

**КОМИТЕТ ПО ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ  
МВД РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН**

**КОКШЕТАУСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**№ 2 (34), 2019**

**ВЕСТНИК**

**КОКШЕТАУСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА**

**КОКШЕТАУ 2019**

УДК 614.8 (082)  
ББК 68.69 (5Каз)

Журнал «Вестник Кокшетауского технического института» № 2 (34), 2019 г., июнь.  
Издается с марта 2011 года.

**Собственник:** Кокшетауский технический институт Комитета по чрезвычайным ситуациям Министерства внутренних дел Республики Казахстан.

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации и коммуникации Республики Казахстан 29 августа 2017 г. Свидетельство № 16654-Ж.

Дата и номер первичной постановки на учет № 11190-Ж, 14.10.2010 г.

Включен в перечень научных изданий, рекомендуемых Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки Республики Казахстан для публикации основных результатов научной деятельности по техническим наукам и технологиям (приказ ККСОН МОН РК № 501 от 20.03.2018 г.).

**Главный редактор:** Шарипханов С.Д., доктор технических наук

**Заместитель главного редактора:** Раимбеков К.Ж., кандидат физико-математических наук

**Состав редакционной коллегии:**

Беккер В.Р., председатель Комитета по чрезвычайным ситуациям МВД РК (РК, г. Астана)

Алешков М.В., доктор технических наук, профессор (РФ, г. Москва)

Байшагиров Х.Ж., доктор технических наук (РК, г. Кокшетау)

Кошумбаев М.Б., доктор технических наук (РК, г. Астана)

Мансуров З.А., доктор химических наук, профессор (РК, г. Алматы)

Сивенков А.Б., доктор технических наук, доцент (РФ, г. Москва)

Аубакиров С.Г., кандидат технических наук (РК, г. Алматы)

Джумагалиев Р.М., профессор, кандидат технических наук (РК, г. Алматы)

Камлюк А.Н., кандидат физико-математических наук, доцент (Республика Беларусь, г. Минск)

Тарахно А.В., кандидат технических наук, доцент (Украина, г. Харьков)

**Состав редакционного совета:**

Карменов К.К., кандидат технических наук (председатель); Альменбаев М.М., кандидат технических наук; Арифджанов С.Б., кандидат технических наук; Бейсеков А.Н., кандидат физико-математических наук; Жаулыбаев А.А., кандидат технических наук; Касымова С.К., кандидат филологических наук; Макишев Ж.К., кандидат технических наук; Шуматов Э.Г., кандидат философских наук; Шумеков С.Ш., кандидат педагогических наук.

«Вестник Кокшетауского технического института» - периодическое издание, посвящённое вопросам обеспечения пожарной безопасности, предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций. Тематика журнала – теоретические и практические аспекты предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций; обеспечение пожарной безопасности; проблемы обучения и др.

Научный журнал предназначен для курсантов, магистрантов, адъюнктов, профессорско-преподавательского состава образовательных учреждений, научных и практических сотрудников, занимающихся решением вопросов защиты в чрезвычайных ситуациях, пожаровзрывобезопасности, а также разработкой, созданием и внедрением комплексных систем безопасности.

Издано в авторской редакции

ISSN 2220-3311

© Кокшетауский технический институт  
КЧС МВД Республики Казахстан, 2019

## **МАЗМҰНЫ – СОДЕРЖАНИЕ CONTENTS**

### **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ И ЛИКВИДАЦИИ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ**

<i>Арифдженов С.Б., Нурмагамбетов Т.К., Каримбаев Ж.Т.</i> Моделирование процесса защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций	4
<i>Абдрахманов А.А., Мазаник А.И., Шарипханов С.Д., Арифдженов С.Б.</i> Разработка структуры учебной площадки для отработки задач по ликвидации последствий аварий на химически опасных объектах на базе учебно-тренировочного центра Кокшетауского технического института	11
<i>Горячева Н.Г.</i> Основные подходы научно-организационного обеспечения биологической безопасности	17
<i>Сабитова Д.С.</i> Актуальность проблемы информационной безопасности	25

