КОМИТЕТ ПО ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ
МВД РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

КОКШЕТАУСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

№ 1 (29), 2018

ВЕСТНИК
КОКШЕТАУСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
КОМИТЕТА ПО ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ
МВД РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

КОКШЕТАУ 2018

УДК 614.8 (082)
ББК 68.69 (5Каз)

Журнал «Вестник Кокшетауского технического института» № 1 (29), 2018 г., март.
Издается с марта 2011 года.
Собственник: Кокшетауский технический институт Комитета по чрезвычайным ситуациям Министерства внутренних дел Республики Казахстан.
Журнал зарегистрирован в Министерстве информации и коммуникации Республики Казахстан 29 августа 2017 г. Свидетельство № 16654-Ж.
Дата и номер первичной постановки на учет № 11190-Ж, 14.10.2010 г.

Включен в перечень научных изданий, рекомендуемых Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки Республики Казахстан для публикации основных результатов научной деятельности по техническим наукам и технологии (приказ ККСОН МОН РК № 501 от 20.03.2018 г.).

«Вестник Кокшетауского технического института» - периодическое издание, посвящённое вопросам обеспечения пожарной безопасности, предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций. Тематика журнала – теоретические и практические аспекты предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций; обеспечение пожарной безопасности; проблемы обучения и др.

Научный журнал предназначен для курсантов, магистрантов, адъюнктов, профессорско-преподавательского состава образовательных учреждений, научных и практических сотрудников, занимающихся решением вопросов защиты в чрезвычайных ситуациях, пожаровзрывобезопасности, а так же разработкой, созданием и внедрением комплексных систем безопасности.

Издано в авторской редакции
ISSN 2220-3311

МАЗМҰНЫ – СОДЕРЖАНИЕ – CONTENTS

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ И ЛИКВИДАЦИИ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОЖАРНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ

УДК 614.841.12:539.377 opazen@gmail.com

Р.М. Таций, доктор физико-математических наук, профессор
М.Ф. Стасюк, кандидат физико-математических наук, доцент
О.Ю. Пазен, кандидат технических наук
Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности, Украина

ПРЯМОЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ ПОЛОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

В данной работе предложена и обоснована конструктивная схема построения решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности в случае полой многослойной сферической конструкции при условиях идеального теплового контакта между слоями. Предполагается наличие конвективного теплообмена с внешней средой, то есть выполняются краевые условия третьего рода. Коэффициенты уравнения теплопроводности считаются кусочно-постоянными относительно пространственной координаты. В основу схемы положены: метод редукции, концепция квазипроизводных, современная теория систем линейных дифференциальных уравнений, метод Фурье и модифицированный метод собственных функций. Приведен численный модельный пример расчета температурного поля в четырехслойной полой сферической конструкции в условиях внешнего пожара.

Ключевые слова: редукция, квазипроизводная, матрица Коши, метод собственных функций.

1. Введение. В работе [1] предложена и обоснована конструктивная схема построения решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности с кусочно-непрерывными коэффициентами, зависящими от пространственной координаты на конечном интервале. На основании этих результатов было решено ряд задач о распределении температурных полей в многослойных плоских и цилиндрических конструкциях в условиях пожара [1-5].

В данной работе предложено развитие этих идей для случая многослойной полой сферической конструкции. В качестве примера рассматривается расчет температурного поля в четырёхслойной полой конструкции при условиях внешнего пожара.

2. Постановка задачи. Рассматривается неограниченная полая многослойная сферическая конструкция с радиусами $r_0, r_1, r_2, \cdots, r_{n-1}, r_n$, причем $0 < r_0 < r_1 < r_2 < \cdots < r_{n-1} < r_n$, (рис. 1) и задано начальное распределение температуры $\varphi(r)$. Температура конструкции зависит от радиуса r и времени τ. При этом *i*-й слой ($i = 0,1,2,...,n-1$) изготовлен из изотропного материала, обладает своим коэффициентом теплопроводности λ_i, удельной теплоёмкостью c_i и плотностью ρ_i. Считаем, что на внутренней ($r = r_0$) и наружной ($r = r_n$)

поверхностях существует конвективный теплообмен с внешней средой, т.е. выполняются краевые условия третьего рода. Коэффициенты теплообмена наружной и внутренней поверхности различны ($\alpha_0 \neq \alpha_n$) [6, 7].

