодинамических циклов тепловых машин.

Описанная ситуация реально недостижима. Но она достаточно наглядно иллюстрирует тот факт, что требования повышения топливной экономичности машин не сводятся к требованиям только экономии топлива как таковой. Через оценку топливной экономичности совершенство машины просматривается значительно глубже и разностороннее.

Из того, что низкий уровень топливной экономичности автомобиля всегда свидетельствует о возможности улучшения тех или иных его свойств, однако, нисколько не следует, что улучшение какого-либо свойства всегда способствует повышению его топ-

ливной экономичности: улучшение плавности хода с помощью усовершенствованных пассивных подвесок не обязательно сопровождается экономией топлива; нейтрализация отработавших газов с помощью дожигателей и уменьшение шума выхлопа путем повышения эффективности обычных глушителей почти всегда снижает топливную экономичность, а не наоборот, и т. д.

Таким образом, при заданной производительности мероприятий, направленные на повышение топливной экономичности, воплощают в себе самые разнообразные аспекты совершенствования автомобиля. Поэтому оптимизацию его свойств вполне обоснованно можно отождествить с процессом оптимального соотношения производительности и топливной экономичности на основе изложенных выше оптимизационных принципов.

1.4. Анализ и синтез свойств

Совершенствование систем автомобиля может развиваться в двух направлениях: первое — многократное воспроизведение процессов анализа (рис. 1.7, а), второе — целенаправленный синтез оптимальных свойств систем (рис. 1.7, б). Преимущество синтезирующего подхода состоит в том, что он предполагает однократное предельное улучшение свойств оптимизируемой системы, тогда как аналитический — есть многократное совершенствование, ос-

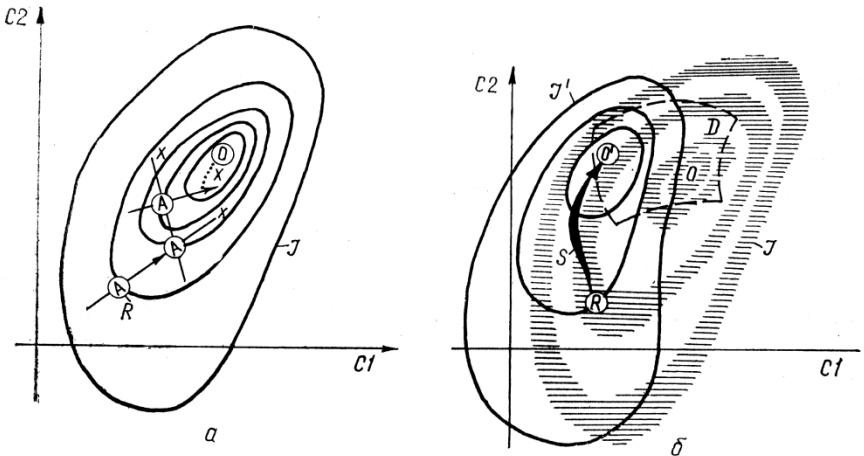


Рис. 1.7. Диаграммы совершенствования системы средствами анализа и синтеза:

R — точка, отражающая свойства и совершенство реальной системы; A — процесс анализа; S — процесс синтеза; X — проекция градиента.

нованное на движении от реальной конструкции к несколько лучшей новой, затем от улучшенной к еще более лучшей и т. д.

В силу неточности моделей и нечеткости в восприятии оптимальности системы получаемое оптимальное решение O' (рис. 1.7, б), естественно, отличается от фактически оптимального

решения O . Поэтому система оптимизируется не по критерию J , отражающему реальную концепцию оптимальности, а по некоторому фиктивному критерию J' . Следовательно, к критерию оптимальности при синтезе необходимо предъявлять более жесткие требования относительно точности отражения объективной концепции, чем при анализе. Это объясняется тем, что каждый раз результаты анализа и мероприятия, вытекающие из них, проходят экспериментальную проверку, на основании которой можно скорректировать и уточнить последующий этап совершенствования.

Преимущества анализа и синтеза можно совместить, если принять следующую иерархичность в их использовании: сначала реализуется процесс S синтеза (рис. 1.7, б) с надеждой на существенное улучшение свойств системы; затем в некоторой подобласти D , включающей полученное в процессе синтеза решение O' , реализуется процесс постепенного совершенствования системы средствами анализа по схеме, представленной на рис. 1.7, а. Однако чем доскональнее процесс синтеза свойств системы, тем менее вероятна целесообразность использования средств анализа в дальнейшем движении к оптимуму. Воспроизведение же процессов ступенчатого улучшения свойств системы связано со значительными материальными затратами и затратами времени на научные изыскания, изготовление опытных конструкций и их экспериментальное исследование.

Таким образом, эффективность поиска оптимальных решений тем выше, чем совершеннее процесс синтеза. В свою очередь, совершенство процесса синтеза определяется возможностями алгоритмов решения оптимизационных задач.

1.5. Общие алгоритмы оптимизации

Одним из наиболее эффективных методов оптимизации законов управления системами является так называемый принцип максимума [3, 38]. Изложим его суть в самом общем случае, пока безотносительно к нашим задачам.

Пусть задана в векторной форме система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = f(x, U), \quad (1.2)$$

описывающая динамику некоторого автономного объекта управления. Здесь $x = \{x_1, \dots, x_n\}$, $U = \{U_1, \dots, U_m\}$ — вектор состояния системы с координатами x_1, \dots, x_n и вектор управления с координатами U_1, \dots, U_m ; $f = \{f_1, \dots, f_n\}$. Множество возможных управлений определяется системой соотношений

$$g(x, U) = 0, \quad h(x, U) \leq 0, \quad (1.3)$$

а качество управления оценивается функционалом

$$x_0 = \int_0^T f_0(x(t), U(t)) dt, \quad (1.4)$$

где T — период времени, в течение которого система находится под наблюдением. Кроме того, указаны два гладких многообразия M_0 и M_1 , определяющие состояния объекта в начальный момент $t=0$ и конечный $t=T$ соответственно.

Предполагается, что система векторов

$$\text{grad}_U g_\alpha(x, U), \text{grad}_U h_\gamma(x, U) \quad (1.5)$$

линейно независима, где $\alpha = \overline{1, k}$, а γ равно тем $\gamma = \overline{1, l}$, для которых в данный момент t соблюдается равенство $h_\gamma(x, U) = 0$.

Принцип максимума формулируется с использованием функции

$$H = \Psi_0 f_0(x, U) + \sum_{\alpha=1}^n \Psi_\alpha f_\alpha(x, U), \quad (1.6)$$

где Ψ_0 — константа; $\Psi = \{\Psi_1, \dots, \Psi_n\}$ — вспомогательный вектор переменных, удовлетворяющий системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_i}{dt} = & - \frac{\partial H(\Psi, x, U)}{\partial x_i} + \sum_{\alpha=1}^k \nu_\alpha \frac{\partial g_\alpha(x, U)}{\partial x_i} + \\ & + \sum_{\gamma=1}^l \rho_\gamma \frac{\partial h_\gamma(x, U)}{\partial x_i}, \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

в которой $\nu_\alpha = \nu_\alpha(t)$ — кусочно-непрерывные вспомогательные функции, $\alpha = \overline{1, k}$; $\rho_\gamma = \rho_\gamma(t)$ — неотрицательные кусочно-непрерывные вспомогательные функции.

Принцип максимума формулируется следующим образом. Пусть $(x(t), U(t))$, $0 \leq t \leq T$ — допустимый (т. е. удовлетворяющий соотношениям (1.2), (1.3)) и соединяющий многообразия M_0 и M_1 процесс. Для его оптимальности в смысле минимума функционала (1.4) необходимо существование кусочно-непрерывных функций $\nu_\alpha(t)$ ($\alpha = \overline{1, k}$; $0 \leq t \leq T$), неотрицательных кусочно-непрерывных функций $\rho_\gamma(t)$ ($\gamma = \overline{1, l}$; $0 \leq t \leq T$), константы $\Psi_0 = \text{const} \leq 0$ и непрерывного решения $\Psi(t) = \{\Psi_1(t), \dots, \Psi_n(t)\}$ системы дифференциальных уравнений (1.7), удовлетворяющих совместно с процессом $(x(t), U(t))$ следующим условиям:

а) для всех, кроме конечного числа моментов t , $0 \leq t \leq T$, имеет место соотношение

$$\sup_U H(\Psi(t), x(t), U) = H(\Psi(t), x(t), U) = 0; \quad (1.8)$$

б) для любого вектора $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$, касательного к многообразию M_0 в точке $x(0)$, имеет место равенство $\Psi(0)\omega = 0$

- (условие трансверсальности в левом конце траектории системы);
 в) для любого вектора $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$, касательного к многообразию M_1 в точке $x(T)$, имеет место равенство $\Psi(T)\omega = 0$ (условие трансверсальности в правом конце траектории);
 г) хотя бы одно из чисел $\Psi_0, \Psi_1(T), \dots, \Psi_n(T)$ отлично от нуля (условие нетривиальности);
 д) выполняется равенство

$$\rho_\gamma h_\gamma(x(t), U(t)) \equiv 0, \quad \gamma = \overline{1, l}, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (1.9)$$

При этом для всех, кроме конечного числа, значений t , $0 \leq t \leq T$ справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \text{grad}_U H(\Psi(t), x(t), U(t)) &= \sum_{\alpha=1}^n \nu_\alpha(t) \text{grad}_U g_\alpha(x(t), U(t)) + \\ &+ \sum_{\gamma=1}^l \rho_\gamma(t) \text{grad}_U h_\gamma(x(t), U(t)). \end{aligned} \quad (1.10)$$

Условия трансверсальности можно сформулировать и следующим образом: если многообразие M_0 задано системой уравнений $g_{0i}(x(t=0)) = 0$, а многообразие M_1 — системой $g_{Ti}(x(t=T)) = 0$ ($i = \overline{0, n}$), то для оптимальной траектории существуют такие постоянные a_{0i}, a_{Ti} ($i = \overline{0, n}$), что

$$\Psi_i(0) = \sum_{j=0}^n a_{0j} \frac{\partial g_{0j}(x(0))}{\partial x_i}; \quad (1.11)$$

$$\Psi_i(T) = \sum_{j=0}^n a_{Tj} \frac{\partial g_{Tj}(x(T))}{\partial x_i}. \quad (1.12)$$

Если в действительности число уравнений, определяющих, например, многообразие M_0 , равно $n_1 < n+1$, то формально следует считать, что левые части некоторых $n - n_1 + 1$, фигурирующих в условиях трансверсальности уравнений $g_{0i}(x(0)) = 0$, не зависят от переменных x_0, x_1, \dots, x_n . В частности, когда левый конец траектории движения оптимально управляемой системы (1.2) свободен, то (считая левые части всех $n+1$ уравнений $g_{0i}(x(0)) = 0$ не зависящими от вектора (x) соотношения (1.11) следует записать в виде равенств $\Psi_i(0) = 0$. Аналогично необходимо рассматривать и уравнения, определяющие многообразие M_1 (при свободном правом конце траектории уравнения (1.12) имеют вид $\Psi_i(T) = 0$).

В случае линейности по некоторой переменной U_0 функции (1.6) при

$$\partial H / \partial U_0 \equiv 0, \quad \forall t \in [t_0, t_1], \quad 0 \leq t_0, \quad t_1 \leq T \quad (1.13)$$

может существовать управление $U_0 = U_0(t)$, которое для всех t из некоторого отрезка $[t_0, t_1]$ не нарушает ни одного из требо-

ваний принципа максимума. Тождество (1.13) является необходимым условием максимума функции (1.6) и с точки зрения принципа максимума управление $U_0=U_0(t)$ ничем не хуже всех других допустимых управлений, ибо функция (1.6) при соблюдении тождества (1.13) и варьировании только U_0 принимает одно и то же значение.

Чаше всего такие вырожденные управления при использовании принципа максимума относят к числу особых с тем, чтобы в дальнейшем их не рассматривать. Однако во многих прикладных задачах вырожденные управления оказывались оптимальными, поэтому их стали относят к особым, подразумевая необходимость специального исследования.

Согласно теории особых оптимальных управлений [4, 6], для того чтобы можно было более определенно судить об оптимальности особого управления $U_0(t)$, необходимо прибегнуть к условию оптимальности

$$(-1)^k \frac{\partial}{\partial U_0} \left(\frac{d^{2k}}{dt^{2k}} \frac{\partial H_0}{\partial U_0} \right) \leq 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.14)$$

по отношению к которому условие оптимальности $\partial^2 H / \partial U_0^2 \leq 0$ формально можно считать частным случаем, имеющим место при $k=0$.

Алгоритм использования условия (1.14) довольно простой. Так как $\partial^2 H / \partial U_0^2 = 0$, то необходимо положить $k=1$. Может оказаться, что при $k=1$ условие (1.14) нарушается; тогда рассматриваемое особое управление — неоптимальное. Если же оно соблюдается либо в виде строгого неравенства, либо в виде строгого равенства, то в первом случае особое управление в дальнейшем рассматривается наравне с другими оптимальными управлениями, удовлетворяющими принципу максимума, а в другом случае необходимо положить $k=2$ и провести анализ условия (1.14) заново по этому же принципу. Процесс анализа завершается при таком значении k , когда условие (1.14) либо нарушается, либо превращается в строгое неравенство.

Принцип максимума может быть приспособлен и для решения задач параметрической оптимизации, когда необходимо найти оптимальные значения величин, остающихся постоянными в процессе функционирования системы. Однако для решения таких задач удобнее все же использовать хорошо изученные методы математического программирования [20, 43].

Рассмотрим некоторые наиболее простые, но вместе с тем необходимые в дальнейшем условия оптимальности. Допустим, что в некоторой точке x^* функция одной переменной $f_0=f_0(x)$ непрерывна и имеет непрерывные первую и вторую производные. Необходимыми и достаточными условиями локального минимума функции в этой точке являются соотношения

$$df_0(x)/dx=0, \quad d^2f_0(x)/dx^2 > 0. \quad (1.15)$$

Если зависимость f_0 от x выражена в неявном виде $F(x, f_0) = 0$, в соотношения (1.15) необходимо подставить

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = -\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial f_0}; \quad (1.16)$$

$$\frac{d^2 f_0}{dx^2} = \frac{2 \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial f_0} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial f_0} - \left(\frac{\partial F}{\partial f_0}\right)^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 F}{\partial f_0^2}}{(\partial F/\partial f_0)^3}. \quad (1.17)$$

Для функции $f_0 = f_0(x_1, \dots, x_n)$, непрерывной в точке (x_1^*, \dots, x_n^*) и имеющей в ней непрерывные производные $a_i = \partial f_0 / \partial x_i$ ($i = \overline{1, n}$), $a_{ij} = \partial^2 f_0 / \partial x_i \partial x_j$ ($i, j = \overline{1, n}$), необходимыми и достаточными условиями локального минимума в указанной точке являются соотношения

$$a_i = 0, \quad i = \overline{1, n}; \quad (1.18)$$

$$a_{11} > 0, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{vmatrix} > 0. \quad (1.19)$$

При наличии, например, ограничения

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq r \quad (r = \text{const}) \quad (1.20)$$

условия оптимальности (1.18) имеют вид $\partial f_0 / \partial x_i = 0$ ($i = \overline{1, n}$) только в том случае, если ограничение не является лимитирующим. Если же неравенство (1.20) является лимитирующим, то

$$\sum_{i=1}^n x_i = r. \quad (1.21)$$

Определяя из уравнения (1.21) переменную $x_n = r - \sum_{i=1}^{n-1} x_i$ и подставляя результат в выражение $f_0 = f_0(x_1, \dots, x_n)$, размерность задачи можно уменьшить на единицу и снова использовать условия оптимальности (1.18) $\partial f_0 / \partial x_i = 0$ ($i = \overline{1, n-1}$). В итоге получают систему уравнений

$$\partial f_0 / \partial x_i - \partial f_0 / \partial x_n = 0, \quad i = \overline{1, n-1},$$

откуда следует

$$\partial f_0 / \partial x_1 = \partial f_0 / \partial x_2 = \dots = \partial f_0 / \partial x_n. \quad (1.22)$$

Ограничения накладывают весьма существенный отпечаток на решение задач параметрической оптимизации.

Рассмотрим ситуации, возникающие в связи с введением ограничений на параметры. Допустим, необходимо подобрать некоторые параметры Π_1, Π_2 так, чтобы их значения обеспечивали минимум некоторому критерию I в трех случаях: в первом оптимальные параметры можно выбирать из множества, ограничиваемого контуром Γ_1 , во втором — контуром Γ_2 , а в третьем — контуром Γ_3 (рис. 1.8): $I(\Pi_1, \Pi_2) = \text{const}$ — изолинии, характеризующие множество значений параметров Π_1, Π_2 ,

определяющих одно и то же значение критерия I ; O — единственная точка глобального минимума; $I_{i+1} < I_i < I_{i-1}$. Очевидно, что из множества значений параметров Π_1, Π_2 , ограничиваемого контуром Γ_1 , оптимальными являются те, которые определяют точку O_1 , лежащую на границе множества и не совпадающую с точкой O глобального минимума критерия I . Из граничных же значений параметров из множества, ограничиваемого контуром Γ_2 , наилучшие те, которые соответствуют точке O' ; однако они не являются оптимальными, так как в это множество входят значения параметров $\Pi_1 = \Pi_{10}, \Pi_2 = \Pi_{20}$, определяющих точку O глобального оптимума. И наконец, среди значений параметров, ограничиваемых контуром Γ_3 , оптимальными являются значения Π_{10}, Π_{20} , соответствующие одновременно и границе задаваемого множества, и точке глобального оптимума.

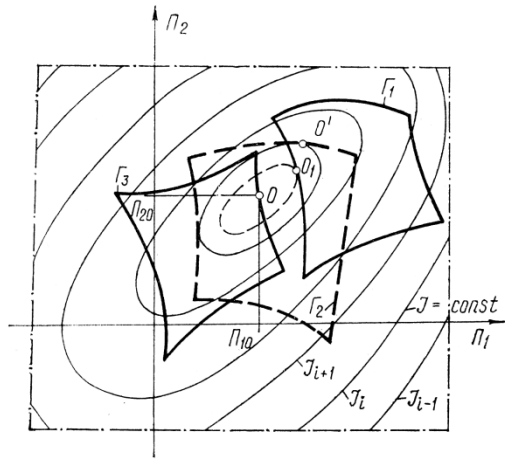


Рис. 1.8. Оптимальные решения при различных ограничениях на оптимизируемые параметры.

Итак, всякое ограничение приводит к решениям, которые не могут быть эффективнее решений, получаемых при отсутствии ограничений, и, кроме того, ограничения усложняют решение оптимизационной задачи. Поэтому по возможности их необходимо устанавливать как можно более слабыми или же отказываться от них.

Согласно рассмотренному примеру оптимальные значения параметров Π_1 и Π_2 следует искать среди значений из множества, ограничиваемого контуром Γ_1 , сразу же на границе множества, существенно уменьшая тем самым трудоемкость поисков. Оптимальные значения параметров среди множества значений, ограничиваемого контуром Γ_2 , целесообразно определять так, как будто бы никаких ограничений не существует; поиск оптимальных значений параметров из множества, ограничиваемого конту-

ром Γ_3 , имело бы смысл искать либо только на границе множества, либо не принимая во внимание ограничений. Однако необходимые условия оптимальности не позволяют заранее установить, где следует искать оптимальные решения. В связи с этим приходится анализировать решения, соответствующие границе множества допустимых, и одновременно те решения, которые имели бы место при отсутствии ограничений. Только на основании сопоставления всех решений с привлечением критерия оптимальности можно определить действительно оптимальные решения.

В общем случае задача нелинейного математического программирования формулируется следующим образом: необходимо определить значения параметров x_1, \dots, x_n , обеспечивающих минимум функции $f_0 = f_0(x)$ при ограничениях

$$\dot{f}_i(x) = 0, \quad i = \overline{1, k}; \quad (1.23)$$

$$f_i(x) \geq 0, \quad i = \overline{k+1, m}. \quad (1.24)$$

Обозначив

$$H = -f_0(x) + \sum_{i=1}^m \Psi_i f_i(x) \quad (1.25)$$

(Ψ_i — так называемые множители Лагранжа), необходимые условия оптимальности можно записать в виде соотношений,

$$\begin{aligned} \partial H / \partial x = 0, \quad \sum_{i=k+1}^m \Psi_i f_i(x) = 0, \\ \Psi_i \geq 0, \quad i = \overline{k+1, m}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Если $x = x^*$, $\Psi = \Psi^*$ — решения системы соотношений (1.23) — (1.26), то для того чтобы x^* минимизировало величину f_0 , достаточно соблюдения условия

$$H(x^*, \Psi^*) = \sup_x H(x, \Psi^*). \quad (1.27)$$

Проверка последнего условия, в свою очередь, требует решения экстремальной задачи, но на множестве куда более простой структуры (без учета ограничений).

ГЛАВА 2

УПОРЯДОЧЕНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ ПО СТЕПЕНИ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

2.1. Коэффициент полезного действия двигателя как мера приоритета его режимов

Известно, что весь комплекс факторов, влияющих на функционирование системы «двигатель—трансформатор—машина», влияет на режимы нагружения двигателя. Поэтому достаточно большой объем информации о свойствах той или иной системы машины удастся получить, анализируя распределения режимов ее работы [1, 5, 8, 66, 71].

В значительной степени проявление свойств машины и окружающей среды в распределениях режимов работы двигателя можно интерпретировать как средство недифференцированного отображения влияния на эффективность функционирования рассматриваемой системы всего многообразия факторов весьма различной природы. Этот прием особенно удобен, если используемый критерий оптимальности всецело определяется режимами работы агрегатов (элементов системы). Например, топливная экономичность машины в целом и системы «двигатель—трансформатор» в частности полностью определяется характеристикой двигателя и функцией плотности распределения его режимов.

Проявление свойств машины и окружающей среды в распределениях режимов работы двигателя во многом обусловлено параметрами и характеристиками трансформатора крутящего момента, трансмиссии, всей машины. Поэтому, варьируя исследуемые параметры и характеристики и анализируя получаемые распределения режимов, можно оценить систему «двигатель—трансформатор—машина» и наметить пути улучшения ее свойств. Процедуру такого анализа оптимальности совмещения режимов работы двигателя и трансформатора, например, можно представить схемой (рис. 2.1).

Предельно общей выглядит в этом случае (рис. 2.2) схема процесса оптимизации характеристик и параметров гидродинамического трансформатора, основанная на анализе распределений режимов. Она допускает различные подходы к оптимизации. Например, функции плотности распределения режимов можно предварительно полностью или частично задать. Тогда задача сводится к определению таких параметров и характеристик трансформатора, которые обеспечивают заданные распределения режимов. Но возможен и другой подход: оптимизация распределения режимов одновременно с оптимизацией свойств трансформатора.

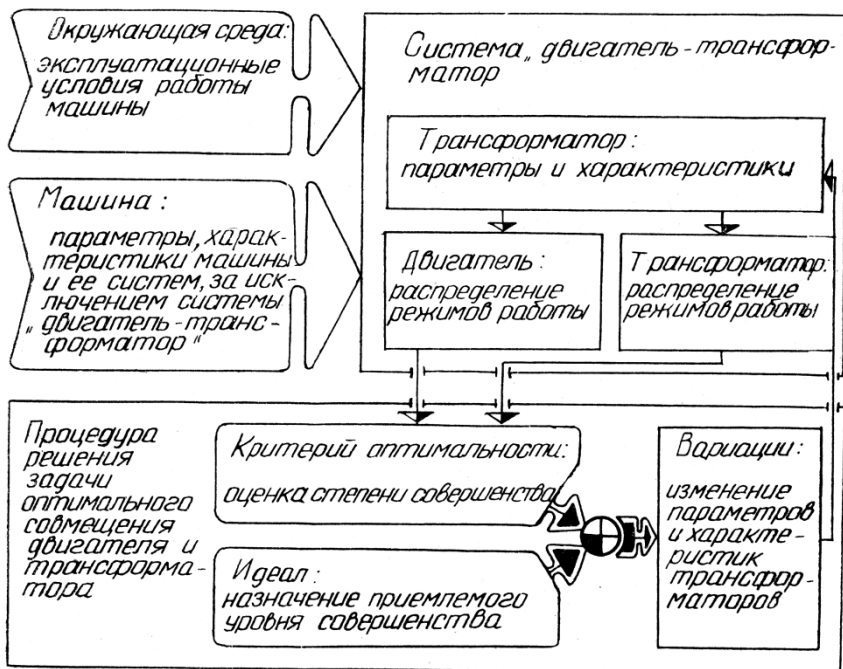


Рис. 2.1. Схема анализа оптимальности совмещения режимов работы двигателя и трансформатора.



Рис. 2.2. Схема оптимизации параметров и характеристик трансформатора.

Таким образом, вместо информации о дорожных условиях, интенсивности и составе транспортных потоков, приемах вождения машины и управления двигателем и трансмиссией, свойствах других систем можно оперировать только информацией о распределениях режимов работы агрегатов машины. Например, для того чтобы оценить эффективность использования режимов работы двигателя внутреннего сгорания, необходимо располагать, как указывалось выше, его характеристикой и функцией плотности распределения режимов. Целесообразно оперировать универсальной характеристикой (рис. 2.3), которая отражает поле D возможных режимов работы двигателя, режимы равного удельного расхода топлива $g_e(M_e, n_e) = g_{ei} = \text{const}$ и двумерную функцию $\rho_g = \rho_g(M_e, n_e)$ плотности распределения режимов, заданную на D в виде изолиний $\rho_g(M_e, n_e) = \rho_{gi} = \text{const}$ (где M_e — развиваемый двигателем крутящий момент; n_e — частота вращения вала двигателя).

Поскольку величина g_e обратно пропорциональна эффективному к. п. д. двигателя $\eta_e(g_e = k_e \eta_e^{-1}, k_e$ — коэффициент пропорциональности), то универсальная характеристика несет в себе информацию о к. п. д. двигателя на различных режимах из множества D .

Информация о распределении режимов работы двигателя позволяет довольно разносторонне судить о степени соответствия той или иной системы данной колесной машине и реальным условиям ее эксплуатации. Однако результаты качественного и количественного анализа распределений режимов всегда в значительной степени зависят от того, какие режимы трактуются как оптимальные.

Вполне объективной мерой приоритета режимов интуитивно воспринимается величина реализуемого двигателем к. п. д. Следовательно, оптимальным является режим A (рис. 2.3), на котором удельный расход топлива минимален. Идеальная функция распределения тогда представляет собой δ -функцию Дирака $\delta = \delta(M_e - M_{eA})(n_e - n_{eA})$. Однако при обеспечении работы двигателя на одном режиме пренебрегают приспособляемостью движения машины к реальным условиям, что во многих случаях соотносимо с понятием «невозможность осуществления допустимого в данных условиях движения». Таким образом, необходимо расширить количество режимов, воспринимаемых как оптимальные.

Исходя из разнообразия дорожных условий движения машины, от ее двигателя необходимо требовать определенное разнообразие значений какой-либо величины (крутящего момента M_e , частоты вращения коленчатого вала n_e , мощности N_e), т. е. сле-

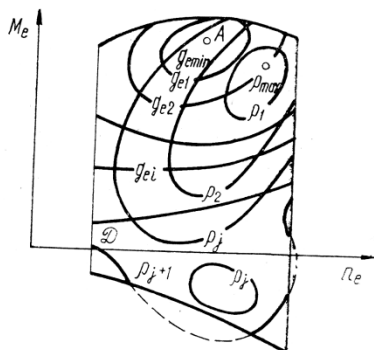


Рис. 2.3. Универсальная характеристика двигателя и характеристика использования его режимов.

дует обеспечить некоторый диапазон изменения одной из величин — M_e , n_e , N_e (или какой-нибудь другой величины). Рассмотрим самый общий случай определения множества оптимальных режимов двигателя. Допустим, что режимы двигателя определяют как точки плоскости, координатами которых являются произвольные параметры Π_1 и Π_2 (рис. 2.4, контур $abcd$ ограничивает область возможных режимов). Положим, что I^1 — величина, диапазон изменения которой необходимо гарантировать; I^2 —

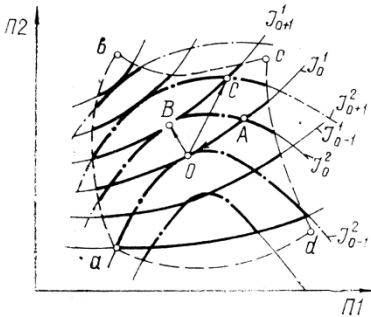


Рис. 2.4. Графическое определение множества оптимальных режимов.

критерий, меньшее значение которого соответствует «лучшему» режиму (индексы 0, 0—1, 0+1 обозначают разные уровни значений величин I^1 и I^2 , причем $I_{0-1} < I_0 < I_{0+1}$); R_0 — анализируемый режим.

Как следует из рис. 2.4, режим R_0 обеспечивает уровень I величины I^1 . Такого же эффекта позволяет достигнуть и любой другой режим, лежащий на кривой I , а наименьшее значение обеспечивает режим R_0 , который определяется как точка, где кривая I_0^1 имеет общую касательную с одной из изолиний I^2 .

Если же необходимо обеспечить равенство $I^1 = I_{0+1}^1$ ($I_{0+1}^1 > I_0^1$), то для этого наиболее подходит режим R_B ; всякому другому режиму (например, R_C) соответствует большее значение величины I^2 . Аналогично можно построить точки, соответствующие оптимальным режимам и других значений величины I^1 .

На рис. 2.5 представлены множества оптимальных режимов двигателя, построенные с применением изложенного алгоритма. В качестве параметров, определяющих режим, взяты отношения M_e/M_{eN} и n_e/n_{eN} (где M_{eN} , n_{eN} — значения величин M_e , n_e , соответствующие максимальной мощности $N_e = N_{em}$). Первое множество (рис. 2.5, а) соответствует случаю, когда необходимо обеспечить диапазон изменения реализуемой двигателем мощности N_e от нуля до значения $N_e = N_{em}$. Если же в качестве величины I^1 взять n_e и M_e , то можно получить другие множества (соответственно, рис. 2.5, б, в). Когда множество оптимальных режимов строится на множестве разных положений органа управления подачей топлива (α_i , $\alpha_{i-1} < \alpha_i < \alpha_m = \max \alpha$), то оптимальные режимы соответствуют кривой L (рис. 2.5, г) и, естественно, могут существенно меняться при изменении характеристик регулятора двигателя, если таковой имеется.

Оптимальные частичные режимы работы двигателя можно определить и аналитически.

Из всех возможных частичных режимов берем подмножество

$$F(M_e, \omega_e) - C = 0, \quad (2.1)$$

где ω_e — скорость вращения вала двигателя; $C = \text{const}$. В свою очередь, из подмножества (2.1) выделим те режимы, для которых справедливо равенство

$$\frac{\partial F}{\partial M_e} \frac{\partial g_e}{\partial \omega_e} - \frac{\partial F}{\partial \omega_e} \frac{\partial g_e}{\partial M_e} = \frac{1}{M_e^2 \omega_e^2} \left[M_e \frac{\partial F}{\partial M_e} \left(\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} \omega_e - Q_t \right) - \omega_e \frac{\partial F}{\partial \omega_e} \left(\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t \right) \right] = 0. \quad (2.2)$$

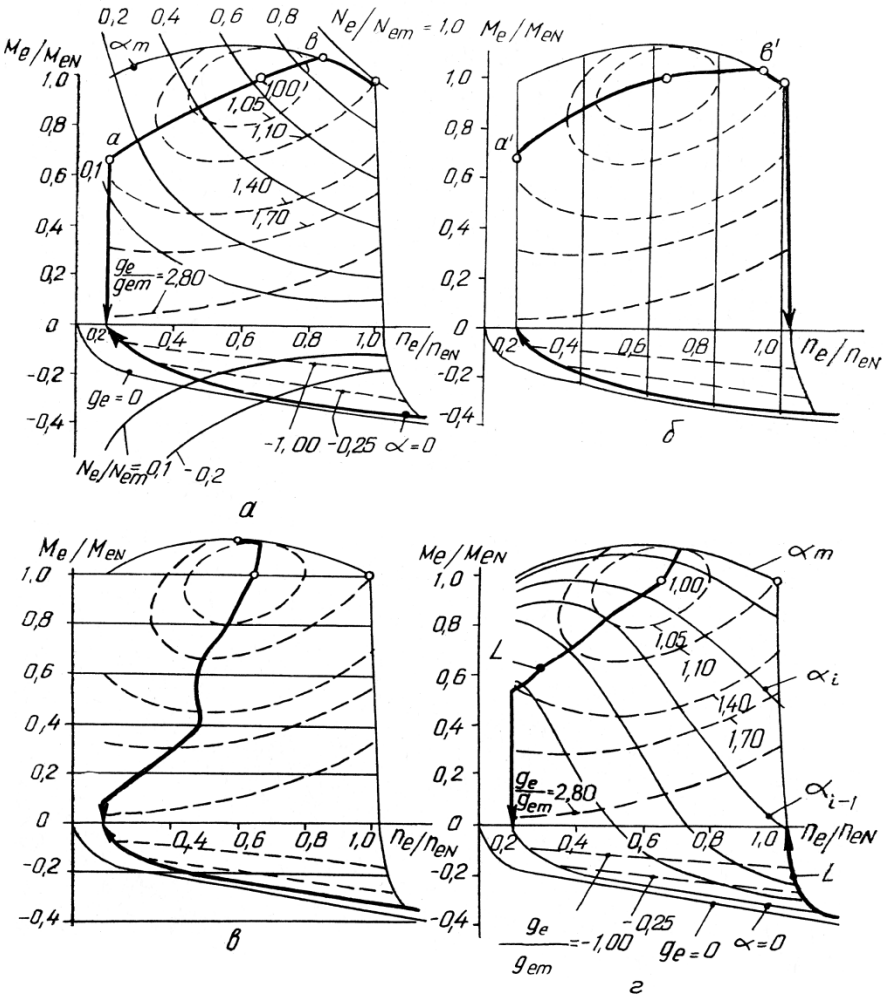


Рис. 2.5. Оптимальные по удельному расходу топлива режимы работы двигателя.

Уравнение (2.2) — необходимое условие минимума удельного расхода топлива на некотором режиме из множества (2.1). Совместно выражения (2.1) и (2.2) при различных значениях па-

раметра C определяют целое множество частичных режимов с минимальными удельными расходами топлива. Так, при $F=N_e=$
 $=M_e\omega_e$, $F=\omega_e$, $F=M_e$, $F=\alpha(M_e, \omega_e)$ и $F=Q_t(M_e, \omega_e)$ оптимальными оказываются следующие частичные режимы:

$$\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} \omega_e - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e = 0; \quad (2.3)$$

$$Q_t - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e = 0; \quad (2.4)$$

$$Q_t - \frac{Q_t}{\partial \omega_e} \omega_e = 0; \quad (2.5)$$

$$\omega_e \frac{\partial \alpha}{\partial \omega_e} \left(\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t \right) - M_e \frac{\partial \alpha}{\partial M_e} \left(\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} \omega_e - Q_t \right) = 0; \quad (2.6)$$

$$Q_t \left(\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} \omega_e - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e \right) = 0. \quad (2.7)$$

Оптимальные режимы (2.3)–(2.6) установлены ранее графически (рис. 2.5). Режимы (2.7) при $Q_t \neq 0$ совпадают с режимами (2.3). Столь большое число множеств разнообразных режимов, каждое из которых можно считать оптимальным, наглядно иллюстрирует неоднозначность и, следовательно, неопределенность в выявлении оптимальных режимов двигателя, поскольку невозможно обосновать предпочтение какого-нибудь из построенных множеств оптимальных режимов. Это формально означает, что любой режим из множества D возможных представляет определенную ценность. Таким образом, приняв в качестве меры приоритета режимов к. п. д., использование режимов работы двигателя следует считать нерациональным (и это кажется вполне логичным), если в окрестности хотя бы одного из режимов множества D возможных меньшим значениям g_e не соответствующим большие значения ρ_g . В качестве оптимальной можно предложить, в частности, функцию плотности распределения режимов

$$\rho_g(M_e, n_e) = \left[g_e^m(M_e, n_e) \int \int_D \frac{dM_e dn_e}{g_e^m(M_e, n_e)} \right]^{-1}, \quad m \geq 1, \quad (2.8)$$

которая в полной мере удовлетворяет указанному требованию. Например, при $m=1$ она предполагает, что «лучший» режим должен использоваться дольше ровно настолько, насколько он лучший; если $m>1$, то прогнозируется еще более интенсивное использование «лучших» режимов.

Представленные на рис. 2.5 множества оптимальных режимов при каждом $g_e = \text{const}$ выделяют в качестве наилучших один или два режима, в то время как функция плотности распределения (2.8) предписывает все режимы, для которых одинаковы значения g_e , считать равноэффективными.

2.2. Оценка оптимальности реализуемых двигателем режимов по скорости расхода топлива

Оптимальные режимы работы двигателя чаще всего определяются алгоритмом, представленным на рис. 2.5, а. С использованием такой концепции оптимальности режимов работы двигателя синтезируется понятие идеальной трансмиссии и выдвигаются требования к реальным трансформаторам крутящего момента [56, 63], определяются оптимальные законы управления бесступенчатыми трансмиссиями с гидростатическим [59] и гидродинамическим [35] трансформаторами, оцениваются перспективы повышения экономичности двигателей [64], изучаются потенциальные возможности рационального использования частичных режимов работы двигателя [62, 64] и т. п.

Различными трактовками оптимальности режимов оперируют и в классической теории автомобиля (при построении так называемых идеальных регуляторных характеристик двигателя и автомобиля [49, 21]). Отдельные принципы построения регуляторных характеристик двигателя, отражающие ту или иную трактовку оптимальности режимов, становятся предметом оспаривания приоритета при патентовании систем управления автомобилем.

Решение проблемы упорядочения режимов работы двигателя по степени целесообразности их использования в значительной степени определяет эффективность поиска нестандартных, перспективных направлений совершенствования конструкций колесных транспортных и подъемно-транспортных машин. Большие надежды, например, связывают с аккумулярованием и рекуперацией энергии в автомобилях [75].

Введение в конструкцию машины средств аккумулярования механической энергии значительно расширяет возможности рационального нагружения двигателя, поэтому всякие искажения концепции оптимального использования режимов работы двигателя становятся весьма ощутимыми. В частности, проведенные в этом направлении исследования и изыскания средств оптимального механического [53, 57, 61] или гидравлического [78] аккумулярования энергии можно считать наиболее эффективными, если верной оказывается используемая концепция приоритета режимов.

Рассмотренные концепции приоритета режимов в различной степени нашли отражение и в попытках решить некоторые глобальные проблемы: прогнозирование перспектив экономии основных и альтернативных автомобильных топлив [71], а также общих тенденций развития силовых установок для автомобилей [55].

Общим для всех рассмотренных подходов к приоритетному упорядочению режимов работы двигателя внутреннего сгорания является то, что в качестве меры приоритета используется к. п. д. двигателя (удельный расход топлива). Однако любому режиму

можно поставить в соответствие и многие другие измерители, определяющие степень целесообразности его использования с не менее важных точек зрения. В качестве примера на рис. 2.6 представлена характеристика карбюраторного двигателя [70], отражающая режимы равного удельного выброса с отработавшими газами окислов азота ($g_{NO}(M_e/M_{eN}, n_e/n_{eN}) = \text{const}$). На множестве различных значений величины n_e/n_{eN} можно определить наиболее токсичные режимы (штриховая линия 1), наименее токсичные режимы из области, расположенной выше кривой 1 (точечная линия 2) и наименее токсичные режимы из области, расположенной ниже кривой 1 (заштрихованная область D_2). На множестве различных значений величины N_e/N_{em} наименьшей токсичностью отработавших газов отличаются режимы, соответствующие линии 3; штриховая линия 4 отражает наименее токсичные режимы для различных значений реализуемого двигателем крутящего момента. Выделенные на рис. 2.6 оптимальные с точки зрения наименьшего загрязнения окружающей среды токсичными окислами азота режимы работы двигателя никогда не совпадают с режимами наименьшего удельного расхода топлива.

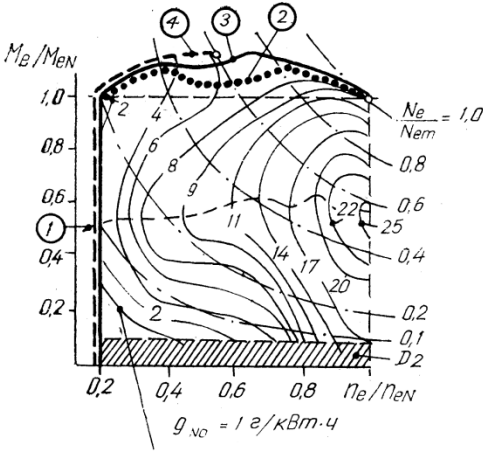


Рис. 2.6. Режимы работы двигателя, обеспечивающие наименьшую эмиссию окислов азота.

Таким образом, даже один измеритель целесообразности использования режимов не позволяет однозначно установить их приоритет. Если к тому же этот измеритель оценивает эффективность режимов не всесторонне и возникает необходимость привлечения дополнительных измерителей, то неопределенность в приоритетном упорядочении еще больше усугубляется.

Используя представленный на рис. 2.4 алгоритм, можно определить режимы двигателя, реализация которых при любом значении $N_e = M_e \omega_e = \text{const}$ обеспечивает минимум величине Q_t (рис. 2.7, а, линия 1). Участок ab линии 1 описывает уравнение (2.3). Этим же уравнением описывается кривая ab на рис. 2.5, а. Нетрудно убедиться, что множество режимов, оптимальных по скорости расхода топлива (линия 1, рис. 2.7, а), есть множество оптимальных по удельному расходу топлива режимов (линия 1, рис. 2.7, б).

На множестве различных значений величины $n_e = 30 \omega_e / \pi$ оптимальными как по скорости расхода, так и по удельному расходу

режимы из области, расположенной выше кривой 1 (точечная линия 2) и наименее токсичные режимы из области, расположенной ниже кривой 1 (заштрихованная область D_2). На множестве различных значений величины N_e/N_{em} наименьшей токсичностью отработавших газов отличаются режимы, соответствующие линии 3; штриховая линия 4 отражает наименее токсичные режимы для различных значений реализуемого двигателем крутящего момента. Выделенные на рис. 2.6 оптимальные с точки зрения наименьшего загрязнения окружающей среды токсичными окислами азота режимы работы двигателя никогда не совпадают с режимами наименьшего удельного расхода топлива.

ду топлива оказываются внешние тормозные режимы (кривые 2, рис. 2.7, а, б). Кривая 2' на рис. 2.7, б определяет оптимальные тяговые режимы, которые, однако, худшие по сравнению с внешними тормозными.

Внешние режимы, соответствующие ломаной линии 3 (рис. 2.7, а), являются оптимальными на множестве всех возможных значений величины M_e , если в качестве измерителя приоритета режимов используется скорость расхода топлива. Эти режимы

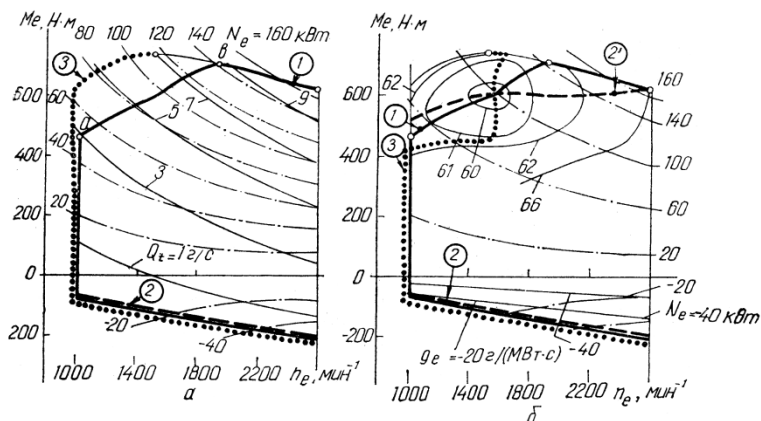


Рис. 2.7. Режимы работы двигателя, оптимальные по скорости расхода топлива (а) и по удельному расходу топлива (б).

не совпадают с аналогичными режимами (линия 3, рис. 2.7, б), оптимальными по удельному расходу топлива. Поэтому измерители Q_t и $g_e = Q_t/N_e$ в общем случае упорядочивают возможные режимы работы двигателя по-разному.

2.3. Приоритет режимов и особенности характеристики двигателя

Из всех названных алгоритмов упорядочения режимов работы двигателя по степени целесообразности их использования особо выделяется алгоритм, в основу которого положена функция приоритета (2.8). Только посредством этой функции можно определенно указать степень целесообразности использования любого из возможных режимов. Все прочие алгоритмы позволяют лишь выделить в том или ином смысле наилучшие режимы, но не дают возможности измерить их приоритет по отношению к какому-нибудь худшему режиму или по отношению друг к другу. Любая же попытка доопределить приоритет режимов, оказывается, не может привести к обоснованному однозначному результату.

Рассмотрим, например, тяговые режимы карбюраторного двигателя, характеристика которого представлена на рис. 2.8. Линия 1 соответствует режимам, на которых заданная мощность дви-

гателя реализуется с минимальной скоростью расхода топлива (участок ab линии 1 описывает уравнение (2.3)). Попробуем найти такие режимы, реализация которых обусловлена скоростью расхода топлива, превышающей минимальное ее значение на заданную величину ΔQ_t (например, на 1 г/с) при каждом фиксированном N_e . Эти режимы можно считать в равной степени худшими по сравнению с соответствующими оптимальными. На характеристике двигателя им соответствуют кривые 2 и 2'. В то

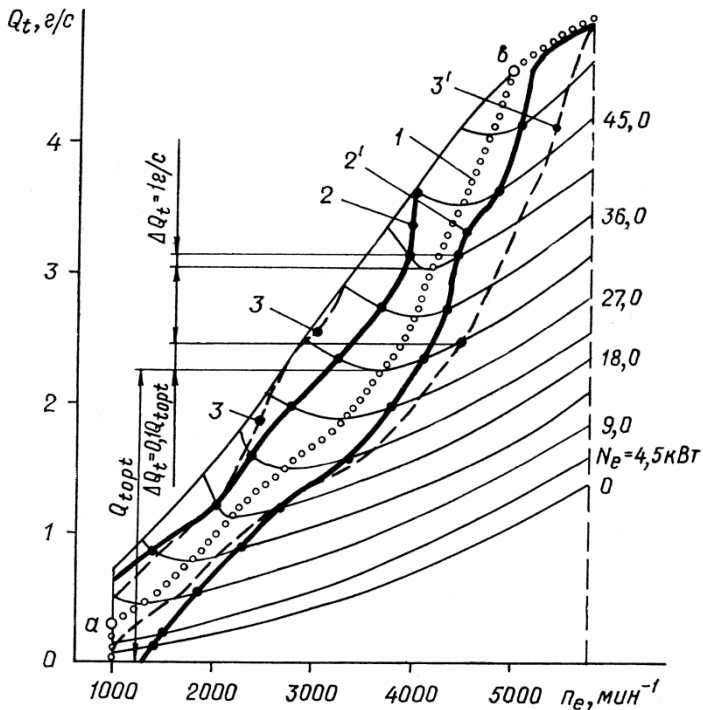


Рис. 2.8. Сопоставление оптимальных режимов работы двигателя с неоптимальными.

же время никак нельзя опровергнуть как менее обоснованное предположение [66, 67, 65] о том, что в равной степени худшими от оптимальных являются режимы, требующие при заданном значении N_e в заданное число k раз (например, в 1,1 раза) большего расхода топлива. Этим режимам соответствуют кривые 3 и 3' (рис. 2.8), не совпадающие с кривыми 2 и 2'. Таким образом, в равной степени худшие режимы можно определить по-разному, несколько не приближаясь к полному решению задачи приоритетного упорядочения.

Ранее предполагалась возможность оценки эффективности работы двигателя на том или ином режиме безотносительно к тому, элементом какой системы он является, каковы характеристики

элементов системы, с которыми двигатель взаимодействует. С одной стороны, чем «беднее» привлекаемая к анализу информация, тем более общие результаты. Однако, с другой стороны, эффективность двигателя объективно и точно может быть оценена только через анализ свойств системы в целом. Поэтому недостаток конкретной информации стал причиной неоднозначности и неопределенности в трактовке оптимальности режимов.

Обратимся снова к системе (1.2), в отношении которой справедливо следующее утверждение [30, 31]: для того чтобы пара $x^*(t)$, $U^*(t)$ была оптимальной в смысле минимума функционала (1.4), достаточно существования функции $\xi = \xi(x, t)$, гладкой для почти всех t и такой, что при $x = x^*$, $U = U^*$ функция

$$R = -f_0(x, U) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x_i} f_i(x, U) + \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} \quad (2.9)$$

достигает своей верхней грани по x и U как по независимым переменным при почти всех t ; одновременно выражение $\xi(x(T), T) - \xi(x, (0), 0)$ должно быть минимальным, а процессы $x^*(t)$, $U^*(t)$ удовлетворяют ограничениям (1.3) и, естественно, векторному уравнению (1.2).

Допустим, что в выражении (1.4) $f_0(x, U) = Q_t(M_e, \omega_e)$, а (1.2) описывает функционирование автомобиля; причем $U_m = M_e$, $x_n = \omega_e$, так что

$$\frac{d\omega_e}{dt} = f_n(x_1, \dots, x_{n-1}, \omega_e; U_1, \dots, U_{m-1}, M_e)$$

описывает движение вала двигателя. В большинстве оптимизационных задач рассматривается такое взаимодействие систем автомобиля, что

$$f_n = \frac{1}{I_{en}} [M_e - M_n(x_1, \dots, x_{n-1}, \omega_e, U_1, \dots, U_{m-1})], \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial M_e} \equiv 0, \quad i \neq n, \quad (2.11)$$

где M_n — момент сил внешнего сопротивления, нагружающих двигатель; $I_{en} = \text{const}$ — приведенный к валу двигателя момент инерции, учитывающий механическую и немеханическую (например, тепловую) инерцию самого двигателя, его систем и деталей трансмиссии, жестко связанных с валом двигателя.

Учитывая соотношения (2.10) и (2.11), попытаемся определить, при каких значениях M_e функция (2.9) принимает наибольшие значения. Очевидно, что те значения $M_e = M_e^*$, при которых величина R достигает максимума, обеспечивают одновременно минимум функции

$$R'_m = Q_t(M_e, \omega_e) - \frac{\partial \xi}{\partial \omega_e} \frac{1}{I_{en}} M_e. \quad (2.12)$$

Функция $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$ при фиксированном значении $\omega_e (\omega_e = \text{const})$ отображается плоской кривой $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$, к графику которой можно приписать нижнюю ограничивающую прямую Pr (рис. 2.9, а). Эта прямая позволяет легче проанализировать изменение ориентировки графика функции (2.12) относительно осей системы координат $M_e OR'_M$ при варьировании коэффициента $a_\xi = \frac{1}{I_{en}} \frac{\partial \xi}{\partial \omega_e}$ (напомним, что величина a_ξ от переменных M_e не зависит).

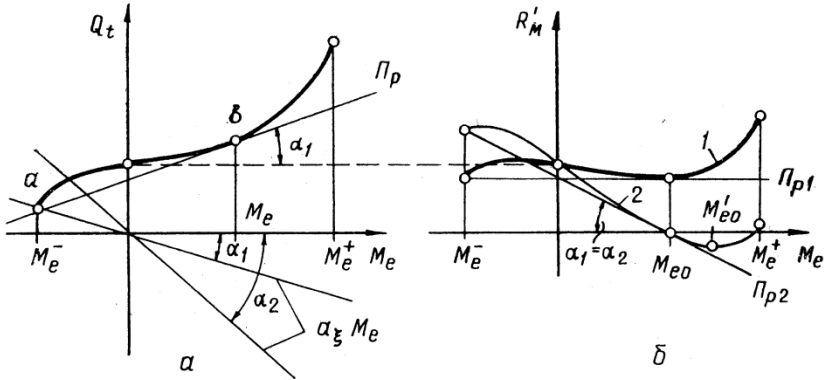


Рис. 2.9. Графическое определение множества возможных оптимальных режимов работы двигателя при заданной постоянной частоте вращения его вала.

При $a_\xi = 0$ имеет место равенство $R'_M = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$. Так как топливная характеристика любого двигателя внутреннего сгорания является монотонно возрастающей зависимостью $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$, то инфимум функции (2.12) на множестве $M_e^- \leq M_e \leq M_e^+$ достигается при $M_e = M_e^-$. Очевидно, что $R'_M{}^* = \inf R'_M$ при $M_e = M_e^-$ для всех $a_\xi \leq 0$ и даже для положительных значений $0 < a_\xi \leq \text{tg } \alpha_1$ (где α_1 — острый угол между прямой Pr и осью координат OM_e). Прямая Pr на графике функции $R'_M = R'_M(M_e, \omega_e = \text{const})$ при $a_\xi = \text{tg } \alpha_1$ (рис. 2.9, б, кривая 1) отображается горизонтальной прямой Pr_1 . Следовательно, $R'_M{}^* = \inf R'_M$ при двух значениях $M_e = M_e^-$ и $M_e = M_{e0}$. Это очевидно, поскольку кривая 1 расположена выше прямой Pr_1 , лишь при $M_e = M_e^-$ и $M_e = M_{e0}$ кривая 1 и горизонтальная прямая Pr_1 имеют общие точки. Дальнейшее увеличение коэффициента a_ξ приводит к тому, что равенство $R'_M{}^* = \inf R'_M$ имеет место при $M_{e0} < M_e < M_e^+$ (например, при некотором $a_\xi = \text{tg } \alpha_2$ прямая Pr в координатах $M_e OR'_M$ отображается прямой Pr_2 , откуда видно, что кривая 2 имеет наименьшую ординату при $M_e = M'_{e0} (M_{e0} < M'_{e0} < M_e^+)$).