### **ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОЖАРНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

<i>Раимбеков К.Ж., Нарбаев К.А., Кусаинов А.Б., Осипов Р.Д.</i> Анализ пожарной обстановки в Республике Казахстан	30
<i>Тацый Р.М., Стасюк М.Ф., Пазен О.Ю.</i> Расчет нестационарного температурного поля в многослойной плите при условиях неидеального теплового контакта между слоями	40
<i>Шныпарков А.В., Копытков В.В.</i> Обоснование времени ношения боевой одежды пожарных по устойчивости ее к воздействию разрывной нагрузке	50
<i>Шуюшбаева Н.Н., Танашева Н.К., Сулейменов А.Қ., Садвакасова Д.Ж.</i> Жоғары вольтты генератормен жұмыс кезінде қауіпсіздікті қамтамасыз ету	55
<i>Нижник В.В., Поздеев С.В., Фещук Ю.Л., Сизиков А.А.</i> Исследования теплового влияния факела модельного очага пожара класса В на элементы смежных объектов	62
<i>Макеева Л.А., Калиева Г.К., Уразбаева С.Е., Хасanova Г.Ш.</i> Воздействие лесных пожаров на компоненты экосистемы	72

### **ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ**

<i>Гагарина Н.Л., Спасенов А.В., Плескачев Д.В.</i> Проблемы информатизации школ в Республике Казахстан	80
<i>Berdenova D.K., Beisekov A.N.</i> Aspects of teaching general technical disciplines in Kokshetau Technical Institute	86
<i>Мадина Г.К.</i> Сабактарда тиімді әдіс-тәсілдер қолдану арқылы курсанттарға сапалы білім берудің қейбір ерекшеліктері	90

*Р.М. Таций, доктор физико-математических наук, профессор  
М.Ф. Стасюк, кандидат физико-математических наук, доцент*

*О.Ю. Пазен, кандидат технических наук*

*Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности,  
Украина*

## **РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ ПЛИТЕ ПРИ УСЛОВИЯХ НЕИДЕАЛЬНОГО ТЕПЛОВОГО КОНТАКТА МЕЖДУ СЛОЯМИ**

В данной работе предложена и обоснована конструктивная схема построения решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности в случае многослойной плоской конструкции при условиях неидеального теплового контакта между слоями. Предполагается наличие конвективного теплообмена с внешней средой, то есть выполняются краевые условия третьего рода. Коэффициенты уравнения теплопроводности считаются кусочно-постоянными относительно пространственной координаты. В основании схемы положены: метод редукции, концепция квазипроизводных, теория систем линейных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием, метод Фурье и модифицированный метод собственных функций. Приведен модельный пример расчета температурного поля в восьмислойной плоской конструкции в условиях пожара.

*Ключевые слова:* неидеальный тепловой контакт, квазипроизводная, матрица Коши, метод собственных функций.

*1. Введение.* В статье рассмотрена задача о распределении нестационарного температурного поля в многослойной плоской конструкции с учетом неидеального теплового контакта между слоями. Задачи исследования температурных полей в многослойных конструкциях исследованы в работах [1-10]. В работе [3] рассмотрена и решена задача о разрушении слоев в многослойной плите во время пожара. Подчеркнем, что в этих работах предполагается наличие идеального теплового контакта между слоями. Учет неидеальности теплового контакта в данной работе рассматривается впервые.

*2. Постановка задачи.* Рассматривается задача о распределении нестационарного температурного поля в многослойной плоской конструкции, которая разделена на  $n$  слоев различной толщины плоскостями  $x = x_i, i \in \overline{0, n}$ , причем  $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n$ . Предполагается, что температура распространяется только в направлении оси  $0x$ , так что задача является одномерной.