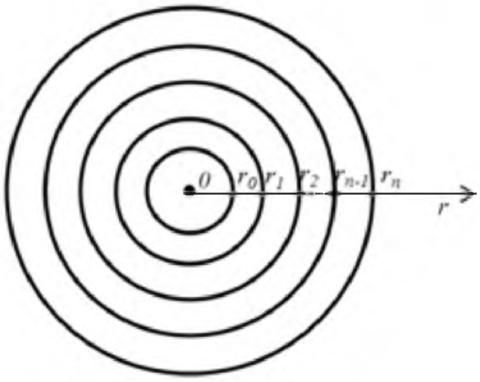

Рисунок 1 – Многослойная полая сферическая конструкция

Пусть θ_i – характеристическая функция [8] промежутка $\left[r_i, r_{i+1}\right)$, т. е.

$$\theta_i\left(r\right) = \begin{cases} 1, r \in \left[r_i, r_{i+1}\right), \\ 0, r \notin \left[r_i, r_{i+1}\right), i = \overline{0, n-1}. \end{cases}$$ Положим $\lambda\left(r\right) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \theta_i, \quad c\left(r\right)\rho\left(r\right) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i \rho_i \theta_i,$

$$\lambda_i > 0, \quad c_i \rho_i > 0, \quad \forall i = \overline{0, n-1}, \ \lambda_i, c_i, \rho_i \in R.$$

Рассмотрим общую смешанную краевую задачу для уравнения теплопроводности: найти решение уравнения

$$c\rho \frac{\partial t\left(r,\tau\right)}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \lambda \frac{\partial t\left(r,\tau\right)}{\partial r} \right), \quad r \in \left(r_0, r_n\right), \quad \tau > 0, \ r > 0, \tag{1}$$

с краевыми условиями третьего рода

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial t}{\partial r}(r_0, \tau) = \alpha_0 \left(t\left(r_0, \tau\right) - \psi_0(\tau) \right), \\ -\lambda \frac{\partial t}{\partial r}(r_n, \tau) = \alpha_n \left(t\left(r_n, \tau\right) - \psi_n(\tau) \right), \end{cases} \tag{2}$$

при начальном условии

$$t\left(r, 0\right) = \varphi\left(r\right), \tag{3}$$

где $\varphi(r)\overset{df}{=}\sum_{i=0}^{n-1}\varphi_i(r)\theta_i$.

Поэтапное решение задачи (1)-(3) будем проводить, следуя схеме работы [1].

3. Метод редукции. Постановка краевых задач для взаимосвязанных функций. Следуя [9, 10], положим

$$t(r,\tau)=u(r,\tau)+v(r,\tau). \tag{4}$$

Определим одну из функций (например $u(r,\tau)$) как решение (квазистационарной) краевой задачи:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\lambda\frac{du(r,\tau)}{dr}\right)=0, \tag{5}$$

с краевыми условиями

$$\begin{cases}\lambda\dfrac{du}{dr}(r_0,\tau)=\alpha_0\left(u(r_0,\tau)-\psi_0(\tau)\right),\\ -\lambda\dfrac{du}{dr}(r_n,\tau)=\alpha_n\left(u(r_n,\tau)-\psi_n(\tau)\right),\end{cases} \tag{6}$$

причем переменная τ играет роль параметра.

Краевые условия (6) можно переписать в виде:

$$\begin{cases}\alpha_0 r_0^{\,2}u(r_0,\tau)-u^{[1]}(r_0,\tau)=\alpha_0 r_0^{\,2}\psi_0(\tau),\\ \alpha_n r_n^{\,2}u(r_n,\tau)+u^{[1]}(r_n,\tau)=\alpha_n r_n^{\,2}\psi_n(\tau),\end{cases} \tag{6'}$$

где $u^{[1]}\overset{df}{=}r^2\lambda u'$ – квазипроизводная.