Таким образом, какой бы ни была функция $\xi = \xi(x_1, \dots, x_{n-1}, \omega_e, t)$, оптимальные нагрузочные режимы работы двигателя не

могут находиться среди режимов $M_e^- < M_e < M_e^+$; их следует искать среди множества $(M_e = M_e^-) \cup (M_{e0} \leq M_e \leq M_e^+)$.

Если $f_0 \equiv 1$, то при $a_\xi = 0$ и любом значении $\omega_e = \text{const}$ невозможно отбросить ни один из нагрузочных режимов, будучи уверенным, что он неоптимален. А вот при любом $a_\xi \neq 0$ неоптимальными оказываются все режимы, кроме $M_e = M_e^-$ или $M_e = M_e^+$. Это означает, что двигатель должен работать исключительно на режимах внешней скоростной характеристики.

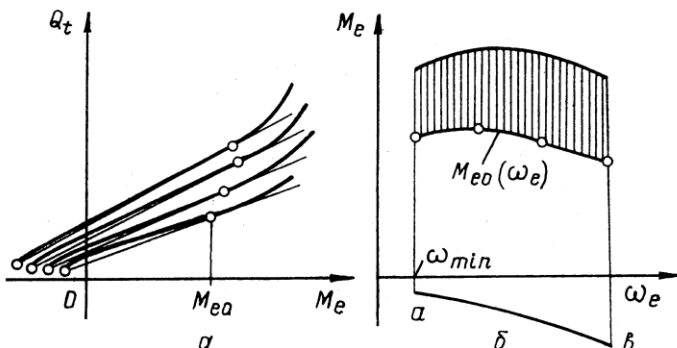


Рис. 2.10. Нагрузочная характеристика двигателя (а) и соответствующее ей множество D_0 допустимых режимов (б).

Таким образом, множество режимов работы двигателя, среди которых имеет смысл искать оптимальные, можно в некоторых случаях существенно сузить, не обладая почти никакой информацией о структуре системы «двигатель—автомобиль» и ее параметрах. Это позволяет сделать решение любой оптимизационной задачи в значительной степени более целенаправленным.

Чтобы показать существование возможности сужения множества D режимов, обратимся к более-менее типичной нагрузочной характеристике карбюраторного двигателя (рис. 2.10, а). Определяя на нагрузочной характеристике абсциссы M_{e0} точек касания нижних ограничивающих прямых к кривым $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$ при различных значениях $\omega_e = \text{const}$, можно построить некоторую кривую $M_e = M_{e0}(\omega_e)$ на скоростной характеристике (рис. 2.10, б). Данная кривая ограничивает снизу множество D_0 режимов работы двигателя (на рис. 2.10, б оно заштриховано), которое совместно с множеством внешних тормозных (кривая ab) образует множество допустимых режимов. Множество допустимых режимов оказывается более узким, чем исходное множество D возможных режимов. Режимы, не входящие в множество допустимых, вообще говоря, использовать можно, но только тогда, когда на режимы движения машины наложены весьма жесткие ограничения, исключающие всякую возможность применения допустимых режимов работы двигателя. В этих случаях ограничения типа неравенств однозначно определяют режимы работы двигателя подобно ограничениям типа равенств.

чительной степени особенностями протекания характеристики двигателя в окрестности этого режима. Допустим, что при заданном значении $n_e = \text{const}$ зависимость $Q_t = Q_t(M_e)$ при любом $M_e^- \ll \leq M_e < M_e^+$ удовлетворяет условию $\partial^2 Q_t / \partial M_e^2 \geq 0$ (рис. 2.12, кривая $ABDE$: точка D касания этой кривой с прямой, проходящей через начало координат, характеризует крутящий момент $M_e = M_e^0$, при котором минимален удельный расход топлива). Пусть в некотором диапазоне значений крутящего момента $M_e^B \ll \leq M_e \leq M_e^0$ скорость расхода топлива удалось снизить так, что характеристика $Q_t = Q_t(M_e)$ осталась монотонно возрастающей, однако удельный расход топлива минимальный при всех значениях $M_e^C \leq M_e \leq M_e^0$ (линия $ABCDE$). В результате этого все режимы $M_e^- < M_e < M_e^C$ оказываются неоптимальными.

В данном примере снижение скорости расхода топлива не более чем на 3,5% привело к тому, что множество допустимых режимов сузилось на 70%. Причем оказывается, что все режимы $M_e^- < M_e < M_e^C$ хуже любого из режимов $M_e = M_e^0$, $M_e^C \leq M_e \leq M_e^+$ независимо от того, какие значения величин Q_t и g_e им соответствуют. А это означает, что использование алгоритмов приоритетного упорядочивания режимов (рис. 2.8) является некорректным. Кроме того, на этом примере видно, насколько важна точность построения характеристик двигателей по результатам экспериментов: даже малая ошибка в определении Q_t на отдельном режиме может обусловить неправильную оценку эффективности многих других режимов.

2.4. Реальный приоритет режимов

В эксплуатационных условиях двигатель внутреннего сгорания работает в окрестности некоторого режима определенную долю времени Δt , которая в той или иной степени отличается от такой же величины $\Delta t'$ для равноценной окрестности некоторого другого режима. Если окажется, например, что $\Delta t > \Delta t'$, то первому режиму как бы отдается предпочтение в данных эксплуатационных условиях, или, другими словами, он обладает реальным приоритетом.

Рассмотрим, в частности, особенности использования режимов работы двигателя автопогрузчика.

Информацию об использовании режимов работы двигателя легко представить в наглядном виде, если воспользоваться приемом замещения несчетного множества возможных режимов счетным множеством. Для этого область возможных режимов делят на конечное число прямоугольных подобластей, в каждую из которых заносят суммарное (в процентах от общей длительности рабочего цикла погрузчика) время t_e работы двигателя на режимах, принадлежащих данной подобласти. Наиболее значимые режимы работы двигателя ($t_e > 1\%$) отмечают окружностями-

ного назначения погрузчика и специфичности эксплуатационных условий, в которых он работает.

Более конкретно особенности режимов работы двигателя автопогрузчика по отношению, скажем, к двигателю грузового автомобиля можно показать непосредственно сравнивая типичные для двигателей обеих колесных машин распределения их рабочих режимов.

На рис. 2.14, *а* представлены в совмещенном виде диаграммы распределения преобладающих режимов работы одного и того же

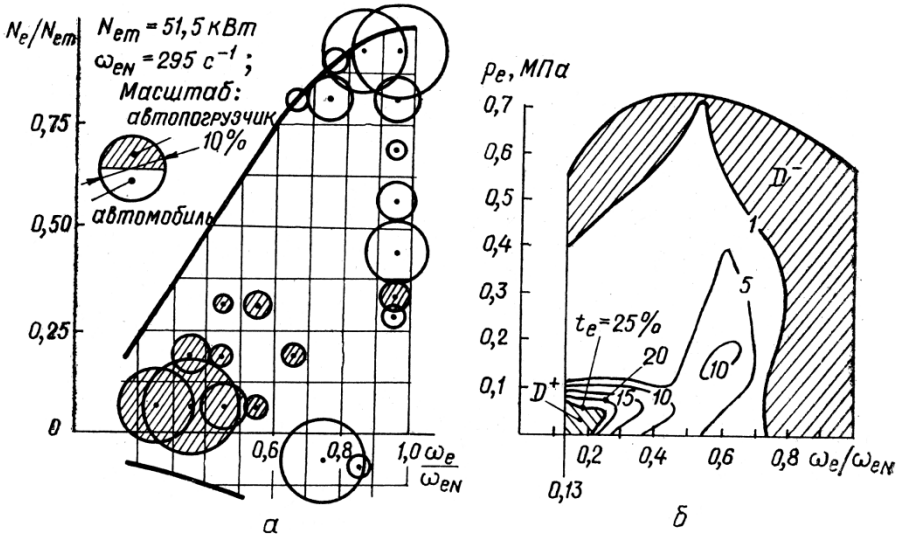


Рис. 2.14. Преобладающие режимы работы двигателей:
а — грузового автомобиля и автопогрузчика; *б* — легкового автомобиля.

двигателя мощностью 51,5 кВт на автомобиле грузоподъемностью 2500 кг и на автопогрузчике грузоподъемностью 5000 кг с вилочным грузозахватом [5]. Окружностями отмечены те диапазоны режимов, в пределах которых суммарное время работы двигателя составляет не менее 3% времени рабочего цикла автомобиля или автопогрузчика (диаметры окружностей пропорциональны суммарному времени работы двигателя на режимах соответствующих диапазонов). Для построения этих диаграмм использовали данные, полученные экспериментально при следующих условиях: маршрут движения автомобиля равнинный, длиной 9,7 км, а рабочий цикл автопогрузчика на плече 50 м; тип и качество дорожного покрытия в обоих случаях одинаковы — асфальт, коэффициент сопротивления качению равен 0,02; масса перемещаемого автомобилем и автопогрузчиком груза составляла 50% их номинальной грузоподъемности; захват груза автопогрузчиком осуществлялся с опорной поверхности, а его укладка производилась на высоте 1,5 м.

Показанное на рис. 2.14, *a* распределение преобладающих режимов работы двигателя автопогрузчика весьма характерно для типичных условий эксплуатации этой машины, что позволяет сделать ряд обобщающих выводов относительно особенностей работы двигателей на автопогрузчике и автомобиле.

1. Двигатель автомобиля рациональнее реализует свои мощностные и скоростные свойства, на автопогрузчике он работает преимущественно при частичных нагрузках. В приведенном примере средние мощность и частота вращения коленчатого вала составляют $N_{e\text{ ср}}=33,2$ кВт и $n_{e\text{ ср}}=2486$ мин⁻¹ — для автомобиля; $N_{e\text{ ср}}=10,1$ кВт и $n_{e\text{ ср}}=1762$ мин⁻¹ — для автопогрузчика.

2. Для двигателя автопогрузчика в значительно меньшей мере характерны тормозные режимы.

3. Работе двигателя автопогрузчика в большей степени свойственна рассредоточенность режимов. Действительно, двигатель автомобиля в течение 89,1% времени работает на преобладающих режимах (рис. 2.14, *a*), которые занимают весьма малую часть поля возможных режимов работы двигателя. Двигатель же автопогрузчика на преобладающих режимах работает лишь в течение 48,3% времени рабочего цикла, большую часть времени (51,7%) он работает на равномерно рассредоточенных режимах. Большая степень рассредоточенности режимов работы двигателя автопогрузчика дает основание полагать и большую степень переменности режимов, что подтверждают эксперименты. Следовательно, двигатель автопогрузчика работает в более тяжелых условиях, так как переменность режимов сопровождается повышением темпа износа двигателя, уменьшением его долговечности и неблагоприятно сказывается на режимах работы трансмиссии.

4. Удельный расход топлива двигателем и непроизводительные потери эксергии, заключенной в топливе, значительно выше у двигателя автопогрузчика. В итоге общий к. п. д. автопогрузчика заведомо ниже, чем у автомобиля.

Рассмотренные примеры убеждают в том, что реальный приоритет режимов работы двигателя внутреннего сгорания далеко не совпадает с приоритетом, устанавливаемым такими измерителями, как удельный расход или скорость расхода топлива. Этот же вывод справедлив и в отношении других типов автомобильных средств (легковых и грузовых автомобилей, автобусов, автокранов, автомобильных дорожных машин, сельскохозяйственных машин с двигателями внутреннего сгорания). Хорошей иллюстрацией сказанному является рис. 2.14, *b*, отражающий степень использования различных режимов работы двигателя легкового автомобиля Opel 2100 D [76], эксплуатируемого в качестве такси (изолинии $t_e=\text{const}=1, \dots, 25\%$ делят область возможных режимов на подобласти, в которых двигатель работает $t_e\%$ всего времени эксплуатации автомобиля, и подобласти, в которых он работает оставшиеся $100-t_e\%$ времени). Наибольшую долю времени, оказывается, двигатель автомобиля-такси реализует мало-

эффективные режимы из подобласти D^+ , примыкающей к наименее скоростному режиму холостого хода; в то же время в весьма обширной области D^- , где находятся многие достаточно эффективные режимы, двигатель работает не более 1% времени функционирования автомобиля.

2.5. Восприятие приоритета режимов работы двигателя при выборе моментов переключения передач в трансмиссии

Основной задачей, решаемой при разработке средств автоматизации трансмиссий автомобилей, является определение оптимальных моментов переключения передач [2, 32, 34—36]. Множество наиболее рациональных моментов переключения чаще всего задают, руководствуясь требованиями повышения динамичности автомобиля и его топливной экономичности [27—29, 32, 60]. При этом обычно считают, что средства улучшения динамических свойств автомобиля и средства повышения топливной экономичности взаимоотрицают друг друга, в связи с чем синтез законов переключения передач необходимо производить только на основе разрешения компромисса.

Возможные методы построения компромиссных решений разделяются на две принципиально отличающиеся группы: методы критериального компромисса, когда законы переключения передач синтезируют на основе специальных критериев оптимальности, выражающих тот или иной компромисс; методы структурного компромисса, когда система автоматического переключения передач может работать по двум (или более) законам, изменяя в определенных моменты времени свою структуру. Автоматические системы с изменяющейся структурой более сложны по конструкции, но обладают бесспорно большими возможностями улучшения свойств автомобиля. Однако степень сложности таких систем во многом зависит от того, насколько экономичные законы переключения передач отличаются от динамичных.

Рассмотрим оптимальные законы переключения передач в процессе разгона автомобиля с механической трансмиссией. Допустим, что автомобиль разгоняется от некоторой скорости $v=V_0$ при включенной $(k-1)$ -й передаче; в момент достижения скорости $v=V_n$ происходит переключение передач с $(k-1)$ -й на k -ю; дальнейший разгон осуществляется на k -й передаче до некоторой скорости $v=V_k$. Значения V_0, V_n, V_k скорости движения автомобиля пусть соответствуют моментам времени $T_0=0, T_n, T_k$ и проходимым автомобилем расстояниям $S_0=0, S_n, S_k$. Если законы изменения скоростей $v=v_{k-1}(t), v=v_k(t), v=v_{k-1}(s), v=v_k(s)$ и ускорений $j=j_{k-1}(v), j=j_k(v), j=j_{k-1}(t), j=j_k(t)$ автомобиля соответственно на $(k-1)$ -й k -й передачах заданы, то взаимосвязь между параметрами, определяющими процесс разгона, можно выразить совокупностью уравнений

$$\begin{aligned}
T_V &= \int_{V_0}^{V_n} \frac{dv}{j_{k-1}(v)} + \int_{V_n}^{V_k} \frac{dv}{j_k(v)}, \quad T_S = \int_0^{S_n} \frac{ds}{v_{k-1}(s)} + \int_{S_n}^{S_k} \frac{ds}{v_k(s)}; \\
S_V &= \int_{V_0}^{V_n} \frac{v dv}{j_{k-1}(v)} + \int_{V_n}^{V_k} \frac{v dv}{j_k(v)}, \quad S_T = \int_0^{T_n} v_{k-1}(t) dt + \int_{T_n}^{T_k} v_k(t) dt = \\
&= T_k V_0 + \int_0^{T_n} (T_k - t) j_{k-1}(t) dt + \int_{T_n}^{T_k} (T_k - t) j_k(t) dt; \\
V_T &= V_k = V_0 + \int_0^{T_n} j_{k-1}(t) dt + \int_{T_n}^{T_k} j_k(t) dt. \quad (2.13)
\end{aligned}$$

В каждом из приведенных равенств переменными считаются y_x и x_n , а заданными — величины V_0, x_k (например, T_v — это время разгона автомобиля в заданном диапазоне скоростей $V_0 \leq v \leq V_k$, зависящее от значения величины V_n). Для всех переменных y_x можно вычислить производные dy_x/dx_n :

$$\begin{aligned}
\frac{dT_V}{dV_n} &= \frac{1}{j_{k-1}(V_n)} - \frac{1}{j_k(V_n)}, \quad \frac{dT_S}{dS_n} = \frac{1}{v_{k-1}(S_n)} - \frac{1}{v_k(S_n)}; \\
\frac{dS_V}{dV_n} &= V_n \left(\frac{1}{j_{k-1}(V_n)} - \frac{1}{j_k(V_n)} \right), \quad \frac{dS_T}{dT_n} = v_{k-1}(T_n) - v_k(T_n) = \\
&= (T_k - T_n)(j_{k-1}(T_n) - j_k(T_n)), \quad \frac{dV_T}{dT_n} = j_{k-1}(T_n) - j_k(T_n). \quad (2.14)
\end{aligned}$$

Равенство нулю производной dy_x/dx_n определяет момент переключения передач с $(k-1)$ -й на k -ю, обеспечивающий величине y_x экстремум. Подстановка любого из выражений (2.14) в уравнение $dy_x/dx_n = 0$ при $V_n \neq 0$ и $T_n \neq T_k$ приводит к равенству $v_{k-1}(T_n) = v_k(T_n)$ (или $v_{k-1}(S_n) = v_k(S_n)$), которое воспринимается как само собой разумеющееся. Скачок скорости — это нежелательное ударное воздействие на массу автомобиля; да и в силу ограниченности по величине действующих на автомобиль сил его скорость изменяться скачкообразно не может. Следовательно, уравнение $dT_S/dS_n = 0$ тривиальное. Все другие же уравнения $dy_x/dx_n = 0$ приводят к равноценным равенствам $j_{k-1}(T_n) = j_k(T_n)$, $j_{k-1}(S_n) = j_k(S_n)$, $j_{k-1}(V_n) = j_k(V_n)$, которые и являются необходимыми признаками оптимального выбора момента переключения, обеспечивающего минимум величинам T_V, T_S, S_V и максимум S_T, V_T .

Исходя из смысла измерителей (2.13), можно показать, что необходимым и достаточным признаком оптимального выбора мо-

мента переключения передач с точки зрения интенсивности разгона автомобиля является условие

$$j_k(T_n + 0) \geq j_{k-1}(T_n), \quad (2.15)$$

где $t = T_n + 0$ — момент времени, непосредственно следующий за моментом $t = T_n$. Так как функции $s = s(t)$, $v = v(t)$ монотонно возрастающие, то (2.15) эквивалентно условиям

$$j_k(S_n + 0) \geq j_{k-1}(S_n), \quad j_k(V_n + 0) \geq j_{k-1}(V_n). \quad (2.16)$$

Если заданы программы $j_{k-1} = j_{k-1}(t)$, $j_k = j_k(t)$ движения автомобиля на $(k-1)$ -й и k -й передачах, то, следовательно, заданы и законы управления двигателем на этих передачах (скажем, разгон автомобиля может осуществляться при неизменном положении органа управления подачей топлива). Когда принятые законы управления двигателем не выражают стремление водителя как можно интенсивнее разогнать автомобиль, то всякого смысла лишен и выбор момента переключения передач, удовлетворяющего соотношениям (2.15), (2.16).

Режимы движения автомобиля должны находиться в полном ведении водителя, который подбирает программу движения в соответствии с изменяющимися ситуациями и дорожными условиями. Следовательно, программу движения автомобиля ($j = dv(t)/dt$, $v = v(t)$) практически всегда можно считать наперед заданной. Однако тогда функции $j_{k-1}(t)$, $j_k(t)$ являются участками одной и той же функции $j(t)$, поэтому момент переключения передач не может повлиять на значения измерителей (2.13), характеризующих динамичность автомобиля в процессе разгона. Зато выбор момента переключения передач весьма существенно влияет на топливную экономичность автомобиля.

Иногда выбранная программа движения автомобиля реализуется только с использованием некоторых режимов работы двигателя, соответствующих его предельным возможностям по приемистости или тягово-скоростным свойствам (что можно уже воспринимать как стремление водителя предельно интенсивно разогнать машину). В этом случае функции $j_{k-1}(t)$, $j_k(t)$ не могут быть участками какой-нибудь одной функции $j(t)$. Следовательно, появляется возможность выбрать момент переключения передач, руководствуясь соотношениями (2.15), (2.16), причем это единственный путь дальнейшего улучшения тягово-скоростных свойств автомобиля и ослабления влияния ограниченных возможностей двигателя. Известно, что на границе возможностей двигателя исчезает свобода выбора режимов, исходя из соображений топливной экономичности.

Итак, когда существует свобода выбора программы движения автомобиля, оптимальным являются моменты переключения передач, обеспечивающие автомобилю предельную топливную экономичность, а вопрос о динамичности автомобиля не возникает; если же выбор программы обусловлен ограничениями по приемистости или тягово-скоростным возможностям двигателя, опти-

мальными становятся моменты переключения, предельно улучшающие динамику автомобиля и, в свою очередь, не затрагивается топливная экономичность. При такой трактовке задачи оптимизации моментов переключения передач требования к динамичности автомобиля и требования к его топливной экономичности не являются противоречивыми, поэтому не возникает проблемы компромиссов [7, 9].

Оптимальными по топливной экономичности моментами переключения передач при разгоне автомобиля следует считать такие, которые минимизируют измерители

$$Q_T = \int_0^{T_n} Q_{t^{(k-1)}}(t) dt + \int_{T_n}^{T_k} Q_{tk}(t) dt;$$

$$Q_V = \int_{V_0}^{V_n} \frac{Q_{t^{(k-1)}}(v) dv}{j_{(k-1)}(v)} + \int_{V_n}^{V_k} \frac{Q_{tk}(v) dv}{j_k(v)};$$

$$Q_s = \int_0^{S_n} \frac{Q_{t^{(k-1)}}(s) ds}{v_{k-1}(s)} + \int_{S_n}^{S_k} \frac{Q_{tk}(s) ds}{v_k(s)}.$$

Необходимыми признаками оптимальности являются уравнения

$$\frac{dQ_T}{dT_n} = Q_{t^{(k-1)}}(T_n) - Q_{tk}(T_n) = 0;$$

$$\frac{dQ_V}{dV_n} = \frac{Q_{t^{(k-1)}}(V_n)}{j_{k-1}(V_n)} - \frac{Q_{tk}(V_n)}{j_k(V_n)} = 0;$$

$$\frac{dQ_s}{dS_n} = \frac{Q_{t^{(k-1)}}(S_n)}{v_{k-1}(S_n)} - \frac{Q_{tk}(S_n)}{v_k(S_n)} = 0.$$

Учитывая, что программа $j=j(t)$ движения автомобиля задана, можно записать более сильные признаки оптимальности

$$Q_{tk}(T_n + 0) \leq Q_{t^{(k-1)}}(T_n),$$

$$Q_{tk}(V_n + 0) \leq Q_{t^{(k-1)}}(V_n), \quad Q_{tk}(S_n + 0) \leq Q_{t^{(k-1)}}(S_n). \quad (2.17)$$

Рассмотрим, каким режимам работы двигателя отдавала бы предпочтение автоматическая система переключения передач, которая при выборе моментов переключения должна руководствоваться условиями оптимальности (2.17). Для аналитического описания процесса движения автомобиля воспользуемся уравнениями

$$M_e K - \delta m \frac{dv}{dt} = P_c(v, s); \quad (2.18)$$

$$N_e \eta - \delta m v \frac{dv}{dt} = v P_c(v, s), \quad (2.19)$$

где $K = \text{const}$, $\eta = \text{const}$ — коэффициенты трансформации и полезного действия системы «трансмиссия—колесные движители»; m — масса автомобиля; δ — коэффициент, учитывающий инерцию масс двигателя, трансмиссии и движителей; P_c — сила сопротивления движению.

Допустим, что в рассматриваемый момент времени двигатель при включенной в трансмиссии $(k-1)$ -й передаче работает на некотором режиме R_0 (рис. 2.15). Если величина δ не зависит от включенной передачи, то при переключении на k -ю передачу режиму R_0 , которому соответствуют значения n_{e0} , M_{e0} , Q_{t0} , g_{e0} частоты вращения вала двигателя, реализуемого крутящего момента, скорости расхода топлива и удельного расхода топлива (рис. 2.15, а), противопоставляется новый режим (M'_e, n'_e) , связанный с предыдущим соотношениями

$$M'_e K_k = M_{e0} K_{k-1}, \quad \frac{n_{e0}}{u_{\text{тр}(k-1)}} = \frac{n'_e}{u_{\text{тр}k}} = \frac{30}{\pi r_k} v, \quad (2.20)$$

где $u_{\text{тр}}$ — передаточное число трансмиссии; r_k — кинематический радиус ведущих колес автомобиля. Первое соотношение (2.20) вытекает из уравнения движения (2.18) с учетом того, что в момент переключения передач величины δ , m , dv/dt скачкообразно не изменяют своих значений; второе же отражает тот факт, что при смене передач величина v мгновенно не может изменить свое значение. Если $\eta_k = K_k/u_{\text{тр}k}$ и $\eta_{k-1} = K_{k-1}/u_{\text{тр}(k-1)}$ на k -й и $(k-1)$ -й передачах одинаковы, то реализуемая двигателем мощность после переключения передач не изменяется.

Следовательно, новый режим работы двигателя при $u_{\text{тр}k}/u_{\text{тр}(k-1)} < 1$ (k -я передача — высшая) соответствует некоторой точке отрезка $R_0 R_1 R_2$ гиперболической кривой $N_e = N_{e0} = \text{const}$ в системе координат $n_e O M_e$ (рис. 2.15, а) или горизонтальной прямой $N_e = N_{e0} = \text{const}$ в системе координат $n_e O N_e$ (рис. 2.15, б). В рассматриваемом примере режим R_0 настолько неэкономичен, что при любом значении передаточного числа $u_{\text{тр}k}$ высшей передачи переключение на нее всегда переводит работу двигателя на более экономичный режим; более экономичным оказывается даже режим R_2 внешней скоростной характеристики $M_e = M_e^+(n_e)$ ($N_e = N_e^+(n_e)$), так как $Q_{t2} < Q_{t0}$. Конечно, наибольшего эффекта можно было бы достигнуть, если бы среди высших нашлась передача, переводящая работу двигателя на режим R_1 (в точке R_1 кривая $N_e = N_{e0}$ касательна к некоторой кривой $Q_t = Q_{t1}$, рис. 2.15, а); этот режим отображается на рис. 2.15, б точкой R_1 кривой $N_e = N_e^0(n_e)$, аналитически описываемой уравнением (2.3).

Очевидно, что анализируя изложенным выше методом эффективность совместной работы двигателя и ступенчатой механической трансмиссии, всегда можно с той или иной степенью однозначности установить приоритеты всех возможных режимов работы двигателя. С увеличением числа передач в трансмиссии все явственнее в качестве меры приоритета выступает значение реали-

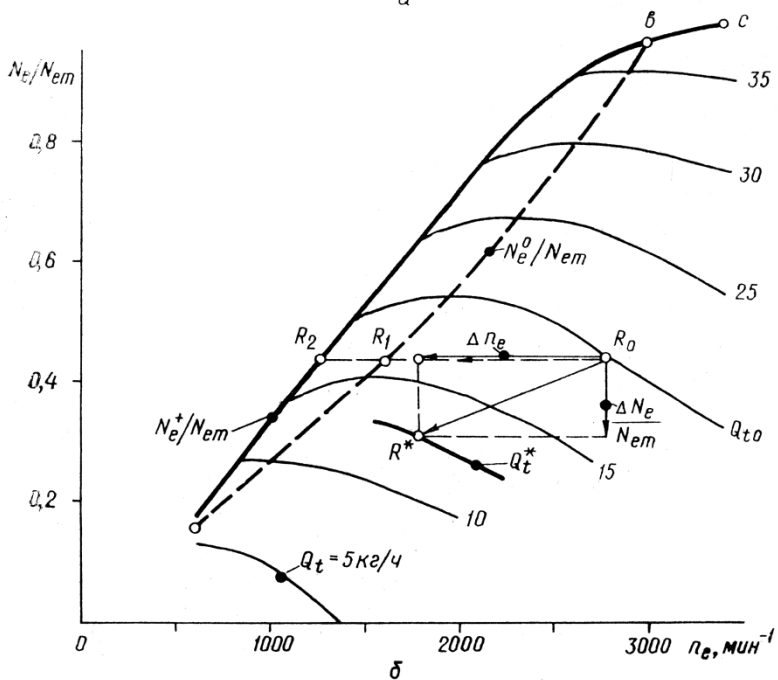
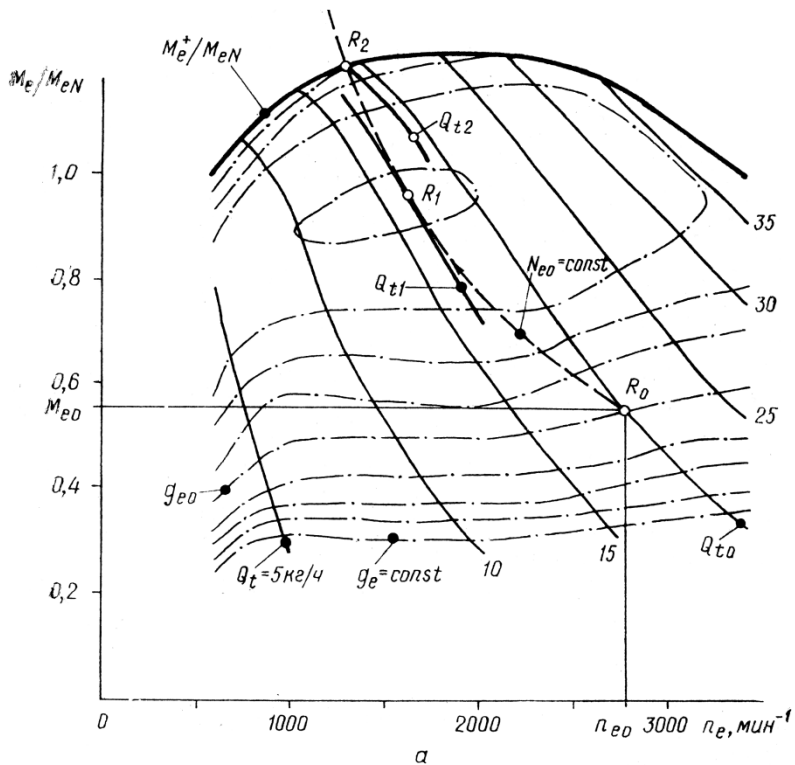


Рис. 2.15. Изменение режимов работы двигателя при переключении передач.

зуемого двигателем к. п. д. (или значение удельного расхода топлива); в идеале (при бесконечно большом числе передач) абсолютный приоритет получают режимы, характеризующиеся линией *abc* (рис. 2.15, б).

Учитывая, что δ все-таки зависит от передаточного числа $u_{\text{тр}}$ трансмиссии, взаимосвязь между режимами работы двигателя на смежных $(k-1)$ -й и k -й передачах следует описывать вытекающими из уравнения (2.19) соотношениями $N_{ek}\eta_k - N_{e(k-1)}\eta_{k-1} + mvj(\delta_{k-1} - \delta_k) = 0$ и $n_{ek} - n_{e(k-1)} \frac{u_{\text{тр } k}}{u_{\text{тр } (k-1)}} = 0$.

Для упрощения анализа положим, что $\eta_{k-1} = \eta_k = 1$. Примем также во внимание, что при $u_{\text{тр } k} < u_{\text{тр } (k-1)}$ почти всегда $\delta_k < \delta_{k-1}$. В результате переключения с низшей $(k-1)$ -й передачи на высшую k -ю реализуемая двигателем мощность должна измениться на $\Delta N_e = N_{e(k-1)} - N_{ek} = mvj(\delta_{k-1} - \delta_k) > 0$ при одновременном изменении частоты вращения вала двигателя $\Delta n_e = n_{e(k-1)} - n_{ek} = n_{e(k-1)} \left(1 - \frac{u_{\text{тр } k}}{u_{\text{тр } (k-1)}}\right) > 0$. Поэтому некоторому режиму R_0 (рис. 2.15, б) противопоставлен новый более экономичный режим, R^* , которому соответствует скорость расхода топлива $Q_t^* < Q_{t0}$.

Допустим, что в трансмиссии автомобиля можно подобрать такое передаточное число, когда новый режим работы двигателя отражается некоторой точкой линии $N_e = N_e^0(n_e)$. Однако теперь уже выбор передаточного числа высшей передачи не будет наилучшим. Оказывается, что в силу неравенства $N_e > 0$, имеющего место при любом $j > 0$, существует еще более экономичный режим, принадлежащий области $N_e^0(n_e) < N_e \leq N_e^+(n_e)$. Причем каждому значению j соответствует свой наилучший режим (при достаточно больших значениях j оптимальными становятся даже внешние режимы $N_e = N_e^+(n_e)$).

Таким образом, режимы из области, выделяемой неравенствами $N_e^0(n_e) < N_e \leq N_e^+(n_e)$ и $n_{e \text{ min}} \leq n_e \leq n_{e \text{ max}}$, имеют явные преимущества перед всеми другими возможными режимами работы двигателя. А это свидетельствует о том, что реализуемый двигателем к. п. д. не является измерителем приоритета.

ГЛАВА 3

ТОПЛИВНО-СКОРОСТНЫЕ СВОЙСТВА АВТОМОБИЛЯ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТРАНСПОРТНЫХ ЦИКЛОВ

3.1. Характерные особенности режимов циклического движения автомобиля

При сопоставлении циклического движения автомобиля с равномерным для удобства анализа структуру транспортных циклов обычно предельно упрощают [54, 58, 69, 80]. Степень влияния неравномерности движения автомобиля на топливную экономичность и производительность можно проанализировать, например, с помощью рис. 3.1, *a* (рассматриваются простейшие транспортные циклы, включающие в себя равноинтенсивные разгон и торможение, установившееся движение с постоянной скоростью $v = 15$ м/с; стоянка автомобиля тоже является элементом цикла). Каждая точка линий 1—2, 2—3, 3—5—6, 3—5'—6', 1—4—5, 1—4'—5', 2—4, 2—4' соответствует определенным параметрам τ_1 , τ_2 программы движения автомобиля, представленной на рис. 3.1, *b* (1—2: $\tau_1 = 0$, $2\tau \leq \tau_2 \leq \infty$; 2—3: $\tau_1 = 0$, $0 \leq \tau_2 \leq 2\tau$; 3—5—6, 3—5'—6': $0 \leq \tau_1 \leq \infty$, $\tau_2 = 0$; 1—4—5, 1—4'—5': $\tau_1 = 2\tau$, $0 \leq \tau_2 \leq \infty$; 2—4, 2—4': $0 \leq \tau_1 \leq 2\tau$, $\tau_2 = 2\tau$); точки линии 1—0—7 соответствуют движению автомобиля с различными постоянными скоростями. Для всех анализируемых программ циклического движения одинаковыми являются следующие параметры: продолжительность разгона (торможения) автомобиля $\tau = 60$ с; скорость расхода топлива при установившемся движении автомобиля с постоянной скоростью $v = 15$ м/с $Q_t = 2,8$ см³/с; расход топлива за период разгона автомобиля $Q_p = 200$ см³; скорость расхода топлива при работе двигателя на холостом ходу $Q_{tx} = 0,2$ см³/с (сплошные линии на рис. 3.1, *a* соответствуют циклическим процессам, в которых двигатель автомобиля на стоянке работает на холостом ходу, а точечные линии — процессам, в которых при остановке автомобиля двигатель выключается; предполагается, что двигатель при торможении автомобиля всегда работает только в режиме холостого хода). Производительность транспортного процесса оценивается средней скоростью V_{cp} движения автомобиля, а топливная экономичность измеряется значением Q_s расхода топлива на единицу пройденного пути.

Рис. 3.1, *a* иллюстрирует снижение эффективности транспортного процесса при уменьшении доли времени движения автомобиля с максимальной скоростью $v = 15$ м/с и увеличении времени, отводимого на стоянку автомобиля. Значительную экономию топлива обеспечивает отключение подачи топлива в двигатель при остановке автомобиля. Противопоставим, например, точкам 4 и 5 на рис. 3.1, *a* соответственно точки 4' и 5', предполагая

возможность отключения подачи топлива в двигатель в период стоянки автомобиля $2\tau=120$ с. Для транспортного процесса, соответствующего точкам 4 и 4', значение Q_s может быть снижено на 5%, а для процесса, соответствующего точкам 5 и 5', — на 11%. Все циклические процессы были бы более экономичными,

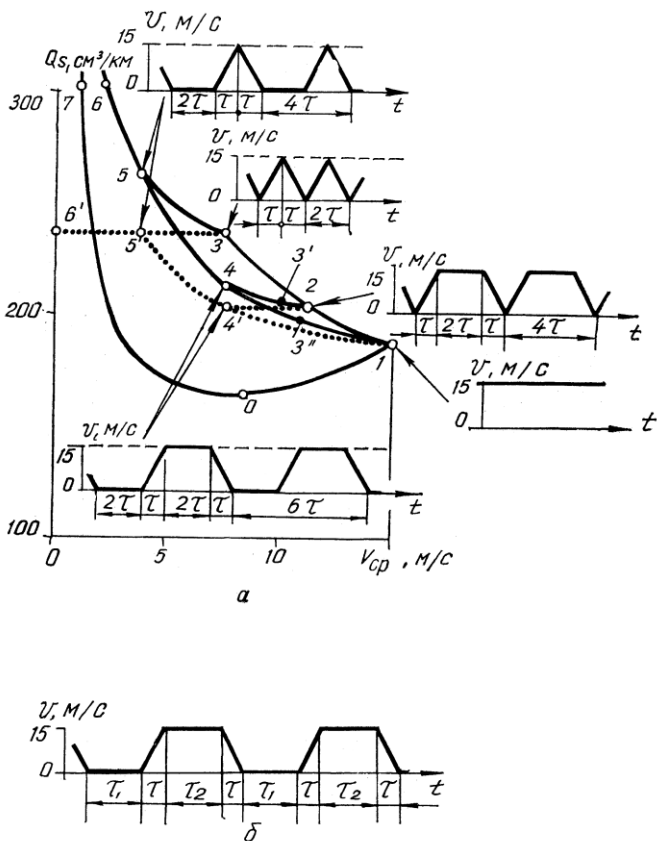


Рис. 3.1. Топливная экономичность автомобиля при различных программах движения.

если бы двигатель отключался еще и при торможении автомобиля.

Необходимость выключения двигателя при длительных остановках автомобиля закономерна и ничем не лимитирована, кроме как возможностью повторного запуска двигателя при заданном состоянии окружающей среды. Кратковременные же остановки двигателя и последующие его запуски должны осуществляться специальными системами, позволяющими поддерживать заданный уровень комфортабельности езды на автомобиле, обеспечивать минимальные затраты энергии в системе запуска. Таковой, например, является система «стоп—старт» [72, 73] (рис. 3.2,

где *ДВС* — двигатель внутреннего сгорания; *СЦ1*, *СЦ2* — сцепления; *I_М* — инерционная масса, маховик; *КП* — коробка передач; *МК* — микрокомпьютер). Режимы движения автомобиля водитель управляет, воздействуя на педаль управления подачей топлива в двигатель, рычаг переключения передач и педаль управления тормозной системой. Функции управления сцеплениями *СЦ1* и *СЦ2* возложены на систему «стоп—старт»:

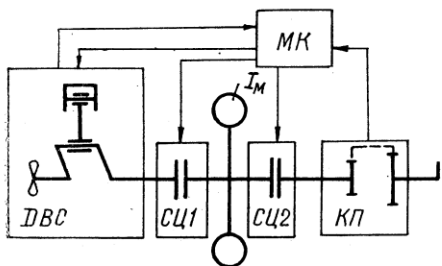


Рис. 3.2. Схема системы «стоп—старт».

автоматически выключается в момент приложения водителем усилия к рычагу переключения передач; сцепление *СЦ1* выключается в тот момент, когда водитель снимает ногу с педали управления подачей топлива. Когда оба сцепления выключены, управляющий микрокомпьютер отключает подачу топлива в двигатель. Свободно вращаясь, инерционная масса *I_М* некоторое время сохраняет накопившуюся в процессе движения автомобиля кинетическую энергию. В момент нажатия на педаль подачи топлива автоматически включается сцепление *СЦ1* и инерционная масса *I_М* раскручивает двигатель. Одновременно включаются все системы, которые обеспечивают питание двигателя.

Из рис. 3.1, *a* также следует, что при снижении производительности циклического транспортного процесса (при уменьшении $V_{ср}$) одновременно падает и его экономичность. При одинаковых значениях $V_{ср}$ величина Q_s для циклического процесса движения автомобиля может быть существенно большей Q_s для равномерного движения, причем в тем большей степени, чем меньше $V_{ср}$. Сопоставляя, скажем, циклические процессы движения, соответствующие точкам 3, 4 и 4', с процессом равномерного движения при том же значении величины $V_{ср}$, можно подсчитать, что цикличность движения порождает увеличение значений Q_s соответственно на 44,29 и 23%.

Режимы движения автомобиля с постоянной скоростью можно соотнести с режимами неравномерного движения следующим образом.

Для любых функций $f=f(t)$ и $g=g(t)$ справедливо так называемое неравенство Буняковского

$$\left(\int_{T_0}^{T_1} fgdt \right)^2 \leq \int_{T_0}^{T_1} f^2 dt \int_{T_0}^{T_1} g^2 dt, \quad T_0 < T_1,$$

которое превращается в равенство только тогда, когда $af(t) \equiv \equiv bg(t)$ (a , b — постоянные, из которых по крайней мере одна

отлична от нуля). Если $f(t) \equiv 1$, $g(t) = ds(t)/dt$, то неравенство Буняковского имеет вид

$$\left(\int_{T_0}^{T_1} \frac{ds}{dt} dt \right)^2 \leq \int_{T_0}^{T_1} dt \int_{T_0}^{T_1} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 dt. \quad (3.1)$$

Разделив левую и правую части (3.1) на величину

$$\int_{T_0}^{T_1} \frac{ds}{dt} dt \int_{T_0}^{T_1} dt = (S_1 - S_0)(T_1 - T_0),$$

получим

$$\frac{S_1 - S_0}{T_1 - T_0} = \frac{\int_{T_0}^{T_1} \frac{ds}{dt} dt}{\int_{T_0}^{T_1} dt} \leq \frac{\int_{T_0}^{T_1} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 dt}{\int_{T_0}^{T_1} \frac{ds}{dt} dt}, \quad (3.2)$$

где S_0, S_1 — значения функции $s(t)$ при $t=T_0, t=T_1$.

Допустим, что s — проходимый автомобилем путь, t — время, $ds/dt = v$ — скорость автомобиля. Тогда из неравенства (3.2) вытекает, что средняя по времени (истинно средняя) скорость V_{cp} автомобиля всегда меньше средней скорости $V_{s\,cp}$ по пути:

$$V_{cp} = \frac{S_1 - S_0}{T_1 - T_0} < \frac{\int_{S_0}^{S_1} v ds}{S_1 - S_0} = V_{s\,cp}. \quad (3.3)$$

Исключением является тот случай, когда $a \equiv bv(t)$. Таким образом, только при равномерном движении автомобиля неравенству (3.3) противопоставляется равенство $V_{cp} = V_{s\,cp}$.

Связь между величинами V_{cp} и $V_{s\,cp}$ для рассмотренных на рис. 3.1, а режимов движения автомобиля иллюстрирует рис. 3.3. Сопоставляя, например, режимы движения автомобиля, которым соответствуют точки $3, 3'$ и $3''$ при одном и том же значении величины $V_{cp}/V_{s\,cp} = 0,75$ (рис. 3.3), можно отметить, что более производительный режим (которому соответствует большее значение V_{cp}) одновременно является и более экономичным (ему соответствует меньшее значение величины Q_s , рис. 3.1, а).

Неравенству (3.2), если считать массу M автомобиля и груза в процессе их перемещения неизменной, можно придать более содержательный смысл:

$$E_{cp} = \frac{\int_{T_0}^{T_1} \frac{Mv^2}{2} dt}{T_1 - T_0} = \frac{MV_{s\,cp}^2}{2} \geq \frac{MV_{cp}^2}{2},$$

где $E_{ср}$ — средняя кинетическая энергия автомобиля и перевозимого груза. Итак, в процессе неравномерного движения массы автомобиля и груза всегда располагают большей кинетической энергией, а значит, неравномерное движение всегда более энергоемкое.

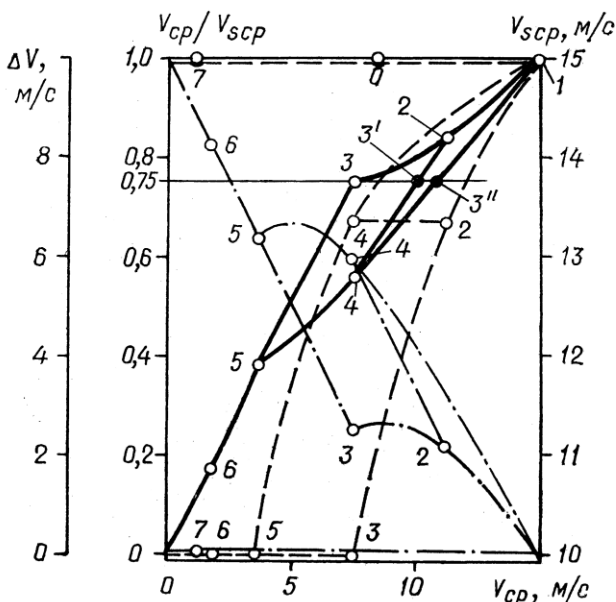


Рис. 3.3. Диаграмма, отражающая взаимосвязь истинно средней скорости автомобиля и средней скорости по пути:

$V_{ср}/V_{срп}(V_{ср})$ — сплошные линии; $V_{ср}/V_{ср}$ — штриховые; $V_{ср}/V_{ср} - V_{ср} = \Delta V(V_{ср})$ — штрихпунктирные.

3.2. Оптимизация транспортного цикла

Рассмотрим элементарный цикл движения автомобиля «разгон—движение с постоянной скоростью—накат—торможение», осуществляемый на участке S дороги за время T [14]. Считаем известными программы разгона $j_p = j_p(t)$, наката $j_n = j_n(t)$ и торможения $j_t = j_t(t)$ автомобиля ($j = dv/dt$ — ускорение или замедление; v — скорость).

Расход топлива транспортной машиной при реализации цикла протяженностью S за время T определяется по формуле

$$\begin{aligned}
 Q_{ц} &= Q_p(V_p) + Q_{tn}(t_2 - t_1) + Q_{tx}(T - t_2) = \\
 &= \int_0^{V_p} \frac{Q_{tp}}{j_p} dv + Q_{tn}(t_2 - t_1) + Q_{tx}(T - t_2), \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

где $Q_p(v_p)$ — расход топлива за период разгона автомобиля до скорости $v=V_p$; Q_{tp} — скорость расхода топлива при разгоне автомобиля; Q_{tn} — скорость расхода топлива при движении автомобиля с постоянной скоростью $v=V_p$; t_1 — момент завершения фазы разгона; t_2 — момент переключения фазы движения с постоянной скоростью на фазу наката; Q_{tx} — скорость расхода топлива при работе силовой установки на холостом ходу в процессе реализации автомобилем фаз наката и торможения.

Параметры цикла связаны между собой соотношениями

$$S = \int_0^{V_p} \frac{v}{j_p} dv + V_p(t_2 - t_1) + \int_{V_p}^{V_T} \frac{v}{j_H} dv + \int_{V_T}^0 \frac{v}{j_T} dv; \quad (3.5)$$

$$T = t_2 + \int_{V_p}^{V_T} \frac{1}{j_H} dv + \int_{V_T}^0 \frac{1}{j_T} dv; \quad (3.6)$$

$$t_1 = \int_0^{V_p} \frac{1}{j_p} dv. \quad (3.7)$$

При заданных параметрах S , T и заданных программах $j_p(t)$, $j_H(t)$, $j_T(t)$ движения машины оптимизация цикла сводится к решению задачи математического программирования, в которой определению подлежат параметры, характеризующие моменты перехода с одной фазы движения машины на другую.

Вводя множители Лагранжа Ψ_S и Ψ_T , задачу (3.7) минимизации функционала (3.4) при условиях (3.5)–(3.7) сводим к задаче безусловной минимизации функции

$$\begin{aligned} \bar{Q}_u = & Q_p + Q_{tn} \left(t_2 - \int_0^{V_p} \frac{1}{j_p} dv \right) + Q_{tx} (T - t_2) + \\ & + \Psi_S \left[\int_0^{V_p} \frac{v}{j_p} dv + V_p \left(t_2 - \int_0^{V_p} \frac{1}{j_p} dv \right) + \int_{V_p}^{V_T} \frac{v}{j_H} dv + \right. \\ & \left. + \int_{V_T}^0 \frac{v}{j_T} dv - S \right] + \Psi_T \left(t_2 + \int_{V_p}^{V_T} \frac{1}{j_H} dv + \int_{V_T}^0 \frac{1}{j_T} dv - T \right). \quad (3.8) \end{aligned}$$

Необходимыми условиями минимума функции (3.8) являются равенства нулю ее частных производных по переменным V_T , t_2 и V_p :

$$\frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial V_T} = (\Psi_T + \Psi_s V_T) \left(\frac{1}{j_n(V_T)} - \frac{1}{j_T(V_T)} \right) = 0; \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial t_2} = Q_{tn} - Q_{tx} + \Psi_T + \Psi_s V_p = 0; \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial V_p} = \frac{\partial Q_p}{\partial V_p} + \frac{\partial Q_{tn}(V_p)}{\partial V_p} (t_2 - t_1) - Q_{tn}(V_p) \frac{1}{j_p(V_p)} - \\ - \Psi_T \frac{1}{j_n(V_p)} + \Psi_s \left(t_2 - t_1 - \frac{V_p}{j_n(V_p)} \right) = 0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Элиминируя из соотношений (3.9)–(3.11) множители Лагранжа Ψ_T и Ψ_s , получаем условие оптимальности

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_p(V_p)}{\partial V_p} - Q_{tn}(V_p) \frac{1}{j_p(V_p)} + \frac{\partial Q_{tn}(V_p)}{\partial V_p} (t_2 - t_1) + \\ + (Q_{tn}(V_p) - Q_{tx}) \frac{1}{j_n(V_p)} - (Q_{tn}(V_p) - Q_{tx}) \frac{t_2 - t_1}{V_p - V_T} = 0, \end{aligned}$$

из которого можно определить параметр

$$V_T = V_p - \frac{Q_{tn}(V_p) - Q_{tx}}{\frac{\partial Q_{tn}(V_p)}{\partial V_p} + \frac{\frac{\partial Q_p(V_p)}{\partial V_p} - Q_{tn}(V_p) \frac{1}{j_p(V_p)} + (Q_{tn}(V) - Q_{tx}) \frac{1}{j_n(V_p)}}{t_2 - t_1}}. \quad (3.12)$$

Как следует из выражения (3.12), оптимальное значение скорости автомобиля в момент переключения с фазы наката на фазу торможения зависит от многих параметров, в том числе и от времени движения машины с постоянной скоростью. Величина V_T тем больше, чем меньше $t_2 - t_1$; при отсутствии фазы движения с постоянной скоростью ($t_2 - t_1 = 0$) отсутствует и фаза наката ($V_T = V_p$). Отсюда следует, что с точки зрения экономии топлива циклы движения автомобиля «разгон—накат—торможение» никогда не являются оптимальными. Вместе с тем, если допустить, что продолжительность движения с постоянной скоростью весьма большая $t_2 - t_1 \rightarrow \infty$; $T \rightarrow \infty$, то оптимальное решение зависит только от топливно-экономических характеристик движения автомобиля с постоянной скоростью и от экономичности холостой работы силового привода, ибо выражение (3.12) принимает вид

$$V_T = V_p - \frac{Q_{tn}(V_p) - Q_{tx}}{\frac{\partial Q_{tn}(V_p)}{\partial V_p}}.$$

Исключая из уравнений (3.4) — (3.7) величины t_1 и t_2 , получаем

$$Q_{\Pi} = \int_0^{V_p} \frac{Q_{tp}}{j_p} dv + \frac{Q_{tn}}{V_p} \left(S - \int_0^{V_p} \frac{v}{j_p} dv - \int_{V_p}^{V_T} \frac{v}{j_H} dv - \int_{V_T}^0 \frac{v}{j_T} dv \right) + \\ + Q_{tx} \left(\int_{V_p}^{V_T} \frac{1}{j_H} dv + \int_{V_T}^0 \frac{1}{j_T} dv \right); \quad (3.13)$$

$$T = \int_0^{V_p} \frac{1}{j_p} dv + \int_{V_p}^{V_T} \frac{1}{j_H} dv + \int_{V_T}^0 \frac{1}{j_T} dv + \\ + \frac{1}{V_p} \left(S - \int_0^{V_p} \frac{v}{j_p} dv - \int_{V_p}^{V_T} \frac{v}{j_H} dv - \int_{V_T}^0 \frac{v}{j_T} dv \right). \quad (3.14)$$

На основании равенств (3.13) и (3.14), учитывая (3.5), (1.16), вычисляем производные

$$\frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_p} = (t_2 - t_1) \left[\frac{\partial Q_{tn}(V_p)}{\partial V_p} - \frac{Q_{tn}(V_p)}{V_p} \right] + \\ + \frac{1}{j_p(V_p)} [Q_{tp}(V_p) - Q_{tn}(V_p)] + \frac{1}{j_H(V_p)} [Q_{tn}(V_p) - Q_{tx}]; \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial T}{\partial V_p} = -\frac{1}{V_p} (t_2 - t_1); \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_T} = \left(Q_{tn}(V_p) \frac{V_T}{V_p} - Q_{tx} \right) \left(\frac{1}{j_T(V_T)} - \frac{1}{j_H(V_T)} \right); \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial T}{\partial V_T} = \left(\frac{1}{j_T(V_T)} - \frac{1}{j_H(V_T)} \right) \left(\frac{V_T}{V_p} - 1 \right). \quad (3.18)$$

Из равенств (3.16) и (3.18) следует, что $\partial T / \partial V_p \leq 0$ и $\partial T / \partial V_T \leq 0$. Поэтому увеличение значений параметров V_T и V_p всегда способствует уменьшению T и, следовательно, увеличению производительности транспортного цикла (наибольшая производительность цикла, естественно, имеет место при $t_2 = t_1$ и $V_T = V_p$). Если выражение (3.15) удовлетворяет неравенству $\partial Q_{\Pi} / \partial V_p < 0$, то это значит, что увеличение V_p способствует одновременно повышению и производительности, и топливной экономичности автомобиля. Поэтому выбор значения V_p , при котором $\partial Q_{\Pi} / \partial V_p < 0$, нельзя оправдать, как и невозможно оправдать выбор значения V_T , при котором $\partial Q_{\Pi} / \partial V_T < 0$.