Предполагается также, что каждый слой наделен своим коэффициентом теплопроводности, удельной теплоёмкостью, и плотностью. На границах слоев (кроме внутреннего и внешнего) учтено наличие неидеального теплового контакта. Будем считать, что на поверхностях конструкции известны законы изменения температур. Как следует из работ [1-6], поставленная задача сводится к решению дифференциального уравнения

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right), \quad (1)$$

## с условиями спряжения

$$\begin{cases} t_{i+1}^{[1]}(x_{i+1}) - t_i^{[1]}(x_{i+1}) = 0, \\ t_{i+1}(x_{i+1}) - t_i(x_{i+1}) = \frac{1}{i+1} t_i^{[1]}(x_{i+1}), \end{cases} \quad (2)$$

краевыми условиями третьего рода

при начальном условии

$$t(x, 0) = (x). \quad (4)$$

Решения задачи (1)-(4) будем искать в виде суммы двух функций (метод редукции) [4]:

$$t(x, \langle \cdot, \cdot \rangle) = \langle \cdot, \cdot \rangle + \langle \cdot, \cdot \rangle. \quad (5)$$

Функцию  $u(x, t)$  или  $v(x, t)$  можно выбрать произвольно, тогда другая определяется однозначно.

3. Краевая задача для функции  $u(x, \cdot)$ . Определим функцию  $u(x, \cdot)$  как решение квазистационарной краевой задачи:

$$(-t')' = 0, \quad (6)$$

с условиями спряжения [11]

$$\begin{cases} u_{i+1}^{[1]}(x_{i+1}) - u_i^{[1]}(x_{i+1}) = 0, \\ u_{i+1}(x_{i+1}) - u_i(x_{i+1}) = \frac{1}{i+1} u_i^{[1]}(x_{i+1}), \end{cases} \quad (7)$$

и краевыми условиями третьего рода

Здесь следует заметить, что краевые условия (8) для функции  $u(x, t)$  дублируют краевые условия (3) для функции  $t(x, t)$ , а  $t$  играет роль параметра.

В работах [10, 11] установлено, что на каждом из промежутков  $[x_k, x_{k+1})$  задача (6)-(8) имеет единственное решение, представленное в виде вектор-функции  $\bar{U}_k(x)$ , где первой координатой есть искомая функция  $u_k(r, \varphi)$ , а второй – ее квазипроизводная:

$$\overline{U}_k(x) = \begin{cases} 1 & \left( \sum_{i=0}^{k-1} \frac{x_{i+1}-x_i}{\tau} + \sum_{i=1}^k \frac{1}{\tau} \right) \overline{P}_0, \\ 0 & 1 \end{cases}$$

где  $P = \begin{pmatrix} \alpha_0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathcal{Q} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_n & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{\Gamma} = (\alpha_0 \psi_0(\tau), \alpha_n \psi_n(\tau))^T$ ,  $\overline{P}_0 = \Gamma^{-1} \cdot \mathcal{Q} \cdot \overline{\Gamma}^T$ .

4. Смешанная задача для функции  $v(x, \tau)$ . На основании представления (5) из (1) следует:

$$c\rho \frac{\partial}{\partial \tau} (u+v) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \lambda \frac{\partial}{\partial x} (u+v) \right) \Rightarrow c\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} + c\rho \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial v}{\partial x} \right).$$

Поскольку в формуле (6)  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0$ , получаем смешанную задачу для функции  $v(x, \tau)$ :

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} + c\rho \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (9)$$

с условиями сопряжения

$$\begin{cases} v_{i+1}^{[1]}(x_{i+1}, \tau) - v_i^{[1]}(x_{i+1}, \tau) = 0, \\ v_{i+1}(x_{i+1}, \tau) - v_i(x_{i+1}, \tau) = \frac{1}{i+1} v_i^{[1]}(x_{i+1}, \tau), \end{cases} \quad (10)$$

краевыми условиями третьего рода

$$\begin{cases} \alpha_0 v(0, \tau) - v^{[1]}(0, \tau) = 0, \\ \alpha_n v(n, \tau) - v^{[n]}(n, \tau) = 0, \end{cases} \quad (11)$$