Используя представление (4), перепишем уравнение (1) в виде:

$$c\rho\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial\tau}+c\rho\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial\tau}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\lambda\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\lambda\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial r}\right). \tag{7}$$

Если учесть, что $u(r,\tau)$ – решение задачи (5), (6), то в (7) следует положить $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\lambda\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial r}\right)\equiv 0$, и мы приходим к неоднородному дифференциальному уравнению на функцию $v(r,\tau)$

$$c\rho\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial\tau}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\lambda\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial r}\right)-c\rho\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial\tau}. \qquad (8)$$

Заметим, что функция $-c\rho\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial\tau}$ в правой части (8) считается известной, так как известна функция $u(r,\tau)$, как решение задачи (5), (6). Поскольку функция $u(r,\tau)$ удовлетворяет краевым условиям (6), то из представления (6) вытекают краевые условия для функции $v(r,\tau)$:

$$\begin{cases}\alpha_0 r_0^2 v(r_0,\tau)-v^{[1]}(r_0,\tau)=0,\\ \alpha_n r_n^2 v(r_n,\tau)+v^{[1]}(r_n,\tau)=0,\end{cases} \qquad (9)$$

где $\mathbf{v}^{[1]}\overset{df}{=}r^2\lambda\mathbf{v}'_r,\ v'_r\overset{df}{=}\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial r}$.

Начальное условие принимает вид:

$$v(r,0)=f(r)\equiv\varphi(r)-u(r,0)=\sum_{i=0}^{n-1}\left[\varphi_i(r)-u_i(r,0)\right]\theta_i. \qquad (10)$$

Итак, при условии, что решение $u(r,\tau)$задачи (5), (6) – известно, функция $v(r,\tau)$ является решением смешанной задачи (8)-(10).

4. *Решение краевой задачи (5)-(6).* Алгоритм решения задачи (5)-(6) детально описан в роботах [1, 4, 5].

В работе [11] установлено, что на каждом из промежутков $[r_i,r_{i+1})$ решение задачи (5)-(6) имеет вид:

$$u_i(r,\tau)=B_i(r,r_i)\cdot B(r_i,r_0)\cdot P_0(\tau), \qquad (11)$$

где

$$\mathbf{P}_0(\tau)=\left(P+Q\cdot B(r_n,r_0)\right)^{-1}\cdot\mathbf{\Gamma}(\tau)=$$

$$=\left[\begin{pmatrix}\alpha_0 r_0^2 & -1\\ 0 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 0\\ \alpha_n r_n^2 & 1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1 & \sum\limits_{i=0}^{n-1}\frac{r_{i+1}-r_i}{\lambda_i\cdot r_{i+1}\cdot r}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right]^{-1}\times\begin{pmatrix}\alpha_0 r_0^2\psi_0(\tau)\\ \alpha_n r_n^2\psi_n(\tau)\end{pmatrix}= \qquad (12)$$

$$=\begin{pmatrix}\dfrac{\left(\alpha_n r_n^2\sigma_n+1\right)\alpha_0 r_0^2\psi_0(\tau)+\alpha_n r_n^2\psi_n(\tau)}{\Delta}\\ \dfrac{\alpha_0\alpha_n r_0^2 r_n^2\left(\psi_n(\tau)-\psi_0(\tau)\right)}{\Delta}\end{pmatrix},$$

где $\sigma_n = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{r_{i+1} - r_i}{\lambda_i \cdot r_{i+1} \cdot r_i}$, $\Delta = \alpha_n r_n^{\,2} + 1 + \alpha_0 r_0^{\,2}\left(\alpha_n r_n^{\,2}\sigma_n + 1\right)$.

Выражение (11) позволяет записать решение $u(r,\tau)$ на всем промежутке $\left[r_0, r_n\right]$ с помощью характеристических функций θ_i в виде:

$$u(r,\tau) = \sum_{i=0}^{n-1} u_i(r,\tau)\theta_i \tag{13}$$

5. Метод Фурье и задача на собственные значения.

5.1. Разложения по собственным функциям. Следуя, например [9], будем искать нетривиальные частные решения однородного дифференциального уравнения

$$c\rho \frac{\partial v(r,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \lambda \frac{\partial v(r,\tau)}{\partial x}\right), \tag{14}$$

в виде

$$v(r,\tau) = e^{-\omega\tau} \cdot R(r), \tag{15}$$

где $\omega -$ параметр, а $R(r) -$ пока неизвестная функция.