С помощью производных (3.15)—(3.18) можно определить еще одну производную

$$\begin{aligned} \frac{dQ_{\Pi}}{dV_p} &= \frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_p} + \frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_T} \frac{dV_T}{dV_p} = \frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_p} - \frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_T} \frac{\partial T}{\partial V_p} = \\ &= (t_2 - t_1) \left[\frac{\partial}{\partial V_p} (Q_{tn}(V_p) - Q_{ix}) - \frac{1}{1 - \frac{V_T}{V_p}} \cdot \frac{Q_{tn}(V_p) - Q_{ix}}{V_p} \right] + \\ &+ \frac{1}{j_p(V_p)} (Q_{tp}(V_p) - Q_{tn}(V_p)) + \frac{1}{j_n(V_p)} (Q_{tn}(V_p) - Q_{ix}). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Равенство нулю производной (3.19) есть условие оптимальности транспортного цикла. Оно выделяет либо наиболее экономичный цикл из всех циклов с заданной производительностью, либо наиболее производительный цикл из всех тех, которые можно осуществить при заданном расходе топлива. Однако удовлетворяющий условию $dQ_{\Pi}/dV_p=0$ транспортный цикл можно признать оптимальным только в том случае, если соблюдаются неравенства

$$\frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_p} \geq 0, \quad \frac{\partial Q_{\Pi}}{\partial V_T} \geq 0. \quad (3.20)$$

Нарушение хотя бы одного из этих неравенств означает, что к автомобилю предъявлены чересчур слабые требования (задан слишком низкий уровень производительности либо на реализацию цикла выделено чрезмерно большое количество топлива). Неравенства (3.20) могут не соблюдаться, например, в том случае, когда для технологических перевозок на территории промышленного предприятия при жестких ограничениях на скорость перемещения используется весьма скоростной автомобиль.

3.3. Топливные характеристики циклического движения автомобиля

При анализе топливной экономичности автомобиля в транспортных циклах, осуществляемых на дорогах с постоянным уклоном профиля, в качестве исходной информации могут быть заданы: программа разгона ($v=v_p(t)$ или $v=v_p(s)$); характеристика наката ($v=v_n(t)$ или $v=v_n(s)$); программа торможения ($v=v_T(t)$ или $v=v_T(s)$); топливная характеристика разгона ($Q=Q_p(V_p)$), отражающая зависимость количества топлива, расходуемого автомобилем за период разгона с места, от конечной скорости разгона V_p ; топливная характеристика установившегося движения ($Q_i=Q_{tn}(V_p)$); скорость расхода топлива двигателем на холос-

том режиме ($Q_t = Q_{tx}$). На основании этой информации можно построить так называемую топливную характеристику циклического движения автомобиля, пример которой для автобуса ЛАЗ-4202 представлен на рис. 3.4.

Характеристика — это серия графиков $Q_{ц} = Q_{ц}(V_p)$, каждый из которых соответствует определенным значениям параметров S и T (рис. 2.4, а). Например кривая abc отражает расход топлива на множестве вариаций цикла протяженностью $S = 700$ м

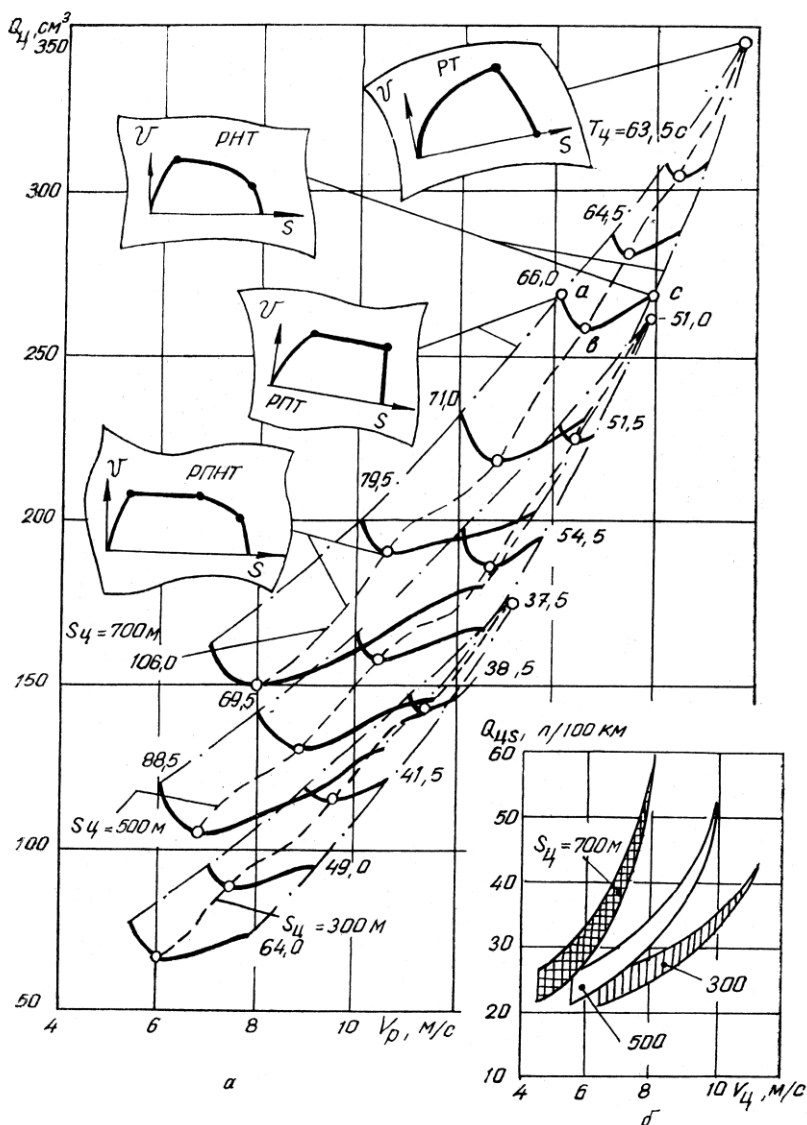


Рис. 3.4. Топливная характеристика циклического движения автобуса,

и продолжительностью $T=66$ с; точка a соответствует циклу $РПТ$ (разгон—движение с постоянной скоростью—торможение), точка c — циклу $РНТ$ (разгон—накат—торможение), а все другие точки линии $a\beta c$ —циклам $РПНТ$ (разгон—движение с постоянной скоростью—накат—торможение); точка b отражает наименьший расход топлива, который соответствует некоторому оптимальному циклу $РПНТ$ при заданных $S=700$ м, $T=66$ с. При достаточно большом значении T точки криволинейного отрезка bc помимо

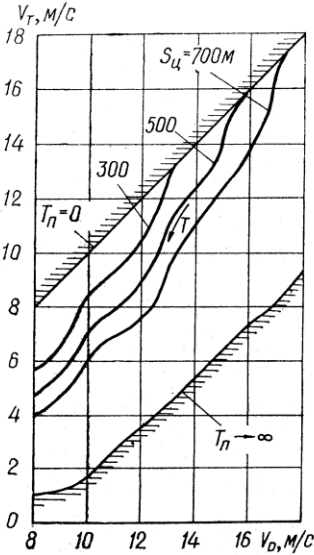


Рис. 3.5. Координаты моментов переключения фаз движения.

циклов $РПНТ$ могут отражать также и циклы $РПН$ (разгон—движение с постоянной скоростью—накат); в этом случае точка c соответствует циклу $РН$ (разгон—накат).

Из характеристики циклического движения автобуса следует, что при фиксированных значениях параметров S и T расход топлива $Q_{ц}$ может изменяться весьма существенно в зависимости от того, какая вариация цикла реализуется (та или иная вариация цикла определяется значением параметра V_p). Диапазоны изменения расхода топлива на всем множестве возможных при $S=700; 500; 300$ м вариаций цикла иллюстрирует рис. 3.4, б ($V_{ц}=S/T$, $Q_{цs}=Q_{ц}/S$). Легко заметить, что при неудачном выборе параметра V_p цикла перерасход топлива может превышать 20%; возможные перерасходы топлива тем выше, чем меньше средняя скорость $V_{ц}$ движения автобуса в цикле.

Оптимальным циклом движения автобуса при заданных $S=300; 500; 700$ м соответствуют точки пунктирных линий топливной характеристики (рис. 3.4, а). Эти линии отражают оптимальные соотношения между параметрами T , V_p при каждом из рассмотренных значений параметра S . С использованием формулы (3.12) и той же исходной информации, на основании которой строилась топливная характеристика, можно определить оптимальную взаимосвязь между скоростью V_T начала фазы торможения и скоростью V_p конца фазы разгона (рис. 3.5).

Из рис. 3.5 следует, что по мере роста величины S скорость V_T начала фазы торможения при любом из значений V_p уменьшается. Она уменьшается и с увеличением значений параметра T при неизменном S . Однако фаза торможения никогда не может исчезнуть вообще ($V_T \neq 0 \forall S, T$). Более детальный анализ топливных характеристик циклического движения автомобиля позволяет выявить и другие весьма важные закономерности рационального использования режимов торможения. Не имея возможности на этом останавливаться, отметим только следующее.

Известно, что при увеличении интенсивности торможения уменьшаются затраты энергии на реализацию рабочего цикла машины [10]. Оказывается, что увеличение интенсивности процесса торможения при любых значениях параметров S и T приводит также и к экономии топлива. При заданном значении параметра S интенсификация процесса торможения автомобиля способствует экономии топлива тем больше, чем меньше значение параметра T ; изменение расхода топлива в зависимости от интенсивности торможения автомобиля носит гиперболический характер: при возрастании среднего замедления $j_{\text{ср}}$ расход топлива сначала заметно снижается, а затем степень его снижения начинает постепенно уменьшаться.

Изучение топливных характеристик циклического движения автомобилей дает возможность выявить оставшиеся по той или иной причине без внимания резервы экономии топлива и наметить основные направления повышения эффективности транспортных процессов.

3.4. Топливная экономичность автомобиля при импульсном управлении двигателем

Импульсное управление двигателем порождает импульсное изменение скорости движения автомобиля. Анализ целесообразности использования импульсных режимов движения автомобиля будем вести, отпавляясь от так называемых скользящих режимов, которые обычно представляют интерес в связи с желанием выделить оптимизируемую систему абсолютно новыми свойствами [44, 46], а также в связи с отсутствием оптимума в классе обычных управлений [52].

Рассмотрим организацию скользящих режимов (рис. 3.6). Допустим, задана некоторая программа $v=v(t)$ изменения скорости движения автомобиля (рис. 3.6, *a*). Произвольным образом задав нижнюю $v^-(t) < v(t)$ и верхнюю $v^+(t) > v(t)$ границы допустимого отклонения реализуемой программы движения автомобиля от заданной, попытаемся воссоздать некоторый участок ab программы $v=v(t)$, используя только фазу разгона $v=v_p(t)$ и фазу замедления автомобиля $v=v_s(t)$ ($dv_p/dt > dv/dt$, $dv_s/dt < dv/dt$ (под замедлением подразумеваем либо движение накатом, либо торможение двигателем, тормозами)). Начиная с точки a в системе координат $t-v$ (рис. 3.6, *a*) скорость автомобиля в режиме разгона рано или поздно достигнет границы $v^+(t)$ (точка c_1). Если в этот момент перевести движение автомобиля в режим замедления, то через некоторое время его скорость достигнет нижней границы $v^-(t)$ (точка c_2). Тогда необходимо перейти снова на режим разгона и т. д. Границы $v^-(t)$ и $v^+(t)$ можно подобрать таким образом, что в результате конечного числа разгонов и замедлений новая импульсная программа движения автомобиля $ac_1c_2\dots$ точно попадает в заданную точку b и ее можно считать не-

которым воспроизведением участка ab исходной программы $v = v(t)$.

Однако точность воспроизведения может показаться неудовлетворительной. Тогда необходимо задать новые границы $v^-(t)$ и $v^+(t)$ допустимых отклонений реализуемой скорости движения так, чтобы разность $\Delta v^*(t) = v^+(t) - v^-(t)$ всюду на рассматриваемом отрезке времени стала меньше. В результате отклонения импульсной программы движения от исходной уменьшатся,

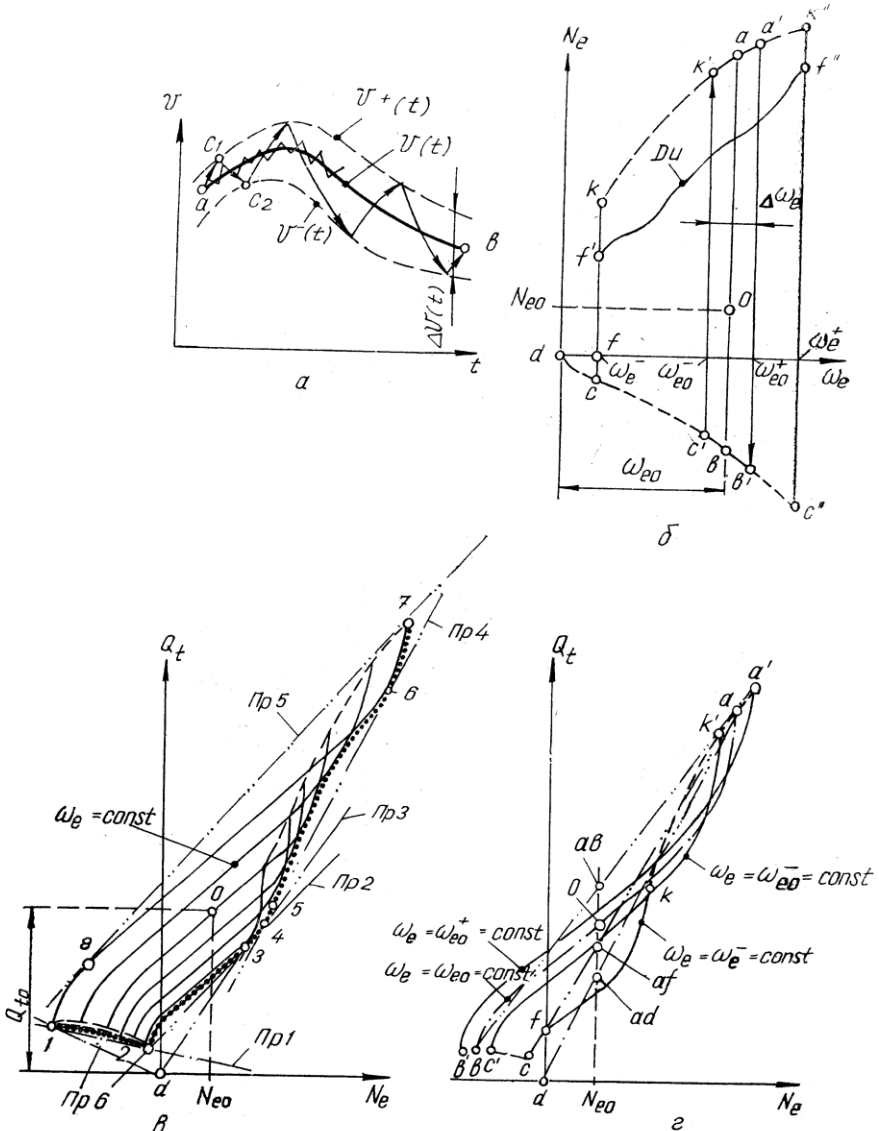


Рис. 3.6. Скользящие режимы.

но возрастает частота переключений с режима разгона на режим замедления, и наоборот. Очевидно, что в пределе при $\Delta v^*(t) \rightarrow 0$ частота переключений режимов возрастает до бесконечности, а точность воспроизведения программы $v=v(t)$ станет абсолютной. Именно такой идеализированный импульсный режим движения автомобиля называем скользящим (несмотря на то что в каждый момент времени автомобиль движется либо по программе $v=v_p(t)$, либо по программе $v=v_3(t)$, на самом деле как бы происходит скольжение вдоль программы $v=v(t)$, явно не совпадающей с программами $v=v_p(t)$ и $v=v_3(t)$).

Скользящий режим движения автомобиля может быть реализован только при соответствующем скользящем управлении системой «двигатель—трансмиссия». Сосредоточим теперь внимание на скользящих режимах работы двигателя внутреннего сгорания, считая, что он работает совместно с механической трансмиссией, снабженной идеальным мгновенно включающимся и выключающимся фрикционным сцеплением. Именно в случае механической трансмиссии анализ эффективности скользящих режимов движения автомобиля становится наиболее простым из-за жесткой взаимосвязи между скоростными режимами двигателя и автомобиля при включенном сцеплении.

Пусть режим $R_0(\omega_{e0}, N_{e0})$ работы двигателя внутреннего сгорания (рис. 3.6, б), которому соответствует скорость расхода топлива $Q_{t0}=Q_t(\omega_{e0}, N_{e0})$ (рис. 3.6, в), обеспечивает некоторый заданный режим движения машины. Режиму R_0 (точка O на рис. 3.6, б, в, г) противопоставим скользящий режим, обеспечивающий точно такой же режим движения машины.

Рассмотрим релейное управление двигателем, осуществляемое по контуру $aa'b'bc'k'$ (рис. 3.6, б, г), когда основную долю времени двигатель работает на внешних режимах, соответствующих участкам $k'a'$, $b'c'$ контура. При таком управлении колебание скорости вращения $\Delta\omega_e$ вала двигателя есть конечная величина. Если же $\Delta\omega_e = \omega_{e0}^+ - \omega_{e0}^- \rightarrow 0$ и частота релейного переключения бесконечно возрастает, то возникает скользящий режим [15]. Когда на режимах a, b $N_e = N_e(R_a)$, $N_e = N_e(R_b)$, $Q_t = Q_t(R_a)$, $Q_t = Q_t(R_b)$, то на возникающем скользящем режиме

$$N_e(R_{ab}) = \varphi N_e(R_a) + (1 - \varphi) N_e(R_b), \quad Q_t(R_{ab}) = \varphi Q_t(R_a) + (1 - \varphi) Q_t(R_b). \quad (3.21)$$

Здесь $0 \leq \varphi \leq 1$ — доля времени, в течение которого двигатель работает на режиме R_a .

При $N_e(R_{ab}) = N_e(R_0) = N_{e0}$ расход топлива $Q_t = Q_t(R_{ab})$ для рассматриваемого случая превосходит величину $Q_t = Q_t(R_0)$. Следовательно, скользящему режиму R_{ab} необходимо предпочесть нескользящий режим R_0 . Использование режима R_{ab} нецелесообразно еще и потому, что работа двигателя в течение конечного промежутка времени на тормозном режиме R_b сопровождается диссипацией энергии.

Более эффективным скользящим режимом является режим R_{af} , соответствующий релейному управлению двигателем по контуру $abcjka$ ($Q_t(R_{af}) < Q_t(R_0)$, рис. 3.6, *з*). В этом случае скольжение происходит на режимах R_a и R_f , причем R_f соответствует холостому ходу двигателя при отключенной трансмиссии и $\omega_e = \min \omega_e = \omega_e^-$. Если в число возможных режимов работы двигателя включить стоповый режим, то скользящий режим R_{ad} , который можно реализовать по контуру $abcdjka$, более экономичен ($Q_t(R_{ad}) < Q_t(R_{af})$).

Итак, введение скользящих режимов позволяет существенно расширить множество режимов работы двигателя, повышая одновременно экономичность системы «двигатель—трансмиссия».

В общем случае расширенное множество режимов является выпуклой оболочкой множества обычных режимов работы двигателя. Выпуклую оболочку можно построить посредством линейных операций (3.21), считая, что R_a и R_b — произвольные режимы из множества D возможных (на рис. 3.6, *б* множество D есть множество точек (ω_e, N_e) , расположенных внутри и на границе области, охватываемой замкнутой линией $c''bcfkak''c''$; в системе координат $N_e—Q_t$ (рис. 3.6, *в*) нижней границей множества D является точечная линия — нижняя огибающая нагрузочной характеристики). На рис. 3.6, *в* показаны выпуклая оболочка $\text{conv } D$ множества D и выпуклая оболочка $\text{conv } (D \cup R_d)$ множества $D \cup R_d$. Оболочка $\text{conv } D$ графически представляет собой замкнутое множество точек (Q_t, N_e) , границей которого является отрезок 1—2 прямой $Пр1$, отрезок 2—3 прямой $Пр2$, отрезок 3—4—5 нижней огибающей, отрезок 5—6 прямой $Пр3$, отрезки 6—7 и 1—8 кривой $Q_t = Q_t(N_e)$ при $\omega_e = \omega_e^+$, отрезок 7—8 прямой $Пр5$; оболочка $\text{conv } (D \cup R_d)$ есть замкнутое множество, границей которого являются отрезки 1— d , d —4, 5—6, 7—8 соответствующих прямых $Пр6$, $Пр3$, $Пр4$, $Пр5$, отрезок 4—5 нижней огибающей и отрезки 6—7 и 1—8 топливной характеристики $Q_t = Q_t(N_e)$ при $\omega_e = \omega_e^+$ (точки 1—8 являются точками касания прямых $Пр1, \dots, Пр6$ к нагрузочной характеристике двигателя).

Для анализа потенциальных свойств системы «двигатель—трансмиссия» особый интерес представляют нижние грани характеристики двигателя (нижняя огибающая кривая, показанная на рис. 3.6, *в* точками), оболочки $\text{conv } D$ (кривая 1—7), оболочки $\text{conv } (D \cup R_d)$ (кривая 1 d 4—7).

Таким образом, средством предельного улучшения топливной экономичности машины в классическом смысле является идеальная трансмиссия, которая всякий режим движения машины (при различных значениях N_e) обеспечивает при работе двигателя на режимах, соответствующих нижней грани множества D . Это означает, что множество D возможных режимов работы двигателя вырождается в множество D_u (рис. 3.6, *б*, линия $c''b'bc'cff'f''k''$).

Использование скользящих режимов позволяет в еще большей степени улучшить топливную экономичность машины ($Q_t(1d4 \dots$

$7) \leq Q_t$ (1 23...8) $\leq Q_t^*(N_e)$ (рис. 3.6, б, $Q_t = Q_t(N_e)$ — уравнение нижней огибающей). Как видим, исследование и разработка средств реализации скользящих или близких к ним импульсных режимов раскрывает новые возможности повышения топливной экономичности автомобилей. Чем больше свойства реальных трансмиссий отличаются от свойств идеальной, тем более эффективным оказывается использование скользящих режимов.

Каждый обычный режим можно трактовать как частный случай скользящего (при $\varphi=0$ или $\varphi=1$ формулы (3.21), например, определяют параметры N_e , Q_t обычного режима работы двигателя). Отбор же наилучших режимов из расширенного за счет введения скользящих режимов множества является как бы средством исправления недостатков характеристик системы «двигатель—трансмиссия». Он позволяет сравнительно легко установить условия, при которых нецелесообразно использовать импульсные режимы движения автомобиля [16] (где невыгодны идеализированные скользящие режимы, там невыгодны и реальные импульсные).

Допустим, необходимо обеспечить движение автомобиля в нетормозном режиме с некоторой постоянной скоростью $v(t) = v_0$. Если трансмиссия автомобиля механическая, то и вал двигателя, реализующего нетормозной (неотрицательный) крутящий момент $M_e \geq 0$, в этом случае должен вращаться с некоторой постоянной скоростью $\omega_e(t) = \omega_{e0}$. На рис. 3.7 представлены различные ситуации, в которых скользящие режимы либо выгодны, либо невыгодны в зависимости от способа их организации и типа нагрузочной характеристики двигателя (точки m , g , h , h^- , O , t , τ^- , τ отражают характерные режимы работы двигателя: внешний режим работы, на котором реализуется наибольший крутящий момент $M_e = M_e^+$; частичный режим $M_e = M_{eg}$ минимального удельного расхода топлива; холостой режим $M_e = 0$ при заданной скорости $\omega_e = \omega_{e0}$ вращения вала двигателя; холостой режим $M_e = 0$ при минимальной устойчивой скорости $\omega_e = \omega_e^-$ вращения вала двигателя; мгновенный стоповый режим с отключением подачи топлива; внешний тормозной режим $M_e = M_{et}$; условные тормозные режимы $M_e = M_{et1}$, $M_e = M_{et2}$, $M_e = M_{et3}$, $M_e = M_{et}$).

Рассмотрим сначала различные способы организации скользящих режимов движения вала двигателя с постоянной скоростью $\omega_e(t) = \omega_{e0}$ при одной и той же нагрузочной характеристике $Q_t = Q_t(M_e, \omega_{e0})$, характер протекания которой определяют неравенства $\partial Q_t / \partial M_e > 0$, $\partial^2 Q_t / \partial M_e^2 \geq 0$ (рис. 3.7).

Скользящие режимы можно организовать без отключения трансмиссии от двигателя с использованием обычных тяговых режимов, соответствующих участку hgm топливной характеристики (рис. 3.7, а). Расширенное множество режимов в данном случае соответствует заштрихованной области $hgmh$. Если к числу обычных режимов, на основе которых формируются скользящие, добавить тормозные режимы, соответствующие участку ht характеристики двигателя, то можно добиться еще большего рас-

ширения множества возможных тяговых режимов (область *hgmah*). Однако как в первом, так и во втором варианте расширения множества возможных режимов работы двигателя при любом $M_e \geq 0$ любому скользящему режиму можно противопоставить обычный, отличающийся большей топливной экономично-

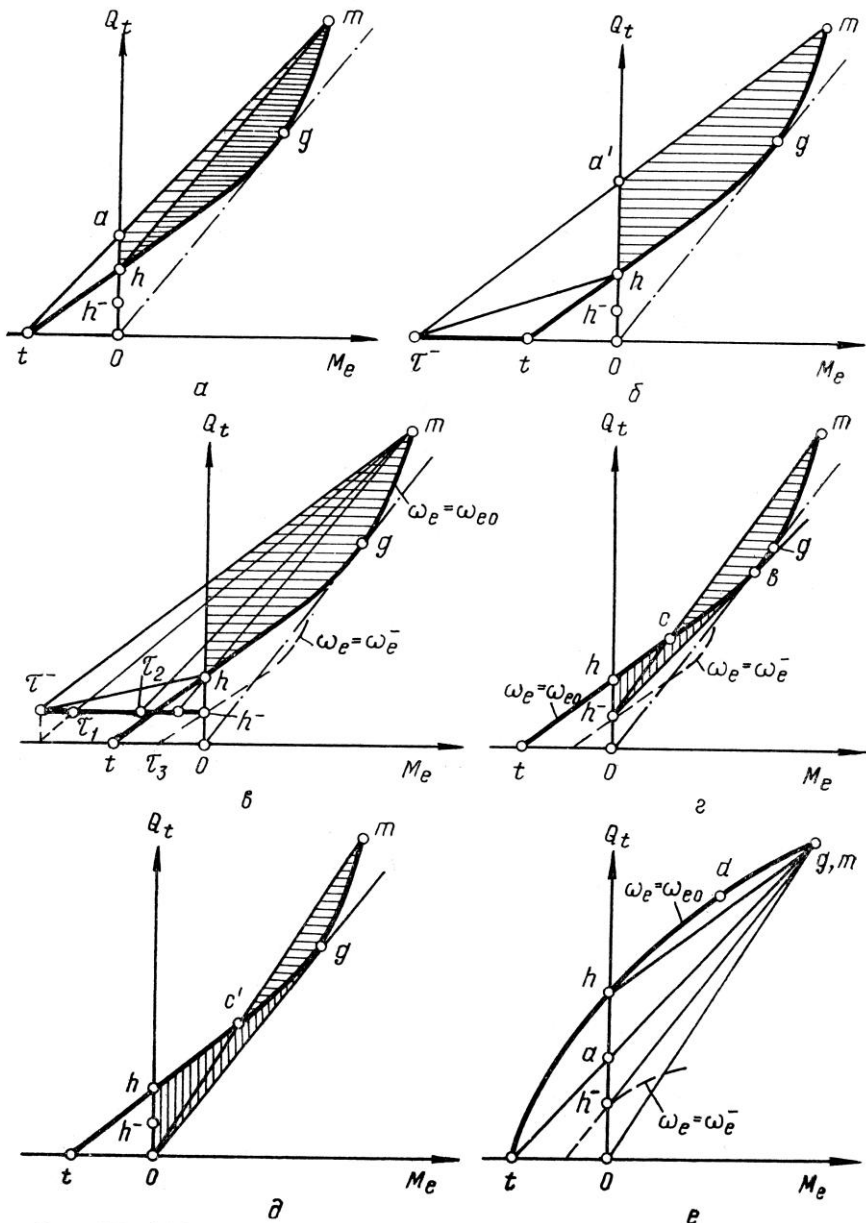


Рис. 3.7. Эффективность скользящих режимов в различных ситуациях.

стью (в самом деле, нижней границей областей $hgmh$ $hgma$ является участок hgm топливной характеристики $Q_t = Q_t(M_e, \omega_{e0})$). Допустим, что процессы замедления при импульсном движении автомобиля (рис. 3.6, *a*) осуществляются с использованием основной тормозной системы. Совместную работу двигателя и основной тормозной системы без отключения трансмиссии можно проанализировать на основе характеристики двигателя с дополнительным участком $h\tau^-$ (рис. 3.7, *б*), условно отражающим эффект работы основной тормозной системы автомобиля. Чем больше условный тормозной момент $M_e = M_{e\tau}^-$, тем большего расширения множества скользящих режимов можно достигнуть на основе обычных режимов, показанных на рис. 3.7, *б* точечной линией hgm и точкой τ' (или всеми точками отрезка τ^-t прямой линии). Тем не менее никакого положительного эффекта от этого получить не удастся (нижняя граница области $hgma'h$ совпадает с участком hgm топливной характеристики).

Допустим теперь, что основная тормозная система в процессе организации режима замедления при импульсном движении автомобиля функционирует только при отключенной от двигателя трансмиссии (например, посредством выключения сцепления). Тогда условную характеристику двигателя иллюстрирует рис. 3.7, *в* (для того чтобы в скользящем режиме переход с некоторого обычного режима, отражаемого определенной точкой линии hgm , через обычный режим холостого хода, отражаемый точкой h^- , на условный тормозной режим, отражаемый точкой τ^- , происходил мгновенно, необходимо формально разделить двигатель свойствами безынерционности; отражаемый точкой h^- режим холостого хода соответствует минимальной скорости вращения вала двигателя $\omega_e = \omega_e^-$ и отличается меньшей скоростью расхода топлива $Q_t(M_e, \omega_e) = Q_t(0, \omega_e^-)$, чем отражаемый точкой h холостой режим $(M_e, \omega_e) = (0, \omega_{e0})$, для которого $Q_t = Q_t(0, \omega_{e0})$. Формируемые на основе условного тормозного режима $M_e = M_{e\tau}^-$ и обычных тяговых режимов $M_e \geq 0$ скользящие режимы по сравнению с ранее рассмотренными образуют наиболее широкое множество. Однако каждому скользящему тяговому режиму при любом $M_{e0} \geq 0$ можно противопоставить эквивалентный по значению M_e , но более экономичный обычный режим.

Из проведенного анализа следует, что импульсные режимы движения автомобиля, процессы замедления в которых осуществляются посредством торможения двигателем, тормозами или одновременно тормозами и двигателем, всегда оказываются нецелесообразными. При несколько меньшем тормозном эффекте, реализуемом при отключении трансмиссии от двигателя ($M_e = M_{e\tau 1}^- < M_{e\tau}^-$, рис. 3.7, *в*), можно добиться такого расширения режимов, которое достигается за счет режимов торможения одновременно и двигателем, и тормозами без отключения трансмиссии (рис. 3.7, *б*); при еще меньших тормозных эффектах ($M_e = M_{e\tau 2}, M_e = M_{e\tau 3} < M_{e\tau 2}$, рис. 3.7, *в*) результаты расширения ре-

жимов становятся такими же, как в случаях формирования скользящих режимов на основе всех обычных режимов (область $hgmah$, рис. 3.7) или на основе только обычных тяговых режимов (область $ghmh$); и лишь при весьма малых тормозных эффектах ($M_{etz} < M_{et} \leq 0$) появляется возможность формирования множества скользящих режимов, лучших по топливной экономичности, чем обычные. При $M_t = 0$ это множество является наиболее широким и содержит самые экономичные при данном способе формирования скользящие режимы, отражаемые отрезком $h-b$ прямой, касательной в точке b к характеристике $thbgm$ (рис. 3.7, z , неэкономичные скользящие режимы принадлежат области $cbgmc$, а экономичные — области $h-bchh$).

Итак, импульсное движение автомобиля, в котором процессы замедления осуществляются накатом при отключенной трансмиссии и холостой работе двигателя с минимальной скоростью $\omega_e = \omega_e^-$ вращения его вала, оказывается целесообразным при малых нагрузках на двигатель. Для рассмотренной на рис. 3.7, z ситуации большой нагрузкой, например, является та, которая для осуществления заданной программы $v(t) = v_0$ движения автомобиля требует от двигателя реализации крутящего момента $M_{eb} \leq M_e = M_{e0} \leq M_{em}$ (M_{eb} — крутящий момент, соответствующий точке b топливной характеристики при заданном $\omega_e = \omega_{e0}$). В общем случае наименьшие значения крутящего момента M_e , соответствующие так называемой большой нагрузке, определяются наименьшими значениями величины $g_{ef} = (Q_t - Q_{tx}) / (M_e \omega_e)$ (Q_{tx} — скорость расхода топлива двигателем на холостом режиме ($M_e, \omega_e) = (0, \omega_e^-)$). В целом же множество всех режимов, реализуемых двигателем при нагрузках, которые названы большими, аналитически можно выделить неравенством

$$\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t + Q_{tx} \geq 0. \quad (3.22)$$

Очевидно, что наибольший положительный эффект достигается тогда, когда для формирования скользящих режимов вместо холостого используется так называемый стоповый режим работы двигателя, показанный на рис. 3.7 точкой O . Формально стоповый режим — это тот же холостой, но с нулевой скоростью расхода топлива. При $Q_{tx} \rightarrow 0$ область $h-bchh$ экономичных скользящих и область $cbgmc$ нерациональных режимов (рис. 3.7, z) трансформируются соответственно в области $Qgc'hO$ и $c'gmc'$. Наиболее экономичные скользящие режимы работы двигателя в этом случае отражаются точками отрезка Og прямой, касательной в точке g к характеристике $Q_t = Q_t(M_e, \omega_{e0})$ двигателя. Использование этих скользящих режимов целесообразно в более широком диапазоне нагрузок на двигатель, чем в случае, представленном на рис. 3.7, z . Идеальным скользящим режимом, а тем более реальным импульсным, заведомо никогда не может быть отдано предпочтение при нагрузках, требующих от двигателя реализации достаточно больших крутящих моментов $M_{eg} \leq$

$\leq M_e \leq M_{em}$ (значения этих моментов определяются неравенством (3.22) при $Q_{tx}=0$).

Эффективность импульсных режимов движения автомобиля во многом определяется особенностями топливной характеристики двигателя. Если бы, например, нагрузочная характеристика имела выпуклость вверх, когда $\partial^2 Q_t / \partial M_e^2 < 0$ (рис. 3.7, *e*), то скользящие режимы оказались бы более экономичными по сравнению с обычными практически при любом из рассмотренных выше способов их организации. Исключение, пожалуй, составили бы те скользящие режимы движения автомобиля, процессы замедления в которых осуществляются посредством тормозов при реализации чересчур большого тормозного эффекта. При противопоставлении областей $hmdh$, $amdha$, $h-mdhah^-$, $Omdhah-O$ (рис. 3.7, *e*) соответственно областям $hgmh$, $hgma$ (рис. 3.7, *a*), $h-bgmchh^-$ (рис. 3.7, *z*) и $Ogmc'hO$ (рис. 3.7, *d*), каждый раз, в сущности, противопоставляется определенное множество, содержащее исключительно экономичные режимы, соответствующему множеству режимов, среди которых либо вообще нет экономичных, либо таковые содержатся наряду с неэкономичными. Такая характеристика двигателя отражает в себе очень низкий уровень его совершенства. В самом деле, для любого двигателя вполне естественным и закономерным является то обстоятельство, что при заданном значении величины ω_e приращение реализуемой мощности требует дополнительных затрат топлива ($\partial Q_t / \partial M_e > 0$), и при этом всякое новое приращение мощности не может обходиться «дешевле» предыдущего ($\partial^2 Q_t / \partial M_e^2 \geq 0$). В данном же случае все как раз наоборот, и это не может не сказаться отрицательно на правомочности некоторых выводов, вытекающих из анализа свойств системы «двигатель—трансмиссия—автомобиль». Так, из двух двигателей, обладающих примерно одинаковыми значениями к. п. д. на внешних режимах, потенциально за счет введения скользящих режимов более экономичным является тот, у которого выше номинальная мощность. Следовательно, при выборе двигателя для автомобиля, в конструкции которого предусмотрена возможность реализации импульсных режимов движения, близких к скользящим и поэтому мало снижающих комфортабельность езды, предпочтение должно быть отдано двигателю как можно большей мощности; роль весомых ограничений в этом случае играют масса и габариты двигателя, возможность передачи больших крутящих моментов через трансмиссию без ее разрушения, сцепные свойства колесных движителей и т. п.

Рассмотренный пример дает достаточно оснований для того, чтобы импульсные и скользящие режимы работы двигателя и соответствующие им режимы движения автомобиля считать средством уменьшения или даже устранения недостатков реальной системы «двигатель—трансмиссия—автомобиль». Их можно также принять в качестве средств идентификации несовершенства системы: если скользящие, а тем более импульсные, режимы движения автомобиля оказываются эффективными в тех или иных

условиях, то это свидетельствует о вполне реальных резервах совершенствования системы. В частности, существование экономичных скользящих режимов у двигателя, характеристика которого удовлетворяет условию $\partial^2 Q_t / \partial M_e^2 \geq 0$ (рис. 3.7, δ), указывает на то, что несовершенство двигателя из-за внутренних потерь проявляется примерно в такой же степени, в какой скользящие режимы экономичнее равноценных по крутящему моменту обычных режимов. Введение скользящих режимов как бы исправляет нагрузочную характеристику двигателя в диапазоне крутящих моментов $0 \leq M_e < M_{eg}$, преобразовывая ее в линейную $Q_t = g_{em} \omega_e M_e$, проходящую через начало системы координат (g_{em} — минимальный удельный расход топлива при заданном значении $\omega_e = \omega_{e0}$ скорости вращения вала двигателя). При этом удельный расход топлива для всех $0 \leq M_e \leq M_{eg}$ при заданном ω_e становится одинаковым и равным его минимальному возможному значению g_{em} .

Нетрудно заметить, что при анализе эффективности скользящих режимов работы двигателя во многих суждениях так или иначе обособленно фигурируют три подмножества возможных обычных режимов: подмножество режимов, аналитически выделяемое соотношениями

$$M_e \geq 0, \quad \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t < 0; \quad (3.23)$$

подмножество режимов, близких к внешним и идентифицируемых неравенствами

$$M_e \leq M_e^+ (\omega_e), \quad \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t \geq 0; \quad (3.24)$$

и, наконец, подмножество тормозных режимов ($M_e < 0$). Режимы (3.23) противопоставляются относительно малой нагрузке* на двигатель; для каждого из них существует альтернатива — более экономичный скользящий режим. Именно в связи с этим при относительно малых в среднем нагрузках на двигатель можно ставить вопрос о целесообразности использования импульсных режимов движения автомобиля. Режимы (3.24) реализуются при достаточно больших нагрузках на двигатель. Они более экономичны по сравнению с любым равноценным по крутящему моменту скользящим режимом. Поэтому импульсные режимы движения автомобиля, при реализации которых двигатель вынужден работать на режимах (3.24), заведомо окажутся неэкономичными. (Интересно, что в дальнейшем при оптимизации совместной работы двигателя и трансмиссии с режимами (3.24) не раз придется столкнуться как с оптимальными).

Тормозные режимы $M_e < 0$, как показал анализ, с точки зрения организации импульсного движения автомобиля не представ-

* Относительно малая нагрузка в самом деле мала лишь относительно: одна и та же нагрузка двигателем достаточно большой мощности воспринимается как небольшая, а для двигателя определено меньшей мощности она же может оказаться большой.

ляют никакого интереса. Кроме того, они отражают определенный уровень внутренних потерь в двигателе. Поэтому стремление снизить затраты мощности на привод вспомогательных агрегатов (обслуживающих систему питания, смазки, охлаждения и т. д.), уменьшение насосных потерь в двигателе и сил трения в кинематических парах его механизмов направлены, в сущности, на устранение тормозного эффекта в двигателе как определенно отрицательного явления. Конечно, совершенствуя двигатель, тормозной эффект можно сохранить с помощью специальных устройств, срабатывающих только при отрицательных по значению нагрузках. И если, учитывая такую возможность, все же попытаться обосновать целесообразность использования в некоторых случаях режимов торможения двигателем, исходя из соображений, далеких от проблемы топливной экономичности автомобиля, то снова придется столкнуться с весьма серьезным возражением. Значительно более сложная конструкция двигателя по сравнению с конструкцией тормозных устройств автомобиля отражает существенно большую техническую сложность проблемы продуцирования механической работы по сравнению с проблемой рассеивания механической энергии. Поэтому вряд ли оправданно возложение функций тормоза на более дорогое устройство — двигатель, а также и то, что сосредоточенному износу пар трения в тормозах предпочитается рассредоточенный износ деталей двигателя, предполагающий использование заведомо более дорогих технологий для поддержания работоспособности автомобиля и при его ремонте.

3.5. Циклическое движение автомобиля и минимальное противодействие среды

Существует закономерная связь между режимами движения автомобиля в цикле и энергией, затрачиваемой непосредственно на преодоление внешних сил сопротивления среды [59]. Ее изучение представляет такой же интерес, как и изучение влияния программ движения автомобиля на его топливную экономичность, ибо рациональная организация транспортного цикла, обеспечивающая минимум работы сил противодействия среды, предопределяет наиболее существенную часть экономии работоспособности (эксергии) расходуемого двигателем автомобиля топлива.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления движением автомобиля в цикле [10]. Автомобиль должен переместить груз или самого себя на заданное расстояние S за время T . Необходимо определить особенности программы $v=v(t)$ изменения скорости автомобиля, обеспечивающей минимальные затраты энергии

$$E = \int_0^T P_{\partial} v dt, \quad (3.25)$$

где P_∂ — движущая сила, условно приложенная непосредственно к поступательно перемещающейся массе автомобиля; $v \geq 0$ — скорость перемещения автомобиля ($v(0) = v(T) = 0$).

Движение автомобиля опишем уравнениями

$$\frac{ds}{dt} = v; \quad \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m_j} [P_\partial - P_\tau - P_c(v, s)], \quad (3.26)$$

где s — текущее перемещение центра поступательно движущихся масс автомобиля ($s(0) = 0$; $s(T) = S$); $m_j = \text{const}$ — инерционная масса автомобиля; P_τ — активная тормозящая сила, условно приложенная непосредственно к массе автомобиля; $P_c(v, s)$ — общая сила сопротивления среды (пассивная тормозящая сила, определяемая главным образом сопротивлением дороги качению колес и противодействием окружающего воздуха). Значения активных сил P_∂ и P_τ ограничены или возможностями системы «двигатель—трансмиссия—рабочие тормоза», или сцепными возможностями колес автомобиля на заданном дорожном покрытии. Однако для того чтобы на результатах решения сформулированной выше оптимизационной задачи конструкция автомобиля, его параметры и характеристики отразились в как можно меньшей степени, на силы P_∂ и P_τ наложим ограничения в виде неравенств

$$0 \leq P_\partial \leq P_{\partial m}, \quad 0 \leq P_\tau \leq P_{\tau m}, \quad (3.27)$$

где $P_{\partial m} = \text{const}$ и $P_{\tau m} = \text{const}$.

Следуя теории оптимальных процессов, введем в рассмотрение функцию

$$\begin{aligned} H &= - \frac{dE}{dt} + \Psi_v \frac{dv}{dt} + \Psi_s \frac{ds}{dt} + \Psi_t = \\ &= - P_\partial v + \frac{\Psi_v}{m_j} [P_\partial - P_\tau - P_c(v, s)] + \Psi_s v + \Psi_t = 0, \end{aligned} \quad (3.28)$$

где $\{\Psi_v, \Psi_s, \Psi_t\}$ — решение системы уравнений

$$\frac{d\Psi_v}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial v}, \quad \frac{d\Psi_s}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial s}, \quad \frac{d\Psi_t}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (3.29)$$

Функцию (3.28) можно представить также в виде

$$H = \Psi_\partial P_\partial + \Psi_\tau P_\tau + \Psi_0, \quad (3.30)$$

подразумевая под переменными Ψ_∂ , Ψ_τ , Ψ_0 выражения

$$\begin{aligned} \Psi_\partial &= \frac{\Psi_v}{m_j} - v, \quad \Psi_\tau = - \frac{\Psi_v}{m_j} = - (\Psi_\partial + v); \\ \Psi_0 &= \Psi_t + \Psi_s v - \Psi_v \frac{P_c(v, s)}{m_j}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Оптимальными в смысле минимума критерия (3.25) могут быть признаны только такие программы $P_\partial = P_\partial(t)$, $P_\tau = P_\tau(t)$ управления автомобилем, которые максимизируют функцию (3.30) без нарушения ограничений (3.27). Для многих комбинаций условий, определяющих знаки перемещенных Ψ_∂ и Ψ_τ (табл. 3.1), легко установить те значения величин P_∂ и P_τ , которым формально соответствуют максимальные значения функции (3.30) при соблюдении ограничений (3.27). В отдельных же

Т а б л и ц а 3.1

Условия формального максимума функции (3.30)

Знаки величин Ψ_∂, Ψ_τ	Значения величин P_∂, P_τ
1. $\Psi_\partial > 0; \Psi_\tau < 0$	$P_\partial = P_{\partial m}; P_\tau = 0$
2. $\Psi_\partial = 0; \Psi_\tau < 0$	$P_\partial - ?; P_\tau = 0$
3. $\Psi_\partial < 0; \Psi_\tau = 0$	$P_\partial = 0; P_\tau - ?$
4. $\Psi_\partial < 0; \Psi_\tau < 0$	$P_\partial = 0; P_\tau = 0$
5. $\Psi_\partial < 0; \Psi_\tau > 0$	$P_\partial = 0; P_\tau = P_{\tau m}$
6. $\Psi_\partial = \Psi_\tau = 0$	$P_\partial - ?; P_\tau - ?$
7. $\Psi_\partial = 0; \Psi_\tau > 0$	$P_\partial - ?; P_\tau = P_{\tau m}$
8. $\Psi_\partial > 0; \Psi_\tau > 0$	$P_\partial = P_{\partial m}; P_\tau = P_{\tau m}$
9. $\Psi_\partial > 0; \Psi_\tau = 0$	$P_\partial = P_{\partial m}; P_\tau - ?$

случаях необходим более подробный анализ с использованием помимо функции (3.30) еще и других соотношений, описывающих оптимальное движение автомобиля. В то же время некоторые из приведенных в табл. 3.1 случаев вообще недопустимы.

Из выражений (3.31) следует, что условия 7, 8, 9 (табл. 3.1) не совместимы с соотношением $v(t) \geq 0$. Из этих же выражений следует, что при $\Psi_\partial(t) = \Psi_\tau(t) = 0$ (условие 6) имеет место тождество $v(t) \equiv 0$, подстановка которого в уравнения (3.26) приводит к равенству $P_\partial - P_\tau = P_c(0, s) = \text{const}$. Режим управления $P_\partial - P_\tau = P_c(0, s)$ направлен на то, чтобы удерживать автомобиль в неподвижном состоянии на некотором наклонном участке дороги. А так как в автомобиле предусмотрено специальное стояночное тормозное устройство, то в дальнейшем считаем $P_\partial = P_\tau = 0$.

Рассмотрим теперь подробнее условия 2, при которых $P_\tau = 0$. Согласно уравнениям (3.29) и (3.28)

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_v}{dt} &= P_\partial + \frac{\Psi_v}{m_j} \frac{\partial P_c(v, s)}{\partial v} - \Psi_s; \\ \frac{d\Psi_s}{dt} &= - \frac{\Psi_v}{m_j} \frac{\partial P_c(v, s)}{\partial s}, \quad \Psi_t(t) = \text{const}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Уравнение $\Psi_{\delta}=0$ и первое из (3.31) приводят к равенству $\Psi_v = m_j v$, результатом подстановки которого в первое из уравнений (3.32) является выражение

$$\Psi_s = P_c(v, s) + \frac{\partial P_c(v, s)}{\partial v} v,$$

которое позволяет записать (3.28) в виде

$$\frac{\partial P_c(v, s)}{\partial v} v^2 + \Psi_t = 0. \quad (3.33)$$

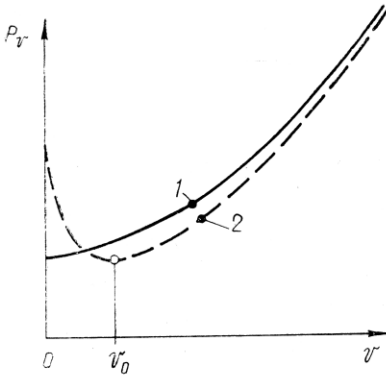


Рис. 3.8. Характер влияния скорости автомобиля на противодействие среды.

Природа сил противодействия среды аддитивна

$$P_c(v, s) = P_v(v) + P_s(s). \quad (3.34)$$

Поэтому равенство (3.33) идентифицирует движение автомобиля с некоторой постоянной скоростью $v(t) = \text{const}$, значение которой можно определить из уравнения

$$\frac{\partial P_v(v)}{\partial v} v^2 + \Psi_t = 0, \quad (3.35)$$

где $\Psi_t = \text{const}$ (3.32). Постоянство же скорости движения обеспечивается при управлении

$$P_{\delta} = P_c(v, s). \quad (3.36)$$

Обеспечивающее соотношение (3.35) управление (3.36) является особым, так как необходимое условие максимума функции (3.28) ($\partial H / \partial P_{\delta} = 0$) выполняется не в силу самого решения (3.36), а в силу того, что $\partial H / \partial P_{\delta} = \Psi_{\delta}(t) \equiv 0$. Для более конкретной оценки оптимальности решения (3.36) вычисляем величину

$$\frac{\partial}{\partial P_{\delta}} \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial H}{\partial P_{\delta}} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_v} \left[\frac{\partial^2 H_0}{\partial v^2} \left(\frac{\partial H_1}{\partial v} - \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_v} \right) + \frac{\partial^2 H_0}{\partial v} \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_v} \frac{\partial H_1}{\partial v} \right],$$

где $H_1 = \partial H / \partial P_{\delta}$ и $H_0 = H - H_1 P_{\delta}$. Учитывая равенство (3.34) и принимая во внимание, что в данном случае $P_{\tau}(t) \equiv 0$ и $\Psi_v = m_j v$, получаем

$$\frac{\partial}{\partial P_{\delta}} \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial H}{\partial P_{\delta}} = \frac{1}{m_j} \left[\left(1 + \frac{1}{m_j} \right) \frac{\partial^2 P_v(v)}{\partial v^2} v + \frac{1}{m_j} \frac{\partial P_v(v)}{\partial v} \right]. \quad (3.37)$$

Зависимость силы P_v от скорости автомобиля либо строго монотонно возрастает (кривая 1, рис. 3.8), либо монотонно падает при скорости автомобиля, не превышающей некоторого значения $v = v_0$, и монотонно возрастает при $v > v_0$ (кривая 2). Причем если $v > v_0$, то наиболее правдоподобно

$$\frac{\partial^2 P_v(v)}{\partial v^2} \geq 0, \quad \frac{\partial P_v(v)}{\partial v} > 0.$$

Поэтому можно утверждать, что при достаточно больших скоростях движения ($v(t) > v_0$) величина (3.37) всегда положительна. А это свидетельствует о соблюдении условия Г. Келли оптимальности особого управления $P_\partial = P_c$.