и начальным условием

$$v(x, 0) = u(x, 0) \equiv f(x). \quad (12)$$

4.1. Метод Фурье и задача на собственные значения. Решение однородного дифференциального уравнения

$$c\rho \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (13)$$

с условиями сопряжения (10) и краевыми условиями (11) ищем в виде [7]

$$v(x, \tau) = e^{-\omega \tau} X(x), \quad (14)$$

где  $\omega$  – параметр, а  $X(x)$  – пока неизвестная функция. Подставляя изображения (14) в (13), (10) и (11), приходим к квазидифференциальному уравнению

$$\left( \frac{d}{dx} - \omega \right) X(x) = 0, \quad (15)$$

с условиями сопряжения

$$\begin{cases} X_{i+1}^{[1]}(x_{i+1}) - X_i^{[1]}(x_{i+1}) = 0, \\ X_{i+1}(x_{i+1}) - X_i(x_{i+1}) = \frac{1}{\omega} X_i^{[1]}(x_{i+1}), \end{cases} \quad (16)$$

и краевыми условиями

$$\begin{cases} \alpha_0 X(0) - X^{[1]}(0) = 0, \\ \gamma_n X(x_n) + X^{[1]}(x_n) = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Второе из условий (16) показывает, что решение уравнения (15) в точках  $x_{i+1}, i=1, n-1$  имеют конечные скачки (разрывы первого рода). В связи с этим задача (15)-(17) является определенным обобщением классической задачи на собственные значения.

4.2. Сведение задачи (15)-(17) к задаче на собственные значения для системы дифференциальных уравнений с импульсным воздействием. Введем, векторы

$$X_{i+1}^{[1]} \stackrel{df}{=} \lambda X', \quad \bar{X} = \begin{pmatrix} X & X^{[1]} \end{pmatrix}^T \quad \text{и} \quad \text{матрицу} \quad A(x) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\lambda(x)} \\ -\frac{1}{\lambda(x)} & 0 \end{pmatrix}. \quad \text{Тогда}$$

квазидифференциальное уравнение (15) эквивалентно системе

$$\bar{X}' = A \bar{X}. \quad (18)$$

Условия сопряжения (16) в векторной форме принимают вид

$$\bar{X}_{i+1}(x_{i+1}) = \bar{C}_{i+1} \bar{X}_i(x_{i+1}). \quad (19)$$

Напомним, что  $C_{i+1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\omega} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Краевые условия (17) приобретают вид

$$P \bar{X}(x_0) = \bar{Q} \bar{X}(x_n) = \bar{0}, \quad (20)$$

где, как и выше,  $P = \begin{pmatrix} \alpha_0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma_n & 1 \end{pmatrix}$ .

4.3. Конструктивное построение собственных векторов задачи (18)-(20). На каждом из промежутков  $[x_i, x_{i+1})$  система (18) имеет вид

$$\overline{X}'_i = A_i \overline{X}_i, \quad A_i = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\lambda_i} \\ - & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрицу Коши этой системы обозначим  $B_i(x, s, \omega)$ . Непосредственной проверкой убеждаемся, что [1-5]

$$B_i(x, s, \omega) = \begin{pmatrix} \cos \beta_i(x-s) & \frac{\sin \beta_i(x-s)}{\lambda_i \beta_i} \\ - & (x-s) \end{pmatrix}, \quad \beta_i \stackrel{df}{=} \sqrt{\frac{\omega c_i \rho_i}{\lambda_i}}.$$

В работе [9] установлено, что матрица Коши  $B(x, x_0, \omega)$  системы дифференциальных уравнений с импульсным воздействием (15), (16) на промежутке  $[x_n, x_0]$  изображается в виде  $B(x, x_0, \omega) = \sum_{i=0}^{n-1} C_{i-j} B_{i-j-1}(x_{i-j}, x_{i-j-1}, \omega)$ , где обозначено

$$B_i(x, x_0, \omega) = B_i(x, x_i, \omega) \prod_{j=0}^{i-1} C_{i-j} B_{i-j-1}(x_{i-j}, x_{i-j-1}, \omega), \quad i = 1, \dots, n-1.$$

Нетривиальные решения задачи (18)-(20) будем искать в виде [4]

$$\overline{X}(x, \omega) = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \overline{C}, \quad (21)$$