Подставляя правую часть (15) в (14) приходим к (квази) дифференциальному уравнению

$$\left(r^2 \lambda R'\right)' + \omega c \rho r^2 R = 0 \tag{16}$$

при краевых условиях

$$\begin{cases} \alpha_0 r_0^{\,2} R(r_0) - R^{[1]}(r_0) = 0 \\ \alpha_0 r_0^{\,2} R(r_n) + R^{[1]}(r_n) = 0 \end{cases} \tag{17}$$

Задача (16), (17) – классическая задача на собственные значения, свойства собственных значений ω_k и собственных функций $R_k\left(r, \omega_k\right)$ которой, в случае краевых условий первого, второго и третьего рода, исчерпывающе изучены и подробно описаны, например, в [9].

Так, в частности, разложение функции $g(r)$ в ряд Фурье по собственным функциям $R_k\left(r, \omega_k\right)$ задачи (16), (17) имеет вид:

$$g(r) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \cdot R_k\left(r, \omega_k\right), \tag{18}$$

где коэффициенты Фурье g_k вычисляют по формуле:

$$g_k = \frac{1}{\|R_k\|^2}\int_{r_0}^{r_n} c\rho g(r) R_k(r,\omega_k) r^2 dr = \frac{1}{\|R_k\|^2}\sum_{i=0}^{n-1} c_i\rho_i \int_{r_i}^{r_{i+1}} g_i(r) R_{ki}(r,\omega_k) r^2 dr. \quad (19)$$

Заметим, что $\|R_k\|^2$ – квадрат нормы собственной функции R_k

$$\|R_k\|^2 = \int_{r_0}^{r_n} c\rho R_k^2(r,\omega_k) r^2 dr = \sum_{i=0}^{n-1} c_i\rho_i \int_{r_i}^{r_{i+1}} R_{ki}^2(r,\omega_k) r^2 dr. \quad (20)$$

Будем считать, что $g(r)$ – кусочно-непрерывная функция, имеющая различные аналитические выражения на каждом из промежутков $[r_i, r_{i+1})$, то есть представимая в виде:

$$g(r) = \sum_{i=1}^{n} g_i\theta_i. \quad (21)$$

5.2. Конструктивное построение собственных функций. Введя квазипроизводную $R^{[1]} \overset{df}{=} r^2\lambda R'$, вектор $R = (R, R^{[1]})^T$ и матрицу $A(r) = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{1}{r^2\lambda(r)} \\ -\omega c\rho r^2 & 0 \end{pmatrix}$, приведем квазидифференциальное уравнения (16) к эквивалентной системе дифференциальных уравнений первого порядка

$$R' = \tilde{A}R \quad (22)$$

Соответствующую систему на промежутке $[r_i, r_{i+1})$ запишем в виде:

$$R'_i = \tilde{A}_i \cdot R_i\ , \quad i = \overline{0, n-1}, \quad (23)$$

с матрицами A_i вида

$$A_i(r) = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{1}{r^2\lambda_i} \\ -\omega c_i\rho_i r^2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Уравнение (16) можно представить в виде:

$$R'' + \frac{R'}{r^2} + a_i^2 R = 0 \qquad (16)'$$

где обозначено $a_i = \sqrt{\frac{\omega c_i \rho_i}{\lambda_i}}$

Непосредственной проверкой убеждаемся, что матрица Коши системы (23) имеет

$$B_i\left(r,s,\omega\right) = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix} \qquad (25)$$

где $\beta_{11} = \frac{a_i s\cos\left(a_i\left(r-s\right)\right) + \sin\left(a_i\left(r-s\right)\right)}{a_i r}$;

$\beta_{12} = \frac{\sin\left(a_i\cdot\left(r-s\right)\right)}{a_i rs\lambda_i}$;

$\beta_{21} = \frac{\left(\omega c_i\rho_i rs + \lambda_i\right)\sin\left(a_i\left(r-s\right)\right) + \left(a_i\lambda_i\left(s-r\right)\right)\cos\left(a_i\cdot\left(r-s\right)\right)}{a_i}$;

$\beta_{22} = \frac{a_i r\cos\left(a_i\left(r-s\right)\right) + \sin\left(a_i\left(r-s\right)\right)}{a_i s}$;

Обозначим

$$B\left(r_i, r_0, \omega\right) \overset{df}{=} \prod_{j=0}^{i} B_{i-j}\left(r_{i-j+1}, r_{i-j}, \omega\right). \qquad (26)$$

$$B\left(r, r_0, \omega\right) \overset{df}{=} \sum_{i=0}^{n-1} B_i\left(r, r_i, \omega\right)\cdot B\left(r_i, r_0, \omega\right)\cdot\theta_i, \qquad (27)$$

Нетривиальное решение $R(r,\omega)$ системы (22) ищем в виде:

$$R(r,\omega) = B(r, r_0, \omega)\cdot C, \qquad (28)$$

где $\mathbf{C} = \left(\frac{1}{\alpha_0 r_0^{\,2}},\ \ 1\right)^T$ – ненулевой вектор.