Приведенные в табл. 3.1 условия 3, при которых $P_\partial(t) \equiv 0$, определяют еще одно особое управление $P_\tau = P_\tau(t)$. Если $\Psi_\tau(t) \equiv 0$, то и $\Psi_v(t) \equiv 0$ (см. (3.31)). Тогда из первого уравнения (3.32), а также из (3.28) следует $\Psi_s(t) \equiv 0$, $\Psi_t(t) \equiv 0$. В итоге рассматриваемая оптимизационная задача вырождается, теря-

Т а б л и ц а 3.2

**Оптимальные режимы управления движением
автомобиля в цикле**

Режим управления	Фаза движения авто- мобиля	Дополнительные условия
1. $P_\partial = P_{\partial m}$; $P_\tau = 0$	Разгон	$\Psi_\partial > 0$; $\Psi_\tau < 0$
2. $P_\partial = P_c(v, s)$; $P_\tau = 0$	Движение с постоянной скоростью	$\Psi_\partial = 0$; $\Psi_\tau < 0$
3. $P_\partial = P_\tau = 0$	Свободное движение (накат)	$\Psi_\partial < 0$; $\Psi_\tau < 0$
4. $P_\partial = 0$; $P_\tau = P_{\tau m}$	Торможение	$\Psi_\partial < 0$; $\Psi_\tau > 0$
5. $P_\partial = 0$; $P_\tau = 0$; включена стояночная тормозная система	Стоянка	$\Psi_\partial = \Psi_\tau = 0$

ет смысл. Кроме того, согласно (3.32) величина Ψ_t постоянна на всем отрезке времени $0 \leq t \leq T$. Следовательно, если принимать во внимание условие 3, то необходимо положить $\Psi_t(t) = 0 \forall t \in [0, T]$. Это возможно только в том случае, если время T , отводимое на реализацию транспортного цикла, заранее не задано, что, однако, противоречит условиям задачи.

Из всех рассмотренных режимов управления автомобилем интерес представляют лишь приведенные в табл. 3.2. Таким образом, оптимальный транспортный цикл не должен включать в себя никаких других процессов разгона и торможения, кроме экстремальных $P_\partial(t) = P_{\partial m}$, $P_\tau(t) = P_{\tau m}$. Снижение же интенсивности процессов разгона и торможения приводит только к росту энергетических затрат на преодоление сил противодействия среды. Известно, что на участках дороги с постоянным сопротивлением качению колес транспортной машины оптимальным с точки зрения энергетических затрат является движение с постоянной скоростью [12]. Однако движение с постоянной скоростью является энергетически экономным и для автомобиля, осуществляющего транспортный цикл на дороге с любой переменной профилем. Для подавляющего большинства транспортных машин свободное движение (накат, выбег) является эффективным средством утилизации части потенциальной и кинетической энергии, накоплен-

ной перемещающимися массами их деталей [19, 24, 33, 37, 41, 45, 47, 51]. В этом отношении не является исключением и автомобиль, осуществляющий транспортные циклы на дороге переменного профиля.

На рис. 3.9 представлены несколько транспортных циклов, реализуемых на дороге переменного профиля $H=H(s)$ (H — отклонение точки профиля от некоторой горизонтальной линии, принятой за нулевую). Каждый из этих циклов сформирован с

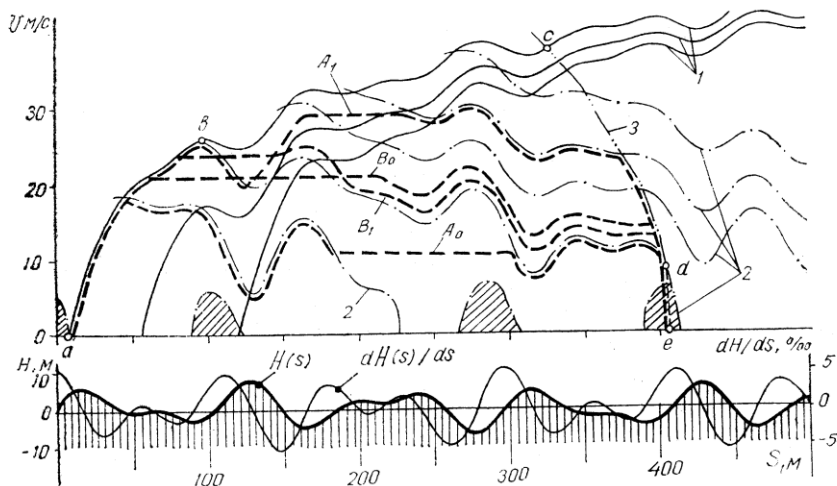


Рис. 3.9. Транспортные циклы при оптимальных режимах управления: 1 — разгон; 2 — накат; 3 — торможение (через заштрихованные области процессы наката проходить не могут).

использованием только оптимальных режимов управления, приведенных в табл. 3.2. Наименее динамичным является транспортный цикл A_0 . И если он удовлетворяет предъявляемым требованиям по производительности (обеспечивает перемещение машины на заданное расстояние S в течение необходимого промежутка времени T), то таковыми же, в принципе, можно считать и циклы A_1 , B_0 , B_1 , $abcde$. В самом деле, для всех перечисленных циклов параметр S одинаков, а для того чтобы обеспечить время реализации всех других транспортных циклов, достаточно в начале и(или) в конце заданного участка пути организовать стоянку машины в течение необходимого промежутка времени $T_c = T - T_\theta \geq 0$ (T_θ — время движения в том или ином цикле).

Таким образом, используя лишь информацию об оптимальных режимах управления движением машины, можно, в принципе, синтезировать бесконечное число циклов, гарантирующих заданные значения параметров T , S , и тем самым удовлетворяющих условиям оптимизационной задачи. Иначе говоря, определение оптимальных режимов управления позволяет отказаться от очень большого числа циклов как заведомо неоптимальных, но не дает

возможности количество оставшихся циклов, среди которых имеет смысл искать оптимальные, измерить конечным числом.

Однако в некоторых случаях для синтеза транспортных циклов, близких в той или иной степени к оптимальным, достаточно знать только оптимальные режимы управления. Пусть, например, доказано, что из-за дороговизны введение в систему управления машиной специальных автоматических устройств нецелесообразно. Тогда необходимо учитывать, что все функции по управлению полностью возлагаются на водителя, и, имея в виду ограниченные избирательные способности человека-оператора, следует свести к минимуму количество переключений управлений.

Наиболее просто водителю воссоздать транспортный цикл $abcde$, требующий одного переключения (рис. 3.9; переключение происходит в точке b с режима разгона* на режим торможения). Однако этот цикл является экстремальным по быстродействию (динамичности, производительности), поэтому, естественно, далек от энергетически оптимального. На практике водитель способен воспроизводить с достаточно высокой степенью точности (при соответствующих навыках) транспортный цикл более сложной структуры с тремя переключениями: экстренный разгон—движение с постоянной скоростью — накат—экстренное торможение. На рис. 3.9 показаны два таких квазиоптимальных по структуре транспортных цикла, обеспечивающих перемещение машины на одно и то же расстояние за одинаковое время. Множество таких квазиоптимальных по структуре циклов бесчисленно. Однако задача синтеза программы оптимального управления машиной и оптимального цикла сводится здесь уже к определению только двух оптимальных параметров — скорости установившегося движения ($v(t) = V_y = \text{const}$) и момента T_n перехода на режим наката. Определение при заданных T и S оптимальных величин V_y и T_n представляет собой новую оптимизационную задачу, решать которую следует методами математического программирования, а не методами теории оптимальных процессов [11, 13, 25].

Энергетический аспект проблемы рационального использования автомобилей, автобусов, автопогрузчиков в теоретическом плане требует значительно более точных сведений об оптимальных программах движения машин, чем в плане практических приложений. Некоторые дополнительные сведения можно получить непосредственно из анализа уже рассмотренных условий оптимальности. Обратимся, в частности, к уравнению (3.35). Так как величина Ψ_t принимает одно и то же значение в любой момент $0 \leq t \leq T$ реализации транспортного цикла, то решение $v(t) = v(\Psi_t) = \text{const}$ этого же уравнения никак не определяется условия-

* Необходимо иметь в виду, что даже при реализации экстремальных тяговых усилий машина на отдельных участках дороги с особенно крутыми подъемами может двигаться только с замедлением. Термин «режим разгона» здесь обозначает такое движение автомобиля, при котором скорость машины становится за определенный промежуток времени большей, но при этом не обязательно, чтобы она возрастала в каждый текущий момент времени.

ми движения автомобиля. Следовательно, в транспортном цикле, который претендует называться оптимальным, при отсутствии ограничений не должно быть даже двух участков движения с постоянными во времени, но различными по величине скоростями. Например, программу движения, в которой к моменту времени $t = \tau_k$ используются режимы движения с постоянными скоростями $v_1(t) = V_{y1}$ и $v_2(t) = V_{y2} \neq V_{y1}$ (рис. 3.10, а), сразу можно оценить как неоптимальную. Если же скорости движения на указанных участках программы уравнивать ($v_1(t) = v_2(t) = V_{y0}$), обеспечивая равенство заштрихованных площадей ΔS_1 , ΔS_2 и тем самым сохраняя прежней величину пути, проходимого автомобилем к моменту $t = \tau_k$, то указанный признак неоптимальности исчезает.

Допустим, что в некоторый отрезок времени $[\tau_0, \tau_1]$ реализуется программа движения автомобиля $v = v(t)$ с неоднократным использованием режимов разгона, наката и движения с постоянной скоростью $v(t) = V_y$ (рис. 3.10, б). Особенностью такой программы является высокая неравномерность движения (максимальная скорость V_m значительно превышает скорость установившегося движения $v(t) = V_y$). Возникает вопрос, не способствует ли снижение степени неравномерности движения экономии энергии? Если это так, то исходной программе следует предпочесть программу, содержащую только один участок постоянной скорости $v = V_{y0}$ (на рис. 3.10, б выравнивание программы $v = v(t)$ произведено таким образом, чтобы площади заштрихованных областей удовлетворяли равенству $\Delta S_1 + \Delta S_2 - \Delta S_3 = 0$; это позволяет сохранить прежнее значение расстояния, проходимого автомобилем к моменту $t = \tau_1$).

Поскольку $P_\tau(t) \equiv 0$ в любой момент $t \in [\tau_0, \tau_1]$ (режимы торможения не используются), то, исходя из второго уравнения (3.26), критерий, определяющий эффективность рассматриваемого отрезка программы $v = v(t)$ можно записать в виде

$$\Delta E = \int_{\tau_0}^{\tau_1} P_\partial v dt = \int_{\tau_0}^{\tau_1} \left[m_j \frac{dv}{dt} + P_c(v, s) \right] dt. \quad (3.38)$$

Расстояния, проходимые автомобилем к моментам времени $t = \tau_0$, $t = \tau_1$, как и соответствующие этим моментам скорости движения, считаем заданными: $s(\tau_0) = S_0$, $s(\tau_1) = S_1$; $v(\tau_0) = V_0$, $v(\tau_1) = V_1$. Тогда, преобразовывая с учетом равенства (3.34) выражение (3.38)

$$\Delta E = \frac{m_j (V_1^2 - V_0^2)}{2} + \int_{S_0}^{S_1} P_s(s) ds + \int_{\tau_0}^{\tau_1} v P_v(v) dt,$$

заметим, что только одна составляющая

$$\Delta E' = \int_{\tau_0}^{\tau_1} v P(v) dt = \int_{\tau_0}^{\tau_1} N_v(v) dt \quad (3.39)$$

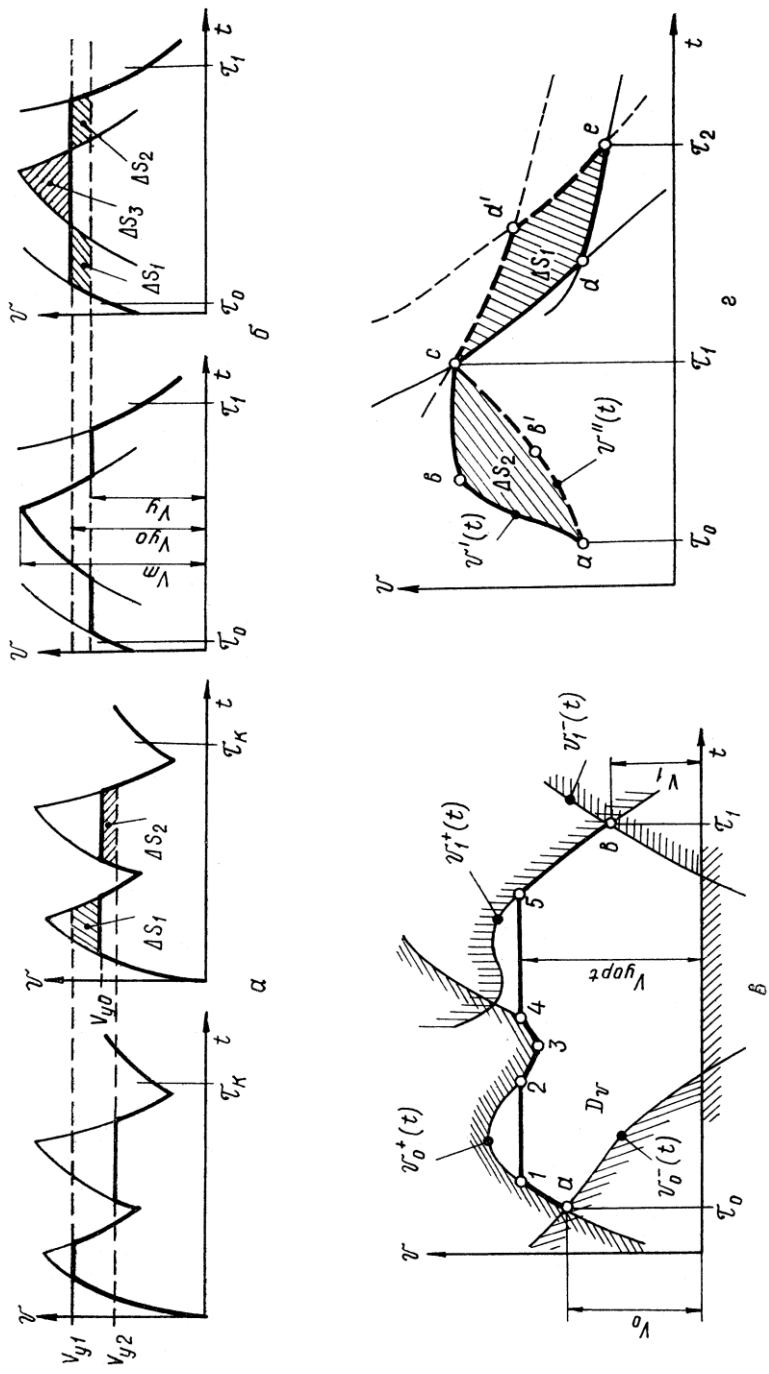


Рис. 3.10. Оптимальность—неоптимальность программ движения автомобиля.

критерия оптимальности ΔE зависит от вариаций программы $v = v(t)$ движения автомобиля.

Сформулируем следующую оптимизационную задачу. Необходимо определить функции $v = v(t)$ и $s = s(t)$, удовлетворяющие соотношениям $v(\tau_0) = V_0$, $v(\tau_1) = V_1$, $s(\tau_0) = S_0$,

$$s(\tau_1) = S_1, \quad \frac{ds}{dt} = v;$$

$$0 \leq v^-(t) \leq v(t) \leq v^+(t) \quad (3.40)$$

и обеспечивающие минимальное значение величине (3.39). Следуя теории оптимальных процессов, сконструируем функцию

$$H = -N_v(v) + \Psi_s v + \Psi_t, \quad (3.41)$$

в которой дополнительные переменные должны удовлетворять дифференциальным уравнениям

$$\frac{d\Psi_s}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial s} = 0; \quad \frac{d\Psi_t}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial t} = 0.$$

Из этих дифференциальных уравнений в силу предполагаемой непрерывности функций $\Psi_s = \Psi_s(t)$, $\Psi_t = \Psi_t(t)$ следует, что в выражении (3.41) каждая из величин Ψ_s , Ψ_t принимает свое одно и то же значение для всех $t \in [\tau_0, \tau_1]$.

Программы $v(t)$ и $s(t)$ могут оказаться оптимальными только в том случае, если функция (3.41) в каждый момент времени $\tau_0 \leq t \leq \tau_1$ максимальна по переменной v . При любом характере протекания зависимости $P_v = P_v(v)$ (рис. 3.8) зависимость $N_v = v P_v(v)$ всегда оказывается монотонно возрастающей функцией переменной v , причем такой, что $N_v(0) = 0$. Поэтому если $\Psi_s \leq 0$, то функция (3.41) максимальна при $v = v^-(t)$. Когда же $\Psi_s > 0$, то ее локальный максимум определяется соотношениями

$$\frac{\partial H}{\partial v} = \Psi_s - \frac{\partial N_v(v)}{\partial v} = 0; \quad (3.42)$$

$$-\frac{\partial^2 H}{\partial v^2} = \frac{\partial^2 N_v}{\partial v^2} > 0. \quad (3.43)$$

Характеристика $N_v = N_v(v)$ такова, что неравенство (3.43) соблюдается практически при любом $v \geq 0$. Следовательно, уравнение (3.42) в самом деле определяет оптимальную программу движения автомобиля, которая представляет собой постоянную во времени функцию $v(t) = V_y = \text{const}$ (величина V_y зависит от значений параметров Ψ_s , Ψ_t). Преградой для реализации этой программы может оказаться ограничение (3.40). В общем случае при $\Psi_s > 0$ решение оптимизационной задачи можно записать как

$$v_{\text{opt}}(t) = \min(V_{y \text{ opt}}, v^+(t)), \quad (3.44)$$

где $V_{y \text{ opt}}$ — величина, удовлетворяющая уравнению

$$\int_{\tau_0}^{\tau_1} \min (V_{y \text{ opt}}, v^+(t)) dt = S_1 - S_0.$$

Выражение (3.44) расшифровывается по аналогии с выражением $z = \min(x, y)$: z есть x , если $x \leq y$; если же $x > y$, то z есть y .

Пусть в выражении (3.40) функции $v^+(t)$ и $v^-(t)$ имеют вид

$$v^+(t) = \min(v_0^+(t), v_1^+(t)); \quad v^-(t) = \max(0, v_0^-(t), v_1^-(t)),$$

где $v_0^+(t)$, $v_0^-(t)$ — функции, пересекающиеся в заданной точке a (τ_0, V_0); $v_1^+(t)$, $v_1^-(t)$ — функции, пересекающиеся в точке b (τ_1, V_1), рис. 3.10, в (последние выражения расшифровываются аналогично выражению (3.44) с учетом смысла обозначений \min , \max). Тогда неравенство (3.40) в системе координат tOv определяет некоторую область D_v .

Для того чтобы каждая точка области D_v оказалась достижимой из точки a , функции $v_0^+(t)$, $v_0^-(t)$, $v_1^+(t)$, $v_1^-(t)$ должны быть возможными программами движения автомобиля. Очевидно, что чем шире область достижимости D_v , тем лучшими, более эффективными будут решения оптимизационной задачи, предполагающей поиск наилучшей с точки зрения энергетической экономичности программы $v = v(t)$, концами которой являются точки a и b . Область D_v становится предельно широкой, если процессы $v_0^+(t)$, $v_1^-(t)$ отражают движение автомобиля при реализации наибольших возможных тяговых усилий P_∂ , а процессы $v_0^-(t)$, $v_1^+(t)$ — движения автомобиля с наибольшими допустимыми замедлениями (выше предполагалось, что $P_T(t) \equiv 0$; поэтому остается принять, что $v_0^-(t)$ и $v_1^+(t)$ — есть программы свободного движения, наката).

В пределах области D_v все оптимальные процессы, концами которых являются точки a и b , описываются уравнением (3.44). При некотором достаточно большом значении состояния S_1 , проходимого автомобилем к моменту времени $t = \tau_1$, функцию (3.44) можно представить, например, линией $a-1-2-3-4-5-b$ (рис. 3.10, в): участки $a-1$, $2-3-4$ и $5-b$ оптимальной программы (3.44) соответствуют границе области D_v ; участки $1-2$ и $4-5$ отражают движение с некоторой постоянной скоростью $v(t) = V_{y \text{ opt}}$. По мере уменьшения величины S_1 уменьшается и $V_{y \text{ opt}}$; участок $2-3-4$ прохождения оптимальной программы по границе области D_v сокращается, пока при некотором $S_1 = S_1^*$ он не вырождается в точку 3; в дальнейшем при всех $S_1 < S_1^*$ он не фигурирует вообще. Однако каким бы ни было значение величины S_1 , программа (3.44) из всех возможных при заданных ограничениях программ $v = v(t)$ является наиболее равномерной. Следовательно, неравномерность — признак неоптимальности (тем самым доказана целесообразность исправления неравномерной программы движения автомобиля в рассмотренном на рис. 3.10, б примере).

Проанализируем теперь влияние на эффективность транспортных циклов таких режимов движения автомобиля, как накат и торможение. Допустим, что отрезок cde некоторой программы движения автомобиля начинается процессом cd торможения, а завершается процессом de наката (рис. 3.10, z). Однако последовательность реализации этих процессов можно и изменить: сначала пусть осуществляется процесс cd' наката, а затем — процесс $d'e$ торможения. Тогда путь, проходимый автомобилем за отрезок времени $[\tau_1, \tau_2]$, возрастет на некоторую величину ΔS_1 (τ_1, τ_2 — моменты времени, соответствующие фиксированным точкам c, e ; величина ΔS_1 на рис. 3.10, z отражается площадью области, заключенной между линиями cde и $cd'e$).

Процессам cde и $cd'e$, естественно, должны предшествовать некоторые процессы abc и $ab'c$, реализуемые в период $[\tau_0, \tau_1]$ без использования тормозных режимов. В первом из этих процессов скорость автомобиля в любой момент времени $t \in [\tau_0, \tau_1]$ не меньше, чем во втором. Следовательно, двигаясь по программе abc , автомобиль проходит расстояние, большее на определенную величину ΔS_2 (на рис. 3.10, z величина ΔS_2 отражена площадью области, заключенной между линиями abc и $ab'c$).

При $\Delta S_1 = \Delta S_2$ программы $abcde$ и $ab'cd'e$ обеспечивают за период времени $\tau_0 \leq t \leq \tau_2$ перемещения автомобиля на одинаковые расстояния. Но в силу монотонно возрастающей зависимости величины N_v от переменной v (бóльшему значению v всегда соответствует большее значение N_v) интеграл (3.39) заведомо оказывается меньшим для программы $ab'cd'e$, отличающейся менее скоростными режимами движения ($v''(t) \leq v'(t) \quad \forall t \in [\tau_0, \tau_1]$, рис. 3.10, z). Именно эта программа оказывается энергетически более эффективной, а это означает, что в транспортных циклах процессы торможения никогда не должны предшествовать процессам наката. Более того, чтобы не противоречить принципу как можно большей равномерности движения, процессы то ли наката, то ли торможения нельзя использовать ранее процессов, реализуемых в тяговом режиме. Следовательно, режимы торможения автомобиль должен реализовывать не иначе, как в завершение транспортного цикла; движение накатом можно использовать тоже в конце транспортного цикла непосредственно перед торможением.

Проведенный анализ возможных признаков оптимальности — неоптимальности транспортных циклов позволяет сделать вывод о том, что структурная простота (элементарность) циклов является желаемой не только с точки зрения возможностей их практического воспроизведения в реальных эксплуатационных условиях, но и с теоретической точки зрения, когда исключительную ценность представляют лишь достоверные знания о предельных возможностях экономии энергии. Элементарные по структуре транспортные циклы показаны на рис. 3.11. При немонотонном (в результате, например, сильно переменного профиля дороги) процессе разгона автомобиля $v = v_p(s)$ возможны два типа цик-

лов (рис. 3.11, а): простейший, включающий участки Oa (разгон $v=v_p(s)$), ab (движение с постоянной скоростью $v=v_n(s)=V_y$), bc (накат $v=v_n(s)$) и cd (торможение $v=v_t(s)$); с самоограничением (процесс разгона ограничивает возможность движения с постоянными скоростями), который включает в себя участки Oa_1 разгона, b_1c_1 наката, c_1d торможения, несколько участков движения с постоянной скоростью (в данном случае их два — a_1a_2 , a_4b_1), а также участки движения по ограничению (участок $a_2a_3a_4$). При монотонном процессе разгона возможен только один тип циклов — простейший (рис. 3.11, б).

Обращаясь к простейшему транспортному циклу (рис. 3.11, б), зададим процессы разгона автомобиля, движения с постоянной скоростью, наката и торможения соответственно уравнениями

$$\begin{aligned} v_p &= v_p(s), \quad v_n = V_y = \text{const}; \\ v_n &= v_n(s, S_n, V_n), \quad v_t = v_t(s), \end{aligned} \quad (3.45)$$

где S_n, V_n — путь, пройденный автомобилем к моменту завершения наката (к моменту начала торможения) и соответствующая этому моменту скорость. Между параметрами цикла существуют вполне определенные связи:

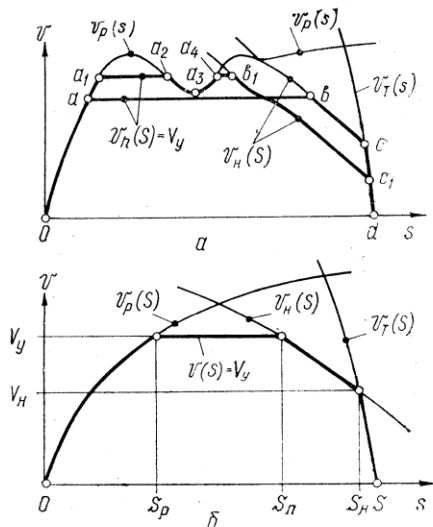


Рис. 3.11. Элементарные по структуре транспортные циклы.

$$\begin{aligned} F_1(T, S, S_p, S_n, S_n, V_y) &= \int_0^S \frac{ds}{v(s)} - T = \\ &= \int_0^{S_p} \frac{ds}{v_p(s)} + \frac{S_n - S_p}{V_y} + \int_{S_n}^{S_n} \frac{ds}{v_n(s, S_n, V_n)} + \int_{S_n}^S \frac{ds}{v_t(s)} - T = 0; \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$F_2(S_p, V_y) = v_p(S_p) - V_y = 0; \quad (3.47)$$

$$F_3(S_n, S_n, V_n, V_y) = v_n(S_n, S_n, V_n) - V_y = 0; \quad (3.48)$$

$$F_4(S_n, V_n) = v_t(S_n) - V_n = 0; \quad (3.49)$$

$$S_p \leq S_n \leq S_n, \quad S_n \leq S_n \leq S, \quad (3.50)$$

где S_p, S_n — расстояния, которые преодолевает автомобиль к мо-

менту завершения разгона и к моменту перехода на накат. Функционал (3.25)) в данном случае можно привести к виду

$$E = m_j \frac{V_y^2}{2} + \int_0^{S_p} P_c(v_p(s), s) ds + \int_{S_p}^{S_n} P_c(V_y, s) ds. \quad (3.51)$$

Среди параметров $T, S, S_p, S_n, V_y, S_n, V_n$, определяющих тот или иной транспортный цикл, свободным оказывается только один, ибо два из них (T и S) считаются заданными, а все остальные связаны между собой соотношениями (3.46)–(3.49). Следовательно, задача синтеза оптимального транспортного цикла состоит в том, чтобы построить еще одно дополнительное соотношение, которое совместно с соотношениями (3.46)–(3.49) позволит при соблюдении ограничений (3.50) однозначно определить такой цикл с параметрами T, S , при реализации которого величина (3.51) окажется минимальной.

Вводя дополнительные переменные Ψ_1, \dots, Ψ_4 , сконструируем функцию

$$E_0 = E + \Psi_1 F_1 + \dots + \Psi_4 F_4, \quad (3.52)$$

с помощью которой составим уравнения

$$\frac{\partial E_0}{\partial S_p} = \Psi_2 \frac{\partial F_2}{\partial S_p} = 0, \quad \frac{\partial E_0}{\partial S_n} = \frac{\partial E}{\partial S_n} + \Psi_3 \frac{\partial F_3}{\partial S_n};$$

$$\frac{\partial E_0}{\partial V_y} = \frac{\partial E}{\partial V_y} + \Psi_1 \frac{\partial F_1}{\partial V_y} - \Psi_2 - \Psi_3 = 0; \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial E_0}{\partial S_n} = \Psi_1 \frac{\partial F_1}{\partial S_n} + \Psi_3 \frac{\partial F_3}{\partial S_n} + \Psi_4 \frac{\partial F_4}{\partial S_n} = 0;$$

$$\frac{\partial E_0}{\partial V_n} = \Psi_1 \frac{\partial F_1}{\partial V_n} + \Psi_3 \frac{\partial F_3}{\partial V_n} - \Psi_4 = 0. \quad (3.54)$$

Здесь сразу учтено, что $\partial E/\partial S_p = \partial E/\partial S_n = \partial E/\partial V_n = \partial F_1/\partial S_p = \partial F_1/\partial S_n = \partial F_2/\partial S_n = \partial F_2/\partial S_n = \partial F_2/\partial S_n = \partial F_2/\partial V_n = \partial F_3/\partial S_p = \partial F_4/\partial S_p = \partial F_4/\partial S_n = \partial F_4/\partial V_y = 0$, $\partial F_2/\partial V_y = \partial F_3/\partial V_y = \partial F_4/\partial V_n = -1$ (см. (3.46)–(3.49), (3.51)). Исключая из уравнений (3.54) переменные $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4$, получаем

$$\frac{\partial E}{\partial V_y} \frac{\partial F_2}{\partial S_p} \frac{\partial F_1}{\partial V_y} \frac{\partial F_3}{\partial S_n} \left(\frac{\partial F_3}{\partial S_n} + \frac{\partial F_3}{\partial V_n} \frac{\partial F_4}{\partial S_n} \right) - \frac{\partial F_2}{\partial S_p} \left(\frac{\partial E}{\partial S_n} + \frac{\partial F_3}{\partial S_n} \frac{\partial E}{\partial V_y} \right) \times$$

$$\times \left[\frac{\partial F_1}{\partial S_n} + \frac{\partial F_1}{\partial V_n} \frac{\partial F_4}{\partial S_n} + \frac{\partial F_1}{\partial V_y} \left(\frac{\partial F_3}{\partial S_n} + \frac{\partial F_3}{\partial V_n} \frac{\partial F_4}{\partial S_n} \right) \right] = 0. \quad (3.55)$$

Задача определения оптимальных параметров транспортного цикла, обеспечивающих минимум критерию (3.51) при условиях (связях) (3.46)–(3.49), является задачей математического программирования. Введение функции (3.52) позволяет преобразо-

вать ее в задачу безусловной оптимизации, в которой все переменные считаются равноправными и свободными. Условия (3.54) экстремума функции (3.52) приводят к равенству (3.55), которое является условием экстремума функции (3.51) при связях (3.46)—(3.49). Таким образом, равенство (3.55) — это искомое дополнительное соотношение между параметрами оптимального цикла.

Входящие в выражение (3.55) производные определяем по формулам

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial S_{\Pi}} &= P_c(V_y, S_{\Pi}), \quad \frac{\partial E}{\partial V_y} = m_j V_y + \int_{S_p}^{S_{\Pi}} \frac{\partial P_c(V_y, s)}{\partial V_y} ds = \\ &= m_j V_y + \frac{\partial P_c(V_y)}{\partial V_y} (S_{\Pi} - S_p) = m_j V_y + \frac{\partial P_c(V_y, S_p)}{\partial V_y} (S_{\Pi} - S_p); \\ \frac{\partial F_1}{\partial V_y} &= -\frac{S_{\Pi} - S_p}{V_y^2}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial S_H} = \int_{S_{\Pi}}^{S_H} \frac{\partial}{\partial S_H} \frac{1}{v_H(s, S_H, V_H)} ds; \\ \frac{\partial F_1}{\partial V_H} &= \int_{S_{\Pi}}^{S_H} \frac{\partial}{\partial V_H} \frac{1}{v_H(s, S_H, V_H)} ds, \quad \frac{\partial F_2}{\partial S_p} = \frac{\partial v_p(S_p)}{\partial s_p} = \frac{dv_p(S_p)}{ds}; \\ \frac{\partial F_3}{\partial S_{\Pi}} &= \frac{\partial v_H(S_{\Pi}, S_H, V_H)}{\partial S_{\Pi}} = \frac{dv_H(S_{\Pi}, S_H, V_H)}{ds} = -\frac{P_c(V_y, S_{\Pi})}{m_j V_y}; \\ \frac{\partial F_3}{\partial S_H} &= \frac{\partial v_H(S_{\Pi}, S_H, V_H)}{\partial S_H}, \quad \frac{\partial F_3}{\partial V_H} = \frac{\partial v_H(S_{\Pi}, S_H, V_H)}{\partial V_H}; \\ \frac{\partial F_4}{\partial S_H} &= \frac{\partial v_T(S_H)}{\partial S_H} = \frac{dv_T(S_H)}{ds}. \end{aligned}$$

При вычислении производной $\partial F_3/\partial S_{\Pi}$ учтено равенство

$$m_j v_H \frac{dv_H}{ds} = -P_c(v_H, s).$$

В итоге выражение (3.55) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dv_p(S_p)}{ds} P_c(V_y, S_{\Pi}) \frac{S_{\Pi} - S_p}{V_p} \left[m_j \frac{1}{V_y} \frac{\partial v_H(S_{\Pi}, S_H, v_T(S_H))}{\partial S_H} + \right. \\ \left. + \frac{\partial P_c(V_y, S_{\Pi})}{\partial V_y} \int_{S_{\Pi}}^{S_H} \frac{\partial}{\partial S_H} \frac{1}{v_H(S, S_H, v_T(S_H))} ds \right] = 0. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Для идентификации оптимальных параметров транспортных циклов, реализуемых на дорогах с постоянным уклоном, удобнее использовать равенство

$$V_n + V_y^2 \frac{\frac{dP_c(V_y)}{dV_y}}{P_c(V_y) - V_y \frac{dP_c(V_y)}{dV_y}} = 0,$$

к которому можно привести соотношение (3.56), если учесть, что величина P_c не зависит от переменной s .

Решение задачи оптимального синтеза транспортных циклов осуществлено в три этапа. Определение оптимальных режимов управления, обоснование структуры цикла, нахождение его оптимальных параметров позволяют сосредоточить внимание каждый раз только на одном имеющем важное самостоятельное значение аспекте проблемы оптимального использования автомобиля в транспортных процессах, рационально подбирая наиболее эффективные методы исследования. Соотношения (3.46)—(3.49), (3.56) позволяют исследовать количественно взаимосвязь между параметрами оптимального транспортного цикла при любом сочетании значений S , T и с любой степенью подробности.

Решение задачи количественного анализа можно возложить и на ЭВМ, даже не прибегая к указанным соотношениям. Большую ценность представляет, однако, информация качественного плана. Важным, например, можно считать следующее. В общем случае

$$\frac{dv_p(S_p)}{ds} P_c(V_y, S_n) \frac{S_n - S_p}{V_p} \neq 0.$$

Тогда из равенства (3.56) следует, что почти всегда $S_n \neq S_p$ (исключением, пожалуй, является такое сочетание параметров S , T , при котором возможен единственный наиболее динамичный транспортный цикл «разгон—торможение»). Следовательно, транспортные циклы, в которых накат не предусмотрен, заведомо неоптимальны с энергетической точки зрения. Введение наката как обязательного элемента транспортных циклов сопровождается необходимостью повышения установившихся скоростей движения автомобилей, требует специальных мероприятий, обеспечивающих должный уровень безопасности.

Четкое обоснование структуры оптимального транспортного цикла позволяет более целенаправленно производить поиск средств экономии энергии при организации транспортных потоков, заранее отказавшись от анализа каких-либо нестандартных решений. Кроме того, зная оптимальную структуру транспортного цикла, легче рационально приспособить движение автомобиля к различным родам ограничений на маршруте.

Оптимизация режимов управления автомобилем показала преимущества экстремальных процессов разгона и торможения.

Под экстремальными процессами разгона и торможения, однако, вовсе не следует подразумевать предельные по техническим возможностям автомобиля. Их экстремальность определяется допустимым уровнем дискомфорта, воспринимаемого водителем и пассажирами, качеством и состоянием дорожного покрытия, необходимым уровнем безопасности, квалификацией водителя, организацией транспортных потоков и т. д. Таким образом, возможности экономии энергии в транспортных процессах предопределены самими разнообразными свойствами всей системы «водитель—автомобиль—среда». В числе оптимальных оказались также и режимы движения автомобиля с постоянной скоростью. На дорогах с малым изменением профиля дороги качественная стабилизация скорости движения автомобиля является вполне посильной для водителя задачей. Однако при явно переменном профиле дороги функции стабилизации скорости должны быть, безусловно, возложены на специальное автоматическое устройство.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ
НАГРУЖЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ

4.1. Работа двигателя без нагрузки

Режимы работы двигателя без нагрузки чаще всего реализуются в переходных процессах при переключении передач с разрывом потока мощности. Изменение скорости вращения вала двигателя при отсутствии нагрузки отражается дифференциальным уравнением

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{M_e}{I_e}, \quad (4.1)$$

где I_e — момент инерции, учитывающий механическую и немеханическую инерцию двигателя. Множество D возможных режимов работы двигателя замыкается (рис. 4.1) внешней скоростной

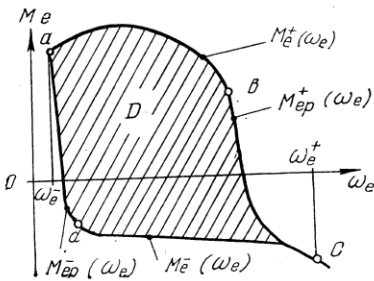


Рис. 4.1. Возможные режимы работы двигателя.

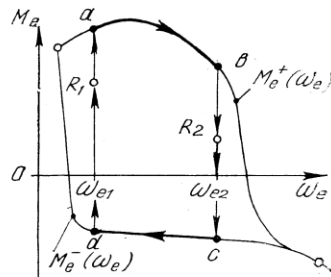


Рис. 4.2. Наиболее интенсивные разгон (R_1abR_2) и торможение (R_2cdR_1) двигателя.

характеристикой $M_e = M_e^+(\omega_e)$, внешней тормозной характеристикой (характеристикой внешних режимов принудительного холостого хода) $M_e = M_e^-(\omega_e)$, регуляторными характеристиками $M_e = M_{ep}^+(\omega_e)$, $M_e = M_{ep}^-(\omega_e)$ (характеристика $M_e = M_{ep}^-(\omega_e)$ при отсутствии специального регулятора-ограничителя определяет множество минимальных устойчивых скоростей вращения вала двигателя). Для удобства предполагаем, что участок abc замыкания (границы) множества D возможных режимов задается уравнением $M_e = M_e^-(\omega_e)$, не выделяя особо уравнение $M_e = M_{ep}^+(\omega_e)$ регуляторной характеристики, а считая ее частью внешней. Аналогично одним уравнением $M_e = M_e^-(\omega_e)$ зададим участок cda замыкания множества D . Тогда принадлежность лю-

бого режима (M_e, ω_e) множеству D возможных $((M_e, \omega_e) \in D)$ можно отобразить двумя двухсторонними неравенствами

$$M_e^-(\omega_e) \leq M_e \leq M_e^+(\omega_e), \quad \omega_e^- \leq \omega_e \leq \omega_e^+, \quad (4.2)$$

которым эквивалентны односторонние неравенства

$$h_{\mathcal{M}} = (M_e^+(\omega_e) - M_e)(M_e^-(\omega_e) - M_e) \leq 0; \quad (4.3)$$

$$h_{\omega} = (\omega_e^+ - \omega_e)(\omega_e^- - \omega_e) \leq 0, \quad (4.4)$$

где ω_e^- , ω_e^+ — минимальная и максимальная возможные или допустимые скорости вращения вала двигателя. Считаем, что функции $M_e^-(\omega_e)$ и $M_e^+(\omega_e)$ обладают всеми необходимыми для дальнейших выкладок свойствами.

Допустим, что в начальный момент времени $t=0$ скорость вращения вала двигателя составляет $\omega_e(0) = \omega_{e0}$, а в конце переходного процесса (в момент $t=T$) она должна быть равной $\omega_e(T) = \omega_{eT}$ (величины ω_{e0} и ω_{eT} , естественно, удовлетворяют неравенству (4.4)). Очевидно, что наиболее интенсивным переходной процесс является тогда, когда используются исключительно внешние режимы работы двигателя. Например, для того чтобы наиболее быстро перевести работу двигателя с режима R_1 на режим R_2 ($\omega_{e0} = \omega_{e1} < \omega_{eT} = \omega_{e2}$, рис. 4.2), он должен в период времени $0 < t < T$ реализовать крутящие моменты $M_e = M_e^+(\omega_e)$; быстрый же переход с режима R_2 на режим R_1 ($\omega_{e0} = \omega_{e2} > \omega_{eT} = \omega_{e1}$) осуществим только при реализации крутящих моментов $M_e = M_e^-(\omega_e)$.

Наиболее динамичным переходным процессам противопоставим наиболее экономичные, обеспечивающие минимум функционалу

$$Q_T = \int_0^T Q_t(M_e(t), \omega_e(t)) dt. \quad (4.5)$$

Положим, что переходной процесс должен завершиться в момент $t=T_0$. Тогда, вводя переменную $y=y(t)$, удовлетворяющую дифференциальному уравнению

$$\frac{dy}{dt} = 1, \quad (4.6)$$

необходимый период реализации процесса можно отразить равенствами $y(0)=0$ и $y(T)=T_0$.

Проводя аналогию между системой соотношений (1.2)—(1.4) и системой соотношений (4.1), (4.3), (4.5), (4.6), запишем выражение

$$H = \Psi_0 Q_t + \Psi_{\omega} \frac{M_e}{I_e} + \Psi_t, \quad (4.7)$$

аналогичное (1.6). В данном случае системе (1.7) соответствуют уравнения

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_\omega}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \omega_e} + \rho \frac{\partial h_{\mathcal{M}}}{\partial \omega_e}; \\ \frac{d\Psi_t}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial y} + \rho \frac{\partial h_{\mathcal{M}}}{\partial y} (\rho \geq 0),\end{aligned}$$

которые с учетом равенств (4.1), (4.3), (4.5)–(4.7) принимают вид

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_\omega}{dt} &= -\Psi_0 \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} + \rho \left[\frac{\partial M_e^+}{\partial \omega_e} (M_e^- - M_e) + \frac{\partial M_e^-}{\partial \omega_e} (M_e^+ - M_e) \right]; \\ \frac{d\Psi_t}{dt} &\equiv 0 \quad (\Psi_t = \text{const}).\end{aligned}\quad (4.8)$$

Одновременно уравнениям (1.8)–(1.10) соответствуют уравнения

$$\sup_{M_e} \left(\Psi_0 Q_t + \frac{\Psi_\omega}{I_e} M_e + \Psi_t \right) = 0; \quad (4.9)$$

$$\rho (M_e^+ - M_e) (M_e^- - M_e) = 0; \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial M_e} = \rho \frac{\partial h_{\mathcal{M}}}{\partial M_e} = \Psi_0 \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} + \frac{\Psi_\omega}{I_e} = \rho (2M_e - M_e^+ - M_e^-). \quad (4.11)$$

Согласно принципу максимума, оптимальные с точки зрения минимизации функционала (4.5) процессы управления двигателем при отсутствии внешней нагрузки имеет смысл искать среди тех, которые удовлетворяют системе соотношений (4.1), (4.3), (4.6), (4.8)–(4.11). Если необходимо уменьшить скорость вращения вала ($\omega_{eT} < \omega_{e0}$), управлять двигателем следует по закону $M_e = M_e^-(\omega_e)$. Оптимальность такого управления очевидна: при $M_e = M_e^-(\omega_e)$ процесс замедления наиболее динамичен (в каждый момент времени $0 \leq t \leq T$ величины $M_e(t)$, $\omega_e(t)$ принимают наименьшие значения). В силу того что функция $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$ является монотонно возрастающей как по переменной M_e , так и по ω_e , наименьшим значениям $M_e(t)$, $\omega_e(t)$ соответствуют и наименьшие значения $Q_t(t)$, а в итоге минимальным окажется значение функционала (4.5). Если же скорость вращения вала двигателя необходимо увеличить ($\omega_{e0} < \omega_{eT}$), то прибегать к управлению $M_e = M_e^-(\omega_e)$ всегда нецелесообразно. Поэтому для определения оптимального закона управления двигателем в процессе его разгона вместо общего условия оптимальности (4.10) необходимо воспользоваться более конкретным условием

$$\rho (M_e^+ - M_e) = 0. \quad (4.12)$$

При $M_e \neq M_e^+(\omega_e)$ условие (4.12) приводит к тождеству $\rho(t) \equiv 0$, учитывая которое систему соотношений (4.8), (4.9), (4.11) заменим системой

$$Q_t - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e = \Psi_t = \text{const}; \quad (4.13)$$

$$I_e \frac{d}{dt} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e}; \quad \frac{\Psi_\omega}{I_e} = \frac{\partial Q_t}{\partial M_e}.$$

Если же $\rho(t) \neq 0$, то при $\Psi_0 = -1$ уравнения (4.8), (4.9), (4.11), (4.12) позволяют определить следующие соотношения:

$$M_e = M_e^+(\omega_e); \quad (4.14)$$

$$Q_t(M_e^+(\omega_e), \omega_e) - \frac{\Psi_\omega}{I_e} M_e^+(\omega_e) = \Psi_t = \text{const}.$$

Требование $\rho \geq 0$ в данном случае эквивалентно неравенству

$$\frac{Q_t(M_e^+(\omega_e), \omega_e) - \Psi_t}{M_e^+(\omega_e)} \geq \frac{\partial Q_t(M_e^+(\omega_e), \omega_e)}{\partial M_e^+}.$$

Принцип максимума предполагает непрерывность функции $\Psi_\omega = \Psi_\omega(t)$. Поэтому можно показать, что моменты перехода с частичных режимов на внешние, и наоборот, определяются точками пересечения функций (4.13) и (4.14). Это означает, что крутящий момент $M_e = M_e(t)$ не должен в период $0 < t < T$ изменяться скачкообразно, если функция $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$ выпукла вниз при всех M_e .

Допустим теперь, что момент $t = T$ завершения переходного процесса заранее не задан. Тогда из условий трансверсальности (1.12) следует, что $\Psi_t = 0$. Поэтому (4.13) превращается в уравнение (2.4) (алгоритм графического определения режимов работы двигателя, соответствующих уравнению (2.4), показан на рис. 2.5, б). Отсюда также следует, что описываемые уравнением (4.13) оптимальные частичные режимы работы двигателя должны принадлежать области, заключенной между внешней характеристикой (4.14) и характеристикой (2.4) (рис. 4.3, а, область D_0). В самом деле, если кривая, описываемая уравнением (4.13), расположена ниже кривой, описываемой уравнением (2.4) (ниже линии $M_e = M_e^o(\omega_e)$ на рис. 4.3, а), то соответствующий ей закон управления двигателем заведомо оказывается худшим как с точки зрения динамичности переходного процесса, так и с точки зрения топливной экономичности. От таких решений оптимизационной задачи необходимо по возможности отказываться. Для этого в уравнении (4.13) достаточно положить $\Psi_t \leq 0$.

Таким образом, оптимальными режимами работы двигателя без нагрузки могут оказаться внешние режимы (линия *abcdefa*,

рис. 4.3, а), режимы, соответствующие характеристике (2.4) (линия fob), и режимы, принадлежащие области D_0 . Конкретно в области D_0 оптимальные режимы работы двигателя при заданном $T=T_0$, которому соответствует определенное значение параметра $\Psi_t < 0$, характеризуются уравнением (4.13). Эти режимы довольно просто найти графически непосредственно на характеристике двигателя. Рассмотрим, например, алгоритм выделения оптимального из множества режимов, обеспечивающих заданное значение

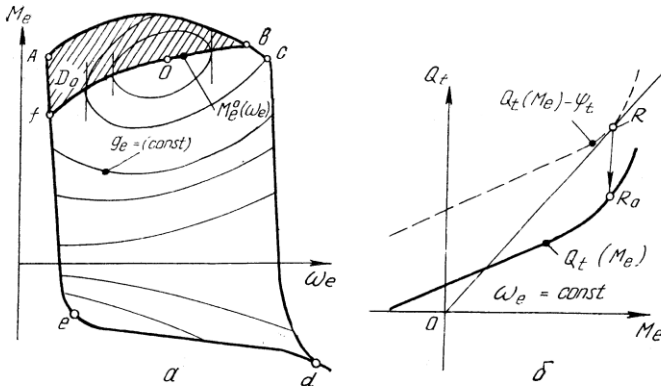


Рис. 4.3. Оптимальные режимы работы двигателя без нагрузки.

величины ω_e : на основании характеристики $Q_t = Q_t(M_e)$, соответствующей заданному множеству режимов ($\omega_e = \text{const}$), необходимо построить график функции $Q_t(M_e) - \Psi_t$ (рис. 4.3, б). Проводя из начала O системы координат $M_e O Q_t$ касательную к этому графику, можно определить точку R касания, абсцисса которой равна искомому оптимальному значению величины M_e ; этому же значению M_e на графике функции $Q_t(M_e)$ соответствует точка R_0 , которая и характеризует оптимальный режим работы двигателя при заданном значении ω_e .

Воспользуемся описанным алгоритмом для нахождения оптимальных тяговых режимов работы без нагрузки дизельного двигателя, характеристика которого приведена на рис. 4.4, а. Определяя точки касания прямых, проведенных из начала координат, и кривых $Q_t = Q_t(M_e)$, построенных для различных значений $n_e = \text{const}$, и проводя через них кривую $Q_t = Q_{t0}^0(M_e)$, можно из всего множества возможных режимов работы двигателя графически выделить только те, которые являются оптимальными при $\Psi_t = 0$. Очевидно, что этим режимам соответствуют минимальные значения удельного расхода топлива g_e , определяемые при фиксированных значениях величины n_e (рис. 4.4, а и рис. 2.5, б). В данном случае оказалось, что ни один из выделенных оптимальных режимов (рис. 4.4, в, кривая $M_e = M_e^0(n_e)$) не принадлежит множеству внешних, описываемых уравнением $M_e = M_e^+(n_e)$. Од-

нако можно указать и такие значения Ψ_t , при которых оптимальными окажутся некоторые или все режимы $M_e = M_e^+(n_e)$. Например, при $\Psi_t = -1$ г/с показанный на рис. 4.3, б алгоритм позволяет в качестве оптимальных выделить как частичные, так и внешние режимы (на рис. 4.4, б частичным оптимальным режимам соответствует кривая $Q_t = Q_t^o(M_e)$, а внешним — часть кривой $Q_t = Q_t^+(n_e)$; при $\Psi_t \neq 0$ оптимальные режимы характеризуются минимальными значениями величины $g_e - \Psi_t/N_e$).

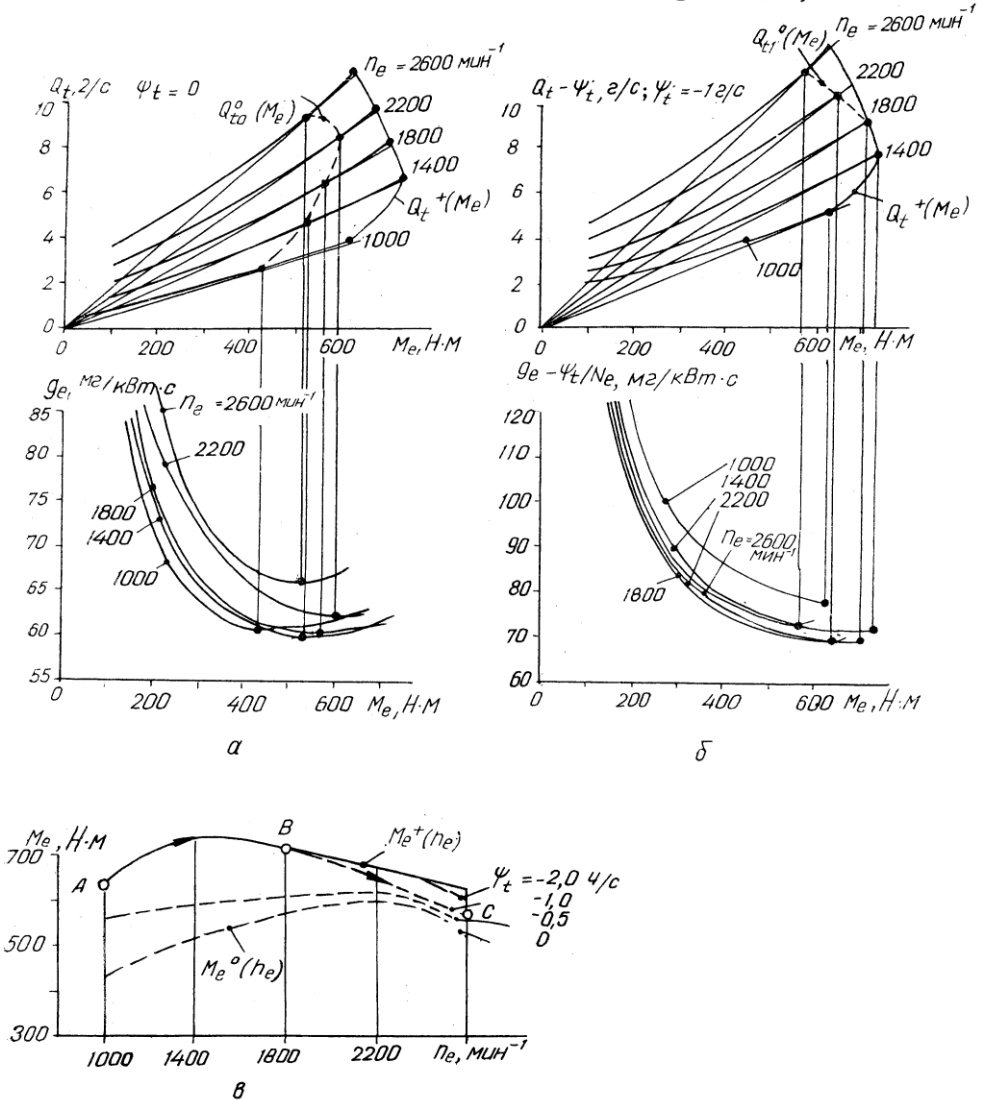


Рис. 4.4. Графическое определение оптимальных разгонных режимов работы двигателя без нагрузки.