где  $\overline{C} = (C_1, C_2)^T$  – некоторый нетривиальный вектор. Подставляя (21) в условия (20), получаем:

$$[P B(x_0, x_0, \omega) + Q B(x_n, x_0, \omega)] \overline{C} = \overline{0}. \quad (22)$$

Для существования нетривиальных решений системы (22) необходимо и достаточно выполнения условия [2]

$$\det[P + Q B(x_n, x_0, \omega)] = 0. \quad (23)$$

Выражение (23) – характеристическое уравнение задачи на собственные значения (18)-(20). Его корни обозначим через  $\omega_k > 0, k = 1, 2, \dots$ . Соответствующие нетривиальные решения обозначим  $\overline{X}_k(x, \omega_k)$ .

Определим структуру вектора  $\overline{C}$ , который используется в формуле (21). Обозначим  $B(x_n, x_0, \omega_k) \stackrel{df}{=} \begin{pmatrix} b_{11}(\omega_k) & b_{12}(\omega_k) \\ b_{21}(\omega_k) & b_{22}(\omega_k) \end{pmatrix}$ . Учитывая конкретные выражения матриц  $P$  и  $Q$ , приходим к системе

$$\begin{cases} \alpha_0 C_1 - C_2 = 0, \\ (\alpha_n b_{11}(\omega_k) + b_{21}(\omega_k)) C_1 + (\alpha_n b_{12}(\omega_k) + b_{22}(\omega_k)) C_2 = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Поскольку определитель этой системы равен нулю, одно из уравнений (24) (например, второе) можно отбросить. Полагая, например,  $C_2 = 1$ , получаем, что  $C_1 = \frac{1}{\omega}$ . Итак, с точностью до постоянного множителя, получаем, что нетривиальный вектор  $\bar{C}$  имеет вид

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega}, 1 \end{pmatrix}^T, \quad (25)$$

Учитывая формулы (21) и (25) устанавливаем, что собственные векторы системы дифференциальных уравнений (18) с условиями сопряжения (19) и краевых условиях (20) имеют вид

$$\bar{X}_k(x, \tau) = \begin{pmatrix} 1 & \omega \end{pmatrix} \bar{C}, \quad k=1,2,3,\dots. \quad (26)$$

**4.4. Построение решения  $v(x, \tau)$  смешанной задачи (9)-(12).** Для решения задачи (9)-(12) применим метод собственных функций [7], который заключается в том, что решение задачи (9)-(12) ищем в виде

$$v(x, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(\tau) X_k(x, \omega_k), \quad (27)$$

где  $T_k(\tau)$  – неизвестные функции, определяемые ниже.

Поскольку  $\frac{\partial u}{\partial \tau}$  входит в правую часть уравнения (9), представим ее в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям (26) краевой задачи (15)-(17)

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(\tau) \cdot X_k(x, \omega_k), \quad (28)$$

причем переменная  $\tau$  играет роль параметра.

Подставляя (27) в (9), с учетом разложения (28), получаем равенство

$$c \sum_{k=1}^{\infty} \left[ T'_k(\tau) X_k(x, \omega_k) + \omega_k T_k(\tau) X'_k(x, \omega_k) - u_k(\tau) X_k(x, \omega_k) \right] = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ T'_k(\tau) X_k(x, \omega_k) + \omega_k T_k(\tau) X'_k(x, \omega_k) - u_k(\tau) X_k(x, \omega_k) \right].$$

Учитывая тождество  $\sum_{k=1}^{\infty} \omega_k T'_k(\tau) X_k(x, \omega_k) = 0$ , приходим к равенству

$$c \sum_{k=1}^{\infty} \left[ T'_k(\tau) X_k(x, \omega_k) + \omega_k T_k(\tau) X'_k(x, \omega_k) - u_k(\tau) X_k(x, \omega_k) \right] = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ T'_k(\tau) X_k(x, \omega_k) + \omega_k T_k(\tau) X'_k(x, \omega_k) - u_k(\tau) X_k(x, \omega_k) \right] X_k,$$

