

**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ
МЕХАНІКИ ТА МАТЕМАТИКИ**



**MODERN PROBLEMS
OF MECHANICS AND MATHEMATICS**

Національна академія наук України
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача

Сучасні проблеми механіки та математики

Збірник наукових праць

*За загальною редакцією
академіка НАН України А.М. Самоїленка
та академіка НАН України Р.М. Кушніра*

Том 3

Львів – 2018

УДК 539.3; 510(061)

Сучасні проблеми механіки та математики: збірник наукових праць у 3-х т. / за заг. ред. А.М. Самойленка та Р.М. Кушніра [Електронний ресурс] // Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2018. – Т. 3. – Режим доступу до ресурсу: www.iapmm.lviv.ua/tpmm2018

Збірник наукових праць складається з трьох томів. Перший та другий томи збірника містять наукові праці, присвячені проблемам математичного моделювання у механіці деформівних твердих тіл; математичних методів механіки та термомеханіки; механіки неоднорідних твердих тіл і наномеханіки; механіки контактної взаємодії, тіл з тріщинами та тонкими включеннями; динаміки неоднорідних середовищ; оптимізації та проектування елементів конструкцій і біомеханічних систем; міцності та втоми матеріалів. Третій том присвячено сучасним проблемам математики: зокрема, алгебри і топології, теорії функцій і функціонального аналізу, числових методів, диференціальних рівнянь і математичної фізики. Вони були предметом обговорення на Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми механіки та математики», яка проходила 22-25 травня 2018 р. у Львові.

Для наукових працівників, докторантів, аспірантів, магістрів і студентів, які цікавляться означеними вище проблемами.

Редакційна колегія:

Головний редактор академік НАН України, д.ф.-м.н., проф. *Р.М. Кушнір*

Заступники д.ф.-м.н., проф. *О.Р. Гачкевич*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *В.О. Пеліх*, д.ф.-м.н., проф. *Г.Т. Сулим*

Відповідальні секретарі к.ф.-м.н., ст.н.с. *В.С. Пакош*, к.ф.-м.н. *Н.М. Івасько*, к.ф.-м.н. *Н.С. Джалюк*

Члени редколегії академіки НАН України: д.ф.-м.н., проф. *В.Т. Грінченко*, д.ф.-м.н., проф. *З.Т. Назарчук*, д.т.н., проф. *В.В. Панасюк*; члени-кореспонденти НАН України: д.т.н., проф. *О.Є. Андрейків*, д.т.н., проф. *В.С. Гудрамович*, д.ф.-м.н., проф. *Г.С. Кім*; д.ф.-м.н., проф. *М.М. Войтович*, д.ф.-м.н., проф. *А.В. Загороднюк*, д.ф.-м.н., проф. *Я.О. Жук*, д.ф.-м.н., проф. *К.Б. Казарян*, д.ф.-м.н., проф. *П.І. Каленюк*, д.ф.-м.н., проф. *П.П. Костробій*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Я.І. Кунець*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Х.І. Кучмінська*, д.ф.-м.н., проф. *В.В. Лобода*, д.ф.-м.н., проф. *Р.М. Мартиняк*, д.ф.-м.н., проф. *М.В. Марчук*, д.ф.-м.н., проф. *В.В. Михаськів*, д.т.н., проф. *В.В. Можаровський*, д.ф.-м.н., проф. *М.М. Николишин*, д.ф.-м.н., проф. *В.М. Петричкович*, д.ф.-м.н., проф. *В.Я. Підстригач*, д.ф.-м.н., проф. *В.Г. Попов*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Б.В. Процюк*, д.т.н., ст.н.с. *Я.Д. П'яшило*, д.ф.-м.н., проф. *М.П. Саврук*, д.ф.-м.н., проф. *Я.Г. Савула*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Ю.В. Токовий*, д.ф.-м.н., проф. *В.Ф. Чекурін*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *А.В. Ясінський*

Рецензенти: *І.М. Дмитрах*, член-кореспондент НАН України, д.т.н., проф., *М.М. Зарічний*, д.ф.-м.н., проф., *Є.Я. Чапля*, д.ф.-м.н., проф.

Ухвалено до друку

Вченою радою Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

Марченко Ольга, Самойленко Тетяна, Благовещенська Тетяна Дослідження осесиметричної задачі динаміки взаємопов'язаних фаз ґрунтового середовища	144
Матійчук Михайло Про функцію Гріна псевдодиференціального рівняння з дробовою похідною	147
Негріч Марія, Симолюк Михайло Нелокальна задача для рівняння з похідною Гельфонда-Леонт'єва	149
Омелян Олександр Потенціальна симетрія та нелокальна редукція однієї нелінійної системи рівнянь конвекції-дифузії	151
Парасюк Ігор Існування гіперболічного багаточастотного розв'язку рівнянь руху твердого тіла у квазіперіодичному за часом силовому полі.....	153
Поліщук (Чайчук) Ольга Якісне дослідження сингулярного функціонально-диференціального рівняння	155
Савка Іван, Тимків Іван Задача спряження з багатоточковими умовами для мішаного рівняння високого порядку в циліндричній області.....	157
Сергєєва Лідія Побудова глобального розв'язку диференціального рівняння з частинними похідними, що містить відхилення за часом.....	159
Сливка-Тилищак Ганна, Михасюк Михайло Властивості розв'язку задачі про коливання струни з випадковими початковими умовами.....	161
Слинько Віталій, Тимошенко Богдан Метод апіорних оцінок в теорії інтегральних нерівностей	163
Спічак Станіслав, Стогній Валерій, Копась Інна, Горбунова Олена Симетрійні властивості та точні розв'язки (2+1)-вимірного лінійного рівняння ціноутворення азійського опціону	165
Тарасенко Оксана Про одну задачу оптимального керування	167
Тацій Роман, Стасюк Марта, Пазен Олег Прямий метод розрахунку нестационарних температурних полів у багатосарових структурах основних геометричних форм	169
Турчина Наталія Матриця Гріна модельної $\overline{2b}$ -параболічної крайової задачі.....	171