мичные законы $M_e = M_e(n_e)$ управления ненагруженным двигателем при $\Psi_t = 0; -0,5; -1,0; -2,0$ г/с представлены на рис. 4.4, в: для одних значений величины Ψ_t (например, для $\Psi_t = 0$ или $-0,5$ г/с) оптимальные законы управления двигателем предписывают не применять режимы $M_e = M_e^+(n_e)$, а для других значений Ψ_t (при $-\Psi_t = 1$ или 2 г/с) использование определенных режимов $M_e = M_e^+(n_e)$ является обязательным (скажем, при $\Psi_t = -1$ г/с оптимальный разгон двигателя должен осуществляться по линии *ABC*).

4.2. Режимы работы двигателя при реализации гидротрансформатором стоповых режимов

Период реализации трансформатором стоповых режимов математически определяется системой соотношений

$$\omega_e \neq 0; \lambda_0 \omega_e^2 \leq \frac{M_{T_0}}{K_0}; \quad \omega_T(t) \equiv 0, \quad (4.15)$$

где λ — коэффициент первичного момента; K — коэффициент трансформации; M_T, ω_T — крутящий момент, реализуемый турбиной гидротрансформатора и скорость вращения турбины; $\lambda_0 = \lambda(u=0)$, $K_0 = K(u=0)$; $M_{T_0} = M_T(T_0)$; u — передаточное отношение; T_0 — момент завершения работы трансформатора на стоповых режимах (момент трогания автомобиля с места); t — текущий момент времени ($0 \leq t \leq T_0$). Скорость вращения вала двигателя в начальный момент $t=0$ минимальна ($\omega_e = \omega_e(0) = \omega_e^-$); в конечный момент $t=T_0$

$$\omega_e(T_0) = \sqrt{\frac{M_{T_0}}{\lambda_0 K_0}}, \quad (4.16)$$

а в любой момент $0 \leq t \leq T_0$ ее изменение подчинено уравнению

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{1}{I_{ен}} (M_e - \lambda_0 \omega_e^2), \quad (4.17)$$

где $I_{ен}$ — момент инерции, учитывающий механическую и немеханическую инерцию двигателя, а также инерцию насосной части трансформатора и находящейся в ней рабочей жидкости.

На рис. 4.5 представлены два процесса разгона двигателя: *O12* (менее интенсивный) и *O1'A'P'* (более интенсивный). Информация о расходе топлива двигателем на различных режимах представлена с помощью кривых одинаковой скорости расхода топлива:

$$Q_{t(i-1)}, Q_{ti}, Q_{t(i+1)}, Q_{t(i-1)} < Q_{ti} < Q_{t(i+1)}.$$

Конец периода реализации стоповых режимов определяется точкой P_0 пересечения кривой нагружения насосного колеса трансформатора при $u=0$ и горизонтальной прямой $M_n = M_{T_0}/K_0$, ха-

рактирующей крутящий момент сопротивления на валу насоса в момент трогания машины с места.

Более интенсивный процесс разгона завершается в точке P' , а менее интенсивный — в точке P . Сравнимые процессы заканчиваются в точках, тем больше отличающихся друг от друга, чем меньше сопротивление $M_{т0}/K_0$ на валу турбины. Например, если сопротивление на валу турбины таково, что конец процесса реализации стоповых режимов отображается точкой P_{01} , то процессы разгона двигателя заканчиваются: $P1$ — в точке A , а P_2 — в точке A' .

Сравнивая процессы $P1$ и $P2$ управления двигателем, видим, что начальные состояния их одинаковы (точка O , рис. 4.5), а завершаются они в точках P' , P при одной и той же частоте $n_e = n_{e0}$ вращения вала двигателя. Причем при любых значениях величины n_e (или ω_e) часовой расход топлива Q_t для менее интенсивного процесса $P1$ всегда меньше. Например, при $n_e = n_{e1}$ для процессов $P1$ и $P2$ значения расходов топлива соответственно составляют $Q_t = Q_{t(i-1)}$, $Q_t = Q_{ti}$; $Q_{t(i-1)} < Q_{ti}$ (точки 1 и $1'$). Однако экономичность процессов определяется еще и временем пребывания их в окрестности каждого значения величины Q_t , т. е. интенсивностью процессов.

Следовательно, прямое сравнение процессов не может выявить более экономичный из них: для решения этой задачи необходимо оперировать функционалом (4.5).

Сформулируем условия оптимальности управления двигателем в период работы трансформатора на стоповых режимах. При этом считаем, что момент T_0 трогания машины заранее не задан, а подлежит оптимизации.

Накладывая ограничение (4.3) на переменную M_e , сконструируем для данной задачи выражения

$$H = -Q_t(M_e, \omega_e) + \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} (M_e - \lambda_0 \omega_e^2); \quad (4.18)$$

$$\frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} = \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} + 2\lambda_0 \omega_e \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} + \rho_M \left[(M_e^- - M_e) \frac{\partial M_e^+}{\partial \omega_e} + (M_e^+ - M_e) \frac{\partial M_e^-}{\partial \omega_e} \right], \quad (4.19)$$

где $\Psi_{e\omega}$, ρ_M — вспомогательные переменные.

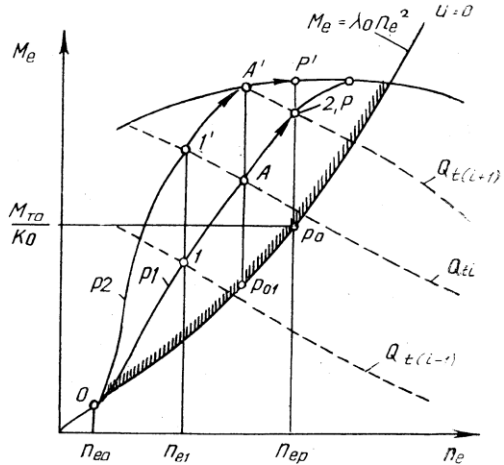


Рис. 4.5. Процессы разгона двигателя, нагружаемого гидродинамическим трансформатором при неподвижной турбине.

Опираясь на принцип максимума, условия оптимальности управления двигателем можно выразить системой соотношений

$$\sup_{M_e} \left[\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} M_e - Q_t(M_e, \omega_e) \right] - \lambda_0 \omega_e^2 \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} = 0; \quad (4.20)$$

$$\rho_M (M_e^+ - M_e) (M_e^- - M_e) = 0; \quad (4.21)$$

$$\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = -\rho_M [(M_e^+ - M_e) + (M_e^- - M_e)]. \quad (4.22)$$

Определяя в выражении (4.20) величину

$$\sup_{M_e} \left[\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} M_e - Q_t(M_e, \omega_e) \right],$$

приходим к заключению, что если при заданных $\Psi_{e\omega}$ и ω_e и любом M_e соблюдается условие

$$\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} > (<) 0, \quad (4.23)$$

то оптимальным является значение крутящего момента двигателя $M_{eopt} = M_e^+ (M_{eopt} = M_e^-)$; если же при каком-нибудь значении M_e выполняется равенство

$$\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = 0, \quad (4.24)$$

то это значение при $\partial^2 Q_t / \partial M_e^2 > 0$ тоже может быть оптимальным наряду со значениями $M_e = M_e^+(\omega_e)$, $M_e = M_e^-(\omega_e)$. Условие (4.23) есть признак монотонно возрастающей (падающей) зависимости H от M_e при заданных $\Psi_{e\omega}$ и ω_e , а условие (4.24) определяет наличие стационарной точки.

Построим так называемую выпуклую снизу оболочку графика функции $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$. Реальные топливные характеристики двигателей таковы, что оболочку можно построить посредством двух прямых $Pr1$, $Pr2$, проходящих через точки графика, в которых соответственно $M_e = M_e^-$, $M_e = M_e^+$ (рис. 4.6). Эти прямые касательны к графику хотя бы в одной точке и такие, что любые их точки лежат ниже точек графика при соответствующих значениях аргумента M_e .

Анализируя рис. 4.6, приходим к выводу, что условие (4.24) идентифицирует в качестве обеспечивающих супремум функции (4.18) только те значения M_e , которые принадлежат области $M_{e1}^- < M_e < M_{e1}^+$, и притом только тогда, когда

$$\text{tg } \alpha^- \leq \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} \leq \text{tg } \alpha^+. \quad (4.25)$$

Если же

$$\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} \geq \operatorname{tg} \alpha^+, \quad \left(\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} \leq \operatorname{tg} \alpha^- \right), \quad (4.26)$$

то супремум функции (4.18) достигается при $M_e = M_e^+$, ($M_e = M_e^-$).

Все значения величины M_e , которые могут оказаться оптимальными, устанавливают равенства (4.21), (4.22). Используя

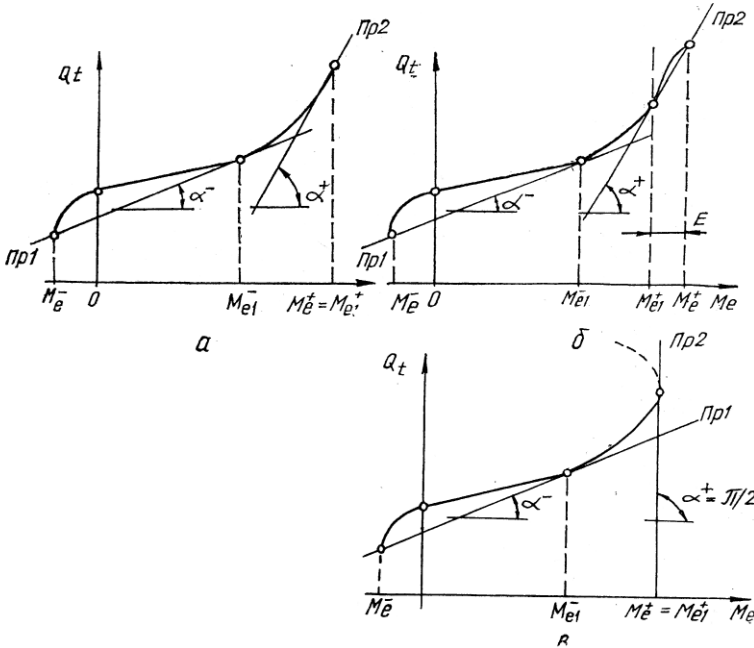


Рис. 4.6. Зависимость $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$:

обычная (а); возможная для карбюраторного двигателя при включении в области режимов E в работу экономайзера (б); возможная для дизеля, когда внешние режимы формируются на границе области дымления (в).

их, из уравнения (4.19) можно исключить переменную ρ_m :

$$\frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} = \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} + 2\lambda_0 \omega_e \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \left(\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \right) \frac{dM_e}{d\omega_e}, \quad (4.27)$$

уменьшив, тем самым, размерность задачи на единицу.

Допустим, что в некоторый отрезок времени $\Delta t \in [0, T_0]$ $d\omega_e/dt \equiv 0$; а это возможно при $M_e = \lambda_0 \omega_e^2$ (см. (4.17)). Если значение $M_e = \lambda_0 \omega_e^2 = \text{const}$, $M_e^- < \lambda_0 \omega_e^2 < M_e^+$ оптимально, то должно соблюдаться условие (4.24). Следовательно,

$$\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} = \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} (\lambda_0 \omega_e^2, \omega_e) = \text{const}.$$

На основании же уравнения (4.27)

$$\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} + 2\lambda_0 \omega_e \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = \frac{dQ_t(\lambda_0 \omega_e^2, \omega_e)}{d\omega_e} = 0. \quad (4.28)$$

Однако у любого двигателя внутреннего сгорания топливная характеристика такова, что равенство (4.28) не может иметь места ни при каком допустимом значении величины ω_e . Следовательно, равенство $d\omega_e/dt \equiv 0$ ни для какого отрезка времени $\Delta t \in [0, T_0]$ не является оптимальным.

В тех случаях, когда двигатель работает на внешних тяговых ($M_e = M_e^+(\omega_e) > 0$) или внешних тормозных ($M_e = M_e^-(\omega_e) < 0$) режимах, уравнение (4.20) позволяет определить

$$\Psi_{e\omega} = \frac{Q_t}{\frac{d\omega_e}{dt}} = I_{eH} \frac{Q_t(M_e(\omega_e), \omega_e)}{M_e(\omega_e) - \lambda_0 \omega_e^2}. \quad (4.29)$$

Остается рассмотреть случай, когда возможное оптимальное управление двигателем обеспечивает его работу на частичных режимах ($M_e \neq M_e^+(\omega_e)$; $M_e \neq M_e^-(\omega_e)$). При таком управлении, как следует из уравнения (4.24), (4.27), двигатель должен работать на режимах, описываемых уравнением

$$I_{eH} \frac{d}{dt} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} + 2\lambda_0 \omega_e \frac{\partial Q_t}{\partial M_e}, \quad (4.30)$$

и, кроме того, уравнением (4.17).

Однако необходимые условия оптимальности требуют, чтобы на оптимальных режимах работы системы «двигатель—трансформатор» выражение (4.18) было тождественно равным нулю. Следовательно, подставляя переменную $\Psi_{e\omega}/I_{eH}$, согласно уравнению (4.24), в выражение (4.18), получаем один из двух представляющих интерес линейно независимых первых интегралов

$$I_{eH} \frac{d\omega_e}{dt} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} - Q_t = (M_e - \lambda_0 \omega_e^2) \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} - Q_t = 0 \quad (4.31)$$

системы дифференциальных уравнений (4.17), (4.30).

На основе проведенного анализа, оперируя соотношениями (4.25), (4.26), необходимые условия оптимальности управления двигателем при работе трансформатора на описываемых соотношениями (4.15) стоповых режимах можно сформулировать следующим образом: для того чтобы внешние режимы $M_e = M_e^+(\omega_e)$ были оптимальными, необходимо соблюдение неравенства

$$\frac{Q_t(M_e^+(\omega_e), \omega_e)}{M_e^+(\omega_e) - \lambda_0 \omega_e^2} > \operatorname{tg}(\alpha^+(\omega_e)); \quad (4.32)$$

для того чтобы оптимальными были режимы $M_e = M_e^-(\omega_e)$, кото-

рые не обязательно внешние, необходимо соблюдение неравенства

$$\frac{Q_t(M_e^-(\omega_e), \omega_e)}{M_e^-(\omega_e) - \lambda_0 \omega_e^2} \leq \operatorname{tg}(\alpha^-(\omega_e)); \quad (4.33)$$

среди частичных режимов работы двигателя оптимальными могут быть только те, которые удовлетворяют уравнениям (4.17), (4.31) и неравенству

$$\operatorname{tg}(\alpha^-(\omega_e)) \leq \frac{\partial Q_t(M_e, \omega_e)}{\partial M_e} \leq \operatorname{tg}(\alpha^+(\omega_e)); \quad (4.34)$$

скорость вращения вала двигателя при этом следует изменить от значения $\omega_e = \omega_e^-$ до значения (4.16).

Частичные режимы работы двигателя, удовлетворяющие необходимым условиям оптимальности, очевидно, должны находиться в определенной области возможных режимов. Представляет интерес хотя бы приближенно установить границы этой области, ориентируясь относительно каких-нибудь характерных точек топливной характеристики двигателя.

Одним из них, например, являются точки, отображающие на характеристике двигателя режимы его работы с минимальными удельными расходами топлива при различных частотах вращения вала (кривая $M_e^0(\omega_e)$, рис. 4.3, а). Чтобы определить расположение искомой области режимов относительно режимов $M_e = M_e^0(\omega_e)$, представим уравнение (4.31) в виде

$$\frac{\partial g_e}{\partial M_e} - \lambda_0 \frac{\omega_e}{M_e^2} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = 0 \quad \left(g_e = \frac{Q_t}{M_e \omega_e} \right). \quad (4.35)$$

Очевидно, что равенство (4.35) может иметь место только при $\partial g_e / \partial M_e > 0$ (в противном случае должно соблюдаться неравенство $\lambda_0 \omega_e (\partial Q_t / \partial M_e) < 0$, что, однако, невозможно). Следовательно, частичные режимы, удовлетворяющие необходимым условиям оптимальности, могут находиться только в области D_0 (рис. 4.3, а), примыкающей к внешним режимам $M_e = M_e^+(\omega_e)$, т. е. расположенной выше режимов $M_e = M_e^0(\omega_e)$ работы двигателя с минимальными удельными расходами топлива.

Для того чтобы помимо условия (4.35) соблюдалось и условие $\partial g_e / \partial M_e = 0$, необходимо обеспечить равенство

$$\lambda_0 \frac{\omega_e}{M_e^2} \cdot \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = 0.$$

Но ни одно из соотношений $\omega_e = 0$, $M_e = \infty$, $\partial Q_t / \partial M_e = 0$, обеспечивающих это равенство, не может иметь места. Следовательно, область D_0 не включает в себя своей границы $M_e^0(\omega_e)$, и режимы, на которых удельные расходы топлива минимальны, ни при каких условиях не могут быть оптимальными.

Отрицание целесообразности использования режимов работы двигателя с минимальными удельными расходами топлива (максимальными значениями к. п. д.), таким образом, упраздняет кажущиеся довольно логичными интуитивные соображения.

Для определения частичных режимов, удовлетворяющих необходимым условиям оптимальности, сделаем следующие графические построения (рис. 4.7).

Из точки O_1 с координатами $M_e = \lambda_0 \omega_e^2$, $Q_t = 0$ проведем к графику функции $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$, заданной на некоторой плоскости $\omega_e = \text{const}$, касательную Π (рис. 4.7, а). Эта касательная образует с осью абсцисс OM_e угол γ , а точка касания A имеет координаты $M_e = M_{eA}$, $Q_t = Q_{tA}$. Проведем также касательные Π' и Π'' соответственно в точках B' и B'' , имеющих координаты $\lambda_0 \omega_e^2 < M_e = M_e' < M_{eA}$, $Q_t = Q_t'$ и $M_{eA} < M_e = M_e'' < M_e^+$, $Q_t = Q_t''$, а также лучи O_1B' и O_1B'' (касательные Π' , Π'' и лучи O_1B' , O_1B'' образуют с осью OM_e соответственно углы α' , α'' , β' , β'').

Из рис. 4.7, а следует, что $\text{tg } \alpha' - \text{tg } \beta' < 0$, $\text{tg } \alpha'' - \text{tg } \beta'' > 0$. Эти неравенства характеризуют протекание графика функции $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$ при $\omega_e = \text{const}$, $\lambda_0 \omega_e^2 < M_e < M_{eA}$ и $M_{eA} < M_e < M_e^+$ (точки B' и B'' выбраны в известной степени произвольно).

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha' &= \frac{\partial Q_t}{\partial M_e}(M_e'), & \text{tg } \beta' &= \frac{Q_t'}{M_e' - \lambda_0 \omega_e^2}, \\ \text{tg } \alpha'' &= \frac{\partial Q_t}{\partial M_e}(M_e''), & \text{tg } \beta'' &= \frac{Q_t''}{M_e'' - \lambda_0 \omega_e^2}, \end{aligned}$$

приходим к выводу, что ни в точке B' , ни в точке B'' равенство (4.31) не может иметь места. И только в точке A оно соблюдается, ибо, с одной стороны, $\text{tg } \gamma = \partial Q_t(M_{eA}, \omega_e) / \partial M_e$, а с другой — $\text{tg } \gamma = Q_{tA} / (M_{eA} - \lambda_0 \omega_e^2)$.

Таким образом, уравнение (4.31) геометрически определяет в системе координат $M_e O Q_t$ точки касания кривых $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$ и прямых, проходящих через соответствующие точки ($M_e = \lambda_0 \omega_e^2$, $Q_t = 0$). Но эти точки касания определяют искомые режимы только при соблюдении условия (4.34).

Нарушение неравенства (4.34) возможно, например, когда характеристика двигателя имеет вид, представленный на рис. 4.6, б: неравенство соблюдается, если прямая Π , проходящая через точку O_1 , не пересекает график кривой $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$ (рис. 4.7, б); когда же имеется точка пересечения (рис. 4.7, в), то неравенство нарушается, и это означает, что искомым частичным режимом не существует.

Рассмотрим представленные на рис. 4.7, б графики еще раз, анализируя теперь выполнимость условия (4.32). Для первого графика (рис. 4.7, в) имеют место соотношения $\text{tg } \alpha < \text{tg } \beta < \text{tg } \alpha^+$, а для второго (рис. 4.7, д) — соотношения $\text{tg } \alpha^+ < \text{tg } \beta < \text{tg } \alpha$.

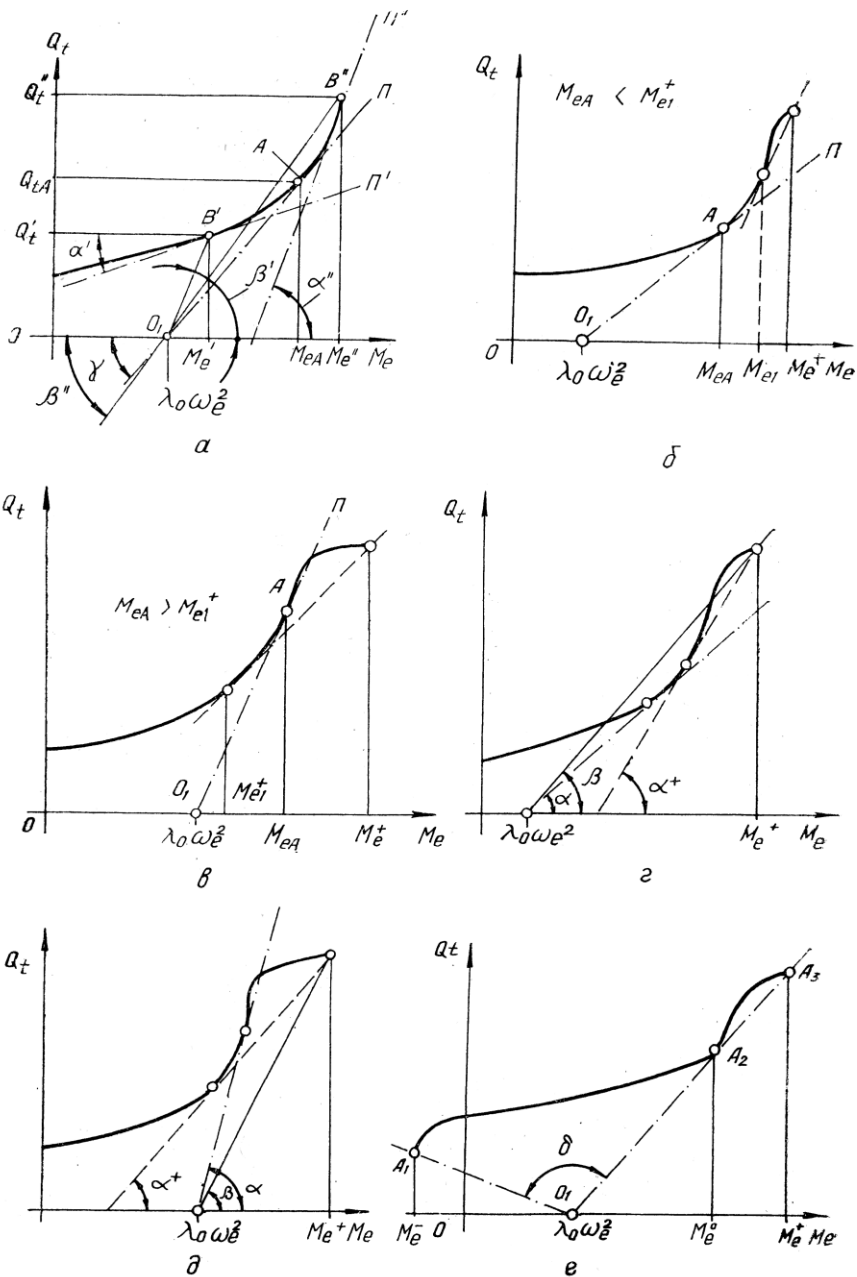


Рис. 4.7. Графический анализ условий оптимальности.

Учитывая, что неравенство (4.32) эквивалентно неравенству $\operatorname{tg} \beta \geq \operatorname{tg} \alpha^+$, отметим его невыполнимость в первом случае и выполнимость во втором. Значит, в первом случае (а также для графиков, представленных на рис. 4.6, а, в) внешний режим не входит в число оптимальных, тогда как таковой имеется среди частичных; во втором же случае, наоборот, внешний режим может быть оптимальным, а частичный нет.

Обобщая изложенное, можно сформулировать следующее правило: для определения оптимальных режимов необходимо провести из точки $(M_e = \lambda_0 \omega_e^2, Q_t = 0)$ в системе координат $M_e O Q_t$ две прямые, касательные к графику $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$, но не пересекающие его (это означает, что график полностью находится в секторе с вершиной в точке $(M_e = \lambda_0 \omega_e^2, Q_t = 0)$ и минимальным углом δ при вершине); все общие точки графика и прямых будут определять оптимальные значения величины M_e при заданном значении величины ω_e .

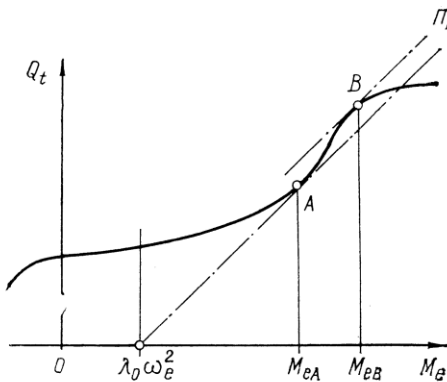


Рис. 4.8. Графический анализ условий оптимальности при варьировании величины M_e^- .

Для примера на рис. 4.7, е представлен случай, когда три точки (A_1, A_2, A_3) определяют при заданном ω_e оптимальные значения крутящего момента $M_e = M_e^-, M_e^+, M_e^0$.

Сформулированное правило распространяется практически на все типы характеристик двигателей внутреннего сгорания. Но при этом величина M_e^- , оптимальность которой определяется, должна удовлетворять определенным условиям.

Действительно, условия (4.33) соблюдаются при любом значении $M_e^- \leq \lambda_0 \omega_e^2$, но не соблюдаются при любом $\lambda_0 \omega_e^2 \leq M_e^- \leq M_{eA}$ (рис. 4.8). Кроме того, оно соблюдается при любом $M_{eA} \leq M_e^- \leq M_{eB}$, и не соблюдается при любом $M_{eB} < M_e^-$ (A и B — точки касания двух параллельных прямых Π и Π_1 к графику $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$, причем прямая Π проходит через точку $(M_e = \lambda_0 \omega_e^2, Q_t = 0)$).

Однако перечисленные случаи можно рассматривать как особые, так как область возможных режимов наиболее естественно ограничивать режимами холостого хода (когда $M_e^- = 0$) или внешними тормозными режимами.

4.3. Дифференциальное и интегральное описание общих законов оптимального нагружения двигателя гидродинамическим трансформатором

Модель любой оптимизируемой системы должна быть настолько точной, чтобы достаточно качественно отразить в себе предвосхищаемые свойства системы, но не настолько сложной, чтобы алгоритмы оптимизации, построенные на ее основе, оказались малоэффективными. Как правило, при синтезе оптимальных свойств системы с затратами, возникающими при оперировании моделью, приходится считаться в значительно большей степени, чем при анализе реальных свойств этой системы.

Чаще всего и при анализе, и при синтезе свойств системы «двигатель—гидротрансформатор» ее трактуют как систему со сосредоточенными параметрами, функционирование которой можно описать обыкновенными дифференциальными уравнениями. Так, функционирование системы «двигатель—гидротрансформатор», структура которой показана на рис. 4.9, описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{1}{I_{ен}} [M_e - \lambda(u) \omega_e^2]; \quad (4.36)$$

$$\frac{d\varphi_T}{dt} = \omega_T; \quad (4.37)$$

$$\frac{d\omega_T}{dt} = \frac{1}{I_a} [\mu(u) \omega_T^2 - M_c(\varphi_T, \omega_T, y)]; \quad (4.38)$$

$$\frac{dy}{dt} = 1, \quad (4.39)$$

где φ_T — угол поворота вала турбинной решетки гидротрансформатора; I_a — приведенный к валу турбины трансформатора момент инерции, учитывающий инерцию турбины с находящейся в ней рабочей жидкостью, инерцию механических частей трансмиссии и инерцию поступательно движущихся масс автомобиля и груза; M_c — момент сопротивления на валу турбины; $\mu(u) = \lambda(u) \cdot K(u) \cdot u^{-2}$; y — дополнительная переменная, с помощью которой система дифференциальных уравнений преобразовывается в автономную (с правыми частями, не зависящими от t). Возможные режимы работы двигателя, как и раньше, определяются условиями (4.2) (или равноценными им условиями (4.3), (4.4)).

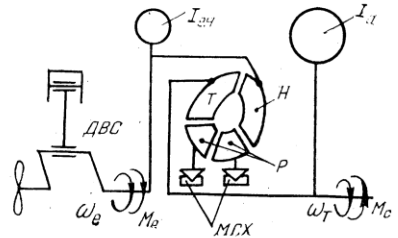


Рис. 4.9. Схема системы «двигатель—гидротрансформатор»:

ДВС — двигатель внутреннего сгорания; Н — насос; Т — турбина; Р — реактор; МСХ — муфта свободного хода.

Сконструируем для системы (4.36)–(4.39) выражения (1.6), (1.7), (1.9), (1.10), принимая в качестве критерия оптимальности функционал (4.5) и положив $\Psi_0 = -1$:

$$H = -Q_t + \Psi_{e\omega} \frac{d\omega_e}{dt} + \Psi_{\tau\varphi} \omega_\tau + \Psi_{\tau\omega} \frac{d\omega_\tau}{dt} + \Psi_t; \quad (4.40)$$

$$\frac{\Psi_{e\omega}}{d} \frac{d}{dt} = \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} - \Psi_{e\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_e}{dt} - \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_\tau}{dt} + \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial \omega_e} + \rho_\omega \frac{\partial h_\omega}{\partial \omega_e}; \quad (4.41)$$

$$\frac{d\Psi_{\tau\varphi}}{dt} = -\Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \varphi_\tau} \frac{d\omega_\tau}{dt}; \quad (4.42)$$

$$\frac{d\Psi_{\tau\omega}}{dt} = -\Psi_{e\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \frac{d\omega_e}{dt} - \Psi_{\tau\varphi} - \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \cdot d\omega_\tau/dt; \quad (4.43)$$

$$\frac{d\Psi_t}{dt} = -\Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial y} \frac{d\omega_\tau}{dt}; \quad (4.44)$$

$$-\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} + \Psi_{e\omega} \frac{\partial}{\partial M_e} \frac{d\omega_e}{dt} = \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial M_e} \quad (4.45)$$

$$\rho_M h_M = 0; \quad (4.46)$$

$$\rho_\omega h_\omega = 0. \quad (4.47)$$

Необходимые условия оптимальности предполагают тождественное равенство нулю функции (4.40):

$$Q_t - \Psi_{e\omega} \frac{d\omega_e}{dt} - \Psi_{\tau\omega} \frac{d\omega_\tau}{dt} - \Psi_{\tau\varphi} \omega_\tau - \Psi_t = 0. \quad (4.48)$$

Уравнение (4.48) целесообразно использовать для определения величины Ψ_t , не прибегая к уравнению (4.44). Для определения величин $\Psi_{e\omega}$, $\Psi_{\tau\omega}$, $\Psi_{\tau\varphi}$ служат уравнения (4.41)–(4.43),

При $M_e \neq M_e^+(\omega_e)$, $M_e \neq M_e^-(\omega_e)$, $\omega_e \neq \omega_e^+$, $\omega_e \neq \omega_e^-$ соотношения (4.3), (4.45)–(4.47) соблюдаются в силу равенства

$$\Psi_{e\omega} = I_{eH} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} (\rho_M(t) \equiv 0; \rho_\omega(t) \equiv 0).$$

Поэтому система (4.41)–(4.43) имеет вид

$$\begin{aligned} I_{eH} \frac{d}{dt} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} &= \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} - I_{eH} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_e}{dt} - \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_\tau}{dt}, \\ \frac{d\Psi_{\tau\omega}}{dt} &= -I_{eH} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \frac{d\omega_e}{dt} - \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \frac{d\omega_\tau}{dt} - \Psi_{\tau\varphi}, \\ \frac{d\Psi_{\tau\varphi}}{dt} &= -\Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \varphi_\tau} \frac{d\omega_\tau}{dt}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Если же $M_e = M_e^*(\omega_e)$ (где $M_e^*(\omega_e) = M_e^+(\omega_e)$ либо $M_e^*(\omega_e) =$

$=M_e^-(\omega_e)$), то систему (4.49) при тех же условиях приводим к виду

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} &= \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} - \Psi_{e\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_e}{dt} - \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_\tau}{dt} - \left(\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \right) \frac{dM_e^*}{d\omega_e}, \\ \frac{d\Psi_{\tau\omega}}{dt} &= -\Psi_{e\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \cdot \frac{d\omega_e}{dt} - \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \cdot \frac{d\omega_\tau}{dt} - \Psi_{\tau\varphi}, \\ \frac{d\Psi_{\tau\varphi}}{dt} &= -\Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \varphi_\tau} \frac{d\omega_\tau}{dt}. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Для построения общего интеграла канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dy_i}{dt} = \frac{\partial H_0}{\partial z_i}, \quad \frac{dz_i}{dt} = -\frac{\partial H_0}{\partial y_i} \quad (i = \overline{1, n}) \quad (4.51)$$

с функцией Гамильтона

$$H_0 = H_0(t, y_1, \dots, y_n, z_1, \dots, z_n) \quad (4.52)$$

можно применить метод Якоби, согласно которому решение гамильтоновой системы уравнений сводится к построению функции $V = V(t; y_1, \dots, y_n)$, удовлетворяющей дифференциальному уравнению в частных производных [42]

$$\frac{\partial V}{\partial t} + H_0\left(t, y_1, \dots, y_n, \frac{\partial V}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial V}{\partial y_n}\right) = 0. \quad (4.53)$$

Если удастся найти функцию V независимых переменных t, y_1, \dots, y_n и произвольных постоянных a_1, \dots, a_n , то общий интеграл канонической системы (4.51), (4.52) можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial V}{\partial a_i} = b_i \quad (i = \overline{1, n}); \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y_i} = y_i \quad (i = \overline{1, n}), \quad (4.55)$$

где b_i — дополнительные произвольные постоянные.

Уравнения (4.54) связывают переменные y_1, \dots, y_n и параметры $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$, а уравнения (4.55) служат для определения переменных y_1, \dots, y_n .

Исключая из уравнений (4.36) — (4.39), (4.41) — (4.44) переменную y , с помощью функции

$$H_0 = -Q_t + \Psi_{e\omega} \frac{d\omega_e}{dt} + \Psi_{\tau\omega} \frac{d\omega_\tau}{dt} + \Psi_{\tau\varphi} \frac{d\varphi_\tau}{dt} \quad (4.56)$$

систему (4.36)—(4.38), (4.41)—(4.43) при $\rho_M=0$, $\rho_\omega=0$ запишем в канонической форме:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_e}{dt} &= \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{e\omega}}, & \frac{d\varphi_\tau}{dt} &= \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{\tau\varphi}}, & \frac{d\omega_\tau}{dt} &= \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{\tau\omega}}, \\ \frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} &= -\frac{\partial H_0}{\partial \omega_e}, & \frac{d\Psi_{\tau\varphi}}{dt} &= -\frac{\partial H_0}{\partial \varphi_\tau}, & \frac{d\Psi_{\tau\omega}}{dt} &= -\frac{\partial H_0}{\partial \omega_\tau}. \end{aligned} \quad (4.57)$$

В этом случае уравнение (4.53) имеет вид

$$\frac{\partial V}{\partial t} - Q_t + \frac{\partial V}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_e}{dt} + \frac{\partial V}{\partial \omega_\tau} \cdot \frac{d\omega_\tau}{dt} + \frac{\partial V}{\partial \varphi_\tau} \cdot \frac{d\varphi_\tau}{dt} = 0, \quad (4.58)$$

где $\frac{d\omega_e}{dt}$, $\frac{d\varphi_\tau}{dt}$, $d\omega_\tau/dt$ — правые части соответствующих выражений (4.36)—(4.38) (в правую часть равенства (4.38) вместо y необходимо подставить t).

Частично свойства функции $V(y_1, \dots, y_n, a_1, \dots, a_n)$, которую называют полным интегралом уравнения (4.58), известны: при $\rho_M(t) \equiv 0$ должно соблюдаться условие

$$\Psi_{e\omega} = I_{e\eta} \cdot \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = \frac{\partial V}{\partial \omega_e}. \quad (4.59)$$

Соотношение (4.59) — это, в сущности, одно из уравнений (4.55).

Итак, определение общего интеграла системы (4.36)—(4.39), (4.48), которую выражения (4.56), (4.57) отражают как каноническую гамильтонову, сводится к определению удовлетворяющей уравнениям (4.58), (4.59) функции $V(t, \omega_e, \varphi_\tau, \omega_\tau)$, построение выражений (4.54) и недостающих выражений (4.55).

Если бы удалось построить функцию $V(t, \omega_e, \varphi_\tau, \omega_\tau)$, удовлетворяющую перечисленным требованиям и такую, что функция

$$R = -Q_t + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_e}{dt} + \frac{\partial V}{\partial \omega_\tau} \frac{d\omega_\tau}{dt} + \frac{\partial V}{\partial \varphi_\tau} \frac{d\varphi_\tau}{dt} \quad (4.60)$$

достигнет своей верхней грани по M_e , ω_e , ω_τ , φ_τ как по независимым переменным при почти всех t , а функция $\Phi = V(T, \omega_e(T), \omega_\tau(T), \varphi_\tau(T)) - V(0, \omega_e(0), \omega_\tau(0), \varphi_\tau(0))$ достигнет наименьшего значения по незафиксированным параметрам $\omega_e(0)$, $\omega_e(T)$, $\omega_\tau(0)$, $\omega_\tau(T)$, $\varphi_\tau(0)$, $\varphi_\tau(T)$, то определяемое с помощью функции $V = V(t, \omega_e, \varphi_\tau, \omega_\tau)$ решение системы дифференциальных уравнений описывало бы истинно оптимальное функционирование системы «двигатель—трансформатор», ибо в этом случае управление двигателем удовлетворяло бы одновременно и необходимым, и достаточным (см. параграф 2.3) условиям оптимальности.

Аналогично можно переформулировать задачу определения общего интеграла системы уравнений (4.36)—(4.39), (4.50). Для этого необходимо в гамильтониане (4.59) положить $M_e = M_e^*(\omega_e)$.

Можно, в частности, всегда величину M_e считать функцией переменной ω_e . Тогда условие (4.58) и условия супремума функции (4.60) определяют функцию $V(t, \omega_e, \varphi_T, \omega_T)$, с помощью которой надлежит описывать оптимальное движение системы «двигатель—трансформатор», не подразделяя без необходимости режимы работы двигателя на частичные и внешние.

Например, если функция (4.60) достигает супремума на границе области D возможных режимов работы двигателя, то автоматически следует, что $M_{e \text{ opt}}(\omega_e) = M_e^*(\omega_e)$; когда ее супремум достигается внутри указанной области, то соблюдаются условия (1.18), (1.19), имеющие вид:

$$\frac{\partial R}{\partial \omega_e} = 0; \quad \frac{\partial R}{\partial \varphi_T} = 0; \quad \frac{\partial R}{\partial \omega_T} = 0; \quad \frac{\partial R}{\partial M_e} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial M_e^2} < 0; \quad \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial^2 R}{\partial M_e^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial M_e \partial \omega_e} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e \partial M_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e^2} \end{array} \right| > 0;$$

$$\left| \begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 R}{\partial M_e^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial M_e \partial \omega_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial M_e \partial \varphi_T} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e \partial M_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e \partial \varphi_T} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi_T \partial M_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi_T \partial \omega_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi_T^2} \end{array} \right| < 0;$$

$$\left| \begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 R}{\partial M_e^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial M_e \partial \omega_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial M_e \partial \varphi_T} & \frac{\partial^2 R}{\partial M_e \partial \omega_T} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e \partial M_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e \partial \varphi_T} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_e \partial \omega_T} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi_T \partial M_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi_T \partial \omega_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi_T^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi_T \partial \omega_T} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_T \partial M_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_T \partial \omega_e} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_T \partial \varphi_T} & \frac{\partial^2 R}{\partial \omega_T^2} \end{array} \right| > 0.$$

При этом условии $\partial R / \partial M_e = 0$ приводит к равенству (4.59).

Общих методов синтеза подходящей функции $V = V(t, \omega_e, \varphi_T, \omega_T)$, а следовательно, и интеграла (4.54), (4.55) не существует. Кроме того, не для каждой системы дифференциальных уравнений можно построить точный интеграл с помощью суперпозиции элементарных функций. Вот почему чаще всего единственной формой записи условий оптимальности является дифференциальная.

Введем в рассмотрение функции

$$\xi = I_{eH} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \cdot \frac{d\omega_e}{dt} - Q_t; \quad (4.61)$$

$$\xi_0 = \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t. \quad (4.62)$$

Если бы соблюдалось условие постоянства либо функции (4.61), либо функции (4.62):

$$I_{eH} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{d\omega_e}{dt} - Q_t = \xi(t) \equiv \text{const}; \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t = \xi_0(t) \equiv \text{const}, \quad (4.64)$$

то в первом случае это значило бы, что законы оптимального нагружения двигателя формируются по одному и тому же принципу и для стоповых, и для нестоповых режимов работы трансформатора, а во втором случае искомые законы нагружения оказались бы идентичными оптимальным законам работы двигателя без нагрузки.

Закон оптимального частичного нагружения двигателя в аналитическом виде можно получить, исключая из двух последних уравнений (4.49) $\Psi_{\tau\varphi}$:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{d\Psi_{\tau\omega}}{dt} - I_{eH} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \frac{d\omega_e}{dt} + \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \frac{d\omega_\tau}{dt} \right] = \Psi_{\tau\omega} \frac{\partial}{\partial \varphi_\tau} \frac{d\omega_\tau}{dt} \quad (4.65)$$

и подставляя в полученный результат выражение

$$\Psi_{\tau\omega} = \frac{\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} - I_{eH} \frac{d}{dt} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} - I_{eH} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_e}{dt}}{\frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_\tau}{dt}}, \quad (4.66)$$

определяемое из первого уравнения (4.49). Теперь нетрудно прийти к выводу, что (4.65), (4.66) в общем случае никак не сводимы ни к равенству (4.63), ни тем более к (4.64).

Более конкретно определить множество оптимальных режимов работы двигателя, нагружаемого трансформатором, можно даже не прибегая к условиям оптимальности (4.65), (4.66), а всего лишь учитывая некоторые особенности характеристик двигателей внутреннего сгорания.

На рис. 4.10 представлена нагрузочная характеристика двигателя КамАЗ-7402 (кривая $M_e^+(Q_t)$ соответствует внешним режимам работы двигателя, а $M_e^0(Q_t)$ — режимам, описываемым уравнением (2.4). Эта характеристика двигателя внутреннего сгорания показывает, что при любом постоянном значении ω_e

($\omega_e = \text{const}$) зависимость $Q_t = Q_t(M_e)$ почти линейна на отрезке $0 \leq M_e \leq M_e^0(\omega_e)$ и нелинейна на отрезке $M_e^0(\omega_e) \leq M_e \leq M_e^+(\omega_e)$.

Заменим условно все режимы, где зависимость $Q_t = Q_t(M_e)$ при некотором значении $\omega_e = \text{const}$ нелинейна, точечными режимами R^- и R^+ (рис. 4.10). Тогда характеристика $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$ превращается в линейную с внешними режимами R^- и R^+ .

Обращаясь к принципу максимума, согласно которому для оп-

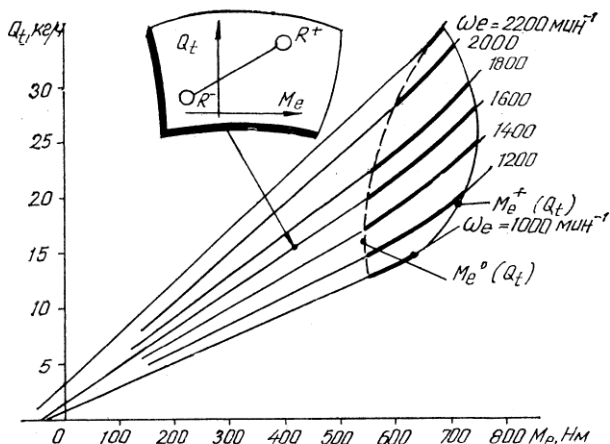


Рис. 4.10. Линеаризованное представление характеристики дизельного двигателя.

тимальности режимов работы двигателя необходимо, чтобы функция (2.12) по переменной M_e достигала инфимума, приходим к выводу: оптимальными режимами работы двигателя при линейной условной характеристике $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e = \text{const})$ могут быть только условные внешние режимы R^- и R^+ (за исключением, пожалуй, только вырожденных случаев). Таким образом, при работе трансформатора на нестоповых режимах, как и в случае реализации трансформатором стоповых режимов, наиболее выгодными среди всех тяговых режимов работы двигателя с достаточной степенью уверенности можно считать режимы из множества D_0 (рис. 4.3, а).

4.4. Гидродинамический трансформатор и безынерционный двигатель внутреннего сгорания

Уменьшение инерционности двигателя внутреннего сгорания — одно из важнейших направлений его конструктивного совершенствования. Безынерционный двигатель является желаемым, а не формальным идеалом.

При $I_{ен} \rightarrow 0$ дифференциальное уравнение (4.36) вырождается в обычное функциональное уравнение

$$M_e - \lambda(u) \omega_e^2 = 0, \quad (4.67)$$

которое одновременно характеризует установившиеся и неуставившиеся режимы совместной работы двигателя и гидротрансформатора. На рис. 4.11 представлен пример построения так называемых характеристик нагружения двигателя гидротранс-

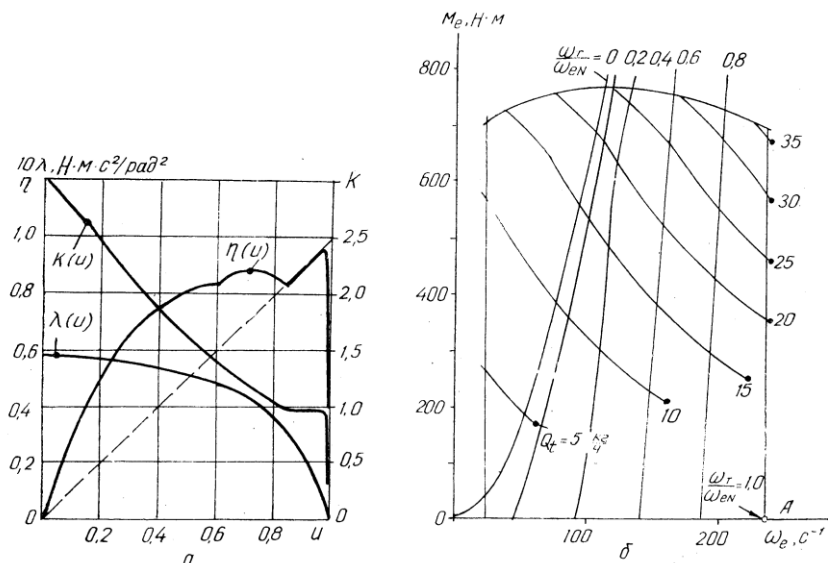


Рис.4.11. Характеристики и режимы совместной работы гидротрансформатора и двигателя.

форматором при различных постоянных значениях скорости вращения вала турбины ($\omega_\tau = \text{const}$). Каждая такая характеристика представляет собой график зависимости $M_e = M_e(\omega_e)$ при некотором значении $\omega_\tau = \text{const}$, построенный на основании характеристики $\lambda = \lambda(u)$ трансформатора (рис. 4.11, а) и уравнения (4.67) (на рис. 4.11, б представлены нагрузочные характеристики для $\omega_\tau / \omega_{eN} = 0; 0,2; \dots; 0,8$; при $\omega_\tau / \omega_{eN} = 1, 0 \leq u \leq 1$ существует только один режим совместной работы двигателя и трансформатора, отражаемый точкой А). Характеристики нагружения совместно с характеристиками двигателя и гидротрансформатора графически иллюстрируют взаимосвязь между следующими параметрами, определяющими режимы и эффективность работы двигателя и трансформатора при заданных фиксированных значениях скорости вращения вала турбины: реализуемым двигателем крутящим моментом (M_e), скоростью вращения вала двигателя (ω_e), скоростью расхода топлива (Q_t) и реализуемыми гидротрансформатором передаточным отношением (u), коэффициентом трансформации (K), коэффициентом полезного действия (η).

Условия оптимальности режимов нагружения безынерционно-го двигателя гидротрансформатором в случае, когда момент сопротивления M_c не зависит от ω_T и t , определяют соотношения

$$\sup_{\omega_e} \left[H = \Psi_{T\omega} \frac{d\omega_T}{dt} + \Psi_{T\varphi} \omega_T + \Psi_t - Q_t \right] = 0; \quad (4.68)$$

$$Q_t = Q_t(\omega_e, \lambda(\omega_T/\omega_e)\omega_e^2);$$

$$\frac{d\Psi_{T\omega}}{dt} = \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_T} - \Psi_{T\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_T} \frac{d\omega_T}{dt} - \Psi_{T\varphi} + \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial \omega_T};$$

$$\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} - \Psi_{T\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_T}{dt} + \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial \omega_e} + \rho_\omega \frac{\partial h_\omega}{\partial \omega_e} = 0;$$

$$\Psi_{T\varphi} = \text{const}, \quad \Psi_t = \text{const};$$

$$\rho_M h_M = 0, \quad \rho_\omega h_\omega = 0. \quad (4.69)$$

Если к тому же речь идет об оптимальных частичных режимах работы двигателя, то из соотношений (4.69) вытекает необходимость соблюдения равенств

$$\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} + \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{\partial M_e}{\partial \omega_e} - \Psi_{T\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_T}{dt} = 0; \quad (4.70)$$

$$\Psi_{T\omega} \frac{d\omega_T}{dt} + \Psi_{T\varphi} \omega_T + \Psi_t - Q_t = 0. \quad (4.71)$$

Положив $d\omega_T(t)/dt \neq 0$ и исключая из выражений (4.70), (4.71) переменную $\Psi_{T\omega}$, придем к выводу

$$\frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{Q_t - \Psi_{T\varphi} \omega_T - \Psi_t}{d\omega_T/dt} = 0. \quad (4.72)$$

Равенство (4.72) можно трактовать как необходимое условие экстремума функции

$$f = \frac{Q_t(\omega_e, \lambda(\omega_T/\omega_e)\omega_e^2) - \Psi_{T\varphi} \omega_T - \Psi_t}{\mu(\omega_T/\omega_e)\omega_T^2 - M_c(\omega_T)} \quad (4.73)$$

по переменной ω_e (переменная ω_T считается заданной). Однако чисто формальное использование условия (4.72) при поиске оптимальных режимов работы системы «двигатель-гидротрансформатор» может привести к ошибкам.