которое после сокращения на  $c \neq 0$  принимает вид

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[ T'_k(\tau) + \omega_k T_k(\tau) + u_k(\tau) \right] X_k(x, \omega_k) = 0. \quad (29)$$

Приравнивая коэффициенты Фурье ряда (29) к нулю, приходим к бесконечной совокупности дифференциальных уравнений

$$T'_k(\tau) + \omega_k^2 T_k(\tau) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Общее решение каждого из этих уравнений имеет вид,

$$T_k(t) = C_k \cdot e^{-\omega_k t} - \int_0^\tau e^{-\omega_k(\tau-s)} \cdot u_k(s) ds, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (30)$$

где  $C_k$  – неизвестные постоянные.

Для их определения заметим, что функцию  $f(x)$  из начального условия (12) можно представить в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям (26) краевой задачи (15)-(17)

$$v(x, 0) = f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k X_k(x), \quad (31)$$

где  $f_k$  – соответствующие коэффициенты Фурье.

Из (30) следует, что

$$T_k(0) = C_k, \quad (32)$$

а на основе изображения (27) имеем

$$v(x, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(0) \cdot X_k. \quad (33)$$

Сравнивая (31)-(33), приходим к выводу, что  $C_k = f_k$ .

Итак, окончательно получаем решение смешанной задачи (9)-(12) в виде ряда:

$$v(x, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ C_k \int_0^\tau e^{-\omega_k(\tau-s)} u_k(s) ds \right] = \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{i=0}^{n-1} \frac{u_k^{(i)}(x)}{i!} \tau^i, \quad (34)$$

$$\text{где } v_i(x, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ C_k \int_0^\tau e^{-\omega_k(\tau-s)} u_k(s) ds \right] = \sum_{k=1}^{\infty} f_k \frac{u_k^{(i)}(x)}{i!}, \quad (35)$$

На основе изображения (5), получим решение задачи (1)-(4)

$$t(x, \tau) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{u^{(i)}(x)}{i!} \tau^i, \quad (36)$$

5. Модельная задача. В качестве численного примера рассмотрим восьмислойную плоскую конструкцию, составленную из слоев разных толщин. Необходимо определить распределение нестационарного температурного поля, если с внешней стороны конструкции происходит пожар, температура которого меняется по

закону  $\psi_n(\tau) = 345 \lg\left(\frac{8\tau}{60} + 1\right) + 20$  (уравнение стандартного температурного режима пожара [12]). В начальный момент времени температура конструкции равна  $20^\circ C$ . Теплотехнические характеристики конструкции для расчета приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Теплотехнические характеристики конструкции

Параметр	Слой 1	Слой 2	Слой 3	Слой 4	Слой 5	Слой 6	Слой 7	Слой 8
Толщина слоя	0,02	0,1	0,05	0,07	0,09	0,12	0,03	0,02
Коэффициент теплопроводности	209	1,55	64	393	52	2,91	34,6	58
Удельная теплоёмкость	894	770	389	389	420	921	130	470
Плотность	2680	2200	8000	8950	7270	2800	11400	7800
Коэффициент теплообмена	110	идеальный тепловой контакт	180	идеальный тепловой контакт	270	идеальный тепловой контакт	240	
Законы изменения температур	$\psi_0(\tau) = 20, \psi_n(\tau) = 345 \lg\left(\frac{8\tau}{60} + 1\right) + 20$							
Коэффициент теплоотдачи	Внутри – 4 Снаружи – 25							

Используя предложенный авторами метод и программное обеспечение Maple 13, получаем решение поставленной задачи о распределении нестационарного температурного поля  $t(x, \tau)$  восьмислойной конструкции в виде графиков (рис. 1).