Собственные векторы системы дифференциальных уравнений (22) при краевых условиях (17), при $\Gamma(\tau)=0$ имеют следующую структуру:

$$R_k(r,\omega_k)=B(r,r_0,\omega)\cdot\left(\frac{1}{\alpha_0 r_0^2},1\right)^T, k=1,2,3.... \tag{29}$$

Собственные функции $R_k\left(r,\omega_k\right)$, как первые координаты собственных векторов $R_k(r,\omega_k)$, можно записать в виде:

$$R_k\left(r,\omega_k\right)=\begin{pmatrix}1, & 0\end{pmatrix}\cdot\tilde{B}\left(r,r_0,\omega_k\right)\cdot\begin{pmatrix}\frac{1}{\alpha_0 r_0^2}, & 1\end{pmatrix}^T,\quad k=1,2,3,.... \tag{30}$$

В частности, так как $R_k\left(r,\omega_k\right)=\sum_{i=0}^{n-1}R_{ki}\left(r,\omega_k\right)\theta_i$, то из (30) следует:

$$R_{ki}\left(r,\omega_k\right)=\begin{pmatrix}1, & 0\end{pmatrix}\cdot\tilde{B}_i\left(r,r_i,\omega_k\right)\cdot\tilde{B}\left(r_i,r_0,\omega_k\right)\cdot\begin{pmatrix}\frac{1}{\alpha_0 r_0^2}, & 1\end{pmatrix}^T,\quad i=\overline{0,n-1}. \tag{31}$$

6. Построение решения $v\left(r,\tau\right)$ *смешанной задачи (8)-(10).* Метод построения решения задачи (8)-(10) с применением собственных функций детально описан в работе [12].

Решение смешанной задачи (8)-(10) в виде ряда:

$$v\left(r,\tau\right)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[f_k\cdot e^{-\omega_k\tau}-\int_0^{\tau}e^{-\omega_k(\tau-s)}u_k\left(s\right)ds\right]\cdot R_k\left(r,\omega_k\right)=\sum_{i=0}^{n-1}v_i\left(r,\tau\right)\cdot\theta_i, \tag{32}$$

где

$$v_i\left(r,\tau\right)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[f_k\cdot e^{-\omega_k\tau}-\int_0^{\tau}e^{-\omega_k(\tau-s)}u_k\left(s\right)ds\right]\cdot R_{ki}\left(r,\omega_k\right), \tag{33}$$

а функции $R_{ki}\left(r,\omega_k\right)$ определены формулой (31).

Учитывая представление (4) и формулы (13), (32), получаем формальное решение задачи (1)-(3)

$$t\left(r,\tau\right)=\sum_{i=0}^{n-1}\left[u_i\left(r,\tau\right)+v_i\left(r,\tau\right)\right]\cdot\theta_i, \tag{34}$$

причем функции $u_i\left(r,\tau\right)$ и $v_i\left(r,\tau\right)$ определены формулами (11), и (33) соответственно.

Отметим, что полученные здесь результаты имеют непосредственное применение в прикладных задачах. Так, например, задача (1)-(3) описывает процесс распространения температуры в многослойных сферических конструкциях в условиях идеального теплового контакта между слоями с учетом краевых условий третьего рода.