Проведем, например, анализ особенностей функции (4.73), обращаясь для большей наглядности к характеристикам гидротрансформатора и двигателя, представленным на рис. 4.11. На основании этих характеристик построим графики функций $Q_t(\omega_e) = Q_t(\omega_e, \lambda(\omega_T/\omega_e)\omega_e^2)$, $\mu(\omega_e)\omega_T^2 = \mu(\omega_T/\omega_e)\omega_T^2$ при различных фиксированных значениях ω_T (рис. 4.12, а); точки А и А' опреде-

ляют значения Q_t и $\mu\omega_T^2$ для режима совместной работы двигателя и гидротрансформатора, соответствующего точке A на рис. 4.11, б. Графики (рис. 4.12, а) иллюстрируют монотонно возрастающую зависимость величин Q_t и $\mu\omega_T^2$ от ω_e при фиксированных значениях ω_T . Причем для всех $\omega_T \geq \omega_{e \min}$ существуют такие значения ω_e , при которых $\mu\omega_T^2 = 0$. Следовательно, если $\omega_T = \text{const} \geq \omega_{e \min}$, $M_c > 0$ (как, впрочем, и при $0 \leq \omega_T < \omega_{e \min}$, $M_c(\omega_T) > \mu(\omega_T, \omega_{e \min})\omega_T^2$), величина f в окрестности определенного зна-

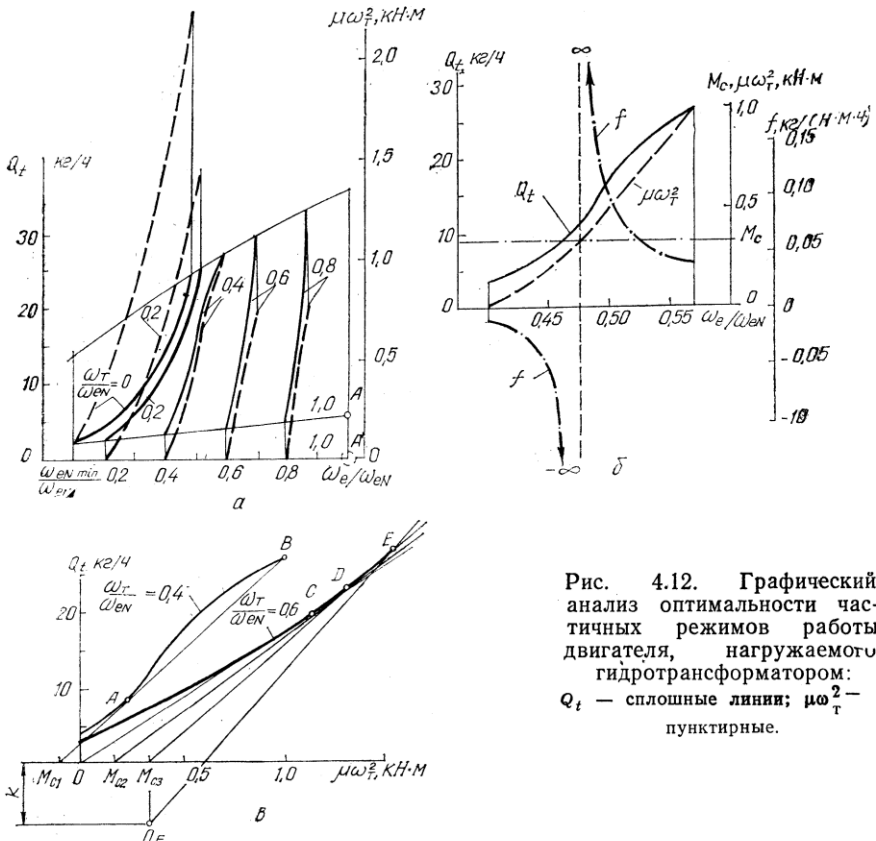


Рис. 4.12. Графический анализ оптимальности частичных режимов работы двигателя, нагружаемого гидротрансформатором: Q_t — сплошные линии; $\mu\omega_T^2$ — пунктирные.

чения ω_e может принимать как угодно большие и как угодно малые значения. При $\omega_T/\omega_{eN} = 0.4$ и $\Psi_{T\omega_T} + \Psi_t = 0$ это наглядно иллюстрирует рис. 4.12, б: функция $f = f(\omega_e)$ имеет асимптоту и терпит разрыв при таком значении ω_e , когда $d\omega_T/dt = 0$. В этом случае равенство (4.72) заведомо не может быть необходимым условием глобального экстремума функции (4.73).

Попробуем выяснить смысл условия оптимальности (4.72), прибегая к (4.69). Из этих соотношений следует, что оптималь-

ные частичные режимы работы двигателя должны удовлетворять неравенству

$$\frac{\partial H}{\partial \omega_e} = \frac{\frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e}}{\frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_r}{dt}} \frac{\partial^2 d\omega_r}{\partial \omega_e^2 dt} - \frac{\partial^2 Q_t}{\partial \omega_e^2} < 0,$$

где $Q_t = Q_t[\omega_e, \lambda(\omega_r/\omega_e)\omega_e^2]$. В то же время из равенства (4.72) следует, что

$$\frac{\frac{\partial^2 Q_t - \Psi_{\tau\varphi} \omega_r - \Psi_t}{\partial \omega_e^2}}{\frac{d\omega_r}{dt}} = - \frac{\frac{\partial H}{\partial \omega_e}}{\frac{d\omega_r}{dt}}.$$

Таким образом, при $d\omega_r/dt > 0$ условие (4.72) идентифицирует минимум функции (4.73), а при $d\omega_r/dt < 0$ — ее максимум. Следовательно, оптимальными являются те режимы, которые в каждый момент времени обеспечивают минимум

$$\frac{Q_t - \Psi_{\tau\varphi} \omega_r - \Psi_t}{\left| \frac{d\omega_r}{dt} \right|} \quad (4.74)$$

по переменной ω_e . Поэтому величина (4.74) выступает в роли критерия оптимальности, которым значительно удобнее оперировать, чем интегральным критерием (4.5).

Допустим, что угол φ_r поворота вала турбины и время осуществления переходного процесса в системе «двигатель—гидротрансформатор» заранее не регламентированы. Тогда $\Psi_{\tau\varphi} = 0$ и $\Psi_t = 0$. Исключая переменную ω_e из функций $Q_t = Q_t(\omega_e, (\lambda\omega_r/\omega_e)\omega_e^2)$ и $\mu\omega_r^2 = \mu(\omega_r/\omega_e)\omega_e^2$, можно построить при любом значении $\omega_r = \text{const}$ зависимость $Q_t = Q_t(\mu\omega_r^2)$. Для примера на рис. 4.12, в представлены две такие зависимости, построенные на основании рис. 4.12, а при $\omega_r = 0,4\omega_{eN}$ и $\omega_r = 0,6\omega_{eN}$. Нетрудно показать, что оптимальные режимы совместной работы двигателя и гидротрансформатора при $d\omega_e/dt \neq 0$ (т. е. режимы, для которых минимальны значения величины (4.74)) определяются точками касания кривых $Q_t = Q_t(\mu\omega_r^2)$ и прямых, проходящих через точки с координатами $Q_t = 0$ и $\mu\omega_r^2 = M_c(\omega_r/\omega_{eN})$. Так, при $\omega_r = 0,6\omega_{eN}$ и $M_c(0,6\omega_{eN}) = 0$ оптимальный режим отражает точка С; при $M_c(0,6\omega_{eN}) = M_{c2}$ оптимальный режим отражает точка D; при всех $M_c(0,6\omega_{eN}) \geq M_{c3}$ оптимальным является внешний режим, который отражает точка E.

Интересные результаты можно получить в процессе определения оптимальных режимов при $\omega_r = 0,4\omega_{eN}$: для любого значения момента сопротивления $M_c(0,4\omega_{eN}) \geq M_{c1}$ оптимальным явля-

ется внешний режим, которому соответствует точка B ; ни один из режимов, отражаемых точками куска AB кривой $Q_t = Q_t(\mu\omega_\tau^2)$, ни при каких значениях M_c не может оказаться оптимальным (A и B — точки касания рассматриваемой кривой $Q_t = Q_t(\mu\omega_\tau^2)$ и прямой линии). Таким образом, выпуклость вверх функции $Q_t = Q_t(\mu\omega_\tau^2)$ исключает возможность использования в качестве оптимальных многих частичных режимов работы системы «двигатель—трансформатор».

Описанный алгоритм определения оптимальных режимов легко обобщить и на случай, когда $\Psi_{\tau\phi} \neq 0$ и $\Psi_t \neq 0$. Например, при $\omega_\tau = 0,6 \omega_{eN}$, $M_c(0,6 \omega_{eN}) = M_c$ и $0,6 \Psi_{\tau\phi} \omega_{eN} + \Psi_t = k < 0$ касательная к графику $Q_t = Q_t(\lambda\omega_\tau^2)$ должна быть проведена из точки O_E (рис. 4.12, v ; в этом примере снова оптимальным оказывается внешний режим, отражаемый точкой E).

4.5. Нагружение двигателя механическим редуктором и бесступенчатой трансмиссией

Считаем, что механический редуктор (например, обычный шестеренчатый, рис. 4.13, a) и бесступенчатая трансмиссия (например, клиноременный вариатор, рис. 4.13, b) передают мощность с одним и тем же коэффициентом полезного действия на любом режиме их работы ($\eta = \text{const}$). Передаточное отношение в механическом редукторе всегда постоянно ($u(t) = \omega_\tau(t)/\omega_e(t) \equiv \text{const}$),

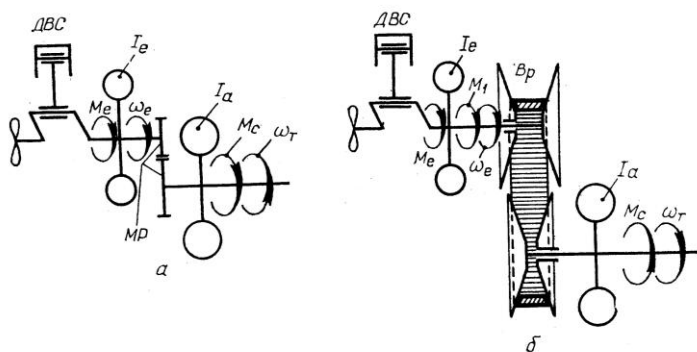


Рис. 4.13. Схемы конструкций силовых агрегатов с механическим редуктором (MP) и клиноременным вариатором (Bp).

а в вариаторе допускается возможность реализации любого необходимого в тот или иной момент времени передаточного отношения ($\omega_\tau(t)/\omega_e(t) = u(t) = \text{varia}$), где ω_τ — скорость вращения выходного вала редуктора или вариатора.

Оптимальные режимы совместной работы двигателя и механического редуктора определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \sup_{M_e} \left\{ H = -Q_t + \frac{\Psi_{e\omega}}{I_e K + I_a u} [M_e K - M_c(\varphi_e, \omega_e, t)] + \right. \\ \left. + \Psi_{e\varphi} \omega_e + \Psi_t \right\} = 0; \\ \frac{d\omega_e}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{e\omega}}, \quad \frac{d\varphi_e}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{e\varphi}}; \\ \frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_e} + \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial \omega_e} + \rho_\omega \frac{\partial h_\omega}{\partial \omega_e}; \\ \frac{d\Psi_{e\varphi}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_e}, \quad \frac{d\Psi_t}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial t}; \\ \frac{\partial H}{\partial M_e} = \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial M_e}, \end{aligned} \quad (4.75)$$

а соотношения, описывающие оптимальное функционирование системы «двигатель—бесступенчатая трансмиссия» имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sup_{M_e, M_1} \left\{ H = -Q_t + \frac{\Psi_{e\omega}}{I_e} (M_e - M_1) + \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} \left[M_1 \gamma_{\frac{\omega_e}{\omega_T}} - \right. \right. \\ \left. \left. - M_c(\varphi_T, \omega_T, t) \right] + \Psi_{T\varphi} \omega_T + \Psi_t \right\} = 0, \\ \frac{d\omega_e}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{e\omega}}, \quad \frac{d\omega_T}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{T\omega}}, \quad \frac{d\varphi_T}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{T\varphi}}, \\ \frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_e} + \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial \omega_e} + \rho_\omega \frac{\partial h_\omega}{\partial \omega_e}, \\ \frac{d\Psi_{T\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_T}, \quad \frac{d\Psi_{T\varphi}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_T}, \quad \frac{d\Psi_t}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial t}, \\ \frac{\partial H}{\partial M_e} = \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial M_e}, \end{aligned} \quad (4.76)$$

где I_e, I_a — моменты инерции, приведенные соответственно к валу двигателя и к выходному валу редуктора или вариатора; φ_e, φ_T — углы поворота вала двигателя и выходного вала вариатора; M_c — момент сопротивления; K — коэффициент трансформации; M_1 — крутящий момент, воспринимаемый вариатором.

Если момент сопротивления M_c не зависит от φ_T, t , то из всех возможных частичных режимов работы двигателя, нагружаемого

механическим редуктором, условия оптимальности (4.75) выделяют только те, которые удовлетворяют требованию

$$M_e = \arg \inf \left| \frac{Q_t - \Psi_{e\varphi} \omega_e - \Psi_t}{\frac{d\omega_e}{dt}} \right|, \quad (4.77)$$

где $\Psi_{e\varphi} = \text{const}$ и $\Psi_t = \text{const}$. Равенство (4.77) предельно лаконично определяет оптимальные значения реализуемого двигателем крутящего момента и одновременно допускает весьма наглядную геометрическую трактовку алгоритма поиска оптимальных частичных режимов работы двигателя.

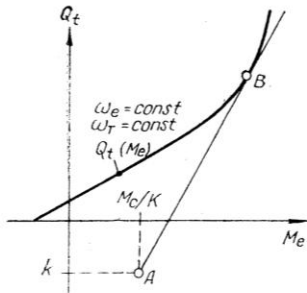


Рис. 4.14. Алгоритм определения оптимального режима работы двигателя, нагружаемого редуктором или вариатором.

В самом деле условие (4.77) соблюдается при $\frac{\partial}{\partial M_e} \frac{Q_t - \Psi_{e\varphi} \omega_e - \Psi_t}{\frac{d\omega_e}{dt}} = 0$,

откуда следует

$$\frac{\partial}{\partial M_e} (Q_t - \Psi_{e\varphi} \omega_e - \Psi_t) - \frac{Q_t - \Psi_{e\varphi} \omega_e - \Psi_t}{M_e - \frac{M_c(\omega_e)}{K}} = 0. \quad (4.78)$$

Именно последнее равенство очень легко трактовать геометрически: при заданном значении ω_e оптимальный режим работы двигателя отображается точкой B касания кривой $Q_t = Q_t(M_e)$ и прямой AB , проведенной из точки с координатами $Q_t = k = \Psi_{e\varphi} \omega_e + \Psi_t$ и $M_e = M_c/K$ (рис. 4.14).

Рассмотрим теперь оптимальные частичные режимы работы двигателя, нагружаемого бесступенчатой трансмиссией. Одним из необходимых условий оптимальности, вытекающих из соотношений (4.76) при отсутствии ограничений на M_1 , является равенство $\partial H / \partial M_1 = 0$. Поэтому оптимальные частичные режимы работы двигателя должны удовлетворять условию

$$\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \left[M_e - \frac{M_c(\varphi_r, \omega_r, t)}{K(\omega_e, \omega_r)} \right] - Q_t + \Psi_{T\varphi} \omega_r + \Psi_t = 0. \quad (4.79)$$

Причем это условие остается в силе и для безынерционного двигателя.

Структура выражений (4.78) и (4.79) идентична. Следовательно, рис. 4.14 одновременно является графической иллюстрацией равенств (4.78); (4.79) при $\Psi_{T\varphi} = \text{const}$, $\Psi_t = \text{const}$, $k = \Psi_{T\varphi} \omega_r + \Psi_t$ (напомним, что величины $\Psi_{T\varphi}$ и Ψ_t — постоянны, если $\partial M_c / \partial \varphi_r \equiv 0$ и $\partial M_c / \partial t \equiv 0$).

Таким образом, полученные результаты являются еще одним убедительным доказательством того, что в рамках систем «двигатель—механический редуктор», «двигатель—бесступенчатая трансмиссия», как и в рамках системы «двигатель—гидротрансформатор», оптимальность режимов работы двигателя воспринимается совсем иначе, чем когда свойства двигателя анализируются обособленно.

ГЛАВА 5

СОВМЕЩЕНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ И ГИДРОТРАНСФОРМАТОРА

5.1. Взаимосвязь характеристик двигателя и гидротрансформатора, законов распределения режимов их работы

В первых исследованиях по автоматизации мобильных машин путем введения в трансмиссию гидродинамического трансформатора крутящего момента проблема совмещения характеристик последнего с характеристиками двигателя решалась довольно просто [77, 79]: совмещение характеристик считалось оптимальным, если преобладающую долю времени гарантировалась работа двигателя на определенном наперед заданном установив-

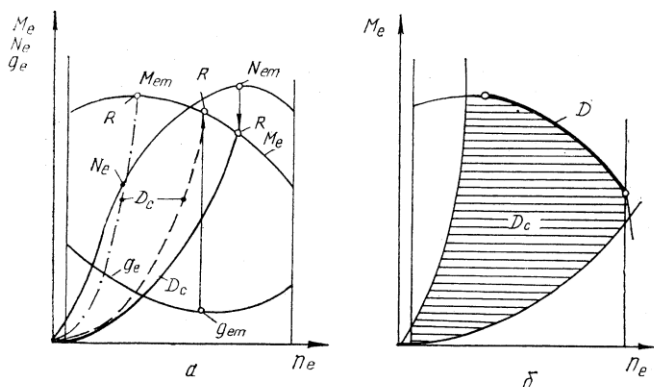


Рис. 5.1. Множества D_c установившихся режимов совместной работы двигателя и гидротрансформатора:
а — непрозрачного; б — прозрачного.

шемся режиме R внешней характеристики (рис. 5.1, а) или если преобладающие режимы совместной работы двигателя и трансформатора включали в себя определенное наперед заданное множество D режимов внешней характеристики (рис. 5.1, б). Такая трактовка оптимальности совмещения основана практически на тех же принципах, которыми руководствуются при проектировании гидроприводов стационарных машин, гидроагрегатов электростанций, насосных, компрессорных и вентиляционных установок [50, 18, 17]. Однако в отношении системы «двигатель—гидротрансформатор» автомобиля она обычно приводит к неоднозначным решениям проблемы совмещения. Так, для непрозрачно-

го гидродинамического трансформатора определяющий оптимальное совмещение режим R работы двигателя можно отождествить с режимом максимальной мощности N_{em} , ожидая улучшения скоростных свойств автомобиля, или с режимом минимального удельного расхода топлива, предполагая экономию топлива. Пытаясь разрешить компромисс между требованиями улучшения скоростных свойств автомобиля и повышения его топливной экономичности, можно, например, оправдать выбор почти любого значения коэффициента первичного момента, лежащего в пределах

$$\frac{M_{en}}{n_{em}^2} \leq \lambda \leq \frac{M_{em}}{n_{em}^2}, \quad (5.1)$$

где M_{em} , M_{en} — максимальный крутящий момент, который в состоянии развить двигатель, и крутящий момент при максимальной частоте n_{em} вращения вала двигателя; n_{em} — частота вращения вала двигателя, соответствующая наибольшему крутящему моменту. В конечном счете такая неопределенность в трактовке оптимального совмещения характеристик двигателя и гидротрансформатора предопределила вывод [39] о том, что только детальные ходовые испытания машины в различных условиях движения с различными трансформаторами, характеристики которых удовлетворяют условию (5.1), могут дать достаточные основания для оптимального выбора трансформатора. Развитие электронных вычислительных машин позволило в той или иной степени ходовые испытания заменить менее трудоемкими машинными экспериментами.

Однако поиск оптимальных параметров и характеристик гидротрансформатора методом натурального или машинного экспериментирования является, в сущности, подходом к решению задачи оптимального совмещения характеристик двигателя и гидротрансформатора с позиций анализа. При анализе обычно определяются направления, в которых следует изменять характеристику гидротрансформатора или дается прямая оценка типа «лучший или худший». При синтезе же синтезируется идеальная (требуемая) характеристика, которая служит эталоном для выбора наилучшего гидротрансформатора для заданного двигателя или для разработки программы создания оптимального трансформатора, начиная со стадии проектирования.

Синтезирующие методы обладают бесспорно большей полезностью, чем методы принятия решений на основе анализа (как в теоретическом, так и в прикладном отношении).

В методах синтеза так или иначе содержится стремление к раскрытию предельных потенциальных свойств системы «двигатель—гидротрансформатор». Так как всякая новая полезная возможность всегда воспринимается как потребность, то функциональная оптимизация является также средством четкого формулирования целеполагающих требований к свойствам системы «двигатель—гидротрансформатор». Кроме того, метод синтеза при

необходимости всегда без особого труда можно модифицировать в метод полиальтернативного принятия решений, позволяющий осуществить выбор наилучшего гидродинамического трансформатора из группы реальных, уже спроектированных или изготовленных.

Предполагая необходимость синтеза оптимальных свойств системы «двигатель—гидротрансформатор», рассмотрим следующую задачу.

Используя в качестве критерия оптимальности коэффициент полезного действия η , требуется определить, какой из силовых агрегатов «двигатель—гидротрансформатор» лучше. Для простоты возможные режимы R работы агрегата отождествляются с точками числовой оси (рис. 5.2).

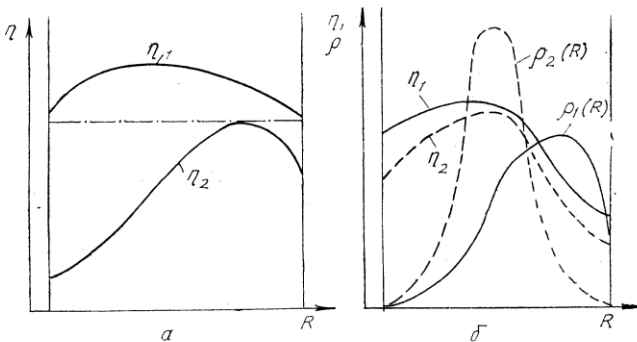


Рис. 5.2. Зависимости, характеризующие эффективность и степень использования различных режимов работы агрегатов автомобиля.

Задача решается довольно просто, если из характеристик агрегатов следует, что на любом режиме к. п. д. одного из них ниже (рис. 5.2, а) минимального значения к. п. д. другого. Та же задача становится сложной, если в некоторой подобласти режимов к. п. д. одного из агрегатов может быть выше наименьших значений к. п. д. другого агрегата (рис. 5.2, б).

С одной стороны, свойства двигателя и агрегата проявляются только во взаимодействии с внешней средой, и это взаимодействие может быть отражено в оценке. Однако с другой — в двигателе или агрегате заложены определенные потенциальные свойства, и нерациональное их использование вследствие неправильного подбора номинальных параметров или неправильного совмещения характеристик отдельных систем автомобиля не может служить основанием для низкой оценки свойств двигателя или агрегата.

Так, для ситуации, представленной на рис. 5.2, а агрегат 1 заведомо не хуже агрегата 2, каким бы ни было распределение режимов работы каждого из них; для другой же ситуации (рис. 5.2, б) можно указать такие распределения режимов $\rho_1(R)$, $\rho_2(R)$,

что агрегат 2 окажется лучшим, тогда как без учета возможных распределений напрашивается противоположная оценка. Подобная ситуация может иметь место, если нагрузочные характеристики гидротрансформаторов, входящих в состав агрегатов, существенно различаются.

На основании изложенного можно предложить следующий принцип оценки силового агрегата. Оценка считается истинной в том случае, когда она производится при условии, что дана возможность свойствам сравниваемых объектов проявиться в идентичных условиях наилучшим образом. Однако возникает проблема конструктивности. Действительно, для того чтобы дать в указанном смысле справедливую оценку силовому агрегату «двигатель—гидротрансформатор», необходимо определить оптимальные параметры всех систем автомобиля и смоделировать его оптимальное движение в условиях, близких к реальным. И хотя данный принцип довольно сложный в теоретическом плане (не говоря уже о практическом приложении), тем не менее стремление к хотя бы частичному раскрытию потенциальных свойств автомобиля и его предельного совершенства (идеала) всегда оправданно.

Таким образом, оптимизация совмещения характеристик двигателя гидротрансформатора представляет интерес не только с точки зрения поиска технических средств улучшения топливно-скоростных свойств автомобиля, но является одним из наиболее важных направлений при детальном исследовании потенциальных свойств системы автомобиля «двигатель—гидротрансформатор».

Как процессы анализа степени оптимальности системы «двигатель—гидротрансформатор», так и процессы идентификации ее оптимальных параметров и характеристик становятся особенно эффективными, если имеется возможность ограничиться рассмотрением только информации о к. п. д. двигателя и гидротрансформатора на различных режимах их работы и информации о необходимых или желаемых законах распределения этих режимов. Поэтому во многих исследованиях, посвященных оптимизации совмещения характеристик двигателя и гидротрансформатора [22, 23, 48], приведенная выше информация является основной.

Допустим, что заданы функция плотности распределения режимов работы двигателя внутреннего сгорания $\rho_o = \rho_o(M_e, n_e)$ и функция плотности распределения режимов работы гидротрансформатора $\rho_u = \rho_u(u)$. Необходимо определить нагрузочную характеристику $\lambda = \lambda(u)$ гидротрансформатора, гарантирующую заданные законы распределения режимов работы двигателя и трансформатора. Для конкретности решения задачи считаем, что желаемое распределение режимов работы двигателя определяется функцией (2.8). Это распределение в дальнейшем называем виртуальным.

Принципиальная основа для определения виртуальной функции плотности распределения режимов работы гидротрансформатора, очевидно, должна быть такой же, как и для двигателя. Вир-

туальным считаем такое распределение режимов работы гидротрансформатора, которое описывается функцией плотности

$$\rho_u(u) = \frac{\eta^m(u)}{\int_0^1 \eta^m(u) du}, \quad m \geq 1, \quad (5.2)$$

где η — к. п. д. гидротрансформатора; $u(0 \leq u \leq 1)$ — передаточное отношение, отражающее текущий режим работы гидро-

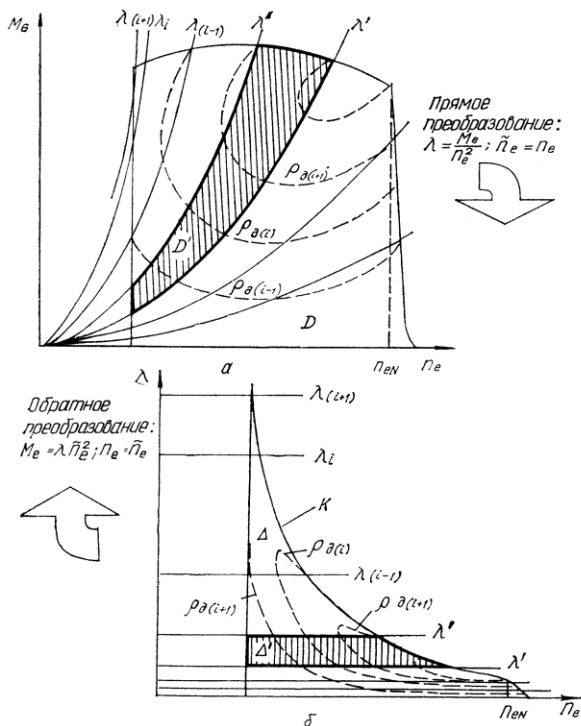


Рис. 5.3. Преобразование анализируемых переменных.

трансформатора. Функция (5.2) по структуре и содержанию аналогична функции (2.8). Она описывает оптимальное использование возможных режимов работы гидротрансформатора, когда их приоритет измеряется величиной к. п. д.

Для безынерционной системы «двигатель—гидротрансформатор» между величинами λ , n_e , M_e существует определенная взаимосвязь, выражаемая соотношением (4.67)

$$\lambda = M_e / n_e^2. \quad (5.3)$$

Рассмотрим множество D возможных режимов работы двигателя (рис. 5.3, а), на котором задана некоторая функция $\rho_\delta(M_e$,

n_e) плотности распределения режимов. Используя уравнение (5.3), множество режимов (M_e, n_e) можно преобразовать (рис. 5.3, б) в множество режимов (λ, n_e) . Тогда некоторая подобласть D режимов работы двигателя, заключенная между кривыми $M_e = \lambda' n_e^2$, $M_e = \lambda'' n_e^2$ ($\lambda', \lambda'' = \text{const}$), преобразуется в подмножество Δ' более простой структуры.

Сопоставим интеграл

$$\iint_{D'} \rho_{\partial}(M_e, n_e) dM_e dn_e, \quad (5.4)$$

выражающий вероятность использования режимов из множества D' (или долю времени использования режимов, принадлежащих множеству D') и интеграл

$$\iint_{\Delta'} \rho_{\lambda n}(\lambda, n_e) d\lambda dn_e. \quad (5.5)$$

Поскольку область Δ' есть образ D' , то интегралы (5.4) и (5.5) равны. Преобразование

$$\tilde{n}_e = n_e, \quad \lambda = M_e/n_e^2 \quad (5.6)$$

есть взаимоднозначное преобразование с отличным от нуля якобианом

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial n_e} & \frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial M_e} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial n_e} & \frac{\partial \lambda}{\partial M_e} \end{array} \right| = \frac{1}{n_e^2}. \quad (5.7)$$

Поэтому замена переменных в (5.4) с учетом (5.6), (5.7) дает соотношение

$$\iint_{D'} \rho_{\partial}(M_e, n_e) dM_e dn_e = \iint_{\Delta'} \rho_{\partial}(M_e = \lambda n_e^2, n_e) \frac{1}{n_e^2} d\lambda dn_e. \quad (5.8)$$

Подынтегральное выражение в правой части уравнения (5.8) представляет собой, как легко видеть, функцию плотности совместного распределения величин λ и n_e :

$$\rho_{\lambda n} = \frac{1}{n_e^2} \rho_{\partial}(M_e = \lambda n_e^2, n_e).$$

Тогда функция плотности распределения величины λ определяется выражением

$$\rho_{\lambda} = \int_0^{n^+(\lambda)} \frac{1}{n_e^2} \rho_{\partial}(M_e = \lambda n_e^2, n_e) dn_e,$$

где $n^+(\lambda)$ — уравнение кривой K (рис. 5.3, б), являющейся образом внешней скоростной характеристики двигателя.

В общем случае, если функция $y=y(x)$ монотонная, то маргинальные плотности $\rho_x=\rho_x(x)$, $\rho_y=\rho_y(y)$ распределений величин x и y связаны соотношением

$$\rho_y = \rho_x(x) \left| \frac{dx(y)}{dy} \right|. \quad (5.9)$$

Уравнение (5.9) можно использовать для построения оптимальной нагрузочной характеристики трансформатора, если положить $x=u$, $y=\lambda$. Причем при любых $\rho_u(u)$, $\rho_\lambda(\lambda)$ всегда существует

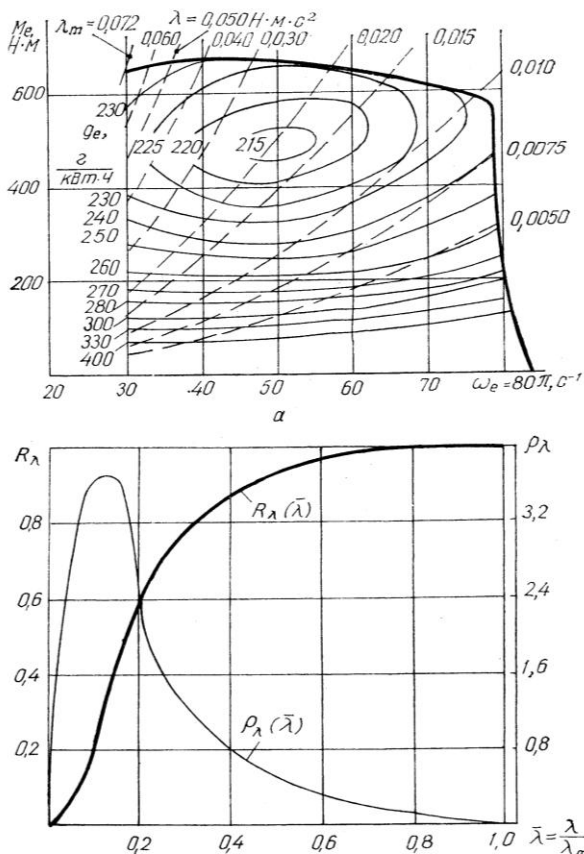


Рис. 5.4. Характеристика дизельного двигателя (а) и соответствующие ей характеристики виртуального распределения коэффициента первичного момента (б).

монотонная нагрузочная характеристика, удовлетворяющая уравнению (5.9). Более того, можно потребовать, чтобы нагрузочная характеристика была не монотонной. Но и в этом случае

находится оптимальное решение; только для его определения необходимо каждый участок монотонности рассматривать отдельно.

На рис. 5.4 представлены характеристика автомобиля дизеля с нанесенными на нее кривыми (5.3) при различных $\lambda = \text{const}$ и функция плотности $\rho_\lambda = \rho_\lambda(\bar{\lambda})$, обеспечивающая виртуальное распределение режимов работы двигателя ($\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_m$; λ_m — максимальное значение коэффициента первичного момента). На основании функции $\rho_\lambda = \rho_\lambda(\lambda)$ можно построить функцию

$$R_\lambda(\lambda) = \int_0^\lambda \rho_\lambda(\lambda) d\lambda, \text{ рис. 5.4, б, ко-}$$

торой вполне достаточно для того, чтобы подобрать оптимальную характеристику гидротрансформатора.

Рассмотрим, например, характеристику $\eta = \eta(u)$ обычного трехколесного гидротрансформатора, рис. 5.5, а. Учитывая соотношение (5.2) можно построить (рис. 5.5, б) функцию желаемого распределения значений передаточного отношения гидротрансформатора при $m=1$: $R_u(u) =$

$$= \int_0^u \rho_u(u) du, \text{ а для заданных}$$

функций распределения $R_\lambda = R_\lambda(\lambda)$ и $R_u = R_u(u)$ — бесчисленное множество нагрузочных характеристик $\lambda = \lambda(u)$. На рис. 5.5, б представлено построение только одной из них — монотонно падающей характеристики $\lambda = \lambda(u)$, удовлетворяющей уравнению $1 - R_\lambda(\lambda) = R_u(u)$, которое является следствием (5.9).

Таким образом, всю необходимую для решения задачи совмещения характеристик двигателя и гидротрансформатора информацию можно представить весьма компактно — в виде функций распределения значений величин λ и u . И хотя для построения функций $R_u = R_u(u)$ и $R_\lambda = R_\lambda(\lambda)$ был использован конкретный виртуальный принцип рационального использования режимов двигателя и трансформатора, тем не менее изложенный подход носит общий характер. В самом деле, можно отказаться от принципа использования всего множества возможных режимов, можно задавать функции распределения режимов работы

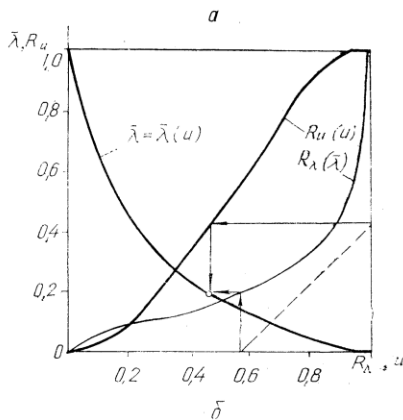
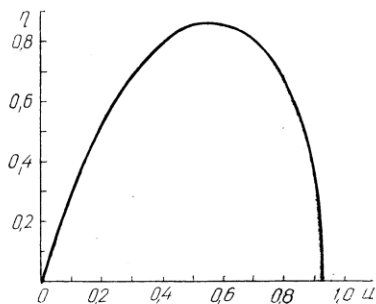


Рис. 5.5. Характеристики и виртуальное распределение режимов работы гидротрансформатора.

двигателя и трансформатора другими способами, используя, в частности, экспериментальную информацию. Но всякий раз с применением тех же приемов все обилие информации сводится к двум функциям распределения величин λ , μ .

Учитывая реальные особенности городского транспортного движения, можно заметить, что скоростные и нагрузочные режимы работы системы «двигатель—гидротрансформатор» отдельных типов транспортных средств (скажем, городских автобусов) далеко не произвольны. Действительно, интенсивные транспорт-

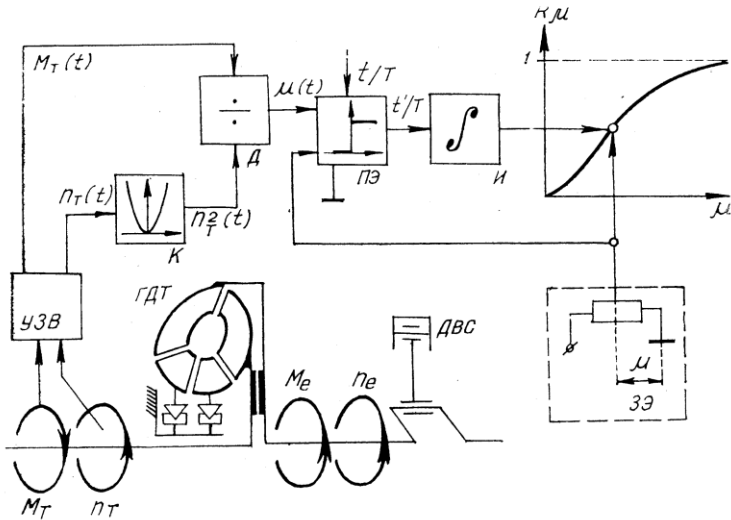


Рис. 5.6. Схема процесса построения функции распределения значений коэффициента вторичного момента.

ные потоки, регулирование движения, строго регламентированные во времени и в пространстве остановки существенно ограничивают свободу выбора режимов движения машин. Следовательно, вполне оправданно процессы $n_T(t)$ изменения частоты вращения турбины трансформатора и $M_T(t)$ изменения реализуемого на валу турбины крутящего момента считать заданными и не подлежащими варьированию. Тогда функцию

$$\mu(t) = M_T(t)/n_T^2(t) \quad (5.10)$$

тоже следует считать заданной.

По некоторой реализации процесса $\mu = \mu(t)$ (получаемой экспериментально или моделированием движения машины на ЭВМ) можно построить функцию плотности $\rho_\mu = \rho_\mu(\mu)$ или интегральную функцию $R_\mu = R_\mu(\mu) = \int_0^\mu \rho_\mu(\mu) d\mu$ распределения

величины μ . Схема процесса построения функции $R_\mu = R_\mu(\mu)$ представлена на рис. 5.6. С помощью устройства УЗВ записи-

воспроизведения восстанавливают зафиксированные, например, экспериментально процессы $n_T = n_T(t)$, $M_T = M_T(t)$. Посредством нелинейного преобразователя $НП$ и делителя $Д$ они трансформируются в процесс $\mu = \mu(t)$. Задающий элемент $ЗЭ$ устанавливает необходимое значение величины $\mu = \text{const}$. При $\mu(t) \leq \mu = \text{const}$ пороговый элемент $ПЭ$ всегда открыт (если же $\mu(t) > \mu = \text{const}$, он находится в закрытом состоянии). Определяя общее время открытого состояния элемента $ПЭ$, интегратор $И$ тем самым вычи-

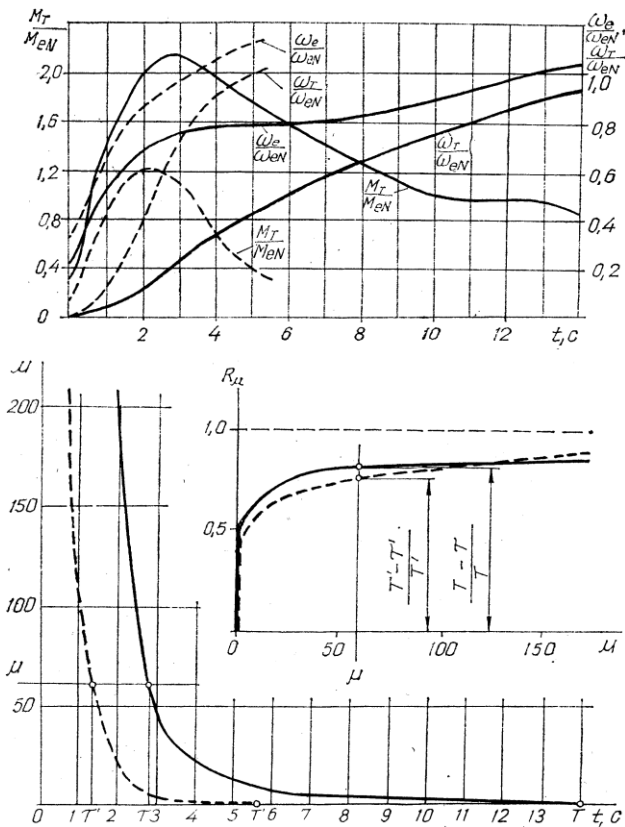


Рис. 5.7. Зависимости, характеризующие разгон автомобиля: нагруженного — сплошные линии; ненагруженного — пунктирные.

сляет искомую величину R_{μ} , соответствующую заданному значению μ .

Конкретный пример построения процессов $\mu = \mu(t)$ и функций распределения $R_{\mu} = R_{\mu}(\mu)$ представлен на рис. 5.7 (рассматриваются разгоны нагруженного и ненагруженного автомобиля на первой передаче; период реализации гидротрансформатором сто-

повых режимов не учитывается). Значение R_μ функции распределения в точке μ определяется как отношение

$$R_\mu(\mu) = (T - \tau)/T \quad (R_\mu(\mu) = (T' - \tau')/T',$$

где T, T' — продолжительности процессов разгона автомобиля с нагрузкой и без нагрузки; $T - \tau, T' - \tau'$ — периоды времени, в течение которых переменная во времени величина $\mu(t)$ не превышает заданного уровня μ .

Величина μ представляет собой коэффициент вторичного момента трансформатора, который связан с коэффициентом λ первичного момента, коэффициентом K трансформации и передаточным отношением u известным соотношением

$$\mu = \mu(u) = \lambda(u)K(u)/u^2. \quad (5.11)$$

Для реальных гидротрансформаторов функция $\mu = \mu(u)$ практически всегда монотонно падающая. Поэтому на основании равенства (5.9) можно установить следующее уравнение взаимосвязи между нагрузочной характеристикой трансформатора и функциями плотности распределения величин μ, u :

$$\rho_\mu(\mu) = -\rho_u(u) du/d\mu. \quad (5.12)$$

Уравнение (5.12) представляется в интегральном виде

$$1 - R_\mu(\mu) = R_u(u). \quad (5.13)$$

Очевидно, что обеспечить виртуальные распределения режимов работы двигателя и гидротрансформатора, соблюдая при этом условие (5.13), в общем случае невозможно без изменения характеристики $\lambda = \lambda(u)$ нагружающих свойств гидротрансформатора одновременно с характеристикой $K = K(u)$ его преобразующих свойств. Это означает, что реальные условия движения машины послужили весьма существенным ограничением свободы выбора режимов совместной работы двигателя и гидротрансформатора.

5.2. Оптимизация параметров гидротрансформатора, определяющих эффективность процесса трогания автомобиля с места

Рассмотрим разгон автобуса ЛАЗ-4202 на горизонтальном участке дороги с использованием трех передач в механической части трансмиссии при неблокированном трансформаторе (рис. 5.8; m — масса автобуса; ψ — коэффициент сопротивления дороги качению колес; $u_{тр1}, u_{тр2}, u_{тр3}$ — передаточные числа механической части трансмиссии на первой, второй и третьей передачах). Функция $\rho_\mu = \rho_\mu(\mu)$ в этом случае имеет весьма специфичный характер протекания, на котором сказывается ступенчатое изменение передаточных отношений в механической части трансмиссии (рис. 5.9, а). Эта специфичность отражается и на распределении передаточных отношений, реализуемых гидротранс-

форматором. Функция $\rho_u = \rho_u(u)$ плотности распределения значений величины u для гидродинамического трансформатора ЛГ 370-43Д, представленная на рис. 5.9, б, принципиально отличается от описываемой уравнением (5.2) виртуальной функции.

Можно, конечно, изменить нагрузочную характеристику гидротрансформатора так, чтобы распределение его режимов оказалось виртуальным. Для этого, используя изложенную методику (рис. 5.7), необходимо построить функцию распределения $R_\mu =$

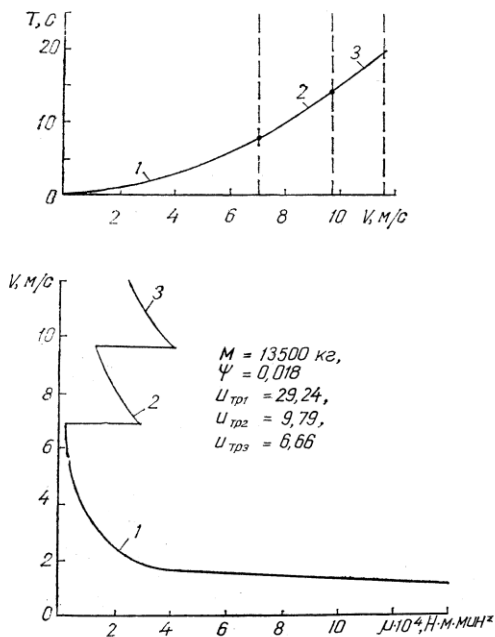


Рис. 5.8. Характеристики разгона автобуса ЛАЗ-4202:
1-3 — включенные передачи.

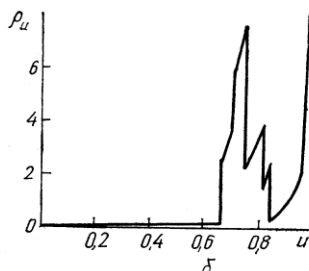
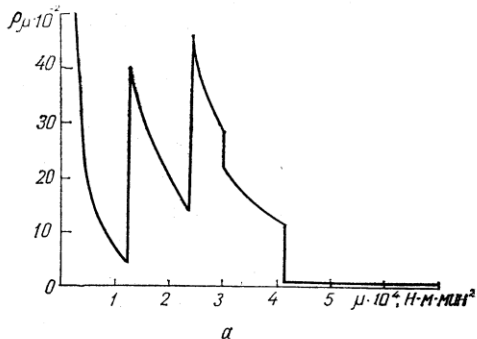


Рис. 5.9. Распределение режимов работы гидротрансформатора.

$=R_\mu(\mu)$, и затем на основании равенств (5.2), (5.13) воспроизвести функцию $R_u = R_u(u)$ и искомую нагрузочную характеристику $\mu = \mu(u)$ (рис. 5.10, а). Однако, не говоря уже о том, что распределение режимов работы двигателя окажется далеким от виртуального, нагрузочная характеристика не может быть признана приемлемой. Действительно, на основании характеристики $\mu = \mu(u)$ и соотношения (5.11) можно построить зависимость $\lambda = \lambda(u)$ (рис. 5.10, б), из которой следует невозможность трогания машины с места в реальных эксплуатационных условиях (для того чтобы обеспечить трогание машины с места, параметр $\lambda_0 K_0 = \lambda(0) K(0)$ должен превышать некоторую положительную величину, характеризующую сопротивление движению в момент трогания; в данном же случае $\lambda_0 K_0 = (0)$). Таким образом, стоповые режимы работы гидротрансформатора, которые не учитыва-

лись при решении задачи совмещения характеристик двигателя и гидротрансформатора, играют принципиальную роль.

Виртуальные распределения режимов работы двигателя и трансформатора опосредствованно отображают в себе определенный комплекс требований, предъявляемых к свойствам системы «двигатель—трансформатор». Эти требования, конечно, не сводятся к предельному повышению топливной экономичности или производительности машины, снижению загрязняющего воздействия ма-

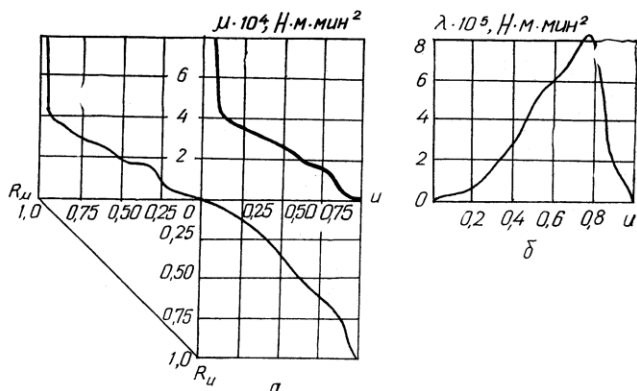


Рис. 5.10. Алгоритм определения нагрузочных характеристик гидротрансформатора ЛГ 370-43Д автобуса ЛАЗ 4202.

шины на окружающую среду или экономических затрат на осуществление транспортных процессов и т. д. Поэтому невозможно указать какой-либо из известных измерителей, экстремизация которого давала бы такие же решения оптимизационной задачи, какие имеют место при использовании виртуальных распределений.

Посредством виртуальных распределений, с одной стороны, частично устраняется информационная неопределенность в формулировке оптимизационной задачи, когда почти ничего не известно ни об условиях работы машины, ни о том, какая система «двигатель—трансформатор» может считаться идеальной, а с другой стороны — в качестве меры приоритета режимов работы двигателя и гидротрансформатора выдвигается такой измеритель, как реализуемый ими на этих режимах к. п. д. Однако виртуальная функция плотности распределения режимов работы гидротрансформатора не учитывает необходимость реализации стоповых режимов и оказалось, что это является ее существенным недостатком, приводящим к неприемлемым решениям задачи совмещения характеристик двигателя и трансформатора.

Стоповые режимы работы гидродинамического трансформатора отличаются интенсивной диссипацией энергии в окружающее пространство, вследствие чего ощутимо возрастает тепловая нагрузка деталей трансформатора, ускоряется процесс старения рабочей жидкости. Эти стороны проявления стоповых ре-

жимов очень часто являются предметом пристального изучения. При исследовании же топливной экономичности машин сами по себе стоповые режимы работы гидротрансформатора редко привлекают внимание исследователей. Однако при оптимизации свойств гидротрансформатора так же редко обходятся и без варьирования реализуемых на стоповых режимах коэффициента K_0 трансформации и коэффициента λ_0 первичного момента, непосредственно определяющих взаимодействие двигателя и трансформатора при неподвижной турбине. Часто недопустимо пренебрегать не столько количественной, сколько качественной стороной проявления стоповых режимов.

Попытаемся выяснить, в какой мере стремление предельно улучшить процесс трогания машины с места будет противоречить стремлению повысить эффективность системы «двигатель— трансформатор» в процессе движения машины. Анализируя эффективность стоповых режимов работы гидротрансформатора, предполагаем, что управление двигателем оптимальное*. В связи с этим результаты анализа невозможно предсказать столь просто, как, скажем, в случае, когда двигатель работает на режимах внешней скоростной характеристики.

Рассмотрим взаимодействие двигателя КамАЗ-7402 и работающего на стоповых режимах гидротрансформатора ЛГ-370. Для определенности примем, что момент сопротивления на валу неподвижной турбины в момент трогания машины с места $M_{T0} = 1210 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Предполагается, что принятое значение M_{T0} учитывает и инерцию машины, которую необходимо преодолеть в момент трогания.

Параметр λ_0 варьируем в пределах от $\lambda_0 = 0$ (на самом деле машина сможет тронуться с места при некотором значении $\lambda_0 = \lambda_{0\min} > 0$) до предельно возможного для данного двигателя значения $\lambda_0 = \lambda_{0\max}$, полагая параметр K_0 заданным ($K_0 = 2,8$) и неизменным. Каждому значению параметра λ_0 соответствует вполне определенное оптимальное управление двигателем $M_e = M_e(\omega_e)$ (рис. 5.11, а). Чем больше значение λ_0 , тем, оказывается, ближе к внешним расположены оптимальные режимы работы двигателя (рис. 5.11, б). При $\lambda_0 = \lambda_{0\max}$ двигатель, естественно, работает только на одном внешнем режиме А, соответствующем минимальной частоте вращения вала двигателя и насосного колеса трансформатора. Оптимальные режимы работы двигателя построены на основании теории, изложенной в гл. 4.

Изменение частоты вращения вала двигателя во времени описывает формула

$$I_{ен} \int_{\omega_{e\min}}^{\omega_e} \frac{d\omega_e}{M_e(\omega_e) - \lambda_0 \omega_e^2} = t, \quad \omega_{e\min} = \omega_e(0). \quad (5.14)$$

* Под оптимальным подразумевается такое управление двигателем, при котором расход топлива за рассматриваемый период реализации стоповых режимов минимален.

Величину $I_{ев}/(M_e(\omega_e) - \lambda_0 \omega_e^2)$ называем обратным ускорением вала двигателя.

Зависимость (5.14) воспроизводится графически для различных оптимальных законов управления двигателем, соответствующих различным значениям параметра λ_0 . Поэтому, используя рис. 5.11, можно построить диаграмму (рис. 5.12), отражающую динамику разгона двигателя и динамику изменения скорости расхода топлива.

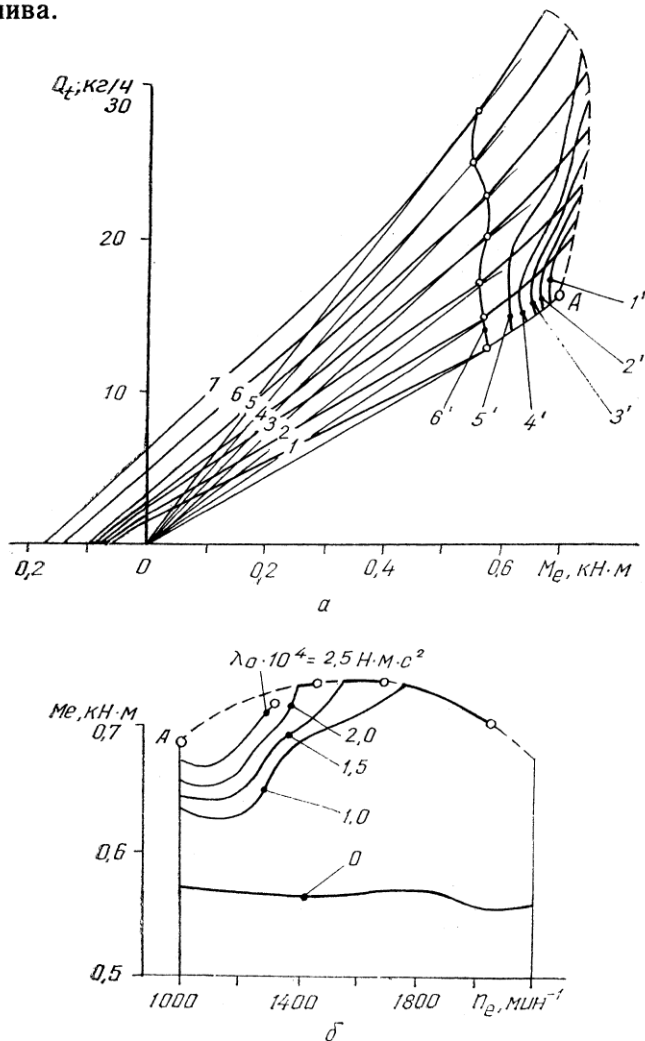


Рис. 5.11. Оптимальные режимы работы двигателя при реализации трансформатором стоповых режимов:
 1-7. — $n_e = 1000, 12000, 1400, 1600, 1800, 2000, 2200$ мин⁻¹; 1'-7' — $\lambda_0 = 2,5 \cdot 10^{-4}, 2,0 \cdot 10^{-4}, 1,5 \cdot 10^{-4}, 1,0 \cdot 10^{-4}, 0,5 \cdot 10^{-4}, 0,0$ Нмс²;
 А — $\lambda_0 = \lambda_{0max}$.