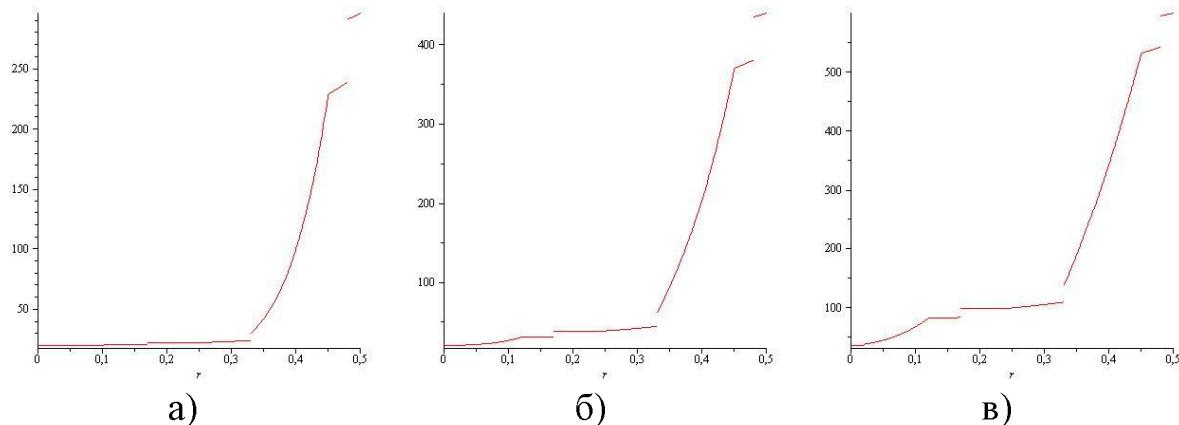


Рисунок 1 – Распределение нестационарного температурного поля  
а) 1 час; б) 2 часа; в) 4 часа

Анализ рисунка 1 дает возможность проанализировать распределение нестационарного температурного поля по толщине конструкции. Следует заметить, что разрывы функции температуры на рисунке 1 соответствуют выполнению условий неидеального теплового контакта между слоями. В точках существования идеального теплового контакта таких разрывов нет. Заметим, что разрыв температуры в точке  $x_1 = 0,02$  визуально хорошо наблюдается после длительного прогрева конструкции

(через 6 часов, рис.1 г). Подчеркнем, что приведенный пример является модельным, иллюстрирующий возможности предложенного метода решения.

6. *Выводы.* Предложенный авторами метод расчета распределение нестационарного температурного поля дает возможность установить зависимость температуры от времени по толщине конструкции при наличии неидеального теплового контакта между слоями. В качестве иллюстрации возможностей данного метода приведен модельный пример расчета температурного поля в восьмислоевой плите при различных вариантах теплового контакта между слоями. Исходя из физического смысла, соответствующие квазидифференциальные уравнения записывались в декартовой системе координат, однако представленный здесь метод решения без каких-либо принципиальных трудностей распространяется на подобные задачи с использованием цилиндрической и сферической систем координат.

### **Список литературы**

1. Таций Р.М., Ушак Т.И., Пазен О.Ю. Общая третья краевая задача для уравнения теплопроводности с кусочно-постоянными коэффициентами и внутренними источниками тепла // Пожарная безопасность. - 2015. - № 27. - С.120-126.
2. Таций Р.М., Пазен О.Ю. Прямой метод расчета нестационарного температурного поля при условиях пожара // Пожарная безопасность. - 2015. - № 26. - С. 135-141.
3. Семерак М.М., Таций Р.М., Пазен О.Ю. Теплоизолирующая способность многослойных строительных конструкций с учётом разрушения произвольного слоя. // Вестник Кокшетауского технического института. - 2015. - № 4 (20). - С. 8-17.
4. O.Y. Pazen and R.M. Tatsii, "General boundary-value problems for the heat conduction equation with piecewise-continuous coefficients," // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. - March 2016. - vol. 89, no. 2. - Pp. 357-368. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10891-016-1386-8>
5. O. Pazen "Mathematical modelling and computer simulation of direct method for studying boundary value problem of thermal conductivity", proceedings of the International Scientific Conference "Problems of Infocommunications. Science and Technology". October 2017. - Pp. 73-76. DOI:10.1109/INFOCOMMST.2017.8246353
6. Таций Р., Стасюк М., Власий О., Пазен О. Прямой метод исследования температурного поля в многослойном трубопроводе в условиях пожара // Материалы междунар. научно-практ. конф. «Информационные технологии и компьютерное моделирование». – Ивано-Франковск-Яремче, 15-20 мая 2017. - С. 436-440.
7. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1974. – 432 с.
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 735 с.
9. Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием / А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк. – К.: Высшая школа, 1987. - 288 с.
10. Таций Р.М., Кусий М.И., Пазен О.Ю. Определение теплообмена в многослойной бесконечной плите с дискретно-непрерывным распределением тепла // Пожарная безопасность. - 2012. - № 20. - С.20-26.
11. Tatsiy R.M. Raschet stacionarnogo temperaturnogo polâ v mnogoslojnoj plite s učetom vnutrennih istočnikov tepla pri usloviâh neideal'nogo teplovogo kontakta meždu