7. *Иллюстрация метода и численный пример*. В качестве численного примера рассмотрим четырёхслойную сферическую конструкцию, составленную из изотропных материалов разной толщины и разными теплофизическими коэффициентами. Необходимо определить распределение нестационарного температурного поля, если с внешней стороны конструкции происходит пожар, температура которого меняется по закону $\psi_n(\tau)=660\left(1-0{,}687e^{-0{,}32\tau}-0{,}313e^{-3{,}8\tau}\right)+20$ (уравнение внешнего пожара [13]), а внутри температура постоянная и равна 20^0C. В начальный момент времени температура конструкции равна 20^0C. Теплотехнические характеристики конструкции для расчета приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Теплотехнические характеристики конструкции

Параметр	Слой 1	Слой 2	Слой 3	Слой 4
Радиус слоя r, м	$r_0=0{,}15$ $r_1=0{,}154$	$r_1=0{,}154$ $r_2=0{,}164$	$r_2=0{,}164$ $r_3=0{,}214$	$r_3=0{,}214$ $r_4=0{,}216$
Коэф. теплопроводности $\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot{}^0\text{C}}$	58	0,27	0,056	209
Удельная теплоёмкость $c, \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^0\text{C}}$	470	1680	940	894
Плотность $\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	7800	1000	200	2680
Начальное условие $\varphi(r)$, ^{0}C	20	20	20	20
Законы изменения температур, $\psi(\tau), {}^0$C	Внутри – $\psi_0(\tau)=20$, Снаружи – $\psi_n(\tau)=660\left(1-0{,}687e^{-0{,}32\tau}-0{,}313e^{-3{,}8\tau}\right)+20$			
Коэффициент теплоотдачи $\alpha, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^0\text{C}}$	Внутри – $\alpha_0=4$, Снаружи – $\alpha_n=25$			

Используя предложенный авторами метод и программное обеспечение Maple 13 получаем решение поставленной задачи о распределении нестационарного температурного поля $t(r,\tau)$ четырёхслойной сферической полой конструкции в виде графика (рис. 2) и таблицы 2.

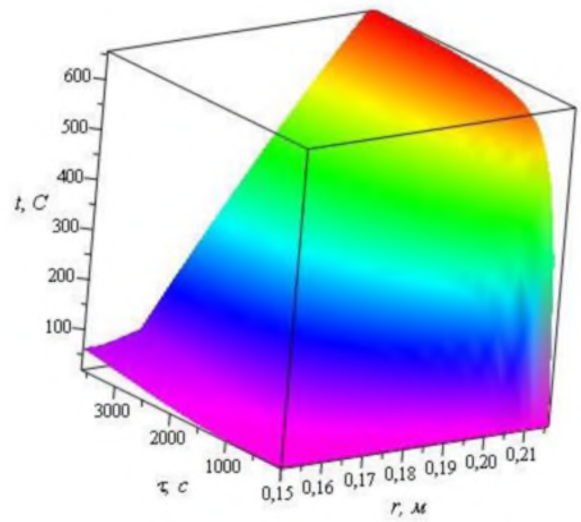

Рисунок 2 – Распределение температурного поля по толщине четырёхслойной полой конструкции

Таблица 2 – Распределение температурного поля, ^{0}C

время, с	Координаты слоя, м							
	среда	0,15	0,158	0,164	0,17	0,2	0,214	0,216	среда
0	20	20	20	20	20	20	20	20	20
60	20	20	20	20	20	20	188	188	20
180	20	20	20	20	20	52	380	380	20
600	20	20	20	20	25	240	583	583	20
1200	20	21	23	28	61	380	631	631	20
1700	20	28	32	42	97	443	645	645	20
3600	20	62	69	84	159	509	656	656	20
7200	20	121	130	145	219	537	660	660	20

8. Выводы.

1. При решении задачи (1), (2), (3) использовалась схема, предложенная в работе [1]. Единственное отличие – конкретизация матриц $B_i(r)$ и $B_i(r,\omega)$, что вызвано переходом от декартовой системы координат к сферической.

2. Краевые условия (3) являются частным случаем общих нелокальных краевых условий, рассмотренных в работе [1]. При рассмотрении иных краевых условий не возникает каких-либо существенных трудностей.

3. Решение системы уравнений (11) и (29) ищутся в классе абсолютно непрерывных на $\left[r_0, r_n\right]$ вектор-функций, что соответствует идеальному тепловому контакту между слоями.

Список литературы

1. O. Y. Pazen and R. M. Tatsii. General boundary-value problems for the heat conduction equation with piecewise-continuous coefficients // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. - March 2016. -vol. 89, no. 2. - Pp. 357-368.

2. Таций Р.М., Стасюк М.Ф., Власий О.О., Пазен О.Ю. Прямой метод исследования температурного поля в многослойном трубопроводе в условиях пожара // Информационные технологии и компьютерное моделирование: матер. Междунар. научно-практ. конф. - 2017. - С. 436-440.