Турбина трансформатора неподвижна до тех пор, пока реализуемый на ней крутящий момент M_T не достигает значения M_{T0} . Это случается при частоте вращения вала двигателя

$$\omega_{e0} = \omega_{e \max} = \sqrt{\frac{M_{T0}}{\lambda_0 K_0}}$$

Поэтому время реализации стоповых режимов определяем по формуле

$$T_0 = I_{ен} \int_{\omega_{emin}}^{\omega_{e0}} \frac{d\omega_e}{M_e(\omega_e) - \lambda_0 \omega_e^2} \quad (5.15)$$

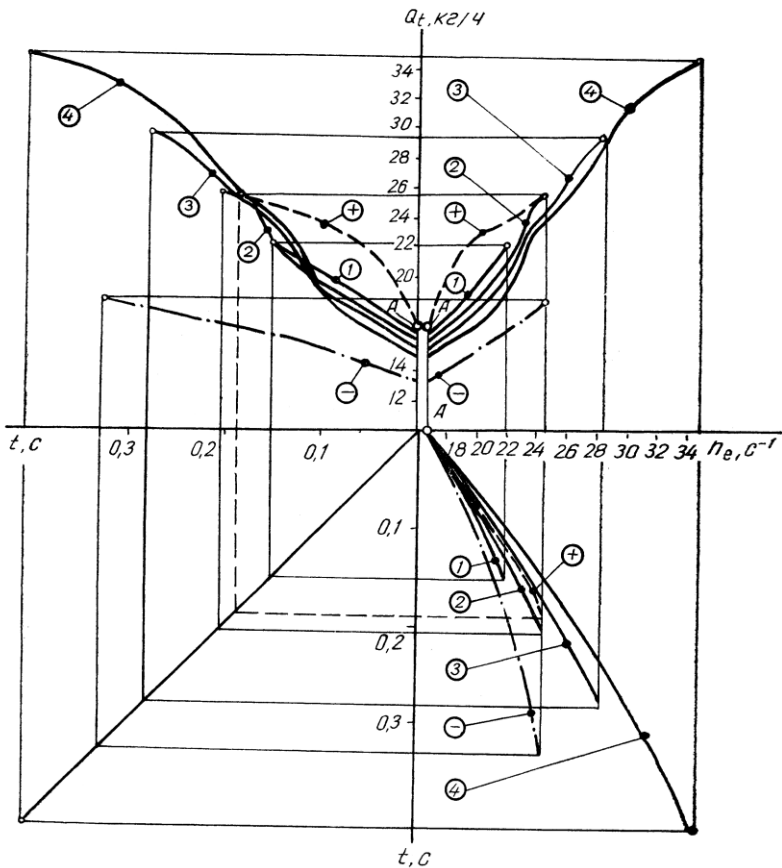


Рис. 5.12. Диаграмма процессов разгона двигателя при работе трансформатора на стоповых режимах:

«плюс» — режимы внешней скоростной характеристики; «минус» — режимы характеристики минимальных удельных расходов топлива; 1-4 — $\lambda_0 \cdot 10^{-4} = 2,5, 2,0, 1,5, 1,0$ Нмс²; А — $\lambda_0 = \lambda_{0 \max}$.

Расход топлива при разгоне двигателя вычисляем по формуле

$$Q_{\text{то}} = \int_0^{T_0} Q_t(t) dt. \quad (5.16)$$

Операцию интегрирования в выражениях (5.15) и (5.16) можно достаточно точно выполнить графически, поскольку зависимость $Q_t = Q_t(t)$ (рис. 5.12) и зависимость $f(\omega_e) = [M_e(\omega_e) - \lambda_0 \omega_e^2]^{-1}$ (рис. 5.13) при любом из рассматриваемых значений

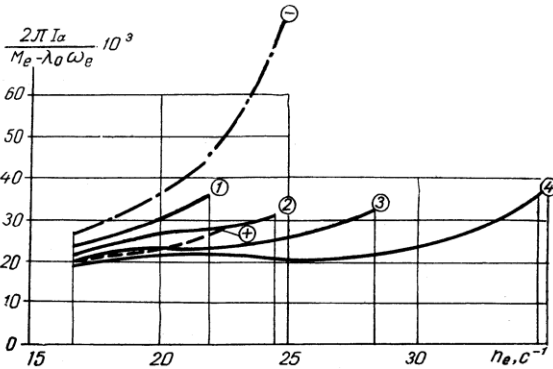


Рис. 5.13. Характеристики обратных ускорений (обозначения те же, что и на рис. 5.12).

параметра λ_0 не обладают особенностями, затрудняющими графическое суммирование. Результаты интегрирования представлены на рис. 5.14.

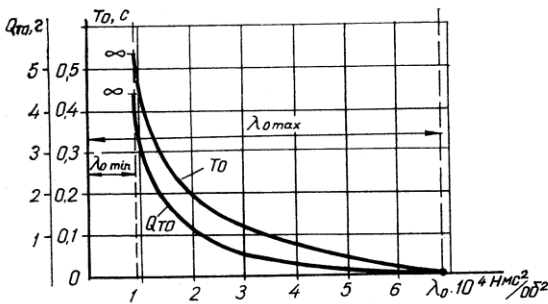


Рис. 5.14. Графики, характеризующие динамичность и экономичность процессов реализации стоповых режимов работы трансформатора.

Полученные зависимости $T_0 = T_0(\lambda_0)$ и $Q_{T0} = Q_{T0}(\lambda_0)$ позволяют утверждать, что повышение динамичности процесса трогания колесной машины с места способствует одновременно и экономии топлива (зависимость $Q_{T0} = Q_{T0}(T_0)$ есть монотонно возрастающая функция). Таким образом, повышению эффективности stop-режимов работы системы «двигатель—трансформатор» способствует увеличение параметра λ_0 . Руководствуясь этим можно, в частности, рекомендовать увеличение прямой прозрач-

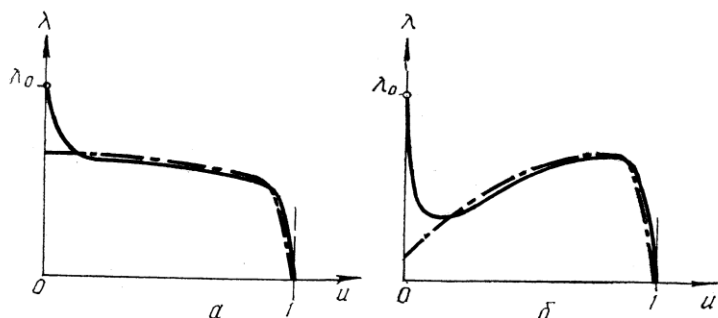


Рис. 5.15. Нагрузочные характеристики гидротрансформаторов с прямой прозрачностью (а) и большой степенью обратной прозрачности (б):

обычные — штрихпунктирные линии; улучшенные — сплошные.

ности нагрузочной характеристики трансформатора в окрестности нулевого значения передаточного отношения (рис. 5.15).

Максимальное значение произведения $\lambda_0 K_0$ не должно превышать некоторой предельной величины. Это ограничение может быть продиктовано, например, необходимостью устранить чрезмерную «ползучесть» машины при технологически необходимых кратковременных остановках ее в рабочих циклах. Поэтому оптимальное значение величины λ_0 при заданном значении K_0 определяется ограничениями, которым должен удовлетворять параметр $\lambda_0 K_0$. Если теперь за счет увеличения K_0 уменьшать λ_0 , соблюдая существующее ограничение, то это способствует повышению к. п. д. гидротрансформатора в окрестности нулевого значения передаточного отношения и повышению топливной экономичности машины на режимах, непосредственно следующих за stop-режимами.

Конструктивными мероприятиями можно обеспечить различные типы нагрузочных характеристик гидротрансформатора (рис. 5.16). Однако в роли признаков, определяющих тип характеристики, выступают измерители, характеризующие степень прямой и обратной прозрачности трансформатора. А так как степень прозрачности трансформатора в общем случае не является признаком худших или лучших свойств системы «двигат-

тель—трансформатор», то и невозможно прямо отдать предпочтение той или иной конструкции. В то же время постулирование абсолютно непрозрачного трансформатора в качестве наилучшего является существенным ограничением в выборе средств повышения топливной экономичности колесной машины.

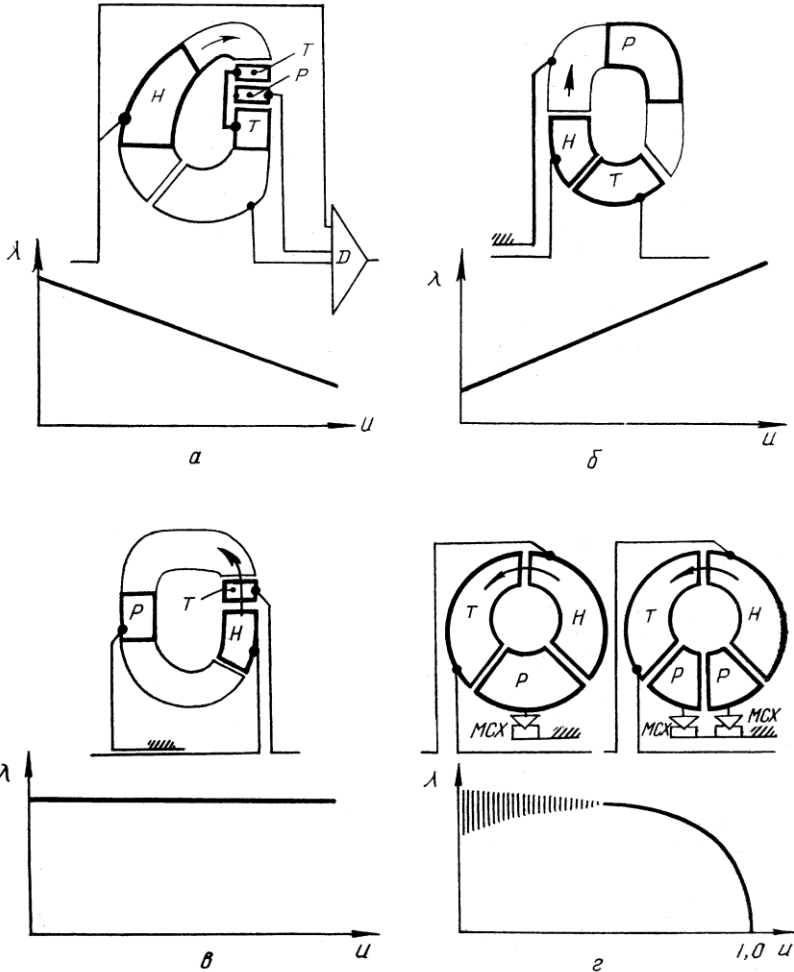


Рис. 5.16. Особенности конструкции и нагрузочные характеристики различных гидротрансформаторов:

a — трансформатор с двухступенчатой турбиной; *б* — трансформатор с осевой турбиной; *в* — трансформатор с центробежной турбиной; *г* — комплексный трансформатор с центростремительной турбиной (*H* — насос; *T* — турбина; *P* — реактор; *D* — механический дифференциал; *MCX* — муфта свободного хода).

5.3. Активное управление совместными режимами работы двигателя и гидротрансформатора

Разрушим мысленно в трансформаторе те связи, которые определяются нагрузочной характеристикой $\lambda - \lambda(u) = 0$. Считаем, что величина λ в уравнениях (4.36), (4.38) — независимая переменная, удовлетворяющая условию

$$\lambda^-(u) \leq \lambda \leq \lambda^+(u). \quad (5.17)$$

Теперь в системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_e}{dt} &= \frac{1}{I_{eH}} (M_e - \lambda\omega_e^2), & \frac{d\varphi_T}{dt} &= \omega_T; \\ \frac{d\omega_T}{dt} &= \frac{1}{I_a} [\lambda K(u)\omega_e^2 - M_c(\varphi_T, \omega_T, y)], & \frac{dy}{dt} &= 1, \end{aligned} \quad (5.18)$$

описывающих функционирование системы «двигатель—гидротрансформатор», переменная λ принадлежит к классу управлений, как и переменная M_e , что позволяет обеспечить активное управление совместными режимами работы двигателя и гидротрансформатора.

Величина M_e должна удовлетворять соотношению (4.3), а величина λ — соотношению

$$h_\lambda = (\lambda^+(u) - \lambda)(\lambda^-(u) - \lambda) \leq 0, \quad (5.19)$$

которое следует из (5.17). Если из рассмотрения требуется исключить тормозные режимы движения системы «двигатель—трансформатор», то формально необходимо ввести еще одно ограничение:

$$h_T = -\lambda K(u)\omega_e^2 + M_c(\varphi_T, \omega_T, y) \leq 0. \quad (5.20)$$

Следуя ранее изложенной теории оптимального управления, для формулировки необходимых условий оптимальности управлений воспользуемся следующими конструкциями:

$$H = -Q_t + \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} (M_e - \lambda\omega_e^2) + \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} (\lambda K(u)\omega_e^2 - M_c) + \Psi_{T\varphi}\omega_T + \Psi_t; \quad (5.21)$$

$$\frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_e} + \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial \omega_e} + \rho_\lambda \frac{\partial h_\lambda}{\partial \omega_e} + \rho_T \frac{\partial h_T}{\partial \omega_e}; \quad (5.22)$$

$$\frac{d\Psi_{T\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_T} + \rho_\lambda \frac{\partial h_\lambda}{\partial \omega_T} + \rho_T \frac{\partial h_T}{\partial \omega_T}; \quad (5.23)$$

$$\frac{d\Psi_{T\varphi}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_T} + \rho_T \frac{\partial h_T}{\partial \varphi_T}; \quad (5.24)$$

$$\frac{d\Psi_t}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y} + \rho_T \frac{\partial h_T}{\partial y}; \quad (5.25)$$

$$\rho_M (M_e^+ - M_e) (M_e^- - M_e) \equiv 0; \quad (5.26)$$

$$\rho_\lambda (\lambda^+ - \lambda) (\lambda^- - \lambda) \equiv 0; \quad (5.27)$$

$$\rho_T (M_c - \lambda K \omega_e^2) \equiv 0; \quad (5.28)$$

$$\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = -\rho_M (M_e^+ + M_e^- - 2M_e); \quad (5.29)$$

$$\frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} \omega_e^2 K - \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} \omega_e^2 = -\rho_\lambda (\lambda^+ + \lambda^- - 2\lambda) - \rho_T K \omega_e^2. \quad (5.30)$$

Линейность функции (5.21) по переменной λ , с одной стороны, упрощает определение структуры оптимального управления, а, с другой — приводит к так называемой особенности оптимизационной задачи, усложняющей ее решение.

В самом деле, используя принцип максимума, легко установить, что

$$\lambda_{\text{opt}} \omega_e^2 = \left\{ \begin{array}{l} \lambda^+(u) \omega_e^2, \quad \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} K - \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} > 0 \\ \lambda^-(u) \omega_e^2, \quad \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} K - \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} < 0 \end{array} \right\}. \quad (5.31)$$

Моменты времени, при которых

$$\frac{\partial H}{\partial (\lambda \omega_e^2)} = \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} K(u) - \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} = 0,$$

суть моменты переключения управления λ_{opt} со значения $\lambda = \lambda^+(u)$ на значение $\lambda = \lambda^-(u)$, и наоборот.

Но при

$$\frac{\partial H}{\partial (\lambda \omega_e^2)} \equiv 0 \quad \forall t \in [t_0, t_1] \quad (5.32)$$

может существовать управление $\lambda = \lambda(t)$, которое для всех $t \in [t_0, t_1]$ не нарушает ни одного из соотношений (5.18), (5.22) — (5.30), (4.3), (5.19), (5.20). С точки зрения принципа максимума это управление ничем не хуже всех других допустимых управлений (в том числе и управлений $\lambda = \lambda^+(u)$, $\lambda = \lambda^-(u)$), ибо функция (5.21) при соблюдении тождества (5.32) и варьировании только величины λ принимает одно и то же значение.

Допустим, что на частичных режимах работы двигателя (когда тождество (5.26) должно соблюдаться в силу тождества $\rho_M \equiv 0$) существует особое оптимальное управление $\lambda^- < \lambda < \lambda^+$, соответствующее условию (5.32).

В этом случае $\rho_\lambda \equiv 0$ в силу тождества (5.27). Следовательно, соотношение (5.30) может иметь место при $\rho_\tau K \omega_e^2 \equiv 0$. Но в общем случае $M_c \neq 0$, поэтому из условия (5.28) получаем тождество $\rho_\tau \equiv 0$.

В итоге система (5.18), (5.25)–(5.29) превращается в гамильтонову с гамильтонианом (5.21). Ее движение подчинено условиям (5.32) и

$$\frac{\partial H}{\partial M_e} = \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} = 0, \quad (5.33)$$

вытекающему из (5.29).

Используя обозначения

$$H = H_0 + \lambda \omega_e^2 H_1;$$

$$H_0 = -Q_t + \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} M_e - \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} M_c + \Psi_{T\varphi} \omega_\tau + \Psi_t = 0; \quad (5.34)$$

$$H_1 = \frac{\partial H}{\partial (\lambda \omega_e^2)} = \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} K - \frac{\Psi_{e\varphi}}{I_{eH}} = 0, \quad (5.35)$$

сконструируем выражения

$$\begin{aligned} \frac{dH_1}{dt} &= \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{e\omega}} \frac{\partial H_1}{\partial \omega_e} - \frac{\partial H_0}{\partial \omega_e} \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{e\omega}} + \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{T\omega}} \frac{\partial H_1}{\partial \omega_\tau} - \frac{\partial H_0}{\partial \omega_\tau} \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{T\omega}} = 0; \quad (5.36) \\ \frac{d^2 H_1}{dt^2} &= \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{dH_1}{dt} \left(\frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{e\omega}} + \lambda \omega_e^2 \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{e\omega}} \right) - \frac{\partial}{\partial \Psi_{e\omega}} \frac{dH_1}{dt} \left(\frac{\partial H_0}{\partial \omega_e} + \lambda \omega_e^2 \frac{\partial H_1}{\partial \omega_e} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \omega_\tau} \frac{dH_1}{dt} \left(\frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{T\omega}} + \lambda \omega_e^2 \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{T\omega}} \right) - \frac{\partial}{\partial \Psi_{T\omega}} \frac{dH_1}{dt} \left(\frac{\partial H_0}{\partial \omega_\tau} + \lambda \omega_e^2 \frac{\partial H_1}{\partial \omega_\tau} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \varphi_\tau} \frac{dH_1}{dt} \cdot \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{T\varphi}} - \frac{\partial}{\partial \Psi_{T\varphi}} \frac{dH_1}{dt} \cdot \frac{\partial H_0}{\partial \varphi_\tau} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{dH_1}{dt} \cdot \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_t} - \\ &- \frac{\partial}{\partial \Psi_t} \frac{dH_1}{dt} \cdot \frac{\partial H_0}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial M_e} \frac{dH_1}{dt} \cdot \frac{dM_e}{dt} = 0. \quad (5.37) \end{aligned}$$

Кроме того, из равенства (5.33) следует, что

$$\frac{dM_e}{dt} = \frac{\frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{e\omega}} \left(\frac{\partial H_0}{\partial \omega_e} + \lambda \omega_e^2 \frac{\partial H_1}{\partial \omega_e} \right) - \frac{\partial^2 Q_t}{\partial M_e \partial \omega_e} \left(\frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{e\omega}} + \lambda \omega_e^2 \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{e\omega}} \right)}{\frac{\partial^2 Q_t}{\partial M_e^2}}. \quad (5.38)$$

При $\frac{\partial}{\partial (\lambda \omega_e^2)} \frac{d^2 H_1}{dt^2} \neq 0$ выражения (5.17), (5.34)–(5.38) однозначно определяют взаимодействие двигателя и оптимального гидротрансформатора в особом случае.

Теперь изменим формулировку задачи, полагая, что задана не характеристика $K = K(u)$, а $\mu = \mu(u)$.

Условие максимума функции (5.21) по переменной λ в этом случае имеет вид

$$\lambda_{\text{opt}} = \left\{ \begin{array}{l} \lambda^+(u), \quad \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} \omega_e^2 < 0; \\ \lambda^-(u), \quad \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} \omega_e^2 > 0 \end{array} \right\}. \quad (5.39)$$

Признаком особенности управления λ является тождество

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = -\frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} \omega_e^2 \equiv 0,$$

которое соблюдается либо при $\omega_e(t) \equiv 0$, либо при $\Psi_{e\omega}(t) \equiv 0$.

Если допустить возможность соблюдения тождества $\omega_e(t) \equiv 0$, то из первого управления (5.18) следует, что $M_e(t) \equiv 0$. Таким образом, при одном из особых управлений двигатель неподвижен. Такой режим работы двигателя в математическом описании системы «двигатель—трансформатор» не предусматривался. Однако его можно причислить к оптимальным, поскольку двигатель в этом случае не расходует топлива.

При неподвижном двигателе возможны два особых режима движения машины: $\omega_T(t) \equiv 0$ — полная неподвижность системы «двигатель—трансформатор»; $\mu(t) \equiv 0$, $\omega_T(t) \neq 0$ — движение колесной машины по инерции (накатом), которое может и не удовлетворять условию (5.20).

Условие $\Psi_{e\omega}(t) \equiv 0$ при работе двигателя на частичных режимах может быть признаком особого управления только тогда, когда имеет место равенство $\partial Q_i / \partial M_e = 0$, что, однако, для характеристик реальных двигателей внутреннего сгорания невозможно. Этот вывод можно перенести и на случай внешних тяговых режимов. Следовательно, тождество $\Psi_{e\omega}(t) \equiv 0$ может соблюдаться только на внешних тормозных режимах, т. е. при $M_e = M_e^-(\omega_e)$.

Еще одна нетривиальная с познавательной точки зрения задача возникает, если управлять совмещением режимов работы двигателя и трансформатора посредством величины μ , зафиксировав при этом характеристику $\lambda = \lambda(u)$ трансформатора.

Положим $\mu^-(u) \leq \mu \leq \mu^+(u)$. Тогда оптимальное управление трансформатором математически можно записать в виде

$$\mu_{\text{opt}} = \left\{ \begin{array}{l} \mu^+(u) \text{ при } \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} \omega_T^2 > 0; \\ \mu^-(u) \text{ при } \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} \omega_T^2 < 0 \end{array} \right\}. \quad (5.40)$$

Признаком особенности управления μ является тождество

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} \omega_T^2 \equiv 0,$$

соблюдающееся либо при $\omega_\tau(t) \equiv 0$, либо при $\Psi_{\tau\omega}(t) \equiv 0$. Если $\omega_\tau(t) \neq 0$, то условие Келли оптимальности особого управления при отсутствии ограничения (5.20) выражается неравенством

$$\frac{\partial d^2}{\partial \mu} \frac{\partial H}{dt^2} \frac{\partial H}{\partial \mu} = \frac{\Psi_{e\omega} \omega_\tau^4}{I_{eH} I_a^2} \frac{d^2 \lambda(u)}{du^2} \geq 0. \quad (5.41)$$

Условие (5.41) не отрицает оптимальности тождеств $\Psi_{e\omega}(t) \equiv 0$, $\omega_\tau(t) \equiv 0$, $d^2 \lambda/du^2 \equiv 0$, но и не дает полной уверенности в их оптимальности. Строгое неравенство в (5.41) при $\Psi_{e\omega} \omega_\tau \neq 0$ имеет место в следующих случаях:

$$\Psi_{e\omega} > 0, \quad \frac{d^2 \lambda(u)}{du^2} > 0; \quad (5.42)$$

$$\Psi_{e\omega} < 0, \quad \frac{d^2 \lambda(u)}{du^2} < 0. \quad (5.43)$$

Легко проверить, что условие (5.42) соответствует тяговым режимам работы двигателя, а условие (5.43) — тормозным. Анализируя полученные соотношения, приходим к выводу, что особое оптимальное управление трансформатором предписывает движение системы «двигатель—трансформатор» вдоль многообразия, на котором происходит переключение управления (5.40). Необходимость в особых управлениях возникает только в связи с особенностями характера протекания нагрузочной характеристики трансформатора. В частности, при работе двигателя на тяговых режимах речь об особых оптимальных управлениях может идти только в том случае, если нагрузочная характеристика $\lambda = \lambda(u)$ трансформатора имеет хотя бы некоторый участок выпуклости вниз. Нетрудно показать, что при $\Psi_{\tau\omega}(t) \equiv 0$ величины $\Psi_{\tau\phi}$ и Ψ_t постоянны, а особое управление обеспечивает локальный максимум функции (5.21) по переменной ω_τ .

Исследование обычных законов (5.31), (5.39), (5.40) и соответствующих им особых законов оптимального управления совмещением режимов работы двигателя и трансформатора позволяет наметить основные пути изменения характеристик $\lambda = \lambda(u)$, $K = K(u)$ любого трансформатора с целью повышения топливной экономичности колесной машины, не прибегая к прямой оценке эффективности системы «двигатель—трансформатор» при том или ином изменении ее характеристик.

Особые оптимальные законы активного управления совместными режимами работы двигателя и гидротрансформатора отсутствуют в случае безынерционного двигателя с нелинейной характеристикой $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$. При $I_{eH} = 0$ и ограничениях $h_M = (M_e^+(\omega_e) - M_e)(M_e^-(\omega_e) - M_e) \leq 0$, $h_\omega = (\omega_e^+ - \omega_e)(\omega_e^- - \omega_e) \leq 0$ оп-

тимальные режимы работы системы «двигатель—гидротрансформатор» описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \lambda \omega_e^2 &= M_e, \quad \frac{d\varphi_T}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{T\varphi}}, \quad \frac{d\omega_T}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{T\omega}}, \\ \frac{d\Psi_{T\varphi}}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \varphi_T}, \quad \frac{d\Psi_{T\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_T}, \quad \frac{d\Psi_t}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial t}, \\ \frac{\partial H}{\partial M_e} &= \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial M_e}, \quad \frac{\partial H}{\partial \omega_e} = \rho_M \frac{\partial h_M}{\partial \omega_e} + \rho_\omega \frac{\partial h_\omega}{\partial \omega_e}, \\ H &= -Q_t(M_e, \omega_e) + \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} [M_e K(u) - M_c(\varphi_T, \omega_T, t)] + \\ &+ \Psi_{T\varphi} \omega_T + \Psi_t = 0. \end{aligned} \quad (5.44)$$

Из этих уравнений, в частности, следует, что оптимальными являются либо внешние режимы работы двигателя ($M_e = M_e^+(\omega_e)$, $M_e = M_e^-(\omega_e)$, $\omega_e = \omega_e^+$, $\omega_e = \omega_e^-$), либо частичные режимы, удовлетворяющие условиям

$$H = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial M_e} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \omega_e} = 0. \quad (5.45)$$

5.4. Анализ законов оптимального взаимодействия двигателя и гидротрансформатора

Пренебрегая общностью сформулированных выше оптимальных законов активного управления совместными режимами работы двигателя и гидротрансформатора, весьма полезные и интересные результаты можно получить, допуская некоторое упрощение выкладок, но не искажая в целом сути оптимизационной задачи.

В частности, если момент сопротивления M_c на валу турбины трансформатора не зависит от переменных φ_T и t ($\partial M_c / \partial \varphi_T = 0$, $\partial M_c / \partial t = 0$) и при этом момент T завершения процесса управления и соответствующее ему значение $\varphi_T(T)$ функции $\varphi_T = \varphi_T(t)$ заранее не заданы, то в сформулированных ранее условиях оптимальности необходимо положить $\Psi_{T\varphi}(t) \equiv 0$, $\Psi_t(t) \equiv 0$. Сняв к тому же ограничения (4.3) и (5.17), оптимальным придется признать особое управление системой «двигатель—гидротрансформатор», описываемое уравнениями (5.34) и (5.36). С учетом принятых допущений эти уравнения легко привести к виду

$$\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \left(M_e - \frac{M_c}{K} \right) - Q_t = 0; \quad (5.46)$$

$$\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \left(\frac{I_{eH}}{I_a} \frac{dM_c}{d\omega_T} - \frac{M_e}{K} \frac{dK}{du} \frac{1}{\omega_e} - \frac{I_{eH} M_c}{I_a K} \frac{dK}{du} \frac{1}{\omega_e} \right) - \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} = 0. \quad (5.47)$$

Оказывается, что условия оптимальности (5.45), записываемые с помощью функции (5.44), при $\Psi_{\text{тп}}(t) \equiv 0$ и $\Psi_t(t) \equiv 0$ приводят к равенству (5.46), а также к (5.47), в котором необходимо положить $I_{\text{ен}} = 0$. Таким образом, оптимальное взаимодействие безынерционного двигателя и гидротрансформатора описывают уравнения (5.46) и

$$\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{M_e}{K} \frac{dK}{du} u \frac{1}{\omega_e} + \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} = 0. \quad (5.48)$$

Уравнение (5.46) сводимо к (2.4) лишь тогда, когда $M_c(\omega_{\text{т}}(t)) \equiv 0$ (обычно $\partial Q_t / \partial M_e \neq 0$ и $K(u) \neq \infty$). Следовательно, в общем случае режимы работы двигателя, которым соответствуют минимальные удельные расходы топлива, определяемые на множестве различных значений частоты вращения вала двигателя, не являются оптимальными, обеспечивающими предельную топливную экономичность автомобиля. При этом, если $M_c(\omega_{\text{т}}) > 0$, $K(u) > 0$ (тяговые режимы работы системы «двигатель—гидротрансформатор»), то оптимальные частичные режимы работы двигателя принадлежат множеству, расположенному выше описываемой уравнением (2.4) кривой $a'b'$ (рис. 2.5, б).

Так как в общем случае соотношение (5.47) не эквивалентно (2.3), то оптимальными также не являются и режимы минимального удельного расхода топлива при различных постоянных значениях реализуемой двигателем мощности (рис. 2.5, а). Если даже положить $I_{\text{ен}} = 0$, то для того чтобы вытекающее из (5.47) соотношение (5.48) было совместимо с соотношением (2.3), должно соблюдаться условие $udK/du + K = 0$. А это означает, что характеристика преобразующих свойств гидротрансформатора должна описываться формулой $K = \text{const}/u$, откуда следует, что к. п. д. гидротрансформатора — величина постоянная ($\eta = Ku = \text{const}$). Однако реальным гидротрансформаторам постоянство к. п. д. вовсе не свойственно.

Исключая из равенств (5.46) и (5.47) величину $\partial Q_t / \partial M_e$, получаем

$$Q_t \left(\frac{I_{\text{ен}}}{I_a} \frac{dM_c}{d\omega_{\text{т}}} \omega_e - \frac{M_e}{K} \frac{dK}{du} u - \frac{I_{\text{ен}}}{I_a} \frac{M_c}{K} \frac{dK}{du} \right) - \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} \omega_e \left(M_e - \frac{M_c}{K} \right) = 0. \quad (5.49)$$

Соотношение (5.49) эквивалентно (2.5) только в тривиальных случаях (например, при $M_c(\omega_{\text{т}}(t)) \equiv 0$ и $\eta = \text{const}$). Следовательно, режимы работы двигателя, на которых необходимые крутящие моменты реализуются с минимальными удельными расходами топлива, практически никогда не могут оказаться наилучшими.

Итак, при активном управлении системой «двигатель—гидротрансформатор», предусматривающем оптимальное изменение одновременно двух величин — M_e и λ , предпочтение отдается

внешним режимам работы двигателя внутреннего сгорания и частичным режимам, удовлетворяющим неравенству

$$\frac{\partial Q_t}{\partial M_e} M_e - Q_t > 0. \quad (5.50)$$

Выделяемое неравенством (5.50) множество частичных режимов обычно непосредственно примыкает к внешним режимам, в связи с чем можно утверждать, что полнота использования тяговых

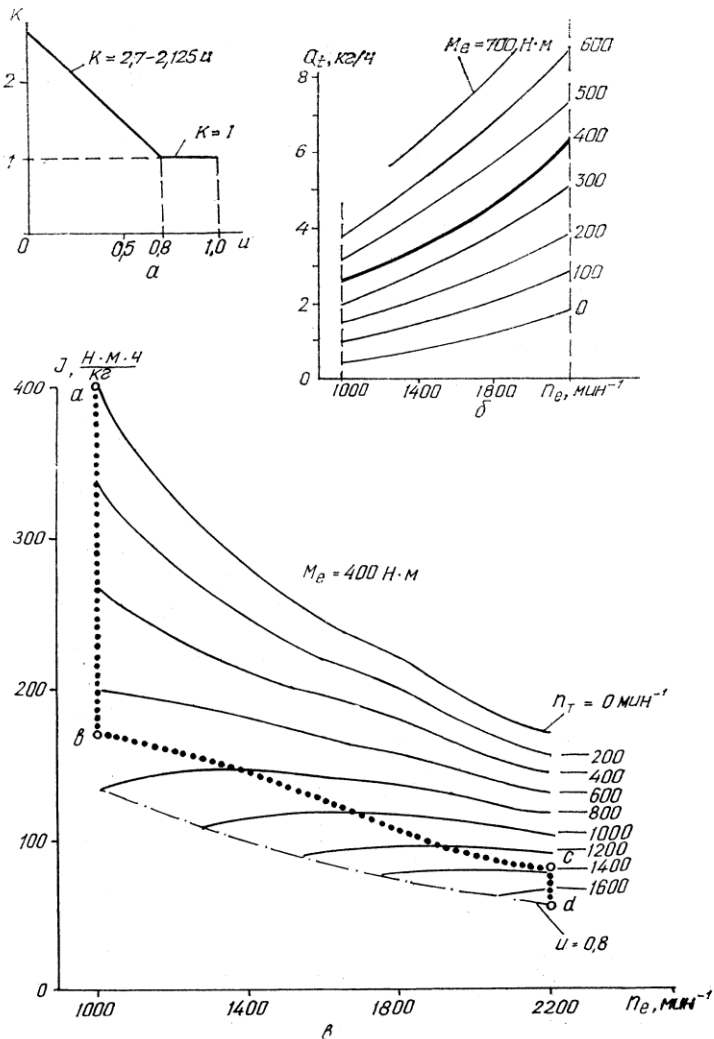


Рис. 5.17. Характеристики гидротрансформатора (а), двигателя (б) и фрагмент характеристики системы «двигатель—гидротрансформатор» (в).

возможностей двигателя в значительной степени обуславливает повышенную топливную экономичность автомобиля, и наоборот. Для иллюстрации этого утверждения рассмотрим следующий пример.

Допустим, что двигатель внутреннего сгорания в рамках системы «двигатель—гидротрансформатор» обладает весьма мало-выраженной инерционностью ($I_{ен}/I_a \rightarrow 0$). Оказывается, что критерием оптимальности активного управления совместными режимами работы гидротрансформатора и такого двигателя является величина

$$J = \frac{M_e K(\omega_T/\omega_e) - M_c(\omega_T)}{Q_t(M_e, \omega_e)}. \quad (5.51)$$

При этом оптимальный режим работы двигателя в каждый момент времени определяется такими значениями переменных M_e и ω_e , которые обеспечивают максимум величине J при всяком значении переменной ω_T . Выражения (5.49) (при $I_{ен}=0$) и (5.46), которые нетрудно представить в виде равенств

$$\frac{\partial}{\partial \omega_e} \ln \frac{M_e K - M_c}{Q_t} = 0; \quad (5.52)$$

$$\frac{\partial}{\partial M_e} \ln \frac{M_e K - M_c}{Q_t} = 0, \quad (5.53)$$

как раз и определяют необходимые условия локального экстремума критерия (5.51) на множестве различных значений переменных M_e и ω_e . Однако если величина J является строго монотонной функцией либо переменной M_e , либо переменной ω_e , то соответственно нарушается либо условие (5.53), либо условие (5.52). Тогда оптимальным является некоторый внешний режим работы двигателя.

Оперируя критерием (5.51), проведем простейший анализ совместных режимов работы дизельного двигателя и гидродинамического трансформатора (рис. 5.17, 5.18). Рассмотрим совместную работу гидротрансформатора, обладающего кусочно-линейной характеристикой $K=K(u)$ (рис. 5.17, а), и двигателя с нелинейной топливной характеристикой $Q_t=Q_t(M_e, \omega_e)$ (рис. 5.17, б).

Для простоты анализа выделим только те режимы работы двигателя, при которых $M_e=400 \text{ Н}\cdot\text{м}=\text{const}$ (рис. 5.17, б). Этим режимам соответствует определенное множество режимов работы системы «двигатель-гидротрансформатор», каждому из которых, в свою очередь, соответствует определенное значение критерия (5.51). На рис. 5.17, в показаны значения величины J для совместных режимов работы двигателя и гидротрансформатора, определяемых соотношениями $M_e=400 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $n_{e \min} \leq n_e \leq n_{e \max}$ ($n_{e \min}=1000 \text{ мин}^{-1}$, $n_{e \max}=2200 \text{ мин}^{-1}$ — минимальная и максимальная допустимые при $M_e=400 \text{ Н}\cdot\text{м}$ частоты вращения ва-

ла двигателя); $0 \leq u \leq 0,8$ (при $0 \leq u < 0,8$ гидротрансформатор работает на режимах трансформации, когда $K > 1$). При каждом значении частоты n_T вращения турбинной решетки гидротрансформатора можно определить такой скоростной режим работы двигателя, при котором значение критерия J максимально (множество скоростных режимов работы двигателя, при которых J максимально, на рис. 5.17, в показано линией $abcd$). Эти режимы следует признать оптимальными.

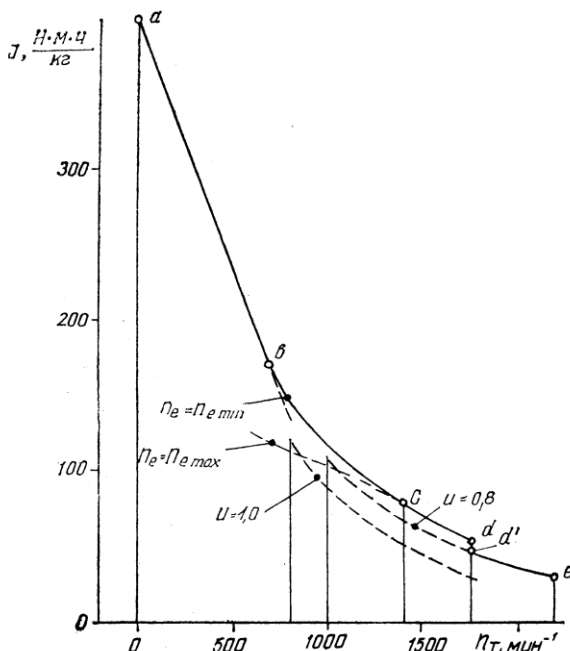


Рис. 5.18. Эффективность различных режимов работы системы «двигатель—гидротрансформатор» при постоянном реализуемом двигателем крутящем моменте.

Оказывается, что при заданном $M_e = 400$ Н·м существуют одновременно и оптимальные частичные скоростные режимы работы двигателя, отображаемые линией bc , и оптимальные внешние режимы, отображаемые линией ab (при минимальной частоте вращения вала двигателя) и линией cd (при максимальной частоте вращения вала двигателя). Используя эти режимы, пренебрегаем даже возможностью реализации гидротрансформатором режимов гидромукты ($0,8 < u \leq 1,0$), для которых характерны повышенные значения коэффициента полезного действия. На режимах гидромукты (рис. 5.18) при любом $\omega_T = \text{const}$ величина J максимальна, если минимально ω_e (или максимально u); однако значения J , соответствующие режимам работы трансформатора с передаточным отношением $u = u_{\max} = 1$, при любом n_T

являются меньшими значений J для оптимальных режимов (оптимальные режимы работы двигателя и трансформатора на рис. 5.18 отображает линия $abcd$ так же, как и на рис. 5.17, θ). К числу оптимальных, пожалуй, можно отнести лишь режимы гидромурфы $u=0,8=\text{const}$, которым соответствует участок $d'e$ графика функции $J=J(n_T)$, построенного при $u=0,8=\text{const}$, и только потому, что для них не существует альтернативных режимов.

5.5. Возможности аналитического синтеза оптимальной нагрузочной характеристики гидротрансформатора

В процессе совмещения режимов работы двигателя и гидротрансформатора наибольший интерес с практической точки зрения представляет определение оптимальной зависимости коэффициента первичного момента λ от передаточного отношения u трансформатора [40]. Сформулированные выше условия оптимальности свидетельствуют о далеко не простой взаимосвязи характеристик двигателя и трансформатора в случае оптимального совмещения их режимов работы. Несмотря на это, определение аналитическими средствами нагрузочной характеристики в форме функции $\lambda=\lambda(\omega_e, \omega_T, \varphi_T, t)$ не является сложной задачей. Ее можно решить на основании тех же аналитических зависимостей, которые используются для нахождения оптимальных режимов работы двигателя. Однако с методической точки зрения установление оптимальной зависимости $\lambda=\lambda(\omega_e, \omega_T, \varphi_T, t)$ полезнее рассматривать как самостоятельную задачу.

Допустим, управление двигателем осуществляется по наперед заданному закону $M_e=M_e(\omega_e)$, а начальное и конечное состояния системы «двигатель—гидротрансформатор» регламентируются только значениями величин ω_e, ω_T . Если к тому же сопротивление движению автомобиля является функцией только его скорости, то для описания совместной работы двигателя и трансформатора достаточно следующих уравнений:

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{e\omega}}, \quad \frac{d\omega_T}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{T\omega}},$$

$$\text{где } H = H_0 + H_1 \lambda \omega_e^2 = 0; \quad H_0 = -Q_t(\omega_e) + \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} M_e(\omega_e) - \\ - \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} M_c(\omega_T); \quad H_1 = \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} K - \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}}; \quad Q_t(\omega_e) = Q_t(M_e(\omega_e), \omega_e);$$

$$\frac{d\Psi_{e\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_e}; \quad \frac{d\Psi_{T\omega}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \omega_T}.$$

При отсутствии ограничений на величину λ , ее оптимальность в каждый момент времени идентифицируется тождеством (5.32). Таким образом, $H_1(t) \equiv 0$, откуда следует

$$\frac{dH_1}{dt} = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{e\omega}} & \frac{\partial H_0}{\partial \omega_e} \\ \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{e\omega}} & \frac{\partial H_1}{\partial \omega_e} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{T\omega}} & \frac{\partial H_0}{\partial \omega_T} \\ \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{T\omega}} & \frac{\partial H_1}{\partial \omega_T} \end{array} \right| = 0; \quad (5.54)$$

$$\frac{d^2 H_1}{dt^2} = \Delta_0 + \Delta_1 \lambda \omega_e^2 = 0, \quad (5.55)$$

где

$$\Delta_0 = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{e\omega}} & \frac{\partial H_0}{\partial \omega_e} \\ \frac{\partial}{\partial \Psi_{e\omega}} \frac{dH_1}{dt} & \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{dH_1}{dt} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{T\omega}} & \frac{\partial H_0}{\partial \omega_T} \\ \frac{\partial}{\partial \Psi_{T\omega}} \frac{dH_1}{dt} & \frac{\partial}{\partial \omega_T} \frac{dH_1}{dt} \end{array} \right|; \quad (5.56)$$

$$\Delta_1 = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{e\omega}} & \frac{\partial H_1}{\partial \omega_e} \\ \frac{\partial}{\partial \Psi_{e\omega}} \frac{dH_1}{dt} & \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{dH_1}{dt} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{T\omega}} & \frac{\partial H_1}{\partial \omega_T} \\ \frac{\partial}{\partial \Psi_{T\omega}} \frac{dH_1}{dt} & \frac{\partial}{\partial \omega_T} \frac{dH_1}{dt} \end{array} \right| \geq 0; \quad (5.57)$$

$$H_0(t) \equiv 0, \quad \frac{\Psi_{e\omega}}{I_{eH}} = \frac{Q_t K}{M_e K - M_c}, \quad \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} = \frac{Q_t}{M_e K - M_c}.$$

Уравнение (5.55) позволяет определить оптимальную нагрузочную характеристику гидротрансформатора в форме

$$\lambda = - \frac{\Delta_0}{\Delta_1 \omega_e^2}. \quad (5.58)$$

Не составляет труда уравнение (5.54) представить в виде

$$\frac{Q_t}{M_e K - M_c} \left(\frac{1}{I_a} \frac{dM_c}{d\omega_T} K - \frac{1}{I_a} M_c \frac{dK}{du} \frac{1}{\omega_e} - \frac{1}{I_{eH}} M_e \frac{dK}{du} \frac{u}{\omega_e} + \frac{1}{I_{eH}} \frac{dM_e}{d\omega_e} K \right) - \frac{1}{I_{eH}} \frac{dQ_t}{d\omega_e} = 0. \quad (5.59)$$

Формулы (5.56) и (5.57) расшифровываются с помощью выражений

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{e\omega}} &= \frac{1}{I_{eH}} M_e, & \frac{\partial H_0}{\partial \Psi_{T\omega}} &= -\frac{1}{I_a} M_c; \\ \frac{\partial H_0}{\partial \omega_e} &= \frac{Q_t K}{M_e K - M_c} \frac{dM_e}{d\omega_e} - \frac{dQ_t}{d\omega_e}, & \frac{\partial H_0}{\partial \omega_T} &= -\frac{Q_t}{M_e K - M_c} \frac{dM_c}{d\omega_T}; \\ \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{e\omega}} &= -\frac{1}{I_{eH}}, & \frac{\partial H_1}{\partial \Psi_{T\omega}} &= \frac{1}{I_a} K; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial \omega_e} = - \frac{Q_t}{M_e K - M_c} \frac{dK u}{du \omega_e}, \quad \frac{\partial H_1}{\partial \omega_T} = \frac{Q_t}{M_e K - M_c} \frac{dK 1}{du \omega_e}; \quad (5.60)$$

$$\frac{\partial}{\partial \Psi_{e\omega}} \frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{I_{eH}^2} \frac{dM_e}{d\omega_e},$$

$$\frac{\partial}{\partial \Psi_{T\omega}} \frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{I_a} \left(\frac{1}{I_a} K \frac{dM_c}{d\omega_T} - \frac{1}{I_{eH}} \frac{dK}{du} M_e \frac{u}{\omega_e} - \frac{1}{I_a} M_c \frac{dK 1}{du \omega_e} \right),$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{dH_1}{dt} = & \frac{Q_t}{M_e K - M_c} \left(\frac{1}{I_{eH}} M_e \frac{d^2 K}{du^2} \frac{u^2}{\omega_e^2} + 2 \frac{1}{I_{eH}} \frac{dK u}{du \omega_e^2} - \right. \\ & - \frac{1}{I_{eH}} \frac{dM_e}{d\omega_e} \frac{dK u}{du \omega_e} - \frac{1}{I_a} \frac{dM_c}{d\omega_T} \frac{dK u}{du \omega_e} + \frac{1}{I_a} M_c \frac{d^2 K}{du^2} \frac{u}{\omega_e^2} + \frac{1}{I_a} M_c \frac{dK 1}{du \omega_e^2} + \\ & \left. + \frac{1}{I_{eH}} \frac{d^2 M_e}{d\omega_e^2} K \right) - \frac{1}{I_{eH}} \frac{d^2 Q_t}{d\omega_e^2}, \\ \frac{\partial}{\partial \omega_T} \frac{dH_1}{dt} = & \frac{Q_t}{M_e K - M_c} \left(\frac{1}{I_a} \frac{dM_c}{d\omega_T} \frac{dK 1}{du \omega_e} + \frac{1}{I_a} \frac{d^2 M_c}{d\omega_T^2} K - \right. \\ & \left. - \frac{1}{I_{eH}} M_e \frac{d^2 K}{du^2} \frac{u}{\omega_e^2} - \frac{1}{I_{eH}} M_e \frac{dK 1}{du \omega_e^2} - \frac{1}{I_a} \frac{dM_c}{d\omega_T} \frac{dK 1}{du \omega_e} - \frac{1}{I_a} M_c \frac{d^2 K}{du^2} \frac{1}{\omega_e^2} \right). \end{aligned} \quad (5.61)$$

Таким образом, (5.59) является уравнением типа

$$F(\omega_e, \omega_T) = 0 \quad (5.62)$$

и отражает оптимальную взаимосвязь между переменными ω_e и ω_T . В свою очередь, выражения (5.60), (5.61) позволяют записать нагрузочную характеристику (5.58) в виде равенства

$$\lambda = - \frac{\Delta_0(\omega_e, \omega_T)}{\omega_e^2 \Delta_1(\omega_e, \omega_T)} = \lambda(\omega_e, \omega_T). \quad (5.63)$$

В случае безынерционной системы «двигатель—гидротрансформатор», для которой $I_{eH} = 0$, нагрузочная характеристика трансформатора описывается уравнением

$$\lambda = \frac{M_e(\omega_e)}{\omega_e^2} = \lambda(\omega_e). \quad (5.64)$$

Поэтому при любой нагрузочной характеристике гидротрансформатора ускорение его турбинной решетки изменяется по закону

$$\frac{d\omega_T}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{T\omega}},$$

$$\text{где } H = -Q_t(\omega_e) + \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} [M_e(\omega_e) K(u) - M_c(\omega_T)] = 0;$$

$$\frac{d\Psi_{T\omega}}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial \omega_T}.$$

Оптимальная же характеристика должна обеспечивать такое изменение скорости вращения вала двигателя (ω_e), при котором в каждый момент времени величина H является максимальной ($H = \max_{\omega_e} H = 0$).

Условия локального максимума функции $H = H(\omega_e, \omega_t, \psi_{T\omega})$ по переменной ω_e имеют вид:

$$\frac{\partial H}{\partial \omega_e} = -\frac{dQ_t}{d\omega_e} + \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} \frac{\partial}{\partial \omega_e} (M_e K - M_c) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \omega_e^2} = -\frac{d^2 Q_t}{d\omega_e^2} + \frac{\Psi_{T\omega}}{I_a} \frac{\partial^2}{\partial \omega_e^2} (M_e K - M_c) \leq 0.$$

Их после исключения переменной $\psi_{T\omega}$ можно преобразовать в соотношения

$$\frac{\partial}{\partial \omega_e} \ln \frac{Q_t}{M_e K - M_c} = 0; \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \omega_e^2} \ln \frac{Q_t}{M_e K - M_c} > 0. \quad (5.66)$$

Равенство (5.65) устанавливает оптимальную взаимосвязь между переменными ω_e и ω_t . Совместно с неравенством (5.66) оно выделяет те значения ω_e , которым соответствуют локальные минимумы функции $Q_t(\omega_e)/(M_e(\omega_e)K(\omega_t/\omega_e) - M_c(\omega_t))$.

Наличие уравнения (5.62), определяющего связь между величинами ω_e, ω_t в процессе функционирования оптимальной системы «двигатель—гидротрансформатор», позволяет в принципе синтезировать зависимости $\omega_e = \omega_e(u)$ и $\omega_t = \omega_t(u)$. С помощью этих же зависимостей уравнение $\lambda = \lambda(\omega_e, \omega_t)$ можно преобразовать в уравнение $\lambda = \lambda(u)$, представив нагрузочную характеристику гидротрансформатора в так называемой канонической форме.

Итак, синтез оптимальной нагрузочной характеристики в общем случае состоит в том, чтобы на основании равенства (5.59) идентифицировать функции $\omega_e = \omega_e(u)$, $\omega_t = \omega_t(u)$ и с их помощью исключить переменные ω_e и ω_t из уравнения (5.63). Синтез же оптимальной нагрузочной характеристики гидротрансформатора в случае безынерционного двигателя осуществляется подстановкой в уравнение (5.64) функции $\omega_e = \omega_e(u)$, удовлетворяющей уравнению (5.65).

Чтобы составить более отчетливое представление о самом процессе синтеза оптимальной нагрузочной характеристики гидротрансформатора, рассмотрим конкретный пример, относящийся к безынерционному двигателю, работающему на внешних тяговых режимах. При этом можно обойтись без вычислительной машины, выгодно сочетая математический формализм и наглядность. Воспользуемся следующими эмпирическими формулами, описывающими внешнюю скоростную характеристику [26]:

$$M_e = \frac{N_{em}}{\omega_{eN}} \left[\alpha_e + \beta_e \frac{\omega_e}{\omega_{eN}} + \gamma_e \left(\frac{\omega_e}{\omega_{eN}} \right)^2 \right];$$

$$Q_t = g_{eN} M_e \omega_e \left[\alpha_t + \beta_t \frac{\omega_e}{\omega_{eN}} + \gamma_t \left(\frac{\omega_e}{\omega_{eN}} \right)^2 \right], \quad (5.67)$$

где ω_{eN} , g_{eN} — скорость вращения вала двигателя и удельный расход топлива, соответствующие номинальной мощности $N_e = N_{em}$; α_e , β_e , γ_e , α_t , β_t , γ_t — эмпирические постоянные коэффициенты (для карбюраторного двигателя, например, можно принимать $\alpha_e = \beta_e = -\gamma_e = \gamma_t = 1,00$, $\alpha_t = -\beta_t = 1,2$).