sloâmi / R.M Tatsiy, O. Yu. Pazan // Bezpieczeństwo i Technika Pożarnicza. - Polska, Jozefov: CNOBP-PIB, BiTP. - 2015. - Vol. 40, issue 4. - P. 51-59.

12. EN 1991-1-2 (2002) (English): Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-2: General actions – Actions on structures exposed to fire. DOI: <https://doi.org/10.1002/9783433601570.ch1>

*R.M. Тацый, М.Ф. Стасюк, О.Ю. Пазен*

*Өмір тіршілігі қауіпсіздігінің Львов мемлекеттік университеті, Украина*

## **ҚАБАТТАР АРАСЫНДАҒЫ ИДЕАЛДЫ ЕМЕС ЖЫЛУ БАЙЛАНЫСЫ ЖАҒДАЙЫНДА КӨП ҚАБАТТЫ ПЛИТАДА СТАЦИОНАРЛЫҚ ЕМЕС ТЕМПЕРАТУРАЛЫҚ ӨРІСТІ ЕСЕПТЕУ**

Бұл жұмыста қабаттар арасындағы идеалды емес жылу байланысы жағдайында көп қабатты жазық құрылым жағдайында жылу өткізгіштігін тендеуге арналған аралас есеп шешімін құрастырудың конструктивтік схемасы ұсынылған және негізделген. Сыртқы ортамен конвективті жылу алмасудың болуы болжанып отыр, яғни үшінші түрдегі шеттік жағдайлар орындалады. Жылу өткізгіштік тендеуінін коэффициенттері кеңістіктік координаталарға қатысты бөлшек-тұрақты болып саналады. Сұлба негізінде: редукция әдісі, квази туынды концепциясы, импульстік әсері бар сызықты дифференциалдық тендеулер жүйесінің теориясы, Фурье әдісі және меншікті функциялардың модификацияланған әдісі алынған. Өрт жағдайында сегізқырлы жазық құрылымдағы температуралық өрісті есептеудің модельдік үлгісі келтірілген.

*Түйін сөздер:* идеалды емес жылу байланысы, квази туынды, Коши матричасы, меншікті функциялар әдісі.

*R.M. Tatsiy, M.F. Stasiuk, O.Yu. Pazan  
Lviv State University of Life Safety, Ukraine*

## **CALCULATION OF NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELD IN A MULTILAYERED PLATE UNDER CONDITIONS OF UNIQUE HEAT CONTACT BETWEEN LAYERS**

In this paper, a constructive scheme for constructing the solution of a mixed problem for the heat equation in the case of a multilayer flat structure under conditions of non-ideal thermal contact between the layers is proposed and substantiated. It is assumed the presence of convective heat exchange with the external environment, that is, the boundary conditions of the third kind are satisfied. The coefficients of the heat equation are considered piecewise constant with respect to the spatial coordinate. The basis of the scheme is based on the reduction method, the concept of quasi-derivatives, the theory of systems of linear differential equations with impulse action, the Fourier method and the modified eigenfunction method. A model example is given for calculating the temperature field in an eight-layer flat structure under fire conditions.

*Keywords:* non-ideal thermal contact, quasi-derivative, Cauchy matrix, eigenfunctions method.