УДК 517.912

**ПРЯМИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ НЕСТАЦІОНАРНИХ
ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ У БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУРАХ
ОСНОВНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФОРМ**

Роман Тацій, Марта Стасюк, Олег Пазен

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

roman.tatsiv@gmail.com, marta_stasiuk@yahoo.com, opazen@gmail.com

Розглядається однопараметрична сім'я диференціальних рівнянь теплопровідності

$$c\rho \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r^l} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^l \lambda \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad l = 0, 1, 2 \quad (1)$$

(при $l=0$ – багат шарова плоска конструкція; $l=1$ – багат шаровий порожнистий циліндр; $l=2$ – багат шарова порожниста куля), з крайовими умовами третього роду

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial t}{\partial r}(r_0, \tau) = \alpha_0 (t(r_0, \tau) - \psi_0(\tau)), \\ -\lambda \frac{\partial t}{\partial r}(r_n, \tau) = \alpha_n (t(r_n, \tau) - \psi_n(\tau)), \end{cases} \quad (2)$$

та початковою умовою

$$t(r, 0) = \varphi(r). \quad (3)$$

Розв'язок задачі (1)-(3) шукатимемо у вигляді суми двох функцій [1, 2]

$$t(r, \tau) = u(r, \tau) + v(r, \tau). \quad (4)$$

Будь-яку з функцій $u(r, \tau)$ чи $v(r, \tau)$ можна вибрати спеціальним чином, тоді інша вже визначатиметься однозначно. Визначимо функцію $u(r, \tau)$ як розв'язок (квазістационарної) крайової задачі з крайовими умовами

$$\frac{1}{r^l} (r^l \lambda u')' = 0, \quad (5)$$

$$\begin{cases} \alpha_0 r_0^l u(r_0, \tau) - u^{[1]}(r_0, \tau) = \alpha_0 r_0^l \psi_0(\tau), \\ \alpha_n r_n^l u(r_n, \tau) + u^{[1]}(r_n, \tau) = \alpha_n r_n^l \psi_n(\tau), \end{cases} \quad u^{[1]} = r^l \lambda u', \quad (6)$$

У роботах [1, 2] встановлено, що на кожному з проміжків $[r_i, r_{i+1})$ розв'язок задачі має вигляд вектор-функції $\bar{U}_i(r)$

$$\bar{U}_i(r) = B_i(r, r_i) \cdot B(r_i, r_0) \cdot P_0, \quad (7)$$

де першою координатою вектора-функції є шукана функція $u(r, \tau)$.

На основі зображення (4), з урахуванням рівнянь (5) та (1) прийдемо до неоднорідного диференціального рівняння на функцію $v(r, \tau)$ [1]

$$\tilde{n}p \frac{\partial v(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r^l} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^l \lambda \frac{\partial v(r, \tau)}{\partial r} \right) - \tilde{n}p \frac{\partial u(r, \tau)}{\partial \tau}, \quad (8)$$

з крайовими умовами та початковою умовою для функції $v(r, \tau)$

$$\begin{cases} \alpha_0 r_0^l v(r_0, \tau) - v^{[1]}(r_0, \tau) = 0, & v^{[1]} \stackrel{df}{=} r^l \lambda v_r', \\ \alpha_n r_n^l v(r_n, \tau) + v^{[1]}(r_n, \tau) = 0, \end{cases} \quad (9)$$

$$v(r, 0) = f(r) \equiv \varphi(r) - u(r, 0). \quad (10)$$

На кожному з проміжків $[r_i, r_{i+1})$ розв'язок мішаної задачі (8)-(10) отримуємо у вигляді ряду [1, 2]

$$v_i(r, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[f_k \cdot e^{-\omega_k \tau} - \int_0^{\tau} e^{-\omega_k(\tau-s)} u_k(s) ds \right] \cdot R_{ki}(r, \omega_k). \quad (11)$$

1. *O. Y. Pazen and R. M. Tatsii*. General boundary-value problems for the heat conduction equation with piecewise-continuous coefficients // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 2016. – Vol. 89, no. 2. – P. 357–368.
2. *Тацій Р. М., Стасюк М. Ф., Власій О. О., Пазен О. Ю.* Прямий метод дослідження температурного поля в багат шаровому трубопроводі за умов пожежі // *Матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання»*. 2017. – С. 436–440.

DIRECT METHOD OF CALCULATION OF NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELDS IN MULTILAYER STRUCTURES OF MAIN GEOMETRIC FORMS

General scheme for researching of heat transfer process in multilayer constructions with simultaneously three basic geometric forms is offered. In this connection, one-parameter family of boundary problems is solved. The basis of implementation of this scheme is laid: method of reduction, concept of quasi-derivatives, modern theory of systems of linear differential equations, Fourier method and the modified method of eigenfunctions.