Операцию минимизации функции $Q_t / (M_e K - M_c)$ по переменной ω_e заменим эквивалентной операцией максимизации более содержательной функции

$$\Delta \eta = \frac{(M_e K - M_c) \omega_\tau}{Q_t H_u} = \eta_{\partial m} - \eta_a, \quad (5.68)$$

где H_u — низшая теплотворная способность топлива (для бензина $H_u \approx 44,0$ МДж/кг); $\eta_{\partial m} = M_e K \omega_\tau / (Q_t H_u)$ — мгновенный

к. п. д. системы «двигатель—трансформатор»; $\eta_a = \frac{M_c \omega_\tau}{Q_t H_u}$ — мгновенный

к. п. д. системы «двигатель—трансформатор—автомобиль», в котором не учитывается к. п. д. механической части трансмиссии и колесных движителей. Для того чтобы изучить экстремальные свойства функции (5.68) аналитически, целесообразно предварительно произвести аппроксимацию зависимости $K = K(u) = \eta(u) / u$, $M_c = M_c(\omega_\tau)$.

При аппроксимации характеристики гидротрансформатора наряду с общей количественной адекватностью важно абсолютно точно отразить аналитическими зависимостями те непосредственно отражаемые действительной характеристикой параметры, которые являются оценочными, регламентируемыми при подборе гидротрансформатора для конкретной машины и которыми руководствуются при проектировании новых и совершенствовании созданных гидротрансформаторов. К ним относятся максимальный коэффициент полезного действия, максимальный коэффициент трансформации, коэффициент прозрачности и т. п.

Характеристика преобразующих свойств комплексного гидротрансформатора (рис. 5.19) характеризуется следующими параметрами: максимумом (η_m); передаточным отношением, соответствующим максимуму (u_η); передаточным отношением, соответствующим переходу на режим гидромукты (u_m). В число величин, устанавливаемых техническими требованиями, входит также коэффициент трансформации K_p , соответствующий определенному наперед заданному значению к. п. д. $\eta = \eta_p$. Величина η_p определяет минимально допустимый к. п. д. на преобладающих режимах работы колесной машины. Кроме того, аналитическая ап-

проксимирующая зависимость $\eta = \eta(u)$ должна удовлетворять условию

$$\left. \frac{\eta(u)}{u} \right|_{u=0} = K_0, \quad (5.69)$$

где K_0 — коэффициент трансформации на стоповом режиме (наряду с η_m величина K_0 является важнейшим оценочным параметром гидротрансформатора).

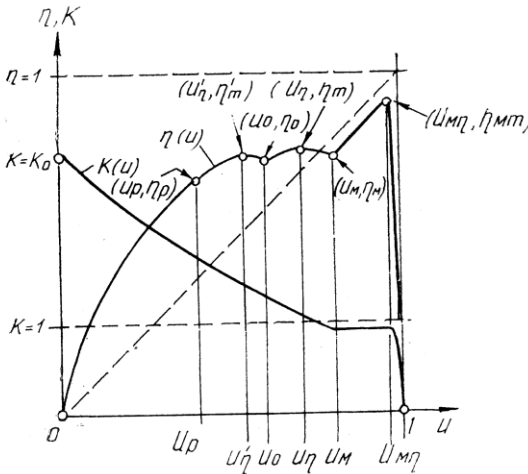


Рис. 5.19. Характерные точки характеристики гидротрансформатора.

можно провести параболу $(n+2)$ -й степени. Наиболее целесообразный компромисс между точностью аппроксимации и простотой аппроксимирующей зависимости при $n \leq 2$.

Для многоколесных трансформаторов на первом участке гладкости функции $\eta = \eta(u)$ целесообразно принимать $n=2$, а на всех остальных $n < 2$. Допустим, что для четырехколесного трансформатора (рис. 5.19) существенным является требование прохождения аппроксимирующей зависимости $\eta = \eta(u)$ через точки $(0,0)$, $(u_{\eta'}, \eta'_m)$, (u_{η}, η_m) , $(u_{M\eta}, \eta_{M\eta})$, $(1,0)$ при соблюдении условий (5.69), (5.70). На первом участке гладкости функции $\eta = \eta(u)$ ($0 \leq u \leq u_0$) аппроксимирующая зависимость будет иметь вид

$$\eta = K_0 u - \frac{2K_0 u_{\eta'} - 3\eta'_m}{(u_{\eta'})^2} u^2 + \frac{K_0 u_{\eta'} + 2\eta'_m}{(u_{\eta'})^3} u^3;$$

на втором участке ($u_0 \leq u \leq u_M$)

$$\eta = 2 \frac{\eta_m}{u_{\eta}} u - \frac{\eta_m}{u_{\eta}^2} u^2.$$

На режимах гидромукфы (чистого скольжения) допустима линейная аппроксимация

$$\eta = \frac{\eta_{M\eta}}{u_{M\eta}} u, \quad u_M \leq u \leq u_{M\eta};$$

$$\eta = \frac{\eta_{mm}}{1 - u_{m\eta}} \frac{(1 - u) u}{u_{m\eta}}, \quad u_{m\eta} \leq u \leq 1.$$

Используя приведенные формулы, зависимость к. п. д., например, гидротрансформатора ЛГ 370-43А от его передаточного отношения можно представить следующими зависимостями: на режиме трансформации

$$\begin{aligned} \eta &= 2,80u - 3,00u^2 + 0,74u^3, \quad 0 \leq u \leq 0,60, \\ \eta &= 2,22u - 1,59u^2, \quad 0,60 \leq u \leq 0,82; \end{aligned}$$

на режиме гидромукты

$$\eta = 0,92u, \quad 0,82 \leq u \leq 0,97, \quad (5.71)$$

$$\eta = 30,67(1 - u)u, \quad 0,97 \leq u \leq 1.$$

Для аппроксимации характеристики гидротрансформатора использовались следующие данные: $K_0 = 2,8$, $\eta_m = 0,78$ — контрольные точки характеристики, снимаемые при проверке качества изготавливаемых передач.

Зависимость момента сопротивления M_c от скорости v движения автомобиля массой m выразим формулой

$$M_c = (mg\psi + kFv^2) \frac{r_\partial}{K_{MT}}, \quad (5.72)$$

где $\psi = \text{const}$ — коэффициент сопротивления дороги движению автомобиля; g — ускорение свободного падения в поле сил тяготения; $kF = \text{const}$ — фактор обтекаемости кузова автомобиля воздухом; r_∂ — силовой радиус колес автомобиля; K_{MT} — коэффициент трансформации механической части трансмиссии на первой передаче (на высших передачах, включаемых в механической части трансмиссии, практически всегда целесообразна блокировка гидротрансформатора). Так как $v = \omega_T u_{MT} r_K$ ($u_{MT} = \text{const}$ — передаточное отношение механической части трансмиссии; r_K — кинематический радиус ведущих колес автомобиля), то (5.72) равноценно выражению

$$M_c = (mg\psi + kFu_{MT}^2 r_K^2 \omega_T^2) \frac{r_\partial}{K_{MT}}. \quad (5.73)$$

С помощью формул (5.73), (5.67) и (5.71) (учитывая соотношение $\eta = Ku$) можно аналитически вычислить значения функции (5.68) при любом сочетании значений переменных ω_e , ω_T . На рис. 5.20, а показаны графики зависимости значений критерия $\Delta\eta$ от переменной ω_e/ω_{eN} для ряда постоянных значений ω_T ($\omega_T = 90; 180; 270; 360; 450$ рад/с). Они отражают взаимосвязь между $\Delta\eta$, ω_e , ω_T для системы «карбюраторный двигатель—гидротрансформатор—автомобиль—среда», имеющей следующие параметры: $N_{em} = 160$ кВт; $\omega_{eN} = 450$ рад/с; $g_{eN} = 340$ г/кВт.ч; $K_0 = 2,8$; $\eta_m = 0,78$; $u_{m\eta} = 0,97$; $\eta_{mm}/u_{m\eta} = 0,92$; $m = 13400$ кг; $\psi =$

$=0,015$; $kF=1,805 \text{ Нс}^2/\text{М}^2$; $K_{\text{МТ}} \approx 1/u_{\text{МТ}}=16,54$; $r_{\theta}=r_{\kappa}=0,5 \text{ м}$; $H_u=44 \text{ МДж/кг}$. При $\omega_{\text{T}}=0$ критерий (5.68) никакой полезной информации об оптимальности режимов работы рассматриваемой системы не несет (если $\omega_{\text{T}}=0$, то при любом значении переменной ω_e величина $\Delta\eta$ равна нулю). Поэтому для случая $\omega_{\text{T}}=0$ пришлось построить график зависимости $\Delta\eta H_u/\omega_{\text{T}}=(M_e K - M_c)/Q_t$ от переменной ω_e/ω_{eN} (штриховая линия), восполняющий указанный информационный пробел.

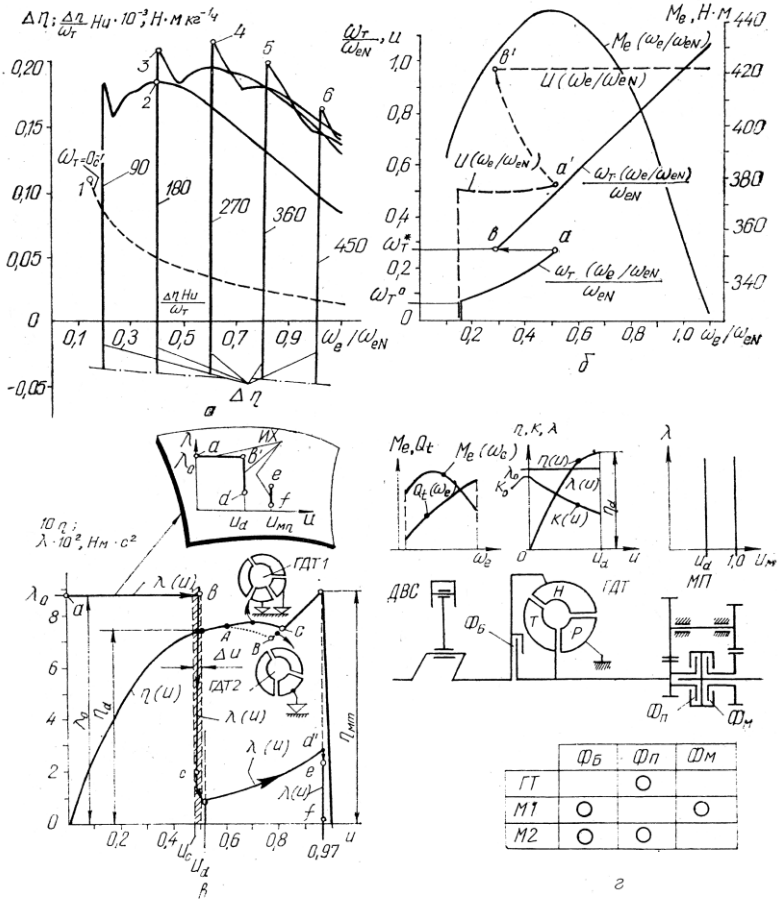


Рис. 5.20. Особенности оптимальной нагрузочной характеристики гидродинамического трансформатора.

Точка 1 (см. рис. 5.20, а) есть точка максимума функции $\Delta\eta(\omega_e) \cdot H_u/\omega_{\text{T}}$ при $\omega_{\text{T}}=0$, а точки 2—6 являются точками максимума функций $\Delta\eta(\omega_e)$ по переменной ω_e при заданных значениях переменной $\omega_{\text{T}} \neq 0$. Каждая из этих точек ставит в соответствие определенному значению ω_{T} вполне определенные оптимальные

значения величин ω_e и u . Оптимальная взаимосвязь между ω_e , ω_T , u и величиной M_e представлена на рис. 5.20, б графиками $\omega_T/\omega_{eN} = \omega_T(\omega_e/\omega_{eN})/\omega_{eN}$, $M_e = M_e(\omega_e/\omega_{eN})$, $u = u(\omega_e/\omega_{eN})$, из которых следует, что при достижении ω_T определенного значения величины ω_e , u должны изменяться скачкообразно (участки ab и $a'b'$ соответствующих графиков).

Скачкообразное изменение функции $\omega_e = \omega_e(t)$ вполне допустимо в силу предположения о безынерционности двигателя. В принципе, скачкообразность изменения переменной ω_e можно «запретить», используя формально в качестве критерия оптимальности функционал

$$Q_T^* = \int_0^T Q_t dt + \delta \int_0^T \left(\frac{d\omega_e}{dt} \right)^2 dt, \quad \delta > 0.$$

Однако такой «запрет», хотя и приближает свойства оптимальной системы «двигатель—гидротрансформатор» к свойствам реальной, однако существенно искажает восприятие процесса идеального взаимодействия двигателя и трансформатора. Кроме того, очень нелогично предположить сначала безынерционность двигателя, а затем для исправления ситуации прибегнуть к критерию оптимальности Q_T' . Поэтому особенности оптимальных зависимостей $\omega_T = \omega_T(\omega_e)$ и $u = u(\omega_e)$ имеет смысл учесть при синтезе нагрузочной характеристики гидротрансформатора в полной мере.

Принимая во внимание равенство (5.64), на основании информации, представленной на рис. 5.20, б, можно построить весьма оригинальную нагрузочную характеристику $\lambda = \lambda(u)$ гидротрансформатора (рис. 5.20, в). Оказывается, что оптимальному гидротрансформатору свойственны абсолютные силовая и кинематическая непрозрачности (участки ab и def линии $\lambda = \lambda(u)$); однако локально непрозрачный гидротрансформатор вместе с тем является весьма прозрачным в целом. Оптимальная характеристика принципиально отличается от реальных также и своей неоднозначностью при $u_c \leq u \leq u_d$ и $u = 0,97$, которая как бы способствует локализации режимов работы гидротрансформатора в окрестности передаточных отношений Δu , а также при его наибольшем к. п. д.

Исходному двухреакторному гидротрансформатору $ГДТ1$ можно противопоставить однореакторный гидротрансформатор $ГДТ2$. Изменение характеристики $\eta = \eta(u)$ гидротрансформатора при устранении одного реактора на рис. 5.20, в в первом приближении показано линией ABC . Оказывается, что упрощение структуры гидротрансформатора никак не отражается на оптимальной характеристике $\lambda = \lambda(u)$.

Пренебрегая некоторыми особенностями оптимальной нагрузочной характеристики гидротрансформатора, можно придти к весьма интересным для практики результатам. Так, оптимальная

характеристика $\lambda = \lambda(u)$ претерпевает весьма незначительные искажения, если ее участок bcd (рис. 5.20, *в*) аппроксимировать вертикальной прямой $u - u_d = 0$. Кроме того, участок $dd'e$ характеристики не является рабочим, поскольку переход $d - d' - e$ в силу безынерционности двигателя осуществляется мгновенно. Следовательно, оптимальную характеристику $\lambda = \lambda(u)$ можно заменить идеализированной характеристикой $ИХ$, состоящей из отрезка ab' горизонтальной прямой и отрезков $b'd, ef$ вертикальных прямых (рис. 5.20, *в*).

Попытаемся структурно воспроизвести полученную идеализированную характеристику гидротрансформатора, схемно синтезируя новую систему «двигатель—гидротрансформатор» (рис. 5.20, *з*). Двигатель внутреннего сгорания ($ДВС$) с заданными характеристиками $M_e = M_e(\omega_e)$ и $Q_t = Q_t(\omega_e)$ соединим с насосной решеткой H обычного трехколесного гидродинамического трансформатора ($ГДТ$), реактор P которого все время неподвижен и в котором предусмотрена возможность жесткого соединения насосной решетки H с турбиной T посредством фрикциона блокировки Φ_6 . Гидротрансформатор должен обладать заданными характеристиками $\eta = \eta(u)$, $K = K(u)$ и абсолютной непрозрачностью $\lambda(u) = \lambda_0 = \text{const}$ хотя бы в зоне передаточных отношений $0 \leq u \leq \leq u_d$ (абсолютной непрозрачности можно ожидать, например, от трансформатора с центробежной турбиной, рис. 5.16, *в*). Турбинную решетку T гидротрансформатора $ГДТ$ соединим с механической передачей $МП$, имеющей две ступени с передаточными отношениями $u_1 = u_d$ и $u_2 = 1,0$ и переключаемой фрикционами Φ_{II} и Φ_M . Состояния фрикционов $\Phi_6, \Phi_{II}, \Phi_M$ определяют различные режимы работы системы « $ГДТ-МП$ » (рис. 5.20, *з*, таблица замкнутых состояний фрикционов, в которой выделены следующие режимы: режим $ГТ$ гидродинамической трансформации, обеспечиваемый включением фрикциона Φ_{II} при выключенных фрикционах Φ_6 и Φ_M ; режимы $M1$ и $M2$ механической трансформации, реализуемые при включении одного из фрикционов Φ_{II} или Φ_M механической передачи и фрикциона Φ_6 блокировки гидротрансформатора).

Рассмотрим следующий закон управления фрикционами Φ_6, Φ_{II} и Φ_M : пусть фрикцион Φ_{II} включается только при соблюдении условий $u < u_d, \omega_T < \omega_T^*$ (рис. 5.20, *б*) или же условий $u \geq u_d, \omega_T \geq \omega_T^*$; условием включения фрикциона Φ_6 является неравенство $u \geq u_d$; условиями для включения фрикциона Φ_M служат соотношения $u > u_d, \omega_T^0 \leq \omega_T < \omega_T^*$. При указанном законе управления фрикционами система « $ГДТ-МП$ » на режимах $M1$ и $M2$ механической трансформации обладает нагрузочными характеристиками, описываемыми соответственно уравнениями $u - u_d = 0$ и $u - 1 = 0$ вертикальных прямых (рис. 5.20, *з*), а на режиме $ГТ$ гидродинамической трансформации она проявляет свойства непрозрачного трансформатора с характеристикой $\eta = \eta(u)$, тем более близкой к заданной, чем больше к. п. д. механической передачи. В целом же вновь синтезированная система « $ГДТ-МП$ »

способна реализовать рассмотренную ранее идеализированную характеристику $ИХ$ с той лишь разницей, что ее участку ef (рис. 5.20, $в$) соответствует передаточное отношение $u=1$, а не $u=u_{МП} < 1$. Это отличие, однако, не является принципиальным, так как, во-первых, оно не уменьшает степени оптимальности системы «ДВС—ГДТ—МП», и, во-вторых, легко устранимо путем введения в механическую передачу МП дополнительной ступени с передаточным отношением $u_3=u_{МП}$.

Структурный синтез оптимальной системы «ДВС—ГДТ—МП» свидетельствует о возможности технического воплощения оптимальных законов нагружения двигателя. Кроме того, в результате синтеза весьма убедительно доказаны преимущества непрозрачных блокируемых гидротрансформаторов по сравнению с комплексными трансформаторами. Необходимо подчеркнуть, что введение дополнительной механической передачи МП является чисто методическим приемом, который нельзя отождествлять с неизбежным конструктивным усложнением трансмиссии автомобиля. В самом деле, формальное введение в структуру трансмиссии механической передачи МП равноценно всего лишь соответствующему изменению передаточных чисел в механической части трансмиссии с необходимым изменением законов переключения ступеней. Само собой разумеется, что при одноступенчатой механической части трансмиссии придется все же ввести дополнительно вторую ступень. Интересно также и то, что непрозрачность оптимального гидротрансформатора направлена на увеличение времени работы двигателя на режиме минимальной частоты вращения его вала. Конечно, структурный синтез оптимальной системы «двигатель—гидротрансформатор» можно осуществить и другими способами (используя еще, например, обычное дисковое сцепление). Поэтому, очевидно, можно найти и другие направления совершенствования гидромеханических передач, более целесообразные для конкретного типа колесной машины.

В завершение укажем еще одну возможную постановку задачи синтеза оптимальной нагрузочной характеристики гидротрансформатора.

На рис. 5.21 представлена схема построения математического описания функционирования автомобиля, позволяющая в процессе оптимизации нагрузочной характеристики гидротрансформатора практически полностью замкнуться в рамках системы «двигатель—гидротрансформатор» ($M_T^\omega(\omega_T)$, $M_T^\varphi(\varphi_T)$, $M_T^t(t)$ — отдельные составляющие величины M_T ; $M_T^\omega + M_T^\varphi + M_T^t = M_T$). При таком математическом описании процесс движения автомобиля в заданных эксплуатационных условиях и процесс нагружения системы «двигатель—гидротрансформатор» оказываются заданными, и любое варьирование нагрузочной характеристики никак не должно отразиться на режимах работы системы «механическая трансмиссия—автомобиль». Следовательно, оптимизацию совмещения режимов работы двигателя и гидротрансформатора можно осуществить обособленно только за счет повышения топливной эко-

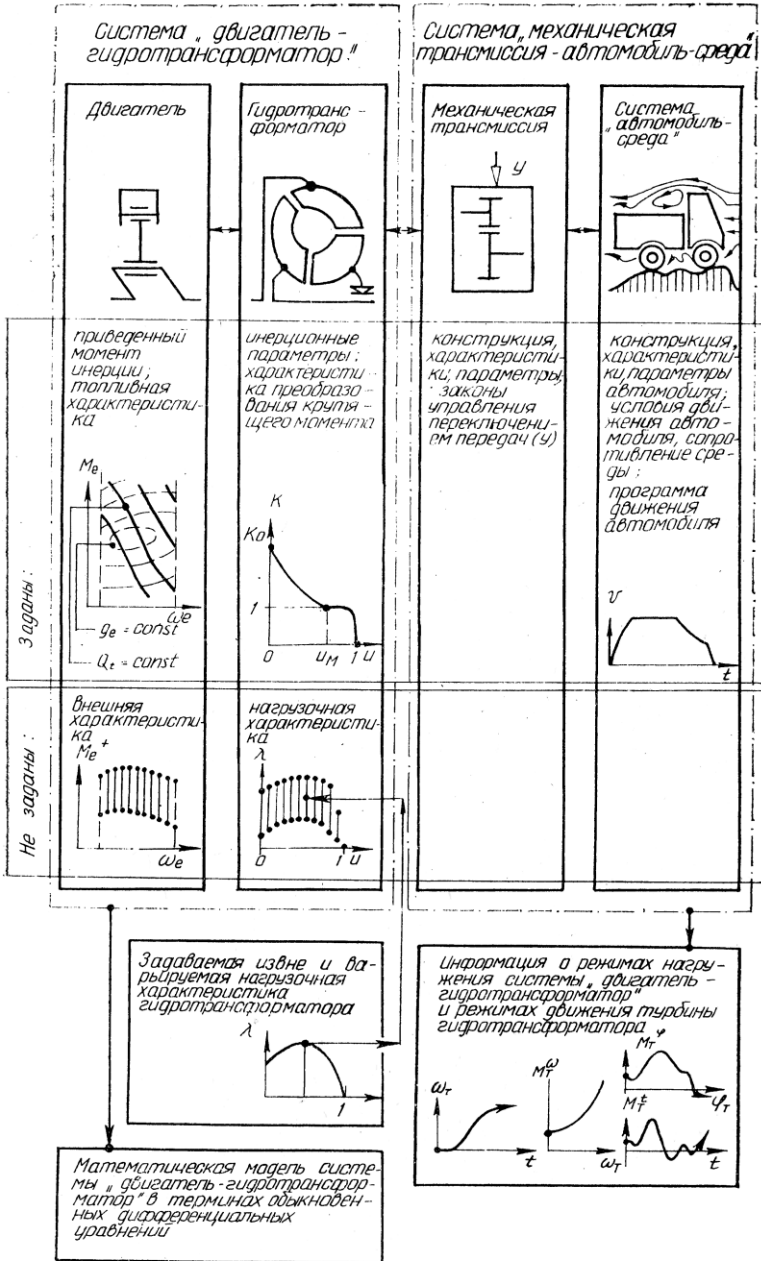


Рис. 5.21. Схема построения математического описания функционирования автомобиля.

номичности автомобиля без изменения других показателей, характеризующих его движение. Внешняя характеристика $M_e = M_e^+(\omega_e)$, ограничивающая область возможных тяговых режимов работы двигателя, в данном случае не фиксирована. Поэтому одновременно решается и вопрос о выборе оптимальной степени форсированности двигателя.

Можно показать, что при указанных условиях оптимальные режимы работы системы «двигатель—гидротрансформатор» описываются системой соотношений

$$\lambda \omega_e^2 K(\omega_r/\omega_e) - M_c - I_a \frac{d\omega_r}{dt} = 0;$$

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{1}{I_{en}} \left[M_e - \frac{I_a \frac{d\omega_r}{dt} + M_c}{K(\omega_r/\omega_e)} \right];$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} &= \frac{1}{I_{en}} \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} - \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} \frac{\partial}{\partial \omega_e} \frac{d\omega_e}{dt} = \frac{1}{I_{en}} \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} + \frac{1}{I_{en}} \frac{I_a \frac{d\omega_r}{dt} + M_c}{K^2(\omega_r/\omega_e)} \times \\ &\times \frac{dK(\omega_r/\omega_e)}{du} \frac{\omega_r}{\omega_e^2}, \quad \frac{\partial^2 Q_t}{\partial M_e^2} \geq 0 \end{aligned} \quad (5.74)$$

(здесь переменные ω_r , M_c — известные функции времени).

В случае безынерционного двигателя оптимизация совмещения режимов работы двигателя и гидротрансформатора сводится к минимизации по переменной ω_e величины $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$, в которой

$$M_e = \frac{I_a \frac{d\omega_r(t)}{dt} + M_c(t)}{K(\omega_r(t)/\omega_e)}. \quad (5.75)$$

Величина λ определяется с помощью одного из следующих условий:

$$\lambda \omega_e^2 - M_e = 0; \quad (5.76)$$

$$\lambda \omega_e^2 K(u) - M_c - I_a \frac{d\omega_r}{dt} = 0. \quad (5.77)$$

Таким образом, синтез оптимальной нагрузочной характеристики $\lambda = \lambda(u)$ гидротрансформатора при известных законах движения автомобиля и законах управления механической частью трансмиссии в общем случае должен осуществляться на основании соотношений (5.74). В частном же случае так называемого безынерционного двигателя сначала необходимо определить оптимальные режимы работы двигателя путем минимизации по переменной ω_e величины $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$ с учетом равенства (5.75), а только затем на основании равенств (5.76) и (5.77) — идентифицировать искомую зависимость $\lambda = \lambda(u)$.

5.6. Оптимальные нагружающие свойства гидромуфты

Гидромуфта в отличие от гидротрансформатора состоит только из насосной и турбинной решеток. Отсутствие реактора лишает ее возможности трансформировать крутящий момент двигателя. Но совместно с механическим одноступенчатым редуктором она является почти альтернативой гидротрансформатору и поэтому нашла широкое применение в трансмиссиях автомобилей.

Совместные режимы работы двигателя внутреннего сгорания и гидромуфты можно описать обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} \mu_c &= I_a \frac{d\omega_\tau}{dt} + M_c(\omega_\tau, \varphi_\tau, t) = \lambda\omega_e^2, & \frac{d\varphi_\tau}{dt} &= \omega_\tau, \\ I_{en} \frac{d\omega_e}{dt} &= M_e - \lambda\omega_e^2 = M_e - \mu_c, \end{aligned} \quad (5.78)$$

которые отличаются от уравнений, описывающих динамику системы «двигатель—гидротрансформатор», только допущением $K(u) \equiv 1$. Можно показать, что при заданной программе $\omega_\tau = \omega_\tau(t)$ движения турбины муфты двигатель в идеале должен работать либо на внешних режимах, либо на частичных, удовлетворяющих условию

$$I_{en} \frac{d}{dt} \frac{\partial Q_t}{\partial M_e} - \frac{\partial Q_t}{\partial \omega_e} = 0.$$

В общем случае такое нагружение двигателя возможно только при активном, очень гибком управлении свойствами гидромуфты, вынуждающем «разрушить» однозначную связь $\lambda = \lambda(u)$. Но при этом, как легко заметить, оптимальные режимы работы двигателя не совпадают с режимами минимального удельного расхода топлива, и следовательно, к. п. д. не является измерителем, определяющим эффективность системы «двигатель—гидромуфта».

Если двигатель не обладает ярко выраженной способностью аккумулировать механическую энергию, то можно положить $I_{en} = 0$. В этом случае программа $\omega_\tau = \omega_\tau(t)$ изменения скорости вращения турбины гидромуфты, как следует из (5.78), однозначно определяет программу $M_e = M_e(t)$ изменения нагрузки на двигатель. Следовательно, задача поиска оптимальных режимов работы двигателя сводится к тому, чтобы каждому $M_e(t)$ поставить в соответствие такое ω_e , при котором величина $Q_t(M_e(t), \omega_e)$ скорости расхода топлива минимальна: Но в силу монотонно возрастающей зависимости Q_t от ω_e при любом фиксированном M_e ($\partial Q_t / \partial \omega_e > 0$) это равноценно требованию, чтобы каждому $M_e(t)$ соответствовало минимальное ω_e , удовлетворяющее ограничениям $M_e^-(\omega_e) \leq M_e \leq M_e^+(\omega_e)$, $\omega_e^- \leq \omega_e \leq \omega_e^+$. В итоге приходим к выводу, что оптимальными являются только внешние режимы работы

двигателя $M_e = M_e^+(\omega_e)$ при $\omega_e^- \leq \omega_e \leq \omega_{eM}$ (ω_{eM} — скорость вращения вала двигателя, соответствующая максимальному крутящему моменту), $M_e = M_e^-(\omega_e)$ и $\omega_e = \omega_e^-$. Это множество режимов иллюстрирует рис. 2.7, а (точечная линия 3).

Оптимальное нагружение безынерционного двигателя возможно тогда, когда коэффициент первичного момента удовлетворяет соотношениям

$$\begin{aligned} \lambda &= \mu_c(t) / \omega_e^{-2}, & \omega_e(t) &= \omega_e^- = \text{const}, \\ \lambda &= M_e^+(\omega_e) / \omega_e^2, & \omega_e^- &\leq \omega_e(t) \leq \omega_{eM}, \\ \lambda &= M_e^-(\omega_e) / \omega_e^2, & \omega_e^- &\leq \omega_e(t) \leq \omega_e^+. \end{aligned} \quad (5.79)$$

Гидромуфту целесообразно использовать исключительно на режимах разгона автомобиля, предусмотрев во всех других случаях возможность ее блокировки. Поэтому, если в процессе разгона автомобиля соблюдается условие $du(t)/dt \geq 0$, то соотношения (5.79) заведомо определяют оптимальную нагрузочную характеристику гидромуфты как обычную однозначную функцию $\lambda = \lambda(u)$, синтезировать которую в каждом конкретном случае не составляет особого труда.

Если момент сопротивления M_c определяется только величиной ω_τ ($\partial M_c / \partial \varphi_\tau = \partial M_c / \partial t = 0$), то в случае произвольной нагрузочной характеристики гидромуфты оптимальные режимы работы двигателя при разгоне автомобиля определяются из условия максимизации критерия

$$J = \frac{d\omega_\tau / dt}{Q_t} = \frac{M_e - M_c}{I_a Q_t}$$

по переменной ω_e при различных фиксированных значениях ω_τ . При этом учитывается, что M_e тоже является функцией ω_e ($M_e = \lambda(\omega_\tau / \omega_e) \omega_e^2$). Отсюда следует, что далеко не при всякой характеристике $\lambda = \lambda(u)$ оптимальными оказываются описанные выше внешние режимы работы безынерционного двигателя.

Допустим, что программа $\omega_\tau = \omega_\tau(t)$ заранее не задана. Сформулируем условия ее оптимальности, предполагая возможность варьирования процесса $\lambda = \lambda(t)$ управления нагружающими свойствами гидромуфты.

Как указывалось выше, при $I_{eH} = 0$ для любой заданной программы движения турбинной решетки гидромуфты наилучшими с точки зрения топливной экономичности являются внешние режимы работы двигателя и те значения λ , которые удовлетворяют условиям (5.79). Допустим необходимо осуществить разгон автомобиля от некоторой начальной скорости $v(0) = V_0$ до конечной $v(T) = V_T$ (параметрам V_0, V_T соответствуют определенные значения $\omega_\tau(0) = \omega_{\tau 0}, \omega_\tau(T) = \omega_{\tau T}$). Считаем, что время T , отводимое на разгон, и программа $\omega_\tau = \omega_\tau(t)$ заранее не заданы, а величина M_c определяется только значениями ω_τ . Тогда условия оптималь-

ности совместной работы двигателя и гидромуфты можно сформулировать как условия максимума функции

$$H = -Q_t(M_e, \omega_e) + \frac{\Psi^{т\omega}}{I_a}(M_e - M_c(\omega_\tau)) = 0. \quad (5.80)$$

Поскольку производная $\partial H/\partial \omega_e = -\partial Q_t/\partial \omega_e$ всегда отрицательна в силу особенностей топливной характеристики $Q_t = Q_t(M_e, \omega_e)$, то очевидно, что при всяком M_e предпочтение следует отдавать как можно меньшим значениям ω_e . Этому условию удовлетворяют режимы $\omega_e = \omega_e^-$, $M_e = M_e^+(\omega_e)$. Причем, если бы функция $M_e = M_e^+(\omega_e)$ была монотонно падающей, то, естественно, из всех внешних режимов предпочтение необходимо было бы отдать только режимам $\omega_e = \omega_e^-$ минимальной скорости вращения вала двигателя.

Пусть $Q_t^+(\omega_e) = Q_t(M_e^+(\omega_e), \omega_e)$ — внешняя скоростная характеристика двигателя, а $Q_t^-(M_e) = Q_t(M_e, \omega_e^-)$ — его нагрузочная характеристика при $\omega_e = \omega_e^-$. Считая функцию $Q_t = Q_t^+(\omega_e)$ в системе координат $\omega_e - Q_t$ строго выпуклой вверх, а характеристику $Q_t = Q_t^-(M_e)$ в системе координат $M_e - Q_t$ строго выпуклой вниз, выделим такие значения M_c' , M_c'' крутящего момента сопротивления M_c , которые удовлетворяют соотношениям

$$Q_t^-(M_e^+(\omega_e^-)) - \frac{\partial Q_t^-(M_e^+(\omega_e^-))}{\partial M_e}(M_e^+(\omega_e^-) - M_c') = 0'$$

$$Q_t^+(\omega_e^-) - \frac{\partial Q_t^+(\omega_e^-)}{\partial M_e}(M_e^+(\omega_e^-) - M_c') = 0.$$

Функция (5.80) достигает максимума, если соблюдаются условия:

при $M_c(\omega_\tau) < M_c'$

$$Q_t(M_e, \omega_e^-) - \frac{\partial Q_t(M_e, \omega_e^-)}{\partial M_e}(M_e - M_c(\omega_\tau)) = 0;$$

при $M_c' \leq M_c(\omega_\tau) \leq M_c''$

$$M_e = M_e^+(\omega_e^-);$$

при $M_c(\omega_\tau) > M_c''$

$$Q_t(M_e^+(\omega_e), \omega_e) - \frac{\partial Q_t(M_e^+(\omega_e), \omega_e)}{\partial M_e}(M_e^+(\omega_e) - M_c(\omega_\tau)) = 0. \quad (5.81)$$

Соотношения (5.81) описывают оптимальное совмещение режимов работы двигателя внутреннего сгорания и гидродинамической муфты в достаточно общем случае. Из них, в частности, следует, что если в процессе разгона автомобиля момент сопротивления удовлетворяет условию $M_c' \leq M_c(\omega_\tau) \leq M_c''$, то оптимальной является абсолютно непрозрачная гидромуфта, для которой $\lambda =$

$=M_e^+(\omega_e^-)/\omega_e^{-2}=\text{const.}$ В других же случаях оптимальная гидромффта может обладать как прямой, так и обратной прозрачностью. Кроме того, легко показать, что при $M_c(\omega_T) > 0$ и $\omega_e = \omega_e^-$ режиму работы двигателя с минимальным удельным расходом топлива (максимальным к. п. д.) предпочитают режимы, менее экономичные, но позволяющие реализовать больший крутящий момент. Реализация режима, которому соответствует максимальный к. п. д., была бы целесообразной только в одном маловероятном случае — при $M_c(\omega_T(t)) \equiv 0$.

При достаточно больших $M_c(\omega_T)$ алгоритмы управления автомобилем, оптимальные с точки зрения топливной экономичности, оказываются оптимальными и с точки зрения динамичности процессов разгона. Следовательно, при оптимальной гидромффте существенно упрощаются приемы управления автомобилем: для того, чтобы реализовать наиболее экономичный разгон машины, водитель обязан обеспечить максимальную подачу топлива в двигатель, тем самым предельно интенсифицируя процесс нарастания скорости движения автомобиля. В таких ситуациях топливная экономичность и динамичность разгона взаимообуславливают друг друга. Очень часто интенсивность разгона автомобиля лимитирована не требованием обеспечить высокий уровень топливной экономичности, а тягово-сцепными свойствами колесных движителей и безопасностью движения.

Полученные результаты в целом во многом сходны с теми, которые анализировались ранее. В частности, принципиально важным следует считать то, что оптимизация свойств системы «двигатель—гидромффта», как и других систем автомобиля, в значительной степени направлена на сглаживание противоречий между требованиями повышения топливной экономичности и требованиями интенсификации транспортных процессов. Глубина этих противоречий весьма существенно влияет на сложность методологии синтеза оптимальных свойств автомобиля. Вместе с тем алгоритмы синтеза характеристик той или иной системы прямо зависят от характеристик систем, оптимизация которых не предполагается. Причем обычно оптимизация свойств одной системы при фиксированных свойствах других приводит к результатам, весьма сложным по содержанию и трудно реализуемым технически. Поэтому основным направлением развития методологии синтеза оптимальных свойств автомобиля следует считать такое, при котором свойства ни одной из систем не допускается рассматривать обособленно от свойств других, а необходимость вариации той или иной характеристики предполагает технически допустимую вариацию всех других. Например, при вариации нагрузочной характеристики гидромффты следовало бы сразу решать вопрос оптимизации номинальной мощности двигателя, параметров внешней скоростной характеристики и механической части трансмиссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев Л. Е. Основы расчета оптимальных и допускаемых режимов работы машино-тракторных агрегатов. Л., 1978.
2. Айзерман М. А. Автоматика переключения передач. М., 1948.
3. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969.
4. Брайсон А. Д., Ю-Ши Хо. Прикладная теория управления. Оптимизация, оценка, управление. М., 1972.
5. Высочин Л. Н., Гащук П. Н., Нефедов А. Ф. Особенности режимов работы двигателя автопогрузчика. Львов, 1977. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 1391.
6. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Особые оптимальные управления. М., 1973.
7. Гащук П. Н. Критерии оптимальности и синтез закона переключения передач в механических трансмиссиях автомобилей. Львов, 1981. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 2708.
8. Гащук П. Н., Высочин Л. Н., Нефедов А. Ф. Моделирование режимов работы автопогрузчиков. Львов, 1977. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 886.
9. Гащук П. Н., Иванов И. В. Об определении оптимальных моментов переключения передач в трансмиссии автопогрузчика // Тр. ГСКБ по автопогрузчикам. Львов, 1982. С. 58—66.
10. Гащук П. Н., Кицак В. А. Оптимальные режимы движения автомобиля. Львов, 1981. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 2711.
11. Гащук П. Н., Кицак В. А. Оптимизация программного движения городского автобуса на маршруте. Львов, 1981. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 3023.
12. Гащук П. Н., Кицак В. А. Энергетический критерий эффективности системы «оператор—транспортная машина—среда». Львов, 1980. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 2173.
13. Гащук П. Н., Кицак В. А., Смирнов И. В. Оптимальные режимы движения и топливная экономичность автобусов в транспортных циклах // Тр. ВКЭИавтобуска. Львов, 1982. С. 3—17.
14. Гащук П. Н., Кицак В. А., Смирнов И. В. Топливная экономичность автобуса в транспортных циклах // Тр. ВКЭИавтобуска. Львов, 1985. С. 15—28.
15. Гащук П. Н., Кицак В. А., Табакарь В. А. О целесообразности использования скользких режимов работы автомобильного двигателя // Вестн. Львов. политехн. ин-та. 1982. № 162. С. 43—46.
16. Гащук П. Н., Синкевич Н. В., Смирнов И. В. Оценка возможностей повышения топливной экономичности автобусов // Тр. ВКЭИавтобуска. Львов, 1985. С. 3—14.
17. Гидравлика, гидравлические машины и гидравлические приводы / Башта Т. М., Руднев С. С., Некрасов Б. Б. и др. М., 1970.
18. Гидроэнергетика / Обрезков В. И., Малинин Н. К., Кароль Л. А. и др. М., 1981.
19. Гончаров Н. Е., Казанцев В. П. Маневровая работа на железнодорожном транспорте. М., 1978.
20. Зангвилл У. И. Нелинейное программирование. Единый подход. М., 1973.
21. Зимелев Г. В. Теория автомобиля. М., 1959.
22. Злотник М. И., Федоров С. В., Вагин С. Н. Расчет оптимального совмещения характеристик двигателя и гидротрансформатора // Тр. Челябинского политехн. ин-та. 1978. № 214. С. 94—96.
23. Злотник М. И., Федоров С. В., Лившиц В. А. О выборе критерия эффективности совместной работы двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора // Тр. Челяб. политехн. ин-та. 1977. № 195. С. 81—82.

24. Испытания локомотивов и выбор рациональных режимов вождения поездов / Горчаков Е. В., Исаев И. П., Максимов Н. В. и др. М., 1975.
25. *Кицак В. А., Гащук П. Н.* Исследование элементарного цикла движения транспортной машины. Львов, 1981. Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 2710.
26. *Колчин А. И., Демидов В. П.* Расчет автомобильных и тракторных двигателей. М., 1980.
27. *Крайнык Л. В.* Оптимальні моменти перемикання ступенів гідромеханічної передачі при розгоні транспортного засобу // Вісн. Львів. політехн. ін-ту. 1978. № 121. С. 95—98.
28. *Крайнык Л. В.* Определение моментов переключения гидромеханической передачи, оптимальных по топливной экономичности. Львов, 1978. Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 1022.
29. *Крайнык Л. В.* Определение оптимальных законов переключения ступеней ГМП, обеспечивающих максимальные динамические качества автомобиля. Львов, 1977. Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 1016.
30. *Кротов В. Ф., Букреев В. З., Гурман В. И.* Новые методы вариационного исчисления в динамике полета. М., 1969.
31. *Кротов В. Ф., Гурман В. И.* Методы и задачи оптимального управления. М., 1973.
32. *Ксенович И. П., Тарасик В. П.* Системы автоматического управления ступенчатыми трансмиссиями тракторов. М., 1979.
33. *Осипов С. И.* Основы электрической и тепловозной тяги. М., 1985.
34. *Петров В. А.* Автоматические системы транспортных машин. М., 1974.
35. *Петров В. А.* Основы теории автоматического управления трансмиссией автомобиля. М., 1957.
36. *Петров В. А.* Теоретические основы автоматического переключения передач // Автомобильная пром-сть. 1950. № 1. С. 10—14.
37. *Петров Ю. П.* Оптимальное управление движением транспортных средств. Л., 1969.
38. *Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М., 1983.
39. *Прокофьев В. Н.* Автомобильные передачи. М., 1947.
40. *Прокофьев В. Н.* Гидродинамические (лопастные) передачи // Пневматика и гидравлика (приводы и системы управления). 1973. Вып. 1. С. 84—95.
41. Рациональные режимы вождения поездов и испытания локомотивов / Горчаков Е. В., Исаев И. П., Козлов Л. Г. и др. М., 1984.
42. *Рашевский П. К.* Геометрическая теория уравнений с частными производными. М.; Л., 1947.
43. *Степанюк В. В.* Методы математического програмування. К., 1977.
44. Теория систем с переменной структурой / Емельянов С. В., Уткин В. И., Таран В. А. и др. М., 1970.
45. *Токарев А. А.* Топливная экономичность и тягово-скоростные качества автомобиля. М., 1982.
46. *Уткин В. И.* Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М., 1981.
47. *Фалькевич Б. С.* Некоторые теоретические основы и передовой опыт вождения автомобиля // Автомобиль. 1953. № 3. С. 6—12.
48. *Федоров С. В., Злотник М. И., Вагин С. Н.* К вопросу о совместной работе ДВС и ГТ трактора-трубоукладчика // Тр. Челябинского политехн. ин-та. 1979. № 233. С. 88—91.
49. *Чудаков Е. А.* Избранные труды: В 2-х т. М., 1961. Т. 2.
50. *Шлипченко З. С.* Насосы, компрессоры и вентиляторы. К., 1976.
51. *Яковлев Н. А., Диваков Н. В.* Теория автомобиля. М., 1962.
52. *Янг Л.* Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. М., 1974.
53. *Beale J. R. A.* Stored energy transmission for road vehicles // Electronics and Power. 1979. N 5. P. 323—328.
54. *Borrmeister J.* Der Personenkraftwagen mit Diesel motor. T. 2 // Kraftfahrzeugtechnik. 1980. N 1. S. 11—17.

55. *Bullok K. J., Bandopadhyay P. C.* Optimum Power Plants of Automobiles // SAE — Australasia. 1978. N 3. P. 84—96.
56. *Drechsel E., Bouchetara M.* Möglichkeiten zur Verringerung des Streckenkraftstoffverbrauchs // Kraftfahrzeugtechnik. 1985. N 1. S. 8—12.
57. *Frank A. A., Beachley N. H.* Design Considerations for Flywheel-Transmission Automobiles // SAE Techn. Pap. Ser. 1980. N 800886.
58. *Gwinner D.* Möglichkeiten der Reduktion des Energieverbrauchs durch Maßnahmen auf fahrzeugtechnischen Gebiet // Verkehrs Anholer. 1980. N 2, S. 15—23.
59. *Hagen H.* Der Einfluß eines stufenlosen Getriebes auf die Auslegung des Antriebs von Nutzfahrzeugen // ATZ. 1977. N 4. S. 139—142.
60. *Hnatko E.* Definisiranje zakona automatskog preključivanja stepeni prenosa kod teškig vozila // Mašinstvo. 1973. Br. 10. S. 1966—1969.
61. *Jamzadeh F. S., Frank A. A.* Optimal Control for Maximum Mileage of a Flywheel Energy-Storage Vehicle // SAE Techn. Pap. Ser. 1982. N 820747.
62. *Jante A.* Der Weg zum rationellen Teillastverfahren in historischer Sicht // Kraftfahrzeugtechnik. 1983. N 9. S. 280—282.
63. *Jante A.* Der wirtschaftliche Übersetzungsverlauf stufenloser Getriebe // Kraftfahrzeugtechnik. 1952. N 8. S. 233—236.
64. *Jante A.* Sparsame Kraftfahrzeugantriebe, eine Analyse von Entwicklungstendenzen // Automobil—Industrie. 1980. N 4. S. 41—45.
65. *Jante A.* Vtrbrennungsmotoren im Fahrzeugeinsatz. Austausch eines Motors durch einen von unters chiedlicher Charakteristik. T. 3 // Kraftfahrzeugtechnik. 1983. N 7. S. 206.
66. *Jante A.* Verbrennungsmotoren im Fahrzeugeinsatz. Optimierung des Motor-Betriebsfeldes nach der Kraitstoff — Ökonomie. T. 1 // Kraftfahrzeugtechnik. 1983. N 4. S. 116—117.
67. *Jante A.* Verbrennungsmotoren im Fahrzeug — Einsatz Optimierung des Motor — Betriebsfeldes nach der Kraftstoff — Ökonomie. T. 2 // Kraftfahrzeugtechnik. 1983. N 6. S. 169.
68. *Koller H.-D.* Motor-hastkollektive und Betriebs — zustandskollektive von PKW, LKW und Omnibus // Deutsche Kraftfahrflorschung und Straßenverkehrstechnik. 1972. H. 225.
69. *Lange K.-H., Hofmann R.* Verminderung des Kraft-stoffverbrauchs von PKW // Automobilindustrie. 1977. N 2. S. 23—28.
70. *Pischinger F., Klöcker K.-J.* Untersuchungen über die Verbrennung in Schichtladungsmotoren // MTZ. 1976. N 1—2. S. 27—32.
71. *Renner R., Siegel H. M.* Fuel Economy of alternative Automotive Engines. Learning curves and Projections // SAE Techn. Pap. Ser. 1979. N 790022.
72. *Schumann R.* Entwicklungstendenzen bei Antrieben für Personenkraftfahrzeuge // Antriebstechnik, 1983. N 9. S. 31—32, 34, 36, 38, 41.
73. *Schuster E., Page E. O.* Die Stop-Start-Anlage // ATZ. 1981. N 4. S. 153—154.
74. *Seifried A., Buck G., Maier W.* Statistische Fahrmechanik als Grundlage zur Berechnung von Fahrzeugantrieben // ATZ. 1973. N 5. S. 163—169.
75. *Shumanowski A.* Akumulacja energii w pojazdach. Warszawa, 1984.
76. *Slawik J., Trybus W.* Silnik ZS do samohodu malolitrażowego. Cz. 1 // AUTO-Technika Motoryzacyjna. 1985. N 5. S. 14—17.
77. *Spannhake E. W., Kluge H., Unruh A.* Kritische Untersuchung der Leistungsübertragung durch Zahnradwechselgetriebe und hydrodynamische Getriebe auf Straßenfahrzeuge mit Antrieb durch Brennkraft-maschinen // ATZ. 1935. Bd 2. T. 1, 2. S. 1—30; Bd 3. T. 3, 4. S. 3—32.
78. *Svoboda I. V., Kvock K. K., Chang R. M. H.* Hydraulic hybrid vehicle drive // Hydraulics and pneumatics. 1978. N 11. P. 16—19.
79. *Thüngen A. V.* Grundlagen für die selbststättige Regelung von Kraftfahrzeug-Getrieben // VDI — Zeitschrift. 1934. N 10. S. 309—315.
80. *Wobst M.* Einfluß der Fahrweise auf den Streckenkraftstoffverbrauch // Kraftfahrzeugtechnik. 1980. N. 9. S. 271—272.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Глава 1. ОБЩИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ И АЛГОРИТМЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ АВТОМОБИЛЯ	5
1.1. Восприятие оптимальных решений	5
1.2. Улучшение свойств систем при нескольких критериях оптимальности	7
1.3. Двухкритериальная оценка совершенства автомобиля	15
1.4. Анализ и синтез свойств	17
1.5. Общие алгоритмы оптимизации	18
Глава 2. УПОРЯДОЧЕНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ ПО СТЕПЕНИ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ	25
2.1. Коэффициент полезного действия двигателя как мера приоритета его режимов	25
2.2. Оценка оптимальности реализуемых двигателем режимов по скорости расхода топлива	31
2.3. Приоритет режимов и особенности характеристики двигателя	33
2.4. Реальный приоритет режимов	39
2.5. Восприятие приоритета режимов работы двигателя при выборе моментов переключения передач в трансмиссии	43
Глава 3. ТОПЛИВНО-СКОРОСТНЫЕ СВОЙСТВА АВТОМОБИЛЯ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТРАНСПОРТНЫХ ЦИКЛОВ	50
3.1. Характерные особенности режимов циклического движения автомобиля	50
3.2. Оптимизация транспортного цикла	54
3.3. Топливные характеристики циклического движения автомобиля	58
3.4. Топливная экономичность автомобиля при импульсном управлении двигателем	61
3.5. Циклическое движение автомобиля и минимальное сопротивление среды	71
Глава 4. ОПТИМАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ НАГРУЖЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ	88
4.1. Работа двигателя без нагрузки	88
4.2. Режимы работы двигателя при реализации гидротрансформатором стоповых режимов	94
4.3. Дифференциальное и интегральное описание общих законов оптимального нагружения двигателя гидродинамическим трансформатором	103
4.4. Гидродинамический трансформатор и безынерционный двигатель внутреннего сгорания	109
4.5. Нагружение двигателя механическим редуктором и бесступенчатой трансмиссией	114
Глава 5. СОВМЕЩЕНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ И ГИДРОТРАНСФОРМАТОРА	118
5.1. Взаимосвязь характеристик двигателя и гидротрансформатора, законов распределения режимов их работы	118
5.2. Оптимизация параметров гидротрансформатора, определяющих эффективность процесса трогания автомобиля с места	128
5.3. Активное управление совместными режимами работы двигателя и гидротрансформатора	137
	167

5.4. Анализ законов оптимального взаимодействия двигателя и гидротрансформатора	142
5.5. Возможности аналитического синтеза оптимальной нагрузочной характеристики гидротрансформатора	147
5.6. Оптимальные нагружающие свойства гидромурфты	160
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	164

МОНОГРАФИЯ

Петро Николаевич Гашук

**ОПТИМИЗАЦИЯ
ТОПЛИВНО-СКОРОСТНЫХ
СВОЙСТВ АВТОМОБИЛЯ**

Редактор В. В. Войтович
Оформление Г. В. Кучабского
Художественный редактор С. В. Копотюк
Технический редактор И. Г. Федас
Корректоры Е. Г. Логвиненко, М. Т. Ломеха

Информ. бланк № 11973.

Сдано в набор 19.12.86. Подп. в печать 10.08.87. БГ 02895. Формат 60×90/16. Бум. тип. № 3
Лит. гарн. Вис. печать. Усл. печ. л. 10,5. Усл. кр.-отт. 10,87. Уч.-изд. л. 10,42
Тираж 2000 экз. Изд. № 1592. Заказ № 4258. Цена 1 р. 70 к.

Издательство при Львовском государственном университете издательского объединени
«Вища школа», 290000 Львов, ул. Университетская, 1.

Львовская областная книжная типография,
290000 Львов, ул. Стефаника, 11.

1 р. 70 к.



П.Н. ГАЩУК