3. Семерак М.М., Таций Р.М., Пазен О.Ю. Теплоизолирующая способность многослойных строительных конструкций с учётом разрушения произвольного слоя // Вестник Кокшетауского технического института. - 2015. № 4 (20). - С. 8–17.

4. Таций Р.М., Пазен О.Ю. Прямой метод расчета нестационарного температурного поля при условиях пожара // Пожарная безопасность. - 2015. - № 26. - С. 135-141.

5. Таций Р. М. Ушак Т.И., Пазен О.Ю. Общая третья краевая задача для уравнения теплопроводности с кусочно-постоянными коэффициентами и внутренними источниками тепла // Пожарная безопасность. - 2015. - № 27. - С. 120-126.

6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967. - 600 с.

7. Исаченко В. П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. - М.: Энергия, 1975. – 488 с.

8. Владимиров В.С. Уравнение математической физики. - М.: Наука, 1981. – 512 с.

9. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. - М.: Наука, 1974. - 432 с.

10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977. - 735 с.

11. Тацій Р.М., Стасюк М.Ф., Мазуренко В.В., Власий О.О. Обобщенные квазидифференциальние уравнения. - Дрогобыч: Коло, 2011. – 300 с.

12. Каленюк П.И. Рудавскый Ю.К., Таций Р.М., Клюйнык И.Ф., Колисньк В.М., Костробий П.П., Олексив И.Я. Дифференциальные уравнения. - Львов: Изд-во Львовской политехники, 2014.

13. EN 1991-1-2 (2002) (English): Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-2: General actions - Actions on structures exposed to fire.

Р.М. Таций, М.Ф. Стасюк, О.Ю. Пазен
Өмір тіршілігі қауіпсіздігінің Львов мемлекеттік университеті, Украина

СФЕРАЛЫҚ КОНСТРУКЦИЯНЫҢ КӨП ҚАБАТТЫ ҚУЫСЫНДА ТЕМПЕРАТУРАЛЫҚ АЛАҢДЫ ЕСЕПТЕУДІҢ ТУРА ӘДІСІ

Берілген жұмыста қабаттар арасындағы идеалды жылу контактілері жағдайлары кезінде сфералық конструкцияның көп қабатты қуысы жағдайында жылуөткізгіштікті теңдестіру үшін аралас тапсырманы шешудің конструктивті сызбасы ұсынылған және дәлелденген. Қоршаған ортамен конвективті жылу алмасудың бар болуы болжамдалады, яғни үшінші тектің шектік шарттары орындалады. Жылуөткізгіштікті теңету коэффициенттері кеңістік координаттарына қатысты қуысты-тұрақты болып есептеледі. Сызба негізіне салынғаны: редукция әдісі, квазитуындағыш концепциясы, дифференциалды теңдеулердің желілік жүйелеріндегі қазіргі заман теориясы, Фурье әдісі және меншікті функциялардың модификациялық әдісі. Сыртқы өрт жағдайларында сфералық конструкцияның төрт қабатты қуысында температуралық алаңды есептеудің моделдік мысалы келтірілген.

Түйін сөздер: редукция, квазитуындағыш, Коши матрицасы, меншікті функциялар әдісі.

R.M. Tatsiy, M.F. Stasyuk, O.Yu. Pazin
Lviv State University of Life Safety

DIRECT METHOD OF CALCULATING THE TEMPERATURE FIELD IN A MULTILAYERED POLYSPHERIC DESIGN

In the paper, a constructive scheme for constructing a solution of the mixed problem for the equation of thermal conductivity in the case of a hollow multilayer spherical construction under conditions of perfect thermal contact between the layers is proposed and substantiated. It is assumed that there is a convective heat exchange with the external medium, that is, the boundary conditions of the third kind are fulfilled. Coefficients of the equations of heat conductivity are considered piecewise-constant relative to the spatial coordinate. The scheme is based on: the method of reduction, the concept of quasi-derivatives, the modern theory of systems of linear differential equations, the Fourier method, and the modified method of eigenfunctions. The numerical model example of the calculation of the temperature field in a four-layered hollow spherical structure in the conditions of an external fire is given.

Keywords: reduction, quasi-derivative, Cauchy matrix, eigenfunctions method.